

ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN

herausgegeben vom

Deutschen Verein für Vermessungswesen (D.V.W.) E.V.
Schriftleiter: Professor Dr. Dr.-Ing. E. h. O. Eggert, Berlin-Dahlem,
Ehrenbergstraße 21

Heft 11.

1938

1. Juni

Band LXVII

Der Abdruck von Original-Artikeln ohne vorher eingeholte Erlaubnis der Schriftleitung ist untersagt

Transformation der Gauß-Krügerschen Koordinaten von einem Streifen zu dem benachbarten.

Von Dr. R. A. Hirvonen, Helsinki.

Diese Frage ist neulich zweimal in dieser Zeitschrift behandelt worden: von Hristow im Hefte 17/1934 und von Großmann im Hefte 12/1935. Jener hat die Krügerschen Gleichungen auf einen rechnerischen Nullpunkt bezogen, der in der Mitte zwischen den beiden Grundmeridianen liegt, dieser hat die Krügerschen Entwicklungen weiter und auf einem einfacheren Wege getrieben, dabei aber den ursprünglichen, auf dem Grundmeridiane liegenden Nullpunkt bewahrt. Als ich diese Frage für das finnische Projektionssystem lösen wollte, hatte ich die vereinigte Aufgabe, die Entwicklungen für den auf dem Grenzmeridiane liegenden Hilfspunkt unmittelbar und auf einem einfachen Wege zu finden.

Der Rechenpunkt habe in dem westlicheren Systeme die Koordinaten x_1, y_1 , in dem östlicheren x_2, y_2 . Der Hilfspunkt auf dem Grenzmeridiane sei entsprechend x_0, y_0 bzw. $x_0, -y_0$. Wir bezeichnen:

$$\left. \begin{aligned} \xi_1 &= x_1 - x_0 \\ \eta_1 &= y_1 - y_0 \end{aligned} \right\} \quad \left. \begin{aligned} \xi_2 &= x_2 - x_0 \\ \eta_2 &= y_2 + y_0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} \xi_1 &= \xi_1 + i\eta_1 \\ \xi_2 &= \xi_2 + i\eta_2 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Unsere Aufgabe ist nun, die Koeffiziente der Entwicklung

$$\xi_2 = f(\xi_1) = f_0^I \xi_1 + \frac{1}{2} f_0^{II} \xi_1^2 + \frac{1}{6} f_0^{III} \xi_1^3 + \frac{1}{24} f_0^{IV} \xi_1^4 \quad (3)$$

zu finden.

Wenn wir uns auf die Arbeit von Großmann stützen wollen, betrachten wir seine Entwicklungen vom Ellipsoide zu den beiden Streifen:

$$\left. \begin{aligned} \xi_1 &= J_1^I(u_0) \Delta u + \frac{1}{2} J_1^{II}(u_0) \Delta u^2 + \frac{1}{6} J_1^{III}(u_0) \Delta u^3 + \frac{1}{24} J_1^{IV}(u_0) \Delta u^4 \\ \xi_2 &= J_2^I(u_0) \Delta u + \frac{1}{2} J_2^{II}(u_0) \Delta u^2 + \frac{1}{6} J_2^{III}(u_0) \Delta u^3 + \frac{1}{24} J_2^{IV}(u_0) \Delta u^4, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

wo die Koeffizienten J_1 Entwicklungen mit wachsenden Potenzen von i , die Koeffizienten J_2 dieselbe Entwicklungen von $-i$ sind (a. a. O. S. 362). Zwischen (3) und (4) können wir nun die folgenden Relationen ableiten:

$$\left. \begin{aligned} f_0^I &= \frac{J_2^I}{J_1^I} \\ f_0^{II} &= \frac{1}{J_1^{I^2}} (J_2^{II} - f_0^I J_1^{II}) \\ f_0^{III} &= \frac{1}{J_1^{I^3}} (J_2^{III} - f_0^I J_1^{III} - 3 f_0^{II} J_1^I J_1^{II}) \\ f_0^{IV} &= \frac{1}{J_1^{I^4}} \{ J_2^{IV} - f_0^I J_1^{IV} - f_0^{II} (3 J_1^{II^2} + 4 J_1^I J_1^{III}) - 6 f_0^{III} J_1^{I^2} J_1^{II} \}, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

die nach einigen leichten, wenn auch umständlichen Rechnungen zur Lösung führt.

Die Koeffizienten der Entwicklung (3) können aber noch einfacher abgeleitet werden, wenn wir beachten, daß der erste von ihnen durch die Meridiankonvergenz c auszudrücken ist:

$$f_0^I = e^{2i c_0}, \quad (6)$$

oder, wenn wir die bekannte Entwicklung von c substituieren:

$$\begin{aligned} f_0^I &= 1 + 2 \sin \varphi_0 \cdot i l_0 + 2 \sin^2 \varphi_0 (i l_0)^2 - \frac{1}{3} \sin \varphi_0 \cos^2 \varphi_0 (2 - 4 \tau_0^2 + 6 \eta_0^2) (i l_0)^3 \\ &\quad - \frac{1}{3} \cos^4 \varphi_0 (4 \tau_0^2 - 2 \tau_0^4) (i l_0)^4 + \frac{1}{15} \sin \varphi_0 \cos^4 \varphi_0 (4 - 22 \tau_0^2 + 4 \tau_0^4) (i l_0)^5 \quad (7) \end{aligned}$$

Der folgende Koeffizient erfolgt nun durch Differentiation in der Richtung des Grenzmeridians:

$$f_0^{II} = \frac{\partial f_0^I}{\partial \varphi} : \frac{\partial \xi_2}{\partial \varphi}, \quad (8)$$

wobei der Divisor mit einem Multiplikator in der Form einer Entwicklung zu ersetzen ist:

$$1 : \frac{\partial \xi_2}{\partial \varphi} = \frac{e^{i c_0}}{m_0 M_0} = \frac{1}{M_0} \left\{ 1 + \sin \varphi_0 \cdot i l_0 + \frac{1}{2} \cos^2 \varphi_0 (1 + \tau_0^2) (i l_0)^2 + \frac{1}{6} \sin \varphi_0 \cos^2 \varphi_0 (1 + \tau_0^2) (i l_0)^3 \right\}. \quad (9)$$

Wir erhalten zuerst:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_0^I}{\partial \varphi} &= 2 \cos \varphi_0 \cdot i l_0 + 4 \sin \varphi_0 \cos \varphi_0 (i l_0)^2 - \frac{2}{3} \cos^3 \varphi_0 (1 - 8 \tau_0^2) (i l_0)^3 \\ &\quad - \frac{8}{3} \sin \varphi_0 \cos^3 \varphi_0 (1 - 2 \tau_0^4) (i l_0)^4, \end{aligned} \quad (10)$$

und dann durch Multiplikation mit (9):

$$\begin{aligned} f_0^{II} &= \frac{1}{M_0} \left\{ 2 \cos \varphi_0 \cdot i l_0 + 6 \sin \varphi_0 \cos \varphi_0 (i l_0)^2 + \frac{1}{3} \cos^3 \varphi_0 (1 + 31 \tau_0^2) (i l_0)^3 \right. \\ &\quad \left. - \sin \varphi_0 \cos^3 \varphi_0 (1 - 13 \tau_0^2) (i l_0)^4 \right\}. \end{aligned} \quad (11)$$

Dieses Verfahren wird dann nur erneuert:

$$\begin{aligned} f_0^{III} &= \frac{\partial f_0^{II}}{\partial \varphi} : \frac{\partial \xi_2}{\partial \varphi} = \frac{1}{M_0^2} \left\{ -2 \sin \varphi_0 (1 + 3 \eta_0^2) \cdot i l_0 + 2 \cos^2 \varphi_0 (3 - 4 \tau_0^2) (i l_0)^2 \right. \\ &\quad \left. + \frac{2}{3} \sin \varphi_0 \cos^2 \varphi_0 (37 - 26 \tau_0^2) (i l_0)^3 \right\}, \end{aligned} \quad (12)$$

$$f_0^{IV} = \frac{\partial f_0^{III}}{\partial \varphi} : \frac{\partial \xi_2}{\partial \varphi} = \frac{1}{M_0^3} \{ -2 \cos \varphi_0 \cdot i l_0 - 30 \sin \varphi_0 \cos \varphi_0 (i l_0)^2 \}. \quad (13)$$

Die Formel (3), (7), (11)–(13) enthalten nun die theoretische Lösung. Um zu den praktischen Rechenformeln zu gelangen, sollen wir die reellen und die imaginären Bestandteile trennen. Dabei werden wir mit Vorteil einige verkürzende Bezeichnungen einführen:

$$\left. \begin{aligned} x_2 &= x_1 - A\eta - B\xi - C\eta' - D\xi' + E\eta'' + F\xi'' + G\eta''' + H\eta'''' \} \\ y_2 &= -y_0 + \eta + A\xi - B\eta + C\xi' - D\eta' - E\xi'' + F\eta'' - G\xi''' + H\eta'''' \} \end{aligned} \right\} (14)$$

$$\left. \begin{aligned} \xi &= x_1 - x_0 \} & \xi' &= \xi^2 - \eta^2 \} & \xi'' &= \xi^3 - 3\xi\eta^2 \} & \xi''' &= \xi^4 - 6\xi^2\eta^2 + \eta^4 \} \\ \eta &= y_1 - y_0 \} & \eta' &= 2\xi\eta \} & \eta'' &= 3\xi^2\eta - \eta^3 \} & \eta''' &= 4\xi^3\eta - 4\xi\eta^3 \} \end{aligned} \right\} (15)$$

$$\left. \begin{aligned} A &= \sin 2c_0 = 2 \sin \varphi_0 \cdot l_0 + \frac{2}{3} \sin \varphi_0 \cos^2 \varphi_0 (1 - 2\tau_0^2 + 3\eta_0^2) l_0^3 \\ &\quad + \frac{2}{15} \sin \varphi_0 \cos^4 \varphi_0 (2 - 11\tau_0^2 + 2\tau_0^4) l_0^5 \\ B &= 2 \sin^2 c_0 = 2 \sin^2 \varphi_0 l_0^2 + \frac{2}{3} \cos^4 \varphi_0 (2\tau_0^2 - \tau_0^4) l_0^4 \\ C &= \frac{1}{M_0} \left\{ \cos \varphi_0 \cdot l_0 - \frac{1}{6} \cos^3 \varphi_0 (1 + 31\tau_0^2) l_0^3 \right\} \\ D &= \frac{1}{M_0} \left\{ 3 \sin \varphi_0 \cos \varphi_0 \cdot l_0^2 + \frac{1}{2} \sin \varphi_0 \cos^3 \varphi_0 (1 - 13\tau_0^2) l_0^4 \right\} \\ E &= \frac{1}{M_0^2} \left\{ \frac{1}{3} \sin \varphi_0 (1 + 3\eta_0^2) \cdot l_0 + \frac{1}{9} \sin \varphi_0 \cos^2 \varphi_0 (37 - 26\tau_0^2) l_0^3 \right\} \\ F &= \frac{1}{3 M_0^2} \cos^2 \varphi_0 (4\tau_0^2 - 3) l_0^2 \\ G &= \frac{1}{12 M_0^3} \cos \varphi_0 \cdot l_0 \\ H &= \frac{5}{4 M_0^3} \sin \varphi_0 \cos \varphi_0 \cdot l_0^2 \end{aligned} \right\} (16)$$

Die Konstanten (16) wie auch x_0, y_0 werden am zweckmäßigsten für einige erwählte Hilfspunkte tabuliert, so daß eine Koordinatentransformation nur das Rechnen nach den Formeln (15) und (14) verlangt, was mit einer Rechenmaschine sehr schnell ausgeführt wird.

Für das logarithmische Rechnen wäre natürlich etwas einfacher statt (15) die monomen Formel

$$\left. \begin{aligned} \xi &= r \cos v \} & \xi' &= r^2 \cos 2v \} & \xi'' &= r^3 \cos 3v \} \text{ usw.} \\ \eta &= r \sin v \} & \eta' &= r^2 \sin 2v \} & \eta'' &= r^3 \sin 3v \} \end{aligned} \right\} (15a)$$

zu anwenden, wobei statt (16) die Konstanten t und u in den Formeln

$$\left. \begin{aligned} A &= t_1 \cos u_1 \} & C &= t_2 \cos u_2 \} \\ B &= t_1 \sin u_1 \} & D &= t_3 \sin u_2 \} \text{ usw.} \end{aligned} \right\} (16a)$$

zu tabulieren wären. Dann hätte man statt (14):

$$\left. \begin{aligned} x_2 &= x_1 - r t_1 \sin(v + u_1) - r^2 t_2 \sin(2v + u_2) + r^3 t_3 \sin(3v + u_3) + \dots \} \\ y_2 &= -y_0 + \eta + r t_1 \cos(v + u_1) + r^2 t_2 \cos(2v + u_2) - r^3 t_3 \cos(3v + u_3) - \dots \} \end{aligned} \right\} (14a)$$

Weil die Glieder von höheren Ordnungen so klein sind, daß sie mit einem Rechenschieber berechnet werden können, so lohnt es sich nicht, von diesen Formeln und Konstanten einen allgemeineren Gebrauch zu machen.

Als eine numerische Prüfung habe ich ein Beispiel berechnet und zwar mit einer Genauigkeit, die auch die äußersten praktischen Bedürfnisse über-

trifft. Der Punkt $\varphi = 61^{\circ}$, $\lambda = 3^{\circ}$ auf dem internationalen Ellipsoide wird zuerst auf die Gauß-Krügerschen Streifen mit den Grundmeridianen $\lambda = 0^{\circ}$ und $\lambda = 3^{\circ}$ projiziert:

$$\left. \begin{array}{l} x_1 = 6769\ 371.249\ 26 \\ y_1 = + 162\ 291.285\ 76 \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} x_2 = 6765\ 653.935\ 46 \\ y_2 = 0, \end{array} \right\}$$

dann durch die vorigen Formeln mittels des Hilfspunktes $\varphi_0 = 60^{\circ}$, $\lambda_0 = 1^{\circ}30'$ oder

$$\left. \begin{array}{l} x_0 = 6655\ 177.314\ 89 \\ y_0 = + 83\ 699.411\ 11 \end{array} \right\}$$

vom ersteren Streifen zum letzteren transformiert. Wir erhalten zuerst, wenn als Längeneinheit 100 km benutzt wird:

$$\left. \begin{array}{l} A = 0.04533\ 20466 \\ B = 0.00102\ 80251 \\ C = 0.00020\ 45026 \\ D = 0.00001\ 39320 \\ E = 0.00000\ 18596 \\ F = 0.00000\ 01257 \\ G = 0.00000\ 00042 \\ H = 0.00000\ 00014 \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} \xi = + 1.14193\ 93437 \\ \eta = + 0.78591\ 87465 \\ \xi' = + 0.68635\ 71 \\ \eta' = + 1.79494\ 31 \\ \xi'' = - 0.62690 \\ \eta'' = + 2.58914 \\ \xi''' = - 2.75 \\ \eta''' = + 2.46, \end{array} \right\}$$

und die Formeln (14) geben dann:

$$\begin{array}{rcl} x_1 = 67.69371\ 24926 & - y_0 + \eta & = - 0.05107\ 53646 \\ - A \eta & = - 3562\ 73052 & + A \xi = + 5176\ 64476 \\ - B \xi & = - 117\ 39423 & - B \eta = - 80\ 79442 \\ - C \eta' & = - 36\ 70705 & + C \xi' = + 14\ 03618 \\ - D \xi' & = - 95623 & - D \eta' = - 2\ 50071 \\ + E \eta'' & = + 48148 & - E \xi'' = + 11658 \\ + F \xi'' & = - 788 & + F \eta'' = + 3255 \\ + G \eta''' & = + 103 & - G \xi''' = + 116 \\ + H \xi''' & = - 39 & + H \eta''' = + 34 \\ x_2 = 67.65653\ 93547 & & y_2 = - 0.00000\ 00002 \end{array}$$

Die Abweichungen von den durch das unmittelbare Projizieren erhaltenen Werten sind also $+0.01$ bzw. -0.02 mm und können vollständig als von den Abrundungen beim numerischen Rechnen herrührend angesehen werden.

Zuletzt wollen wir untersuchen, wie man dieses Verfahren den praktischen Aufgaben, in der ersten Linie im finnischen Projektionssystem vorkommenden, am bequemsten anpassen könnte. Es sind in Finnland vier Gauß-Krügersche Streifen eingeführt worden, nämlich die mit den Grundmeridianen 21° , 24° , 27° und 30° . Es ist dazu beschlossen worden, daß für die Punkte, die näher als $0^{\circ}.5$ an einem Grenzmeridiane liegen, die Koordinaten auch im benachbarten Streifen zu rechnen sind. Man hat somit η immer < 30 km. Wenn wir die Hilfspunkte auf den Grenzmeridian $0^{\circ}.5$ von-

einander setzen, haben wir auch $\xi < 30$ km. Um eine Genauigkeit von 1 mm auch in den maximalen Fällen zu bewahren, soll man berechnen:

A-Glieder 7-stellig	D-Glieder 3-stellig
B- „ 5- „	E- „ 2- „
C- „ 4- „	F- „ 1- „

Die *G*- und *H*-Glieder kann man immer vernachlässigen. Die *C*- und *D*-Glieder kann man in meisten Fällen mit einem Rechenschieber berechnen. Für die *E*-Glieder habe ich eine graphische Tafel entworfen. Die in Fig. 1 dargestellte Tafel gilt für Finnland, also zwischen den Breiten 60° und 70°. Man zähle zuerst ξ (in Kilometer) rechts und η aufwärts, um $E\eta''$ mittels der Kurven zu interpolieren, dann ξ aufwärts und η rechts für $E\xi''$. Die Vorzeichen kann man aus der Fig. 2 entnehmen.

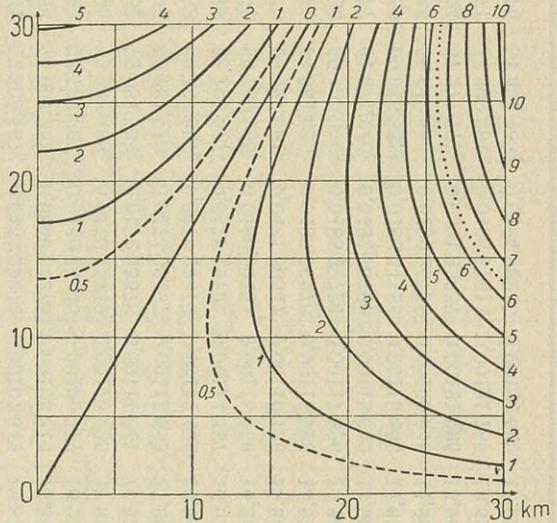
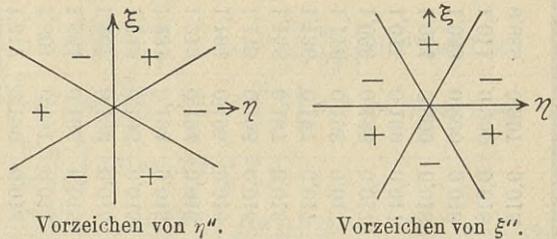


Fig. 1.



Vorzeichen von η'' .

Vorzeichen von ξ'' .

Fig. 2.

Die *F*-Glieder werden von den entsprechenden *E*-Gliedern im Kopfe geschätzt:

$$\text{Auf Breite } 60 \quad F\xi'' = \frac{1}{15} E\xi'' \text{ und } F\eta'' = \frac{1}{15} E\eta'',$$

$$\text{„ „ } 70 \quad F\xi'' = \frac{1}{11} E\xi'' \text{ „ } F\eta'' = \frac{1}{11} E\eta''.$$

Der Betrag der *F*-Glieder in (14) übersteigt selten 1 mm. Der Wert 0.5 mm ist in der Fig. 1 durch eine punktierte Kurve bezeichnet.

Die Formeln gelten für die Transformation von einem westlicheren Streifen nach dem östlichen; für die umgekehrte Aufgabe wechselt man nur das Vorzeichen von y_1 vor und das Vorzeichen von y_2 nach der Rechnung um.

Zuletzt folgt eine Tabelle, die die Konstanten (16) auf den in Finnland vorkommenden Breiten und für einen Grenzmeridian $l_0 = 1^\circ 30'$ gibt.

Hilfspunkte auf dem Grenzmeridiane $l_0 = 1^{\circ}30'$.

φ_0	α_0	γ_0	A	B	$10^{10} \cdot C$	$10^{10} \cdot D$	$10^{15} \cdot E$	$10^{15} \cdot F$	$10 + \log A$	$10 + \log B$	$10 + \log C$	$10 + \log D$
59 ^o 0'	6543 787,339	86 212,622 ₅	0,0443 68841	0,00100 711	21,070	1,421	0,184	0,012	8,651 94485	7,003 078	1,323 66	0,1525
30	6599 480,319	84 959,291 ₉	0,0451 102161	0,00101 762	20,761	1,407	0,185	0,012	8,654 19735	7,007 585	1,317 24	0,1483
60	6655 177,315	83 699,411 ₁	0,0453 32047	0,00102 803	20,450	1,393	0,186	0,013	8,656 40533	7,012 004	1,310 70	0,1440
30	6710 878,288	82 433,076 ₂	0,0455 58480	0,00103 833	20,138	1,379	0,187	0,013	8,658 56922	7,016 334	1,304 02	0,1395
61	6766 568,198	81 160,385 ₅	0,0457 81444	0,00104 852	19,825	1,364	0,188	0,013	8,660 68948	7,020 576	1,297 21	0,1348
30	6822 292,004	79 881,430 ₁	0,0460 00921	0,00105 860	19,510	1,349	0,188	0,014	8,662 76652	7,024 733	1,290 26	0,1300
62	6878 004,663	78 596,313 ₅	0,0462 16897	0,00106 857	19,194	1,333	0,189	0,014	8,664 80078	7,028 803	1,283 16	0,1249
30	6933 721,131	77 305,131 ₈	0,0464 29374	0,00107 842	18,876	1,317	0,190	0,014	8,666 79233	7,032 789	1,275 91	0,1197
63	6989 441,364	76 007,983 ₄	0,0466 33275	0,00108 816	18,557	1,301	0,191	0,014	8,668 74238	7,036 691	1,268 51	0,1142
30	7045 165 315	74 704,967 ₆	0,0468 43645	0,00109 777	18,237	1,284	0,192	0,015	8,670 65063	7,040 510	1,260 95	0,1086
64	7100 892,936	73 396,183 ₈	0,0470 45449	0,00110 725	17,916	1,267	0,192	0,015	8,672 51732	7,044 246	1,253 23	0,1027
30	7156 624,181	72 081,733 ₂	0,0472 43672	0,00111 661	17,593	1,249	0,193	0,015	8,674 34364	7,047 899	1,245 33	0,0967
65	7212 358,999	70 761,713 ₁	0,0474 38297	0,00112 583	17,269	1,231	0,194	0,015	8,676 12909	7,051 473	1,237 25	0,0904
30	7268 097,338	69 436,227 ₆	0,0476 29312	0,00113 492	16,943	1,213	0,194	0,016	8,677 87431	7,054 965	1,228 99	0,0839
66	7323 839,148	68 105,377 ₈	0,0478 16701	0,00114 387	16,617	1,194	0,195	0,016	8,679 57961	7,058 378	1,220 54	0,0771
30	7379 554,377	66 769,266 ₀	0,0480 00451	0,00115 269	16,289	1,175	0,196	0,016	8,681 24532	7,061 711	1,211 89	0,0701
67	7435 332,970	65 427,991 ₆	0,0481 80547	0,00116 136	15,960	1,156	0,197	0,016	8,682 87173	7,064 966	1,203 03	0,0629
30	7491 084,871	64 081,660 ₈	0,0483 56976	0,00116 988	15,630	1,136	0,197	0,017	8,684 45914	7,068 142	1,193 96	0,0554
68	7546 840,026	62 730,378 ₃	0,0485 29724	0,00117 826	15,299	1,116	0,198	0,017	8,686 00732	7,071 241	1,184 65	0,0477
30	7602 569,377	61 374,240 ₉	0,0486 88780	0,00118 649	14,966	1,096	0,199	0,017	8,687 51808	7,074 264	1,175 12	0,0397
69	7658 338,836	60 013,335 ₅	0,0488 64128	0,00119 445	14,633	1,075	0,199	0,017	8,688 99016	7,077 210	1,165 34	0,0314
30	7714 124,435	58 647,834 ₂	0,0490 25785	0,00120 248	14,299	1,054	0,200	0,018	8,690 42432	7,080 080	1,155 30	0,0228
70	7769 892,024	57 277,773 ₅	0,0491 38657	0,00121 025	13,963	1,033	0,200	0,018	8,691 82032	7,082 874	1,144 99	0,0139
30	7825 662,571	55 903,281 ₄	0,0493 87814	0,00121 785	13,627	1,011	0,200	0,018	8,693 17990	7,085 594	1,134 40	0,0047
71	7881 436,016	54 524,463 ₄	0,0494 88216	0,00122 529	13,290	0,989	0,201	0,018	8,694 50180	7,088 240	1,123 51	*9,9951

Berechnung der Länge und der Richtungswinkel einer geodätischen Strecke aus den Koordinaten der Endpunkte für eine beliebige Fläche und ein beliebiges isothermes Koordinatensystem.

Von Dr. Wl. K. Hristow, Sofia.

In meiner Arbeit „Berechnung der Koordinatendifferenzen und der Ordinatenkonvergenz aus der Länge und dem Richtungswinkel einer geodätischen Strecke für eine beliebige Fläche und ein beliebiges isothermes Koordinatensystem“, veröffentlicht in Z.f.V. Bd. LXVI, 1937, Heft 6, habe ich die folgenden Formeln, daselbst (36) und (37), abgeleitet, wo alle Koeffizienten für den Anfangspunkt der geodätischen Strecke gelten

$$\begin{aligned} \Delta x = & m \Delta S \cos T + \frac{1}{2} m \frac{\partial m}{\partial x} \Delta S^2 \cos^2 T + m \frac{\partial m}{\partial y} \Delta S^2 \cos T \sin T - \\ & - \frac{1}{2} m \frac{\partial m}{\partial x} \Delta S^2 \sin^2 T + \left[\frac{1}{6} m \left(\frac{\partial m}{\partial x} \right)^2 - \frac{1}{3} m \left(\frac{\partial m}{\partial y} \right)^2 + \frac{1}{6} m^2 \frac{\partial^2 m}{\partial x^2} \right] \Delta S^3 \cos^3 T + \\ & + \left[\frac{3}{2} m \frac{\partial m}{\partial x} \frac{\partial m}{\partial y} + \frac{1}{2} m^2 \frac{\partial^2 m}{\partial x \partial y} \right] \Delta S^3 \cos^2 T \sin T + \\ & + \left[-\frac{5}{6} m \left(\frac{\partial m}{\partial x} \right)^2 + \frac{2}{3} m \left(\frac{\partial m}{\partial y} \right)^2 - \frac{1}{6} m^2 \frac{\partial^2 m}{\partial x^2} + \frac{1}{3} m^2 \frac{\partial^2 m}{\partial y^2} \right] \Delta S^3 \cos T \sin^2 T + \\ & + \left[-\frac{1}{2} m \frac{\partial m}{\partial x} \frac{\partial m}{\partial y} - \frac{1}{6} m^2 \frac{\partial^2 m}{\partial x \partial y} \right] \Delta S^3 \sin^3 T \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \Delta y = & m \Delta S \sin T - \frac{1}{2} m \frac{\partial m}{\partial y} \Delta S^2 \cos^2 T + m \frac{\partial m}{\partial x} \Delta S^2 \cos T \sin T + \\ & + \frac{1}{2} m \frac{\partial m}{\partial y} \Delta S^2 \sin^2 T + \left[-\frac{1}{2} m \frac{\partial m}{\partial x} \frac{\partial m}{\partial y} - \frac{1}{6} m^2 \frac{\partial^2 m}{\partial x \partial y} \right] \Delta S^3 \cos^3 T + \\ & + \left[\frac{2}{3} m \left(\frac{\partial m}{\partial x} \right)^2 - \frac{5}{6} m \left(\frac{\partial m}{\partial y} \right)^2 + \frac{1}{3} m^2 \frac{\partial^2 m}{\partial x^2} - \frac{1}{6} m^2 \frac{\partial^2 m}{\partial y^2} \right] \Delta S^3 \cos^2 T \sin T + \\ & + \left[\frac{3}{2} m \frac{\partial m}{\partial x} \frac{\partial m}{\partial y} + \frac{1}{2} m^2 \frac{\partial^2 m}{\partial x \partial y} \right] \Delta S^3 \cos T \sin^2 T + \\ & + \left[-\frac{1}{3} m \left(\frac{\partial m}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{6} m \left(\frac{\partial m}{\partial y} \right)^2 + \frac{1}{6} m^2 \frac{\partial^2 m}{\partial y^2} \right] \Delta S^3 \sin^3 T \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \Delta T = & -\frac{\partial m}{\partial y} \Delta S \cos T + \frac{\partial m}{\partial x} \Delta S \sin T + \left[-\frac{1}{2} \frac{\partial m}{\partial x} \frac{\partial m}{\partial y} - \frac{1}{2} m \frac{\partial^2 m}{\partial x \partial y} \right] \Delta S^2 \cos^2 T + \\ & + \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial m}{\partial x} \right)^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial m}{\partial y} \right)^2 + \frac{1}{2} m \frac{\partial^2 m}{\partial x^2} - \frac{1}{2} m \frac{\partial^2 m}{\partial y^2} \right] \Delta S^2 \cos T \sin T + \\ & + \left[\frac{1}{2} \frac{\partial m}{\partial x} \frac{\partial m}{\partial y} + \frac{1}{2} m \frac{\partial^2 m}{\partial x \partial y} \right] \Delta S^2 \sin^2 T \end{aligned} \quad (3)$$

Diese Formeln werden mir als Grundlage zur Lösung der vorgelegten Aufgabe dienen.

Es sei (x_1, y_1) bzw. (x_2, y_2) der Anfangs- bzw. der Endpunkt der geodätischen Strecke. Wir betrachten den Halbierungspunkt (x_0, y_0) der geodätischen Strecke. In diesem Punkte habe sie den Richtungswinkel T_0 , gerechnet im Sinne vom Anfangs- zum Endpunkt hin. Wir wenden für diesen Punkt die Gleichungen (1), (2) und (3), setzen also für ΔS bzw. T ein Mal $\frac{1}{2} \Delta S$ bzw. $T_0 \pm 180^\circ$, und ein zweites Mal $\frac{1}{2} \Delta S$ bzw. T_0 .

$$\begin{aligned}
x_1 = & x_0 - 1/2 m \Delta S \cos T_0 + 1/8 m \frac{\partial m}{\partial x} \Delta S^2 \cos^2 T_0 + 1/4 m \frac{\partial m}{\partial y} \Delta S^2 \cos T_0 \sin T_0 - \\
& - 1/8 m \frac{\partial m}{\partial x} \Delta S^2 \sin^2 T_0 - \left[1/48 m \left(\frac{\partial m}{\partial x} \right)^2 - 1/24 m \left(\frac{\partial m}{\partial y} \right)^2 + 1/48 m^2 \frac{\partial^2 m}{\partial x^2} \right] \Delta S^3 \cos^3 T_0 - \\
& - \left[3/16 m \frac{\partial m}{\partial x} \frac{\partial m}{\partial y} + 1/16 m^2 \frac{\partial^2 m}{\partial x \partial y} \right] \Delta S^3 \cos^2 T_0 \sin T_0 - \\
& - \left[-5/48 m \left(\frac{\partial m}{\partial x} \right)^2 + 1/12 m \left(\frac{\partial m}{\partial y} \right)^2 - 1/48 m^2 \frac{\partial^2 m}{\partial x^2} + 1/24 m^2 \frac{\partial^2 m}{\partial y^2} \right] \Delta S^3 \cos T_0 \sin^2 T_0 - \\
& - \left[-1/16 m \frac{\partial m}{\partial x} \frac{\partial m}{\partial y} - 1/48 m^2 \frac{\partial^2 m}{\partial x \partial y} \right] \Delta S^3 \sin^3 T_0
\end{aligned} \tag{4}$$

$$\begin{aligned}
x_2 = & x_0 + 1/2 m \Delta S \cos T_0 + 1/8 m \frac{\partial m}{\partial x} \Delta S^2 \cos^2 T_0 + 1/4 m \frac{\partial m}{\partial y} \Delta S^2 \cos T_0 \sin T_0 - \\
& - 1/8 m \frac{\partial m}{\partial x} \Delta S^2 \sin^2 T_0 + \left[1/48 m \left(\frac{\partial m}{\partial x} \right)^2 - 1/24 m \left(\frac{\partial m}{\partial y} \right)^2 + 1/48 m^2 \frac{\partial^2 m}{\partial x^2} \right] \Delta S^3 \cos^3 T_0 + \\
& + \left[3/16 m \frac{\partial m}{\partial x} \frac{\partial m}{\partial y} + 1/16 m^2 \frac{\partial^2 m}{\partial x \partial y} \right] \Delta S^3 \cos^2 T_0 \sin T_0 + \\
& + \left[-5/48 m \left(\frac{\partial m}{\partial x} \right)^2 + 1/12 m \left(\frac{\partial m}{\partial y} \right)^2 - 1/48 m^2 \frac{\partial^2 m}{\partial x^2} + 1/24 m^2 \frac{\partial^2 m}{\partial y^2} \right] \Delta S^3 \cos T_0 \sin^2 T_0 + \\
& + \left[-1/16 m \frac{\partial m}{\partial x} \frac{\partial m}{\partial y} - 1/48 m^2 \frac{\partial^2 m}{\partial x \partial y} \right] \Delta S^3 \sin^3 T_0
\end{aligned} \tag{5}$$

$$\begin{aligned}
y_1 = & y_0 - 1/2 m \Delta S \sin T_0 - 1/8 m \frac{\partial m}{\partial y} \Delta S^2 \cos^2 T_0 + 1/4 m \frac{\partial m}{\partial x} \Delta S^2 \cos T_0 \sin T_0 + \\
& + 1/8 m \frac{\partial m}{\partial y} \Delta S^2 \sin^2 T_0 - \left[-1/16 m \frac{\partial m}{\partial x} \frac{\partial m}{\partial y} - 1/48 m^2 \frac{\partial^2 m}{\partial x \partial y} \right] \Delta S^3 \cos^3 T_0 - \\
& - \left[1/12 m \left(\frac{\partial m}{\partial x} \right)^2 - 5/48 m \left(\frac{\partial m}{\partial y} \right)^2 + 1/24 m^2 \frac{\partial^2 m}{\partial x^2} - 1/48 m^2 \frac{\partial^2 m}{\partial y^2} \right] \Delta S^3 \cos^2 T_0 \sin T_0 - \\
& - \left[3/16 m \frac{\partial m}{\partial x} \frac{\partial m}{\partial y} + 1/16 m^2 \frac{\partial^2 m}{\partial x \partial y} \right] \Delta S^3 \cos T_0 \sin^2 T_0 - \\
& - \left[-1/24 m \left(\frac{\partial m}{\partial x} \right)^2 + 1/48 m \left(\frac{\partial m}{\partial y} \right)^2 + 1/48 m^2 \frac{\partial^2 m}{\partial y^2} \right] \Delta S^3 \sin^3 T_0
\end{aligned} \tag{6}$$

$$\begin{aligned}
y_2 = & y_0 + 1/2 m \Delta S \sin T_0 - 1/8 m \frac{\partial m}{\partial y} \Delta S^2 \cos^2 T_0 + 1/4 m \frac{\partial m}{\partial x} \Delta S^2 \cos T_0 \sin T_0 + \\
& + 1/8 m \frac{\partial m}{\partial y} \Delta S^2 \sin^2 T_0 + \left[-1/16 m \frac{\partial m}{\partial x} \frac{\partial m}{\partial y} - 1/48 m^2 \frac{\partial^2 m}{\partial x \partial y} \right] \Delta S^3 \cos^3 T_0 + \\
& + \left[1/12 m \left(\frac{\partial m}{\partial x} \right)^2 - 5/48 m \left(\frac{\partial m}{\partial y} \right)^2 + 1/24 m^2 \frac{\partial^2 m}{\partial x^2} - 1/48 m^2 \frac{\partial^2 m}{\partial y^2} \right] \Delta S^3 \cos^2 T_0 \sin T_0 + \\
& + \left[3/16 m \frac{\partial m}{\partial x} \frac{\partial m}{\partial y} + 1/16 m^2 \frac{\partial^2 m}{\partial x \partial y} \right] \Delta S^3 \cos T_0 \sin^2 T_0 + \\
& + \left[-1/24 m \left(\frac{\partial m}{\partial x} \right)^2 + 1/48 m \left(\frac{\partial m}{\partial y} \right)^2 + 1/48 m^2 \frac{\partial^2 m}{\partial y^2} \right] \Delta S^3 \sin^3 T_0
\end{aligned} \tag{7}$$

$$\begin{aligned}
T_1 = & T_0 + 1/2 \frac{\partial m}{\partial y} \Delta S \cos T_0 - 1/2 \frac{\partial m}{\partial x} \Delta S \sin T_0 + \\
& + \left[-1/8 \frac{\partial m}{\partial x} \frac{\partial m}{\partial y} - 1/8 m \frac{\partial^2 m}{\partial x \partial y} \right] \Delta S^2 \cos^2 T_0 + \\
& + \left[1/8 \left(\frac{\partial m}{\partial x} \right)^2 - 1/8 \left(\frac{\partial m}{\partial y} \right)^2 + 1/8 m \frac{\partial^2 m}{\partial x^2} - 1/8 m \frac{\partial^2 m}{\partial y^2} \right] \Delta S^2 \cos T_0 \sin T_0 + \\
& + \left[1/8 \frac{\partial m}{\partial x} \frac{\partial m}{\partial y} + 1/8 m \frac{\partial^2 m}{\partial x \partial y} \right] \Delta S^2 \sin^2 T_0
\end{aligned} \tag{8}$$

$$\begin{aligned}
 T_2 = T_0 - \frac{1}{2} \frac{\partial m}{\partial y} \Delta S \cos T_0 + \frac{1}{2} \frac{\partial m}{\partial x} \Delta S \sin T_0 + \\
 + \left[-\frac{1}{8} \frac{\partial m}{\partial x} \frac{\partial m}{\partial y} - \frac{1}{8} m \frac{\partial^2 m}{\partial x \partial y} \right] \Delta S^2 \cos^2 T_0 + \\
 + \left[\frac{1}{8} \left(\frac{\partial m}{\partial x} \right)^2 - \frac{1}{8} \left(\frac{\partial m}{\partial y} \right)^2 + \frac{1}{8} m \frac{\partial^2 m}{\partial x^2} - \frac{1}{8} m \frac{\partial^2 m}{\partial y^2} \right] \Delta S^2 \cos T_0 \sin T_0 + \\
 + \left[\frac{1}{8} \frac{\partial m}{\partial x} \frac{\partial m}{\partial y} + \frac{1}{8} m \frac{\partial^2 m}{\partial x \partial y} \right] \Delta S^2 \sin^2 T_0
 \end{aligned} \tag{9}$$

Aus den Gleichungen (4) und (5), bzw. (6) und (7), bzw. (8) und (9) bilden wir

$$\begin{aligned}
 x_2 - x_1 = m \Delta S \cos T_0 + \left[\frac{1}{24} m \left(\frac{\partial m}{\partial x} \right)^2 - \frac{1}{12} m \left(\frac{\partial m}{\partial y} \right)^2 + \frac{1}{24} m^2 \frac{\partial^2 m}{\partial x^2} \right] \Delta S^3 \cos^3 T_0 + \\
 + \left[\frac{3}{8} m \frac{\partial m}{\partial x} \frac{\partial m}{\partial y} + \frac{1}{8} m^2 \frac{\partial^2 m}{\partial x \partial y} \right] \Delta S^3 \cos^2 T_0 \sin T_0 + \\
 + \left[-\frac{5}{24} m \left(\frac{\partial m}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{6} m \left(\frac{\partial m}{\partial y} \right)^2 - \frac{1}{24} m^2 \frac{\partial^2 m}{\partial x^2} + \frac{1}{12} m^2 \frac{\partial^2 m}{\partial y^2} \right] \Delta S^3 \cos T_0 \sin^2 T_0 + \\
 + \left[-\frac{1}{8} m \frac{\partial m}{\partial x} \frac{\partial m}{\partial y} - \frac{1}{24} m^2 \frac{\partial^2 m}{\partial x \partial y} \right] \Delta S^3 \sin^3 T_0
 \end{aligned} \tag{10}$$

$$\begin{aligned}
 y_2 - y_1 = m \Delta S \sin T_0 + \left[-\frac{1}{8} m \frac{\partial m}{\partial x} \frac{\partial m}{\partial y} - \frac{1}{24} m^2 \frac{\partial^2 m}{\partial x \partial y} \right] \Delta S^3 \cos^3 T_0 + \\
 + \left[\frac{1}{6} m \left(\frac{\partial m}{\partial x} \right)^2 - \frac{5}{24} m \left(\frac{\partial m}{\partial y} \right)^2 + \frac{1}{12} m^2 \frac{\partial^2 m}{\partial x^2} - \frac{1}{24} m^2 \frac{\partial^2 m}{\partial y^2} \right] \Delta S^3 \cos^2 T_0 \sin T_0 + \\
 + \left[\frac{3}{8} m \frac{\partial m}{\partial x} \frac{\partial m}{\partial y} + \frac{1}{8} m^2 \frac{\partial^2 m}{\partial x \partial y} \right] \Delta S^3 \cos T_0 \sin^2 T_0 + \\
 + \left[-\frac{1}{12} m \left(\frac{\partial m}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{24} m \left(\frac{\partial m}{\partial y} \right)^2 + \frac{1}{24} m^2 \frac{\partial^2 m}{\partial y^2} \right] \Delta S^3 \sin^3 T_0
 \end{aligned} \tag{11}$$

$$T_2 - T_1 = -\frac{\partial m}{\partial y} \Delta S \cos T_0 + \frac{\partial m}{\partial x} \Delta S \sin T_0 \tag{12}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{T_1 + T_2}{2} = T_0 + \left[-\frac{1}{8} \frac{\partial m}{\partial x} \frac{\partial m}{\partial y} - \frac{1}{8} m \frac{\partial^2 m}{\partial x \partial y} \right] \Delta S^2 \cos^2 T_0 + \\
 + \left[\frac{1}{8} \left(\frac{\partial m}{\partial x} \right)^2 - \frac{1}{8} \left(\frac{\partial m}{\partial y} \right)^2 + \frac{1}{8} m \frac{\partial^2 m}{\partial x^2} - \frac{1}{8} m \frac{\partial^2 m}{\partial y^2} \right] \Delta S^2 \cos T_0 \sin T_0 + \\
 + \left[\frac{1}{8} \frac{\partial m}{\partial x} \frac{\partial m}{\partial y} + \frac{1}{8} m \frac{\partial^2 m}{\partial x \partial y} \right] \Delta S^2 \sin^2 T_0
 \end{aligned} \tag{13}$$

Wir führen die Bezeichnungen ein

$$\left. \begin{aligned}
 \Delta x &= x_2 - x_1, & T &= \frac{1}{2} (T_1 + T_2) \\
 \Delta y &= y_2 - y_1, & T_{12} &= T_1 \\
 \Delta T &= T_2 - T_1, & T_{21} &= T_2 \pm 180^\circ
 \end{aligned} \right\} \tag{14}$$

und haben

$$\left. \begin{aligned}
 T_1 &= T - \frac{1}{2} \Delta T \\
 T_2 &= T + \frac{1}{2} \Delta T
 \end{aligned} \right\} \tag{15}$$

Die Aufgabe läuft also darauf hinaus — außer $\Delta S - T$ und ΔT zu bestimmen. Zu diesem Zweck zunächst schreiben wir (13) in der Form auf

$$\begin{aligned}
 T_0 - T = \left[\frac{1}{8} \frac{\partial m}{\partial x} \frac{\partial m}{\partial y} + \frac{1}{8} m \frac{\partial^2 m}{\partial x \partial y} \right] \Delta S^2 \cos^2 T + \\
 + \left[-\frac{1}{8} \left(\frac{\partial m}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{8} \left(\frac{\partial m}{\partial y} \right)^2 - \frac{1}{8} m \frac{\partial^2 m}{\partial x^2} + \frac{1}{8} m \frac{\partial^2 m}{\partial y^2} \right] \Delta S^2 \cos T \sin T + \\
 + \left[-\frac{1}{8} \frac{\partial m}{\partial x} \frac{\partial m}{\partial y} - \frac{1}{8} m \frac{\partial^2 m}{\partial x \partial y} \right] \Delta S^2 \sin^2 T
 \end{aligned} \tag{16}$$

was bis auf höhere Glieder richtig ist.

$$\text{Mit derselben Genauigkeit gilt } \left. \begin{aligned} \sin T_0 &= \sin T + \cos T \cdot (T_0 - T) \\ \cos T_0 &= \cos T - \sin T \cdot (T_0 - T) \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Mittels der Gleichungen (16) und (17) gehen (10), (11) und (12) ein in

$$\begin{aligned} \Delta x &= m \Delta S \cos T + \left[\frac{1}{24} m \left(\frac{\partial m}{\partial x} \right)^2 - \frac{1}{12} m \left(\frac{\partial m}{\partial y} \right)^2 + \frac{1}{24} m^2 \frac{\partial^2 m}{\partial x^2} \right] \Delta S^3 \cos^3 T + \\ &+ \frac{1}{4} m \frac{\partial m}{\partial x} \frac{\partial m}{\partial y} \Delta S^3 \cos^2 T \sin T + \\ &+ \left[-\frac{1}{12} m \left(\frac{\partial m}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{24} m \left(\frac{\partial m}{\partial y} \right)^2 + \frac{1}{12} m^2 \frac{\partial^2 m}{\partial x^2} - \frac{1}{24} m^2 \frac{\partial^2 m}{\partial y^2} \right] \Delta S^3 \cos T \sin^2 T + \\ &+ \frac{1}{12} m^2 \frac{\partial^2 m}{\partial x \partial y} \Delta S^3 \sin^3 T \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \Delta y &= m \Delta S \sin T + \frac{1}{12} m^2 \frac{\partial^2 m}{\partial x \partial y} \Delta S^3 \cos^3 T + \\ &+ \left[\frac{1}{24} m \left(\frac{\partial m}{\partial x} \right)^2 - \frac{1}{12} m \left(\frac{\partial m}{\partial y} \right)^2 - \frac{1}{24} m^2 \frac{\partial^2 m}{\partial x^2} + \frac{1}{12} m^2 \frac{\partial^2 m}{\partial y^2} \right] \Delta S^3 \cos^2 T \sin T + \\ &+ \frac{1}{4} m \frac{\partial m}{\partial x} \frac{\partial m}{\partial y} \Delta S^3 \cos T \sin^2 T + \\ &+ \left[-\frac{1}{12} m \left(\frac{\partial m}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{24} m \left(\frac{\partial m}{\partial y} \right)^2 + \frac{1}{24} m^2 \frac{\partial^2 m}{\partial y^2} \right] \Delta S^3 \sin^3 T \end{aligned} \quad (19)$$

$$\Delta T = -\frac{\partial m}{\partial y} \Delta S \cos T + \frac{\partial m}{\partial x} \Delta S \sin T \quad (20)$$

Jetzt bleibt ein einziger Schritt, um die endgültigen Formeln zu haben. Wir betrachten (18) und (19) als Potenzreihen von $\Delta S \cos T$ und $\Delta S \sin T$, kehren diese Reihen um, und bekommen die Formeln für $\Delta S \sin T$ und $\Delta S \cos T$.

$$\left. \begin{aligned} \Delta S \sin T &= \frac{1}{m} \Delta y - \frac{1}{12} \frac{1}{m^2} \frac{\partial^2 m}{\partial x \partial y} \Delta x^3 + \\ &+ \left[-\frac{1}{24} \frac{1}{m^3} \left(\frac{\partial m}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{12} \frac{1}{m^3} \left(\frac{\partial m}{\partial y} \right)^2 + \frac{1}{24} \frac{1}{m^2} \frac{\partial^2 m}{\partial x^2} - \frac{1}{12} \frac{1}{m^2} \frac{\partial^2 m}{\partial y^2} \right] \Delta x^2 \Delta y - \\ &- \frac{1}{4} \frac{1}{m^3} \frac{\partial m}{\partial x} \frac{\partial m}{\partial y} \Delta x \Delta y^2 + \left[\frac{1}{12} \frac{1}{m^3} \left(\frac{\partial m}{\partial x} \right)^2 - \frac{1}{24} \frac{1}{m^3} \left(\frac{\partial m}{\partial y} \right)^2 - \frac{1}{24} \frac{1}{m^2} \frac{\partial^2 m}{\partial y^2} \right] \Delta y^3 \\ \Delta S \cos T &= \frac{1}{m} \Delta x + \left[-\frac{1}{24} \frac{1}{m^3} \left(\frac{\partial m}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{12} \frac{1}{m^3} \left(\frac{\partial m}{\partial y} \right)^2 - \frac{1}{24} \frac{1}{m^2} \frac{\partial^2 m}{\partial x^2} \right] \Delta x^3 - \\ &- \frac{1}{4} \frac{1}{m^3} \frac{\partial m}{\partial x} \frac{\partial m}{\partial y} \Delta x^2 \Delta y + \left[\frac{1}{12} \frac{1}{m^3} \left(\frac{\partial m}{\partial x} \right)^2 - \frac{1}{24} \frac{1}{m^3} \left(\frac{\partial m}{\partial y} \right)^2 - \frac{1}{12} \frac{1}{m^2} \frac{\partial^2 m}{\partial x^2} + \frac{1}{24} \frac{1}{m^2} \frac{\partial^2 m}{\partial y^2} \right] \Delta x \Delta y^2 - \\ &- \frac{1}{12} \frac{1}{m^2} \frac{\partial^2 m}{\partial x \partial y} \Delta y^3 \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Die Gleichungen (21) eingetragen in (20) geben schließlich auch die Formel für ΔT .

$$\Delta T = -\frac{1}{m} \frac{\partial m}{\partial y} \Delta x + \frac{1}{m} \frac{\partial m}{\partial x} \Delta y \quad (22)$$

In den Formeln (21), (22) und (15) haben wir die gesuchte Lösung. Es muß hervorgehoben werden, daß darin alle Koeffizienten für den Halbierungspunkt (x_0, y_0) gelten müssen. Indes ist es vollkommen erlaubt, daß wir sie für den Mittelpunkt mit den Koordinaten

$$x_m = \frac{x_1 + x_2}{2}, \quad y_m = \frac{y_1 + y_2}{2} \quad (23)$$

nehmen dürfen

Jetzt wollen wir durch Spezialisierung eine Anwendung auf die Gauß-Krügersche Projektion geben. Es gilt für diese Projektion

$$\left. \begin{aligned} m &= 1 + \frac{y^2}{2R^2} + \frac{y^4}{24R^4}, & \frac{1}{m} &= 1 - \frac{y^2}{2R^2} + \frac{5}{24} \frac{y^4}{R^4} \\ \frac{1}{m^2} &= 1 - \frac{y^2}{R^2}, & \frac{1}{m^3} &= 1 - \frac{3}{2} \frac{y^2}{R^2} \\ \frac{\partial m}{\partial x} &= -\frac{2y^2}{R^3} t \eta^2, & \frac{\partial m}{\partial y} &= \frac{y}{R^2} \left(1 + \frac{y^2}{6R^2}\right) \\ \left(\frac{\partial m}{\partial x}\right)^2 &= 0, & \frac{\partial m}{\partial x} \frac{\partial m}{\partial y} &= 0, & \left(\frac{\partial m}{\partial y}\right)^2 &= \frac{y^2}{R^4} \\ \frac{\partial^2 m}{\partial x^2} &= 0, & \frac{\partial^2 m}{\partial x \partial y} &= -\frac{4y}{R^3} t \eta^2, & \frac{\partial^2 m}{\partial y^2} &= \frac{1}{R^2} \left(1 + \frac{y^2}{2R^2}\right) \end{aligned} \right\} (24)$$

Damit werden (21) und (22)

$$\left. \begin{aligned} \Delta S \sin T &= \left(1 - \frac{y^2}{2R^2} + \frac{5}{24} \frac{y^4}{R^4}\right) \Delta y + \frac{1}{3} \frac{y}{R^3} t \eta^2 \Delta x^3 - \\ &\quad - \frac{1}{R^2} \left(\frac{1}{12} - \frac{1}{8} \frac{y^2}{R^2}\right) \Delta x^2 \Delta y - \frac{1}{R^2} \left(\frac{1}{24} + \frac{1}{48} \frac{y^2}{R^2}\right) \Delta y^3 \\ \Delta S \cos T &= \left(1 - \frac{y^2}{2R^2} + \frac{5}{24} \frac{y^4}{R^4}\right) \Delta x + \frac{1}{12} \frac{y^2}{R^4} \Delta x^3 + \\ &\quad + \frac{1}{R^2} \left(\frac{1}{24} - \frac{1}{16} \frac{y^2}{R^2}\right) \Delta x \Delta y^2 + \frac{1}{3} \frac{y}{R^3} t \eta^2 \Delta y^3 \end{aligned} \right\} (25)$$

$$\Delta T = -\varrho \frac{y}{R^2} \left(1 - \frac{1}{3} \frac{y^2}{R^2}\right) \Delta x - \varrho \frac{2y^2}{R^2} t \eta^2 \Delta y \quad (26)$$

Alle Koeffizienten, es sei wiederholt, sind mit den Koordinaten des Mittelpunktes zu berechnen.

Diese Formeln können für die praktische Anwendung noch weiter vereinfacht werden, indem die höheren Glieder in den Koeffizienten vernachlässigt werden. Es sei dabei die vollständige Zusammenstellung gegeben

$$\left. \begin{aligned} \left. \begin{aligned} \Delta x &= x_2 - x_1 \\ \Delta y &= y_2 - y_1 \end{aligned} \right\} (27a) & \left. \begin{aligned} x &= \frac{1}{2} (x_1 + x_2) \\ y &= \frac{1}{2} (y_1 + y_2) \end{aligned} \right\} (27b) \\ \Delta S \sin T &= \Delta y - \frac{y^2}{2R^2} \Delta y - \frac{1}{12R^2} \Delta x^2 \Delta y - \frac{1}{24R^2} \Delta y^3 \\ \Delta S \cos T &= \Delta x - \frac{y^2}{2R^2} \Delta x + \frac{1}{24R^2} \Delta x \Delta y^2 \\ \Delta T &= -\varrho \frac{y}{R^2} \Delta x + \varrho \frac{y^3}{3R^4} \Delta x \end{aligned} \right\} (27c)$$

$$\Delta T = -\varrho \frac{y}{R^2} \Delta x + \varrho \frac{y^3}{3R^4} \Delta x \quad (27d)$$

$$\left. \begin{aligned} \left. \begin{aligned} T_1 &= T - \frac{1}{2} \Delta T \\ T_2 &= T + \frac{1}{2} \Delta T \end{aligned} \right\} (27e) & \left. \begin{aligned} T_{12} &= T_1 \\ T_{21} &= T_2 \pm 180^\circ \end{aligned} \right\} (27f) \end{aligned} \right\}$$

Diese Formeln sind vollkommen gleichwertig denjenigen von Krüger in seinen „Formeln zur konformen Abbildung des Erdellipsoids in der Ebene“, 1919, S. 29, § 14, Gl. (24).

Schließlich soll als Zahlenbeispiel die Umkehrung des Beispiels gegeben werden, welches in meiner anfangs erwähnten Arbeit steht.

$$\begin{array}{rcl}
 x_1 = & 5\,541\,131.560, & y_1 = +\,95\,581.196 \\
 x_2 = & 5\,482\,229.967, & y_2 = +\,107\,049.017 \\
 \Delta x = & -\,58\,901.593, & \Delta y = +\,11\,467.821 \\
 x = & 5\,511\,681, & y = +\,101\,315
 \end{array}$$

Mit $B = x$ findet sich $\varphi = 49^\circ 44'$ und damit $R = [6.80\,488]$. Die Rechnung gestaltet sich weiter so

$$\begin{array}{rcl}
 \Delta y & +\,11\,467.821 & \Delta x & -\,58\,901.593 \\
 -\frac{y^2}{2R^2}\Delta y & -\,1.445 & -\frac{y^2}{2R^2}\Delta x & +\,7.425 \\
 -\frac{1}{12R^2}\Delta x^2\Delta y & -\,0.081 & +\frac{1}{24R^2}\Delta x\Delta y^2 & -\,0.008 \\
 -\frac{1}{24R^2}\Delta y^3 & -\,0.002 & \Delta S \cos T & -\,58\,894.176 \\
 \hline
 \Delta S \sin T & +\,11\,466.293 & & \\
 & -\,e\frac{y}{R^2}\Delta x + 30''.232 & & \\
 & +\,e\frac{y^3}{3R^4}\Delta x - 0.003 & & \\
 & \Delta T & +\,30.229 & \\
 \hline
 \Delta S \sin T \dots & 4.059\,42303 & T & 168^\circ 58' 57''.824 \\
 \Delta S \cos T \dots & 4.770\,07235\,n & \frac{1}{2}\Delta T & +\,15.114 \\
 \Delta S \dots & 4.778\,15124 & T_1 & 168\,58\,42.710 \\
 \Delta S & 59\,999.999 & T_2 & 168\,59\,12.938
 \end{array}$$

Die Übereinstimmung mit dem Ausgangsbeispiel ist sehr gut.

Trigonometrisches Netz mit Bussolenmessung und Genauigkeit der Stockbussole.

Von Vermessungstechniker Paul Löbel, Rummelsburg (Pom.)

Einleitung.

Bei den Feldvergleichsarbeiten für die Reichsbodenschätzung wird die Schmalkalder Stockbussole sehr weitgehend angewandt, es werden mit derselben Bussolenzüge von mehreren Kilometern Länge sowie umfangreiche Polygonnetze gemessen. Unter diesen Umständen ist es von großem Interesse, die Genauigkeit der Bussole bzw. der hiermit ausgeführten Messungen zu kennen, um sich ein Bild von der erzielten Genauigkeit der Endergebnisse machen zu können. Aus dieser Erkenntnis heraus wurde Verfasser bereits vor drei Jahren dienstlich beauftragt, eine Anzahl längerer Bussolenzüge zwischen trigonometrischen Punkten zu messen und rechnerisch auszuwerten.

Die nach Anbringung der Mißweisungskorrektion erzielten Abschlußfehler der Züge waren im allgemeinen recht groß und unregelmäßig, sie betrug bei Zuglängen von $1\frac{1}{2}$ —3 km und Streckenlängen von 90—100 m in y und x bis zu 10 m, in einem Falle sogar 20 m. Die Beobachtungen fanden bei starkem Frost statt, und dürften die Differenzen zum Teil hierauf zurückzuführen sein; außerdem liegen die Abweichungen wohl hauptsächlich in der Bestimmung der Mißweisungswerte, denn bei dem am schlechtesten stimmenden

Zug betrug allein die Querabweichung 29 m. Nach der Fehlerverteilung des Zuges, der nahezu gestreckt verlief, wurde für das Zugviertel eine Querabweichung von $-0,55$ m, für die Zugmitte eine solche von $+0,65$ m gegenüber den mit dem Theodolit eingefluchteten Sollpunkten berechnet. Eine nochmalige Aufmessung dieses 1700 m langen Zuges bei günstigeren Witterungsverhältnissen ergab sogar nur eine Querabweichung der Zugmitte gegenüber dem Soll von $-0,18$ m.

Bei dieser letzten Gelegenheit wurde das erste Mal eine Bestimmung des mittleren Richtungsfehlers aus den Beobachtungsdifferenzen von 45 Strecken zwischen der Messung in Vorwärtsrichtung, kurz Vorblick genannt und derselben in Rückwärtsrichtung, kurz Rückblick genannt, durchgeführt. Hierbei ergab sich ein konstanter Richtungsfehler zwischen Vor- und Rückblick von $0,4^{\circ}$; ferner ergab sich ein mittlerer unregelmäßiger Richtungsfehler von $\pm 0,18^{\circ}$. Der konstante Fehleranteil ist auch später mehrfach auch bei anderen Bussolen festgestellt worden und auf Exzentrizitätsfehler zurückzuführen; um diesen Fehler unschädlich zu machen, muß stets im Vor- und Rückblick beobachtet werden und das Mittel hieraus weiter benutzt werden.

Zu gleicher Zeit hat Verfasser das Bussolennetz einer andern Gemarkung, welches an einen mit dem Theodolit gemessenen Hauptpolygonzug in 8 Punkten angeschlossen war, nach Koordinaten berechnet und an die ebenfalls in Koordinaten gegebenen Anschlußpunkte nach dem Helmert'schen Transformationsverfahren angeschlossen. Nach Durchführung der Helmert'schen Transformation fand sich für den einzelnen Anschlußpunkt ein mittlerer Punktfehler von $\pm 5,75$ m, die Bussolenzuglängen betragen 1—2 km.

In einer früheren Abhandlung in dieser Zeitschrift¹⁾ ist bereits einmal auf die Genauigkeit der Bussole und Bussolennetze eingegangen worden. Aus Vergleich mit Theodolitwinkelmessungen ist der mittlere Richtungsfehler für das Mittel aus Vor- und Rückblick bestimmt worden. Hierbei ergab sich eine Abhängigkeit der Richtungsgenauigkeit von der Visierstrahlänge; die Gewichte sind umgekehrt proportional den Strahlenlängen zu setzen. Als Gewichtseinheit ist eine Visierstrahlänge von 100 m angenommen worden, der zugehörige mittlere Fehler wurde zu $m \pm 11,1'$ bestimmt, während eine gleichgewichtige Annahme $m \pm 12,7'$ ergab.

Um zu einem abschließenden Urteil über den mittleren Bussolenfehler zu gelangen, hat Verfasser im Herbst 1936 das im Netzbild dargestellte trigonometrische Netz in zwei Richtungssätzen beobachtet und einer zweimaligen Ausgleichung nach Korrelaten unterworfen. Außerdem ist das Beobachtungsmaterial noch in weiterer Hinsicht ausgewertet worden. Zur Erklärung für den eingeschlagenen Weg seien einige kurze Erläuterungen gegeben.

Es gibt bekanntlich bei Bussolenmessungen keine Winkelsummenproben, weder im Dreieck noch Polygon, zur Prüfung der Genauigkeit sind nur die

¹⁾ Zeitschrift für Vermessungswesen, Jahrgang 1936, Heft 23.

Koordinatenabschlüsse in y und x verwertbar; dies würde zu einer strengen Ausgleichung der Bussolenzüge führen. Dieser Weg ist jedoch nicht zu empfehlen, da eine Vermischung von Strecken und Richtungen mit ihrem unbekanntem Genauigkeitsverhältnis zueinander zu unsicheren Ergebnissen führt. Es wurde daher zur Triangulation als dem allein gangbaren Weg gegriffen, da hierbei nur Richtungsmessungen zur Verwertung kommen. Auch bei der Triangulation mit Bussolenmessungen gibt es keine Winkelabschlüsse. Zur Ausgleichung des Netzes und damit zur Genauigkeitsbestimmung können nur die Diagonalenschnitte im Viereck und die Zentralsysteme herangezogen werden; hierbei gibt jeder Diagonalenschnitt und jedes Zentralsystem eine Bedingungsgleichung. Um ein möglichst sicheres Ergebnis zu bekommen, wenn auch bei großer Rechenarbeit, wurde das abgebildete Netz entworfen und mit der Schmalkalder Stockbussole in zwei unabhängigen Richtungssätzen je in Vor- und Rückblick durchgemessen, die Ablesungen sind auf $1/10^0$ erfolgt. Die Mittelwerte der vier zusammengehörigen Ablesungen sind in der Tabelle 1 zusammengestellt.

Tabelle 1.

Seite	Richtung $l_i + \lambda_i$	Seite	Richtung $l_i + \lambda_i$	Seite	Richtung $l_i + \lambda_i$
1	107° 27' — 1,6'	12	257° 50' — 9,3'	23	134° 22' + 12,4'
2	138 09 + 7,8	13	103 51 + 2,9	24	163 04 — 1,6
3	166 46 — 1,4	14	159 09 — 6,5	25	107 40 — 5,1
4	106 48 — 4,1	15	226 18 + 6,0	26	135 34 + 6,2
5	138 14 + 1,1	16	258 12 — 3,5	27	160 00 — 4,6
6	169 44 + 2,5	17	218 06 + 2,1	28	223 52 + 4,8
7	228 24 — 2,6	18	254 57 — 13,4	29	164 51 — 8,0
8	109 27 — 2,8	19	231 36 — 1,0	30	223 58 + 8,2
9	134 48 — 1,2	20	257 57 — 16,6	31	258 38 — 13,4
10	168 18 — 2,1	21	103 57 + 14,2	32	109 12 + 5,3
11	228 22 + 5,1	22	106 27 — 2,5	33	108 15 + 11,8

Ausgleichung des Netzes nach bedingten Beobachtungen.

(Netzskizze.)

Zur Vorbereitung der Ausgleichung sind zunächst die Netzbedingungen aufzusuchen und die entsprechenden Bedingungsgleichungen aufzustellen. Wie bereits oben ausgeführt, fallen bei Bussolenmessungen die Winkelsummengleichungen fort, wir haben es daher nur mit Seitengleichungen zu tun. In dem beobachteten Netz sind 10 Diagonalenschnitte und je ein Zentralsystem um die Punkte g und h vorhanden, insgesamt also 12 Seitenbedingungen. Die Aufstellung geschieht am bequemsten in der von Bessel angegebenen Weise aus der Dreieckskette, jede hinzukommende Diagonale gibt eine Seitengleichung. Für die Gleichung wurde der sechsgliedrige Ausdruck gewählt und die Berechnung mit fünfstelligen Logarithmen ausgeführt, als Winkleinheit gilt die Minute.

Tabelle 2.

	21	22	23	24	25	26	27	28	29	210	211	212	213	214	215	216	217
<i>p</i>	2,0	1,2	2,1	2,1	1,2	2,1	2,1	2,1	1,1	2,0	2,0	1,2	2,1	2,0	2,1	1,2	2,3
<i>a</i>	- 15	+ 44	- 14			- 14	+ 14			- 15	- 16	+ 45					
<i>b</i>				- 16		+ 14	+ 14			+ 14	+ 15						
<i>c</i>				- 14	+ 44	+ 14	- 15			- 14	+ 14						
<i>d</i>						- 15				+ 14	- 14						
<i>e</i>									+ 49								
<i>f</i>																	
<i>g</i>																	
<i>h</i>																	
<i>i</i>																	
<i>k</i>																	
<i>l</i>				- 14		+ 14	- 14			+ 14	+ 14						
<i>m</i>																	
<i>s</i>	- 15	+ 44	- 14	- 44	+ 44	- 1	- 15	- 45	+ 49	- 12	- 15	+ 45	- 15	- 17	- 3	+ 42	- 12

	218	219	220	221	222	223	224	225	226	227	228	229	230	231	232	233	<i>w</i>
<i>p</i>	1,2	2,0	1,2	1,8	2,2	1,2	2,2	2,0	1,2	2,0	2,3	2,0	2,3	1,3	2,2	2,0	
<i>a</i>																	234
<i>b</i>																	425
<i>c</i>																	10
<i>d</i>																	488
<i>e</i>				- 15													8
<i>f</i>	+ 40			- 14													971
<i>g</i>																	616
<i>h</i>																	888
<i>i</i>																	599
<i>k</i>																	1148
<i>l</i>																	665
<i>m</i>																	742
<i>s</i>	+ 40	- 31	+ 51	- 29	- 47	+ 47	+ 15	- 49	+ 51	- 16	- 15	- 31	+ 15	+ 41	- 29	- 29	+ 1012

Die einzelnen Seitengleichungen lauten:

$$\begin{aligned} \text{I.} & \frac{\sin(1-6) \sin(2-32) \sin(7-3)}{\sin(6-2) \sin(32-3) \sin(1-7)} = 1 \\ \text{II.} & \frac{\sin(7-4) \sin(12-11) \sin(6-32)}{\sin(4-12) \sin(11-32) \sin(7-6)} = 1 \\ \text{III.} & \frac{\sin(4-10) \sin(5-33) \sin(11-6)}{\sin(10-5) \sin(33-6) \sin(4-11)} = 1 \\ \text{IV.} & \frac{\sin(11-8) \sin(16-15) \sin(10-33)}{\sin(8-16) \sin(15-13) \sin(11-10)} = 1 \\ \text{V.} & \frac{\sin(8-14) \sin(9-21) \sin(15-10)}{\sin(14-9) \sin(21-10) \sin(8-15)} = 1 \\ \text{VI.} & \frac{\sin(15-13) \sin(18-17) \sin(14-21)}{\sin(13-18) \sin(17-21) \sin(15-14)} = 1 \\ \text{VII.} & \frac{\sin(32-27) \sin(26-25) \sin(30-29)}{\sin(27-26) \sin(25-29) \sin(32-30)} = 1 \\ \text{VIII.} & \frac{\sin(30-33) \sin(31-28) \sin(27-25)}{\sin(33-31) \sin(28-25) \sin(30-27)} = 1 \\ \text{IX.} & \frac{\sin(33-24) \sin(23-22) \sin(28-27)}{\sin(24-23) \sin(22-27) \sin(33-28)} = 1 \\ \text{X.} & \frac{\sin(28-21) \sin(20-19) \sin(24-22)}{\sin(21-20) \sin(19-22) \sin(28-24)} = 1 \\ \text{XI.} & \frac{\sin(11-10) \sin(33-28) \sin(27-25) \sin(30-29) \sin(32-7) \sin(6-4)}{\sin(10-33) \sin(28-27) \sin(25-30) \sin(29-32) \sin(7-6) \sin(4-11)} = 1 \\ \text{XII.} & \frac{\sin(28-27) \sin(33-11) \sin(10-8) \sin(15-14) \sin(21-19) \sin(24-22)}{\sin(27-33) \sin(11-10) \sin(8-15) \sin(14-21) \sin(19-24) \sin(22-28)} = 1 \end{aligned}$$

Aus vorstehenden Seitengleichungen sind in bekannter Weise die Widersprüche w berechnet worden; gleichzeitig sind die Koeffizienten der einzelnen λ für eine Winkeländerung von einer Minute der Logarithmentafel entnommen. Die hieraus abgeleiteten Bedingungsgleichungen sind in der Tabelle 2 übersichtlich zusammengestellt; auf Einzelheiten der Berechnung kann wohl verzichtet werden. Es ist bereits in der Einleitung gesagt worden, daß den Richtungen verschiedene Genauigkeit zukommt, die entsprechenden Gewichte, die nach der Formel $p_i = \frac{200}{s_i}$ berechnet sind, sind in der Tabelle 2 gleichzeitig eingetragen.

Die Normalgleichungen zur Bestimmung der Korrelaten k_1 bis k_{12} sind aus den Bedingungsgleichungen abgeleitet, deren Auflösung nach dem Gauß'schen Algorithmus ergibt die Korrelaten:

$$\begin{array}{lll} k_1 + 0,2145 & k_5 - 0,0274 & k_9 + 0,3194 \\ k_2 - 0,2496 & k_6 - 0,4036 & k_{10} - 0,3941 \\ k_3 + 0,0312 & k_7 + 0,1466 & k_{11} + 0,8641 \\ k_4 - 0,1003 & k_8 - 0,4256 & k_{12} + 0,5563 \end{array}$$

Diese Werte in die Korrelatengleichungen eingesetzt geben die in der Tabelle 3 aufgeführten Verbesserungen λ_i , diese sind gleichzeitig den Beobachtungen in Tabelle 1 beigelegt.

Tabelle 3.

$\lambda 1 - 1,6'$	$\lambda 10 - 2,1'$	$\lambda 18 - 13,4'$	$\lambda 26 + 6,2'$
$\lambda 2 + 7,8$	$\lambda 11 + 5,1$	$\lambda 19 - 1,0$	$\lambda 27 - 4,6$
$\lambda 3 - 1,4$	$\lambda 12 - 9,3$	$\lambda 20 - 16,6$	$\lambda 28 + 4,8$
$\lambda 4 - 4,1$	$\lambda 13 + 2,9$	$\lambda 21 + 14,2$	$\lambda 29 - 8,0$
$\lambda 5 + 1,1$	$\lambda 14 - 6,5$	$\lambda 22 - 2,5$	$\lambda 30 + 8,2$
$\lambda 6 + 2,5$	$\lambda 15 + 6,0$	$\lambda 23 + 12,4$	$\lambda 31 - 13,4$
$\lambda 7 - 2,6$	$\lambda 16 - 3,5$	$\lambda 24 - 1,6$	$\lambda 32 + 5,3$
$\lambda 8 - 2,8$	$\lambda 17 + 2,1$	$\lambda 25 - 5,1$	$\lambda 33 + 11,8$
$\lambda 9 - 1,2$			

Die Fehlerquadratsumme ist $[p\lambda\lambda]$ 2684, dies stimmt genügend mit $[-wk]$ 2692 überein.

Der mittlere Fehler der Gewichtseinheit, das ist das Mittel aus Vor- und Rückblick für eine Richtungsmessung bei 100 m Visierstrahlänge,

$$m = \pm \sqrt{\frac{2692}{12}} = \pm 14,98' \pm 3,06'.$$

Die verbesserten Richtungen sind in Tabelle 4 zusammengestellt, die Bedingungsgleichungen werden durch dieselben bis auf geringe Restbeträge erfüllt.

Tabelle 4.

Seite	Richtung	Seite	Richtung	Seite	Richtung	Seite	Richtung
1	107° 25,4'	10	168° 15,9'	19	231° 35,0'	28	223° 56,8'
2	138 16,8	11	228 27,1	20	257 40,4	29	164 43,0
3	166 44,6	12	257 40,7	21	104 11,2	30	224 06,2
4	106 43,9	13	103 53,9	22	106 24,5	31	258 24,6
5	138 15,1	14	159 02,5	23	134 34,4	32	109 17,3
6	169 46,5	15	226 24,0	24	163 02,4	33	108 26,8
7	228 21,4	16	258 08,5	25	107 34,9		
8	109 24,2	17	218 08,1	26	135 40,2		
9	134 46,8	18	254 43,6	27	159 55,4		

Um die Richtigkeit der gemachten Gewichtsannahme nochmals nachzuprüfen, ist eine zweite Ausgleichung des Netzes vorgenommen worden, bei welcher sämtliche Richtungen als gleichwertig eingeführt sind. Die Auflösung der entsprechenden Normalgleichungen gibt die Korrelaten:

$$\begin{array}{lll} k_1 + 0,1572 & k_5 - 0,0336 & k_9 + 0,2272 \\ k_2 - 0,1732 & k_6 - 0,2878 & k_{10} - 0,2781 \\ k_3 + 0,0150 & k_7 + 0,0952 & k_{11} + 0,4647 \\ k_4 - 0,0514 & k_8 - 0,2656 & k_{12} + 0,2741 \end{array}$$

Vorstehende Werte in die Korrelatengleichungen eingesetzt führt wieder zu den Verbesserungen λ bei gleicher Genauigkeit der Richtungen, dieselben sind aus der Tabelle 5 zu ersehen.

Tabelle 5.

$\lambda 1 - 2,4'$	$\lambda 10 - 2,3'$	$\lambda 18 - 11,5'$	$\lambda 26 + 4,9'$
$\lambda 2 + 6,9$	$\lambda 11 + 6,4$	$\lambda 19 + 0,3$	$\lambda 27 - 6,2$
$\lambda 3 - 2,2$	$\lambda 12 - 7,8$	$\lambda 20 - 14,2$	$\lambda 28 + 7,8$
$\lambda 4 - 4,0$	$\lambda 13 + 4,3$	$\lambda 21 + 15,0$	$\lambda 29 - 8,9$
$\lambda 5 + 0,7$	$\lambda 14 - 7,3$	$\lambda 22 - 2,2$	$\lambda 30 + 10,9$
$\lambda 6 + 1,7$	$\lambda 15 + 7,1$	$\lambda 23 + 10,7$	$\lambda 31 - 10,9$
$\lambda 7 - 1,7$	$\lambda 16 - 2,2$	$\lambda 24 - 4,1$	$\lambda 32 + 6,0$
$\lambda 8 - 2,6$	$\lambda 17 + 3,4$	$\lambda 25 - 5,2$	$\lambda 33 + 12,0$
$\lambda 9 - 1,6$			

Die Fehlerquadratsumme ist $[\lambda\lambda]$ 1677,76 gegenüber $[-wk]$ 1675,04. Sämtlichen Beobachtungen kommt das gleiche Gewicht $p=2$ zu. Der mittlere Fehler hierfür ist

$$m_2 = \pm \sqrt{\frac{1675}{12}} = \pm 11,8',$$

hieraus folgt für die Gewichtseinheit, das ist das Mittel aus Vor- und Rückblick einer Richtungsmessung

$$m = \pm 11,8\sqrt{2} = \pm 16,7' \pm 3,4'.$$

Der mittlere Fehler bei gleicher Beobachtungsgenauigkeit ergibt sich wesentlich größer als bei Annahme ungleicher Gewichte und spricht für die Richtigkeit der letzteren. Weiterhin wird auch hier die Erfahrung bestätigt, daß der Netzfehler infolge konstanter Richtungsfehleranteile größer ist als der Stationsfehler.

Um die Längenübertragung mittels der ausgeglichenen Richtungen nachprüfen zu können, sind mehrere Strecken des Netzes direkt gemessen worden, dieselben sind in der Netzskizze eingetragen. Ausgehend von der doppelt gemessenen Strecke \overline{gh} sind die übrigen vier Strecken berechnet worden und mit der Messung verglichen, die Ergebnisse sind nachstehend zusammengestellt:

	gemessen	berechnet	Differenz
\overline{ab}	98,11	97,04	+ 1,07
\overline{de}	93,67	93,57	+ 0,10
\overline{fk}	98,34	98,10	+ 0,24
\overline{im}	99,21	99,74	- 0,53
	389,33	388,45	+ 0,88

Auffällig ist hierbei die große Differenz der Strecke \overline{ab} , aus den ausgeglichenen Beobachtungen ist \overline{ab} zu 98,32 berechnet worden; um genaue Schlüsse ziehen zu können, müßten mehr gemessene Strecken zur Verfügung stehen.

Weitere Genauigkeitsbestimmungen.

Das vorliegende Beobachtungsmaterial gestattet noch eine weitere Richtungsfehlerbestimmung aus Beobachtungsdifferenzen zwischen Satz I und

Satz II. Die Gewichte sind wieder $p = \frac{100}{s}$ gesetzt worden. Die Fehlerquadratsumme aller 33 Richtungen beträgt $p d^2 = 954,9$, hieraus folgt der mittlere Fehler einer Satzbeobachtung zu

$$m_s = \sqrt{\frac{955}{66}} = \pm 3,8'$$

eine gleichgewichtige Annahme gab demgegenüber $m_s \pm 4,3'$.

Ein weiterer wichtiger Fehler ist der mittlere Einspielfehler (Trägheitsfehler) der Magnetnadel, verbunden mit dem Ablesefehler. Dieser Fehler ist ausschlaggebend für die Brauchbarkeit der Bussole und sollte in geringeren Zwischenräumen ständig nachgeprüft werden. Es sind bei einigen Instrumenten Fehler von einigen Grad festgestellt worden, derartige Instrumente sind für die Messung unbrauchbar. Die Bestimmung des Einspielfehlers ist sehr einfach, sie erfolgt bei feststehendem Instrument durch Ablenkung der Nadel mit einem Magneten und jedesmaligem Ablesen nach Beruhigung der Nadel, das Instrument selbst darf bei der Untersuchung nicht berührt werden. Aus mehreren längeren Untersuchungsreihen, die periodische Aenderungen im Verlauf mehrerer Stunden zeigten, ist der mittlere Einspielfehler bei dem allen bisherigen Untersuchungen dienendem Instrument zu

$$m_e = \pm 3'$$

festgestellt worden.

Um auch den mittleren Zielfehler in Zusammenwirkung mit dem Einspielfehler der Nadel kennen zu lernen, ist die Richtung einer 170 m langen Netzdiagonale 26 mal im Vorblick und darauf 26 mal im Rückblick nach jedesmaliger Drehung des Instruments um 360° gemessen worden. Die Drehung erfolgte abwechselnd links- und rechtsläufig. Das Mittel im Vorblick ergab sich zu $138,01^\circ$ mit dem mittleren Fehler $m \pm 0,080^\circ$, im Rückblick zu $318,45^\circ$ mit dem mittleren Fehler $m \pm 0,103^\circ$. Der mittlere Fehler aus sämtlichen 52 Ablesungen ist $m_e + m_z = \pm 0,092^\circ = \pm 5,5'$.

Die Differenz zwischen Vor- und Rückblick beträgt $0,44^\circ$ und entspricht dem bereits früher festgestellten konstanten Richtungsfehler der Bussole. Da bei anderen Instrumenten ähnliche Beträge festgestellt wurden, darf für genauere Messungen bei der Stockbussole nicht in Springständen gearbeitet werden.

Zusammenfassend haben wir bei dem untersuchten Instrument folgende mittlere Fehler

der Einspielfehler (Trägheitsfehler) der Nadel	$m_e \pm 3'$
der Einspiel- plus Zielfehler bei 170 m Streckenlänge	$m_e + m_z \pm 5,5'$
der Richtungsfehler für das Mittel aus Vor- und Rückblick bei einer Strecke von 100 m aus den Beobachtungsdifferenzen zweier Sätze	$m_s \pm 3,8'$
der Richtungsfehler für die Gewichtseinheit aus dem Vergleich mit Theodolitmessungen	$m_t \pm 11,1'$
der Richtungsfehler für die Gewichtseinheit aus der Netzausgleichung	$m_n \pm 15,0'$

Fehlerfortpflanzung im Bussolenzug.

Zum Schluß sei noch kurz auf die Fehlerverhältnisse im Bussolenzug eingegangen. Die Anzahl der Strecken im Bussolenzug sei n , die Länge derselben sei s , die gesamte Zuglänge sei L , der mittlere Richtungsfehler beträgt $\pm m$, die mittlere Querverschiebung für einen Punkt des Zuges ist $\pm q$.

1. Die mittlere Querverschiebung für den Endpunkt des einseitig angeschlossenen freien Bussolenzuges ist nach Jordan, Handbuch Bd. II:

$$\pm q = \pm s \frac{m'}{\rho'} \sqrt{n} = \pm \frac{m'}{\rho'} \sqrt{Ls} = \pm \frac{m'}{\rho'} \frac{L}{\sqrt{n}}$$

2. Beim Bussolenzug mit beiderseitigem Anschluß der Endpunkte ist die mittlere Querverschiebung für die Zugmitte.

$$\pm q = \pm \frac{m'}{\rho'} \frac{L}{2\sqrt{n}} = \frac{1}{2} \text{ der Werte unter 1.}$$

3. Als mittlerer Bussolenrichtungsfehler ist aus der Netzausgleichung der Wert $m \pm 15'$ für die Gewichtseinheit, also einer Strecke von 100 m, hervorgegangen. Da dieser Wert den Einfluß konstanter Fehleranteile am besten zur Geltung bringt, ist die nachstehende Tabelle der mittleren Querabweichungen mit diesem Wert berechnet worden.

a) Für L in km folgt für den freien Zug

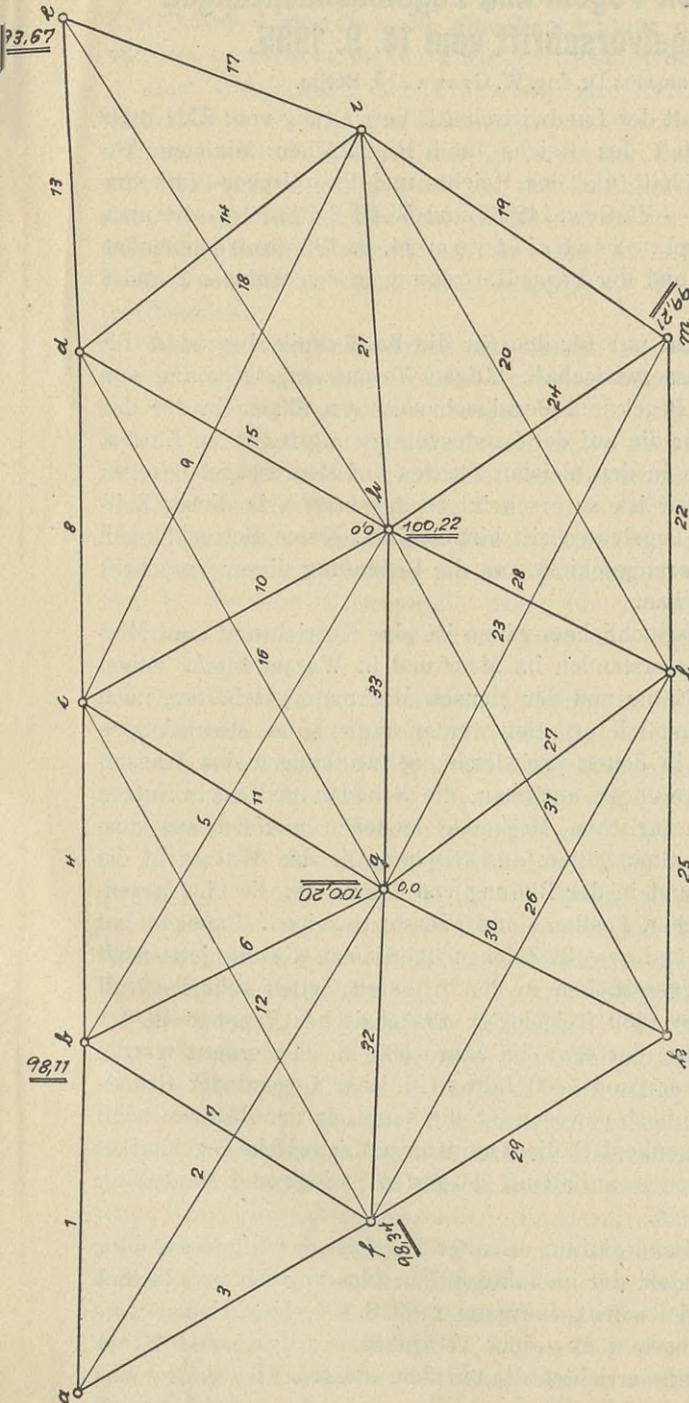
$$\pm q = \pm \frac{15000}{3438} \frac{L \text{ km}}{\sqrt{n}} = \pm 4,37 \frac{L \text{ km}}{\sqrt{n}}$$

für den Endpunkt des Zuges.

b) Für den beiderseits angeschlossenen Zug ist $\pm q = \frac{1}{2}$ von a) für die Zugmitte.

Tabelle 6.
Querabweichung der freien Bussolenzüge.

Zuglänge km	Streckenlänge $\pm q$	100 m $\pm q$ max	Streckenlänge $\pm q$	50 m $\pm q$ max
0,1	0,436	1,31	0,309	0,93
0,5	0,976	2,93	0,690	2,07
1,0	1,380	4,14	0,976	2,93
1,5	1,690	5,07	1,195	3,58
2,0	1,951	5,85	1,380	4,14
2,5	2,182	6,55	1,543	4,63
3,0	2,390	7,17	1,690	5,07
3,5	2,581	7,74	1,825	5,48
4,0	2,759	8,28	1,951	5,85
4,5	2,927	8,78	2,070	6,21
5,0	3,085	9,26	2,182	6,55
5,5	3,236	9,71	2,288	6,86
6,0	3,380	10,14	2,390	7,17



Aus der Tabelle geht die Brauchbarkeit der Stockbussole für topographische Zwecke auch bei längeren Zügen eindeutig hervor, sobald es sich hierbei um kleinmaßstäbliche Karten handelt. Für kürzere Züge bis zu 3 km etwa entsprechen die Abweichungen den bisher gemachten Erfahrungen. Bei den Feldarbeiten für die Reichsbodenschätzung erstreckt sich die örtliche Arbeit für längere Züge oft über viele Tage, so daß eine gewisse Unsicherheit infolge unregelmäßiger und unkontrollierbarer Aenderungen der Mißweisung in die Messungen hineinkommt. Außerdem beeinflussen auch größere Eisenmassen, Drahtzäune und Hochspannungsleitungen die Magnetnadel, es ist also immerhin Vorsicht beim Arbeiten mit der Bussole am Platze, vor allem bei langen Zügen. Das in dieser Zeitschrift, Jahrgang 1936 Heft 23 beschriebene Messungsverfahren bleibt bei größeren Netzen empfehlenswert.

Fig 1.

Die Bedeutung von Pegeln und Pegelbeobachtungen und die Pegelvorschrift vom 14. 9. 1935.

Von Regierungsrat Dr.-Ing. W. Gronwald, Berlin.

Im Reichsministerialblatt der Landwirtschaftl. Verwaltung vom 22. 1. 1938 werden mit dem Runderlaß des Reichs- und Preußischen Ministers für Ernährung und Landwirtschaft und des Reichs- und Preußischen Verkehrsministers vom 13. 1. 1938 — VI. Gew. 142/37 und W 4 T 2 703/37 — die nach Nr. 4 und Nr. 75 der Pegelvorschrift vom 14. 9. 1935 aufzustellenden Verzeichnisse der Pegel I. und der Pegel II. Ordnung in den Anlagen 1 und 2 bekanntgegeben.

Da das Pegelwesen nicht nur für den für die Bautechnik, besonders für die Landeskultur und Wasserwirtschaft, tätigen Vermessungsfachmann von hohem Wert ist, sondern Pegel und Pegelbeobachtungen allgemein für das Vermessungswesen und für die auf der Landesvermessung fußenden Karten, deren Höhenausgangsfläche in den meisten Staaten auf Meerespegel bezogen wird, von großer Wichtigkeit ist, so erscheint es angebracht, in dieser Zeitschrift auf den Inhalt der Pegelvorschrift hinzuweisen. Kurze Betrachtungen zum Pegelwesen werden vorangeschickt, um die Bedeutung dieser Vorschrift noch besonders hervorzuheben.

Ein Pegel in heute gebräuchlichem Sinne ist eine Vorrichtung zum Messen und Anzeigen von Wasserständen im Meer und in Wasserläufen. Schon in der Vorzeit haben die Natur und der Mensch Merkmale geschaffen, nach denen die Höhe der Wasserstände ermittelt werden kann; so an Meeresküsten und in den Flußgebieten, in denen periodische Schwankungen des Wasserspiegels und Ueberschwemmungen auftreten, die Schaden und auch Nutzen bringen können. Solche natürlichen Merkmale bestehen vielfach aus ausgeworfenen Muscheln, aus Steinwällen, aus Nischen, die das Wasser in die Felswände eingengagt hat, und in der Bildung von Terrassen, die eine gegenseitige Verschiebung zwischen Festland und Wasser anzeigen. Daneben hat uns der Mensch ungewollt und gewollt Zeichen überliefert, die uns jetzt noch für die Beurteilung der Wasserhöhen in den früheren Zeiten sehr wertvoll sind. So gibt ein im Jahre 1930 freigelegter altsächsischer Brunnen in der Geest bei Wesermünde-Lehe, der etwa im Jahre 500 n. Chr. erbaut wurde, heute Kunde davon, daß vor rund 1400 Jahren in jener Gegend der Grundwasserstand nahezu ebenso hoch gewesen ist wie heute, da der Brunnen noch heute richtig zum Grundwasser liegt. Er dient somit als prähistorische Pegelmarke.

Andere Zeichen bestehen in auffallend gelagerten Steinen und Marken an Gebäuden und in Deichsielen.

Ein sehr alter für die Landeskultur erbauter Pegel ist der Nilmesser oder Mikyas auf der Nilinsel Rodah, der im Jahre 827 n. Chr. angelegt wurde und von W. Jordan in dieser Zeitschrift, Jahrgang 1889 S. 105, beschrieben worden ist. Dieser Nilmesser besteht aus einer 17 arabischen Ellen hohen Säule und ist in einer Brunnenstube errichtet, die mit dem offenen Nilstrom in Verbindung steht und zum Ablesen des Wasserstandes an der Innenwandung mit

einer Treppe versehen ist. Somit wurden vereinzelt schon früh technische Einrichtungen getroffen, die eine Beobachtung der Wasserstände zu land- und wasserwirtschaftlichen Zwecken gewährleisteten.

Zur Erforschung der Erdgestalt, also für wissenschaftliche Zwecke, wird das Pegelwesen für die meisten Staaten von Europa erstmalig in den Jahren 1864 und 1867 auf der Konferenz der Europäischen Gradmessung in den Vordergrund gerückt, auf der der Beschluß gefaßt wurde, „daß die an das Meer grenzenden Staaten, welche sich an der Europäischen Gradmessung beteiligen, dringend ersucht werden sollen, an möglichst vielen Punkten ihrer Küsten, womöglich durch Registrierapparate die mittlere Höhe des Meeres festzustellen.“

Eine grundlegende Arbeit auf diesem Gebiete ist die Veröffentlichung von W. Seibt „Das Mittelwasser der Ostsee bei Swinemünde“ (1881 u. 1890). Hierin sind die Pegelbeobachtungen von 1811 bis 1888 am Pegel zu Swinemünde — seit 1870 am selbstschreibenden Pegel — ausgewertet. Aus den Mitteln von 78 Jahren leitet Seibt das Mittelwasser zu 1,0068 m über Pegelnull und zu 0,0659 m unter N.N. her und weist nach, daß der Mittelwasserstand, abgesehen von seinen kurzfristigen Schwankungen, in diesem Zeitraum unverändert geblieben ist. Im übrigen sind noch die Mittelwasserstände von 11 weiteren Ostseepegeln meist für 26 Jahre zusammengestellt und mit dem Mittelwasser von Swinemünde auf Grund der Verbindungs-nivellements verglichen.

Das Geodätische Institut in Potsdam unterhält für die gleichen Forschungszwecke 9 Meerespegel, die zum Teil seit mehr als 65 Jahren beobachtet, und deren Auswertungen veröffentlicht werden.

War auch die mittlere Meereshöhe von verschiedenen Stellen als Ausgangspunkt für die Höhenmessungen genommen worden, und wurde auch im Jahre 1875 dem Zentralkontor für die Vermessungen der Vorschlag gemacht, als Normalnullpunkt für Preußen möglichst die mittlere Meereshöhe zu wählen, so sah man doch Bedenken in den Unterschieden der mittleren Wasserstände an den verschiedenen Hafenorten und zog es vor, als Grundlage für die Höhenmessungen den Nullpunkt eines Meerespegels zu wählen.

Als Ausgangspunkt wurde schließlich der Nullpunkt des Amsterdamer Pegels bestimmt, weil dieser von allen Nullpunkten (Neufahrwasser, Swinemünde, Hamburg u. a.) die häufigste Anwendung gefunden hatte und seine Höhe mit den an unseren Meeresküsten beobachteten Mittelwassern hinreichend übereinstimmte, um als „mittlere Meereshöhe“ in angenähertem Sinne genommen zu werden. An diesen Pegelnullpunkt wurde das von der preußischen Landesaufnahme geschaffene Landesnivellementsnetz von Preußen angeschlossen, und im Jahre 1879 in Berlin der Normalhöhenpunkt geschaffen. Dieser liegt 37 m über der Niveauläche, die durch den Pegelpunkt geht und macht von nun an die Höhenmessung von allen Pegeln und Mittelwasserständen unabhängig. Am Ende des Jahres 1879 war dieser Normalhöhenpunkt von fast allen namhaften deutschen Staaten anerkannt und damit praktisch Reichshorizont geworden. — Der Landeshorizont Oesterreichs ist bisher auf das Mittelwasser der Adria bei Triest bezogen, und liegt 3,352 m unter der

Höhenmarke Nr. 1 am Molo Sartorio. N. N. liegt dort etwa 0,35 m über dem Landeshorizont.

In der Hauptsache stellt sich aber die Einrichtung von Pegeln und deren Beobachtung als notwendig heraus, sobald Flußregulierungen, Durchstiche, Begradigungen und Kanalisierungen vorzunehmen sind, um die Schifffahrt zu ermöglichen und zu fördern und um für hinreichende Vorflut zur Entwässerung der Uferländereien zu sorgen.

Regelmäßige gewässerkundliche Beobachtungen für diese Zwecke haben in Deutschland etwa mit dem Beginn des 19. Jahrhunderts eingesetzt. In dem von Friedrich dem Großen entwässerten Oderbruch werden seit etwa 1810 Pegel amtlich beobachtet.

Es wurden dann nicht nur Pegelbeobachtungen, sondern auch in den größeren Flüssen Abflußmengenmessungen ausgeführt und die Pegelbeobachtungen weiterhin vervollkommenet.

Für die Anlegung von Pegelstellen, für die zu verwendenden Pegelmodelle, für die Festlegung, Sicherung und Nachprüfung der Pegel hatten sich in den verschiedenen Bezirken und Stromgebieten Deutschlands je nach den vorliegenden Kenntnissen und Interessen Unterschiede und Gegensätze herausgestellt. Mit dem zunehmenden Umsichgreifen der wasserwirtschaftlichen Aufgaben, das sich namentlich in der letzten Hälfte des vorigen Jahrhunderts bemerkbar machte, wuchs auch das Bedürfnis nach weiterer Vervollkommnung und einheitlicher Auswertung der Pegelbeobachtungen. Im Jahre 1891 wurde zur Vereinheitlichung und Ueberwachung des Pegelwesens der allgemeinen Bauverwaltung in Preußen das Büro für die Hauptnivelements und Wasserstandsbeobachtungen eingerichtet, dessen erster und langjähriger Leiter, Geheimer Regierungsrat Prof. Dr. Dr.-Ing. Seibt, als „Altmeister“ des Pegelwesens gilt.

Was bei den Anschlußmessungen, den Prüfungen und Beobachtungen der Pegel sowie deren Auswertung an Erfahrungen im Laufe der Jahrzehnte gesammelt war, wurde in besonderen Schriften und Anweisungen für die Einrichtung und Prüfung der Pegel niedergelegt.

Die Vereinheitlichungsbestrebungen für alle bedeutungsvollen Einrichtungen und die weiteren Erfahrungen machten nunmehr im neuen Reich auch auf diesem Gebiet die Bearbeitung eines einheitlichen Leitfadens, der „Pegelvorschrift“ vom 14. 9. 1935 nötig, durch die der Wasserstandsbeobachtungsdienst straffer erfaßt und für das Reichsgebiet einheitlich geregelt wird. Sie ersetzt vom 1. Nov. 1935, also vom Beginn des Wasserjahres 1936 ab, die früher geltenden Länderbestimmungen über den Wasserstandsbeobachtungsdienst an den Reichswasserstraßen und an den Wasserläufen der Wasserbau- und Kulturbaubehörden der Länder.

Aus ihrem Inhalt ist folgendes hervorzuheben: In dem 210 Seiten starken Buch gibt zunächst die eigentliche Pegelvorschrift auf 16 Seiten die grundlegenden Anweisungen, denen in 9 Anlagen alles Wissenswerte für die Anlegung, Einrichtung, Beobachtung, Nachprüfung der Pegel und für die Auswertung der Beobachtungen im einzelnen unter Hinzunahme von Beispielen, Zahlentafeln und Musterpegelbögen für die ausführenden Stellen hinzugefügt ist.

Die Abschnitte der Pegelvorschrift tragen folgende Bezeichnungen:

- A. Benennung und Einteilung der Pegel.
- B. Pegel I. Ordnung.
- C. Pegel II. Ordnung.
- D. Pegel III. Ordnung.
- E. Pegel, die vorübergehenden Zwecken dienen.

Nach Abschnitt A ist für jeden Pegel eine amtliche Benennung einzuführen. Schreib- und zugehöriger Lattenpegel haben den gleichen Namen. Die Einteilung der Pegel geschieht in zweifacher Weise; einmal in solche, die dauernden Zwecken, und in solche, die vorübergehenden Zwecken dienen, und dann nach den unter Abschnitt B bis D aufgeführten Ordnungen.

Die Pegel I. Ordnung (Abschnitt B, I) sind in dem „Verzeichnis der Pegel I. Ordnung“ zusammengestellt, das nur durch den zuständigen Minister nach Verständigung der gewässerkundlichen Anstalt geändert werden kann. Soweit es nötig ist, wird die deutsche Seewarte beteiligt.

Bei Fragen der Beobachtungen und etwaiger Veränderung der Pegel I. Ordnung, ferner bei Aenderung der Wasserstandsverhältnisse durch natürliche Vorgänge oder künstliche Maßnahmen ist die gewässerkundliche Anstalt hinzuzuziehen, in Sonderfällen auch die Seewarte. Soweit die Kriegsmarine interessiert ist, ist auch diese von Veränderungen in Kenntnis zu setzen.

Beim Ersatz eines Pegels durch einen anderen sind beide bis zur Herstellung einwandfreier Beziehungen zwischen den Beobachtungen beider zu beobachten. Ferner ist hervorzuheben, daß zu jedem Schreibpegel ein Lattenpegel gehört und daß im Tidegebiet für Pegel I. Ordnung Schreibpegel vorgeschrieben werden.

Von den allgemeinen Richtlinien für die Aufstellung von Pegeln I. Ordnung (B II) ist folgendes bemerkenswert: Für die Errichtung und Umlegung von Pegeln ist stets die gewässerkundliche Anstalt, im Tidegebiet auch die Seewarte Gutachter. Für die örtliche Lage der Pegel ist alles zu beachten, was eine lange Lebensdauer und eine ständige einwandfreie Beobachtung der Pegel gewährleistet. In der Nähe des Pegels sollen Abflußmengenmessungen möglichst bei allen Wasserständen ausgeführt werden können. Bei Pegeln in mehreren Teilen (Staffelpegel) sind die Nullpunkte aller Staffeln auf die gleiche Höhe zu legen. Der Pegelnullpunkt muß stets so gewählt werden, daß Ablesungen unter Null überhaupt nicht vorkommen und mehr als dreistellige Wasserstandszahlen höchstens bei außergewöhnlichem Hochwasser auftreten. Eine Nivellierlatte muß sich ohne Schwierigkeiten aufsetzen lassen. Zusammengehörige Schreib- und Lattenpegel sollen möglichst unter gleichen hydraulischen Verhältnissen stehen und den Wasserstand im offenen Gewässer anzeigen.

Für den Aufzeichnungsmaßstab der Schreibpegel und die Abmessung der Trommeln sind in der Anlage 1 Richtlinien gegeben. Die Umdrehung der Trommel dauert außerhalb des Tidegebietes bis zu 8 Tagen, im Tidegebiet 24 Stunden mit einer Laufzeit von 7 Tagen. Die Maßstäbe für die Aufzeichnung sind 1:5, 1:10 oder 1:20.

Bei Schreibpegeln mit Lotvorrichtung sind die Nullpunkte der Lotvorrichtung und des zugehörigen Lattenpegels auf gleiche Höhe zu legen. Für leichte Nachprüfungsmöglichkeit ist Sorge zu tragen.

Im Unterabschnitt B III sind Bestimmungen über die „Festlegung und Erhaltung der Höhenlage der Pegel I. Ordnung und Verbesserung der Wasserstandsbeobachtungen bei falscher Lage des Pegels“ getroffen. Wörtlich heißt es in Nr. 36: „Die Höhenlage des Pegels ist gegen mindestens drei Festpunkte (Pegelfestpunkte) festzulegen. Für die Beurteilung der Höhenlage eines Pegels sind nur die Höhenunterschiede gegen diese Festpunkte (Sollhöhenunterschiede), aber nicht Beziehungen zu N.N. zu benutzen.“ Im übrigen wird auf Anlage 2 verwiesen.

Sofern ein unmittelbarer Anschluß an Höhenfestpunkte des Reichsamts für Landesaufnahme, der entsprechenden Landesvermessungsbehörde, der Landesanstalt für Gewässerkunde und Hauptnivelements oder des früheren Büros für die Hauptnivelements und Wasserstands-Beobachtungen möglich ist, ist für jeden Pegel I. Ordnung die Höhenbeziehung zu dem Landeshorizont (Normal-Null = N.N.) herzustellen. Sonst sind die Pegel durch ein besonderes Feinnivellement ebenfalls an N.N. anzuschließen, soweit die Kosten angemessen bleiben.

„Bei einer Verschiebung um ± 10 mm oder mehr, bei Tidepegeln um ± 20 mm oder mehr sind die Pegel zu berichtigen.“

Unterabschnitt B IV, „Beobachtung und Wartung der Pegel I. Ordnung“, handelt von der Auswahl, vertraglichen Verpflichtung und Anweisung der Pegelbeobachter (Anlage 3 und 5), ferner von etwaigen Sondervorschriften, von Windbeobachtungen (Anlage 6), vom Zwecke der Lotvorrichtung an den Schreibpegeln und von weiteren Einzelheiten über Pegelbogen, Bedienungsvorschriften und Schutzmaßnahmen, von Hilfs- und Notpegeln.

Die „Ueberwachung der Pegel I. Ordnung“ (B V) erstreckt sich auf die Führung des Beobachtungsbuches und der Wasserstandslisten einschließlich der Eintragungen der Eisverhältnisse und etwaiger Veränderungen im Flußbett.

Der Unterabschnitt B VI, „Auswertung der Wasserstandsbeobachtungen an den Pegeln I. Ordnung“ regelt die Wertung der Angaben von Schreibpegel und zugehörigem Lattenpegel bei etwaigen Abweichungen und die Bearbeitung der Wasserstandsbeobachtungen (Anlage 7 u. 8). Auch hier ist die gewässerkundliche Anstalt Prüfbehörde.

Nach Unterabschnitt B VII sind ein Pegelstammbuch und Pegelakten I. Ordnung anzulegen und nach B VIII endlich die Wasserstandslisten dauernd, die Beobachtungsbücher und die Pegelbogen mindestens 30 Jahre aufzubewahren.

Die Pegel II. Ordnung (Abschnitt C) sind in dem „Verzeichnis der Pegel II. Ordnung“ zusammengestellt. Im übrigen sind die Bestimmungen fast die gleichen wie für die Pegel I. Ordnung mit den Abweichungen, daß die Mittelbehörde an Stelle des Ministers bei Veränderungen entscheidet, daß ferner den Abflußmengenmessungen nicht die gleiche Bedeutung beigemessen wird und die Umlaufzeiten der Schreibpegel II. Ordnung

doppelt so groß sind. Die Beobachtung und Wartung der Lattenpegel II. Ordnung im Tidegebiet regelt Anlage 4.

Nach Abschnitt D sind Regel III. Ordnung alle für dauernde Zwecke eingerichtete Pegel, die nicht zur I. oder zur II. Ordnung gehören. Ihr Verzeichnis ist von der zuständigen Mittelbehörde zu führen, die auch die Behandlung dieser Pegel und die Bearbeitung der Wasserstandsbeobachtungen regelt.

Für die Pegel, die vorübergehenden Zwecken (Abschnitt E) dienen, ist, wie bei den Pegeln II. Ordnung, die gewässerkundliche Anstalt zu beteiligen, im übrigen die Mittelbehörde zuständig.

Von den 9 Anlagen, von denen die ersten 8 bereits erwähnt sind, ist die Anlage 2 wohl die wichtigste für den Vermessungsfachmann. Sie ist die „Anweisung über die Festlegung und Erhaltung der Höhenlage der Pegel und über die Verbesserung der Wasserstandsbeobachtungen bei falscher Lage eines Pegels“.

Außer dem in der Vorschrift (B III) Gesagten ist noch folgendes von Bedeutung: (2:) „Die (mindestens 3) Pegelfestpunkte sind unabhängig vom Unterbau des Pegels und auch unabhängig voneinander anzubringen; sie dürfen nicht durch Abspülen des Ufers gefährdet sein. Jeder Festpunkt muß leicht zugänglich sein und das senkrechte Aufhalten einer Nivellierlatte zulassen. Der Pegel soll möglichst von jedem Festpunkt aus mit einer einzigen Aufstellung des Nivellierinstrumentes geprüft werden können.“

Als Pegelfestpunkte sind je nach der Oertlichkeit und der Untergrundverhältnisse Nivellementsbolzen in gut gegründeten massiven Bauwerken oder in frostfrei gegründeten Festpunktpfeilern, Bohrröhre, Schraubenpfähle oder ähnliche Vorrichtungen, die bis in die tragfähigen Bodenschichten hinabführen, zu verwenden.

Die bei der Einwägung des Pegels durch Feinnivellement ermittelten und nachgeprüften Höhenunterschiede zwischen dem Pegelnullpunkt und seinen Festpunkten heißen „Sollhöhenunterschiede“; sie sind für die Höhenlage des Pegels maßgebend. Diese festgelegte Lage des Pegelnullpunkts heißt seine Sollage, und ist von der bei späteren Prüfungen vorgefundenen tatsächlichen Lage zu unterscheiden.

Für die Einwägung sind weiterhin genaue Vorschriften gegeben. Von einer einwandfreien Festlegungsniederschrift ist ein Muster 1 mit Skizze beigefügt. Auch die Personen, die mit der Festlegung der Pegel zu betrauen sind, sind bezeichnet.

Grundlegend ist Nr. 21: „Wird durch ein späteres Feinnivellement eine andere Höhe zu N.N. für den Pegelnullpunkt ermittelt, ohne daß der Pegel sich in seiner Höhenlage zur Umgebung verändert hat (neues Höhensystem, Bewegung der Umgebung des Pegels in größerer Ausdehnung — regionale Bewegung — usw.), so ist die Höhenangabe zu N.N. für den Nullpunkt des Pegels entsprechend zu ändern.“

Bei der Prüfung der Pegel ist mit den Pegelfestpunkten zu wechseln. Ergibt sich bei einer Pegelprüfung, daß sich die gegenseitige Höhenlage der benutzten Festpunkte um 5 mm oder mehr geändert hat, so sind sämtliche Festpunkte des Pegels in das Nivellement einzubeziehen. Eine Aenderung des

Sollhöhenunterschiedes tritt nur bei Verschiebung eines Festpunktes oder bei einer aus besonderen Gründen vorzunehmenden Aenderung der Sollage des Pegelnullpunktes ein. Die Entscheidung trifft der Minister.

Muster 2—4 enthalten Niederschriften vom Anschluß eines Pegels an N.N. und von Prüfungen eines Latten- und Schreibpegels, sowie einer Lotvorrichtung.

Anlage 9 endlich enthält „Richtlinien zum Anlegen der Pegelstammbücher“ mit einem Muster.

Ein eingehendes alphabetisches Sach- und Wörterverzeichnis erleichtert das Aufsuchen in diesem wichtigen, bis ins Einzelne gründlich durchgearbeiteten Werk, das über alle das praktische Pegelwesen betreffenden Fragen Auskunft gibt.

Die zu Anfang erwähnten nachträglich herausgegebenen Verzeichnisse der Pegel I. und der Pegel II. Ordnung im Reichsgebiet (ohne Oesterreich) sind nach 7 Strom- oder Abflußgebieten unterteilt und zwar:

I. Memel- Pegel- u. Weichselgebiet	(57 Pegel I. O.,	59 Pegel II. O.)
II. Odergebiet	98	93
III. Elbegebiet	138	235
IV. Weser- und Emsgebiet	70	182
V. Rheingebiet	205	217
VI. Küstengebiet der Ost- u. Nordsee	58 + 12	78 + 27
VII. Donaugebiet	85	117

Sie enthalten zusammen 723 Pegel I. Ordnung und 1008 Pegel II. Ordnung, für die der Gewässername (Vorfluter bis einschl. Hauptvorfluter), der Pegelname, die Zentralbehörde (Reichsverkehrsministerium, Reichsernährungsministerium, Reichskriegsministerium), die Mittelbehörde (Wasserbaudirektion, Wasserstraßendirektion, Strombauverwaltung, Regierungspräsident) und die Ortsbehörde (Bauamt) angegeben sind.

Ein weiterer wesentlicher Schritt zur Vereinheitlichung auf dem Gebiet der gewässerkundlichen Forschung ist die Zusammenfassung der bisher von den einzelnen gewässerkundlichen Landesanstalten getrennt herausgegebenen Jahrbücher zu einem „Jahrbuch für die Gewässerkunde des Deutschen Reiches“, dessen erster Jahrgang das Abflußjahr 1937 (1. November 1936 bis 31. Oktober 1937) umfaßt. Bisher wurde von 1901 ab von der preußischen Landesanstalt das „Jahrbuch für die Gewässerkunde Norddeutschlands“ herausgegeben; ferner bestehen gewässerkundliche Jahrbücher von Bayern, Sachsen, Württemberg, Baden, Thüringen und Hessen.

In Petermanns Mitteilungen, 84. Jahrgang 1938, 1. Heft, Januar, S. 25 schreibt Reg. Baurat Hahn über diese Zusammenfassung weiter: „Die Lage der Pegel- und Grundwassermeßstellen wird in einer mehrfarbigen Uebersichtskarte, die im Maßstab 1:1 500 000 das Gewässernetz im ganzen Reich umfaßt, zur Darstellung kommen.“

„Mit Schaffung dieser gewässerkundlichen Reichsstatistik und der vorher herausgegebenen Pegelvorschrift, die das gesamte Wasserstandsbeobachtungswesen im Deutschen Reich einheitlich regelt, hat die reichsdeutsche Gewässerkunde zugleich die auf ihrem Gebiet zu leistenden Vorarbeiten für die kommende Reichsreform zum Abschluß gebracht.“

Die zeichnerische Darstellung der Fehlerellipse.

Von Vermessungsrat Gelbke in Luckau N.-L.

Die in der alten Fassung der Nr. 67 der Ergänzungsbestimmungen I. Teil vom 1. 6. 1931 zu den Anweisungen VIII, IX und X enthaltene Vorschrift, daß die Fehlerellipse im trig. Netzriß darzustellen sei, ist in der neuen Fassung vom 18. 9. 1936 zwar nicht mehr enthalten. Trotzdem wird man in den Fällen, wo auch heute noch die Elemente der mittleren Fehlerellipse berechnet werden müssen, die Ellipse im trig. Netzriß darstellen. Diese Darstellung ist für die Provinz Brandenburg und die Grenzmark P.-W. bereits angeordnet. Es erscheint daher angebracht, die einfachsten Konstruktionsmethoden für den Zeichner gebrauchsfertig zusammenzufassen, wobei die mathematischen Grundlagen nur stichwortartig angegeben werden sollen.

Nachdem die Elemente A , B und Θ der mittleren Fehlerellipse mit Hilfe der Eggertschen Tafel ermittelt worden sind, läßt sich das Achsenkreuz im Netzriß darstellen. Punktweise kann man jetzt die Ellipse am einfachsten unter Verwendung des Grundgedankens des Ellipsenzirkels konstruieren: Am Rande eines Papierstreifens werden die Punkte a und b im Abstand A (große Halbachse) und der Punkt c derart markiert, daß die Strecke $b c = B$ (kleine Halbachse) ist (Fig. 1). Legt man jetzt den Papierstreifen so an das im Netzriß dargestellte Achsenkreuz, daß Punkt a an einem beliebigen Punkte der kleinen Achse, Punkt c an einem Punkt der großen Achse liegt, so ist bei b ein Punkt der Ellipse, der auf dem Netzriß einstweilen in Blei zu bezeichnen ist. Durch Verschieben des Papierstreifens unter Wahrung der für die Punkte a und c vorgeschriebenen Bedingung lassen sich binnen kurzer Zeit beliebig viele

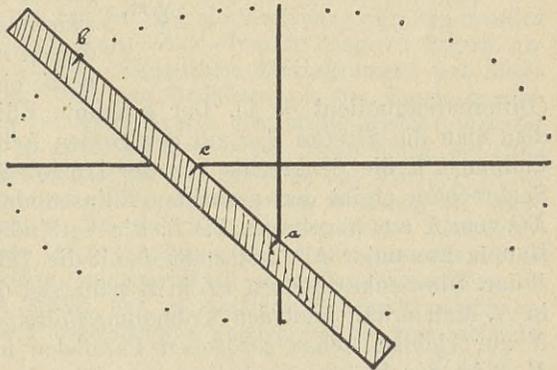


Fig. 1.

Punkte der Ellipse konstruieren, ohne daß es neben dem Achsenkreuz noch einer weiteren Hilfskonstruktion auf dem Netzriß bedarf. Gerade hierin liegt der Vorteil des genannten Verfahrens gegenüber dem bekannteren Verfahren der punktweisen affinen Uebertragung von dem ein- und dem umbeschriebenen Kreise. Auf Grund der aufgetragenen Punkte wird jetzt die Ellipse mit der Zeichenfeder oder mit Kurvenlineal und Ziehfeder in Tusche ausgezogen.

Zur stückweisen Zeichnung der Ellipse mit Hilfe des Zirkels liefert die Krümmungskreistheorie folgende einfache Konstruktion (siehe Fig. 2): Man bestimmt den Schnitt H der durch die Scheitel S_1 und S_2 gezogenen Achsenparallelen und fällt von H das Lot auf die Verbindungslinie der Scheitel S_1 und S_2 . Die Schnittpunkte dieses Lotes mit den Ellipsenachsen bzw. deren

Mitteilungen der Geschäftsstelle.

Bereinsnachrichten.

Gaugruppe Westfalen. Am 20. März fand in Dortmund eine Tagung der Gaugruppe Westfalen statt. Neben zahlreichen Berufskameraden auch aus den Reihen der mittleren Beamten und Vermessungstechniker konnte der Vorsitzende Stadtlandmesser **Bohle** = Münster Vertreter des NSBDL, des Amtes für Beamte wie auch besonders den Gauamtsleiter des Gaues Westfalen-Süd begrüßen. Die Tagung stand vorwiegend im Zeichen einer fachlichen Unterrichtung und Weiterbildung. Als erster Redner wußte Regierungsrat **Dr. Siewke** vom Reichskriegsministerium, unterstützt durch große Erfahrungen in der Praxis, die Anwesenden in längeren Darlegungen über „Die militärische Bedeutung der Karte in Bearbeitung und Vervielfältigung“ zu fesseln. Redner betonte eingangs, daß die Karte heute eine Waffe gleichberechtigt neben den andern Waffen sei. Seine Anforderungen: Sicherung der Karte durch ein einwandfreies Festpunktnetz, Schutz vor Veralken, einheitliche Kartensprache und gute Ausstattung der Wehrmacht mit den verschiedensten Kartenarten, geben uns Vermessungskundigen gleichzeitig Richtlinien für unsere nunmehr gemeinsame Arbeit zwischen Vermessungswesen und Kartographie. — Redner nahm eingehend zu den vorherrschenden technischen Verfahren des Plandrucks Stellung, zum Schluß seiner mit ungeheiltem Beifall aufgenommenen Ausführungen richtete er einen dringenden Appell an alle Berufskameraden des Vermessungswesens zu restloser und freudiger Mitarbeit am Aufbau des bedeutungsvollen deutschen Karten- und Planwerkes. — Vermessungsdirektor **Röhrbach** überbrachte die Grüße des Oberbürgermeisters der Stadt Dortmund mit dem Wunsche, daß die nächste Reichstagung in Dortmund stattfinden möge. In seinem Bericht gab der Vorsitzende Einblick in die Arbeit der einzelnen Bezirksgruppen und Aufschluß über die Ziele und Stellung des DVW. im NS-Bund Deutscher Technik. — Nach einer Pause, — die der Besichtigung der von der Fa. Zeiß zur Verfügung gestellten neuesten Instrumente diente — sprach **Dr.-Ing. Schneider** = Jena in längeren äußerst anregenden Ausführungen über das Thema: „Neuzeitliche Meßinstrumente und Meßmethoden“. Redner konnte dabei an Hand von Beispielen aus der Praxis herausstellen, daß die deutschen Firmen in den letzten Jahren nicht müßig gewesen, vielmehr bei allen Arten von Instrumenten, sei es für die Gebiete der Schachtlotung, der Luftbildmessung, des Präzisionsnivelements oder der Triangulation und Polygonisierung wesentliche Neuerungen und Fortschritte zu verzeichnen haben, was auch die starke Nachfrage von Instrumenten sowohl im In- und Auslande beweise. — Nach herzlichen Dankesworten an die Redner schloß der Tagungsleiter mit einem Appell an alle Anwesenden zum organisatorischen Zusammenschluß aller Berufskameraden im NSBDL. durch Mitgliedschaft im DVW. und zu freudigem Arbeitsbekenntnis am Vermessungswerke die anregende und wohlgelungene Tagung, der ein kameradschaftliches Zusammensein folgte.

Bohle.

Gaugruppe Bayern, Bezirk Franken. Frühjahrstagung des Bezirksverbandes Franken (Gau Bayern) in der Stadt der Reichsparteitage Nürnberg am 19. 6. 38 im Saale des Künstlerhauses. Beginn 11.10 Uhr. Vortrag des Pg. Verm. Direktor **Haas** von Bamberg über: „Staubereinigung und Autobahnen“, mit Lichtbildern. — Nachmittags Rundfahrt zur Besichtigung des Reichsparteitaggeländes und kameradschaftliches Treffen mit Familiengehörigen.

Rosler.

Personalnachrichten.

Preußen. Landeskulturverwaltung. In den Ruhestand versetzt: Reg. = u. Verm. Rat **Kilian**, Magdeburg, die Verm. Räte **Schwalbe**, Frankfurt/D., **Plätke**, Perleberg, Reg. Edm. **Schernikau**, Münster, 1. 4. 38, die Verm. Insp. **Korring**, Koblenz, 1. 1. 38, **Böckling**, Koblenz, **Voigt**, Arthur, Erfurt, 1. 4. 38, **Pascher**, Koblenz, 1. 5. 38. — Versetzt: Die Verm. Räte **Wasselt** v. Landsberg n. Verden, **Flegel** v. Göttingen n. Magdeburg, **Soßt** v. Hildburghausen n. Magdeburg, **Reichenbach** v. Stettin n. Stralsund, 1. 4. 38, **Speitel** v. Demmin n. Greifswald, 1. 5. 38, die Reg. Edm. **Mankel** v. Verden n. Göttingen, **Ruehling** v. Wesermünde n. Hannover, **Schmidt**, Paul v. Elbing n. Stettin, 1. 4. 38, die Verm. Assess. **Fliek** v. Hannover n. Göttingen, **Morisse** v. Hannover n. Osnabrück, **Rohgans** v. Hannover

n. Meppen, Schollmeyer v. Breslau n. Oepeln, Voigt v. Göttingen n. Hannover, 1. 4. 38, Strohsand v. Dortmund n. Minden, 1. 5. 38, die Verm.Insp. Weber v. Flensburg n. Saarbrücken, 1. 3. 38, Hillen v. Verden n. Göttingen, Hohberger v. Wefermünde n. Hannover, Liedke v. Stralsund n. Stettin, Verm.Obersekr. Bode v. Meppen n. Göttingen, die Verm.Prakt. Fogger v. Liegnitz n. Breslau, Rowalewski v. Bernkastel n. Prüm, Reig v. Elbing n. Trier, Wasmuth v. Oepeln n. Stralsund, Wiemann v. Erfurt n. Greifswald, Splett v. Elbing n. Stettin, die Verm.Super. Kiediger v. Schweidnitz n. Gleiwitz, 1. 4. 38, Knieper v. Münster n. Minden, 1. 5. 38, Luce v. Bielefeld n. Münster, 1. 7. 38. — **Versetzt in d. Thür.** **Landesdienst:** Verm.Kat Balzer, Magdeburg, die Reg.Ldm. Kiehne, Mühlefeld, Wenl, Eisenach, Seifert u. Sonnenburg, Erfurt, die Verm.Assess. Schmock, Schneider, Spiegel, Bokerodt, Eisenach, Böhler, Hahn, Hortmann, Hildburghausen, Däsch, Erfurt, die Verm.Insp. Alexander, Seybert, Magdeburg, Fricke, Müller, Schöneberg, Twele, Eisenach, Amarell, Eckardt, Linsel, Seyferth, Hildburghausen, Dietrich, Haese, Hebel, Herzog, Sandmann, Schönemann, Erfurt, Fischer, Torgau, die Verm.Obersekr. Salveter, Demmin, Biermann, Riebe, Thomas, Hildburghausen, Daßler, Kürschner, Schmidt, Wurche, Erfurt, die Verm.Prakt. Gebauer, Hasselbach, Eisenach, die Verm.Super. Hoffmann, Armann, Magdeburg, Göze, Moldenhauer, Waldmann, Eisenach, Hennlein, Lechner, Hildburghausen, Bergt, Kannacher, Erfurt. — **Beurlaubt in d. Thür. Landesdienst:** die Verm.Räte Bleis, Eisenach, Liederswald, Leffler, Mezgeroth, Peter, Hildburghausen, Heeger u. Wroblewski gleichzeitig an d. Kult.Amt Rudolstadt versetzt, Koppe, Plettner u. Schön gleichzeitig an d. Kult.Amt Gera versetzt, die Reg.Ldm. Runze, Eisenach, Steffen u. Zimmermann, Hildburghausen, Nierle, Erfurt gleichzeitig versetzt an d. Kult.Amt Gera, Dr. Scheller, Erfurt gleichzeitig versetzt an d. Kult.Amt Rudolstadt, Verm.Assess. Ufer, Eisenach, die Verm.Insp. Bürmann u. Leifer, Eisenach, Fischer, Hillig, Katsch, Streit u. Verm.Prakt. Markowsky, Hildburghausen. — **Ernannt:** Verm.Kat Flegel z. Reg.Verm.Kat in Magdeburg, die Reg.Ldm. Braun, Oskar, Trier, Verbe, Münster, Mauth, Soest, Schmiela, Wehlar, Sonnenburg, Erfurt z. Verm.-Räten, 1. 4. 38. — **In den Staatsdienst übernommen:** Als Verm.Super. d. Zivilanw. Beckert, Lumburg, Burghardt, Hanau, Kleberg, Erfurt, Schütke, Münster, Schöneberg, Eisenach, Seelisch, Merseburg, Soemer, Olpe. — **Beurlaubt:** Verm.Kat Bretschneider, Stralsund z. Landgesellschaft Eigene Scholle, Frank-Bayern. — **In den Ruhestand versetzt:** Verm.Dienst: Planinspekt. Herold, Mess.amt Bamberg. — **Ernannt:** Landesverm.Amt: Verm.Assessor Dr.-Ing. Kneißl unter Beruf. in d. Beamtenverhältn. z. Reg.Verm.Kat. — **Verm.Dienst:** Reg.Verm.-Kat 1. Kl. Frank, Mess.amt Aschaffenburg z. „Mess.amtsdir.“ u. auf d. Vorstandsstelle d. Mess.amts Annweiler berufen, Verm.Assessor Keim unter Beruf. in d. Beamtenverhältn. z. Reg.Verm.Kat. — **Flurber.Dienst:** Reg.Baurat Diewald, Flurber.Amt München z. Reg.Baurat 1. Kl., 1. 5. 38. — **Versetzt:** Verm.Dienst: Reg.Baurat 1. Kl. mit Titel u. Rang e. Reg.Oberbaurats Karch, Flurber.Amt Würzburg a. d. Flurber.Amt München, 1. 6. 38, die Reg.Verm.Räte 1. Kl. Schopp, Zweigst. München d. Oberfin.Präf. München an d. Zweigst. Augsburg d. Oberfin.Präf. München, Mittel, Zweigst. Augsburg d. Oberfin.Präf. München a. d. Mess.Amt Augsburg, 1. 5. 38.

Inhalt:

Wissenschaftliche Mitteilungen: Transformation der Gauß-Krügerschen Koordinaten von einem Streifen zu dem benachbarten, von Hirvonen. — Berechnung der Länge und der Richtungswinkel einer geodätischen Strecke aus den Koordinaten der Endpunkte für eine beliebige Fläche und ein beliebiges isothermes Koordinatensystem, von Hristow. — Trigonometrisches Netz mit Bussolennmessung und Genauigkeit der Stockbusssole, von Löbel. — Die Bedeutung von Pegeln und Pegelbeobachtungen und die Pegelvorschrift vom 14. 9. 1935, von Gronwald. — Die zeichnerische Darstellung der Fehlerellipse, von Gelbke. — **Prüfungsnachrichten.** — **Mitteilungen der Geschäftsstelle.**