ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN

Organ des Deutschen Geometervereins

Herausgegeben von

Dr. O. Eggert,

Professor a. d. Kgl. Techn. Hochschule

Danzig-Langfuhr, Hermannshöfer Weg 6.

Heft 11.

1918. **November.** **Band XLVII.**

Ueber eine Kurve 4. Ordnung I. Art, die in der Geodäsie eine Rolle spielt; mit einer Anwendung auf das Vermessungsgebiet Bayern.

Von Dr. **Franz Joh. Müller** in Augsburg.

(Schluss von Seite 247.)

VI. Bemerkungen zur Zahlenrechnung.

Das Hauptaugenmerk bei der Zahlenrechnung ist auf eine möglichst genaue Bestimmung der zwei unbekannten Wurzeln der Gleichung (4a) zu richten. Im Abschnitt (VII 3a) habe ich dieselben bestimmt, aber selbst die durch die Natur des zu behandelnden Problems von vornherein festgelegte Doppelwurzel a_2 ist schon mit einer Unsicherheit mit 4 Einheiten in der 6. Dezimale behaftet. Ebenso unsicher werden natürlich die beiden anderen Wurzeln dieser Gleichung. Um einen Ueberblick über die Grösse der Ungenauigkeit dieser Zahlen zu erhalten, habe ich im Abschnitt (VII 4) aus den Zahlenangaben, die Dr. Clauss in seiner Dissertation gibt, diese Grössen nochmals abgeleitet und daraus für die gesuchten Wurzeln in Vergleich zu den ersteren folgende Differenzen ermittelt:

$$s_1 - s_1' = +0{,}000'0009'996; \quad s_2 - s_2' = 0.000'0000'173;$$
$$s_4 - s_4' = +0{,}000'0002'118.$$

Die Koordinaten des Südpunktes musste ich erst ableiten, da Dr. Clauss dieselben nicht angegeben hat. Um ja sicher zu gehen, habe ich im Abschnitt (VII 5) die gefundenen Koordinatenwerte an der Gleichung der Gausskugel geprüft und genügende Uebereinstimmung gefunden.

Der Berechnung der Meridianbogenlänge im Abschnitt (VII 10) liegt die Formel zugrunde, wie sie im 3. Bande des Handbuches der Vermessungskunde von Jordan-Eggert, VI. Auflage, S. 223 entwickelt ist. Die Grösse η ist als ein Parallelkreisbogen durch die leicht deutbare Formel:

$$\eta = \frac{2\,a\,v\,cos\,u}{360^0} \tag{13}$$

zu bestimmen.

Zur Ermittelung der geographischen Koordinaten jenes Punktes der C_4, dessen Abszisse in der Mitte zwischen Nord- und Nullpunkt liegt, habe ich die Formel (7) § 11 S. 54 von Helmerts Höherer Geodäsie Bd. 1 benützt. Die Formel lautet abgekürzt:

$$\Delta B'' = \Delta\sigma'' + 3\varrho''\left(n - \frac{9}{16}n^3\right)cos\,2\,\sigma\,sin\,\Delta\,\sigma + \\ + \frac{21}{8}\varrho''n^2 cos\,4\,\sigma\,sin\,2\,\Delta\,\sigma \tag{14}$$

$$\Delta\sigma = \frac{\eta}{G}\,3600; \quad \sigma = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}; \quad \sigma_1 = \frac{3600\,\eta_1}{G}; \quad \sigma_2 = \frac{3600\,\eta_2}{G}$$

Da an a. a. O. die Koeffizienten der Gleichung (13) nicht ausgewertet sind, so will ich dies nachstehend durchführen.

$$n = 0.001'6741'848; \qquad n^2 = 0.000'0028'028.9;$$
$$n^3 = 0.000'0000'002.933$$
$$-\frac{9}{16}n^3 = 0.000'0000'026$$
$$\beta_1 = 0.001'6741'822$$

		$lg\,\varrho''$	5,314'4251'332	$lg\,\varrho''$	5,314'4251
$lg\,\varrho''$	5,314'4251'332	$lg\,21$	1.322'2192'947	$lg\,151$	2.178'9769
$lg\,3$	0.477'1212'547	$lg\,n^2$	4.671'4098'343	$lg\,n^3$	1.671'4098 — 10
$lg\,\beta_1$	7.223'8027'201	$clg\,8$	9.096'9100'130	$clg\,48$	8.318'7588 — 10
[1]	3,015'3491'080	[2]	0,404'9642'752	[3]	7,483'5706 — 10

Die Formel (14) lautet also für das Besselsche Erdellipsoid wie folgt:

$$\Delta B = \Delta\sigma + [3{,}015'3491'080]\,cos\,2\,\sigma\,sin\,\Delta\,\sigma + [0.404'9642'752]\,cos\,4\,\sigma\,sin\,2\,\Delta\,\sigma \\ + [7{,}483'5706 - 10]\,cos\,6\,\sigma\,sin\,3\,\Delta\,\sigma$$

Der benützte Thesaurus logarithmorum stand mir nur kurze Zeit zur Verfügung, so dass ich für die letzten drei Dezimalen in den Logarithmen keine Garantie übernehmen kann, da die Rechnung nur einmal zehnstellig durchgeführt werden konnte.

VII. Zahlenbeispiel.

Nach Dr. Clauss ist für das Vermessungsgebiet Bayern:

$$\varphi_0 = 48^0\,55';$$
$$R = 6380273{,}07;$$
$$o = +\,6078{,}81;$$
$$p = -\,25172{,}30.$$

1. Die Koeffizienten der Gleichung (4)

ϱ)

Zur Abkürzung setze ich:

$$o^2 + p^2 = m^2$$

$lg\,p$	$4.400'9228'989_n$	$9.987'6922'193_n$	$4.413'2306'796$
$lg\,o$	$3,783'8185'692$	$9.370'5878'895$	7
$lg\,tg\,\lambda$	$0.617'1043'297_n$		

$$\lambda = 283^0\,34'.\,34'',7606\,; \quad m = 25895,8803$$

$R - m =$	$635'4377.19$
$R =$	$638'0273,07$
$\pm\, m =$	$25895,88$
$R + m =$	$6406168,95$

$lg\,(R + m)$	$6,806'5983'881$
$lg\,(R - m)$	$6,803'0729'905$
$c\,.\,lg\,a^2$	$6,390'7130'726 - 20$
$lg\,\frac{R^2 - m^2}{a^2}$	$0\,000'3844'512$

$$\frac{R^2 - m^2}{a^2} = +\,1,000'8856'242$$

$$1 - \frac{R^2 - m^2}{a^2} = \delta = -\,0.000'8856'242$$

$lg\,\delta$	$6.947'2494,753_n - 10$
$c\,.\,lg\,e^2$	$2.175'5895'763$
$lg\,\varrho$	$9.122'8390'516_n - 10$

$$\varrho = -\,0,132'6902'620$$

π)

$lg\,p$	$4,400'9228'989_n$
$lg\,b$	$6,803'1892'839$
$c\,(lg\,a^2 - b^2)$	$8.566'3226'489 - 20$
$lg\,\pi$	$9,770'4348'317_n - 10$

$$\pi = -\,0,589'4063'789$$

ω)

$lg\,o$	$3,783'8185'692$
$c\,lg\,a$	$3.195'3565'363 - 10$
$c\,lg\,e^2$	$2.175'5895'763$
$lg\,\omega$	$9,154'7646'818 - 10$

$$\omega = +\,0,142'8119'937$$

2. Die Koeffizienten der Gleichung (5b)

$$\varrho = -\,0,132'6902'620$$
$$2\,\omega = +\,0.285'6239'874$$
$$\varrho + 2\,\omega = +\,0,152\,9337'254$$
$$\varrho - 2\,\omega = -\,0,418\,3142'494$$

$lg(\varrho + 2\omega)$	$9.184'5032'677 - 10$
$lg(\varrho - 2\omega)$	$9.621'5026'586_n - 10$
$lg(\varrho^2 - 4\omega^2)$	$8,806'0059'263_n - 10$

$$\varrho^2 - 4\omega^2 = -0.063'9743'565$$

$lg\,\pi^2$ | $9,540'8296'634 - 10$; $lg\,\omega^2$ | $8,309'5293'636 - 10$

$$\pi^2 = 0.347'3998'794{\cdot}5 \qquad 2(\pi^2 + \omega^2) = +0,735'5902'899$$

$$\omega^2 = 0.020'3952'655{\cdot}2 \qquad -\varrho = +0.132'6902'620$$

$$\pi^2 + \omega^2 = 0,367'7951'449.7 \qquad 2(\pi^2 + \omega^2) - \varrho = +0,868'2805'519$$

$$[9.938'6600'736]$$

$lg\,\pi$	$9.770'4148'317_n$
$lg\,\varrho$	$9.122'8390'516_n$
$lg\,4$	$0.602'0599'913$
$lg\,4\varrho\pi$	$9.495'3138'746$

$$4\pi\varrho = +0,312'8339'473$$

3. Bestimmung der Wurzeln der Gleichung (4a)

a) Die Doppelwurzel.

$lg\,\frac{b}{a}$	$9.998'5458'202 - 10$
$lg\,tg\,\varphi_0$	$0.059'5614'783$
$lg\,tg\,u_0$	$0,058'1072'985$
$lg\,sin\,u$	$9.876'6007'774$
$lg\,cos\,u$	$9.818'4934'789$
$lg\,sin^2$	$9.753'2015'548$

$$u_0 = 48^0\,49'\,17,8191$$

$$sin\,u_0 = 0.752'6633'644 = a_2 = a_3$$

b) Die zwei anderen Wurzeln.

$$s^4 - 2,357'6255'156 s^3 + 1,736'5611'038 s^2 - 0.312'8339'473 s - 0.063'9743'565 :$$

$$s^2 - 1,505'3267'288 s + 0.566'5021'400 =$$

$$= [s^2 - 0,852'2987'868 s - 0,112'9291'811]$$

$$s^4 \mp 1,505'3267'288 s^3 \pm 0.566'5021'400 s^2$$

$$-0,852'2987'868 s^3 + 1,170'0589'683 s^2 - 0.312'8339'473 s$$

$$\pm 1,282'9881'449 s^2 \mp 0.482'8290'866 s$$

$$+0,112'9291'811 s^2 + 0,169'9951'393 s - 0.063'9743'565$$

$$\pm 0.169'9829'649 s \mp 0.063'9699'751$$

$$+0,000'0121'744 s - 0,000'0043'814$$

$$(s - 0.426'1493'934)^2 = 0.112'9291'811 + 0.181'6033'056 = 0.294'5324'867$$

$$0.426'1493'934 \pm 0.542'7084'730$$

$$s_1 = +0{,}968'8578'664; \quad lg\, sin\, u_1 = 9{,}986'2600'698;$$
$$s_4 = -0{,}116'5590'796; \quad lg\, sin\, u_4 = 9{,}066'5461'093_n.$$

4. Probe mittels der Gleichungen des Dr. Clauss.

Nach Dr. Clauss sind die Koordinaten des Nordpunkts bezw. des Ausgangspunktes der C_4 gegeben durch:

$x_1 = +1579\,180{,}14$; (Diss. S. 13)[1] $x_2 = +4'198'913{,}64$; (Diss. S. 1)[2]
$y_1 = 0$; $y_2 = 0$;
$z_1 = +6158\,130{,}75$; $z_2 = +4'783'987',77$.

$lg\, x_1$	6,198'4316'758
$lg\, a$	6.804 6434'637
$lg\, cos\, u_1$	9,393'7882'121

$u_1 = 75^0\,39'\,47'',50296$

$lg\, y_1$	6,789'4489'056
$lg\, b$	6.803'1892'839
$lg\, sin\, u_1$	9.986'2596'217

$u_1 = 75^0\,39'\,47.50204$

$s_1' = +0{,}968'8568'668$

$tg\, u = +2{,}573'0822'11$
$lg\, tg\, u = 0{,}410'4536'623$
$u = 68^0\,45'\,42'',96282$
$2\,u = 137^0\,31'\,25'',92564$

$lg\, R$	6,804'8392'666
$lg\, sin\, 2\,u$	9.829'4858'257
$lg\, x'$	0,634'3250'923
$lg\, tg\, u$	0.410'4536'623
$lg\, z'$	7,044'7787'546

$lg\, x'c$	6.451 9935'898
$lg\, cos$	9.817'6684'875
$lg\, x'$	6,634'3250'923
$lg\, sin$	9.877'2299'658
$lg\, x's$	6,511'5550'581

$lg\, z'c$	6,862'4472'421
$lg\, cos$	9.817'6684'875
$lg\, z'$	7.044'7787'546
$lg\, sin$	9.877'2299'658
$lg\, z's$	6,922'0087'204

$x'\,sin = -3'247'544',11$
$z'\,cos = -7'285'296{,}68$
$\Sigma_1 = -10'532'840.79$
$x_2 = +4'198'913.64$
$x_4 = -6'333'927{,}15$

$z_2 = +4'783'987{,}77$
$x'\,cos = +2'831'350{,}14$
$\Sigma_2 = +7'615'337.91$
$z'\,sin = -8'356'197.97$
$z_4 = -740'860.06$

[1]) Dort führen diese Koordinaten keinen Zeiger.
[2]) Dort führen diese Koordinaten den Zeiger Null.

$lg\, x_4$	6,801′6730′640$_n$	$lg\, z_4$	5,869′7361′825$_n$
$lg\, a$	6.804′6434′637	$lg\, b$	6,803′1892′839
$lg \cos u_4$	9.997′0296′003$_n$	$lg \sin u_4$	9.066′5468′986$_n$

$u_4 = 186^0\, 41'\, 36'',84758$ $\qquad$ $u_4 = 186^0\, 41'\, 36'',85521$

$s_4' = -\,0,116'5592'914$

$lg\, x_2$	6,623′1361′425	$lg\, z_2$	6,679′7900′597
$lg\, a$	6,804′6434′637	$lg\, b$	6,803′1892′839
$lg \cos u_2$	9.818′4926′788	$lg \sin u_2$	9,876′6007′758

$s_2' = 0,752'6633'617$

$u_2 = 48^0\, 49'\, 18'',15147$ $\qquad$ $u_2 = 48^0\, 49'\, 17''.81840$

5. Probe mittels der Gleichung der Gausskugel.

$x_1 = +\,1579'180,14;$ $\qquad$ $z_1 = +\,6'158'130,75;$

$-\,o = -\quad 6\,078,81;$ $\qquad$ $-\,p = +\quad 25\,172,30;$

$x_1 - o = +\,1573\,101,33$ $\qquad$ $z_1 - p = +\,6\,183'303,05$

$lg\,(x - o)$	6,196′7566′983	$lg\,(z - p)$	6,791′2205′321
$lg\, R$	6,804′8392′666	$lg\, R$	6.804′8392′666
$lg \cos \psi$	9,391′9174′317	$lg \sin \psi$	9.986′3812′655

$\psi = 75^0\, 43'\, 34'',06976;$ $\qquad$ $\psi = 75^0\, 43'\, 34.06975$

$x_4 = -\,6'333'927,15;$ $\qquad$ $z_4' = -\quad 740'860,06;$

$-\,o = \quad 6'078,81;$ $\qquad$ $-\,p = +\quad 25\,172.30;$

$x_4 - o = -\,6'340'005,96$ $\qquad$ $z_4 - p = -\quad 715\,687,76$

$lg\,(x_4 - o)$	6,802′0896′662$_n$	$lg\,(z_4 - p)$	5,854′7235′897$_n$
$lg\, R$	6.804′8392′666	$lg\, R$	6,804′8392′666
$lg \cos \psi'$	9,997 2503′996$_n$	$lg \sin \psi'$	9,049 8843′231$_n$

$\psi' = 186^0\, 26'\, 25'',9233;$ $\qquad$ $\psi' = 186^0\, 26'\, 25'',9264.$

6. Bestimmung des Durchstosspunktes der C_4 mit der Aequatorebene.

a) mit Gleichung (10)

		$lg \sqrt{-\,a_1\, a_4}$	9.526′4030′896
$lg\, \varrho$	9.122′8390′516$_n$	$lg\, a_2$	9.876′6007′774
$c\, lg\, 2\, \omega$	0.544′2053′225	$c\, lg\, 2\, \omega$	0.544′2053′225
$lg \cos u$	9.667′0143′741$_n$	$lg \sin u$	9.947′2091′895
$lg\, a$	6.804′6434′637	$lg\, a$	6.804′6434′637
$lg\, x_0$	6,471′6878′378$_n$	$lg\, y_0$	6,751′8526′532

$u = 117^0\, 40'\, 54'',93728$ $\qquad$ $u = 117^0\, 40'\, 54'',1185$

$x_{5,6} = -\,2962701,09$ $\qquad$ $y_{5,6} = \pm\, 5647453,36$

b) mittels Gleichung (11)

$$R = 6'380'273',07 \qquad lg(R-a) = 3,458'7752'989$$
$$a = 6\,377\,397,16 \qquad lg(R+a) = 7.105'7713'717$$
$$R+a = 12\,757\,670,23 \qquad lg\,q^2 = 10,564'5466'706$$
$$R-a = 2\,875.91 \qquad lg\,q = 5,282'2733'353$$

$$lg(q+m) = 5,337'3433'324 \qquad q = 19\,1546,11$$
$$lg(q-m) = 5,219'1920'432 \qquad m = 2\,5895,88$$
$$lg(q^2-m^2) = 10,556'5353'756_n \qquad m+q = 21\,7441.99$$
$$-m+q = 16\,5650,23$$

$$lg\,2ao = 10',889'4920'286$$
$$lg\cos u = 9.667'0433.470_n$$

$$u = 117^0\,40'\,54'',6814$$

7. Bestimmung des Durchschnittspunktes der C_4 mit der yz-Ebene.

a) mittels den Gleichungen (11a)

$$\pi^2 = +0.347'3998'795 \qquad -\pi = +0.589'4063'789$$
$$+\varrho = -0.132'6902'620 \qquad \pm\sqrt{\pi^2+\varrho} = \pm\,0.463'3676'917$$
$$\pi^2+\varrho = +0.214'7096'175 \qquad n_1 = +1.052'7740'706 \;(\text{imaginärer Sinus})$$
$$n_2 = +0,126'0386'872$$

$$lg\sin u_2' = 9,100'5038'708 = lg\,n_2$$
$$lg\cos u_2' = 9.996'5227'597$$
$$lg\,tg\,u_2' = 9.103\,9811\,111$$

$$u_2 = 7^0\,14'\,26'',6737$$

$$lg\,a = 6,804'6434'637 \qquad lg\,b = 6.803'1892'839$$
$$lg\cos = 9.996'5227'597 \qquad lg\sin = 9.100'5038'708$$
$$lg\,y_7 = 6,801'1662'234 \qquad lg\,z_7 = 5,903'6931'547$$

$$y_7 = \pm\,6326539.49 \qquad z_7 = +801111,85$$

b) Probe mit Gleichung (4a)

$$a_1 = +0.968'8578'664; \qquad n_2 = +0.126'0386'872;$$
$$-n_2 = -0.126'0386'872; \qquad -a_2 = -0.752'6633'644;$$
$$a_1-n_2 = +0,842'8191'792; \qquad n_2-a_2 = -0,626'6246\,772;$$
$$n_2 = +0,126'0386'872;$$
$$-a_4 = +0.116'5590'796;$$
$$n_2-a_4 = +0.242'5977'668$$

$lg\,(a_1 - n_2')$	$9.925'7344'099 - 10$
$lg\,(n_2' - a_4)$	$9.384'8867'986 - 10$
$lg\,(a_1 - n_2')\,(n_2' - a_4)$	$9.310'6212'085 - 10$

$lg\sqrt{(a_1 - n_2')\,(n_2' - a_4)}$	$9.655'3106'042$
$lg\,(n_2' - a_2)$	$9.797'0074'936$
$c\,lg\,2\,\omega$	$0.544'2053'225$
$c\,lg\cos u_2'$	$0.003'4772'403$
$lg\sin v_2'$	$0,000'0006'606$

c) mittels Gleichung (12)

$lg\,a^2$	$13,609'2869'274$		
$lg\,\delta$	$6,947'2494'753_n - 10$	$lg\,p$	$4,400'9228'989_n$
$lg\,e^{2\prime}$	$7,827'3187'833 - 10$	$c\,lg\,e^{2\prime}$	$2,172'6812'167$
$c\,lg\,p^2$	$1,198'1542'022 - 10$	$lg\,B$	$9.330'0890'398 - 10$
$lg\,A$	$9,582\,0093\,882_n - 10$	$lg\,z_7'$	$5,903'6931'554_n$

$$A = -0,381'9525'275 \qquad z_7' = +80\,1111,85$$

$$1 + A = +0.618'0474'725$$

$$lg\,(1 + A) = 9.791'0218'347 - 10$$

$$lg\sqrt{1+A} = 9.895'5109'174 - 10$$

$$\sqrt{1+A} = \pm\,0.786'1599'537$$

$$B = 1 - \sqrt{1+A} = +0.213'8400'463$$

8. Ermittlung des Ost- und Westpunktes der C_4.

$$s_1 = +0.968'8578'664; \qquad s_4 = -0,116'5590'796$$

$$s_1' = +0.968'8568\,668; \qquad s_4' = -0.116'5592'914$$

$$a_1 = +0.968'8573\,666 \qquad a_4 = -0.116'5591'855$$

$$3\,(a_1 + a_4) + 2\,a_2 = 4,062'2212'721;$$

$$2\,a_1\,a_4 + a_1\,a_2 + a_2\,a_4 = 0,415'6440'295.$$

$$t^2 - 1,015'5553'180\,t + 0.103'9110'074 = 0$$

$t_1 = +0,899'8139'618$;

$lg\sin u_1$	$9.954'1521'793$	(obere Schleife)
$lg\cos u_1$	$9.639'7613'778$	

$$u_1 = 64^0\,08'\,00,53123$$

$t_2 = +0.115'7413'562$;

$lg\sin u_2$	$9.063'4885'667$	(untere Schleife)
$lg\cos u_2$	$9.997'0714'222$	

$$u_2 = 6^0\,38'\,46'',99426$$

	1	2
t =	+ 0.899'8139'618;	+ 0.899'8139'618;
n =	— 0.126'0386'872;	— 1,052'7740'706;
A =	+ 0,773'7752'746;	— 0.152'9601'088;

	3	4
t =	+ 0.115'7413'562;	+ 0.115'7413'562;
n =	— 0.126'0386'872;	— 1.052 7740'706;
A =	— 0,010'2973'310;	— 0.937'0327'144.

$lg\,2\,\omega$	9.455'7946'775	9.455'7946'775
$lg\cos u$	9.639'7613'778	9.997'0714'222
$lg\,\Omega$	9.095'5560'553	9.453'8660'997

$lg\,A_1$	9.888'6148'481	8.012'7246'726$_n$
$lg\,A_2$	9.184'5781'838$_n$	9.971'7547'536$_n$
$c\,lg\,\Omega$	0.904'4439'447	0.547'1339'003
$lg\cos v$	9.977'6369'766$_n$	8,531 6133'265

v = 18° 13' 46'',58923; 91° 56' 56'',67295

s_1 =	+ 0.968'8578'664;	t_1 =	+ 0.899'8139'618;
$-t_1$ =	— 0.899'8139'618;	$-s_2$ =	— 0,752'6633'644;
$s_1 - t_1$ =	+ 0,069'0439'046;	$t_1 - s_2$ =	+ 0,147'1505'974;

t_1 =	+ 0.899'8139'618;
$-s_4$ =	+ 0.116'5590'796;
$t_1 - s_2$ =	+ 1,016 3730'414

s_1 =	+ 0.968'8578'664;	t_2 =	+ 0.115'7413'562;
$-t_2$ =	— 0.115'7413'562;	$-s_2$ =	— 0.752'6633'644;
$s_1 - t_2$ =	+ 0,853'1165'102;	$t_2 - s_2$ =	— 0,636'9220'082;

t_2 =	+ 0.115'7413'562;
$-s_4$ =	+ 0.116'5590'796;
$t_2 - s_4$ =	+ 0,232'3004'358

$lg\,(s_1 - t_1)$	8.839'1253'438	9.931'0083'468
$lg\,(t_1 - s_4)$	0.007'0531'368	9.366'0500'245
$lg\,\Sigma$	8.846 1784'806	9.297'0583'713

$lg\sqrt{\Sigma}$	9.423'0892'403	9.648'5291'856
$lg\,(t_1 - s_2)$	9.167'7629'350	9.804'0862'557
$c\,lg\,\Omega$	0.904'4439'447	0.547'1339'003
$lg\sin v$	9.495'2961'200	9.999'7493'416

v = 18° 13' 45''58503; 91° 56' 47'',25698

9. Bestimmung der geographischen Breiten der vier Hauptpunkte der C_4.

Winkel	Nordpunkt	Südpunkt	Oberer Ost- und Westpunkt	yz-Ebene
$lg\,tg\,u$	0.592'4714'096	9.069'5172'983	0.314'3908'015	9.103'9811'111
$lg\,\frac{a}{b}$	0.001'4541'798	0.001'4541'798	0.001'4541'798	0.001'4541'798
$lg\,tg\,\varphi$	0.593'9255'894	9,070'9714'781	0.315'8449'813	9.105'4352'909
φ	75° 42′ 32″.95	186° 45′ 44″,75	64° 12′ 31″,37	7° 15′ 53″,17

10. Berechnung der Soldnerschen Koordinaten dieser vier Punkte.

a) Abszisse ζ des Ostpunktes.

$$\varphi = 64^{0},2086605$$

$lg\,\alpha$	5.045'7946'544	$lg\,\beta$	4,203'8114'842
$lg\,\varphi^{0}$	1.807'5936'099	$lg\,sin\,2\,\varphi$	9.894'0427'225
$lg\,\alpha\,\varphi^{0}$	6,853'3882'643	$lg\,\beta\,sin\,2\,\varphi$	4,097'8542'067

$A = +\,7134906',1394$ $\qquad$ $B = +\,12556,08384$

$lg\,\gamma$	1.223'4947.4	$lg\,\delta$	8.338'1536
$lg\,sin\,4\,\varphi$	9.988'4323.1$_n$	$lg\,sin\,6\,\varphi$	9.630'0158
$lg\,\gamma\,sin\,4\,\varphi$	1,211'9270.5$_n$	$lg\,\delta\,sin\,6\,\varphi$	7.968'1694

$C = -\,16,290$ $\qquad$ $D = +\,0.0092$

$$\zeta_0 = +\,7122333,756$$

b) Ordinate η des Ostpunktes.

$$v = 18^{0}\,13'\,46'' = 18^{0},22944$$

$lg\,2\,a$	7,105'6734'594
$lg\,cos\,u$	9.639'7613'778 — 10
$lg\,v$	1.260'7734'332
$lg\,\pi$	0.497'1498'727
$c\,lg\,360$	7.443'6974'992 — 10
$lg\,\eta$	5.946'9956'423

$$\eta_0 = \pm\;885106,728$$

c) Abszisse des Nordpunktes.

$$\varphi = 75^{0}\,42'\,33 = 75^{0},70917$$

$lg\,\alpha$	5,045'7946'544	$lg\,\beta$	4.203'8114'842
$lg\,\varphi^{0}$	1.879'1484'761	$lg\,sin\,2\,\varphi$	9.679'8010'644
$lg\,\alpha\,\varphi$	6,924'9431'305	$lg\,\beta\,sin\,2\,\varphi$	3,883 6125 486

$A = +\,8412849.709$ $\qquad$ $B = +\,7649,139$

$lg\,\gamma$	1,223′4947.4	$lg\,\delta$	8.338′1536
$lg\,sin\,4\,\varphi$	9.924′3929.0$_n$	$lg\,sin\,6\,\varphi$	9.998′8013
$lg\,C$	1.147′8876,4$_n$	$lg\,D$	8,336′9549

$C = -14.057$ $\qquad$ $D = +0.022$

$$\zeta_n = +8405186,491$$

d) Abszisse des Nullpunktes.

$$\varphi_0 = 48^0\,55'$$

$$\zeta_0 = +5419806'369$$ (Siehe Jordan-Eggert S. [56] des tabellarischen Anhangs zu Bd.III.)

e) Abszisse der Mitte zwischen Null- und Nordpunkt und die zugehörigen geographischen Koordinaten der C_4.

$$\zeta_m = 691'2496.430$$

α) Auswerkung von Gleichung (14)

$lg\,3600$	3,556′3025′008	$lg\,3600$	3.556′3025′008
$c\,lg\,G$	4.954′2053′456 — 10	$c\,lg\,G$	4.954′2053′456 — 10
$lg\,\zeta_0$	6.733′9837′709	$lg\,\zeta_m$	6,839′6349′200
$lg\,\sigma_1$	5,244′4916′713	$lg\,\sigma_2$	5,350 1427′664

$\sigma_1 = 175586'',700303$ $\qquad$ $\sigma_2 = 223945,7199$

$\sigma_1 = 48^0\,46'\,26,7003$ $\qquad$ $= 62^0\,12'\,25,7199$

$$\frac{\sigma_1+\sigma_2}{2} = 55^0\,29'\,26'',21 = \sigma$$

$$\sigma_2 - \sigma_1 = 13^0\,25'\,59''.02 = \varDelta\sigma$$

$lg\,[1]$	3.015′3491′080	$lg\,[2]$	0.404′9643	$\varDelta\sigma =$	$+$ 48359″.02
$lg\,cos\,2\,\sigma$	9.553′9582′986$_n$	$lg\,cos\,4\,\sigma$	9.871′3296	$+$ I $=$	— 86″.16
$lg\,sin\,\varDelta\sigma$	9.365′9886′137	$lg\,sin\,2\,\varDelta\sigma$	9.655′0494	$+$ II $=$	— 0″.85
$lg\,$I	1.935 2960′203$_n$	$lg\,$II	19.931′3433	$\varDelta B =$	48272″.01

I $= -86'',1581$ $\qquad$ II $= -0.85377$ $\qquad$ $\varDelta B = 13^0\,24'\,32'',01$

$\varphi_0 =$	$48^0\,55'\;\;0''.00$
$\varDelta B =$	$13^0\,24'\,32\;.01$
$\varphi_m =$	$62^0\,19'\,32''.01$

$lg\,tg\,\varphi_m$	10,280′3068′071
$lg\,\frac{a}{b}$	0.001′4541′798
$lg\,tg\,u_m$	10,278′8526′273

$u_m = 62^0\,14'\,48'',6366$ (Red.Br.)

$sin\,u_m = 0.884'9619.861$

$lg\,sin\,u_m = 9.946'9246'162$

$lg\,cos\,u_m = 9,668'0719'878$

β) Ermittlung der geographischen Länge der Mitte.

$t =$	$+$ 0.884′9619′861;	$+$ 0.884′9619′ 162
$n =$	— 0.126′0386′872;	— 1.052′7740′.706
$A =$	$+$ 0.758′9232′989;	— 0.167′8121′ 544

$lg\, 2\,\omega$	9.455′7946′775
$lg \cos u$	9.668′0719′878
$lg\, \Omega$	9.123′8666′653

$lg\, A_1$	$9.880'2036'089_n$
$lg\, A_2$	$9.224'8234'129_n$
$c\,lg\, \Omega$	0.876′1333′347
$lg \cos v$	9.981′1603′565

$$v = 16^0\,45'\,17'',0279 = 16^0,75473$$

$lg\, 2\,a$	7.105′6734′594
$lg \cos u$	9.668′0719′878 — 10
$lg\, v$	1.224′1374′335
$lg\, \pi$	0.497′1498′727
$c\,lg\, 360$	7.443′6974′992 — 10
$lg\, \eta_m$	5,938′7302′526 — 10

$$\eta_m = 868420,864$$

f) Zusammenstellung der geographischen Koordinaten von ausgezezeichneten Punkten der bayerischen C_4.

Punkt	φ	λ vom Meridian von München
Null-	$+\ 48^0\,55'\,00''.0$	$0^0\ 0'\ 0''.0$
Mitten-	$+\ 62^0\,19'\,32''.0$	$\pm\ 16^0\,45'17''.03$
Oberer Ost-/West-	$+\ 64^0\,12'\,31''.4$	$\pm\ 18^0\,13'\,46''.0$
Nord-	$+\ 75^0\,42'\,33''.0$	$0^0\ 0'\ 0''.0$
Aequatorschnitt-	$+\ 0^0\,00'\ 0''.0$	$\pm\ 117^0\,40'\,54''.8$
1. Vertikalschnitt-	$+\ 7^0\,15'\,53''.2$	$\pm\ 90^0\,00'\,00''.0$
Süd-	$-\ 6^0\,45'\,44''.8$	$0^0\,00'\,00''.0$

VIII. Abstand der bayerischen und der deutschen Gausskugel vom Besselschen Erdellipsoid.

Dr. Clauss bestimmt auf S. 3 seiner Dissertation den Abstand des Ost- bezw. Westpunktes des Normalparallelkreises von den entsprechenden Punkten der zugehörigen Gausskugel. In meiner Abhandlung (2) habe ich angedeutet, dass die hiefür von Dr. Clauss errechneten Grössen in Wirklichkeit kleiner sind. In dem Auszug aus der Dissertation, welcher in den Heften 9 bis 11 v. J. 1917 dieser Zeitschrift erschienen ist, führt nun Dr. Clauss hiefür wieder dieselben Zahlen an. Um nun Klarheit zu schaffen, will ich diese Rechnung hier in ihrer ganzen Ausdehnung wiedergeben.

Um die Formeln des Dr. Clauss direkt benützen zu können, muss ich hier ein anderes Raumkoordinatensystem einführen, als es der vorstehenden Betrachtung zugrunde liegt. Die xy-Ebene deckt sich hier mit dem Meridian des Ausgangspunktes, die y-Achse fällt mit der Erdachse zusammen; die z-Achse steht dann senkrecht auf dem Ausgangsmeridian. Die Achse der Gausskugel ist nach Dr. Clauss bestimmt durch ihren Mittelpunkt und durch den Schnittpunkt der Tangente im Normalpunkt der Meridianellipse mit der Erdachse. Diese Achse ist um den kleinen Winkel $\varphi_0 - \psi_0 = \Delta\varphi$ gegen die Erdachse verdreht. Der Normalparallelkreis des Ellipsoids und jener der Gausskugel sind daher unter demselben Winkel gegeneinander geneigt. Der Ellipsoidparallelkreis projeziert sich also in die xz-Ebene als Kreis, während die Projektion des Kugelparallels in die xz-Ebene eine Ellipse ist. Aus Fig. 5 (S. 2 der Diss.) folgen dann für die Koordinaten x_3; y_3; z_3 des Ost- bezw. Westpunktes des Ellipsoids die Beziehungen:

$$x_3 = x_0 \cos\frac{\lambda}{2};$$
$$y_3 = y_0;$$
$$z_3 = \pm x_0 \sin\frac{\lambda}{2}.$$

Die Koordinaten des Mittelpunktes des Kugelnormalparallelkreises bezeichnet Dr. Clauss mit o' und p'; sie bestimmen sich aus

$$o' = x_0 - X_0 \cos\Delta\varphi$$
$$p' = + X_0 \sin\Delta\varphi$$

Für die Koordinaten x_3'; y_3'; z_3' des Ost- bezw. Westpunktes des Normalparallels der Gausskugel folgen dann, wenn μ den Längenunterschied vorstellt, welchen Dr. Clauss durch die Annahme:

$$\mu X_0 = \lambda x_0$$

bestimmt, die nachstehenden Gleichungen:

$$x_3' = o' + X_0 \cos\frac{\mu}{2} \cos\Delta\varphi;$$

$$y_3' = y_0 - p' + X_0 \cos\frac{\mu}{2} \sin\Delta\varphi;$$

$$z_3' = \pm X \sin\frac{\mu}{2}.$$

Die Entfernung der beiden Ost- bezw. Westpunkte ist dann gegeben durch die Beziehung:

$$d^2 = \left(x_0 \cos\frac{\lambda}{2} - o' - X_0 \cos\frac{\mu}{2} \cos\Delta\varphi\right)^2 + \left(p' - X_0 \cos\frac{\mu}{2} \sin\Delta\varphi\right)^2 + \left(x_0 \sin\frac{\lambda}{2} - X_0 \sin\frac{\mu}{2}\right)^2$$

Zur Abkürzung setze ich:

$$d^2 = d_1{}^2 + d_2{}^2 + d_3{}^2$$

$$d_1{}^2 = \left(x_3 - o' - X_0 \cos\frac{\mu}{2} \cos\Delta\varphi\right)^2; \qquad d_2{}^2 = \left(p' - X_0 \cos\frac{\mu}{2} \sin\Delta\varphi\right)^2$$

$$= (x_3 - o' - \Xi_3 \cos\Delta\varphi)^2; \qquad d_2{}^2 = (p' - \Xi_3 \sin\Delta\varphi)^2;$$

$$d_3{}^2 = (z_3 - Z_3)^2$$

1. Zahlenbeispiel: Bayern.

$\Delta\varphi = 02' 28'',0345$ (Diss. S. 1)

$lg\, \Xi_3 \sin$	3,478'4417'391	
$lg \sin\Delta\varphi$	6.855'9374'420	
$lg\, \Xi_3$	6,622'5043'171	(Diss. S. 4)
$lg \cos\Delta\varphi$	9.999'9998'880	
$lg\, \Xi_3 \cos$	6,622'5042'051	

$$\begin{array}{rcr}
\Xi_3 \sin\Delta\varphi & = & 3009,14 \\
\Xi_3 \cos\Delta\varphi & = & +\ 4192800,56 \\
-\ o' & = & +\ 2629.49 \\
\hline
\Sigma_1 & = & +\ 4195430,05
\end{array}$$

$$\begin{array}{rcr|rcr|rcr}
x_3 & = & +\ 4195'432,23 & p' & = & +\ 3011,64 & z_3 & = & 170950,76 \\
-\ \Sigma_1 & = & -\ 4195\,430,05 & -\ \Xi_3 \sin & = & -\ 3009.14 & z_3' & = & 170950.70 \\
\hline
d_1 & = & +\ 2,18 & d_2 & = & +\ 2,50 & d_3 & = & +\ 0.06
\end{array}$$

$$d^2 = 2.18^2 + 2.50^2 + 0.06^2 = 11.01; \quad \underline{\underline{d = 3.31\, m.}}$$

2. Zahlenbeispiel: Deutschland.

$\Delta\varphi = 2' 10'' 1140$ (Diss. S. 5)

$lg\, \Xi_3 \sin$	3,393 7584'484	
$lg \sin\Delta\varphi$	6,799'8975'759	
$lg\, \Xi_3$	6,593'8608'725	(Diss. S. 6)
$lg \cos\Delta\varphi$	9.999'9999'136	
$lg\, \Xi_3 \cos$	6,593'8607'861	

$lg\, p'$	3,398'5694'679
$lg \sin\Delta\varphi$	6.799'8975'759
$lg\, X_0$	6,598'6718'920
$lg \cos\Delta\varphi$	9.999'9999'136
$lg\, o''$	6,598'6718'056

$$\begin{array}{rcr}
x_0 & = & +\ 3'970'903,19 \\
-\ X_0 \cos\Delta\varphi & = & -\ 3'968915,07 \\
\hline
o' & = & 1988,12
\end{array}
\qquad
\begin{array}{rcr}
\Xi_3 \cos\Delta\varphi & = & +\ 3925190.92 \\
+\ o' & = & +\ 1988.12 \\
\hline
\Sigma_1 & = & +\ 3927179,04
\end{array}$$

$$\begin{array}{rcr|rcr|rcr}
x_3 & = & +\ 3927200,84 & p' & = & +\ 2503'63 & \eta_3 & = & +\ 587508,06 \\
-\ \Sigma_1 & = & -\ 3927179.05 & -\ \Xi_3 \sin & = & -\ 2476.04 & H_3 & = & -\ 587505,92 \\
\hline
d_1 & = & +\ 21.79 & d_2 & = & +\ 27,59 & d_3 & = & +\ 2,14
\end{array}$$

$$d^2 = 21,79^2 + 27.59^2 + 2,14^2 = 35,22^2$$

$$\underline{\underline{d = 35,22\, m.}}$$

Zahl der Dreieckspunkte in den verschiedenen Ländern.

Im zweiten Teil der Verhandlungen der 17. Allgemeinen Konferenz der Internationalen Erdmessung, die vom 17. bis 27. September 1912 in Hamburg abgehalten wurde, gibt Prof. Dr. Galle einen Bericht über die Fortschritte der Triangulationen in den einzelnen Ländern von 1910—1912. Demselben seien folgende Angaben über die Zahl der Dreieckspunkte entnommen:

Bayern und Pfalz	127	Norwegen	350
Belgien	79	Niederlande	80
Chile	59	Oesterreich-Ungarn	670
Dänemark	59	Portugal	68
Frankreich	487	Preussen: Geodät. Institut	54
Algier	306	Mecklenburg	48
Gross-Britanien: England	270	Landesaufnahme	479
Egypten	37	Rumänien	265
Indien	2684	Russland	961
Kanada	45	Sachsen	37
Uganda	16	Schweden	380
Griechenland	104	Schweiz	53
Italien	369	Ver. Staaten von Nordamerika	493
Japan	276	Württemberg	8
Mexiko	55		

Die preuss. Landesaufnahme hat seit 1865 im ganzen 68 549 trig. Punkte bestimmt, davon sind 885 Punkte I. Ordnung, die wieder in drei Rangklassen zerfallen. Es gehören zur Rangklasse I: 377, II: 62, III: 446 Punkte. In Russland sind für die Zeit bis 1860 verzeichnet etwa 17 240 trig. und astron. bestimmte Punkte und für die westl. Gebiete Russlands 1880—1892 etwa 3605 Punkte I. und II. Klasse. In Finnland sind 2191 Punkte festgelegt.

H. W.

Nachtrag zu dem Aufsatz: Die Begründung von Dienstbarkeiten in Auseinandersetzungssachen in Preussen.

Von Oekonomierat **Deubel**.

Den Ausführungen im Abschnitt II Ziffer 3, Heft 10 d. Zeitschrift: Bestimmungen im Rezess über die Begründung öffentlich rechtlicher Dienstbarkeiten möchte ich noch folgendes hinzufügen:

c) Es bleibt aber sehr zweifelhaft, ob dem Gemeindevorstand durch den Rezess Strafbefugnisse beigelegt werden können, wie dies in dem unter Abschnitt 6 aufgeführten Beispiel vorgesehen ist. Jedenfalls fehlt die Handhabe, rückständige Beiträge im Wege des Verwaltungszwangsverfahrens einzuziehen. Dieser Mangel wird für kleinere Meliorationsanlagen, für die sich die Bildung einer Genossenschaft auf Grund des Wassergesetzes nicht erreichen lässt und auch nicht zweckmässig wäre, dadurch beseitigt, dass die Aus.-Behörde die Vertretung und Verwaltung nach dem Gesetz vom 2. April 1887 regelt. Alsdann kommen die Vorschriften für Gemeindeangelegenheiten sinngemäss zur Anwendung, und die Verwaltung untersteht der Kommunalaufsichtsbehörde. Eine im Aus.-Verfahren „begründete“ gemeinschaftliche Angelegenheit ist als vorliegend anzusehen, wenn das fragliche Meliorationsunternehmen einen Bestandteil des festgestellten (oder für vollstreckbar erklärten) Planes bildet, ohne dass von vornherein alle Einzelheiten geordnet sind. Es besteht auch kein Zweifel darüber, dass das Ges. vom 2. IV. 87 für jeden beschränkten Kreis von Beteiligten anwendbar ist. Nach dem Ministerialerlass vom 12. April 1897; I. C. 634 (s. Kluckhuhn, das Recht der Wirtschaftswege usw. S. 270) wird diese Form der genossenschaftlichen Vereinigung für Meliorationsunternehmungen einfacher Art empfohlen und zur Bewilligung von Beihilfen für genossenschaftliche und kommunale Flussregulierungen für ausreichend erachtet.

Allerdings ist nach dem Beschluss des Oberlandeskulturgerichts vom 6. IX. 1901 (Zeitschr. f. Landeskulturges. (Bd. 35 S. 160) die Anwendung des Gesetzes vom 2. IV. 87 vor beendetem Aus.-Verfahren nicht zulässig. Holzapfel kommt auf S. 13 seines Kommentars zu dem Ergebnis, dass zwar die Vertretung und Verwaltung schon vor Beendigung des Verfahrens geregelt werden könne, dass aber diese Regelung erst nach beendigtem Verfahren in Wirksamkeit treten könne. Dagegen vertreten Kluckhuhn (s. S. 203 u. 204 a. a. O.) und mehrere Generalkommissionen auf Grund der §§ 1 und 12 des Gesetzes die Ansicht, dass seiner Anwendung auch während eines noch schwebenden Aus.-Verfahrens nichts entgegenstehe.

Personalnachrichten.

Königreich Preussen. Dem Oberlandmesser Friedrichsen in Merseburg ist der Rote Adlerorden vierter Klasse verliehen worden.

Inhalt.

Verlag von Konrad Wittwer in Stuttgart.
Druck von Carl Hammer (Inh. Wilh. Herget), Kgl. Hofbuchdruckerei in Stuttgart.