

# ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN

Organ des Deutschen Geometervereins

Herausgegeben von

C. Steppes,

und

Dr. O. Eggert,

Regierungs- u. Obersteuerrat a. D.  
München O. 8, Weissenburgstr. 9/2.

Professor a. d. Kgl. Techn. Hochschule  
Danzig-Langfuhr, Hermannshöfer Weg 6.

Heft 19.

1913.

1. Juli.

Band XLII.

Der Abdruck von Original-Artikeln ohne vorher eingeholte Erlaubnis der Schriftleitung ist untersagt.

## Theorie und Anwendung der Drehwage von Eötvös.

(Schluss von Seite 483.)

Ermittlung der Krümmung der Niveaufläche.

Wenn in einem Punkte  $P_0$ , den wir als Nullpunkt eines Koordinatensystems annehmen, das Potential der Schwerkraft den Wert  $W_0$  hat, so ist für einen in der Nähe liegenden Punkt mit den Koordinaten  $x, y, z$  unter Voraussetzung stetigen Verlaufs des Potentials

$$\begin{aligned}
 W = W_0 + & \left( \frac{\partial W}{\partial x} \right)_0 x + \left( \frac{\partial W}{\partial y} \right)_0 y + \left( \frac{\partial W}{\partial z} \right)_0 z \\
 & + \frac{1}{2} \left\{ \left( \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right)_0 x^2 + \left( \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right)_0 y^2 + \left( \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} \right)_0 z^2 \right\} \\
 & + \left( \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} \right)_0 xy + \left( \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial z} \right)_0 xz + \left( \frac{\partial^2 W}{\partial y \partial z} \right)_0 yz + \dots
 \end{aligned}$$

Für die durch den Punkt  $P_0$  gehende Niveaufläche ist  $W = W_0$ , infolgedessen ist die Gleichung dieser Niveaufläche

$$\left. \begin{aligned}
 0 = & \left( \frac{\partial W}{\partial x} \right)_0 x + \left( \frac{\partial W}{\partial y} \right)_0 y + \left( \frac{\partial W}{\partial z} \right)_0 z \\
 & + \frac{1}{2} \left\{ \left( \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right)_0 x^2 + \left( \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right)_0 y^2 + \left( \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} \right)_0 z^2 \right\} \\
 & + \left( \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} \right)_0 xy + \left( \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial z} \right)_0 xz + \left( \frac{\partial^2 W}{\partial y \partial z} \right)_0 yz + \dots
 \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

Bisher wurde die Lage des Koordinatensystems beliebig angenommen. Legen wir nun die  $z$ -Achse in die Lotrichtung des Punktes  $P_0$ , die positive Richtung nach unten, so ist die  $xy$ -Ebene die Tangentialebene der Niveaufläche und es ist

$$\left( \frac{\partial W}{\partial x} \right)_0 = 0 \quad \left( \frac{\partial W}{\partial y} \right)_0 = 0 \quad \left( \frac{\partial W}{\partial z} \right)_0 = g_0, \quad (21)$$

also geht die Gleichung der Niveaufläche über in

$$z = -\frac{1}{2g_0} \left\{ \left( \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right) x^2 + \left( \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right) y^2 + \left( \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} \right) z^2 \right\} \\ - \frac{1}{g_0} \left\{ \left( \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} \right)_0 xy + \left( \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial z} \right)_0 xz + \left( \frac{\partial^2 W}{\partial y \partial z} \right)_0 yz \right\} + \dots$$

Hierin tritt auf der rechten Seite noch die Grösse  $z$  auf. Eliminieren wir diese durch successive Annäherung, wobei wir uns auf die Glieder zweiter Ordnung beschränken, so erhalten wir

$$z = -\frac{1}{2g_0} \left\{ \left( \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right)_0 x^2 + \left( \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right)_0 y^2 + 2 \left( \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} \right)_0 xy \right\} + \dots \quad (22)$$

Hierauf gehen wir dazu über, die Krümmung dieser Niveaufläche zu untersuchen. Mit einfachen Bezeichnungen ist die Gleichung der Niveaufläche

$$z = -a (rx^2 + ty^2 + 2sxy). \quad (23)$$

Um die Krümmung für einen durch  $P_0$  gehenden Vertikalschnitt zu ermitteln, der mit der  $x$ -Achse den Winkel  $\lambda$  bildet, transformieren wir die Koordinaten  $x$  und  $y$ , indem wir ein neues, in derselben Ebene liegendes System  $\xi \eta$  einführen, das mit dem System  $xy$  den Winkel  $\lambda$  einschliesst. Es ist dann

$$x = \xi \cos \lambda - \eta \sin \lambda \\ y = \xi \sin \lambda + \eta \cos \lambda.$$

Der Vertikalschnitt mit dem Richtungswinkel  $\lambda$  fällt in die Richtung der  $\xi$ -Achse; wir haben somit  $\eta = 0$  zu setzen und erhalten als Gleichung dieses Vertikalschnittes

$$z = -a (r \xi^2 \cos^2 \lambda + t \xi^2 \sin^2 \lambda + 2s \xi^2 \sin \lambda \cos \lambda). \quad (24)$$

Ist  $\rho$  der Krümmungsradius dieser Kurve, so haben wir hierfür die Gleichung

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d^2 z}{d \xi^2},$$

also ist 
$$\frac{1}{\rho} = -2a (r \cos^2 \lambda + t \sin^2 \lambda + 2s \sin \lambda \cos \lambda), \quad (25)$$

und dieser Ausdruck erhält seinen grössten bzw. kleinsten Wert, wenn

$$\text{tang } 2\lambda = \frac{2s}{r-t}$$

oder

$$\text{tang } 2\lambda = \frac{2 \left( \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} \right)_0}{\left( \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right)_0 - \left( \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right)_0}. \quad (26)$$

Durch Einsetzen dieses Wertes in (25) könnten wir auch die beiden Hauptkrümmungsradien  $\rho_1$  und  $\rho_2$  der Niveaufläche finden, indessen wollen wir zunächst die Krümmungsradien für die der  $x$ - und der  $y$ -Achse entsprechenden Normalebene suchen.

Für  $\lambda = 0$  erhalten wir

$$\frac{1}{\rho_x} = -2ar = -\frac{1}{g_0} \left( \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right)_0$$

und für  $\lambda = 90^\circ$

$$\frac{1}{\varrho_y} = -2 a t = -\frac{1}{g_0} \left( \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right)_0.$$

Hieraus können wir leicht die beiden Hauptkrümmungsradien bestimmen, indem wir den Eulerschen Satz benutzen. Es ist dann

$$\frac{1}{\varrho_x} = \frac{1}{\varrho_1} \cos^2 \lambda + \frac{1}{\varrho_2} \sin^2 \lambda$$

$$\frac{1}{\varrho_y} = \frac{1}{\varrho_1} \sin^2 \lambda + \frac{1}{\varrho_2} \cos^2 \lambda,$$

also

$$\frac{1}{\varrho_x} - \frac{1}{\varrho_y} = \left( \frac{1}{\varrho_1} - \frac{1}{\varrho_2} \right) \cos^2 \lambda$$

oder

$$\frac{1}{\varrho_1} - \frac{1}{\varrho_2} = -\frac{1}{g_0} \left\{ \left( \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right)_0 - \left( \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right)_0 \right\} \frac{1}{\cos 2\lambda}. \quad (27)$$

Die mittels der Drehwage gefundenen Grössen genügen somit, um für einen Punkt der Erdoberfläche die Richtungen der Hauptkrümmung und die Differenz der reziproken Hauptkrümmungsradien der durch den Punkt hindurchgehenden Niveaufäche zu bestimmen.

#### Bestimmung von Lotabweichungen.

Eine zweite wichtige Anwendung findet die Drehwage zur Bestimmung der Lotabweichungskomponenten.

Wir behandeln zuerst die Transformation der mit der Drehwage gefundenen Grössen auf eine andere Richtung der  $x$ - und der  $y$ -Achse. Schliessen die Achsen des neuen Systems mit denen des alten Systems den Winkel  $\alpha$  ein und bezeichnen wir die Koordinaten im neuen System mit  $x'$  und  $y'$ , so ist

$$\left. \begin{aligned} x &= x' \cos \alpha - y' \sin \alpha \\ y &= x' \sin \alpha + y' \cos \alpha, \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

während  $z = z'$  bleibt.

Da das Potential  $W$  eine Funktion von  $x$ ,  $y$  und  $z$  ist,  $x$  und  $y$  aber nach (28) Funktionen von  $x'$  und  $y'$  sind, so erhalten wir

$$\frac{\partial W}{\partial x'} = \frac{\partial W}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial x'} + \frac{\partial W}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial x'} \quad \text{und} \quad \frac{\partial W}{\partial y'} = \frac{\partial W}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial y'} + \frac{\partial W}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial y'}$$

oder nach (10)

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial W}{\partial x'} &= \frac{\partial W}{\partial x} \cos \alpha + \frac{\partial W}{\partial y} \sin \alpha \\ \frac{\partial W}{\partial y'} &= -\frac{\partial W}{\partial x} \sin \alpha + \frac{\partial W}{\partial y} \cos \alpha. \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

Indem wir nun zu den zweiten Differentialquotienten übergehen, haben wir

$$\frac{\partial^2 W}{\partial x'^2} = \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial W}{\partial x'} \frac{\partial x}{\partial x'} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial W}{\partial x'} \frac{\partial y}{\partial x'}$$

und mit den Gleichungen (29) und (28)

$$\frac{\partial^2 W}{\partial x'^2} = \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \cos^2 \alpha + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \sin^2 \alpha + \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} \sin 2\alpha. \quad (30)$$

Ebenso erhält man aus der Gleichung

$$\frac{\partial^2 W}{\partial y'^2} = \frac{\partial}{\partial y'} \frac{\partial W}{\partial y'} \frac{\partial x}{\partial y'} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial W}{\partial y'} \frac{\partial y}{\partial y'}$$

die weitere Beziehung

$$\frac{\partial^2 W}{\partial y'^2} = \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \sin^2 \alpha + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \cos^2 \alpha - \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} \sin 2\alpha. \quad (31)$$

Somit wird nach (30) und (31)

$$\frac{\partial^2 W}{\partial y'^2} - \frac{\partial^2 W}{\partial x'^2} = \left( \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right) \cos 2\alpha - \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} 2 \sin 2\alpha. \quad (32)$$

Hiermit kann die erste der mit der Drehwage gefundenen Grössen auf eine neue Richtung der  $x$ - und der  $y$ -Achse transformiert werden.

Ferner bestimmen wir noch

$$\frac{\partial^2 W}{\partial x' \partial y'} = \frac{\partial}{\partial x'} \frac{\partial W}{\partial x'} \frac{\partial x}{\partial y'} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial W}{\partial x'} \frac{\partial y}{\partial y'}$$

wofür wir wieder mit Benutzung der Gleichungen (29) und (28) erhalten

$$\frac{\partial^2 W}{\partial x' \partial y'} = \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} \cos 2\alpha + \left( \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right) \frac{1}{2} \sin 2\alpha. \quad (33)$$

Da die  $z$ -Achse in beiden Systemen dieselbe ist, so können wir aus (29) noch unmittelbar angeben:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 W}{\partial x' \partial z'} &= \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial z} \cos \alpha + \frac{\partial^2 W}{\partial y \partial z} \sin \alpha \\ \frac{\partial^2 W}{\partial y' \partial z'} &= -\frac{\partial^2 W}{\partial x \partial z} \sin \alpha + \frac{\partial^2 W}{\partial y \partial z} \cos \alpha. \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

Indem wir nun ein Referenzellipsoid einführen, wollen wir annehmen, dass dieses Ellipsoid nur wenig von der bisher betrachteten Niveaufläche abweicht, und dass infolgedessen die mit der Drehwage gefundenen Grössen auch für das Ellipsoid gelten. Wir wollen auch das Koordinatensystem von jetzt ab auf das Ellipsoid beziehen, dessen Normale mit der  $z$ -Achse zusammenfallen soll, während die  $x$ -Achse in der Nord-Südrichtung liegen soll.

In Fig. 5 ist ein Vertikalschnitt durch die  $z$ -Achse in der Nord-Südrichtung dargestellt, so dass  $\xi$  die meridionale Komponente der Lotabweichung bezeichnet. Geben  $g$  und  $g_x$  die Schwerkraft und ihre meridionale Komponente an, so ist nach Fig. 5

sin  $\xi = -\frac{g_x}{g}$ .

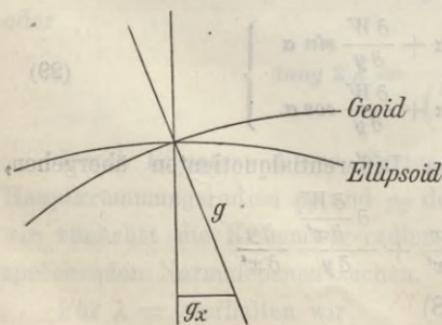


Fig. 5.

Ebenso haben wir für die Ost-Westkomponente  $\eta$  der Lotabweichung den Wert

$$\sin \eta = -\frac{g_y}{g}.$$

Für  $g_x$  und  $g_y$  haben wir nach (3a) die Werte

$$g_x = \frac{\partial W}{\partial x} \quad g_y = \frac{\partial W}{\partial y},$$

und da wir statt  $\sin \xi$  und  $\sin \eta$  auch  $\xi$  und  $\eta$  setzen können, so ist

$$\xi = -\frac{1}{g} \frac{\partial W}{\partial x} \quad \eta = -\frac{1}{g} \frac{\partial W}{\partial y}. \quad (35)$$

Wir wollen nun annehmen, dass die Messungen mit der Drehwage in einer grösseren Anzahl von Punkten in kleinen Abständen stattgefunden haben. Zunächst betrachten wir zwei dieser Punkte  $P_1$  und  $P_2$  und führen ausser dem ursprünglichen Koordinatensystem  $xy$  ein zweites  $x'y'$  ein, dessen  $x'$ -Achse in die Richtung  $P_1P_2$  fällt. Mit Hilfe der Gl. (33) können wir dann aus den Messungen in  $P_1$  und  $P_2$  die Grössen

$$\left( \frac{\partial^2 W}{\partial x' \partial y'} \right)_1 \quad \text{und} \quad \left( \frac{\partial^2 W}{\partial x' \partial y'} \right)_2 \quad (36)$$

berechnen.

Es ist nun

$$\int_{x'_1}^{x'_2} \frac{\partial^2 W}{\partial x' \partial y'} dx' = \int_{x'_1}^{x'_2} \frac{\partial}{\partial x'} \frac{\partial W}{\partial y'} dx' = \left( \frac{\partial W}{\partial y'} \right)_2 - \left( \frac{\partial W}{\partial y'} \right)_1.$$

Wenn aber der Abstand der beiden Punkte so gering ist, dass die Aenderung der Grösse  $\frac{\partial^2 W}{\partial x' \partial y'}$  von einem Punkte zum andern gleichmässig erfolgt, so ist andererseits

$$\int_{x'_1}^{x'_2} \frac{\partial^2 W}{\partial x' \partial y'} dx' = \frac{1}{2} \left\{ \left( \frac{\partial^2 W}{\partial x' \partial y'} \right)_1 + \left( \frac{\partial^2 W}{\partial x' \partial y'} \right)_2 \right\} (x'_2 - x'_1).$$

Bezeichnen wir den Punktabstand  $x'_2 - x'_1$  mit  $s_{1,2}$  und den Wert des vorstehenden Integrals mit  $T_{1,2}$ , so kann

$$T_{1,2} = \frac{1}{2} \left\{ \left( \frac{\partial^2 W}{\partial x' \partial y'} \right)_1 + \left( \frac{\partial^2 W}{\partial x' \partial y'} \right)_2 \right\} s_{1,2} \quad (37)$$

aus den beiden Werten (36) berechnet werden. Mithin ist auch

$$\left( \frac{\partial W}{\partial y'} \right)_2 - \left( \frac{\partial W}{\partial y'} \right)_1 = T_{1,2} \quad (38)$$

als bekannt anzusehen.

Die beiden Differentialquotienten  $\left( \frac{\partial W}{\partial y'} \right)_2$  und  $\left( \frac{\partial W}{\partial y'} \right)_1$  lassen sich aber leicht durch  $\left( \frac{\partial W}{\partial y} \right)_2$  und  $\left( \frac{\partial W}{\partial y} \right)_1$  ausdrücken. Ist nämlich  $\alpha_{1,2}$  der Richtungswinkel der Strecke  $P_1P_2$ , so haben wir nach (29)

$$\frac{\partial W}{\partial y'} = -\frac{\partial W}{\partial x} \sin \alpha_{1,2} + \frac{\partial W}{\partial y} \cos \alpha_{1,2},$$

also ist

$$T_{1,2} = - \left\{ \left( \frac{\partial W}{\partial x} \right)_2 - \left( \frac{\partial W}{\partial x} \right)_1 \right\} \sin \alpha_{1,2} + \left\{ \left( \frac{\partial W}{\partial y} \right)_2 - \left( \frac{\partial W}{\partial y} \right)_1 \right\} \cos \alpha_{1,2}.$$

Nach (35) ist aber

$$\left. \begin{aligned} \left( \frac{\partial W}{\partial x} \right)_2 - \left( \frac{\partial W}{\partial x} \right)_1 &= -g (\xi_2 - \xi_1) = \varphi_{1,2} \\ \left( \frac{\partial W}{\partial y} \right)_2 - \left( \frac{\partial W}{\partial y} \right)_1 &= -g (\eta_2 - \eta_1) = \psi_{1,2} \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

worin die Grössen  $\varphi_{1,2}$  und  $\psi_{1,2}$  zur Abkürzung eingeführt sind. Folglich haben wir die Gleichung

$$T_{1,2} = -\varphi_{1,2} \sin \alpha_{1,2} + \psi_{1,2} \cos \alpha_{1,2}, \quad (40)$$

in der  $T_{1,2}$  und  $\alpha_{1,2}$  als bekannt anzusehen sind.

Liegt noch ein dritter Beobachtungspunkt  $P_3$  vor, so können wir auch  $T_{2,3}$  und  $T_{3,1}$  berechnen, und haben dann zwei weitere Gleichungen

$$\left. \begin{aligned} T_{2,3} &= -\varphi_{2,3} \sin \alpha_{2,3} + \psi_{2,3} \cos \alpha_{2,3} \\ T_{3,1} &= -\varphi_{3,1} \sin \alpha_{3,1} + \psi_{3,1} \cos \alpha_{3,1} \end{aligned} \right\} \quad (41)$$

Ausserdem ist aber nach (39)

$$\left. \begin{aligned} \varphi_{3,1} &= -\varphi_{1,2} - \varphi_{2,3} \\ \psi_{3,1} &= -\psi_{1,2} - \psi_{2,3} \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

Zur Bestimmung der sechs Unbekannten  $\varphi_{1,2}$ ,  $\psi_{1,2}$ ,  $\varphi_{2,3}$ ,  $\psi_{2,3}$  und  $\varphi_{3,1}$ ,  $\psi_{3,1}$  stehen somit die fünf Gleichungen (40), (41) und (42) zur Verfügung; es können also fünf Unbekannte durch die sechste ausgedrückt werden. Bezeichnen wir  $\varphi_{1,2}$  mit  $t$ , so erhalten wir

$$\left. \begin{aligned} \varphi_{1,2} &= t \\ \psi_{1,2} &= \frac{+T_{1,2}}{\cos \alpha_{1,2}} + t \tan \alpha_{1,2} \end{aligned} \right\} \quad (43)$$

$$\left. \begin{aligned} \varphi_{2,3} &= \frac{T_{2,3} \cos \alpha_{3,1} + (T_{3,1} - \varphi_{1,2} \sin \alpha_{3,1} + \psi_{1,2} \cos \alpha_{3,1}) \cos \alpha_{2,3}}{\sin (\alpha_{3,1} - \alpha_{2,3})} \\ \psi_{2,3} &= \frac{T_{2,3} \sin \alpha_{3,1} + (T_{3,1} - \varphi_{1,2} \sin \alpha_{3,1} + \psi_{1,2} \cos \alpha_{3,1}) \sin \alpha_{2,3}}{\sin (\alpha_{3,1} - \alpha_{2,3})} \end{aligned} \right\} \quad (44)$$

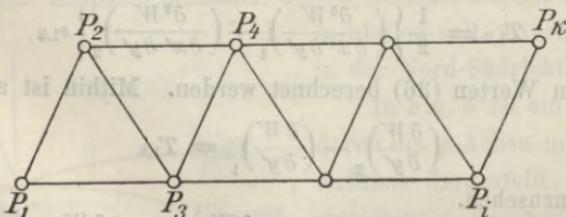


Fig. 6.

Schliesst sich an die Punkte  $P_2$  und  $P_3$  ein Beobachtungspunkt  $P_4$  an, so dass  $T_{2,4}$  und  $T_{3,4}$  berechnet werden kann, so lassen sich mit den vorstehenden Formeln nach Vertauschung der Indizes auch die Werte  $\varphi_{3,4}$  und  $\psi_{3,4}$  angeben. Bilden die Messungspunkte eine Kette von Dreiecken wie

in Fig. 6, so erhält man schliesslich die relativen Lotabweichungen für die Endpunkte jeder Dreiecksseite in der Form

$$\left. \begin{aligned} \varphi_{i,k} &= a_{i,k} + b_{i,k} t \\ \psi_{i,k} &= c_{i,k} + d_{i,k} t. \end{aligned} \right\} \quad (45)$$

Bezeichnen wir die relativen Lotabweichungskomponenten zwischen zwei Punkten  $P_i$  und  $P_k$  mit  $\xi_{ik}$  und  $\eta_{ik}$ , so ist

$$\xi_{ik} = \xi_k - \xi_i \quad \text{und} \quad \eta_{ik} = \eta_k - \eta_i,$$

also nach (39) unter Zufügung des Faktors  $g''$

$$\xi_{ik} = -\frac{\varphi_{ik}}{g} g'' \quad \text{und} \quad \eta_{ik} = -\frac{\psi_{ik}}{g} g'', \quad (46)$$

womit die Lotabweichungskomponenten in Bogensekunden gefunden werden.

Es handelt sich nun noch um die Unbekannte  $t$ , um die wirklichen Werte der Lotabweichungen zu erhalten. Hierzu muss entweder  $\xi_{ik}$  oder  $\eta_{ik}$  für zwei beliebige Punkte  $P_i$  und  $P_k$  aus astronomisch-geodätischen Messungen bestimmt werden. Hieraus erhält man mit Hilfe von (46) den entsprechenden Wert von  $\varphi_{ik}$  oder  $\psi_{ik}$  und ist hierfür aus den Drehwagenmessungen  $a_{ik}$  und  $b_{ik}$  oder  $c_{ik}$  und  $d_{ik}$  bekannt, so findet man aus (45) den Wert von  $t$ .

Zur praktischen Erprobung des im vorstehenden wiedergegebenen Verfahrens hat Eötvös in dem östlich von Arad gelegenen Teil der ungarischen Tiefebene eine grosse Anzahl von Messungen mit der Drehwage ausgeführt, bei denen die Beobachtungspunkte etwa 2 km voneinander entfernt liegen. Die Punkte wurden zu einer geschlossenen Dreieckskette gruppiert, so dass zwischen je zwei Punkten die Grössen  $\varphi_{ik}$  und  $\psi_{ik}$  berechnet werden konnten. Die Resultate dieser Berechnung sind in dem bereits mehrfach erwähnten 1. Teil des Berichtes über die 15. allgemeine Konferenz der Internationalen Erdmessung mitgeteilt worden, wozu noch ein Nachtrag im 1. Teil des Berichtes über die 16. Konferenz zu nennen ist.

Um den Berechnungsgang an einem Zahlenbeispiel erläutern zu können, entnehmen wir aus diesen Veröffentlichungen die in den drei Punkten Nr. 2141 ( $P_1$ ), 2140 ( $P_2$ ) und 2103 ( $P_3$ ) mit der Drehwage ausgeführten Messungen, soweit sie für die Lotabweichungsberechnung erforderlich sind. Hiernach haben wir

$$\left. \begin{aligned} P_1: \quad \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} &= +1,4 \cdot 10^{-9} & \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} &= +13,8 \cdot 10^{-9} \\ P_2: \quad \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} &= +6,0 \cdot 10^{-9} & \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} &= +20,6 \cdot 10^{-9} \\ P_3: \quad \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} &= +4,1 \cdot 10^{-9} & \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} &= +14,8 \cdot 10^{-9}. \end{aligned} \right\} \quad (47)$$

Die Azimute und Entfernungen sind in den Veröffentlichungen nicht mitgeteilt; für den vorliegenden Zweck genügt es, diese Werte aus dem Lageplan zu entnehmen. Wir finden

$$\alpha_{2,3} = 357^\circ \quad \alpha_{3,1} = 95^\circ \quad \text{also} \quad \alpha_{3,1} - \alpha_{2,3} = 98^\circ \quad (48)$$

$$s_{2,3} = 2,15 \text{ km} \quad s_{3,1} = 2,15 \text{ km.} \quad (49)$$

Zunächst haben wir nun die Messungswerte mit Hilfe von Gl. (33) in die Richtungen  $P_2 P_3$  und  $P_3 P_1$  zu transformieren. Für den Punkt  $P_2$  und die Richtung nach  $P_3$  ist  $2\alpha = 354^\circ$ , also  $\cos 2\alpha = 0,994$  und  $\frac{1}{2} \sin 2\alpha = -0,052$ , und hiermit gibt Gl. (33)

$$\frac{\partial^2 W}{\partial x' \partial y'} = +4,89 \cdot 10^{-9}.$$

Ebenso wurden die übrigen Werte berechnet, so dass sich die im folgenden zusammengestellten Werte ergeben:

Punkt	Richtung nach	$\frac{\partial^2 W}{\partial x' \partial y'}$
$P_2$	$P_3$	$+4,89 \cdot 10^{-9}$
$P_3$	$P_2$	$+3,30 \cdot 10^{-9}$
$P_3$	$P_1$	$-5,33 \cdot 10^{-9}$
$P_1$	$P_3$	$-2,58 \cdot 10^{-9}$

Also haben wir:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Mittelwert für die Seite } P_2 P_3: +4,10 \cdot 10^{-9} \\ \text{„ „ „ „ } P_3 P_1: -3,96 \cdot 10^{-9}. \end{array} \right\} \quad (50)$$

Mit diesen beiden Werten erhalten wir nach Gl. (37), wobei die Entfernung  $s$  entsprechend allen Massangaben der Eötvösschen Versuche in Zentimeter einzuführen sind,

$$T_{2,3} = +0,88 \cdot 10^{-3} \quad \text{und} \quad T_{3,1} = -0,85 \cdot 10^{-3}. \quad (51)$$

Wir entnehmen nun aus den Veröffentlichungen von Eötvös die Werte von  $\varphi_{1,2}$  und  $\psi_{1,2}$ , nämlich

$$\varphi_{1,2} = -3,71 - 2,60 t \quad \psi_{1,2} = -7,19 - 2,71 t \quad (52)$$

und wollen nach den Gleichungen (44) die Grössen  $\varphi_{2,3}$  und  $\psi_{2,3}$  berechnen. Das Einsetzen der vorstehenden Zahlenwerte in die Gl. (44) gibt

$$\varphi_{2,3} = +3,38 + 2,83 t \quad \psi_{2,3} = +0,71 - 0,15 t, \quad (53)$$

was mit den von Eötvös berechneten Werten genügend übereinstimmt.

Nach diesem Schema sind von Eötvös für das ganze Punktsystem die relativen Werte  $\varphi_{ik}$  und  $\psi_{ik}$  berechnet worden. Setzen wir  $\varphi_k = \varphi_i + \varphi_{ik}$  und  $\psi_k = \psi_i + \psi_{ik}$  und nehmen für einen passend gewählten Punkt  $\varphi = 0$ , sowie für einen andern Punkt  $\psi = 0$  an, so können für alle Punkte die Werte von  $\varphi$  und  $\psi$  durch Summieren der relativen Werte gefunden werden. Für die drei im vorstehenden behandelten Punkte entnehmen wir aus den Berichten

$$\varphi_1 = -3,81 + 0,58 t \quad \psi_1 = +6,39 + 2,87 t.$$

Mit (52) und (53) erhalten wir dann weiter

$$\begin{array}{ll} \varphi_2 = -7,52 - 2,02 t & \psi_2 = -0,80 + 0,16 t \\ \varphi_3 = -4,14 + 0,81 t & \psi_3 = -0,09 + 0,01 t. \end{array}$$

Es bleibt nun noch zu zeigen, wie die Grösse  $t$  ermittelt werden kann. Zu diesem Zweck hat Eötvös in mehreren Punkten seines Netzes auch astronomische Breitenbestimmungen ausgeführt, die wir im nachstehenden wiedergeben. Unter Beibehaltung der astronomischen Breite des ersten Punktes Pankota wurden auf geodätischem Wege die Breiten der übrigen Punkte berechnet, so dass die meridionalen Komponenten der Lotabweichungen in bezug auf den ersten Punkt als Nullpunkt gefunden wurden.

Station	Astr. Breite B. astr.	Geod. Breite B. geod.	Lotabw. $\xi =$ B. astr. — B. geod.	$\varphi \cdot 10^3$
Pankota . .	46° 21' 07,10"	46° 21' 07,10"	0,0"	+ 35,92 + 28,80 $t$
Világos . .	46 15 58,71	46 15 58,38	+ 0,3	+ 8,78 + 15,24 $t$
Kuvin . . .	46 09 58,75	46 10 01,64	— 2,9	— 1,22 — 0,22 $t$
Paulis . . .	46 06 16,09	46 06 24,80	— 8,7	+ 12,09 — 9,31 $t$
Zábrány . .	46 04 32,85	46 04 40,79	— 7,9	+ 1,90 — 13,70 $t$
Mikalaka . .	46 19 04,91	46 19 06,46	— 1,5	— 2,72 + 0,83 $t$
Nagyhalom .	46 10 25,40	46 10 27,87	— 2,5	+ 9,22 — 0,89 $t$

Zur Berechnung von  $t$  können wir die astronomisch-geodätischen Messungen zweier beliebigen Stationen benutzen; wir wählen hierzu die Stationen Pankota und Zábrány aus und haben dann nach Gl. (46)

$$\xi_z - \xi_p = -\frac{1}{g} (\varphi_z - \varphi_p) g''$$

oder mit den vorstehenden Zahlenwerten und mit  $g = 981$  cm

$$-7,9 = -\frac{206,265}{981} (-34,02 - 42,50 t),$$

woraus sich

$$t = -1,6840$$

ergibt. Hiermit sind die Lotabweichungskomponenten  $\xi$  für alle sieben Punkte aus den Werten von  $\varphi$  nach Gl. (46) berechnet und in der nachstehenden Tabelle zusammengestellt. Die erste Spalte gilt für den Nullpunkt der  $\varphi$ , die zweite für den Nullpunkt Pankota, in der letzten endlich sind die auf astronomisch-geodätischem Wege gefundenen Werte nochmals gegenübergestellt.

Station	Drehwage		astr.-geod.
	$\xi$	$\xi - \xi_0$	$\xi - \xi_0$
Pankota . . . . .	+ 2,6"	0,0"	0,0"
Világos . . . . .	+ 3,5	+ 0,9	+ 0,3
Kuvin . . . . .	+ 0,1	— 2,5	— 2,9
Paulis . . . . .	— 5,9	— 8,5	— 8,7
Zábrány . . . . .	— 5,2	— 7,8	— 7,9
Mikalaka . . . . .	+ 0,8	— 1,8	— 1,5
Nagyhalom . . . . .	+ 0,3	— 2,3	— 2,5

Die Uebereinstimmung kann nicht besser erwartet werden, besonders da die astronomisch-geodätischen Lotabweichungen einen mittleren Fehler von etwa  $\pm 0,4''$  haben.

Auch die Lotabweichungskomponente im ersten Vertikal konnte wenigstens in einem Falle geprüft werden, nämlich zwischen den beiden Punkten Kuvin und Mikalaka, die durch Azimutmessungen miteinander verbunden wurden. Aus diesen astronomischen, sowie den geodätischen Messungen ergab sich zwischen den genannten Punkten

$$\eta = -5,3''.$$

Andererseits wurde aus den Drehwagenmessungen unter Zugrundelegung des oben gefundenen Wertes  $t = -1,6840$

$$\eta = -5,5''$$

ermittelt, also ebenfalls eine vollkommen befriedigende Uebereinstimmung.

#### Bestimmung von Schwerkraftsdifferenzen.

In zwei benachbarten Punkten  $P_1$  und  $P_2$  mögen Messungen mit der Drehwage ausgeführt sein, und es mögen die Punkte so nahe beieinander liegen, dass zwischen ihnen eine gleichmässige Aenderung der mit der Drehwage gefundenen Werte anzunehmen ist. Legen wir wieder durch die beiden Punkte die Abszissenachse eines Koordinatensystems  $x' y'$ , so können wir nach den früheren Transformationsgleichungen die Grösse  $\frac{\partial^2 W}{\partial x' \partial z}$  für die beiden Punkte aus den Drehwagenmessungen berechnen. Es ist nun

$$g = \frac{\partial W}{\partial z}$$

und

$$dg = \frac{\partial^2 W}{\partial x' \partial z} dx' + \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} dz,$$

also haben wir

$$g_2 - g_1 = \int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial^2 W}{\partial x' \partial z} dx' + \int_{z_1}^{z_2} \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} dz.$$

Da aber zwischen den beiden Punkten ein gleichmässiger Verlauf der beiden Funktionen angenommen wurde, so können wir auch setzen

$$g_2 - g_1 = \frac{1}{2} \left\{ \left( \frac{\partial^2 W}{\partial x' \partial z} \right)_1 + \left( \frac{\partial^2 W}{\partial x' \partial z} \right)_2 \right\} (x_2 - x_1) + \frac{1}{2} \left\{ \left( \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} \right)_1 + \left( \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} \right)_2 \right\} (z_2 - z_1). \quad (54)$$

Da die Drehwage über den Differentialquotienten  $\frac{\partial^2 W}{\partial z^2}$  oder  $\frac{\partial g}{\partial z}$  keine Auskunft gibt, so bleibt nichts übrig, als für den Ausdruck

$$\frac{1}{2} \left\{ \left( \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} \right)_1 + \left( \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} \right)_2 \right\} = \frac{1}{2} \left\{ \left( \frac{\partial g}{\partial z} \right)_1 + \left( \frac{\partial g}{\partial z} \right)_2 \right\}$$

den normalen Wert der Aenderung der Schwerkraft mit der Höhe zwischen den beiden Punkten  $P_1$  und  $P_2$  einzuführen. Es ist aber

$$\frac{\partial g}{\partial z} = \frac{2}{R},$$

wo  $R$  den Erdradius bezeichnet. Diese Näherung wird nur dann zulässig sein, wenn der Höhenunterschied  $z_2 - z_1$  der beiden Punkte gering ist.

Schliessen sich an  $P_2$  weitere Punkte  $P_3, P_4$  u. s. w. an, so haben wir für einen beliebig langen Zug die Schwereänderung zwischen je zwei Nachbarpunkten nach (54) zu berechnen, worauf wir durch Summieren auch die Schwerkraftsdifferenz der beiden Endpunkte erhalten.

Um die Genauigkeit der relativen Schwerkraftmessung mittels der Drehwage zu zeigen, stellen wir im folgenden die von Eötvös gefundenen Resultate sowie die Ergebnisse von Pendelmessungen gegenüber:

Zug	$\Delta g$	$\Delta g$
	Drehwage	Pendel
	mm	mm
Kuvin—Hidegkút . .	+ 0,40	+ 0,39
Livada—Kuvin . . .	+ 0,01	0,00
Pankota—Livada . .	- 0,04	- 0,08
Kuvin—Arad . . . .	+ 0,16	+ 0,17
Pankota—Arad . . .	+ 0,14	+ 0,09
(über Kuvin)		
Pankota—Arad . . .	+ 0,09	+ 0,09
(über Kurtics)		

Von Eötvös wird noch eine weitere interessante Frage erörtert, für deren Untersuchung die Drehwage ein geeignetes Hilfsmittel bietet, nämlich die Frage, ob die Geoidfläche und allgemein die Niveauflächen der Schwerkraft überhaupt eindeutig definiert werden können. Die Beantwortung dieser Frage hängt davon ab, ob man die Anziehung der Masseneinheit verschiedener Substanzen durch den Erdkörper als verschieden annehmen muss. In diesem Falle müsste, da die Zentrifugalkraft der Masse proportional, also für die Masseneinheit verschiedener Körper dieselbe ist, die Richtung der Schwerkraft als der Resultierenden beider Kräfte für verschiedene Substanzen verschieden sein. Dies soll mit Fig. 7 näher erläutert werden.

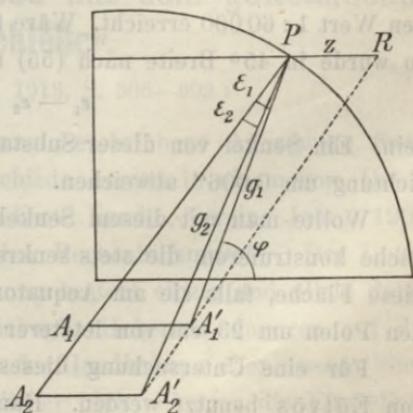


Fig. 7.

Stellt  $PR = z$  die Grösse und Richtung der Zentrifugalkraft in  $P$  dar und bezeichnen  $PA_1 = G_1$  und  $PA_2 = G_2$  die auf zwei verschiedene Substanzen ausgeübten Anziehungs-

kräfte, so wird durch  $g_1$  und  $g_2$  die Schwerkraft für diese beiden Substanzen angegeben.

Nehmen wir an, dass  $PA'_1 = g_1$  einen Mittelwert der Schwerkraft im Punkt  $P$  bezeichnet, so können wir den Winkel, den  $g_1$  mit der Richtung der Anziehungskraft bildet, leicht berechnen. Nach Helmert ist für den Aequator

$$z_0 = 0,0034672 g_0$$

$$\text{und } g_1 = g_0 (1 + 0,0053 \sin^2 \varphi).$$

Da nun für eine beliebige Breite  $\varphi$

$$z = z_0 \cos \varphi$$

ist, und nach Fig. 7 genügend genau

$$\sin \varepsilon_1 = \frac{z}{g_1} \sin \varphi$$

gesetzt werden kann, so erhalten wir

$$\sin \varepsilon_1 = \frac{0,0034672 \sin \varphi \cos \varphi}{1 + 0,0053 \sin^2 \varphi},$$

wofür wir schreiben können

$$\sin \varepsilon_1 = 0,00173 (1 - 0,0053 \sin^2 \varphi) \sin 2\varphi. \quad (55)$$

Nun ist

$$A'_1 A'_2 = g_2 \frac{\sin (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)}{\sin \varepsilon_1}$$

oder

$$G_2 - G_1 = g_2 \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_1}.$$

Setzen wir

$$G_2 = G_1 (1 + \varkappa),$$

wobei  $\varkappa$  eine kleine Grösse ist, so ist

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = \varepsilon_1 \varkappa \frac{G_1}{g_1},$$

wofür wir auch genähert

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = \varkappa \varepsilon_1 \quad (56)$$

setzen können.

Die Besselschen Pendelversuche zeigen, dass  $\varkappa$  für keine Substanz den Wert 1 : 60 000 erreicht. Wäre für irgend eine Substanz  $\varkappa = 1 : 60 000$ , so würde in 45° Breite nach (55) und (56)

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = 0,006''$$

sein. Ein Senkel von dieser Substanz würde dann gegen die mittlere Lotrichtung um 0,006'' abweichen.

Wollte man mit diesem Senkel vom Aequator ausgehend eine Niveaufläche konstruieren, die stets senkrecht zur Senkelrichtung bleibt, so würde diese Fläche, falls sie am Aequator die mittlere Geoidfläche berührte, an den Polen um 23 cm von letzterer abweichen.

Für eine Untersuchung dieses Gegenstandes kann die Torsionswage von Eötvös benutzt werden. Hängt der Balken in ost-westlicher Richtung, und sind an seinen Enden zwei Körper verschiedener Substanz aufgehängt, so müsste infolge verschiedener Anziehung eine Torsion entstehen. Da nach Drehung der Wage um 180° dieselbe Torsion in entgegengesetztem Sinne auftreten wird, so hat man ein Mittel, die Torsion festzustellen.

Eötvös fand in Verbindung mit andern Forschern, dass für keine Substanz die Grösse  $\alpha$  den Wert  $1 : 100\,000\,000$  erreicht. Mit diesem Wert würde unter  $45^\circ$  Breite  $\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = 0,000\,003''$  sein, und der Abstand zweier am Aequator sich berührenden Niveauflächen an den Polen  $0,14$  mm betragen.

Hiermit ist der Nachweis erbracht, dass wir es praktisch in der Tat mit einer eindeutigen Geoidfläche zu tun haben.

Die vorstehenden Angaben beschäftigen sich lediglich mit den geodätischen Ergebnissen der Drehwagemessungen. Eötvös hat aber auch bereits gezeigt, dass mit Hilfe der Drehwage auch das Problem des Erdmagnetismus und andere Gebiete der Geophysik behandelt werden können, so dass wir in der Drehwage ein Messinstrument von vielseitigster Anwendung besitzen. Die bisher ausgeführten Messungen sind im Grunde genommen immer noch als Versuchsmessungen anzusehen, da an dem Instrument noch immer weitere Verbesserungen vorgenommen werden. Das Geodätische Institut in Potsdam hat eine neue Drehwage herstellen lassen, für die eine photographische Registrierung der Beobachtungen vorgesehen ist. Vermutlich wird man hierdurch die Beobachtungsergebnisse mit grösserer Genauigkeit erhalten.

In jedem Falle ist anzunehmen, dass die Drehwage in Zukunft eine wichtige Rolle in der geodätischen und geophysikalischen Forschung spielen wird.

*Eggert.*

## Eine neue Vorrichtung zur Berechnung barometrisch gemessener Höhenunterschiede mit dem gewöhnlichen Rechenschieber.

(Vgl. Zeitschr. f. Verm. 1913, S. 306—309.)

Die in oben angeführter Mitteilung beschriebene Anordnung findet sich mit einem unwesentlichen Unterschiede bereits in einem vom Unterzeichneten in der Zeitschr. des Rhein.-Westf. Landm.-Vereins Jahrg. 1900, S. 226 veröffentlichten Vortrage: „Ueber Rechenhilfsmittel“. Der Unterschied gegen die Hohennersche Anordnung besteht einzig und allein darin, dass ich die  $t$ -Skala auf den „Schieber“, Hohenner dagegen auf das „Lineal“ verlegt hat, was natürlich in der Handhabung ebensowenig einen Unterschied bedeutet, wie bei gewöhnlicher Multiplikation die Einstellung des 2. (statt des 1.) Faktors auf dem „Lineal“. Max Wolz in Bonn hat sich s. Zt. bereit erklärt, meine Anordnung auf Rechenschiebern anzubringen, obwohl das auch jeder selbst kann, da ja die  $t$ -Skala nur mit geringer Genauigkeit aufgetragen zu werden braucht.

Wie mir Herr Prof. Dr. Hohenner durch Vermittlung von Herrn Prof. Dr. Eggert mitteilt, war ihm mein a. a. O. veröffentlichter Aufsatz bis jetzt nicht bekannt.

Aachen, im Mai 1913.

Dietze, Reg.-Ldm., Prof. a. D.

## Die Grossh. Mecklenburgische Landesvermessung. 1853—1913.

Von Regierungsrat Brumberg-Schwerin.

(Schluss von Seite 500.)

### II.

Der wichtigste Teil der Arbeiten unserer Landesvermessung aus den fünfziger und sechziger Jahren des vorigen Jahrhunderts — die Landestriangulation — sollte nun auf anderem Gebiet eine Bedeutung gewinnen, welche man bei Aufstellung des Arbeitsplanes für die Landesvermessung und bei deren Ausführung wohl kaum in Betracht gezogen hatte.

Auf Anregung des Vorstandes des Kammer-Messungsbureaus, des Kammerkommissärs Peltz, hatte zu Anfang der siebziger Jahre des vorigen Jahrhunderts die Grossherzogliche Kammer in Schwerin beschlossen, die Feldmarksvermessungen im Gebiet des Domaniums (dasselbe umfasst etwa ein Drittel des Landes) im Anschluss an die Landestriangulation ausführen zu lassen. Nachdem in den Jahren 1872 und 1873 die Ergebnisse der letzteren von der Landesvermessungskommission dem Kammer-Messungsbureau mitgeteilt worden waren, wurde der Beschluss zur Ausführung gebracht. Die umfangreichen Neumessungen der nächsten 20 Jahre, welche sich auf nahezu sämtliche (136) Domanial-Pachthöfe, einen grossen Teil der Grossherzoglichen Forsten, sowie auch auf verschiedene Dorf- und Fleckenfeldmarken erstreckten, sind fast ausnahmslos unter Benutzung des von der Landesvermessungskommission bestimmten Festpunktnetzes dem System der Landesvermessung eingefügt worden.

Dem Vorgang der Domanialverwaltung folgten bald die anderen Landesteile, und im Laufe der Jahre wurden auch im Gebiet der Ritterschaft und der Städte umfangreiche Neumessungen im Anschluss an die Landestriangulation ausgeführt.

Bei diesen Arbeiten stellten sich aber bald Schwierigkeiten heraus.

Wie vorhin erwähnt, betrug die Anzahl der durch die Landesvermessung bestimmten Punkte I., II. und III. Ordnung im ganzen 1107, d. h. nicht ganz 4 Punkte auf eine Quadratmeile. Von diesen Punkten war eine grössere Anzahl durch Gegenstände (Windmühlen, Scheunen, Bäume usw.) festgelegt, welche sich wohl für die topographische Messtischaufnahme in 1:25 000, nicht aber für den Anschluss einer exakten geometrischen Ver-

messung als Festpunkte eignen. Ferner ergab sich, dass manche Punkte nicht mit ausreichender Schärfe bestimmt waren und daher unbenutzt bleiben mussten. Nachdem endlich noch weitere Punkte durch Veränderungen an den als Festpunkte benutzten Baulichkeiten oder durch Beseitigung der unterirdischen Marken verloren gegangen waren, standen schliesslich nur noch etwa 700 brauchbare Festpunkte der Landesvermessung zur Verfügung, welche überdies noch ganz unregelmässig über das Land verteilt waren.

Alle diese Umstände machten den Anschluss an das Netz der Landesvermessung ausserordentlich schwierig und umständlich. Um brauchbare Ergebnisse zu erhalten, musste in der Regel die Triangulation weit über das eigentliche Aufnahmegebiet hinaus ausgedehnt werden. Trotzdem befriedigten — namentlich in waldreichen Gegenden — die Ergebnisse zuweilen nicht, da wegen der Kosten doch nicht immer eine ganz einwandfreie Netzanlage geschaffen werden konnte. Letzteres erscheint um so erklärlicher, wenn man bedenkt, dass die Aufnahmegebiete fast niemals grössere, zusammenhängende Abschnitte bildeten, sondern im ganzen Lande zerstreut lagen.

Im Jahre 1887 legte daher der Kammerkommissär Peltz dem Grossherzoglichen Ministerium des Innern eine Denkschrift vor, in der er alle diese Verhältnisse eingehend auseinandersetzte und eine Vervollständigung der Landstriangulation in Anregung brachte. Das Grossherzogliche Ministerium beschloss, dieser Anregung Folge zu geben; die Regierungen der beiden Grossherzogtümer brachten im Jahre 1888 entsprechende Vorlagen im Landtag ein, welche im Jahre 1889 dessen Zustimmung fanden.

Als Ziel der beschlossenen Vervollständigungsarbeiten galt die Schaffung eines tunlichst gleichmässig über das Gebiet der beiden Grossherzogtümer verteilten Festpunktnetzes mit durchschnittlich 8 Festpunkten auf die Quadratmeile.

Die Ausführung wurde der Grossherzoglichen Kammer — jetzt Finanzministerium, Abteilung für Domänen und Forsten — übertragen. Der damalige Präsident dieser Behörde, Freiherr von Nettelblatt, besass persönlich ein reges Interesse für die Geodäsie. 1) Dieser Umstand war für die weitere Entwicklung der Sache von nicht zu unterschätzender Bedeutung.

Mit der technischen Bearbeitung wurden die Kammeringenieure Mauck und Vogeler beauftragt. Diese unterzogen zunächst das nicht veröffentlichte Material über die Einschaltung der noch vorhandenen Punkte II. und III. Ordnung einer eingehenden Prüfung, um ein sicheres Urteil über deren

1) Frhr. v. Nettelblatt war auch Mitglied, später Ehrenmitglied, des Deutschen und des Mecklenburgischen Geometervereins, vgl. Nachruf S. 180 ff. des Jahrgangs 1898 dieser Zeitschrift.

weitere Verwendbarkeit zu gewinnen. Die Prüfung ergab, dass das Netz II. Ordnung und noch mehr das Netz III. Ordnung schon ihrer ganzen Anlage nach nicht genügten, um als Grundlage für den Anschluss weiterer Triangulierungen Verwendung finden zu können. Bei Bestimmung dieser Punkte war man offenbar — wie übrigens im I. Teil der Veröffentlichungen auch ausgesprochen ist — davon ausgegangen, ein Festpunktnetz lediglich für die topographische Messtischaufnahme zu schaffen; für diesen Zweck genügte das Netz allerdings vollkommen.

Durch die soeben erwähnte Feststellung entstand für unsere Landes-triangulation eine kritische Lage. Nach den bis dahin vorliegenden theoretischen Entwicklungen über die Projektionsmethode war es nämlich erforderlich, bei allen Punkteinschaltungen — ebenso wie es auch im Netz I. Ordnung geschehen war — zunächst die geographischen Koordinaten zu berechnen und aus diesen wiederum die rechtwinkligen, ebenen Koordinaten abzuleiten. Das bei den früheren Punkteinschaltungen II. und III. Ordnung angewandte — vorhin erwähnte — Näherungsverfahren war in Rücksicht auf die erforderliche Genauigkeit hier nicht anwendbar.

Um zu einem praktisch brauchbaren Berechnungsverfahren zu gelangen, bestanden nun zwei Möglichkeiten: entweder konnte man die Theorie unserer Projektionsmethode weiter entwickeln, so dass es möglich wurde, unter entsprechender Verbesserung der Messungsergebnisse, aus den rechtwinkligen, ebenen Koordinaten der Anschlusspunkte die rechtwinkligen, ebenen Koordinaten der neuen Punkte unmittelbar zu berechnen, oder man konnte, da doch das ganze Netz II. und III. Ordnung neu zu bearbeiten war, ein völlig neues Koordinatensystem in rechtwinkliger Grundlage einführen.

Bei dieser Sachlage entschloss sich im Jahre 1890 die Grossherzogliche Kammer, den Professor Dr. Jordan um seine Mitwirkung zu ersuchen. Dieser leistete der Aufforderung Folge, und nach eingehenden Erwägungen unter seiner Beteiligung wurde beschlossen, die von Paschen eingeführte Projektionsmethode unserer Landesvermessung beizubehalten und deren Theorie in der vorhin angedeuteten Richtung weiter zu entwickeln. Nach einer Beratung, welche unter dem Vorsitz des Kammerpräsidenten Freiherrn von Nettelbladt in der Zeit vom 31. März bis 3. April 1891 in Schwerin stattfand, unterzog sich der Professor Jordan dieser Aufgabe, während gleichzeitig die Kammeringenieure Mauck und Vogeler eine Neuberechnung der ebenen, rechtwinkligen Koordinaten sowie aller Richtungswinkel und Entfernungen für das Netz I. Ordnung ausführten. Diese letzteren Arbeiten stellten sich als erforderlich heraus, weil — wie auch im II. Teil der Veröffentlichungen über die Landesvermessung erwähnt ist — die vorliegende Ableitung der ebenen, rechtwinkligen Koordinaten aus den geographischen Koordinaten nur topographischen Zwecken hatte

dienen sollen und daher für den jetzt beabsichtigten Zweck nicht mit ausreichender Schärfe durchgeführt war.

Die Ergebnisse der Arbeiten von Jordan, Mauck und Vogeler wurden als V. Teil der Veröffentlichungen über unsere Landesvermessung im Jahre 1895 herausgegeben unter dem Titel: Die konforme Kegelprojektion und ihre Anwendung auf das trigonometrische Netz I. Ordnung.

Die im V. Teil niedergelegte Arbeit von Jordan bringt nicht nur eine erschöpfende theoretische Behandlung unserer Projektionsmethode, sondern auch eine vollkommene Lösung der vorhin erwähnten besonderen Aufgabe; sie kann als eine klassische Arbeit auf dem Gebiet der höheren Geodäsie gelten. Mit Hilfe einer nach den Jordanschen Entwicklungen hergestellten einfachen Tabelle lassen sich mit leichter Mühe die Reduktionen berechnen, welche an den gemessenen Richtungen anzubringen sind, um mit den so reduzierten Richtungen die ganze Rechnung in der Ebene ausführen zu können. Durch die Berechnungen von Mauck und Vogeler war ferner die sichere Grundlage für die Neubearbeitung des Netzes II. und III. Ordnung geschaffen.

Bereits durch Allerhöchste Verordnung vom 28. April 1890 waren die gesetzlichen Bestimmungen für die Vervollständigung der Landesvermessung erlassen worden, und durch Bekanntmachung des Grossherzoglichen Ministeriums des Innern vom 22. Mai 1890 wurden die zur Ausführung des Gesetzes erforderlichen weiteren Anordnungen veröffentlicht. Die erwähnte Verordnung regelt

1. die Befugnis zum Betreten des Geländes und zur Errichtung der Signale,
2. die Abtretung des Geländes für die Festpunkte,
3. die Beschaffenheit der Marksteine,
4. die Entschädigung für den Geländeerwerb,
5. die Bestrafung bei Beschädigung der Marksteine und widerrechtlicher Benutzung der Schutzflächen.

Durch Erlass des Grossherzoglichen Ministeriums des Innern vom 4. Dezember 1890 ist ferner für die Marksteine der Landesvermessung und deren Schutzflächen eine ständige Aufsicht durch die Landesgendarmerie angeordnet worden. Die Gendarmen müssen alljährlich sämtliche Punkte aufsuchen, und zum 15. Januar jedes Jahres werden die gesammelten Prüfungsergebnisse durch das Gendarmeriekommando dem Grossherzoglichen Ministerium des Innern vorgelegt, von wo sie zur weiteren Bearbeitung an das Grossherzogliche Messungsbureau gelangen.

Nachdem weiter — wie bereits erwähnt — beschlossen worden war, die Netze II. und III. Ordnung vollkommen neu zu bearbeiten, konnten die Triangulationsarbeiten im Frühjahr 1891 in Angriff genommen werden.

Als Methode der Punkteinschaltung wurde das Einschneiden, und zwar tunlichst vereinigt Vorwärts- und Rückwärtseinschneiden, mit Ausgleichung vermittelnder Beobachtungen angenommen. Dabei sollte in erster Linie die Einzelpunkteinschaltung Anwendung finden, ausnahmsweise aber auch die gleichzeitige Einschaltung mehrerer Punkte zugelassen sein.

Der Umfang der Arbeit, namentlich der Umstand, dass mit dem Netz II. Ordnung zugleich auch das Netz III. Ordnung zu erledigen war, liess es wünschenswert erscheinen, das Triangulationsgebiet in 8 Arbeitsfelder zu teilen und diese nacheinander zu bearbeiten.

Bei Erkundung der Netzpunkte wurde zunächst das Augenmerk auf eine zuverlässige Bestimmung gerichtet, daneben aber auch eine gleichmässige Verteilung der Punkte über das Triangulationsgebiet nach Möglichkeit angestrebt. Weiter war darauf Rücksicht zu nehmen, dass der Bau ungewöhnlich hoher Signale wegen der Kosten tunlichst eingeschränkt wurde. In manchen Landesteilen — namentlich im südwestlichen Abschnitt des Grossherzogtums Mecklenburg-Schwerin und im Grossherzogtum Mecklenburg-Strelitz — verursachte die Erfüllung dieser Bedingungen wegen der grossen zusammenhängenden Forsten und des verhältnismässig flachen Geländes erhebliche Schwierigkeiten.

Als Festpunkte wurden in erster Linie im Gelände zu vermarkende Bodenpunkte, daneben aber auch hervorragende Teile an Bauwerken (Helmstangen an Kirchtürmen, Schlosstürmen usw.) ausgewählt. Von den Punkten der früheren Triangulation konnte eine grössere Anzahl wieder benutzt werden.

Die neu errichteten Bodenpunkte II. und III. Ordnung sind zunächst durch einen 1 m tief versenkten rohen Granitstein von etwa 30 cm Durchmesser vermarkt.<sup>1)</sup> Auf der Oberseite des Steines befindet sich eine in den Stein eingelassene, mit Kreuzschnitt versehene Bleiplombe; die Kreuzmitte bezeichnet die Lage des Punktes. Ueber der unterirdischen Marke steht ein Markstein (Pfeiler) aus Granit von 1 m Länge, dessen Kopf derartig bearbeitet ist, dass er einen quadratischen Querschnitt von 25 cm Seitenlänge und — von der Mitte der Oberfläche ausgehend — ein Bohrloch von 10 cm Tiefe und 5 cm Weite besitzt. Die Oberfläche des Kopfes ist ferner durch zwei eingemeisselte Kreuzlinien in vier quadratische Felder geteilt und trägt — gleichfalls eingemeisselt — als Hoheitszeichen die Anfangsbuchstaben der Namen der Landesherren: F. F. bezw. F. W. und A. F. Der Markstein ist so eingesetzt, dass die Achse des Bohrloches genau lotrecht über dem Kreuzschnitt der unterirdischen Marke steht und der Kopf 33 cm aus dem Erdboden hervorragt.

In der ungefähren Richtung der — durch die Stellung des Hoheits-

<sup>1)</sup> Vgl. auch den Aufsatz von Vogeler: „Vermarkung trigonometrischer Punkte in Mecklenburg“ auf S. 179 u. f. des Jahrgangs 1893 dieser Zeitschrift.

zeichens als „vorwärts, rückwärts, rechts und links“ orientierten — Kreuzlinien auf dem Markstein finden sich in etwa 2 m Abstand von dem letzteren zwei 60 cm tief versenkte Marken von gleicher Beschaffenheit wie die vorhin beschriebene zentrische Grundmarke. Die Richtungen nach den seitlichen Festlegungsmarken sind vom Zentrum aus gegen die Richtungen im trigonometrischen Netz durch Winkelmessung festgelegt. Ferner wurden sowohl die Entfernungen der Festlegungsmarken vom Zentrum als auch der Abstand der Marken untereinander scharf (auf mm) gemessen.

Mit Hilfe der seitlichen Festlegungsmarken, unter alleiniger Benutzung der gemessenen Abstände, lässt sich der zentrische Markstein jederzeit mit geringer Mühe auf seinen richtigen Stand nachprüfen. Aus den Messungen lassen sich ferner die Koordinaten für die seitlichen Festlegungsmarken im System der Landesvermessung berechnen, und jede derselben genügt, um rückwärts die Lage des Zentrums vollkommen sicher zu bestimmen. Durch die Messung des Abstandes der Marken untereinander ist endlich eine — für jeden Punkt durch Rechnung nachgeprüfte — zuverlässige Sicherung für die Richtigkeit der übrigen Einmessungen geschaffen.

Die aus der älteren Triangulation übernommenen Bodenpunkte I. und II. Ordnung waren früher — wie bereits erwähnt — zentrisch durch einen Markstein aus Granit mit untergelagerter Grundplatte, teilweise ausserdem noch durch eine versenkte Marke mit Bleiplombe, örtlich bezeichnet. Diese Vermarkung der älteren Punkte wurde von Bestand gelassen, doch ist die seitliche Festlegung in gleicher Anordnung, wie sie für die neuerrichteten Punkte eingeführt wurde, nachgeholt worden.

Die für unsere Landestriangulation benutzten Punkte der Kgl. Preussischen Landesaufnahme wurden gleichfalls neben der vorhandenen zentrischen Vermarkung — Markstein mit Grundplatte — durch seitliche Festlegung gesichert.

Um die Netzpunkte für die Winkelmessung sichtbar zu machen, wurden über den Bodenpunkten Signalpyramiden errichtet. Daneben mussten aber oftmals noch mehr oder weniger weit ausgreifende Durchlichtungen vorgenommen werden. Die Signalpyramiden hatten in der Regel eine Höhe von 8—10 m. Vielfach genügten aber die einfachen Pyramiden nicht und mussten sowohl erheblich höhere Signale (bis 30 m hoch) als auch erhöhte Beobachtungsstände (bis 20 m hoch) erbaut werden. Einige Signale unserer Landestriangulation finden sich umstehend abgebildet.

Auf den neu errichteten Stationen wurde regelmässig zuerst das Signal erbaut und danach erst die Vermarkung vorgenommen.

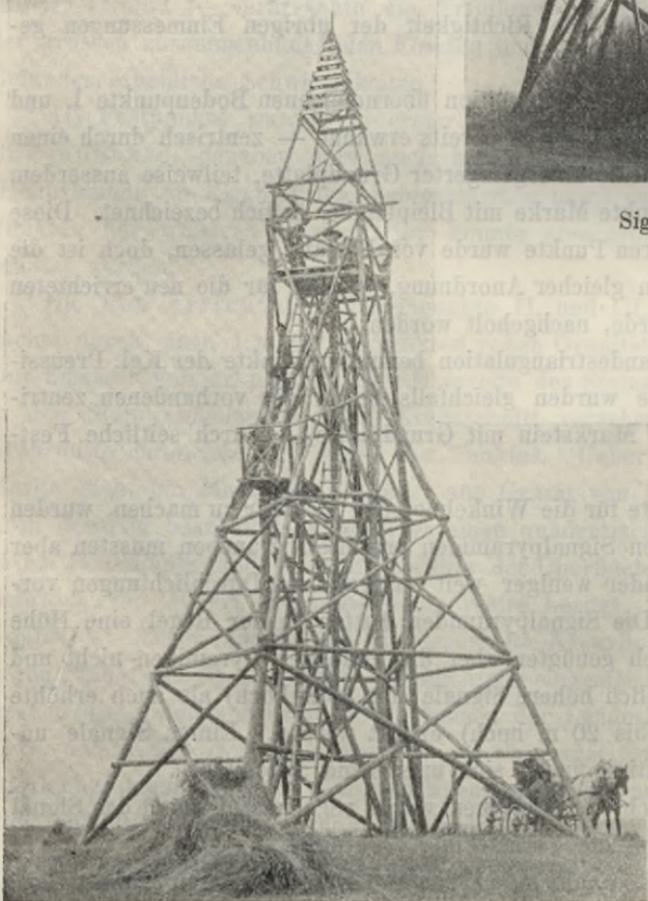
Mehrfach mussten auch auf Kirchtürmen und anderen hohen Bauwerken Winkelmessungen ausgeführt und zum Zweck besondere Beobachtungsstände eingebaut werden.



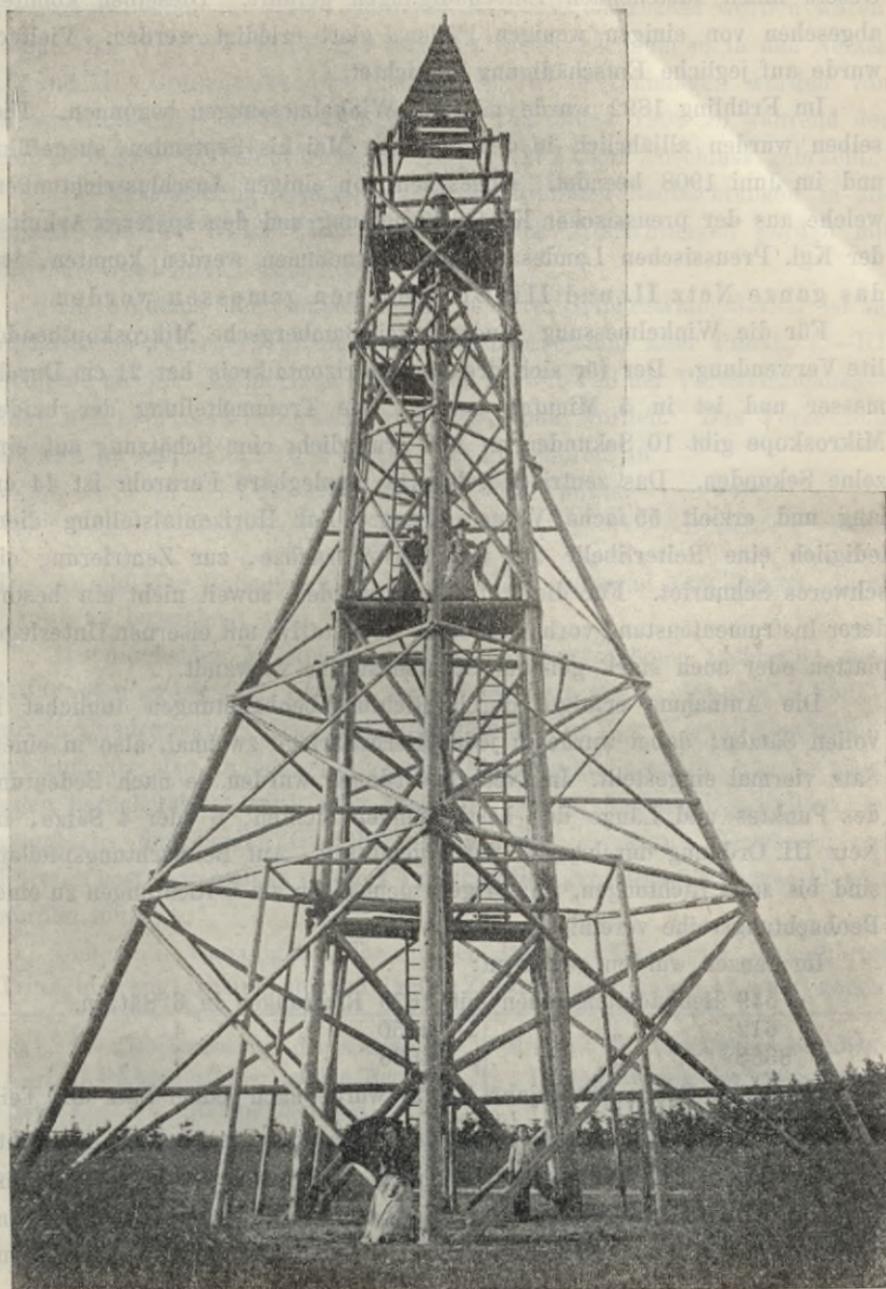
Einfache Signalpyramide.



Signal Plau.



Signal Barkvieren.



Signal Diedrichshagen.

Sobald in einem Arbeitsfeld die Punkte vermarktet und signalisiert waren, wurden die Verhandlungen mit den Grundbesitzern wegen der nach dem Gesetz ihnen zustehenden Entschädigungen geführt. Dieselben konnten, abgesehen von einigen wenigen Fällen, glatt erledigt werden. Vielfach wurde auf jegliche Entschädigung verzichtet.

Im Frühling 1892 wurde mit den Winkelmessungen begonnen. Dieselben wurden alljährlich in den Monaten Mai bis September ausgeführt und im Juni 1908 beendet. Abgesehen von einigen Anschlussrichtungen, welche aus der preussischen Küstenvermessung und den späteren Arbeiten der Kgl. Preussischen Landesaufnahme entnommen werden konnten, ist das ganze Netz II. und III. Ordnung neu gemessen worden.

Für die Winkelmessung fanden zwei Bambergische Mikroskoptheodolite Verwendung. Der für sich drehbare Horizontalkreis hat 21 cm Durchmesser und ist in 5 Minuten geteilt. Die Trommelteilung der beiden Mikroskope gibt 10 Sekunden an und ermöglicht eine Schätzung auf einzelne Sekunden. Das zentrisch gelagerte, umlegbare Fernrohr ist 44 cm lang und erzielt 55 fache Vergrößerung. Zur Horizontalstellung dient lediglich eine Reiterlibelle auf der Fernrohrachse, zur Zentrierung ein schweres Schnurlot. Für die Aufstellung wurden, soweit nicht ein besonderer Instrumentenstand vorhanden war, Bockstative mit eisernen Unterlegeplatten oder auch stark gebaute Scheibenstative verwandt.

Die Aufnahme erfolgte durch Richtungsbeobachtungen tunlichst in vollen Sätzen; dabei wurde in jeder Fernrohrlage zweimal, also in einem Satz viermal eingestellt. Im Netz II. Ordnung wurden, je nach Bedeutung des Punktes und Länge der bestimmenden Sichten, 6 oder 4 Sätze, im Netz III. Ordnung durchweg 3 Sätze gemessen. Auf Beobachtungspfeilern sind bis zu 4 Richtungen, im übrigen nicht mehr als 6 Richtungen zu einer Beobachtungsreihe vereinigt worden.

Im ganzen wurden gemessen:

549	Beobachtungreihen mit	1675	Richtungen in	6	Sätzen,
612	"	"	2250	"	" 4 " "
3368	"	"	14636	"	" 3 " "

Im ersten Beobachtungsjahr (1892) wurde nach jedem Satz der Teilkreis um  $\frac{180}{n}$  ( $n$  = Anzahl der Sätze) gedreht. Die dadurch erreichte Ausschaltung der Teilungsfehler befriedigte aber nicht; für die Folge ist deshalb der Teilkreis nicht nur nach Abschluss eines jeden Satzes, sondern ausserdem auch nach Abschluss der Beobachtungen in einer Fernrohrlage um  $\frac{180}{2n}$  gedreht worden.

Zur Sichtbarmachung der Zielpunkte wurden nach Bedarf Bertramsche Heliotrope benutzt.

Nachdem im Jahre 1895 die vorhin erwähnten theoretischen Entwicklungen zu unserer Projektionsmethode und die gleichzeitig ausgeführte Neu-

berechnung des Netzes I. Ordnung abgeschlossen, nachdem ferner in den Vorjahren bereits die Zentrierungsrechnungen und die Aufstellung der Richtungstabellen für einen grösseren Abschnitt bearbeitet worden waren, konnte im Winter 1896/97 mit den Koordinatenrechnungen in den Netzen II. und III. Ordnung begonnen werden. Die Berechnungen wurden von diesem Zeitpunkte ab in jedem Winter, vom Jahre 1908 ab während des ganzen Jahres fortgeführt und im Herbst 1911 zum Abschluss gebracht.

Die Ausgleichung erfolgte nach vermittelnden Beobachtungen in allgemein üblicher Weise. Die Vor- und Rückwärtsrichtungen wurden mit gleichen Gewichten berücksichtigt.

Als Ergebnis der Neubearbeitung unserer Landestriangulation ist im verflossenen Jahre (1912) ein Koordinatenverzeichnis aller Punkte I.—III. Ordnung mit den zugehörigen Netzkarten als VI. Teil der Veröffentlichungen über unsere Landesvermessung herausgegeben worden. Das Verzeichnis umfasst im ganzen 2280 Punkte, davon gehören an

der I. Ordnung: 49 Punkte,

II. Ordnung: 406 „ „

III. Ordnung: 1825 „ „

Die Anzahl der Bodenpunkte beträgt 1778, während 502 Punkte durch Bauwerke bezeichnet sind.

Da die beiden Mecklenburgischen Grossherzogtümer zusammen rund 16 000 qkm gross sind, entfällt auf je 7 qkm ein Punkt, das sind 8 Punkte auf 1 Quadratmeile. Das vorhin erwähnte Ziel der Vervollständigungsarbeiten ist also in bezug auf Anzahl der Punkte erreicht, um so mehr, wenn berücksichtigt wird, dass etwa 6% der in Rechnung gestellten Gesamtfläche der beiden Grossherzogtümer aus grösseren Gewässern und Forsten bestehen, welche von der Triangulation grösstenteils ausgeschlossen werden mussten.

Ueber die Genauigkeit der in den Jahren 1892—1908 ausgeführten Triangulararbeiten mögen folgende Zusammenstellungen Auskunft geben:

Arbeitsfeld Nr.	Höchstbeträge der mittleren Richtungsfehler in den Beobach- tungsreihen bei			Mittlere Richtungsfehler aus allen Beobachtungen der einzelnen Arbeitsfelder bei		
	3 Sätzen	4 Sätzen	6 Sätzen	3 Sätzen	4 Sätzen	6 Sätzen
	“	“	“	“	“	“
I	± 1,40	± 0,85	± 0,56	± 0,63	± 0,52	± 0,39
II	1,30	0,91	0,71	0,61	0,53	0,42
III	1,72	1,05	0,57	0,65	0,56	0,42
IV	2,50	1,04	1,15	0,73	0,59	0,53
V	1,81	1,66	0,80	0,75	0,65	0,50
VI	1,43	0,97	0,90	0,72	0,63	0,49
VII	1,35	0,93	0,81	0,67	0,60	0,45
VIII	1,22	0,97	0,94	0,64	0,53	0,46

Mittlere Richtungsfehler aus sämtlichen Messungen der  
Jahre 1893—1908 bei

3 Sätzen	4 Sätzen	6 Sätzen
"	"	"
± 0,68	± 0,57	± 0,47

Bei vorstehenden Zusammenstellungen sind die — übrigens wenig umfangreichen — Beobachtungen des Jahres 1892 wegen ihrer von den Messungen der späteren Jahre abweichenden Anordnung unberücksichtigt geblieben.

Nach den ermittelten Richtungsfehlern und den entsprechenden Längen der Sichten ist anzunehmen, dass die aus den Fehlern der Winkelmessung sich ergebende lineare Querverschiebung für keinen Punkt den Betrag von 10 cm übersteigt, in den weitaus meisten Fällen aber hinter dem Betrag von 5 cm zurückbleibt.

Um ein Urteil über die Genauigkeit der Einschaltung zu gewinnen, wurde für jeden Punkt ein relativer Längenfehler nach der Formel:

$$f_i = \sqrt{\frac{(m_x^2 + m_y^2) \cdot n}{[s]}}$$

berechnet. In der Formel bedeuten  $m_x$ ,  $m_y$  die mittleren Fehler der Koordinaten,  $[s]$  die Summe der Längen und  $n$  die Anzahl der bestimmenden Sichten. Eine Zusammenstellung der so ermittelten relativen Längenfehler nach 8 Gruppen ergibt folgendes Bild:

Gruppe	Relativer Längenfehler		Anzahl der Punkte	
			absolut	in Pro- zenten der Gesamtzahl
I	$\frac{1}{20000}$	$\frac{1}{30000}$	12	0,5
II	$\frac{1}{30000}$	$\frac{1}{40000}$	23	1,0
III	$\frac{1}{40000}$	$\frac{1}{50000}$	50	2,3
IV	$\frac{1}{50000}$	$\frac{1}{60000}$	67	3,0
V	$\frac{1}{60000}$	$\frac{1}{80000}$	243	10,9
VI	$\frac{1}{80000}$	$\frac{1}{100000}$	263	11,8
VII	$\frac{1}{100000}$	$\frac{1}{200000}$	978	43,8
VIII	$\frac{1}{200000}$	$\frac{1}{\infty}$	596	26,7
	Summe:		2232	100,0

Aus diesen Angaben geht hervor, dass unsere Landstriangulation auch hinsichtlich der Genauigkeit in allen ihren Teilen den weitestgehen-

den Anforderungen entspricht. Sie kann unbedenklich für jede praktische Vermessungsarbeit als Grundlage benutzt werden.

Es wird nun interessieren, auch einiges über die Kosten der bisherigen Arbeiten zu erfahren. Ueber die Kosten der unter der Leitung der Landesvermessungskommission ausgeführten Arbeiten haben wir keine Nachweise; die Kosten der Vervollständigungsarbeiten in den Jahren 1889—1912 setzen sich folgendermassen zusammen:

1. Zehrungs- und Quartiergelder des Vermessungsingenieure	36516 Mk.
2. Reise- und Fuhrkosten . . . . .	71710 "
3. Tage- und Arbeitslöhne . . . . .	57238 "
4. Baumaterial und eigentliche Bauarbeiten . . . . .	30808 "
5. Instrumente, Karten, Schreib- und Zeichenmaterialien .	9735 "
6. Erstattung für Flurschäden . . . . .	584 "
7. Entschädigung für Grunderwerb . . . . .	1387 "
8. Sonstiges . . . . .	8812 "

Zusammen: 216790 Mk.

Unter Hinzurechnung der Beamtenbesoldungen mit etwa 150 000 Mk. kommen wir auf einen Gesamtbetrag von rund **370 000 Mk.** oder auf etwa 165 Mk. für einen Punkt.

Wie bereits erwähnt, waren im Jahre 1899 die Kammeringenieure Mauck und Vogeler mit der technischen Bearbeitung der Vervollständigung unserer Landestriangulation beauftragt worden. Der hingebenden Tätigkeit und dem Einfluss dieser beiden Kollegen ist es in erster Linie zuzuschreiben, dass wir das Werk in seiner heutigen mustergültigen Gestalt vor uns haben. Sie sind nicht nur von vornherein dafür eingetreten, dass die von Paschen geschaffene Grundlage beibehalten wurde, vor allem haben wir es ihnen auch zu danken, dass, nachdem sie die Unzulänglichkeit der alten Punkte II. und III. Ordnung erkannt hatten, unter Ausschaltung aller halben Massnahmen, trotz der oftmals sich entgegenstellenden grossen Schwierigkeiten die völlige Neubearbeitung in den Netzen II. und III. Ordnung durchgesetzt wurde. Während es leider dem — im Jahre 1899 als Oberdistriktsingenieur und Vorstand des Grossherzoglichen Messungsbureaus berufenen — Kollegen Vogeler nicht vergönnt war, den Abschluss des Werkes zu erleben, hat der Kollege Mauck in rastloser Tätigkeit und jugendlicher Frische das Werk vollkommen mit zu Ende geführt.

Nach Vogelers Ausscheiden im Jahre 1899 haben an den Arbeiten noch teilgenommen die Kollegen Suhr, welcher leider inzwischen auch schon verstorben ist, Schmidt, Flint, Fensch und Havemann.

\*

\*

\*

Wenn wir nun die bisherige Entwicklung unserer Landesvermessung nochmals überblicken, so haben wir zwei Abschnitte zu unterscheiden: einmal die Arbeiten Paschens, bezw. der Landesvermessungskommission von 1853 bis 1882, sodann die sog. Vervollständigung von 1889 bis 1912.

In dem ersten Abschnitt müssen wir vor allem die geniale Anlage des ganzen Werkes hervorheben. Sowohl diese als auch die Anordnung der Beobachtungen und Berechnungen zeigen uns Paschen als einen ganz hervorragenden Geodäten. Das kommt uns besonders bei einem eingehenderen Studium der Arbeiten zum Bewusstsein. Daneben verspüren wir aber in unserem Werk auch den Geist von Paschens grossem Lehrmeister Gauss. Unsere Landesvermessung ist z. Zt. wohl die einzige, in der das Gauss'sche Prinzip der konformen Projektion bis hinab zur geometrischen Vermessung durchgeführt ist. Auch sonst haben, wie schon gelegentlich erwähnt, Gauss'sche Ideen und Methoden mehrfach Anwendung gefunden.

Der zweite Abschnitt unseres Werkes erhält eine wissenschaftliche Bedeutung vor allem durch die im V. Teil wiedergegebenen theoretischen Entwicklungen zur Projektionsmethode. Ausschlaggebend für die Bedeutung dieses Abschnitts ist aber zweifellos die von 1892—1912 geleistete praktische geodätische Arbeit, durch welche unserer Landestriangulation unzweideutig der Stempel eines Werkes neuzeitlicher Technik aufgeprägt worden ist. Angelegt und durchgeführt zwar nach streng wissenschaftlichen Grundsätzen, ist für die Neubearbeitung der Landestriangulation ausschliesslich die Zweckbestimmung, das Bedürfnis des Landes, massgebend gewesen. Das damit gesteckte Ziel ist in vollkommener Weise erreicht. Mit berechtigtem Stolz können wir mecklenburgischen Vermessungsingenieure heute den massgebenden Stellen, welche, im Vertrauen auf unsere Berufsarbeit, vor 25 Jahren die Ausführung beschlossen und in dankenswerter Weise die für unser Land nicht unbedeutenden Mittel zur Verfügung stellten, Rechenschaft ablegen, und wir dürfen hoffen, dort auch für die Fortsetzung unseres Werkes, für die planmässige Durchführung einer allgemeinen Landesvermessung, Interesse und wohlwollende Förderung zu finden. Es wird uns das sicher gelingen, wenn wir unentwegt weiter arbeiten auf der festen Grundlage, welche unserer Berufstätigkeit in unserer Landestriangulation gegeben ist, und in dem Geiste, von welchem die jetzt abgeschlossenen Arbeiten getragen waren, nämlich in dem Bewusstsein der vollen Verantwortlichkeit für eine nach jeder Richtung hin zweckentsprechende Lösung unserer Aufgabe.

## Ein Ministerialerlass zum Verdingungswesen.

Ein Erlass des Ministers der öffentlichen Arbeiten weist darauf hin, dass bei Verdingungen bestimmte Ursprungsorte oder Bezugsquellen im allgemeinen nicht vorgeschrieben werden dürfen. Die Vorschrift will im Interesse der Verwaltung einen möglichst grossen Kreis schaffen, aus dem

Angebote entgegenzunehmen sind; andererseits will sie im volkswirtschaftlichen Interesse einem möglichst grossen Kreis von Handels- und Gewerbetreibenden Gelegenheit geben, mit der Verwaltung in Verbindung zu treten. Der verlangte Gegenstand oder die verlangte Leistung ist im Sinne der bestehenden Vorschriften bei der Ausschreibung bestimmt zu bezeichnen, so dass die Anbieter genau übersehen können, was von ihnen verlangt wird. Es sind aber hierbei alle Ausdrücke und Hinweise zu vermeiden, die zu dem Irrtum Veranlassung geben könnten, dass bestimmte Ursprungs-orte oder Herstellungsweisen u. dergl. vorgeschrieben werden sollten, während tatsächlich die Absicht nur darauf gerichtet ist, ein gleichwertiges Erzeugnis zu erhalten. Dies gilt namentlich auch für die verschiedenen, durch die neuere Technik ausgebildeten Herstellungsweisen ähnlicher, dem gleichen Zwecke dienender Gegenstände. Sofern mit Rücksicht auf die stark fortschreitende Entwicklung der Technik bei Aufstellung der Verdingungsunterlagen für die hier in Rede stehenden Verhältnisse besondere Fragen auftreten sollten, wird sich Gelegenheit geben, in geeigneten Fällen von der in früheren Erlassen erörterten Zuziehung von ausserhalb der Verwaltung stehenden Sachverständigen Gebrauch zu machen.

*Schewior-Münster.*

## Der Vorgarten in Bebauungsplan und Bauordnung.

Die neueren Bebauungspläne sehen Vorgärten in umfangreichster Masse vor: bei offener Bauweise selbstverständlich, aber auch bei geschlossener Bauweise in den sogenannten Wohnstrassen sieht man beiderseits Vorgärten von reichlich bemessener Tiefe vor, es sei denn, dass die Strasse die möglichst zu vermeidende Ost-West-Richtung und dadurch eine Häuserfront ohne Sonne hat.

Die Anbringung der Vorgärten bietet unverkennbare Vorteile. Bei Wohnstrassen erhalten Fahrdamm und Gehsteige nur die unbedingt nötige, den augenblicklichen Bedürfnissen entsprechende Breite, wodurch eine grosse Herabminderung der Ausbaukosten erreicht wird, und doch rücken die Häuserreihen nicht zu nahe aneinander. In stark hängigem Gelände ist durch Anlegen von Treppen in den Vorgärten die Möglichkeit der Herbeiführung einer zweckmässigeren Lage des Hauses zum dahinter höher liegenden Hof oder Garten gegeben. Endlich gestatten die Vorgartenflächen, da sie niemals bebaut werden dürfen, bei eintretender Steigerung des Verkehrs in den vorläufig in geringer Breite angelegten Strassen eine Erbreiterung ohne übermässig hohe Grunderwerbskosten.

Jede Bauordnung schreibt nun bei einem Grundstück eine in einem gewissen Verhältnis zur Bebauung stehende Freifläche vor, gross genug, dass es den Wohnungen von der Hofseite her an Luft und Licht nicht

fehlt, dass Grünflächen gedeihen und die Jugend, um sie den Gefahren der Strasse zu entziehen, in den Höfen gesunde Spielplätze findet. Es fragt sich nun, ob die Vorgartenfläche, die bei geschlossener Bauweise keinen Zusammenhang mit dem Hof hat, einfach aus dem Baugrundstück ausscheiden soll, oder ob sie ganz oder teilweise zur Erreichung des erforderlichen Hofraumes mit herangezogen werden soll. In der Behandlung dieser Frage stimmen die von den Städten erlassenen Bauordnungen durchaus nicht überein. Wir begegnen da wohl hauptsächlich drei Auffassungen. (Zur Erläuterung durch Zahlenbeispiele betrachten wir ein Grundstück von 15 m Breite und 50 m Tiefe, also 750 qm Flächeninhalt; im Fluchtlinienplan sei eine Vorgartentiefe von 5 m vorgesehen, die Vorgartenfläche beträgt also 75 qm.)

1. „Bei Feststellung der unbebaut zu lassenden Grundstücksfläche werden von der Gesamtfläche des Grundstücks in allen Bauzonen die von der Strassenfluchtlinie abgeschnittenen Flächen, sowie in allen Bauzonen, ausgenommen die Landhausviertel, auch die Teile vorweg in Abzug gebracht, welche durch eine hinter der Strassenfluchtlinie zurückliegende Baufluchtlinie abgeschnitten werden (Vorgärten).“ Es findet sich noch der Zusatz: „Dagegen werden diejenigen hinter der Baufluchtlinie liegenden Flächen, welche durch Zurücksetzen der Gebäude unbebaut bleiben (Vorland), auf die freizulassende Hofffläche mit der Massgabe in Anrechnung gebracht, dass, falls nicht die gesamte Freifläche an die Strasse gelegt wird, im übrigen noch eine zusammenhängende Hofffläche verbleibt, welche mindestens betragen muss (es folgt Angabe der Mindestfläche und Mindestabmessung, die sich von der Innenstadt nach den Aussenbezirken hin vergrössern, etwa von 40 qm bzw. 4 m auf 60 qm bzw. 5 m oder von 30 qm bzw. 4 m auf 50 qm bzw. 6 m).“

Von der Fläche von 750 qm sind also 75 qm Vorgarten abzusetzen, so dass bei einer zulässigen Bebauung von 50 % höchstens 337,5 qm bebaut werden dürfen und mindestens 337,5 qm als Hofraum hinter der Baufluchtlinie liegen bleiben müssen.

2. „Bei Berechnung der unbebaut zu lassenden Fläche werden vorweg abgezogen und bleiben ausser Betracht Vorgärten und andere unbebaute Flächen bis zu einer Entfernung von 3 m hinter der Strassenflucht.“

Es sind also von der Grundstücksfläche von 750 qm  $3 \times 15 = 45$  qm abzuziehen, so dass unter Beibehaltung des vorhergehenden Beispiels 50 % von 705 qm = 352,5 qm bebaut werden dürfen. Von der erforderlichen Hofraumfläche von 352,5 qm liegen also 30 qm vor und 322,5 qm hinter der Baufluchtlinie.

3. „Vorgartenflächen werden als Hofraum in der Bauzone I (Innenbezirk mit 75 % zulässiger Bebauung) zur Hälfte, in allen übrigen Zonen ganz angerechnet, jedoch nicht über 10 % der gesamten Grundstücksfläche.“

Unser Beispiel berechnet sich also folgendermassen:  $750 - 75 = 675$  qm. Zulässige Bebauung  $50\%$   $= 337,5$  qm zuzüglich der ganzen Vorgartenfläche (nicht mehr als  $10\%$  der Gesamtgrundstücksfläche) mit  $75$  qm, so dass  $412,5$  qm bebaut werden dürfen.

Die drei Berechnungen haben recht verschiedene Ergebnisse gebracht; welche Bestimmung dem Grundeigentümer am meisten zusagen wird, kann kaum zweifelhaft sein. Für uns gilt es, zu überlegen, welcher Bestimmung im Interesse der Schaffung ausreichender Freiflächen unter möglichster Wahrung der Interessen des Grundeigentümers für alle Fälle der Vorzug zu geben ist, und es wird diese Frage, abgesehen von obigen Berechnungen, bald geklärt sein, wenn wir an den Fall denken, dass das Grundstück nach obigen Berechnungen vollauf bebaut ist und die Stadtgemeinde einen Streifen von  $2$  m Breite zur Strassenerweiterung aus dem Vorgarten entnehmen muss, sodass ein Vorgarten von nur  $3$  m Tiefe und ein Baugrundstück von  $750 - 30 = 720$  qm verbleibt. Es muss dann verlangt werden, dass eine unter Einsetzung der veränderten Verhältnisse erneut aufgestellte Berechnung der unbebaut zu lassenden Fläche eine nach den Bestimmungen der Bauordnung das zulässige Mass überschreitende Bebauung nicht nachweist. Andernfalls muss für jeden Fall ein Dispensgesuch der Beschlussbehörde vorgelegt werden, dem auch stattgegeben werden muss, wenn nicht die nötige Erbreiterung der Strasse unmöglich gemacht werden soll.

Betrachten wir nun unsere drei Beispiele, so bleibt beim ersten die Hofraumberechnung unverändert, selbst wenn die Stadtgemeinde den ganzen Vorgarten zur Strasse einzieht.

Beim zweiten Beispiel würde sich die Berechnung vorschriftsmässig folgendermassen gestalten: Baugrundstück  $720$  qm, ab ein Streifen von  $3 \times 15$  m  $= 45$  qm.  $50\%$  von  $675$  qm sind  $337,5$  qm, die zulässige Bebauung. Bebaut sind  $352,5$  qm, sodass ein Dispensgesuch eingereicht werden muss, welches aber unbedenklich genehmigt werden kann, da ja schon bei der ersten Berechnung für dieses Grundstück mit Rücksicht auf eine spätere Landentnahme aus dem Vorgarten  $45$  qm vom Baugrundstück vorweg in Abzug gebracht wurden, so dass der nochmalige Abzug von  $45$  qm in der jetzigen Berechnung unterbleiben konnte, da doch kaum anzunehmen ist, dass in absehbarer Zeit eine nochmalige Landentnahme zur Strassenerweiterung stattfinden wird.

Beim dritten Beispiel denken wir uns ebenfalls einen Streifen von  $2$  m Breite dem Vorgarten abgenommen; da der Vorgarten ganz zum Hofraum rechnet, so fehlen nun am Hofraum auch die ganzen  $2 \times 15 = 30$  qm, würde der Vorgarten ganz eingezogen, so fehlten dem Hofraum auch die ganzen  $75$  qm.

Wir sehen aus dieser letzten Berechnung, dass die umfangreiche

Heranziehung des Vorgartens zur Hofraumfläche ihre grossen Bedenken hat. Wir schaffen leicht Bauten, die nach der Strasse hin durch den Vorgarten einen grossartigen Eindruck machen und entsprechend hohe Mieten erzielen, bei denen aber die gesundheitlichen Verhältnisse infolge der beschränkten Luft- und Lichtzufuhr in den verbleibenden engen Höfen hinter den Häusern diesen Mieten nicht entsprechen. Wird dann später noch der Vorgarten genommen, so bleibt ein Haus ohne besonderen Wert, und spätere Generationen haben die Folgen einer gegenüber dem Interesse der Gesundheit allzu milden Bauordnung zu tragen. Am vollständigsten gesteuert wird diesem Uebelstand unzweifelhaft durch die erste Art der Berechnung, die die Vorgartenfläche einfach gänzlich als nicht zum Baugrundstück gehörig ansieht. Es liegt darin aber unzweifelhaft eine gewisse Härte dem Grundeigentümer gegenüber, besonders wenn es sich um Vorgärten von 5 oder 6 m Tiefe handelt. Es kann so auch leicht vorkommen, dass zwei nebeneinanderliegende Grundstücke von derselben Grösse eine verschieden grosse Bebauung erhalten, wenn nämlich auf der Grenze der beiden Grundstücke zur Erzielung eines architektonisch schönen Bildes der Vorgarten z. B. von 5 auf 3 m Tiefe vorspringt. Dem Grundstück mit 5 m tiefem Vorgarten ist dann eine geringere Bebauung gestattet, wie dem mit 3 m Vorgarten, und doch sollte ihm mindestens dieselbe Bebauungsmöglichkeit gegeben sein. Denn wenn wirklich eine Erbreiterung der Strasse um die 3 m stattfindet und dem einen Haus der Vorgarten ganz genommen wird, so werden dem Nachbarhaus im allgemeinen doch noch 2 m Vorgarten verbleiben müssen. Es erscheint darum die zweite Berechnungsart empfehlenswert, welche überall nur einen unbebauten bzw. unbebauten Streifen von 3 m Breite der Strasse entlang aus dem Baugrundstück ausscheiden und die darüber hinausgehende Vorgartenfläche an der Berechnung zur Ermittlung des Hofraumes teilnehmen lässt.

Es soll damit aber nicht gesagt sein, dass nicht die schärfere Berechnungsart des ersten Beispiels, wenn die besonderen Verhältnisse es verlangen, doch zur Anwendung kommen soll, denn eine Erweiterung des Strassenlufttraumes durch Vorgärten darf allenfalls nur eine ganz geringe Herabminderung der Hofraumfläche bringen, sonst müsste ja auch die Bauordnung bei der Hofraumberechnung unterscheiden zwischen Baugrundstücken an engen Strassen, an breiten Strassen, an grossen Plätzen und an Strassen am Rande von Wäldern und am Ufer von Wasserflächen, und den letzteren müsste den ersteren gegenüber eine geringere Hofraumfläche gestattet sein.

Luft, Licht, Grünflächen lautet heute die Losung im Städtebau, und es soll uns unsere Bauordnung nicht schon genügen, wenn durch sie sich der Nachweis erbringen lässt, dass augenblicklich diesen Forderungen genügt ist; es soll auch späteren Generationen unter veränderten Verhält-

nissen — wenn die Vorgärten zur Strasse genommen, oder z. B. die Wälder jenseits der Strasse abgeholzt und bebaut werden — an diesen Erfordernissen für ein gesundes Wohnen nicht fehlen. *Kappel-Barmen.*

## Ferienkurs in Stereophotogrammetrie.

Herr Dr. C. Pulfrich beabsichtigt, vom 1. bis 6. September dieses Jahres in Jena den V. Ferienkursus in Stereophotogrammetrie mit Vorträgen und praktischen Uebungen abzuhalten. Die hierfür erforderlichen Apparate werden von der Firma Carl Zeiss, Jena, zur Verfügung gestellt. Die Geschäftsleitung der Firma hat an die leihweise Ueberlassung der Apparate die Bedingung geknüpft, dass Herren, die einer Konkurrenzfirma angehören oder für diese tätig sind, die Teilnahme an dem Kursus ver sagt wird.

Das Honorar für die Vorträge, Demonstrationen und Uebungen beträgt 25 Mk. und ist bei Entgegennahme der Teilnehmerkarte zu erlegen.

Die Anmeldungen zur Teilnahme an diesem Kurs sind an Herrn Dr. C. Pulfrich nach Jena, Kriegerstrasse 8, zu richten. Auf Wunsch wird die Teilnehmerkarte vorher zugesandt.

Um rechtzeitig geeignete Dispositionen treffen zu können, wird ge beten, die Anmeldungen möglichst bald bewirken zu wollen.

## Hochschulnachrichten.

### Königliche landwirtschaftliche Akademie Bonn-Poppelsdorf

in Verbindung mit der

### Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn.

Die landwirtschaftliche Akademie Bonn-Poppelsdorf wird im laufenden Sommersemester 1913 nach vorläufiger Feststellung von insgesamt 465 (513) Studierenden besucht, und zwar von

445 (472)	ordentlichen Hörern,
5 (12)	ausserordentlichen Hörern,
15 (29)	Gasthörern.

Unter den ordentlichen und ausserordentlichen Hörern befinden sich:

273 (304)	Studierende der Landwirtschaft,
177 (180)	„ „ Geodäsie und Kulturtechnik.

(Die entsprechenden Zahlen des letzten Wintersemesters sind zum Ver gleich in Klammern beigefügt.)

## Personalmachrichten.

**Königreich Preussen.** Auszeichnungen. Die Bewilligung zur Anlegung wurde erteilt dem Verm.-Insp., Oekonomierat Hoffmann in Merseburg f. d. Fürstlich Schwarzburgische Ehrenkreuz 3. Kl. und dem Oberlandmesser Hofferbert in Arolsen f. d. Fürstlich Waldecksche Verdienstkreuz 4. Kl.

Aus Anlass des Regierungsjubiläums Sr. Maj. des Kaisers und Königs erhielten Oberlandmesser Berger bei der Spezialkommission I in Münster i. W. und Steuerinspektor Teut, Katasterkontrolleur in Halberstadt den Roten Adlerorden 4. Kl., Landesökonomierat Förster, Vermessungsinsp. b. d. Generalkommission in Cassel den Kgl. Kronenorden 3. Kl., dann Stadtgeometer Fritz in Diedenhofen und Stadtvermessungsinspektor, Oberleut. d. R. Klein in Wiesbaden den Kgl. Kronenorden 4. Kl.

Finanzministerium. Dem Regierungslandmesser, Steuerinsp. Collatz in Arnsberg ist die Stelle eines Katasterinspektors bei der Königl. Regierung in Posen und dem Katasterkontrolleur, Steuerinsp. Albath in Tilsit die Stelle eines Katasterinspektors bei der Königl. Regierung in Aurich verliehen worden. — Versetzt sind: Die Kat.-Inspektoren, St.-Räte Däumer von Aurich nach Osnabrück und Rheindorff von Posen nach Köln. — Dem Katasterkontrolleur, Steuerinsp. Anders in Arnsberg ist die Stelle eines Regierungslandmessers daselbst übertragen und der K.-L. Fraedrich in Marienwerder ist als Katasterkontrolleur in Schrimm bestellt worden.

Zu besetzen sind die Katasterämter Kattowitz im Reg.-Bez. Oppeln, Burgdorf im Reg.-Bez. Lüneburg und Zeitz im Reg.-Bez. Merseburg.

Landwirtschaftl. Verwaltung. Generalkommission Cassel. Pensioniert: O.-L. Ziege in Hanau. In den Dienst neu eingetreten: L. Scheider in Hünfeld. Ausgeschieden zwecks Uebertritts in den Kolonialdienst: L. Scheler in Arolsen.

**Königreich Bayern.** Vom 1. Juli an wurde der im zeitlichen Ruhestand befindliche Bezirksgeometer Joseph Grathwohl, früher in Aichach, auf sein Ansuchen wegen fortdauernder Dienstunfähigkeit auf die Dauer eines weiteren Jahres im Ruhestand belassen, der geprüfte Geometer Franz Tremel, verwendet im Regierungsbezirk Oberfranken, zum Kreisgeometer bei der Regierung der Pfalz in etatsmässiger Eigenschaft ernannt.

**Königreich Sachsen.** Vom 1. Juli 1913 ab werden versetzt: die Bezirkslandmesser Herrmann von Oschatz nach Meissen, Poeschmann von Dresden nach Oschatz. Oberlandmesser Süss, Bezirkslandmesser in Meissen tritt am 1. August in den Ruhestand.

**Grossherzogtum Sachsen-Weimar.** Herrn Vermessungskommissar a. D. Schnaubert in Weimar wurde von Sr. Hoheit dem Grossherzog das goldene Verdienstkreuz verliehen.

## Inhalt.

**Wissenschaftliche Mitteilungen:** Theorie und Anwendung der Drehwage von Eötvös, von Eggert. (Schluss.) — Eine neue Vorrichtung zur Berechnung barometrisch gemessener Höhenunterschiede mit dem gewöhnlichen Rechenschieber, von Dietze. — Die Grossh. Mecklenburgische Landesvermessung, von Brumberg. (Schluss.) — Ein Ministerialerlass zum Verdingungswesen, von Schewior. — Der Vorgarten in Bebauungsplan und Bauordnung, von Kappel. — Ferienkurs in Stereophotogrammetrie. — Hochschulnachrichten. — Personalmeldungen.