ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN.

Organ des Deutschen Geometervereins.

Herausgegeben von

Dr. C. Reinhertz, und **C. Steppes,**

Professor in Hannover. **Obersteuerrat in München.**

1902. **Heft 7.** **Band XXXI.**

1. April.

Neuberechnung der Länge des Gotthardttunnels.

Von Dr. *I. B. Messerschmitt* in Hamburg.

Am 29. Februar 1880 erfolgte der Durchschlag des grossen Tunnels der Gotthardtbahn, welchem auch in Vermessungskreisen mit grossem Interesse entgegengesehen wurde. Die Achse des Tunnels konnte bekanntlich nicht direkt abgesteckt werden, sondern es musste deren Richtung aus einer Triangulation berechnet werden. Diese Bestimmung nun liess die Bauleitung, um volle Sicherheit zu erzielen, zweimal völlig unabhängig von einander ausführen; einmal 1869 durch Ing. O. Gelpke (vgl. Civilingenieur Bd. XVI. 1870 und Zeitschrift für Vermessungswesen, 1880) und ein zweites Mal nach dem Beginn der Arbeit durch ein neues Dreiecksnetz von dem damaligen Geometer der Bahn und jetzigen Prof. Dr. C. Koppe (vgl. Zeitschrift f. Vermessungswesen 1875 und 1876 und Himmel und Erde Bd. VI. 1894.). Sowohl die Genauigkeit, als auch die Uebereinstimmung der beiden Triangulationen war vollständig befriedigend und wurde auch nach der Vollendung des Tunnels bestätigt. In Richtung und Höhe zeigten nämlich die Kontrollmessungen nur Unterschiede von 50 bezw. 5 cm. In der Länge dagegen ergab sich eine etwas grössere Differenz, indem die direkt im Tunnel gemessene Länge um 7,6 m kleiner war, als die aus der Triangulation berechnete. Der Betrag ist immerhin nur etwa $1/_{2000}$ der ganzen Tunnellänge von nahezu 15 km, bleibt also innerhalb der für Kleinvermessungen festgesetzten Grenzen, gab aber s. Z. zu verschiedenen Betrachtungen Veranlassung, da er aus der sonstigen Genauigkeit der Triangulation nicht erklärbar schien. Man glaubte die

Differenz schliesslich allein auf die Messungen im Tunnel, die ja unter den denkbar ungünstigsten Umständen stattfanden, schieben zn müssen.

In den letzten Jahren ist nun in dem Kanton Tessin eine Neuvermessung durch das eidg. topograph. Bureau ausgeführt worden, bei welcher Ing. M. Rosenmund noch zwei Dreieckspunkte der Koppe'schen Triangulation (Loitascia und Boggia) anscheinend ganz unverändert vorfand, welche er auch in das kantonale Netz einbezog und damit an das Gradmessungsnetz anschloss.

Aus den ersten noch unvollständigen Messungsresultaten, die ich für andere Zwecke nötig hatte, leitete ich s. Z. auch den Wert der Länge des Gotthardttunnels zu 15845,8 m ab, also um 6,8 m kleiner als ihn Koppe gefunden hatte und nur um 0,8 m grösser, als der direkt gemessene Wert war. Dieser vorläufige Wert ist auch im 9. Bd. des „Schweizerischen Dreiecksnetzes“ (Zürich 1901, Seite 185) mitgeteilt worden. Es ist nun seit dieser Rechnung die Triangulation vollendet und endgültig berechnet und ausserdem für Gradmessungszwecke noch eine besondere Ausgleichung einiger Dreiecke, welche die beiden genannten Dreieckspunkte enthalten, ausgeführt worden. Nach einer gefälligen Mitteilung des Herrn Ingenieurs M. Rosenmund sind die Tessiner ebenen Koordinaten für

Loitascia	— 89 267,90	+ 44 211,49
Boggia	— 90 114,97	+ 48 544,35

und damit wird die Seite Loitascia—Boggia 4414,89 m und die sphärische Seite in Meereshöhe 4415,08 m. Nach der angegebenen Ausgleichung (Schweiz. Dreiecksnetz Bd. 9, Seite 239) kommt dafür 4415,01 m. Die Reduktion dieser Seite auf 1100 m Höhe vergrössert die Zahlen um 0,76 m, so dass die Seitenlänge in Tunnelhöhe 4415,84 bez. 4415,77 m wird. Mit diesem Werte wird aber die Tunnellänge um 3,7 m kürzer als sie Koppe fand und ist nur um 3,9 m länger als die Messungen ergeben hatten, wodurch also der Unterschied beider auf nahe $^1/_{4000}$ der Länge reduziert wird.

Da sowohl die Genauigkeit der Winkelmessungen von Gelpke und Koppe, als auch die der neueren Triangulation eine solche Differenz nicht zu erklären vermag, so scheint die Ansicht gerechtfertigt zu sein, dass der Fehler an der Basis liegen muss, welche Gelpke bei seiner Triangulation gemessen hatte, deren Resultat auch Koppe verwendet hat.

Gelpke hat nämlich im Jahre 1869 vorläufig eine Basis von 1450,45 m in der Ebene bei Andermatt mit einem Messband gemessen (Civilingenieur Bd. 16, 1870). Im Jahre 1872 wurde dann eine Grundlinie mit einem besonderen Basisapparat, der nach Anleitung von Prof. J. Wild konstruiert war, ebenfalls in der Ebene von Andermatt gemessen. Man erhielt:

1. Messung 1430,535 m

2. Messung 1430,510 m

Diese letztere Messung lag nun offenbar der Längenbestimmung des Gotthardttunnels zu Grunde und zwar hat Gelpke die 2. Messung als die zuverlässigere bezeichnet und bei der Rechnung verwendet. (Dies wird durch die Angaben von Koppe „die Vorarbeiten für den Bau der Gotthardtbahn“ Himmel und Erde Bd. 6, 1894, Seite 458 bestätigt.) Herr Ingenieur Rosenmund hält nun die beiden Grundlinien von 1869 und 1872 nicht für identisch. Sie differieren um nahe 20 m. Ein Schreibfehler ist nicht leicht möglich, da in dem Bericht von Gelpke*) in Jahre 1871 die Grundlinie von 1869 verwendet ist und gleichwohl die Seite

Bäzberg—Gütsch 4128,0 m

ergab, während mit Einführung der späteren Basis die gleiche Seite = 4128,8 m wird. Der Unterschied beträgt 0,8 m und macht auf die Tunnellänge von 15800 m die Grösse **3,1** m aus; es ist dies fast die gleiche Differenz (3,7 m) wie oben bei der neuen Vermessung.

Es stimmt also die 1869 mit dem Messband gemessene Basis besser mit der beim Durchschlag erhaltenen Tunnellänge, als die mit dem Basisapparat doppelt gemessene von 1872.

Das wird auch noch durch den im Manuskript vorhandenen Bericht des Ing. Gelpke über den Basismessapparat und dessen Ergebnisse bestätigt. Er sagt darin, nachdem er die Resulate seiner beiden Messungen angeführt: „die Länge 1430,50976 m annehmend, erhalten wir gegenüber der früheren Annahme von **1430,168** m eine additive Logarithmendifferenz von 0,0001039.“

Darnach scheint die Messung der früheren Basis auf die neue übertragen worden zu sein. Dabei zeigt sich wieder, dass die ältere Basis eine um 3,1 m kürzere Tunnellänge ergab, als die neuere Basis. Es dürfte daher die Annahme wohl berechtigt erscheinen, dass bei der zweiten Basismessung und deren Berechnung irgend ein Versehen oder Irrtum vorgekommen ist, wodurch die Grundlinie um 0,37 m zu gross in die Rechnung eingeführt und daher die Tunnellänge um 3 bis 4 m vergrössert wurde. Der übrige Fehlbetrag darf unbedenklich den Messungskontrollen im Tunnel zugeschrieben werden, da die Schwierigkeiten während des Baues nur einigermassen zuverlässige Längenmessungen in einem Tunnel zu erhalten der Art sind, dass man sich über derartige Differenzen nicht wundern kann.

*) Die Orginalpapiere Gelpkes sind bei einem Brande in dessen Hause vernichtet worden, weshalb die gegenseitige Lage der beiden Grundlinien nicht mehr nachgewiesen werden kann; die nachstehenden Angaben verdanke ich der Güte des Herrn Rosenmund.

Die Goulier'schen Untersuchungen der durch Feuchtigkeit und Wärme verursachten Längenänderungen von Holzstäben.

Die Ergebnisse der von Oberst Goulier 1883 und 1884 angestellten Untersuchungen der durch die Feuchtigkeit und Wärme erzeugten Längenänderungen von Holzstäben wurden von Ingenieur Lallemand bereits in den Verhandlungen der im Jahre 1892 in Brüssel abgehaltenen Konferenz der Internationalen Erdmessung mitgeteilt. Infolge bald darauf von verschiedenen Seiten ausgesprochener Zweifel an der Richtigkeit der aus jenen Beobachtungen gezogenen Schlüsse, veröffentlichte derselbe Verfasser eine Rechtfertigung in den Verhandlungen der 1896 abgehaltenen Konferenz der Internationalen Erdmessung (vergl. Zeitschr. f. Verm. 1898, S. 305 bis 308). Wegen der Wichtigkeit des Gegenstandes, in Betreff der Nivellierlatten, hat schliesslich Ingenieur Lallemand in den Verhandlungen der 1898 abgehaltenen Konferenz der Internationalen Erdmessung eine ausführliche Beschreibung der Goulier'schen Versuche mit ihren Resultaten gegeben, die den Titel führt: „Étude sur les variations de longueur des mires de nivellement, d'aprés les expériences du colonel Goulier“. Das Wesentliche daraus soll im Folgenden mitgeteilt werden.

I. Ursachen der Längenänderung des Holzes.

Drei Ursachen scheinen für die Längenänderung von Holzstäben vorhanden zu sein:

1.) die Zeit, die zwischen dem Fällen des Holzes und seiner Verwendung verstrichen ist;

2.) die Feuchtigkeit der umgebenden Luft;

3.) die Temperaturänderung.

Frisches Holz zieht sich so lange zusammen, bis es den Zustand erreicht hat, den man trocken zu nennen pflegt. Nachher scheint es nur noch von der Temperatur und der Luftfeuchtigkeit beeinflusst zu werden. Bei Stäben aus frischem Holz hat Goulier in vier Monaten eine Verkürzung von 0,2 mm pro Meter beobachtet. Temperatur und Luftfeuchtigkeit wirken schneller.

II. Das Goulier'sche Verfahren.

Die Versuche beziehen sich auf Stäbe, die aus vierzehn Blöcken zwölf verschiedener Holzarten stammten und abwechselnd dem Einflusse der Wärme und der Feuchtigkeit unterworfen wurden. Das Holz war alt, trocken, astfrei und seit drei Jahren in Form dünner Stäbe von 1,10 m Länge und 13/7 mm Dicke geschnitten.

Um der Struktur nach gleiches Holz miteinander vergleichen zu können, wurden jedesmal vier von demselben Block herrührende Stäbe mit den Nummern 1 bis 4 versehen. In der Nähe jedes Stabendes wurde ein Messingcylinder von 6 mm Dicke eingelassen so, dass die Entfernung der Axen beider Cylinder 1 m betrug. Auf der Endfläche trägt jeder Cylinder eine Marke rechtwinkelig zur Längsrichtung des Stabes. Der Stab Nr. 1 blieb im rohen Zustande, Nr. 2 wurde im Oktober 1880 dreimal mit Oelfarbe (Bleiweiss) gestrichen, Nr. 3 hatte zuerst 1 bis $1^1/_2$ Stunde in heissem Leinöl von 150^0 und dann nach 24 Stunden in Oel bis zum völligen Erkalten gelegen, Nr. 4 schliesslich blieb für weitere Versuche aufbewahrt. Vor der Benutzung wurden von jeder Holzart ihr spezifisches Gewicht, die Dicke der Jahresringe und das Gewicht des absorbierten Oeles bestimmt. Die Werte stehen in der folgenden Tafel 1.

Tafel 1.

Nummer des Stabes.	Holzart.	Zustand im Jahre 1880.	Dicke der Jahresringe.	Spezifisches Gewicht des Holzes.	Mit Oel getränkte Stäbe. Zunahme des Gewichtes nach dem Oelen.	Mit Oel getränkte Stäbe. Volumenmenge des absorbierten Oeles.
			mm		Prozent.	Prozent.
	Harzhaltiges Holz:					
1	Pitchpine	trocken	0,3—1,5	0,68	27	20
28	Fichte	?	0,5—2,2	0,60	32	21
5	Weisstanne	halbtrock.	0,4—2,5	0,42	6	3
6	desgl.	trocken	0,8—2,8	0,42	11	5
	Harzfreies Holz:					
3	Tulpenbaum	trocken	0,9—1,5	0,41	50	22
14	Weissbuche	halbtrock.	1,0—3,0	0,74	34	29
26	desgl.	desgl.	0,7—3,0	0,74	38	31
22	Elsbeerbaum	desgl.	1,0—3,5	0,78	31	26
17	Pappel	?	2,5—5,0	0,41	70	32
25	Mahagoni	?	4,2—5,6	0,42	11	5
15	Rotbuche	?	1,5—4,0	0,66	52	36
19	Buchsbaum	halbtrock.	0,4—1,6	0,82	22	19
20	Teakholz	?	0,8—2,3	0,61	4	2
24	Esche	?	0,7—2,5	0,73	16	13

Die Holzstäbe wurden in einem cylindrischen Kupferkessel mit dreifacher Wandung der gewünschten Temperatur und Feuchtigkeit ausgesetzt. Zu diesem Zwecke war der Raum zwischen den beiden inneren Kesselwänden je nach Bedarf mit Wasser oder mit zerkleinerten Eisstückchen ausgefüllt. Der Raum zwischen der mittleren und äusseren Wand enthielt zur Isolierung Mineralwolle. Unter dem Kessel befand sich in Verbindung mit dem erstgenannten Raume ein kleiner Siedekessel und wieder darunter ein Gasrohr mit einer Brennerreihe. Die Temperatur im Innern des Kessels wurde durch zwei seitlich eingelassene Thermometer angezeigt. Der Kessel enthielt sechs Querwände aus Kupferblech, die zur Aufnahme der zu untersuchenden 42 Holzstäbe entsprechend ausgeschnitten waren, ausserdem noch vier Holzkasten, die dazu dienten, jeden der Holzstäbe neben einem an seinen Enden in Zehntelmillimeter geteilten Messingmaassstabe aufzunehmen. Diese Einrichtung gestattete, geschützt vor der Luftfeuchtigkeit und der strahlenden Wärme, den Abstand der Marken jedes Holzstabes zu messen. — Die benutzten vier Messingstäbe, deren Ausdehnungscoefficient bekannt war, waren vorher mit einem Normalmaassstabe verglichen worden. — Im Unterteile des Kessels befand sich noch ein Gefäss zur Aufnahme von Wasser oder Chlorcalcium, um bei jedem Feuchtigkeitsgehalte der inneren Luft Versuche vornehmen zu können. Nachdem die Thermometer 20 Minuten hindurch eine konstante Temperatur gezeigt hatten, wurde schnell einer der Holzkasten herausgezogen, die Kesselthür geschlossen und durch zwei Fenster der Kastenwand an jeder Marke des Holzstabes die Ablesung auf der Teilung des darüber liegenden Messingmaassstabes gemacht. Nachher wurde der Holzstab gewogen und in den Kessel zurückgelegt, während ein anderer Stab in die Holzkiste kam und diese damit ebenfalls wieder in den Kessel geschoben wurde. Darauf wurde der zweite Kasten herausgezogen, mit diesem ebenso verfahren, und so fort. Vorher hatte man sich überzeugt, dass während der kurzen Zeit des Wiegens das Gewicht des Holzstabes sich nicht merklich veränderte. Die Versuche wurden zuerst bei der Temperatur der äusseren Luft gemacht, dann bei 0^0, schliesslich bei Temperaturen bis zu $+ 55^0$, und zwar nacheinander in natürlicher Luft, in fast trockener Luft und endlich in fast mit Wasserdampf gesättigter Luft.

III. Schwierigkeiten bei den Versuchen.

Folgende Schwierigkeiten hinderten anfänglich sichere Schlüsse aus den Beobachtungen zu ziehen:

1. Die Stäbe waren nicht alle genau geradfaserig, und bei den drei zusammengehörigen Stäben derselben Holzart war die Dicke der Jahresringe nicht immer dieselbe. Es wurden auch zuweilen Stäbe mit einander verwechselt.

2. Das Feuchtigkeitsgleichgewicht stellte sich unter den verschiedenen Stäben im Untersuchungskessel viel später ein, als man ursprünglich annahm. Zu Anfang der Untersuchungen wurden deshalb manche Längenmessungen zu früh gemacht, als sich noch Feuchtigkeitsänderungen in den Stäben vollzogen. Auf eine völlige Austrocknung der Stäbe musste man von Anfang an, selbst bei längerer Anwendung von Chlorcalcium, verzichten.

3. Die Angaben des Psychrometers und des gewöhnlichen Hygrometers

sind in einem so kleinen geschlossenen Raum, wie dem des angewandten Kessels, unrichtig. Man war deshalb betreffs der Feuchtigkeit auf das Gewicht der Holzstäbe angewiesen.

4. Die Tränkung mit Oel war nicht lange Zeit genug vor den Versuchen erfolgt, so dass sich die geölten Stäbe nicht, wie die anderen, im Gleichgewichtszustande gegenüber der Feuchtigkeit der umgebenden Luft befanden. Aus diesem Grunde war in der ersten Zeit die Gewichtszunahme der geölten Stäbe eine abnorme, infolge der Oxydation des Oeles und der gierigen Feuchtigkeitsaufnahme des verhältnismässig trockenen Holzes.

5. Den Feuchtigkeitsgrad im Innern des Kessels gleichmässig zu erhalten, war sehr schwierig. Mehrmals wurden die tief und hochliegenden Stäbe mit einander vertauscht, um die aus der ungleichen Entfernung derselben von dem Wasser oder Chlorcalcium (im untern Teile des Kessels) hervorgebrachten Differenzen einigermassen wieder auszugleichen.

Von Anfang an wurde beobachtet, dass im Innern des Holzes die Feuchtigkeit bei gestrichenen Stäben langsamer wirkte als bei geölten oder solchen im natürlichen Zustande.

Man fand gleichfalls, dass bei derselben Luftfeuchtigkeit das Gewicht der vom Holze absorbierten Feuchtigkeit abnimmt, wenn die Temperatur zunimmt. Die Versuche hierzu wurden mit kurzen Holzstäben von 0,297 m Länge vorgenommen, die 24 Stunden lang Temperaturen von 10°, 12° und 55° in mit Feuchtigkeit gesättigter Luft ausgesetzt waren; sie ergaben folgende Gewichtszunahmen:

Mit Paraffin getr.	Maulbeerbaumholz	bei ein. Temp.	-Abnahme	v.	55°	auf	12°	+0,8%
„ Oel „	„	„ „ „	-Zunahme	„	12°	„	55°	−1,5%
„ Paraffin „	Pappelholz	„ „ „	„	„	12°	„	55°	−1,4%
„ Oel „	„	„ „ „	-Abnahme	„	55°	„	12°	+1,6%
„ „ „	Weissbuchenholz	„ „ „	-Zunahme	„	10°	„	55°	−0,3%
„ „ „	desgl.	„ „ „	-Abnahme	„	55°	„	10°	+1,6%
„ „ „	Fichtenholz	„ „ „	-Zunahme	„	10°	„	55°	−0,8%
„ „ „	desgl.	„ „ „	-Abnahme	„	55°	„	10_0	+1,7%

In der angegebenen Abhandlung sind auch (S. 534) Diagramme konstruiert, zur Vergleichung des Einflusses der Feuchtigkeit, sowie der Temperatur auf gestrichene und auf rohe Latten, die jedoch wie die übrigen zahlreichen graphischen Darstellungen hier nicht wiedergegeben werden können. Hinzuweisen ist noch besonders auf die der Abhandlung angehängten Tafeln I bis VIII, in welchen die Verlängerung der Holzstäbe als Funktion der Temperatur und Feuchtigkeit — nach Art der Horizontalkurvenkonstruktion — für jede der untersuchten Holzart (in verschiedenen Zuständen) graphisch zur Anschauung gebracht worden ist. Diese Resultate zeigen gleichzeitig, dass trockenes, in kalter Luft gelegenes

Holz durch Erhitzen in sehr feuchter Luft eine Molekularveränderung und dauernde Deformation erleidet, ähnlich einem über die Elastizitätsgrenze hinaus beanspruchten Metall.

IV. Bestimmung der Feuchtigkeit in den untersuchten Holzstäben.

Wegen der genannten Schwierigkeiten gelang es nicht, mittelst des Gewichtes richtige Werte für die Feuchtigkeit der Stäbe zu erhalten. Man suchte diese deshalb, wie bei der Teilung des Hygrometers, durch Anwendung verschieden starker Schwefelsäurelösungen zu bestimmen. Wird nämlich in abgeschlossene Luft zuerst reines Wasser und nachher mehr und mehr konzentrierte Schwefelsäure gebracht, so nimmt die Spannung des Dampfes, der sich ursprünglich gebildet hatte, in dem Maasse ab, als die Konzentration der Schwefelsäurelösung zunimmt. Die von Regnault aufgestellten Tafeln geben für eine bestimmte Temperatur das Verhältnis der Spannung des Dampfes verschiedener Mischungen zur Spannung des reinen Wasserdampfes an, also die relative Feuchtigkeit einer abgeschlossenen Luft, in der sich eine wässerige Lösung von Schwefelsäure befindet, mit der jene Luft im Feuchtigkeitsgleichgewicht steht. Es wurde hiernach eine Kurve konstruiert, die für 15° Temperatur die relative Feuchtigkeit von Luft angiebt, die mit Dampf eines Gemisches von Schwefelsäure und Wasser von bestimmtem spezifischem Gewicht gesättigt ist. Für 4 Punkte dieser Kurve, die den relativen Feuchtigkeiten 100, 73, 21,5 und 3% entsprechen, wurden aus dem Diagramm die spezifischen Gewichte der Mischungen von Schwefelsäure und Wasser entnommen und

Tafel 2.

Tag der Beobachtungen	Seit dem Anfange der Untersuchungen verflossene Zeit.	Temperatur.	Feuchtigkeit.	Harzhaltiges Holz. Mittel aus vier Stäben. Im Naturzustande (Mittl. Länge 0,99960 m)	Gestrichen (Mittl. Länge 0,99976 m)	Geölt (Mittl. Länge 0,99974 m)	Harzfreies Holz. Mittel aus zehn Stäben. Im Naturzustande (Mittl. Länge 0,99903 m)	Gestrichen (Mittl. Länge 0,99923 m)	Geölt (Mittl. Länge 0,99912 m)
				+	+	+	+	+	+
	Tage	Grad	%	cmm	cmm	cmm	cmm	cmm	cmm
18. Okt. 1883	10	15	55	70	59	61	83	95	80
24. „ 1883	16	16	23	27	26	41	37	50	41
16. Nov. 1883	39	16	5	10	— 6	22	18	4	13
4. Dez. 1883	57	15	100	96	77	78	181	162	191
10. „ 1883	63	15	93	89	70	73	143	150	139
11. Jan. 1884	95	16	85	101	83	88	170	142	175
11. Feb. 1884	126	12	100	97	80	76	190	164	199

dieselben dann zur Untersuchung der Holzstäbe in dem früher genannten Kessel nacheinander angewandt, indem jedesmal die betreffende Mischung in das im untern Teile des Kessels befindliche Gefäss gebracht wurde. In der Lallemand'schen Abhandlung sind die Resultate dieser Untersuchung graphisch dargestellt. Die Diagramme geben das Gewicht und die Länge der Holzstäbe als Funktion des Feuchtigkeitsgrades für eine Temperatur in der Nähe von 15°. Wird aus den Werten für die harzhaltigen Hölzer das Mittel genommen und ebenso aus den für die harzfreien, so erhält man die in der vorstehenden Tafel 2 zusammengestellten Werte für die Veränderung der Länge.

Aus den genannten Diagrammen sind die folgenden Schlüsse gezogen worden.

V. Allgemeine Versuchsergebnisse.

I. Gewicht der Stäbe.

Bei sich gleich bleibender Feuchtigkeit haben Temperaturänderungen nur einen unwesentlichen Einfluss auf das Gewicht der Holzstäbe (vergl. Seite 4).

Bei zunehmender Feuchtigkeit, von der Trockenheit bis zur Sättigung der umgebenden Luft, ändert sich das Gewicht von Stäben desselben Holzes im Natur- wie im mit Oel getränkten Zustande annähernd in derselben Weise. Bei gestrichenen Holzstäben nimmt dieses Gewicht im Anfange schneller, später langsamer zu als bei anderen Stäben, so dass in mit Feuchtigkeit gesättigter Luft die gesamte Gewichtszunahme kleiner ist (vergl. Tab. S. 5). Zwischen den äussersten Feuchtigkeitsgrenzen nimmt das Gewicht des Weissbuchen-, Eschen- und Elsbeerbaumholzes im Naturzustande um 21 Prozent im Mittel zu, während alle anderen untersuchten Hölzer in demselben Zustande nur eine Zunahme um 15 Prozent zeigten. Für die im Freien angewandten Mess- und Nivellierlatten kann unter den gewöhnlichen Umständen (Feuchtigkeit 20 bis $75^0/_0$) die Gewichtsänderung der Feuchtigkeit proportional angenommen werden, da die Temperatur dieses Gewicht nicht wesentlich beeinflusst.

Vergleicht man die Zunahme des Gewichtes der Holzstäbe als Funktion der Feuchtigkeit der umgebenden Luft mit der entsprechenden Aenderung des Gewichtes der im Untersuchungskessel zum Trocknen der Luft angewandten Schwefelsäurelösung, so findet man, dass im Freien und in einem abgeschlossenen Luftraume Holzstäbe, ähnlich einer Mischung von Schwefelsäure und Wasser, solange Feuchtigkeit ausströmen lassen oder absorbieren, bis die Spannung des Wasserdampfes der umgebenden Luft gleich der Spannung desjenigen Dampfes ist, den der Holzstab, beziehungsweise die Schwefelsäurelösung ausströmen lässt.

II. Länge der Stäbe.

Die Längenänderung der Holzstäbe infolge der Temperaturänderung ist für dieselbe Holzart im natürlichen, gestrichenen und geölten Zustande annähernd dieselbe. Das Tränken mit heissem Oel scheint übrigens den Wärmeausdehnungskoeffizienten wesentlich herabzudrücken. Beim Gebrauch von Holzmaassstäben im Freien kann die Längenänderung der Aenderung der Temperatur (zwischen — 5^0 und + 45^0) proportional angenommen werden.

Für die Längenänderung eines Holzstabes durch die Feuchtigkeit ist die Richtung der Fasern von Wichtigkeit. Am kleinsten ist diese Aenderung, sobald die Fasern parallel der Längsrichtung des Stabes sind, wie man es bei hölzernen Maassstäben allgemein verlangt. Für geölte Holzstäbe und solche im Naturzustande ist bei derselben Holzart die Längenänderung infolge der Feuchtigkeit annähernd dieselbe, das Tränken mit Oel hat also, entgegen der bisherigen allgemeinen Annahme, nur einen sehr geringen Wert. Indess ist zwischen 20 und $75^0/_0$ Feuchtigkeit, abgesehen von Elsbeerbaumholz, die Längenänderung bei geölten Stäben ein wenig geringer als bei solchen im Naturzustande. Gestrichene Latten zeigen eine geringere Längenänderung infolge der Feuchtigkeit, als mit Oel getränkte und solche im Naturzustande. Für die meisten Holzarten kann die durch die Feuchtigkeit bewirkte Längenänderung (zwischen 15 und $95^0/_0$) der Feuchtigkeit proportional angenommen werden, was jedoch nicht für alle, namentlich nicht für die harzhaltigen Hölzer gilt. Von den untersuchten Holzarten zeigten die geringste Längenänderung infolge der Feuchtigkeit die harzhaltigen Hölzer, während bei Elsbeerbaumholz diese Aenderung am grössten war.

VI. Numerische Untersuchungsergebnisse.

Wird für die Umstände, unter welchen im Freien gemessen wird (zwischen 0 und 55^0 Lufttemperatur), die Längenausdehnung eines Holzstabes infolge der Feuchtigkeit bei sich gleich bleibender Temperatur und ebenso die Längenausdehnung infolge der Temperatur bei sich gleich bleibender Luftfeuchtigkeit als lineare Funktion vorausgesetzt, so ergeben sich die in den folgenden beiden Tafeln 3 und 4 zusammengestellten Ausdehnungskoefficienten. In der ersten Tafel ist die Wärmeausdehnung für die drei verschiedenen Feuchtigkeitszustände 6, 60 und $100^0/_0$ in Tausendstel-millimetern (Mikron) angegeben, während die zweite Tafel die Ausdehnung infolge der Feuchtigkeit angiebt, wenn diese zwischen 5 und $73\,^0/_0$ liegt und die Lufttemperatur annähernd 15^0 beträgt.

Aus der Tafel 3 geht hervor, dass harzhaltiges Holz infolge der Temderatur sich etwas weniger ausdehnt als harzfreies. Beide Holzarten sind aber bei einem mittleren Feuchtigkeitsgehalte der Luft (60%) weit empfindlicher gegen die Temperatur als bei trockener und bei mit Wasserdampf gesättigter Luft. Jedoch ist für den ersten Fall die Längenänderung der mit Oel getränkten Holzstäbe wesentlich geringer als der gestrichenen und derjenigen im Naturzustande.

Tafel 3.

Holzart.	Verlängerung eines Holzstabes von 1 m Länge für eine Temperaturzunahme um 1° (zwischen 0 und 55°)								
	im Naturzustande			gestrichen			mit Oel getränkt		
	bei einer relativen Luftfeuchtigkeit von								
	5%	60%	100%	5%	60%	100%	5%	60%	100%
	μ	μ	μ	μ	μ	μ	μ	μ	μ
Harzhaltiges Holz:									
Pitchpine tr.	2,8	8,4	1,5	5,6	9,8	4,0	4,4	7,2	1,2
Fichte halbtr.	5,8	8,1	4,0	6,2	8,3	5,8	6,4	8,3	4,1
Weisstanne „	3,5	10,6	2,9	4,8	11,4	5,2	5,6	6,0	4,8
Weisstanne tr.	4,6	13,4	5,4	5,2	14,6	4,6	4,5	6,4	5,4
Mittel	4,2	10,1	3,5	5,5	11,0	4,9	5,2	7,0	3,9
Harzfreies Holz:									
Tulpenbaum	5,2	12,0	3,0	4,6	12,4	4,0	4,8	10,8	5,4
Weissbuche	3,8	10,9	4,6	6,9	7,8	5,0	5,4	8,2	7,4
desgl.	5,4	12,8	5,8	6,7	8,2	5,8	7,4	13,0	5,7
Elsbeerbaum	4,0	7,8	1,6	8,6	6,9	4,8	9,1	14,8	?
Pappel	3,6	13,4	4,0	6,6	16,2	6,2	5,0	6,2	4,0
Mahagoni	4,0	14,4	3,4	4,8	11,8	5,3	5,4	6,6	5,4
Rotbuche	3,6	14,0	4,3	7,8	10,2	5,8	7,0	6,8	4,4
Buchsbaum	8,3	11,4	6,1	8,8	18,2	6,0	9,0	8,0	5,1
Teakholz	8,0	16,0	6,5	8,0	15,0	7,4	7,2	8,8	5,4
Esche	4,8	9,0	5,3	8,4	10,2	7,6	7,7	7,0	6,4
Mittel	5,1	12,2	4,5	7,1	11,7	5,8	6,8	9,0	5,5
Gesamtmittel	4,8	11,6	4,2	6,6	11,5	5,5	6,3	8,4	5,0

Tafel 4.

Holzart.	Verlängerung eines Holzstabes von 1 m Länge für eine Zunahme der relativen Feuchtigkeit um 1% (zwischen 5 und 73%)		
	im Naturzustande	gestrichen	mit Oel getränkt.
Harzhaltiges Holz	10 μ	6 μ	8 μ
Harzfreies Holz	18	12	17

VII. Anwendung der Resultate auf Holz, aus dem gewöhnlich die Nivellierlatten und die Längenmesslatten bestehen.

Da Nivellier- und Längenmesslatten gewöhnlich aus nahezu trockenem, mit Oelfarbe gestrichenem Nadelholz angefertigt werden, so können für solche als Wärmeausdehnungskoefficienten die Mittel aus der Tabelle 3 genommen werden, also

in trockener Luft (5 % Feuchtigkeit)	5,5 μ
in Luft von mittlerer Feuchtigkeit (60 %)	11 „
in mit Feuchtigkeit gesättigter Luft (100 %)	4,9 „

Dies würde innerhalb der Feuchtigkeitsgrenzen 20 und 95 %, wie beim Arbeiten im Freien, einen Mittelwert für den Wärmeausdehnungskoefficienten von 9 μ ergeben.

Hinsichtlich der Wirkung der Feuchtigkeit ist zu beachten, dass die Längenänderung eines Stabes aus harzhaltigem Holz nicht nur bei veränderlicher, sondern auch bei konstanter Temperatur der Feuchtigkeitsveränderung nicht proportional ist. Unter dem Einflusse einer zunehmenden Feuchtigkeit nimmt nämlich die Länge eines solchen Holzstabes nur bis zu einem gewissen Feuchtigkeitsgrade, der von der Temperatur abhängig ist, zu, nachher nimmt sie wieder ab. Diese Feuchtigkeitsgrenzen, bei welchen das Maximum der Verlängerung erreicht wird, sind:

95 % für eine Temperatur von 0^0
85 % „ „ „ „ $+ 20^0$
75 % „ „ „ „ $+ 50^0$.

Man kann deshalb für gestrichene Nivellierlatten aus Fichtenholz, die innerhalb der Temperaturgrenzen 0^0 und 40^0 im Felde gebraucht werden, annehmen, dass sie sich unter dem Einflusse der Feuchtigkeit nur wenig ändern, solange diese annähernd 85 % beträgt. Im Uebrigen folgt aus Tafel 4, unter Voraussetzung einer Temperatur von ungefähr 15^0, dass der Feuchtigkeitsausdehnungskoefficient — für Feuchtigkeitsverhältnisse wie beim Arbeiten im Freien — zu 6 μ angenommen werden kann.

Wärme und Feuchtigkeit können im Freien um 50^0, bezw. 75 % schwanken, so dass mit Anwendung der abgeleiteten Koefficienten das Lattenmeter sich ändern kann,

infolge der Wärme um $50 \cdot 0{,}009$ mm $= 0{,}45$ mm,
„ „ Feuchtigkeit „ $75 \cdot 0{,}006$ mm $= 0{,}45$ mm.

Im Allgemeinen ändern sich aber Wärme und relative Luftfeuchtigkeit nicht immer in demselben Sinne, weshalb die Summe der beiden extremen Werte gewöhnlich nicht erreicht wird.

Bei Latten, die im Jahre 1885 zum französischen Präzisionsnivellement angewandt wurden, betrug die Differenz zwischen dem am 2. Dezember erreichten Maximum und dem am 20. August erreichten Minimum des Lattenmeters gegen 0,45 mm.

Natürlich kann keine Rede davon sein, die hier ermittelten Ausdehnungskoefficienten zur Bestimmung des Lattenmeters während eines Nivellements wirklich anzuwenden, weil Wärme und Feuchtigkeit viel zu langsam auf die Latten einwirken.

Vielleicht bietet der Nickelstahl mit hohem ($36\frac{1}{2}\%$) Nickelgehalt seines äusserst geringen Wärmeausdehnungskoefficienten wegen in Zukunft ein Material für Nivellierlatten, die für die Praxis von den Mängeln der Holz- und Metallmaassstäbe ganz frei sind.

Petzold.

Zur barometrischen Höhenmessung.

Zu der unter dieser Überschrift in dieser Zeitschrift (1901, S. 545) aufgenommenen Notiz von Herrn Prof. Dr. Kunze in Tharandt möchte ich mir die Bemerkung erlauben, dass auf das dort angegebene Verfahren längst von anderer Seite aufmerksam gemacht ist. Z. B. heisst es in den Tafeln des von mir bearbeiteten Kapitels „Vermessungswesen" des Rheinhard'schen Kalenders für Strassen-, Wasserbau- und Kulturingenieure am Schluss der Barometertafeln schon seit vielen Jahren:

„Bei geogr. Breite ($50^0 \pm k^0$) sind die mit Hilfe der barometrischen Höhenstufen 2. oder die mit Hilfe der Rechnungshöhen 3. berechneten Höhen" (denen die Jordan'schen Annahmen : $\varphi = 50^0$, Mittelhöhe $= 500$ m, Dunstdruck 1% von b zu Grund liegen), „um $0{,}0k\ \%$ zu $\left\{\begin{matrix}\text{verkleinern}\\ \text{vergrössern}\end{matrix}\right\}$; bei Mittelhöhe von $(500 + k \,.\, 500)$ Meter sind die Höhen um $(0{,}015 \,.\, k)\ \%$ zu vergrössern. Der Feuchtigkeitsfaktor in der ursprünglichen Barometerformel ist, wenn d den Dunstdruck (in mm wenn b in mm) bedeutet, $\left(1 + \frac{3}{8}\frac{d}{b}\right)$".

Hier ist also genau das Kunze'sche Rechnungsverfahren angedeutet. Dass man $\varDelta\varphi$ nicht allzuweit von 50^0 aus ausdehnen darf, liegt auf der Hand, so dass es nicht gesagt zu werden brauchte; ebenso, dass bei Berücksichtigung der Höhe k auch negativ sein kann, so dass die berechneten Höhen zu verringern sind. Es bedurfte ferner als selbstverständlich nicht der Erwähnung, dass die zwei Korrektionen, falls sie merklich werden, nicht getrennt sondern zusammen angebracht werden; eine ähnliche Angabe wie für $\varDelta\varphi$ und $\varDelta H$ auch für $\varDelta d$ oder $\varDelta\,\frac{d}{b}$ zu machen, war endlich deshalb überflüssig, weil fast bei allen praktischen barometrischen Höhenmessungen doch keine Feuchtigkeitsbestimmungen möglich sind. Eben für den Fall aber, dass doch solche vorliegen, ist aus dem Text die Angabe des Feuchtigkeitsfaktors wiederholt.

Ich darf das Vorstehende vielleicht, selbstverständlich ohne irgendwelchen Prioritätsanspruch machen zu wollen, hier anführen. Gleichzeitig möchte ich aber noch etwas Hierhergehöriges zur Sprache bringen, den auch von Kunze benützten Ausdruck „Rohe Meereshöhen“.

Der von mir vorgeschlagene Ausdruck „barometrische Höhenstufe“ hat sich rasch Bahn gebrochen; dagegen ist für die zweite Art der Berechnung barometrisch gemessener Höhen mein Ersatzvorschlag: „Rechnungshöhen“ statt „rohe Meereshöhen“ wie es scheint so gut wie unbekannt geblieben, obgleich ich das Wort in dem genannten Kalenderabschnitt und sonst längst öffentlich gebraucht habe (zuerst öffentlich wohl in der Besprechung von Jordan's barometrischen Ergänzungstafeln [Barometrische Höhentafeln für Tiefland und für grosse Höhen, Hannover 1896] in Petermann's Geogr. Mitteilungen 1896, Lit. Bericht S. 70—71, Nr. 328).

Der Name „rohe Meereshöhen“ ist in der That abschreckend, ja geradezu unrichtig. Wenn ich z. B. an einem Punkt mit 250,0 m Meereshöhe, wo also der mittlere Barometerstand in ganz runder Zahl 740 mm beträgt, zum Zweck einer auf den Punkt sich stützenden Höhenmessung, zu einer Zeit, zu der der Luftdruck etwa 15 mm über Mittel liegt (so dass das Wetter voraussichtlich als der Messung günstig zu bezeichnen ist), die Ablesung 755,1 mm mache, so bekomme ich für diese Ablesung und bei z. B. $+ 15^0$ C Lufttemperatur aus der gewöhnlichen Tafel der „rohen Meereshöhen“ die Zahl 77,0 m. Nun kann man aber doch beim besten Willen diese Zahl 77,0 m nicht als „rohen“ Wert der Zahl 250 m bezeichnen! Wie soll überhaupt, so kann mit vollem Recht der nicht Eingeweihte fragen, die Differenz zweier „rohen“ Zahlen eine richtige, „genaue“ Zahl geben? Wozu also der Ausdruck „Rohe Meereshöhe“, da diese barometrischen Rechnungshöhen (Höhen über gemeinsamem Nullpunkt, wie ich vor 20 Jahren sagte, ist zu lang) mit der Meereshöhe doch gar nicht notwendig zu thun haben? Damit, dass man in dem Ausdruck

$$H_r = K \, . \, (C - log\, b)\, (1 + \frac{1}{273}\, t),$$

der für die Argumente b und t die „rohen Meereshöhen“ H_r liefert, $C = log\, 762$ annimmt (— und also in der That ungefähre Meereshöhen für den Fall erhält, dass man sich unter b die mittlern Barometerstände denkt, was aber an sich ganz unwesentlich ist, und woraus nicht gefolgert werden darf, dass der Ausdruck „genäherte Seehöhen“, den Schlebach vor einigen Jahren im Geometerkalender gebrauchte, etwa besser wäre; er ist in der That noch weniger richtig oder bezeichnend als rohe Meereshöhen —) ist doch rein konventionell; eine Tafel mit einem ganz beliebigen andern Wert von C würde für die Rechnung dasselbe leisten, nämlich in

$$H_{r''} - H_{r'},$$

wo dies die zwei Rechnungshöhen der Tafel sind, den gesuchten Höhenunterschied richtig liefern. Vogler z. B. hat eine ganz andere Zahl als 762 genommen (um die für hohe Luftdrücke b sonst entstehenden negativen Zahlen zu vermeiden); wenn auch er trotzdem noch von „rohen Meereshöhen" spricht, so ist dies in der That kaum zu billigen. Seine Höhen sind eigentlich für mittlere Luftdruckverhältnisse als noch rohere Meereshöhen denn die sonst üblichen zu bezeichnen, das aus ihnen sich ergebende Resultat, die Differenz zweier solchen Zahlen, ist aber nicht weniger richtig, als das aus den sonstigen „rohen Meereshöhen" sich herausstellende: das ist doch eine starke und mindestens überflüssige contradictio in adjecto.

Also, meiner Ansicht nach, fort mit dem irreführenden, ja als unrichtig zu bezeichnenden Ausdruck „rohe Meereshöhen", sagen wir dafür „barometrische Rechnungshöhen" oder „Rechnungshöhen".

Hammer.

Bücherschau.

Koll, O. Professor und Geh. Finanzrat. *Die Theorie der Beobachtungsfehler und die Methode der kleinsten Quadrate mit ihrer Anwendung auf die Geodäsie und die Wassermessungen.* 2. Auflage. XII + 323 + 31 S. Lex. = 8°. Berlin 1901. Julius Springer. Preis Mk. 10.

Mit Recht darf der Verfasser im Vorwort zu dieser zweiten, 7 Jahre nach der ersten erscheinenden Auflage seines Werkes darauf hinweisen, dass die 1. Auflage beim praktischen Gebrauch sich gut bewährt habe und dass demnach zu wesentlichen Aenderungen kein Grund vorhanden gewesen sei. Ich könnte so diese Anzeige sehr kurz fassen, möchte mir aber doch gestatten, mit einigen Bemerkungen näher auf die Punkte einzugehen, die der Verfasser im Vorwort selbst als Veränderungen der 1. Auflage gegenüber hervorhebt.

Dass die Beispiele zum grundlegenden I. Abschnitt, besonders zur Fortpflanzung der Fehler und Gewichte stark vermehrt sind, wird allgemein als zweckmässig anerkannt werden; denn diese an sich sehr einfachen Dinge, praktische Differentialrechnung, bei der nur die Teildifferentiale als Komponenten in besonderer Art, nämlich nach dem dem Pythagoräischen Lehrsatz entsprechenden quadratischen Gesetz zum Resultat zusammenzusetzen sind, können gar nicht genug eingeübt werden und die Anwendung von Zahlen für durchgerechnete Beispiele dabei ist sehr wichtig, schon zur Schärfung des geodätischen Urteils. Es wäre nun dabei gewiss auch ein Plätzchen für die Bemerkung zu erübrigen, wie viel hier in manchen Fällen diese Rechnung gewinnt, wenn man die zuerst gegebene Beziehung logarithmiert, bevor man differenziiert. Es ist dies kurz gesagt überall der Fall, wo diese Beziehung „Produktenbau“ hat, so dass eben die Logarithmierung die gegebene Form zunächst in eine Summe verwandelt.

Hat man z. B. den mittlern Fehler m_t von

$$t = \frac{x \cdot y \cdot z}{u \cdot w} = f(x, y, \ldots, w)$$

zu bestimmen, wenn die mittlern Fehler $m_x, m_y, \ldots m_w$ der von einander unabhängigen, aus Messungen hervorgegangenen Grössen $x, y \ldots w$ bekannt sind, so ist nach gewöhnlicher Rechnungsweise m_t zu ermitteln aus

$$m_t^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 \cdot m_x^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 \cdot m_y^2 + \ldots + \left(\frac{\partial f}{\partial \mu}\right)^2 \cdot m_w^2$$

also im vorliegenden Fall aus

$$m_t^2 = \left(\frac{yz}{uw}\right)^2 m_x^2 + \left(\frac{xz}{uw}\right)^2 m_y^2 + \left(\frac{xy}{uw}\right)^2 m_z^2 + \left(\frac{xyz}{u^2 w}\right)^2 m_u^2 + \left(\frac{xyz}{u\, w^2}\right)^2 m_w^2$$

wobei also die Bestimmung der Zahlenwerte der partiellen Differentialquotienten, wenn sie genügend nicht mit dem Rechenschieber geschehen kann, schon ziemlich wenig bequem ist.

Logarithmiert man dagegen zunächst, und bedeuten $m'_x, m'_y, \ldots m'_w$ und m'_t die unmittelbar mit Hilfe der Differenzen aus der Tafel der Zahlenlogarithmen zu entnehmenden Beträge, um die sich die L o g a r i t h m e n von x, y, z, u, w, t verändern, wenn x um m_x, y um $m_y, \ldots\ldots t$ um m_t verändert wird, so ist

$$m'^2_t = m'^2_x + m'^2_y + \ldots + m'^2_w,$$

$$m'_t = \sqrt{m'^2_x + \ldots + m'^2_w}$$

viel bequemer zu rechnen und es ist nur zum Schluss wieder mit Hilfe der Differenzen von m'_t auf m_t, mit Beachtung der Charakteristik von $\log t$, d. h. der Kommastellung in t, überzugehen.

Ebenso etwas allgemeiner: Bedeuten z. B. f, g, h, k Funktionen, deren L o g a r i t h m e n tabuliert sind und ist der mittlere Fehler m_t von

$$k(t) = f(x) \cdot g(y) \cdot h(z)$$

zu rechnen, wobei die mittlern Fehler m_x, m_y, m_z der von einander nicht abhängigen Grössen x, y, z bekannt sind, so logarithmiert man zunächst und hat dann, wenn wieder m'_x, m'_y, m'_z, m'_t die Veränderungen an den Logarithmen von $f(x)$, ... bedeuten, die eintreten, wenn x um m_x, y um m_y, ... t um m_t verändert wird, so braucht man sich um die unter Umständen zu unbequemer Rechnung Veranlassung gebende Differentiation überhaupt nicht zu kümmern, sondern bekommt sofort:

$$m'_t = \sqrt{m'^2_x + m'^2_y + m'^2_z}$$

wobei m'_x, ... unmittelbar in den Tafeln gegeben sind und ebenso der Uebergang von m'_t auf m_t unmittelbar aus den Tafeln des logarithmischen Funktionswerts von $k(t)$ sich ergiebt.

Ich darf vielleicht ein paar Zahlenbeispiele hersetzen:

1.) [Vgl. Koll S. 39/40 (mit $m_t = m_z = 0$)]. Aus einem Plan ist die Strecke zwischen den Punkten A und B zu 432 m abgemessen und als mittlerer Fehler dieser Strecke e sei $m_e = \pm 2$ m anzunehmen. Mit einem kleinen Höhenkreis ist in A der Höhenwinkel nach einem Zielzeichen in B (Höhe über B gleich der Höhe der Kippaxe über A) gemessen zu $+ 7^0 34'$ und der mittlere Fehler dieses Höhenwinkels sei $\pm 2'$. Was ist der Höhenunterschied h und mit welchem mittlern Fehler ist h bestimmt?

Es ist $h = e \,.\, tg\,\alpha$ zu setzen (Betrag von Erdkrümmung und Refraktion von wenig über 1 cm verschwinden jedenfalls gegen den zu erwartenden mittlern Fehler völlig) und also nach der gewöhnlichen Rechnung so zu rechnen:

$$m_h^2 = \left(\frac{\partial h}{\partial e}\right)^2 . \, m_e^2 + \left(\frac{\partial h}{\partial \alpha}\right)^2 . \, m_\alpha^2 = m_e^2 \,.\, tg^2\,\alpha + m_\alpha^2 \,.\, \frac{e^2}{cos^4\,\alpha},$$

wobei
$$m_\alpha = \frac{2'}{3438'} = \frac{1}{1719.}$$

Wenn man nicht den Rechenschieber anwendet, so sieht also die Durchführung der Rechnung so aus:

e	2 . 6355
$tg\,\alpha$	9 . 1233
h	1 . 7588

m_e	0 . 301
$tg\,\alpha$	9 . 123
$m_e\,tg\,\alpha$	9 . 424
$(\ )^2$	8 . 848

e	2 . 635
$E\,cos^2\,\alpha$	0 . 008
$E\,1719$	6 . 765
$\frac{e}{cos^2\,\alpha}\,m_\alpha$	9 . 408
$(\ )^2$	8 . 816

$h = 57{,}4 \pm 0{,}37$ Meter

(Ausrechnung von m_h s. unten).

$$m_e^2 \; tg^2\,\alpha = 0{,}0706$$
$$m_\alpha^2 \; \frac{e^2}{cos^4\,\alpha} = 0{,}0654$$
$$m_h^2 = 0{,}1360$$
$$m_h = \pm 0{,}37 \quad \text{Meter.}$$

Wendet man dagegen die oben angedeutete Rechnungsweise an, so sieht die Rechnung bei Anwendung 5stelliger Logarithmen (4stellige würden natürlich ebenfalls genügen, weshalb die Quadrate nur annähernd, im Kopf gerechnet sind) folgendermassen aus:

		Einh. d. 5. Dez.	Quadrate	
e	2 . 63548	± 200	40000	
$tg\,\alpha$	9 . 12332	± 193	37200	
h	1 . 75880	± 277	77200	$h = 57{,}39 \pm 0{,}37$ Meter.
		$=\sqrt{77200}$		

Hier kann man die Zahlen $\pm$ 200 und $\pm$ 193 (Einh. der 5. Stelle, um die sich *log e* und *log tg* α verändern mit Veränderung von 432 um ± 2 m und von $7^0\,34'$ um $\pm 2'$) ohne Benützung der in der Tafel angegebenen Differenzen sofort aus der Tafel selbst, d. h. durch einen Blick auf *log* 434 und 430 und auf *log tg* $7^0\,32'$ und $7^0\,36'$, entnehmen und nur zum Schluss, beim Uebergang von m'_h auf m_h muss man die Differenzen benützen: die an jener Stelle, 75880, sich folgenden Differenzen zweier Zahlen sind 8, 7, 8, 8, 7, 8, 7 und man wird demnach die Differenz gleich 7,6 zu wählen haben (ein Blick auf die Zahlen genügt); dasselbe erhält man auch mit dem 10fachen Tafelintervall, d. h. Blick auf die über und unter 880 stehenden Zahlen, die um 76 ($= 10 \times 7{,}6$) kleiner und grösser als 880 sind.

Man hat also, mit Rücksicht auf $log\, h = 1 \ldots.$, d. h. die Stellung des Kommas in h, den mittlern Fehler in h,

$$m_h = \pm \frac{277}{760} \text{ Meter } \frac{277}{7{,}6} \text{ cm} = 37 \text{ cm wie oben.}$$

2.) [Vgl. Koll, S. 42/43, mit etwas andrer Art derselben Daten.] In einem Dreieck ist eine Seite a fünfmal gemessen gleich rund 350 m mit dem mittlern Fehler von 4 mm pro Meter einmaliger Messung; es ist also $m_a = 4\sqrt{350} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}}$ mm $= \pm 33{,}5$ mm. Die Winkel β und γ an dieser Seite sind rund $52^0\,20'$ und $83^0\,0'$ und je mit dem mittlern Fehler $\frac{8''}{\sqrt{5}}$ $= \pm\, 3''6$ gemessen, so dass also der mittlere Fehler von $(\beta + \gamma)$ beträgt $\pm\, 3'',57\sqrt{2} = \pm\, 5'',06$.

Ist durch diese Messungen die Seite b mit einem mittlern Fehler $<$ 4 cm bestimmt?

Es ist

$$b = a\,\frac{sin\,\beta}{sin\,(\beta + \gamma)} \quad \text{oder}$$

$$log\, b = log\, a + log\, sin\, \beta + E\, log\, sin\, (\beta + \gamma)$$

und die folgende Rechnung bedarf nach dem Vorstehenden nur weniger Worte: es ist eine 5-stellige Tafel benützt, d. h. die m' sind in Einheiten der 5 . Dezimale genommen, bei *log a*, um die Zahl m'_a schärfer zu erhalten, die Differenz von $407-283=531-407=124$ statt der Tafeldifferenz 12 benützt, bei *log sin* $52^0\,20'$ die Differenz 97 für $10'$ statt 9 bis 10 für $1'$ (deshalb hier 600 im Nenner angesetzt), während zur Abwechslung bei *log cos* $45^0\,20'$ die Differenz durch Abzählen, 4mal 12 auf 15mal 13, zu 12,8 für $1'$ angesetzt ist. Bei der Schlussrechnung, Uebergang von $m'_b = \pm 3.9$ Einh. d. 5 . Dez. auf m_b ist, da die Differenz bei Mant. 595 nur 11 Einh. beträgt, die Zahl 11 wieder durch einen Blick auf die 10fache Differenz, d. h. die in einer Vertikalspalte sich folgenden Zahlen, sichergestellt.

		Einh. d. 5. St.	Quadrate.
$a \approx 350 \quad \pm 0{,}0335$	2 . 544	$\pm \frac{12{,}4}{3{,}35} = \pm 3{,}7$	13,7
$\beta \approx 52^0 20' \pm 3{,}''6$; *sin*	9 . 898	$\pm \frac{3{,}6}{600} . 97 = \pm 0{,}58$	0,3
$\beta + \gamma \approx 135^0 20' \pm 5{,}''1$; *Esin*	0 . 153	$\pm \frac{5{,}1}{60} . 12{,}8 = \pm 1{,}09$	1,2
b	2 . 595	$\sqrt{15{,}2} = \pm 3{,}9$	15,2

$$b \text{ rund } 394 \text{ Meter } \pm \frac{3{,}9}{11} \text{ Decimeter oder } \pm 3{,}5 \text{ cm.}$$

Man braucht in diesem Beispiel keine Zahl mehr zu schreiben, als hier geschehen ist; wie gering die von m_β und $m_{(\beta+\gamma)}$ herrührenden Beiträge zu m_b^2 im Vergleich mit der durch m_a verursachten Komponente sind, zeigt die obige Rechnung ebensogut wie die gewöhnliche direkte mit Benützung der Differentialquotienten.

Und um diese Differentialquotienten braucht man sich also in allen ähnlichen Fällen bei der hier angegebenen Rechnungsweise gar nicht zu kümmern, man braucht die Ausdrücke für sie nicht aufzustellen.

Weiter berichtet der Verfasser, dass er in geeigneten Fällen das Rechnungsverfahren auf die Anwendung der Rechenmaschine eingerichtet habe, da das Rechnen mit Logarithmen auch bei den geodätischen Rechnungen zweifellos in grossem Umfang durch das Maschinenrechnen werde verdrängt werden, indem dabei vor allem an Zeitaufwand gespart werde. Der Referent möchte dazu auch an dieser Stelle der Meinung Ausdruck geben, dass neuerdings die Leistungsfähigkeit des logarithmischen Rechnens dem Maschinenrechnen gegenüber vielfach unterschätzt wird, dass schon jetzt für manche Fälle die Rechnung mit der teuren Rechenmaschine vorgezogen wird, wo die Anwendung der billigen Logarithmentafel ebenso rasch und bequem zum Ziel führt und dass die weitgreifende Belobung der Rechenmaschine der Logarithmentafel gegenüber für jetzt auf die nicht sehr grosse Zahl der richtigen Fälle beschränkt und für andere Aufgaben auf die Zeit verschoben werden sollte, zu der uns an Stelle der heutigen Additionsmaschinen gute und billige wirkliche Multiplikationsmaschinen (oder für andere Aufgaben lieber gleich Determinantenmaschinen, die die Elemente einer Determinante einzustellen und den Wert der Determinante abzulesen gestatten) zur Verfügung stehen werden. Anfänge zu Multiplikationsmaschinen sind ja da, z. B. in der (meines Wissens leider immer noch nicht im Handel erschienenen Selling'schen Maschine und der (für allgemeine Verbreitung aber noch viel zu teuren) Steiger-Egli'schen Maschine.

Diese Hervorhebung des Nutzens der Rechenmaschine hätte der Referent gerne ergänzt, z. T. ersetzt gesehen durch Hervorhebung der Vorteile, die die Anwendung des einfachen Rechenschiebers zur Durchführung aller Zahlenrechnung von Anfang bis zum Schluss bei der Ausgleichung in fast allen Aufgaben der niedern Geodäsie gewährt. Man muss es entschieden als eines der grössten Verdienste Jordans bezeichnen, hierauf nachdrücklich hingewiesen zu haben, denn für eine ganze Reihe von Aufgaben der niedern Geodäsie darf man sagen, dass die Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate auf sie sich erst verlohnt, wenn die ganze Ausgleichung mit dem Rechenschieber durchgeführt wird. Boys hatte neulich ganz recht zu sagen, dass für viele Fälle der gewöhnliche Rechenschieber durch keine Rechenmaschine irgend welcher Art zu ersetzen sei. Wie bei aller praktischen Zahlenrechnung überhaupt, so ist auch ganz besonders in der Geodäsie au der notwendigen Verschiedenartigkeit der Hilfsmittel für verschiedene Zwecke festzuhalten und weitgehende Uniformität der Rechnung nicht als stets förderlich anzusehen.

Schliesslich noch einige Bemerkungen zur Begründung des Prinzips $[v\,v] = min.$ als Grundsatz für die Verbesserungen der Beobachtungen zum Zweck ihrer Verträglichmachung unter einander. Da der Verfasser von der Wahrscheinlichkeitslehre und der Exponentialfunktion für die Wahrscheinlichkeit eines Beobachtungsfehlers ausgeht, so hätte vielleicht noch der Beweis Aufnahme verdient, den D'Ocagne unlängst für den oben mehrfach erwähnten Hauptsatz der Fehlerfortpflanzung angegeben hat Der Verfasser sagt ferner, er sei in der 2. Auflage seines Buchs auch im Fall der direkten Beobachtung einer zu bestimmenden Grösse nicht vom arithmetischen Mittel als gegebenem Satz ausgegangen, sondern habe auch hier wie in allen andern Fällen aus der Forderung $[v\,v] = min.$ das Resultat hergeleitet. Nun, eine Willkür bleibt bekanntlich bei der Begründung der Methode der kleinsten Quadrate stets, und die Willkür ist nicht einmal gross, wenn man, ohne Wahrscheinlichkeitsrechnung, das arithmetische Mittel an die Spitze stellt, zeigt, dass dies mit der Forderung $[v\,v] = min.$ gleichbedeutend ist und sodann diese Forderung auch für die folgenden Aufgaben beibehält. Man dürfte wohl auch hier die Erinnerung an die Analogien aus der Mechanik wachrufen, die auch die hauptsächlichsten

Mitbegründer der Methode der kleinsten Quadrate, Lambert, Legendre, Adrain u. a. nicht verschmäht haben. In der That, wenn man Jemand fragt: ein unbekannter Punkt in dieser Ebene soll aus n Beobachtungen des Punkts bestimmt werden und die hier gezeichneten Punkte entsprechen diesen Beobachtungen, wo ist der Punkt anzunehmen? Oder wenn man ihm die ganz ebenso zu fassende Aufgabe im Raum vorlegt: er wird ebensowenig zögern zu sagen: im Schwerpunkt des Punktsystems, wie er im Fall gleichwertiger, direkter Beobachtungen einer zu bestimmenden Grösse ohne Besinnen auf das arithmetische Mittel verfällt; er wird sich vielleicht erst nachher daran erinnern, oder wird erst durch besondern Beweis daran erinnert werden müssen, dass er in allen drei Fällen die Anforderung $[v\,v] = min.$ ausgesprochen hat, wenn im letzten die Abweichungen der einzelnen Messungen von ihrem Durchschnitt, in den beiden ersten Fällen die Abstände der zu wählenden Punkte von den einzelnen Beobachtungspunkten mit v_1, v_2 . . . . bezeichnet werden. Er wird dann auch nichts dagegen haben, wenn auch im Fall von vier Unbekannten, die aus vermittelnden Messungen gesucht werden, dieselbe Anforderung gestellt wird und wenn sie auch den „bedingten Beobachtungen“ als Richtschnur der „Ausgleichung“ dient. Damit möchte ich die Notwendigkeit schärferer Beweisführung, soweit sie eben möglich ist, keineswegs leugnen; aber sie kann nachfolgen und man sollte sich meiner Ansicht nach für den Anfänger die Anschaulichkeit der mechanischen Analogie nicht entgehen lassen.

Dass das Koll'sche Buch über die Ausgleichungsrechnungen der Geodäsie eines der besten und vollständigsten Werke über die Sache ist, die wir haben, ist bereits für die erste Auflage wohl von allen Seiten anerkannt; dass der Druck sehr übersichtlich ist (hier eine Hauptsache) ist von der ersten Auflage her bekannt, auch die Korrektheit lässt nichts zu wünschen übrig.

Hammer.

Die in Preussen festgesetzten Gebühren für die Ausführung von Fortschreibungsvermessungen und ihre Wirkungen.

Die amtlichen Messungen, die bei Teilungen von Grundstücken zum Zwecke der gerichtlichen Auflassung erforderlich sind, werden wohl in erster Linie von den Königl. Katasterämtern ausgeführt. In Gegenden jedoch, wo viele Parzellierungen vorkommen und die Katasterämter mit Arbeiten überhäuft sind, wird auch eine ganz bedeutende Zahl dieser Messungen von den öffentlich angestellten gewerbetreibenden Landmessern bewirkt. Die Kosten, die die Grundeigentümer für diese Arbeiten, die durch das Katasteramt ausgeführt werden, zu zahlen haben, richten sich nach dem Gebührentarif vom 21. Februar 1898. Diese Gebühren sind jedoch, wie die meisten der verehrten Leser aus früheren Abhandlungen oder durch die Kenntnis des Tarifes selbst wissen, so niedrig, und stehen soweit hinter den vom Staate aufgewendeten Mitteln zurück, dass hierdurch einmal das Ansehen der Katasterbeamten geschädigt, vor allem aber die Existenz der gewerbetreibenden Landmesser gefährdet wird. Zunächst drängt sich uns bei der Besprechung dieser Angelegenheit die Erwägung auf: Der Staat wird wohl ein gewisses Interesse an der Ausführung dieser Arbeiten haben und ist mithin nicht nur berechtigt, sondern sogar verpflichtet, die Gebühren um soviel gegen seine eigenen Aufwendungen herabzusetzen, als allgemeine Zwecke dabei gefördert werden. Unzweifelhaft sind ein Teil der hier fraglichen Arbeiten von allgemeinem Interesse, jedoch wiederum sehr viele von ihnen vom volkswirtschaftlichen Standpunkte aus geradezu verwerflich. Betrachten wir den ursächlichen Anlass dieser Teilungsmessungen, so sind es in erster Linie die Neubauten von Verkehrsstrassen u. s. w., sodann der Handel mit Grundstücken und schliesslich die Teilungen, die infolge von Erbschaften, Konkursen u. s. w. erforderlich werden. (Die Messungen bei der Ausführung von Gemeinheitsteilungen und diejenigen für das staatliche Ansiedelungswesen sind ja besondern Behörden übertragen und gehören mithin nicht in den Rahmen dieser Besprechung.) Bei dem ersten Punkte, bei der Anlage von Verkehrsstrassen, ist entschieden ein allgemeines Interesse vorhanden, und liese sich allenfalls eine möglichst billige Beschaffung der Auflassungsunterlagen rechtfertigen; jedoch kann man von den meist leistungsfähigen Unternehmern bei ihren fast stets rentablen Unternehmungen wohl ohne grosse Härte auch verlangen, dass im Verhältnis zu den bautechnischen auch die vermessungstechnischen Arbeiten genügend bezahlt werden, und es liegt mithin für den Staat in den meisten Fällen gar kein Grund vor, die letztgenannten Arbeiten entsprechend billiger zu liefern. Anders liegen nun die Verhältnisse beim zweiten Punkte. Dass an dem Gewerbe der Grundstücksmakler in den Industriegegenden und den grösseren Städten die Allgemeinheit kein Interesse hat, braucht man wohl nicht besonders auseinanderzusetzen, dass aber anderseits in den Güterschlächtereien, wie sie namentlich im Osten unseres Vaterlandes betrieben werden, ein für unsere Landwirtschaft und unsern Bauernstand geradezu gemeingefährliches Gewerbe getrieben wird, dürfte wohl ebenso bekannt sein. Unverständlich ist jedoch, wie der Staat durch einen viel zu billigen Gebührentarif diesem edlen Gewerbe noch Beihülfe leisten kann. Im dritten Punkte bei Erbschaften, Konkursen u. s. w. könnte es vielleicht angezeigt erscheinen, dass der Staat bei der Regelung dieser Angelegenheiten eine gewisse Beihülfe leistet. Betrachtet man jedoch zunächst hierbei die Vermessungsgebühren im Verhältnis zu den entstehenden Gerichtskosten, so kommen wir zu dem Resultat, dass die ersteren verhältnismässig entschieden zu niedrig sind. Anderseits hat in all diesen Fällen auch die Teilung der Grundstücke, die in manchen Gegenden geradezu eine Krankheit geworden ist, einen volkswirtschaftlichen Nachteil, denn einmal da, wo bereits eine Zusammenlegung der Grundstücke vorhanden ist, zerstört sie dieses mit vieler Mühe und grossen Kosten gewordene Kulturwerk und weiter steigert sie sich in allen andern Gegenden soweit, dass eine grosse Anzahl Parzellen landwirtschaftlich kaum noch rentabel zu bewirtschaften ist. Wir kommen somit zu dem Endziel, dass der Staat, da er wenig oder gar kein Interesse an dem Zustandekommen solcher Fortschreibungsvermessungen hat, auch nicht veranlasst sein kann, diese Arbeiten durch seine Organe zu einem unter den erforderlichen Aufwendungen stehenden Preise ausführen zu lassen. Es ist daher zu wünschen, dass dieser Tarif, sowohl im Interesse der Katasterbeamten, als namentlich der gewerbetreibenden öffentlich angestellten Landmesser, bald möglichst abgeändert wird. Vor allem aber liegt das im Interesse der letzteren, die durch den jetzt bestehenden Tarif in einer geradezu drückenden Art und Weise von demselben Staate empfindlichst geschädigt werden, der doch auf der andern Seite von ihnen eine mit grossen Kosten verbundene Ausbildung u. s. w. verlangt. Dann aber auch haben die Katasterbeamten an der Umgestaltung ein grosses Interesse. Die Grundbesitzer halten selbstredend die für die Messung gezahlte Gebühr für eine der Leistung gleichwertige Bezahlung der Beamten. Welchen Eindruck es z. B. für einen Grundeigentümer macht, wenn er sich den Katasterkontroleur vielleicht meilenweit von seinem Wohnsitz kommen lässt, dieser für ihn eine Messung, die unter Umständen einen ganzen Tag in Anspruch nimmt, ausführt, und er dann 2—3 Mark dafür bezahlt, das braucht man wohl nicht weiter zu erörtern. Deshalb müssen auch diese Beamten zur Hebung ihres Ansehens in ihrem Kreise ebenfalls dahin wirken, dass der jetzige Gebührentarif fällt. Vielleicht werden einflussreiche Personen durch die vorstehenden Zeilen veranlasst, bei dem Herrn Finanzminister für eine baldige Umgestaltung der Gebühren ihren Einfluss geltend zu machen.*)

E.

*) Den im Deutschen Geometerverein wiederholt laut gewordenen Anschauungen und Wünschen würde es allerdings am meisten entsprechen, wenn alle Messungsgeschäfte der hier fraglichen Art von staatlich angestellten und bezahlten Organen ausgeführt würden. In diesem Falle könnte es dann auch kaum erheblichen Bedenken unterliegen, wenn die Staatsregierung zur Erleichterung der Grundeigentümer den Gebührentarif möglichst niedrig stellt. Solange es aber in einzelnen deutschen Staaten zulässig und notwendig bleibt, dass diese Arbeiten auch von verpflichteten, aber keinerlei Gehalt beziehenden Landmessern vollzogen werden, dürften diese billigerweise fordern können, dass ihnen durch die Tarifsätze eine ihrer Ausbildung, ihrer Mühewaltung und ihrem Dienstesaufwand entsprechende Entlohnung gewährt wird. Sts.

Vereinsangelegenheiten.

Die **23. Hauptversammlung** des Deutschen Geometer-Vereins wird infolge einer Einladung des Herrn Oberbürgermeisters der Stadt Düsseldorf in der Zeit vom 20.—23. Juli d. J. zu

Düsseldorf

abgehalten werden.

Etwaige Anträge für die Tagesordnung bitten wir möglichst bald — spätestens bis zum 15. Mai d. J. — an den unterzeichneten Vorsitzenden richten zu wollen.

Altenburg, im März 1902.

Die Vorstandschaft des Deutschen Geometer-Vereins:
L. Winckel.

Anschliessend an vorstehende Mitteilung geben wir bekannt, dass sich zur Vorbereitung der Hauptversammlung in Düsseldorf ein Orts-Ausschuss gebildet hat, dessen Gliederung und Zusammensetzung folgende ist:

I. Geschäftsführender Ausschuss: Obergeometer Walraff, Steuerrat Eickenbrock, Vermess.-Inspektor Spilker, als Vorsitzende;
Als Schriftführer: Landmesser Peters u. Landmesser Glöckner.

II. Finanz-Ausschuss: Steuerinspektor Cremer, Vorsitzender; Oberlandmesser Thomas, Landmesser Schultze.

III. Festordnungs- und Vergnügungs-Ausschuss: Oberlandmesser Diefenhardt, Vorsitzender; Landmesser Kremer, Mertins, Pohlig, Gramm, Berg, Herde, Hause, Nietmann, Bartels.

IV. Wohnungs- und Empfangs-Ausschuss: Steuer-Inspektor Herz, Vorsitzender; Oberlandmesser Ramann, Steuer-Inspektor Sennefelder, Landmesser Mühlbach, Blenke, Albrecht, Heinsohn, Hüffermann, Burbach.

Von einer Ausstellung auf der Versammlung ist mit Rücksicht auf die in diesem Jahre zu Düsseldorf stattfindende Industrie-, Gewerbe- und Kunst-Ausstellung, für deren Besuch die Zeit so reichlich wie möglich bemessen werden wird, abgesehen worden.

Die Stadtverordneten-Versammlung hat in ihrer letzten Sitzung beschlossen, für die Teilnehmer an der Hauptversammlung ein Fest zu veranstalten und hiefür einen Betrag von Mk. 4000.— zur Verfügung zu stellen.

Düsseldorf, im März 1902.

Der Orts-Ausschuss für die Vorbereitung der 23. Hauptversammlung des Deutschen Geometer-Vereins:
Walraff.

Inhalt.

Verlag von Konrad Wittwer in Stuttgart. — Druck von Carl Hammer in Stuttgart.