

ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN

herausgegeben vom

Deutschen Verein für Vermessungswesen (D.V.W.) E.V.
Schriftleiter: Professor Dr. Dr.-Ing. E. h. O. Eggert, Berlin-Dahlem,
Ehrenbergstraße 21

1938 **Heft 8.** Band LXVII
15. April

Der Abdruck von Original-Artikeln ohne vorher eingeholte Erlaubnis der Schriftleitung ist untersagt

Die Verschmelzung und Vereinigung von Flurstücken und das Gesetz über die Beurkundungs- und Beglaubigungsbefugnis der Vermessungsbehörden.

Von Friedrich Kurandt, Berlin.

Unter einem Flurstück wird ein Teil der Erdoberfläche verstanden, der in der Flurkarte (Katasterplan) unter einer besonderen Nummer aufgeführt ist. Das Flurstück ist also die buchungstechnische Einheit des Liegenschaftskatasters. Dem gegenüber steht die buchungstechnische Einheit des Grundbuchs, das Grundstück. Da im Grundbuch die Grundstücke nach den Vermessungs-(Kataster-)unterlagen bezeichnet werden, muß ein Grundstück aus mindestens einem Flurstück bestehen. Ein Teil eines Flurstücks kann also in der Regel kein Grundstück im Rechtssinne sein. Dagegen kann ein Grundstück aus mehreren Flurstücken bestehen.

Für die Führung des Liegenschaftskatasters und des Grundbuchs ist anzustreben, daß die Zahl der Flurstücke möglichst gering ist. Überflüssige Nummern sind unnützer Ballast für die Bücher, machen die Katasterpläne (Flurkarten) unübersichtlich, erschweren die Fortführung und geben Anlaß zu zahlreichen Unzuträglichkeiten und Irrtümern. Diese Schwierigkeiten sind bereits des öfteren in dieser Zeitschrift behandelt worden; ich verweise besonders auf den Aufsatz von Skär „Zur Bildung der Grundstücke“ im Jahrgang 1909, Seite 271 ff. Bei der großen Zahl von Flurstücken, die in Deutschland über 100 Millionen beträgt, muß daher die Beseitigung aller überflüssigen Flurstücksnummern bei der Aufstellung des neuen einheitlichen Liegenschaftskatasters (Reichskatasters) mit allen Kräften angestrebt werden. Immer wird sich allerdings der Idealfall, daß ein örtlich und wirtschaftlich zusammengehöriger Abschnitt der Erdoberfläche im Kataster nur unter einer einzigen Nummer aufgeführt ist, nicht verwirklichen lassen. Die Darstellung der Flurstücke in der Flurkarte muß einfach und übersichtlich sein. Dasselbe gilt von der Buchung in den Katasterbüchern, besonders im Flurbuch. Ein Flurstück darf auch nicht aus zu vielen Unterabschnitten bestehen, da sonst die Fortführung stark erschwert wird. Die allgemeinen Vorschriften über die Bildung von Flurstücken (Nr. 11 BodSchätzÜbernErl.), die diesen

Grundsätzen Rechnung tragen, dürfen daher nicht außer Acht gelassen werden.

Die Beseitigung überflüssiger Nummern erfolgt durch Zusammenwerfen von Flurstücken, die örtlich und wirtschaftlich eine Einheit darstellen. Das neue Flurstück erhält eine neue Nummer; die Nummern der alten Flurstücke fallen aus. Beim Zusammenwerfen der Flurstücke ist zu unterscheiden zwischen „Verschmelzung“ und „Vereinigung“ (Nr. 28 bis 30 BodSchätz-ÜbernErl.).

Die Verschmelzung ist ein rein katastertechnischer Vorgang. Sie erfolgt bei Flurstücken, die nur Teile eines Grundstücks im Rechtssinne sind. Ein derartiges Grundstück, das im Flurbuch unter verschiedenen Nummern geführt, im Grundbuch dagegen als ein einheitliches Grundstück gebucht ist, bezeichnen die Motive zum BGB. (Bd. III S. 53 ff.) als zusammengesetztes Grundstück im Gegensatz zum einfachen Grundstück, das auch im Flurbuch nur eine Nummer führt. Beim zusammengesetzten Grundstück sind die einzelnen Flurstücke nicht wesentliche Bestandteile des einheitlichen Ganzen in gleicher Weise wie die einzelnen Flächenabschnitte eines unter einer Nummer im Flurbuch aufgeführten Grundstücks. Da im allgemeinen verschiedene Flurstücke im Grundbuch nur dann als ein einheitliches Grundstück gebucht sind, wenn sie einheitlich belastet sind, so ergeben sich aus den Belastungsverhältnissen für die Verschmelzung in der Regel keine Schwierigkeiten. Aber selbst wenn in Ausnahmefällen die einzelnen Flurstücke verschieden belastet sind, wird die Verschmelzung trotzdem möglich sein, da auch bisher keine „Verwirrung“ zu besorgen war und auch durch die Verschmelzung lediglich die Bezeichnung des Grundstücks im Bestandsverzeichnis des Grundbuchs geändert wird. Die Voraussetzungen für die Verschmelzung sind daher fast immer gegeben, sobald die katastertechnischen Vorschriften sie zulassen. Nach der Art der Entstehung der bisherigen Kataster als Grundsteuerkataster waren diese Vorschriften hauptsächlich nach steuertechnischen Gesichtspunkten erlassen worden. Vor allem stand vielfach der Verschmelzung die Vorschrift im Wege, daß ein Flurstück ganz von der nämlichen Kulturart sein sollte. Der Reichs- und Preußische Minister des Innern hat daher durch seinen Erlaß vom 3. Oktober 1935 — VI C 11550/6801 — angeordnet, daß die Länder, in denen diese Vorschrift noch bestand, sie alsbald aufheben sollten. Dies konnte unbedenklich geschehen, weil die Besteuerung der Liegenschaften nach dem Grundsteuergesetz vom 1. 12. 1936 allgemein nach wirtschaftlichen Einheiten im Sinne des § 2 des Reichsbewertungsgesetzes erfolgt. Das Flurstück hat damit seine Bedeutung als Gegenstand der steuerlichen Bewertung verloren. Aus diesem Grunde wird man auch in den alten Katastern bei Verschmelzungen auf den Antrag des Eigentümers verzichten können. Im Reichskataster wird die Verschmelzung von Amts wegen erfolgen, ohne daß der Antrag des Eigentümers erforderlich wäre. Will man Flurstücke verschmelzen, deren Grenzen vermarktet sind und bei denen die Möglichkeit besteht, daß sie einmal selbständige Grundstücke werden können, wird man zweckmäßig dem Eigentümer vor

Durchführung der Verschmelzung Gelegenheit zur Äußerung geben. Von der Verschmelzung ist der Eigentümer zu benachrichtigen. Bei der ersten Aufstellung des Reichskatasters erübrigt sich die Benachrichtigung, da es offengelegt wird (Nr. 37 BodSchätzÜbernErl. Teil II).

Im Gegensatz zum katastertechnischen Begriff der Verschmelzung haben wir es bei der Vereinigung mit einem rechtlichen Vorgang zu tun. Es handelt sich hier um Flurstücke, die sich wohl örtlich und wirtschaftlich als ein einheitliches Grundstück darstellen, die aber nicht verschmolzen werden können, weil sie im Grundbuch je für sich eine besondere Stelle haben, mithin selbständige Grundstücke sind. Gerade dieser Umstand aber gibt zu großen Bedenken Anlaß, da wirtschaftlich unselbständige Flächen als selbständige Grundstücke im Grundbuch geführt werden. Ungleichmäßige Belastungen derselben Einheit, unrichtige und unvollständige Bezeichnungen bei Auflassungen und Zwangsversteigerungen und sonstige rechtliche Schwierigkeiten und Irrtümer sind die Folge.

Die Vereinigung von Grundstücken im Grundbuch kann gemäß § 890 BGB. nur auf Antrag des Eigentümers erfolgen. Der Antrag bedarf der im § 29 GBO. vorgeschriebenen Form. Danach ist die zur Grundbucheintragung erforderliche Erklärung vor dem Grundbuchamt zur Niederschrift des Grundbuchrichters abzugeben oder durch öffentliche oder öffentlich beglaubigte Urkunden nachzuweisen. Auf die Niederschrift des Grundbuchrichters sind gemäß § 29 Abs. 2 GBO. die Vorschriften über die gerichtliche Beurkundung eines Rechtsgeschäfts anzuwenden (§§ 168—180, 182 und 200 des Reichsgesetzes über die Angelegenheiten der freiwilligen Gerichtsbarkeit — RFGG. — vom 17. 5. 1898 RGBl. S. 771). Die Form der Beglaubigung richtet sich nach § 183 RFGG.

Der Begriff der öffentlichen Urkunde ergibt sich aus § 415 der Zivilprozeßordnung (ZPO.). Öffentliche Urkunden sind danach solche, die von einer öffentlichen Behörde innerhalb der Grenzen ihrer Amtsbefugnis oder von einer mit öffentlichem Glauben versehenen Person innerhalb des ihr zugewiesenen Geschäftskreises in der vorgeschriebenen Form aufgenommen sind. Mit öffentlichem Glauben versehene Personen im Sinne des § 415 ZPO. sind nur solche, denen diese Eigenschaft durch Gesetz beigelegt ist, z. B. die Notare, die öffentlich bestellten Vermessungsingenieure in Preußen bezüglich der von ihnen aufgenommenen Grenzverhandlungen (vgl. RGE. vom 19. 4. 1935 — 3 D 63/37 — ZfV. 1937 S. 382 ff.). Der Antrag des Eigentümers auf Vereinigung bedurfte daher nach den bisherigen Bestimmungen der Mitwirkung des Grundbuchrichters oder eines Notars. Nur in Baden waren gemäß § 24 des Badischen Grundbuchausführungsgesetzes vom 19. 6. 1899 in der Fassung vom 13. 10. 1925 (Badisches Gesetz- und Verordnungsblatt 1925 S. 291 ff.) auch die Vorstände der Vermessungsämter zuständig.

Die Erfahrung zeigte bald, daß die mit dem formalen Verfahren der Grundstückbildung wenig vertrauten Eigentümer sich scheuten, formgerechte Anträge auf Vereinigung zu stellen. Die Justizbehörden versuchten daher,

durch Erlaß der Gerichtsgebühren den Eigentümern die Stellung der Anträge zu erleichtern. Aber auch diese Maßnahme hatte nicht den gewünschten Erfolg. Der Reichsminister der Justiz hat deshalb im § 29 der Grundbuchverfügung vom 8. 8. 1935 — RMBl. S. 637 — angeordnet, daß bei der Umschreibung von Grundbüchern, die zur Zeit wegen der Umstellung der alten Grundbücher auf den neuen einheitlichen Reichsvordruck sehr zahlreich sind, die Beteiligten über die Vereinigung oder Zuschreibung zu belehren sind. Der Grundbuchrichter soll also die Eigentümer zur Stellung der erforderlichen Anträge anhalten; einen Zwang kann er allerdings auf die Beteiligten nicht ausüben. Weiter wurde im § 63 Abs. 1 Ziff. 4 der Kostenordnung vom 25. 11. 1935 — RGBl. I S. 1371 — bestimmt, daß für die Eintragung der Vereinigung mehrerer Grundstücke zu einem Grundstück einschließlich der Aufnahme des erforderlichen Antrages durch das Grundbuchamt Gebühren nicht erhoben werden, sofern die das amtliche Verzeichnis (§ 2 Abs. 2 GBO.) führende Behörde bescheinigt, daß die Grundstücke örtlich und wirtschaftlich ein einheitliches Grundstück darstellen. Auch werden nach der Allgemeinen Verfügung des Reichsministers der Justiz vom 6. 4. 1937 — 5641 — IV b 6592 (Deutsche Justiz S. 604) — für die Entgegennahme von Vereinigungsanträgen von den Grundbuchämtern keine Schreibgebühren erhoben.

Bei der großen Bedeutung, die die Frage der Vereinigung für die Führung der öffentlichen Bücher hat, erschien es angezeigt, auch noch andere Maßnahmen ins Auge zu fassen, die den Grundstückseigentümern die Stellung der Anträge auf Vereinigung erleichtern. Es lag nahe, auch den Beamten die Befugnis zu den erforderlichen Beurkundungen einzuräumen, die ohnehin bei der Neubildung von Flurstücken, meist sogar an Ort und Stelle mit den Eigentümern verhandeln, nämlich den Beamten der Vermessungsbehörden. Diese sind auch auf Grund ihrer Pläne und Messungsunterlagen am besten imstande, zu beurteilen, welche Flächen zweckmäßig zu Einheiten zusammenzufassen sind. Die bereits erwähnte badische Regelung konnte zum Anhalt genommen werden. Auch lagen Vorschläge in dieser Richtung bereits vor (vergl. Beschluß des Beirats für das Vermessungswesen auf der 6. Tagung am 29. und 30. Oktober 1931 in Berlin, ZIV. 1932 S. 677, und Hause: „Wirtschaftlicher Ausbau des Urkund- und Grundbuchwesens“, Verlag Konrad Wittwer, Stuttgart 1928). Sollte etwas in dieser Hinsicht unternommen werden, so mußte es wegen der im Gange befindlichen Umschreibung des Grundbuchs auf den einheitlichen Reichsvordruck und der Neuauflistung der Liegenschaftskataster aus Anlaß der Übernahme der Ergebnisse der Bodenschätzung möglichst bald geschehen. Der Reichs- und Preußische Minister des Innern schlug daher dem Reichsjustizminister vor, eine reichsgesetzliche Regelung zu veranlassen, die die Beurkundungs- und Beglaubigungsbefugnis auf die Vermessungsbeamten ausdehne. Der Reichsjustizminister griff den Vorschlag auf und legte dem Reichskabinett einen Entwurf vor, der am 15. 11. 1937 als „Gesetz über die Beurkundungs- und Beglaubigungsbefugnis der Vermessungsbehörden“ (RGBl. I S. 1257) zur

Annahme kam. (Abgedruckt in ZfV. 1937 S. 717). Zur Ausführung des Gesetzes hat der Reichs- und Preußische Minister des Innern im Einvernehmen mit dem Reichsjustizminister in einem Runderlaß vom 13. 1. 1938 — VI A 13365/6826 — die erforderlichen Vorschriften erlassen. Sonderabdrucke dieses Runderlasses sind bei Karl Heymanns Verlag, Berlin W 8, Mauerstraße 44, käuflich zu erwerben.

Die neue Regelung gibt den Vorständen der Vermessungsbehörden, die das amtliche Verzeichnis im Sinne des § 2 Abs. 2 der Grundbuchordnung führen, sowie solchen Beamten dieser Behörden, die von den Vorständen beauftragt werden, die Befugnis zur Beurkundung oder Beglaubigung von Anträgen der Eigentümer auf Vereinigung oder Teilung von Grundstücken. Wird das amtliche Verzeichnis vom Grundbuchamt selbst geführt, wie z. B. in Bayern, so gilt die Regelung entsprechend für die Vorstände und Beamten der Vermessungsbehörden, die die Unterlagen des amtlichen Verzeichnisses führen, als deren wesentlichste der Katasterplan (Flurkarte) anzusehen ist. Es kommen also alle die Vermessungsbehörden in Betracht, die die Karte im Sinne des § 2 Abs. 3a GBO. führen. Vermessungsbehörden im Sinne des § 1 des Gesetzes sind demgemäß in Preußen die staatlichen Katasterämter, in Bayern die staatlichen Messungsämter, in Sachsen die staatlichen Bezirksvermessungsämter, in Württemberg die staatlichen Vermessungsämter, in Baden die staatlichen Vermessungsämter, in Thüringen die staatlichen Katasterämter, in Hessen die staatlichen Vermessungsämter, in Hamburg die Behörde für Technik und Arbeit, Abteilung Vermessungswesen, in Mecklenburg die Vermessungsabteilungen der landrätlichen Verwaltung, in Oldenburg die staatlichen Katasterämter, in Braunschweig die staatlichen Vermessungsämter, in Bremen das staatliche Katasteramt, in Anhalt die Vermessungsabteilung des Kreisamts, in Lippe die staatlichen Vermessungsämter, in Schaumburg-Lippe das staatliche Katasteramt, im Saarland die Messungsämter des Reichs und in einzelnen Fällen kommunale Vermessungsämter, denen die Wahrnehmung der staatlichen Vermessungs- und Katasterangelegenheiten innerhalb ihrer Bezirke übertragen ist. Nicht befugt zur Beurkundung sind die Beamten anderer Vermessungsbehörden und die Öffentlich angestellten Vermessungsingenieure. Beauftragt werden sollen im allgemeinen alle Beamten des höheren Vermessungsdienstes, die mit der Ausführung von Fortführungsmessungen zu tun haben. Damit bei Abwesenheit des Vorstands die Eigentümer die Anträge in den Diensträumen der Vermessungsbehörden stellen können, wird zweckmäßig auch ein Beamter des mittleren Dienstes beauftragt. Diese Beamte sollen allerdings nur dann beauftragt werden, wenn sie eine besondere Ausbildung beim Grundbuchamt erhalten haben. Im übrigen entscheidet der Vorstand nach den vorliegenden Bedürfnissen darüber, welche Beamte seiner Dienststelle er mit der Beurkundung und Beglaubigung beauftragen will. Der Auftrag soll schriftlich erteilt werden. Der beauftragte Beamte hat in der Niederschrift oder im Beglaubigungsvermerk auf den ihm erteilten Auftrag Bezug zu nehmen.

Die Befugnis der Vermessungsbehörden, Anträge der Eigentümer auf Vereinigung oder Teilung von Grundstücken ihres Bezirks öffentlich zu beurkunden oder zu beglaubigen, ist nicht auf alle Anträge dieser Art schlechthin ausgedehnt. Von der Befugnis soll vielmehr nur dann Gebrauch gemacht werden, wenn die zu vereinigenden Grundstücke örtlich und wirtschaftlich ein einheitliches Grundstück darstellen oder die Teilung erforderlich ist, um örtlich und wirtschaftlich einheitliche Grundstücke herzustellen. Daß dies der Fall ist, wird im Anschreiben der Vermessungsbehörden an das Amtsgericht dem Grundbuchamt gegenüber erklärt. Es sei besonders darauf aufmerksam gemacht, daß unter Teilung hier nicht eine Teilung zwecks Bildung neuer Teilstücke zum Zwecke des Verkaufs, der Erbauseinandersetzung u. dergl. zu verstehen ist. Fälle der hier in Betracht kommenden Art kommen so selten vor, daß sie praktisch keine Rolle spielen. Es soll daher auf sie nicht näher eingegangen werden. Ferner ist zu beachten, daß sich die Beurkundungsbefugnis nicht auf „Zuschreibungen“ erstreckt (§ 890 Abs. 2 BGB.; vergl. wegen der Wirkung der Zuschreibung § 1131 BGB.). Um unnötige Beurkundungen zu vermeiden, soll ferner möglichst vor der Aufnahme des Antrages festgestellt werden, ob der Vereinigung grundbuchlich keine Bedenken entgegenstehen (§ 5 GBO.). Für die Form der Erklärungen der Grundeigentümer sind die bereits erwähnten Vorschriften maßgebend, wie sie auch für das Grundbuchamt gelten. Bei Beglaubigungen ist zu beachten, daß sie nur dann erfolgen dürfen, wenn die Unterschrift in Gegenwart der Beamten vollzogen oder die bereits vollzogene Unterschrift ausdrücklich anerkannt wird. Als Muster für die Form der Beglaubigung gibt der Rund-erlaß 2 Beispiele. Für die Niederschrift sollen Vordrucke nach einem vorgeschriebenen Muster Verwendung finden. Von einer Aufnahme des Antrags in eine andere Urkunde, z. B. in die Grenzverhandlung, soll abgesehen werden, um gewisse Schwierigkeiten formalrechtlicher Natur nicht aufkommen zu lassen. Der Antrag verbleibt bei den Grundakten. Schließlich regelt der Erlaß auch noch die Zuständigkeit, wenn ein Grundstück in Bezirken verschiedener Vermessungsbehörden liegt und gibt Vorschriften für den Fall, daß sich die Grundeigentümer eines Vertreters bedienen.

Wenn auch die Neuregelung für die Vereinfachung und übersichtliche Gestaltung der Kataster einen wesentlichen Schritt vorwärts bedeutet, so wird trotzdem in der Praxis die Bildung einheitlicher Grundstücke nicht immer reibungslos vor sich gehen, zumal die Befugnis zur Beurkundung von Zuschreibungen nicht mit übertragen ist. Schwierigkeiten werden z. B. dann auftreten, wenn der wahre Eigentümer im Grundbuch noch nicht eingetragen ist, was durch Rechtsübergänge außerhalb des Grundbuchs eintreten kann. Der wahre Eigentümer kann allerdings den Antrag stellen; die Eintragung ins Grundbuch kann aber erst dann erfolgen, wenn er selbst als Eigentümer eingetragen worden ist. Diese Bestimmung des Grundbuchrechts wirkt sich besonders bei Erbengemeinschaften unangenehm aus. In solchen Fällen muß überlegt werden, ob durch Anwendung des Grundbuchsberichtigungszwangs (§ 82 GBO.) Abhilfe geschaffen werden kann. Bei Wohnsiedlungsgebieten ist

zu beachten, daß die Vereinigung oder Teilung von Grundstücken genehmigungspflichtig ist (§ 4 des Gesetzes über die Aufschließung von Wohnsiedlungsgebieten v. 22. 9. 1933, RGBl. I, S. 659). Mit der Behörde, die die Genehmigung zu erteilen hat, wird sich für die Fälle der Vereinigung eine vereinfachte Form der Geschäftsbehandlung vereinbaren lassen. Es muß überhaupt der persönlichen Initiative der Vorstände der Vermessungsbehörden überlassen bleiben, im Einzelfalle den zweckmäßigsten Weg zu finden.

Wir haben gesehen, wie wichtig es ist, daß ein örtlich und wirtschaftlich zusammengehöriger Abschnitt der Erdoberfläche im Liegenschaftskataster nur unter einer einzigen Nummer aufgeführt ist, und welche Arbeit es erfordert, unzulässige oder unrichtige Grundstücksgebilde zu beseitigen. Viele dieser Schwierigkeiten hätte man vermeiden können, wenn man den neuzubildenden Besitzstücken im Kataster nur eine einzige Nummer gegeben hätte, wie das Beispiel der Länder zeigt, die nicht wie Preußen bei Teilungsentwürfen jedem abgetrennten Teil eine besondere Nummer gegeben haben. Für das Reichskataster heißt es: „Vorbeugen ist besser als heilen“. Durch Rückgängigmachung der Teilungen, die nicht zum Vollzug im Grundbuch gelangen, und durch Bezeichnung der neugebildeten Einheiten mit einer einzigen Flurstücksnummer muß die Bildung unerwünschter Grundstücke von vornherein unterbunden werden.

Koordinatenumformung.

Von Stadt-Verm.-Dir. i. R. Strinz, Magdeburg.

(Schluß von Seite 217).

VI. Diskussion der Gleichungen für f_y und f_x .

Wenn wir bei den Gleichungen 17 im letzten Gliede des Ausdrucks für f_y das Glied $\frac{a^2}{6y^2} \Delta y^3$ streichen, das bis $\Delta y = \pm 6$ km noch nicht 1 mm erreicht, so haben wir zwei Gleichungen von der Form der allgemeinen Gleichung zweiten Grades

$$a x^2 + 2 b x y + c y^2 + 2 d x + 2 e y + f = 0$$

Es kann sich dabei je nach der Größe der Koeffizienten um die verschiedensten Kurvenformen handeln. Die Gleichungen für Müggelsberg, auf diese Form gebracht, lauten

$$+ 1,356 \Delta x^2 + 2,0,0611 \Delta y \Delta x - 1,064 \Delta y^2 + 2,10,56 \Delta x - 2,4,34 \Delta y + 10^3 f_y - 69,4 = 0$$

$$+ 0,0479 \Delta x^2 - 2,1,356 \Delta y \Delta x - 0,0611 \Delta y^2 - 2,0,845 \Delta x - 2,10,56 \Delta y + 10^3 f_x - 154,0 = 0$$

Aus $b^2 - ac > 0$ folgt, daß es sich in diesem Falle um Hyperbeln handelt. Jede Gleichung repräsentiert also infolge des veränderlichen Absolutglieds eine Hyperbelschar. Für jede Schar ergibt sich der Mittelpunkt, Schnittpunkt der Asymptoten, aus den Ableitungen

$$\frac{\partial f(xy)}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial f(xy)}{\partial y} = 0$$

zu

$$y_m = \frac{ae - bd}{b^2 - ac}; \quad x_m = \frac{cd - be}{b^2 - ac}.$$

Ferner ergibt sich die Tangente des Neigungswinkels σ der Asymptoten aus

$$\operatorname{tg} \sigma = \frac{\mp a}{\pm b - \sqrt{b^2 - ac}},$$

und die Tangente des Schnittwinkels β der Asymptoten aus

$$\operatorname{tg} \beta = \pm \frac{2\sqrt{b^2 - ac}}{a + c}.$$

Die Richtung der Hauptachsen aus

$$\operatorname{tg} \alpha = -\frac{a-c}{2b} \pm \sqrt{\left(\frac{a-c}{2b}\right)^2 + 1}$$

Die Auswertung dieser Formeln ergibt

für die f_y Gleichung

$$A y_m = -4,52$$

$$A x_m = -7,58$$

$$\operatorname{tg} \sigma_1 = +1,188$$

$$\operatorname{tg} \sigma_2 = -1,073$$

$$\beta = \sigma_2 - \sigma_1 = 83^\circ 03' 37''$$

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = +0,0252$$

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = -39,63$$

für die f_x Gleichung

$$A y_m = -0,90$$

$$A x_m = -7,74$$

$$\operatorname{tg} \sigma_1 = +0,0177$$

$$\operatorname{tg} \sigma_2 = -43,8$$

$$\beta = \sigma_2 - \sigma_1 = 90^\circ 16' 42''$$

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = +1,0410$$

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = -0,9606$$

Im System Magdeburg erhalten wir auf dieselbe Weise

$$y_m = -7,74$$

$$x_m = -35,53$$

$$\operatorname{tg} \sigma_1 = -1,010$$

$$\operatorname{tg} \sigma_2 = +0,990$$

$$\beta = \sigma_1 - \sigma_2 = 90^\circ$$

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = +0,00502$$

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = +199,1$$

$$y_m = -7,74$$

$$x_m = -35,53$$

$$\operatorname{tg} \sigma_1 = +199,1$$

$$\operatorname{tg} \sigma_2 = -0,00502$$

$$\beta = \sigma_1 - \sigma_2 = 90^\circ$$

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = +0,990$$

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = -1,010$$

Wenn wir den Koeffizienten der f_y Gleichung den Index $_1$, den der f_x Gleichung den Index $_2$ geben, so haben wir in dem Magdeburger Gleichungspaar folgende Koeffizienten-Gleichheiten:

$$a_1 = -b_2 = -c_1; \quad d_1 = -e_2;$$

$$a_2 = +b_1 = c_2; \quad d_2 = +e_1;$$

Von diesen Gleichheiten sind im System Müggelsberg durch Einführung des Hilfspunkts H nur noch folgende geblieben:

$$a_1 = -b_2; \quad b_1 = -c_2; \quad d_1 = -e_2$$

Darauf beruht es, daß das Gleichungspaar Magdeburg genau die gleichen Mittelpunktskoordinaten liefert, daß die Asymptoten sich unter einem Winkel von genau 90° schneiden und daß die Hyperbeln gleichseitig sind. Fer-

ner findet sich, daß die Hauptachsen der f_y Kurven mit den Asymptoten der f_x Kurven zusammenfallen und umgekehrt und daß für die f_y -Kurven $\alpha = \gamma$ bzw. $90^\circ + \gamma$ ist. Ebenso läßt sich leicht dartun aus der Entwicklung der $\frac{dy}{dx}$

für einen beliebigen Punkt, daß sich die Hyperbelscharen im Magdeburger System unter genau einem rechten Winkel schneiden. (* Siehe Anmerkung.)

Wären wir über diese Verhältnisse bei der Konstruktion der f_y und f_x Linien in der Abb. 3 schon im klaren gewesen, so hätten sich einige Fehlerhaftigkeiten, die dabei unterlaufen sind, leicht vermeiden lassen. Bei der Betrachtung dieses Bildes erkennt man zunächst, daß am Westrande die f_x Linien sich tatsächlich einer geraden Linie nähern. Theoretisch muß diese Geradheit für die Asymptote eintreten, deren Gleichung lautet

$$\frac{y - y_m}{x - x_m} = \operatorname{tg} \sigma_2$$

oder, nach Einsetzung der Zahlenwerte

$$y = -0,00502 x - 7,92$$

Der Schnitt dieser gegen die x Achse unter dem Winkel γ , also sehr schwach geneigten Linie mit der y Achse liegt also bei $-7,92$; nur wenig über den westlichen Rand der Abb. 3 hinaus.

Diese Linie ist gleichzeitig Hauptachse der Hyperbelschar der f_y ; die f_y Kurven müssen also senkrecht dazu und nahezu parallel der Ordinatenachse verlaufen. Das ist, wie ein Blick auf die Abb. 3 zeigt, in der Nähe der Ordinatenachse am Westrande des Bildes absolut nicht der Fall. Eine Nachprüfung ergab, daß die Konstruktion sich hier nach den beiden Punkten

*) Anmerkung Aus $a = -c$ folgt $\operatorname{tg} a = \frac{-a \pm \sqrt{a^2 + b^2}}{b}$

In der f_y Gleichung ist b_1 infolge des Faktors $\sin 2\gamma$ gegenüber a_1 sehr klein. Folglich kann man setzen

$$\begin{aligned} \sqrt{a_1^2 + b_1^2} &= a_1 + \frac{1}{2} \frac{b_1}{a_1} b_1 \\ \operatorname{tg} \alpha_y &= -\frac{a_1}{b_1} \pm \left(\frac{a_1}{b_1} + \frac{1}{2} \frac{b_1}{a_1} \right) \\ \operatorname{tg} \alpha_1 &= \frac{1}{2} \frac{b_1}{a_1}; \operatorname{tg} \alpha_2 = -2 \frac{a_1}{b_1} \end{aligned}$$

In der f_x Gleichung ist $a_2 = -c_2$

$$\begin{aligned} \text{folglich } \operatorname{tg} \sigma_x &= \frac{\mp a_2}{\pm b_2 - \sqrt{b_2^2 + a_2^2}}; \text{ da } a_2 = +b_1 \text{ und } b_2 = -a, \text{ so folgt} \\ \operatorname{tg} \sigma_x &= \frac{\mp b_1}{\mp a_1 - \sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = \frac{\mp b_1}{\mp a_1 - \left(a_1 + \frac{1}{2} \frac{b_1}{a_1} b_1 \right)} \end{aligned}$$

$$\operatorname{tg} \sigma_1 = \frac{1}{2} \frac{b_1}{a_1}; \operatorname{tg} \sigma_2 = -2 \frac{a_1}{b_1}$$

$$\text{Da } a_1 = \frac{y_0}{2r^2} \cos^2 \gamma \text{ und } b_1 = \frac{y_0}{2r^2} \sin 2\gamma, \text{ so folgt } \frac{b_1}{a_1} = \frac{\sin 2\gamma}{\cos^2 \gamma} = 2 \operatorname{tg} \gamma$$

$$\text{und somit 1. } \operatorname{tg} \alpha_y = \operatorname{tg} \sigma_x = \operatorname{tg} \gamma$$

$$\text{bzw. 2. } \operatorname{tg} \alpha_y = \operatorname{tg} \sigma_x = -\cot \gamma$$

Aus der Differenzierung der allgemeinen Gleichung nach dy und dx ergibt sich

$$\text{für die } f_y \text{ Gleichung: } \frac{dy}{dx} = \frac{a_1 x + b_1 y + d_1}{b_1 x + c_1 y + e_1} = \frac{a_1 x + b_1 y + d_1}{b_1 x - a_1 y + e_1} = \operatorname{tg} \nu_y$$

$$\text{für die } f_x \text{ Gleichung } \frac{dy}{dx} = \frac{a_2 x + b_2 y + d_2}{b_2 x + c_2 y + e_2}; \text{ setzt man hier } a_2 = +b_1, b_2 = -a_1$$

$$c_2 = -b_1, d_2 = +e_1, e_2 = -d_1, \text{ so ergibt sich}$$

$$\text{für die } f_x \text{ Gleichung: } \frac{dy}{dx} = \frac{b_1 x - a_1 y + e_1}{-a_1 x - b_1 y - d_1} = -\frac{b_1 x - a_1 y + e_1}{a_1 x + b_1 y + d_1} = \operatorname{tg} \nu_x$$

$$\text{folglich } \operatorname{tg} \nu_y = -\cot \nu_x$$

682 und 699 gerichtet hatte, die im Vordruck L. A. der Katasterverwaltung unter Benutzung siebenstelliger Logarithmen umgerechnet worden waren. (699 liegt über den Westrand des Bildes 3 hinaus und ist daher nicht sichtbar.) Der Zufall hat es gefügt, daß die Ordinaten beider Punkte um 5 bzw. 6 mm unrichtig waren, und zwar in entgegengesetztem Sinne. Die Unrichtigkeit ist nicht Schuld des Rechners, sondern hat ihre Ursache einfach darin, daß man von siebenstelligen Mantissen trotz sorgfältigster Interpolation keinen genauen 8zifferigen Numerus verlangen kann. Praktisch ist die Differenz bedeutungslos, da der Fehler sich auf eine Strecke von 6 km verteilt und in der Mitte zwischen beiden Punkten überhaupt keine Differenz mehr vorhanden ist. Die Abweichung war auch tatsächlich unangenehm aufgefallen, ließ sich aber damals ohne die vorliegende theoretische Untersuchung nicht mit Sicherheit aufklären.

Diese gegenseitigen Beziehungen der beiden Kurvenscharen sind im Falle Müggelsberg nur noch teilweise oder näherungsweise vorhanden. Die Mittelpunkte der beiden Kurvenscharen fallen nicht mehr zusammen. Die Abweichung ist in den Abszissen gering, in den Ordinaten aber ziemlich groß und zwar ist in roher Annäherung $y_{m_1} = y_{m_2} - \frac{\eta_n^2}{2y_n}$. Der Schnittwinkel der Asymptoten ist bei den f_x noch annähernd 90° , bei den f_y nur noch 83° und die Hyperbelscharen sind nicht mehr gleichseitig. Die Asymptoten der einen Schar fallen nicht mehr mit den Hauptachsen der anderen Schar zusammen, sind aber noch annähernd gleich gerichtet. Die Richtung der Hauptachse der f_y ist nur noch annähernd gleich $-\operatorname{tg} \delta$.

Um diese Verhältnisse klar zu stellen, haben wir in Bild 6 die f_y und f_x -Linien für den Fall Müggelsberg dargestellt. Um auch die Mittelpunkte der beiden Hyperbelscharen auf das Bild zu bekommen, haben wir den Bereich nach Süden zu bis auf 10 km Abstand vom Hilfspunkt H aus ausgedehnt. Man kann hieran die geschilderten Beziehungen nachprüfen. Es zeigt sich, daß die Abstände der Kurven für ein gleiches Intervall in viel höherem Maße zu- und abnehmen, als das im Falle Magdeburg der Fall war und daß auch die Krümmung allgemein eine wesentlich stärkere ist. Der Vergleichsmöglichkeit wegen haben wir dem Grundplan denselben Maßstab 1:50000 gegeben, während natürlich nichts gehindert hätte, ihn etwa doppelt so groß anzunehmen, so daß die Krümmung erheblich schwächer und die Abstände weit größer geworden wären. Der Maßstab genügt aber, um die f_y und f_x in jedem Punkte auf ± 1 mm genau zu entnehmen.

Infolge des Auseinanderfallens der Kurvenmittelpunkte ist der rechtwinklige Kurvenschnitt im größten Teil des Bildes nicht mehr vorhanden. Die stärkere Krümmung und die starke Aenderung der Kurvenabstände für gleiches Intervall der f_y und f_x läßt ohne weiteres darauf schließen, daß die Verzerrung, Längenvergrößerung sowie Richtungsänderung, erheblich größer sein muß, als im Falle Magdeburg. Die Formeln für die Ermittlung der Verzerrung lassen sich in gleicher Weise ableiten, wie im Falle Magdeburg und ergeben folgendes:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Richtung } \xi \text{ Achse} \\ \left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{1000} - \left(\frac{d}{1000}\right) = + \Delta f_x + \frac{\varepsilon}{2} \Delta f_y \\ \text{tg } \varphi - (\text{tg } \varphi) = (+ \Delta f_y - \varepsilon \Delta f_x) 10^{-3} \end{array} \right. \end{array} \right\} \quad (19)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Richtung } \eta \text{ Achse} \\ \left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{1000} - \left(\frac{d}{1000}\right) = + \Delta f_y - \frac{\varepsilon}{2} \Delta f_x \\ \text{tg } \varphi - (\text{tg } \varphi) = (- \Delta f_x - \varepsilon \Delta f_y) 10^{-3} \end{array} \right. \end{array} \right\} \quad (20)$$

Darin bedeuten $(\frac{d}{1000})$ und $(\text{tg } \varphi)$ die Vergrößerung einer Strecke von 1000 m bzw. die Richtungsänderung, die allgemein durch die erste Näherungs-Umformung eintritt und zwar ist

$$(\frac{d}{1000}) = \left(e + \frac{1}{2} \varepsilon^2 \right) \cdot 10^3 = + 0,0831$$

$$(\text{tg } \varphi) = \frac{\varepsilon}{1 + e} = - 0,022 503 8; \quad (\varphi) = - 1^\circ 17' 20'',96$$

Δf_y und Δf_x sind die Unterschiede in den f_y bzw. f_x für die Endpunkte einer 1000 m Strecke (Endpunkt — Anfangspunkt), für deren Mitte die Verzerrung zu bestimmen ist.

Wir verzichten darauf, hier noch ein Zahlenbeispiel für die Ermittlung der Verzerrung zu geben und bemerken nur, daß die Vergrößerung von Westen nach Osten zunimmt, und zwar in der Richtung der ξ -Achse ermittelt von etwa 70 mm am Westrande bis auf etwa 100 mm am Ostrande des Bildes. Die durch die erste Näherung bewirkte allgemeine Vergrößerung von 83,1 mm tritt da ein wo $\Delta f_x = 0$ wird, also in der Asymptote der f_x -Kurven, die der ξ -Achse in einem Abstände von $\Delta \eta = -750$ m ungefähr parallel läuft. Die Vergrößerung in der Richtung der η -Achse wechselt zwischen etwa 80 mm am Westrande und etwa 105 mm am Ostrande; die 83,1 mm sind da vorhanden, wo $\Delta f_y = 0$ wird. Das ist in der Hauptachse der f_y -Kurven der Fall, in einer Linie, die der vorbezeichneten in einem Abstände von -3600 m etwa parallel läuft. Mit der Verschiebung der Kurvenmittelpunkte hängt es also zusammen, daß die Vergrößerung in den beiden Achsenrichtungen nicht mehr dieselbe ist.

Die Richtungsänderung ist dagegen für beide Achsenrichtungen dieselbe. Sie nimmt von Süden nach Norden zu, und zwar auf 10 km um etwa $5'',6$. Für den Punkt *H* ergibt sich dafür genau der Winkel δ .

Im Falle Magdeburg betrug die Vergrößerung am Ostrande etwa 4, am Westrande etwa 12 mm; ihre Zunahme auf 10 km etwa 6,8 mm; die Richtungsänderung auf 10 km etwa $1'',1$. Die Verzerrung im Falle Müggelsberg ist also in den Richtungen etwa fünfmal, in der Längenänderung fast zehnmal so groß wie in Magdeburg.

Diese Verhältnisse kommen, wie früher gezeigt wurde, auch in den Kurvenabständen zum Ausdruck. So ist der Abstand der f_y -Kurven in der Richtung der ξ -Achse a_ξ in jedem Punkt gleich dem Abstand b_η der f_x -Kurven in Richtung η -Achse. Diese beiden Abstände geben ja das Maß für die Richtungsänderung. Dagegen sind die Abstände a_η und b_ξ sehr ungleich entsprechend der verschiedenen Vergrößerung in beiden Achsenrichtungen. Man kann sich daran an Hand der Darstellung in Bild 6 leicht überzeugen.

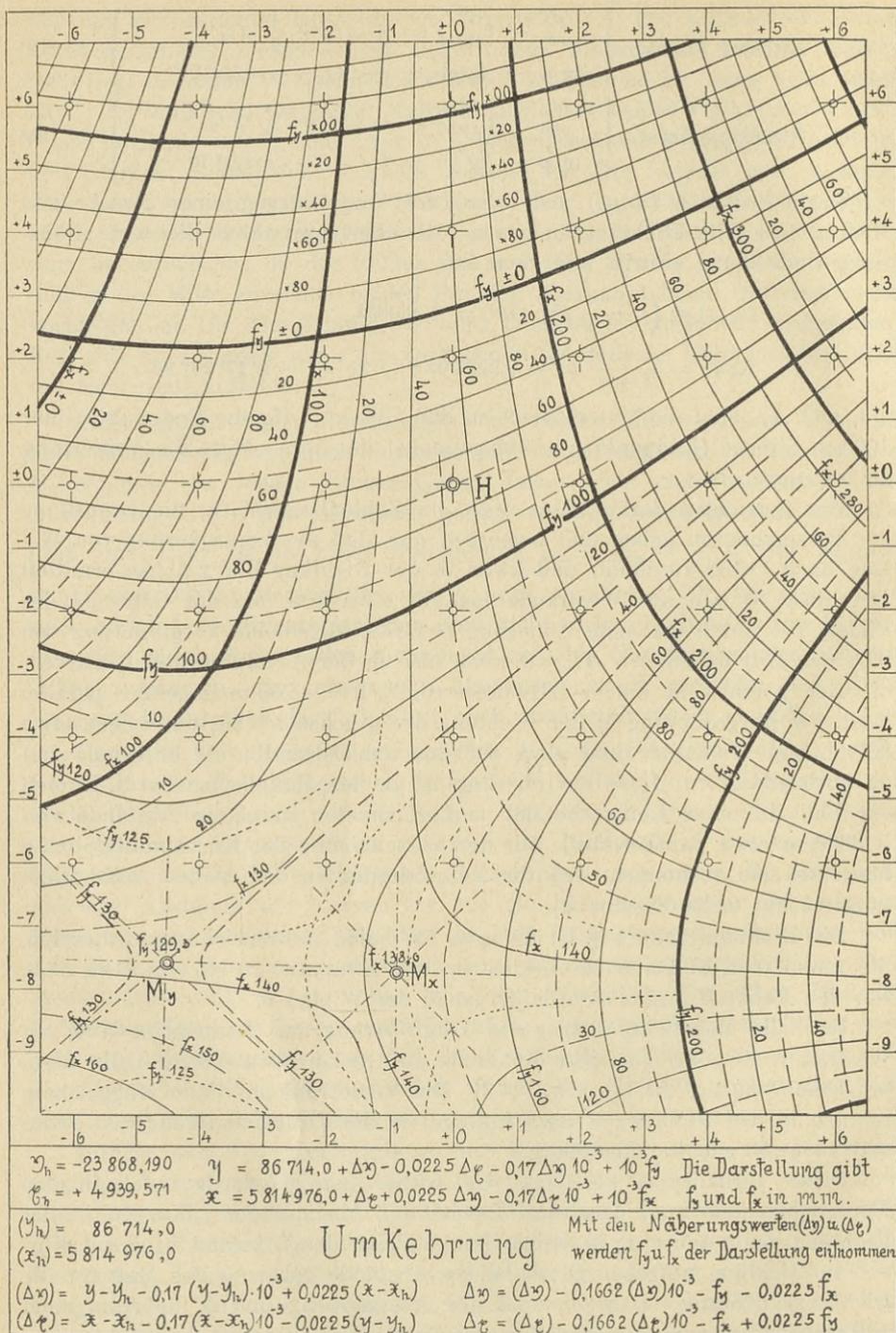


Abb. 6.

Koordinaten-Umformung aus dem Katastersystem Muggelsberg
in das 4. Meridianstreifensystem.

Die Hyperbelgestalt der Gleichungen 17 bzw. der allgemeinen Gleichung zweiten Grades ist an die Bedingung gebunden, daß $b^2 - ac > 0$. Es fragt sich, ob das stets der Fall ist. Es trifft jedenfalls dann zu, wenn $ac < 0$ ist, wenn also a und c verschiedene Vorzeichen haben. Das ist, wie ein Blick auf die Koeffizienten von Δy^2 und Δx^2 in den Gleichungen 17 zeigt, stets der Fall, wenn y_h einerseits und $(y_h - \eta_h)$ andererseits gleiche Vorzeichen haben. Das ist der Fall, wenn y_h absolut genommen $> \eta_h$ ist. Es ist ferner stets der Fall, wenn y_h und η_h entgegengesetzte Vorzeichen haben. Es trifft nur dann nicht zu, wenn y_h und η_h gleiche Vorzeichen haben und $\eta_h > y_h$ ist.

Aber auch dann wird in der f_x -Gleichung immer $b^2 - ac =$

$$= \left(\frac{y_h - \eta_h}{2 r^2} \cos^2 \delta \right)^2 + \left(\frac{\sin 2 \delta}{2 r} \right)^2 y_h (y_h - \eta_h) > 0 \quad \text{oder}$$

$$(y_h - \eta_h)^2 \cos^2 \delta + 4 y_h (y_h - \eta_h) \sin^2 \delta > 0$$

$$(y_h - \eta_h)^2 + (y_h - \eta_h) 4 y_h \cdot \operatorname{tg}^2 \delta > 0$$

sein, wenn die Differenz $y_h - \eta_h$ nur wenigstens $\pm 0,5$ km beträgt. Wir werden also hier in der Praxis regelmäßig mit einer Hyperbelschar zu rechnen haben.

Bei der f_y -Gleichung kann dagegen der Fall eintreten, daß $b^2 - ac < 0$, weil hier der Koeffizient b den Faktor $\sin 2 \delta$ hat, also gegenüber ac eine verhältnismäßig kleine Größe wird. Gegebenenfalls würden dann statt der Hyperbeln Ellipsen entstehen. Mangels eines praktischen Beispiels müssen wir darauf verzichten, diesen Fall weiter zu verfolgen, zumal, wie wir noch sehen werden, die Praxis dieses ganzen theoretisch-wissenschaftlichen Aufwandes nur in seltensten Ausnahmefällen bedürfen wird.

VII. Praktische Anwendung des Verfahrens.

Nach dem bisherigen könnte es scheinen, als ob die Umrechnungsergebnisse der Landesaufnahme wegen ihrer geringen Genauigkeit für unser Umformungsverfahren überhaupt nicht verwendbar seien, vielmehr in jedem Falle die f_y und f_x in der dargestellten Weise nach den Gleichungen 17 berechnet werden müßten. Das ist jedoch keineswegs der Fall. Es trifft zwar zu — und eine amtliche Auskunft des Reichsamts für Landesaufnahme hat es bestätigt — daß alle trigonometrischen Punkte der L.A. aus den geographischen Koordinaten unter gleicher Schärfe in konforme Koordinaten mit einer Genauigkeit von nur ± 2 cm umgerechnet worden sind; das schließt aber ihre weitere Verwendbarkeit für ein genaueres Umrechnungsverfahren nicht aus. Vielleicht müßte man sogar umgekehrt fragen, ob nicht unser Bemühen um die Millimeterstelle fehl am Platze sei, da ja der tatsächliche mittlere Fehler der trigonometrischen Punktbestimmungen IV. Ordnung mindestens ebenso groß, wahrscheinlich sogar noch erheblich größer ist.

Man muß hier bedenken, daß diese Genauigkeitsangaben ihren eigentlichen Sinn erst gewinnen, wenn sie in Beziehung zu den gegenseitigen Punktabständen gesetzt werden. Bei Punktabständen von 3 bis 4 km bedeutet ein mittlerer Fehler von ± 3 cm nicht mehr, als ± 1 cm bei dem Punktabstand von etwa 1 km, wie wir ihn bei unserem Füllnetz haben; und bei

noch näher zusammenliegenden Punkten dürfen wir mit einer noch größeren Genauigkeit rechnen, die unter städtischen Verhältnissen unter besonderen Umständen auch notwendig ist. Es handelt sich nun bei der Umformung darum bei den kleinsten Strecken bis zu einigen hundert Metern die Punkt-abstände auf einige Millimeter genau zu erhalten, während man auf Entfernung von 1 bis 2 km schon größere Ungenauigkeiten von ± 5 bis ± 10 mm als unschädlich betrachten kann. Auf Entfernungen von 2 bis 4 km endlich braucht dann auch eine Abweichung bis zu ± 20 mm nicht tragisch genommen zu werden. Notwendig ist nur, daß diese Steigerung der Abweichung von dem wahren oder wahrscheinlichsten Wert nicht sprunghaft, sondern gleichmäßig und allmählich erfolgt, so daß die gegenseitige Lage bei den kleinen Punktabständen bis zu einigen hundert Metern praktisch überall unverändert bleibt.

Daß man über diese Anforderungen an die Genauigkeit nicht hinauszugehen braucht, zeigt auch ein Blick auf die starken Verzerrungen, die bei größerem Abstände vom Nullmeridian eintreten.

Diesen praktischen Genauigkeitsanforderungen würde aber sogar das Bild 2, das den Verlauf der Kurven der f_y und f_x in genauem Anschluß an die Umrechnungsergebnisse der Landesaufnahme zeigt, im wesentlichen genügen. Es fragt sich sogar, ob es im Interesse des Anschlusses an diese nun einmal gegebenen Punkte der Landesaufnahme nicht richtiger wäre, es dabei zu belassen und von Berichtigungen ganz abzusehen, wenn sich auch das Gefühl etwas dagegen sträubt. Wenn wir diesem Gefühl gefolgt und uns bei dem Bild 2 nicht beruhigt haben, so geschah das besonders aus dem Grunde, weil wir, wie bereits früher bemerkt, bei der städtischen Neumessung die meisten Dreieckspunkte IV. O. der L.A. unter Benutzung der in den Veröffentlichungen dieser Behörde niedergelegten Beobachtungsergebnisse, ergänzt durch zahlreiche Neubeobachtungen bei der weiteren Verdichtung dieses Netzes, neu bestimmt hatten. Das war notwendig geworden durch das Auftauchen von Abweichungen in den bei der Einschaltung von Neupunkten aufgestellten Abrissen, die über das erlaubte Maß von 25" hinausgingen. Die Untersuchung ergab, daß die Punkte in ihrer Vormerkung unverändert waren, die Ursache also nur in der Art der Bestimmung dieser Punkte liegen konnte. Es fehlte insbesondere an der notwendigen Verbindung dieser Punkte untereinander, da sie lediglich durch 3 oder 4 Strahlen einzeln bestimmt worden waren. Außerdem fehlte es an einer zusammenhängenden Ausgleichung einiger Punkte III. Ordnung. Nach Ausführung ergänzender Beobachtungen und zusammenfassender Ausgleichung, wobei alle Beobachtungsergebnisse der L.A. mitbenutzt wurden, ergaben sich bei 4 Punkten Aenderungen von 33 cm, 28,2 cm, 18,5 cm und 15,4 cm (Zentimeter!). Bei den übrigen 29 neubestimmten Punkten betrug die durchschnittliche Koordinatenänderung 7 cm. Die Landesaufnahme hat von diesen Aenderungen nur die beiden übernommen, bei denen die Abweichungen über 20 cm hinausgehen.

Bei dieser Sachlage hatte es für uns natürlich keinen Sinn mehr, an die Umrechnungsergebnisse der L.A. anzuschließen; in anderen Fällen mag

das aber anders sein, und dann ist ein Bild, wie Abb. 2 es zeigt, für die Umformung gerade des direkten Anschlusses an die Landesaufnahme halber vielleicht das richtigste.

Im übrigen ist es leicht, dieses Bild zu verbessern. Das kann ohne jede Rechnung zunächst durch eine rein zeichnerische Ausgleichung geschehen, sobald man sich über die allgemeine Form der Kurven einigermaßen klar ist. Die vorstehenden theoretischen Untersuchungen, insbesondere der Übergang der f_x -Kurven zur Geraden an gewisser Stelle und der Umstand, daß überall $a_x = b_y$ sein muß, bieten dafür einen wertvollen Anhalt. Man kann aber auch eine sehr einfache rechnerische Ausgleichung vornehmen. Wir benutzen dazu einen Satz, den wir zwar bisher in keiner Geometrie haben finden können, den es aber wohl trotzdem schon geben wird. Er läßt sich etwa folgendermaßen formulieren: „Alle Linien, für welche die algebraische Summe der Abstände von einer gegebenen Schar von Punkten in einer Ebene gleich Null ist, schneiden sich in einem Punkte.“ Dieser Punkt, wir wollen ihn den arithmetischen Mittelpunkt der Punktschar nennen, läßt sich in einfacher Weise konstruieren; rechnerisch ergibt er sich als das arithmetische Mittel der Koordinaten aller Punkte dieser Punktschar in einem beliebigen ebenen rechtwinkligen Koordinatensystem*). Der Beweis für diesen Satz, für den es wahrscheinlich auch einen analogen im Raum geben muß, läßt sich leicht erbringen; wir dürfen hier wohl darauf verzichten, um die Abhandlung nicht übermäßig auszudehnen. Man kann also immer 4 bis 6 Punkte der Landesaufnahme in einem Umkreise von etwa 6 km Durchmesser in einem mittleren Punkt zusammenfassen, dessen Koordinaten, das arithmetische Mittel der Gegebenen, infolgedessen eine mehr als doppelt so große Genauigkeit besitzen.

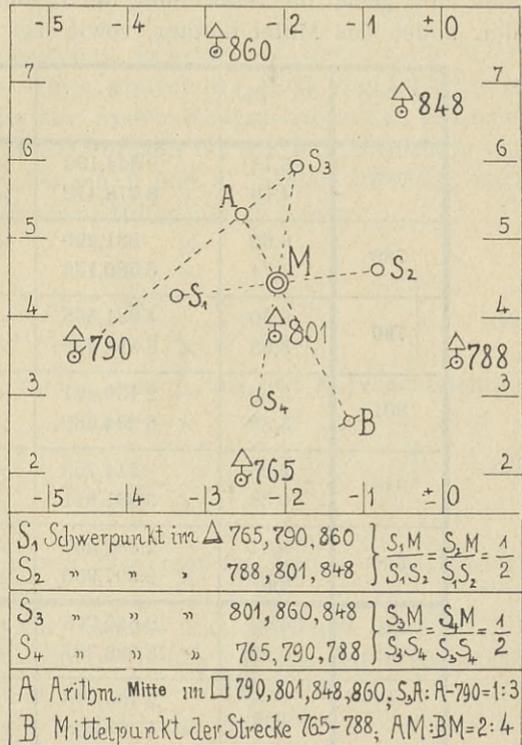


Abb. 7.

Arithmetischer Mittelpunkt.

*) Anmerkung. Man könnte ihn auch Schwerpunkt nennen; denkt man an den gegebenen Punkten gleiche Kräfte oder Gewichte wirksam, so ist die Summe der Kraft- oder Last-Momente in bezug auf eine durch den Punkt gelegte Achse auf beiden Seiten der Achse dieselbe.

Auch die f_y und f_x für den arithmetischen Mittelpunkt ergeben sich als das einfache Mittel aus den f_y und f_x der Einzelpunkte, entsprechend der linearen Form der Bestimmungsgleichungen 1a, sind aber um mehr als doppelt so genau.

Auf diese Weise lassen sich aus den relativ ungenauen Punkten der L. A. durch beliebige Kombinationen genauere gewinnen, die die Konstruktion der f_y und f_x Kurven erleichtern und sichern. Nur die Verzerrung verschuldet es, daß man dabei im Falle Müggelsberg, wie wir am Schluß des Absatzes über die genauere Bestimmung der f_y und f_x gesehen haben, nicht über einen Umkreis von 6 km hinausgehen darf, wenn die Differenz nicht größer als 1 mm sein soll. Bei kleinerer Verzerrung wird man auch weiter entfernte Punkte in dieser Weise zu einem genaueren Mittel zusammenfassen können. Schließlich wäre auch eine Abweichung von 2 mm als unerheblich zu betrachten.

Aus dem Magdeburger Gebiet sei hierfür noch ein kleines Zahlenbeispiel gegeben. Zusammengefaßt seien 6 Punkte der L. A., die in Abb. 7 dargestellt sind. Wir geben die Berechnung der f_y und f_x für die einzelnen Punkte wieder, bilden das Mittel hieraus, sowie das Mittel der alten Koordinaten, die

Punkt Nr.	$y - (y_0)$ $x - (x_0)$	$-y$ $-x$	$-0,005 x$ $+0,005 y$	f_y f_x
765	6,13	2 564,190	× 0,392	0,712
	4,19	× 8 078,412	× 87,179	× ,781
788	6,62	× 831,229	× 82 901	0,750
	8,74	× 6 580,133	0,844	× ,717
790	6,60	4 681,565	× 82,597	0,762
	3,83	× 6 519,405	× 76,592	× ,827
801	3,00	2 136,481	× 81,273	0,754
	5,89	× 6 254,560	× 89 318	× ,768
848	9,26	514,753	× 66,810	0,823
	0,38	× 3 361,911	× 7,426	× ,717
860	5,31	2 882,557	× 62,990	0,857
	6,22	× 2 597,966	× 85,587	× ,773
Sa. Probe	36,92	12 610,775	× 866,963	4,658
	29,25	× 73 392,387	× 36,946	× 8,583
	Mittel	2 101,796		0,776 3
		× 5 565,398		× ,763 8

y x	$y_0 - (y_0)$ $x - (x_0)$	+ 21,72 x - 21,72 y	- 4,96 y - 4,96 x	+ 0,306 $x (x - 0,02 y)$ - 0,306 $y (2x - 0,01 y)$	$-(0,306 - 0,004y)y^2$ $- 0,306 x^2$	f_y f_x
-2,102	664,0	96,3	10,4	6,1	× 8,7	775,5
+4,435	× 735,0	45,7	× 78,0	5,7	× ,9	× 764,3

Koordinaten des arithmetischen Mittelpunkts, und berechnen für die letzteren nach den Gleichungen 18 bzw. 18a die genauen f_y und f_x . Für die neuen Koordinaten der gegebenen Punkte, die nach den Angaben der L. A. nur auf cm lauten, haben wir dabei nur die $y - (y_0)$ und $x - (x_0)$ mit den drei letzten Ziffern eingeführt, da bei den f_y und f_x schon die Einerstelle nicht mehr in Frage kommt.

Es ergibt sich Uebereinstimmung bei den f_y auf 0,8, bei den f_x auf 0,5 mm. Allerdings haben wir bei der Auswahl dieser Punkte die Gegend, wo offenbar ein über 1 cm hinausgehender Fehler bei den Koordinaten der L. A. vorliegt, vermieden.

Aber auch wenn wir das nicht getan hätten, würde die Differenz schwerlich über 2 bis 3 mm hinausgehen.

Erst, wenn diese einfachen Mittel, zeichnerische und rechnerische Ausgleichung versagen, wenn es also z. B. an identischen Punkten mangelt, oder wenn aus besonderen Gründen eine größere Genauigkeit unbedingt erforderlich ist, wird es notwendig werden, sich zur sicheren Ermittlung der f_y und f_x als Grundlage der Kurvenkonstruktion der Gleichungen 17 zu bedienen.

Sind diese Kurven einmal konstruiert, so lassen sich damit große Serien von Punkten in der einfachsten Weise umrechnen. Auch die Umkehrung, Umformung aus dem neuen in das alte System, läßt sich damit in einfacher Weise bewirken. Da wir dafür nur die Formeln für den Fall Magdeburg entwickelt haben (Abschnitt II, Gleichungen 2 und 3), wollen wir diese noch in der allgemeingültigen Form bei einem Hilfspunkt H geben:

1. Näherungswerte

$$\left. \begin{aligned} (\Delta y) &= y - (y_n) + e (y - (y_n)) - \varepsilon (x - (x_n)) \\ (\Delta x) &= x - (x_n) + e (x - (x_n)) + \varepsilon (y - (y_n)) \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Mit diesen Näherungswerten wird f_y und f_x aus der Kurvendarstellung entnommen.

$$\left. \begin{aligned} 2. \quad \Delta y &= (\Delta y) - (\Delta y) (2e + \varepsilon^2) - f_y + \varepsilon f_x + f_y (e + \varepsilon^2) \\ \Delta x &= (\Delta x) - (\Delta x) (2e + \varepsilon^2) - f_x - \varepsilon f_y + f_x (e + \varepsilon^2) \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

Dann ist $y = y_n + \Delta y$; $x = x_n + \Delta x$.

Die letzten Glieder der Gleichungen 22 werden fast immer vernachlässigt werden können.

Wir wollen hierfür noch ein kleines Zahlenbeispiel geben. Für $\Delta y = + 4000$, - und $\Delta x = + 4000$, - hatten wir aus den Gleichungen 17a erhalten $10^3 f_y = + 13,3$ und $10^3 f_x = + 288,8$. Mit $(y_n) = 86\,714$ und $(x_n) = 5\,814\,976$ sowie mit $e = - 0,17 \cdot 10^{-3}$ und $\varepsilon = - 22,5 \cdot 10^{-3}$ ergeben sich die neuen Koordinaten dieses Punkts wie folgt:

$$\begin{aligned} y &= (y_n) + \Delta y - 22,5 \Delta x - 0,17 \Delta y + f_y \\ &= 90\,714,0 - 90,0 - 0,680 + 0,0133 = 90\,623,333\,3 \\ x &= (x_n) + \Delta x + 22,5 \Delta y - 0,17 \Delta x + f_x \\ &= 5\,818\,976,0 + 90,0 - 0,680 + 0,288\,8 = 5\,819\,065,608\,8 \end{aligned}$$

Wir wollen diesen Punkt rückumformen und berechnen zunächst die Näherungswerte (Δy) und (Δx)

$y - (y_h)$			$+ e [(y - (y_h))]$	$- \varepsilon [x - (x_h)]$	Δy
$x - (x_h)$			$+ e [x - (x_h)]$	$+ \varepsilon [y - (y_h)]$	Δx
3	909	3333	$\times, 3354$	92,0162	4 000,6849
4	089	6088	$\times, 3048$	$\times 12,0400$	4 000,9536

Mit diesen Näherungswerten (Δy) und (Δx), die sich von den wahren um noch nicht 1 m unterscheiden, entnehmen wir der Darstellung auf Bild 6 die f_y und f_x für die wir hier, der Rechnungskontrolle wegen, die genauen berechneten Werte mit den Bruchteilen der mm einsetzen wollen. Nachdem wir noch

$$2e + \varepsilon^2 = -0,000\ 340 + 0,000\ 506\ 2 = +0,0001662$$

berechnet haben, ergibt sich folgendes:

(Δy)	$-(2e + \varepsilon^2)(\Delta y)$	$-f_y$	$+ \varepsilon f_x$	Δy
(Δx)	$-(2e + \varepsilon^2)(\Delta x)$	$-f_x$	$- \varepsilon f_y$	Δx
4 000,6849	$\times, 3349$	0, $\times 867$	0,0 $\times 35$	4 000,0000
4 000,9536	$\times, 3348$	$\times, 7\ 112$	0,0003	4 000,0000

Die Uebereinstimmung läßt also nichts zu wünschen übrig.

VIII. Umrechnungsgenauigkeit der T. P. der Landesaufnahme.

Die Angabe des Reichsamts für L.A., daß „alle trigonometrischen Punkte unter gleicher Schärfe aus geographischen in konforme Koordinaten mit einer Genauigkeit von ± 2 cm umgerechnet worden sind“, läßt die Frage offen, wie groß der mittlere oder der wahrscheinliche Umrechnungsfehler ist. Für die praktische Anwendung unseres Verfahrens ist die Klärung dieser Frage immerhin von einigem Interesse.

Zu diesem Zwecke stehen uns 104 T.P. zur Verfügung, deren geographische Koordinaten, bei Beginn der Magdeburger Neumessung vor dem Kriege nach zwei und teilweise drei verschiedenen Verfahren in das Katastersystem Magdeburg umgerechnet worden waren. Nach den sich dabei ergebenden Differenzen bleibt der mittlere Fehler der Umrechnung für die gemittelten Ergebnisse innerhalb von ± 1 mm. Die weitere Umrechnung in das 4. Meridianstreifensystem geschah nach unserem Verfahren, wobei die f_y und f_x aber nach den Gleichungen 18a in möglichst genauer Weise berechnet wurden. Der mittlere Umrechnungsfehler der endgültigen Koordinaten wird also ± 1 mm, der größtmögliche Fehler ± 3 mm wahrscheinlich nicht übersteigen.

Diese Koordinaten wurden mit den vom Reichsamt f. L.A. auf cm angegebenen verglichen und die Verbesserungen v_y und v_x bestimmt, die denen der L.A. zuzufügen sind, um die wahrscheinlich richtigeren zu erhalten. Diese v_y und v_x sind in Bild 8 nach ihrer Größe und der Zahl ihres Vorkommens dargestellt, und zwar bezeichnet die Abszisse die Größe der Verbesserung in runden mm, die Ordinate nach oben oder unten die Zahl des Vorkommens der positiven bzw. negativen Verbesserung, die Summe beider Ordinatenlängen, also das Vorkommen eines Fehlers von der Größe $\pm v$, den die Abszisse angibt, unter 104 Fällen. So kommt z. B. die Verbesserung $v_x = + 2$ mm 11 mal, $v_x = - 2$ mm 8 mal, $v_x = \pm 2$ mm also 19 mal vor; $v_y = + 2$ mm kommt 9 mal, $v_y = - 2$ mm 5 mal, also $v_y = \pm 2$ mm 14 mal vor. Fassen wir die v_y und v_x als gleichartig zusammen, so ergibt sich unter 208 Fällen die Verbesserung ± 2 mm 33 mal. Für den Fehler ± 0 darf natürlich nur eine Ordinatenrichtung in Rechnung gestellt werden, da es sich hier nicht um zwei verschiedene Fehler, $+ 0$ und $- 0$, sondern nur um einen einzigen Fehler handelt.

Auf diese Weise ist festzustellen, daß die Verbesserung ± 0 mm 13 mal, ± 1 mm 32 mal, ± 3 mm 29 mal vorkommt. Insgesamt kommen also Verbesserungen zwischen $+ 3$ und $- 3$ mm 107 mal vor unter 208 Fällen und folglich die größeren Verbesserungen von ± 4 und mehr mm 101 mal. Daraus ergibt sich, daß der wahrscheinliche Fehler w , der ebenso oft überschritten wie nicht erreicht wird, zwischen ± 3 und ± 4 mm liegt. Wir können also setzen

$$w = \pm 3,5 \text{ mm}$$

Nach der Fehlertheorie ist die Wahrscheinlichkeit für das Vorkommen des r fachen Fehlers w

$$W_{rw} = e^{-r^2 \omega^2}$$

wo $r = \frac{v}{w}$ und $\omega = 0,47694$ ist. Daraus folgt $r^2 \omega^2 = v^2 \left(\frac{\omega}{w}\right)^2 = 0,01857 v^2$.

Hiernit sind die Wahrscheinlichkeiten für die runden v von 0 bis 25 mm und ihr Vorkommen in 104 Fällen berechnet und in Fig. 8 auf der positiven und negativen Seite eingetragen worden. Es zeigt sich folgendes:

Von 0 bis ± 5 mm ist auf der positiven Seite das tatsächliche Fehler-vorkommen etwas größer als nach der Theorie; auf der negativen Seite ist es bei den y kleiner, bei den x größer, gleicht sich also im Durchschnitt etwa aus. Von ± 6 bis ± 10 mm bleibt das tatsächliche Vorkommen dieser mittleren Verbesserungen auf beiden Seiten bei den x erheblich unter dem theoretischen; bei dem y gleicht es sich etwa aus. Bei ± 11 mm und darüber überwiegt das tatsächliche Vorkommen insbesondere der größeren Verbesserungen das theoretische ganz erheblich, besonders bei den x .

Faßt man die negativen und positiven v_y und v_x und schließlich diese Größen selbst als gleichartig zahlenmäßig zusammen, so ergibt sich

1. Größe der Verbesserungen von bis mm		2. Vorkommen			3. Gesamt-vorkommen		4. Unterschied in %	5. Fehlersummen		
		wirklich y	x	theo-ret.	wirkl.	theo-ret.		$[\pm v_y]$	$[\pm v_x]$	theo-ret.
± 0	± 5	73	84	74,0	157	148,05	+ 6,0	196	216	188,7
± 6	± 10	25	8	25,6	33	51,10	- 35,4	186	59	190,3
± 11	± 15	3	8	4,1	11	8,30	+ 39,7	36	105	50,4
± 15	± 25	3	4	0,3	7	0,55	+ 1172,5	59	83	4,9
		104	104	104,0	208	208,00		477	463	429,3

Wie aus Spalte 2 hervorgeht, entspricht das Vorkommen der v_y in den drei ersten Fehlergruppen bis zu ± 15 mm sehr gut der Theorie. Nur die drei großen Fehler von 18, 20 und 21 mm fallen aus dem Rahmen heraus. Sie sind alle drei negativ. Bei den v_x ist das Vorkommen in der Gruppe der kleinen Fehler ein wenig größer, in der Gruppe der mittleren nur der dritte Teil des Soll. In der Gruppe der größeren Verbesserungen ist das Vorkommen doppelt so groß und bei den größten sogar 13 mal so groß, als theoretisch zu erwarten wäre. Die 12 Verbesserungen über 10 bis 25 mm sind bis auf eine von $- 11$ mm alle positiv.

Durch die Zusammenfassung der v_y und v_x in Spalte 3 wird dieses auffallende Bild des Verhaltens der v_x gegenüber der Theorie, wie die prozentualen Unterschiede in Spalte 4 zeigen, nicht wesentlich geändert. Noch klarer tritt das bei den Fehlersummen in Spalte 5 hervor. Bei den v_x scheint also etwas nicht zu stimmen.

In der Tat zeigt sich, daß von den 11 Punkten mit den großen positiven v_x 8 in dem geschlossenen umbauten Stadtgebiet auf einen Raum von etwa 2 km² zusammengedrängt liegen. Die drei anderen liegen westlich davon in größerer Entfernung aber auf derselben mittleren Breite von etwa 52° 8'. Auf dieser Breitenzone, die einen west-östlichen Streifen von etwa 1,5 km Breite darstellt, liegen ferner zwei Altstadtunkte, deren v_x +6 und +9 mm beträgt, sowie weiter östlich ein Punkt mit +8 mm. Außerhalb dieser Zone kommt bei den 90 Punkten kein $v_x > +7$ mm vor.

Daß diese Sachlage reiner Zufall wäre, ist schwer denkbar. Die Annahme einer gemeinsamen Fehlerursache ist naheliegend. Aufklärung könnte nur die Stelle des Reichsamts f. L. A. geben, die die Umrechnungen ausgeführt hat. Für den mittleren Fehler erhalten wir aus dem wahrscheinlichen

$$m = \frac{v}{\omega \sqrt{2}} = \frac{\pm 3,5}{0,6745} = \pm 5,2$$

Um auch die größeren Fehler mitwirken zu lassen, ermitteln wir zunächst aus der absoluten Fehlersumme den durchschnittlichen Fehler

$$d = \frac{[\pm v]}{n}$$

$$[\pm v] = [\pm v_y] + [\pm v_x] = 477 + 463 = 940; \quad d = \frac{940}{208} = 4,52;$$

Ueber die vorbereitenden Berechnungen zur Herstellung der Katasterplankarte in Schleswig-Holstein.

Von Dipl.-Ing. E. Müller, Schleswig.

1. Einleitung.

Nachdem der Runderlaß des Herrn Reichs- und Preuß. Ministers des Innern vom 28. Mai 1935 — VI C 9204/6851 — (vgl. Z.f.V. 1935, Seite 510), betreffend die Katasterplankarte 1:5000 ergangen war, setzten bei allen beteiligten Stellen die Vorarbeiten zu ihrer Herstellung ein. Inzwischen sind eine Reihe von Veröffentlichungen erschienen, welche die bisherigen Erfahrungen in dieser Angelegenheit behandeln, oder in denen Vorschläge für eine zweckmäßige Durchführung der Arbeiten gegeben werden. Dieser Reihe soll sich auch der vorliegende Aufsatz anschließen, indem er auf die vorbereitenden Berechnungen, wie sie in Schleswig-Holstein soeben zum Abschlusse gekommen sind, eingeht.

Obwohl die Katasterplankarte im Vergleich zu ihrem Vorbilde, der topographischen Grundkarte des Deutschen Reiches 1:5000, keinen Anspruch auf Vollständigkeit der Darstellung erheben kann, so sollte das Bestreben doch dahin gehen, diesem Vorbilde nach Möglichkeit, und sofern es mit geringem Zeit- und Arbeitsaufwand durchführbar ist, nahezukommen.

Daß dies bei der Ausgestaltung der Blattränder nach Maßgabe der bestehenden Vorschriften möglich ist, und auf welche Weise es in Schleswig-Holstein erreicht wurde, sollen die nachfolgenden Ausführungen, die zugleich als Anregung gedacht sind, zeigen:

Der „Zeichenvorschrift für die topographische Grundkarte des Deutschen Reiches 1:5000“, herausgegeben vom Reichsamt für Landesaufnahme 1935, entnehmen wir folgende Anweisungen, die auch für die Katasterplankarte maßgebend sind:

- „a) Der topographischen Grundkarte des Deutschen Reiches 1:5000 liegt die nach Gauß-Krüger benannte Abbildungsart zu Grunde.
- b) Parallelen zu den Koordinatenachsen (Gitterlinien) sind im Innern der Blätter im Abstand von 200 zu 200 m eingezeichnet und an den Rändern beziffert.
- c) Die Breitenminuten und Längenminuten östl. Greenwich werden an den Rändern gekennzeichnet und beziffert.
- d) Die von den Grenzmeridianen im Nord- und Südrande durchschnittenen Blätter werden als Vollblätter in beiden Systemen veröffentlicht. Durchschneidet dagegen der Grenzmeridian den Ost- bzw. Westrand, so werden die betr. Blätter bis zur nächsten 0,2-km-Gitterlinie erweitert, sodaß der Grenzmeridian voll erscheint.
- e) In den Blättern innerhalb eines Streifens von 10' westlich und 20' östlich des Grenzmeridians werden die Gitterlinien des Nachbarsystems durch Striche und Zahlen an den Rändern angedeutet.“

Zur Erfüllung dieser Forderungen ergeben sich die folgenden Berechnungen:

1. Die Umformung der Blattecken der Katasterplankarte in das rechtwinklig-sphäroidische Koordinatensystem.
2. Die Berechnung der Schnitte der Längen- und Breitenminuten mit den Blatträndern der Katasterplankarte.
3. Die Berechnung der gegenseitigen Schnitte der Blattränder der Katasterplankarten an der Grenze zweier Meridianstreifensysteme.

Die Berechnung zu 1. ist nur in denjenigen Gebieten vorzunehmen, wo die Katasterpläne ein Quadratnetz tragen, welches nach einem bekannten Koordinatensystem orientiert ist. Näheres vgl. Z.f.V. 1936, S. 134 ff. — In Schleswig-Holstein ist dies infolge der Neumessung in den Jahren 1868/72 zu fast 90% der Fall. Das in jener Zeit entstandene Kataster ist so beschaffen, daß es hinter den Neumessungen der heutigen Zeit kaum zurücksteht. Die in Schleswig-Holstein eingeführten Koordinatennullpunkte sind: Nr. 24 Ostenfeld, Nr. 25 Rathkrügen und Nr. 26 Bungsberg.

2. Die Umformung der Blattecken der Katasterplankarte in das rechtwinklig-sphäroidische Koordinatensystem.

Die Umformung der Blattecken erfolgte nach den Regeln des § 33 (bzw. § 23) der Katasteranweisung XI vom 11. März 1932.

Bei dieser Umformung erhebt sich die Frage, ob es erforderlich ist, eine jede Blattecke in das Katastersystem zu übertragen, oder ob man lediglich einige Blattecken der auf die Provinz entfallenden Katasterplankarte umzuformen braucht, um die dazwischen befindlichen Werte durch Interpolation zu ermitteln. Diese Frage soll im folgenden untersucht werden:

Der ebenen konformen, wie auch der rechtwinklig-sphäroidischen (Soldnerschen) Abbildung, je für sich, sind Verzerrungen eigen, die sich in Längen- und Richtungsverzerrungen zerlegen lassen. Nach Jordan-Eggert, Handbuch der Vermessungskunde, Band III, 7. Aufl., § 50 betragen die Verzerrungen, (wobei es genügt, die Erde als eine Kugel anzusehen), bei der Abbildung einer Strecke S zwischen den Punkten $P_1(x_1, y_1)$ und $P_2(x_2, y_2)$:

$$\text{Soldner: } \frac{s}{S} = 1 + \frac{y_1^2 + y_1 y_2 + y_2^2}{6 r^2} \cdot \cos^2 t$$

$$\text{Gauß: } \frac{s}{S} = 1 + \frac{Y_1^2 + Y_1 Y_2 + Y_2^2}{6 r^2};$$

Richtungsverzerrung:

(1)

$$\text{Soldner: } T - t = \frac{\rho}{6 r^2} (x_2 - x_1) \cdot (2 y_1 + y_2) + \frac{\rho}{6 r^2} \sin t \cdot \cos t \cdot (y_1^2 + y_1 y_2 + y_2^2)$$

$$\text{Gauß: } T - t = \frac{\rho}{6 r^2} (X_2 - Y_1) \cdot (2 Y_1 + Y_2)$$

Vor Anwendung dieser Formeln auf den vorliegenden Fall müssen folgende Besonderheiten festgestellt und berücksichtigt werden:

a) Die Formeln gelten für den gleichen Ausgangsmeridian. Bei der Soldnerschen Abbildung muß für $t = t + \gamma$ gesetzt werden, wenn t der Richtungswinkel in der konformen Projektion und γ die Meridiankonvergenz bedeuten.

b) In den Formeln bedeuten S die wahre (sphär.) Größe, s die sich durch die Projektion ergebende Entfernung. S ist für die Soldnersche und Gaußsche Abbildung gleich groß, s dagegen verschieden. Es soll die durch die Projektion entstehende Entfernung wie folgt bezeichnet werden:

bei Gauß: s , bei Soldner: s'

Das Entsprechende gilt für die Richtungswinkel, sodaß wir schreiben:

bei Gauß: t , bei Soldner: $t' + \gamma$

Damit ist:

$$\text{Soldner: } s' = S + \frac{S}{6 r^2} (y_1^2 + y_1 y_2 + y_2^2) \cdot \cos^2 (t' + \gamma)$$

$$\text{Gauß: } s = S + \frac{S}{6 r^2} (Y_1^2 + Y_1 Y_2 + Y_2^2);$$

$$\text{Soldner: } T - t' = \frac{\rho}{6 r^2} (x_2 - x_1) (2 y_1 + y_2) + \frac{\rho}{6 r^2} \sin (t' + \gamma) \cos (t' + \gamma) \cdot (y_1^2 + y_1 y_2 + y_2^2) \quad (2)$$

$$\text{Gauß: } T - t = \frac{\rho}{6 r^2} (X_2 - X_1) (2 Y_1 + Y_2)$$

Die Längen- und Richtungsverzerrungen, die bei der Umformung von ebener konformer (Gaußscher) in rechth. sphär. (Soldnersche) Abbildung entstehen, können durch die Differenzen $\Delta s = s - s'$ und $\Delta t = (T - t) - (T - t')$ ausgedrückt werden; S kann man durch s ersetzen:

$$\Delta s = \frac{s}{6 r^2} [(Y_1^2 + Y_1 Y_2 + Y_2^2) - (y_1^2 + y_1 y_2 + y_2^2) \cdot \cos^2 (t' + \gamma)]$$

$$\Delta t = \frac{\rho}{6 r^2} (X_2 - X_1) (2 Y_1 + Y_2) - \frac{\rho}{6 r^2} (x_2 - x_1) (2 y_1 + y_2) - \frac{\rho}{6 r^2} \sin (t' + \gamma) \cos (t' + \gamma) (y_1^2 + y_1 y_2 + y_2^2) \quad (3)$$

Die Formeln (3) lassen erkennen, daß die Streckenverzerrung (hier die Längenänderung der Gitterlinien) nur von den Ordinaten abhängig ist.

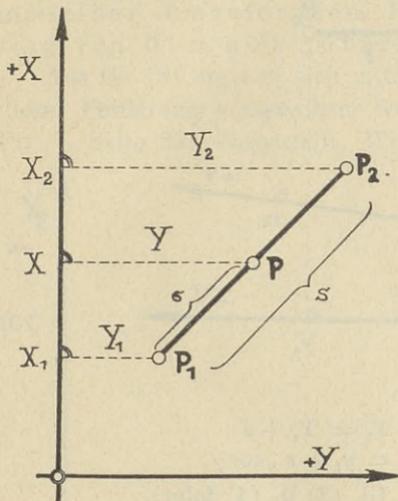
Sind die Ordinaten nahezu einander gleich — dies ist der Fall bei den nordsüdlich verlaufenden Gitterlinien, den Parallelen zum Nullmeridian — so ist die Längenverzerrung geringer als in dem anderen Falle, wo sich die Ordinaten um größere Beträge unterscheiden, also bei den ostwestlich verlaufenden Gitterlinien.

Im Hinblick auf die Richtungsverzerrung liegen die Verhältnisse umgekehrt. Bei der Übertragung der ostwestlich verlaufenden Gitterlinien — bei gleichen Abszissenwerten — ist die Richtungsverzerrung verschwindend klein; hingegen erreicht sie größere Beträge bei Betrachtung der Projektion der nordsüdlich verlaufenden Gitterlinien.

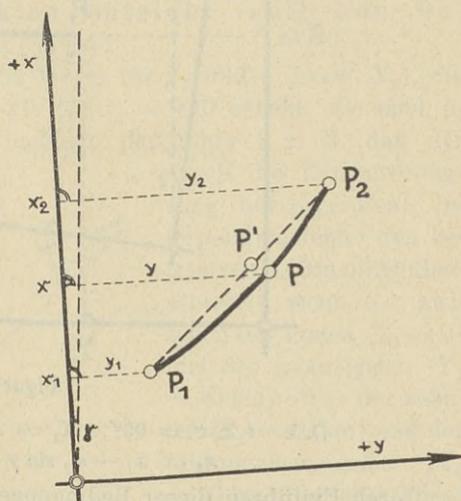
Für unsere Zwecke wird es also genügen, die Größe der Längenverzerrungen bei der Projektion der ostwestlich verlaufenden Gitterlinien, die

Größe der Richtungsverzerrungen bei den nordsüdlich verlaufenden Gitterlinien zu ermitteln. Ein Vergleich mit den durch Interpolation ermittelten Ergebnissen zwischen zwei umgeformten Blattecken wird alsdann die vorher gestellte Frage beantworten.

Zu diesem Zwecke betrachten wir in Fig. 1 eine Strecke $P_1P_2 = s$ unter dem Richtungswinkel t im Gauß-Krügerschen System.



Figur 1.



Figur 2.

Auf ihr befinde sich ein Punkt P im Abstände σ von P_1 . Bei der Abbildung in das Soldnersche System ändern sich die Verhältnisse, wie es in Fig. 2 angedeutet ist. P_1 und P_2 sind auf Grund strenger Umformungsrechnung in das Soldnersche System übertragen. Der Punkt P liegt nun nicht mehr auf der geraden Verbindungslinie P_1P_2 , sondern irgendwie seitlich davon.

Wird die Lage des Punktes P im Soldnerschen System durch lineare Interpolation ermittelt, so möge statt PP' erhalten werden. Der Interpolationsfaktor beträgt $m = \frac{\sigma}{s} < 1$. Die bei linearer Interpolation wirksame Längenverzerrung beträgt dann: $\Delta s \cdot m$, während sie sich durch unmittelbare Umformung des Punktes P zu $\Delta \sigma$ ergeben möge. Der entstehende Fehler f_1 läßt sich dann durch

$$f_1 = \Delta s \cdot m - \Delta \sigma \quad (4)$$

ausdrücken.

Für die Richtungsverzerrung gilt entsprechendes. Sie liefert für die Entfernung $P_1P_2 = s$ den linearen Wert: $\Delta e = \frac{\Delta t}{\varrho} \cdot s$, für die Entfernung $P_1P = \sigma$ den Betrag: $\Delta \varepsilon = \frac{\Delta t}{\varrho} \cdot \sigma$. Der entstehende Fehler f_2 ergibt sich alsdann zu

$$f_2 = \Delta e \cdot m - \Delta \varepsilon \quad (5)$$

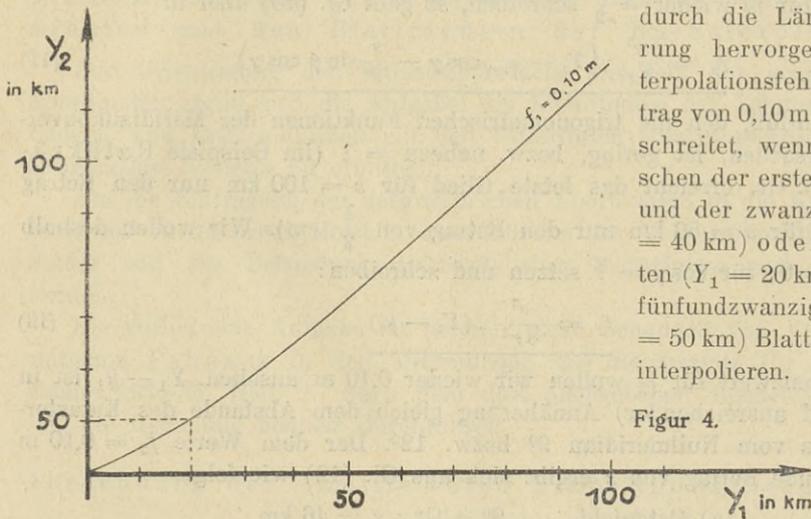
Nach diesen Vorbereitungen können wir nun zur Berechnung des Fehlers: f_1 bei Interpolation in ostwestlicher Richtung, f_2 bei Interpolation in nordsüdlicher Richtung übergehen.

angegeben wird und man berücksichtigt, daß eine Zeichengenauigkeit von 0,1 bis 0,2 mm erreicht werden kann, so mag ein Fehler von 0,5 bis 1 m unbedenklich erscheinen. Indessen wollen wir die Rechnung lieber etwas genauer durchführen und folgende Forderung aufstellen:

Das Maximum des Fehlers, der durch die lineare Interpolation der Blattecken-Koordinaten zwischen zwei unmittelbar umgeformten Punkten entsteht, soll den Betrag von 0,1 m nicht überschreiten!

Aus Gl. (8) ergeben sich mithin die Werte für Y_1 und s (bezw. Y_2), die dieser Forderung entsprechen, wenn wir für $f_1 = 0,10$ setzen. Sie sind in Fig. 4, Seite 251 dargestellt. Wir entnehmen der Figur 4 z. B. daß der

durch die Längenverzerrung hervorgerufene Interpolationsfehler den Betrag von 0,10 m nicht überschreitet, wenn wir zwischen der ersten ($Y_1 = 0$) und der zwanzigsten ($Y_2 = 40$ km) oder der zehnten ($Y_1 = 20$ km) und der fünfundzwanzigsten ($Y_2 = 50$ km) Blattecke linear interpolieren.



Figur 4.

Interpolation in nordsüdlicher Richtung.

D. h.

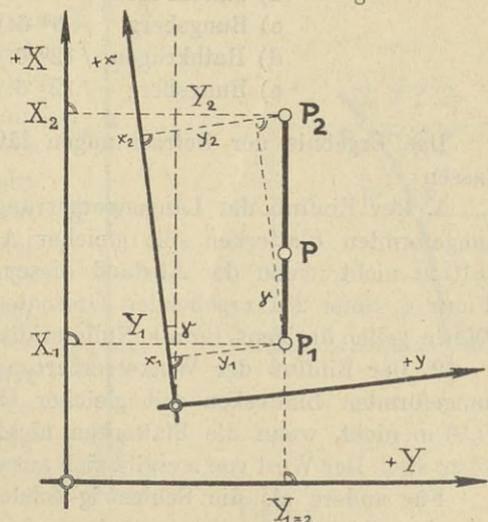
$$t \approx t' = 0^\circ$$

$$X_2 = X_1 + s$$

$$Y_1 = Y_2$$

$$x_2 = x_1 + s \cdot \cos \gamma$$

$$y_2 = y_1 + s \cdot \sin \gamma$$



Figur 5.

Durch Einführen dieser Bedingungen in Gl. (3) und (5) folgt:

$$f_2 = \frac{m s^2}{2 r^2} Y_1 (1 - m) - \frac{m s^2}{2 r^2} \cos \gamma \cdot y_1 (1 - m) - \frac{m s^3}{6 r^2} \sin \gamma \cdot \cos \gamma (1 - m^2) - \frac{m \cdot s}{6 r^2} \sin \gamma \cdot \cos \gamma [3 y_1 s \cdot \sin \gamma (1 - m) + s^2 \sin^2 \gamma (1 - m^2)] \quad (9)$$

Auch hier kann das letzte Glied für unsere Zwecke vernachlässigt werden, da es im äußersten Falle (vgl. Seite 250) noch nicht den Betrag von einem Zentimeter erreicht, also ist:

$$f_2 = \frac{m s^2}{6 r^2} [(3 Y_1 - 3 y_1 \cos \gamma) (1 - m) - s \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma \cdot (1 - m^2)] \quad (10)$$

Wenn wir für m wieder $= \frac{1}{2}$ schreiben, so geht Gl. (10) über in

$$f_2 = \frac{s^2}{8 r^2} \left(Y_1 - y_1 \cdot \cos \gamma - \frac{s}{2} \sin \gamma \cos \gamma \right) \quad (11)$$

Der Einfluß, den die trigonometrischen Funktionen der Meridiankonvergenz verursachen, ist gering, bzw. nahezu = 1 (im Beispiele Rathkrü- gen / 120 ö. Gr. erreicht das letzte Glied für $s = 100$ km nur den Betrag von 4 cm, für $s = 50$ km nur den Betrag von $\frac{1}{2}$ cm). Wir wollen deshalb für $\sin \gamma = 0$, für $\cos \gamma = 1$ setzen und schreiben:

$$f_2 = \frac{s^2}{8 r^2} \cdot (Y_1 - y_1) \quad (12)$$

Als Grenzwert für f_2 wollen wir wieder 0,10 m ansehen. $Y_1 - y_1$ ist in erster (und ausreichender) Annäherung gleich dem Abstände des Kataster- nullpunktes vom Nullmeridian 90 bzw. 120. Der dem Werte $f_2 = 0,10$ m entsprechende Betrag von s ergibt sich aus Gl. (12) wie folgt:

- a) Ostenfeld / 90 ö. Gr.: $s = 46$ km
- b) Rathkrügen / 90 ö. Gr.: $s = 21$ km
- c) Bungsberg / 90 ö. Gr.: $s = 16$ km
- d) Rathkrügen / 120 ö. Gr.: $s = 15$ km
- e) Bungsberg / 120 ö. Gr.: $s = 19$ km

Das Ergebnis der Betrachtungen läßt sich folgendermaßen zusammen- fassen:

1. Der Einfluß der Längenverzerrung beim Interpolieren zwischen zwei umgeformten Blattecken mit gleicher Abszisse übersteigt den Betrag von 0,10 m nicht, wenn der Abstand dieser Blattecken zwischen den sich aus Figur 4, Seite 251 ergebenden Ordinaten gelegen ist. — Die entnommenen Werte gelten übrigens für alle Nullmeridiane der Gauß-Krügerschen Projektion.

2. Der Einfluß der Winkelverzerrung beim Interpolieren zwischen zwei umgeformten Blattecken mit gleicher Ordinate übersteigt den Betrag von 0,10 m nicht, wenn die Blattecken nicht weiter als s km voneinander ent- fernt sind. Der Wert von s ergibt sich aus der Zusammenstellung (13), Seite 252

Für andere als die Schleswig-Holsteinischen Katasternullpunkte kann s aus der Gl. (14) berechnet werden:

$$s = \sqrt{\frac{0,8 r^2}{Y_1 - y_1}} \quad (14)$$

$Y_1 - y_1$ ist dann gleich dem Abstände des Katasternullpunktes von dem Nullmeridian des Gauß-Krügerschen Systems zu setzen.

3. Die Einflüsse der Längen- und Richtungsverzerrungen in den nicht genannten Interpolationsreihen sind für unsere Zwecke unbedeutend.

4. Wird die lineare Interpolation bei größeren Abständen der umgeformten Punkte vorgenommen, so müssen die Ergebnisse eine Verbesserung erhalten, die sich aus Gl. (7), S. 250 und (10), S. 252 ergeben, f_1 wird dann zur Ordinate addiert, f_2 subtrahiert.

3. Die Berechnung der Schnitte der Längen- und Breitenminuten mit den Blatträndern der Katasterplankarte.

Zur Orientierung der Katasterplankarte im Netz der geographischen Koordinaten ergibt sich die Aufgabe, die Koordinaten der Schnittpunkte der Längen- und Breitenminuten mit den Gitterlinien (Blatträndern) des Gauß-Krügerschen Systems zu ermitteln.

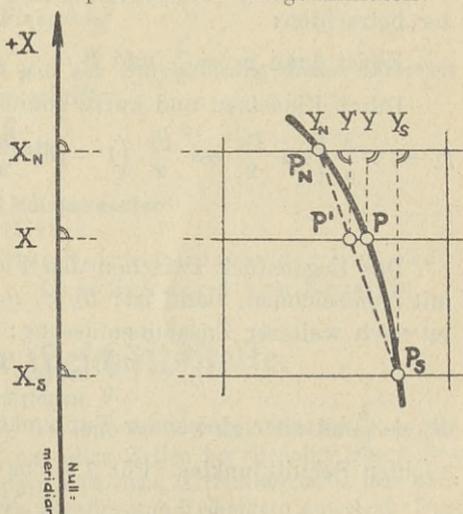
Auf die Eintragung der geographischen Koordinaten in die Katasterplankarte soll in Schleswig-Holstein aus Gründen der Vollständigkeit der Blattränder und zur Befriedigung diesbezüglicher Bedürfnisse nicht verzichtet werden.

Die vorliegende Aufgabe ist bereits früher behandelt von Vermessungsamtman Pehneck in den Mitteilungen des Reichsamts für Landesaufnahme 1934/35, Heft 2. Nach dem dort angegebenen Rechenschema läßt sich die Rechnung bequem durchführen.

Ausdehnung der unmittelbaren Schnittpunktberechnung: Interpolation der Längenminuten:

Wir stellen wieder die Frage, ob es notwendig ist, die Schnitte der Längen- und Breitenminuten mit den Blatträndern einer jeden Grundkarte zu berechnen, oder ob es genügt, diese nur für einige Blattränder zu berechnen, um die dazwischen befindlichen Schnittpunkte durch Interpolation zu ermitteln.

Die Längen- und Breitenkreise stellen sich in der Gauß-Krügerschen Projektion, abgesehen vom Nullmeridian, als Kurven dar. Wenn wir linear interpolieren, so ersetzen wir die Kurve durch eine Gerade, und es ist zur Beantwortung unserer Frage zu untersuchen wie weit die Kurve von der Geraden abweicht.



Figur 6.

Die Schnitte P_N und P_S einer Längenminute mit zwei Gitterlinien (Nord- und Südlinie) seien bekannt (Figur 6). Der Schnitt P derselben Längenminute mit einer dazwischen befindlichen, ebenfalls ostwestlich verlaufenden Gitterlinie wird gesucht.

Durch eine lineare Interpolation ergibt sich die Lage des Punktes P' , während der gesuchte Punkt bei P liegt. $PP' = Y - Y' = f$ ist dann der begangene Fehler.

Für die Ordinate Y besteht die Beziehung:

$$Y = l \cdot \cos B \cdot \frac{N}{\varrho} \left(1 + \frac{l^2}{6\varrho^2} + \frac{l^2 \cdot \sin^2 B}{6\varrho^2} \right) \quad (15)$$

worin l den Längenunterschied der betr. Längenminute gegenüber dem Nullmeridian und B die geographische Breite des Ordinatenfußpunktes bedeuten. Bei linearer Interpolation findet man:

$$Y' = Y_N + (Y_S - Y_N) \frac{X_N - X}{X_N - X_S} \quad (16)$$

Dann ist der Fehler:

$$f_2 = l \cdot \cos B \cdot \frac{N}{\varrho} \left(1 + \frac{l^2}{6\varrho^2} + \frac{l^2 \sin^2 B}{6\varrho^2} \right) - Y_N - (Y_S - Y_N) \frac{X_N - X}{X_N - X_S} \quad (17)$$

Für unsere Zwecke genügt es, die Glieder höheren Grades zu vernachlässigen, da sie nur mit dem Faktor $(\cos B_S - \cos B_N)$ multipliziert auftreten werden. Der Quotient $(X_N - X) : (X_N - X_S)$ stellt den Interpolationsfaktor dar, den wir wieder mit m bezeichnen wollen. Wenn wir endlich Y_N und Y_S durch (15) ausdrücken, und für $N_S = N_N = N$ setzen, so geht (17) über in:

$$f_L = l \frac{N}{\varrho} [\cos B - \cos B_S \cdot m - \cos B_N (1 - m)] \quad (18)$$

Unter der Annahme, daß der Interpolationsfehler etwa in der Mitte der beiden berechneten Schnittpunkte am größten ist, wollen wir Gl. (18) weiter betrachten:

$$\text{Es ist dann } m = \frac{1}{2} \text{ und } B = \frac{1}{2} (B_N + B_S)$$

Durch Einsetzen und kurze goniometrische Umformung folgt:

$$f_L = l \frac{N}{\varrho} \left[\cos \frac{B_N}{2} \cos \frac{B_S}{2} \left(1 - \cos \frac{B_N}{2} \cos \frac{B_S}{2} \right) - \sin \frac{B_N}{2} \sin \frac{B_S}{2} \left(1 - \sin \frac{B_N}{2} \sin \frac{B_S}{2} \right) \right]$$

Das Bogenstück zwischen den Fußpunktsbreiten B_S und B_N wollen wir mit b bezeichnen. Dann ist: $B_N = B_S + b$ und unsere Gleichung für f_2 lautet nach weiterer Zusammenfassung:

$$f_L = l \frac{N}{\varrho} \cos \left(B_S + \frac{b}{2} \right) \cdot \left(1 - \cos \frac{b}{2} \right)$$

$B_S + \frac{b}{2}$ ist aber gleich der Fußpunktsbreite B der Ostwestgitterlinie des gesuchten Schnittpunktes. Für $1 - \cos b/2$ setzen wir $2 \sin^2 b/4$ und erhalten:

$$f_L = 2 l \frac{N}{\varrho} \cos B \cdot \sin^2 \frac{b}{4} \quad (19)$$

Es zeigt sich, daß der bei der Interpolation begangene Fehler mit zunehmendem Abstände der Längenminuten vom Nullmeridian wächst, dagegen mit zunehmender Breite schwach abnimmt. (Fortsetzung folgt.)

Gesetze, Verordnungen und Erlasse.

Gesetz über die Bildung von Hauptvermessungsabteilungen. Vom 18. März 1938 (RGBl. I S. 277).

Die Reichsregierung hat das folgende Gesetz beschlossen, das hiermit verkündet wird:

§ 1

(1) Bei den vom Reichsminister des Innern zu bestimmenden Behörden der allgemeinen und inneren Verwaltung werden Hauptvermessungsabteilungen eingerichtet. Der Reichsminister des Innern bestimmt ihren Amtsbereich.

(2) Die Behörden unterstehen für den Geschäftsbereich der Hauptvermessungsabteilungen dem Reichsminister des Innern.

(3) Der Reichsminister des Innern weist den Hauptvermessungsabteilungen die erforderlichen Beamten und sonstigen Hilfskräfte zu.

§ 2

(1) Den Hauptvermessungsabteilungen obliegt

1. die Herstellung und Erhaltung der Landesdreiecks- und Aufnahmenetze und die Überwachung des Reichsfestpunktfeldes,
2. die Bearbeitung, Laufendhaltung und Drucklegung der topographischen Landeskartenwerke.

(2) Der Reichsminister des Innern kann den Hauptvermessungsabteilungen weitere Aufgaben übertragen oder zulassen, daß ihnen weitere Aufgaben von den Landesregierungen übertragen werden.

§ 3

Grundstücke und bewegliche Sachen der Länder, die am 1. Oktober 1937 ausschließlich oder überwiegend für die im § 2 genannten Zwecke benutzt wurden oder zur späteren Benutzung für sie bestimmt waren, bleiben dieser Zweckbestimmung erhalten.

§ 4

Die Länder tragen die durch die Hauptvermessungsabteilungen entstehenden Kosten in Höhe der Aufwendungen, die sie für die im § 2 genannten Zwecke im Durchschnitt der Rechnungsjahre 1933 bis 1936 gemacht haben. Das Nähere bestimmen die Reichsminister des Innern und der Finanzen.

§ 5

Der Reichsminister des Innern erläßt die zur Durchführung dieses Gesetzes erforderlichen Rechts- und Verwaltungsvorschriften.

§ 6

Dieses Gesetz tritt am 1. April 1938 in Kraft.

Berlin, den 18. März 1938.

Der Führer und Reichskanzler

Adolf Hitler

Der Reichsminister des Innern Der Reichsminister der Finanzen

Frick

Graf Schwerin von Krosigk.

Mitteilungen der Geschäftsstelle.

Vereinsnachrichten.

Gaugruppe Nordmark. Am 5. März ds. Js. fand in Kiel eine Arbeitstagung der Gaugruppe statt. Der Besuch war sehr gut, aus allen Teilen der Provinz waren Arbeitskameraden der verschiedenen Fachrichtungen erschienen. Erfreulicherweise war auch eine große Anzahl von Beamten des mittleren Dienstes und Technikern anwesend. Das Gauamt für Technik, NSBDL. und KDV. hatten Vertreter entsandt. Nach Begrüßung

und Totenehrung sprach in Vertretung des Vorsitzenden Regierungs- und Vermessungsrat Oberthür-Schleswig in einem einleitenden Vortrag über Entwicklung und Ziele des deutschen Vermessungswesens sowie über Zweck und Notwendigkeit des DVW. Seine Ausführungen waren von hohen, nationalsozialistischen Gedanken getragen: es erfüllt uns alle mit stolzer Freude, daß unsere Berufsarbeit in Zukunft von besonderer Bedeutung für die Verteidigung unseres Vaterlandes werden soll, daß unser ganzer Berufsstand damit auf Tuchfühlung heranrückt an den Träger dieser Verteidigung, unsere geachtete und geliebte Wehrmacht. Der Vermessungstechnik sind bei Neuordnung und Sicherung des deutschen Lebensraumes ehrenvolle Aufgaben zugewiesen. Von der Güte unserer Arbeit ist die äußere Anerkennung abhängig. Die Marschrichtung ist von den verantwortlichen Kommandostellen ausgegeben worden. Nun liegt es an uns, den Technikern an der Front, daß wir unser ganzes Können und heißes Wollen, unser Wissen und unsere Erfahrungen einsetzen und damit zum Gelingen der großen Aufgaben beitragen. Die Ausführungen klangen aus in einem Aufruf zur allseitigen Zusammenfassung: Ob Ingenieur oder Techniker, ob Beamter oder Angestellter, alle müssen Mitarbeiter werden! — Hierauf sprach Vermessungsrat Dr. Harms (Schleswig) über die Dreiecks- und Aufnahmeneße unter besonderer Berücksichtigung der Erfahrungen, die der Redner bei der Durchführung einer Negverdichtung gesammelt hat. Sehr beachtenswert waren die Ausführungen über die Verwendung von Feinpolygonzügen für die Bestimmung von A. P. In waldreichen und dicht bebauten Gebieten, wie es in Holstein zum Teil der Fall ist, dürfte dies Verfahren — selbstverständlich bei gleicher Genauigkeit — zur Verbilligung der Punktbestimmungen führen. — Nicht weniger beachtlich war der Vortrag des Vermessungsassessors Felgow vom Kulturrat Flensburg. An Hand eines reichlichen Kartenmaterials sprach er über Landumlegung und Reichsbodenschätzung. Auch hier gründeten sich die Ausführungen auf eigene Erfahrungen des Redners, die er bei umfangreichen Arbeiten auf der Insel Sylt erworben hat. Der Redner versuchte an Hand einer Gegenüberstellung des Bodenschätzungs- und des Umlegungstarifs nachzuweisen, daß die Reichsbodenschätzung zwar ein sehr gutes Hilfsmittel, jedoch kein voller Ersatz für eine Umlegungsschätzung sein könne. — In einem kurzen Nachwort des Versammlungsleiters wurde darauf hingewiesen, daß es sich bei dieser Tagung vornehmlich um eine Arbeitstagung handelte, wobei es weniger auf einen glänzenden Verlauf, als vielmehr darauf ankommen sollte, die beruflichen Tagesfragen in einer allgemeinen Aussprache und durch gegenseitige Anregungen zu erörtern und damit die im Vermessungswesen Schaffenden selbst einander näher zu bringen. Diese Aussprache fand dann nach einem gemeinsamen Mittagessen statt. U. a. wurde über die Bildung von Bezirksgruppen, die Werbung und allgemein über die notwendigen Aufbauarbeiten gesprochen. Für den kommenden Sommer wurde als Tagungsort Lübeck vorgeschlagen und der Besuch der nahe gelegenen Ostseebäder in Aussicht genommen. Die wohlgelungene Tagung klang aus mit der Aufforderung zum treuen Einstehen für die alleinige Berufsvertretung der deutschen Vermessungswerker, den DVW.

Gaugruppe Saarpfalz. Die Frühjahrstagung der Gaugruppe findet am 22. Mai in Saarbrücken statt. Ich bitte alle Berufskameraden des Gauces, sich diesen Tag freizuhalten.

Djander.

Personalnachrichten.

Kommunalverwaltung. Verm. Dir. Zeigel z. Stadtverm. Dir. ernannt, 21. 3. 38, u. als Leiter d. Verm. amts u. d. Grundstücksamts d. Stadt Trier angestellt.

Inhalt:

Wissenschaftliche Mitteilungen: Die Verschmelzung und Vereinigung von Flurstücken und das Gesetz über die Beurkundungs- und Beglaubigungsbefugnis der Vermessungsbehörden, von Kurandt. — Koordinatenumformung, von Strinz (Schluß). — Ueber die vorbereitenden Berechnungen zur Herstellung der Katasterplankarte in Schleswig-Holstein, von Müller. — **Gesetze, Verordnungen und Erlasse.** — **Mitteilungen der Geschäftsstelle.**