

ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN

herausgegeben vom

Deutschen Verein für Vermessungswesen (D.V.W.) E.V.
Schriftleiter: Professor Dr. Dr.-Ing. E. h. O. Eggert, Berlin-Dahlem,
Ehrenbergstraße 21

Heft 14.
1938 15. Juli Band LXVII

Der Abdruck von Original-Artikeln ohne vorher eingeholte Erlaubnis der Schriftleitung ist untersagt

Ueber Messungen zur Feststellung der Schwingungseigenschaften des Olympia-Glockenturmes auf dem Reichssportfelde in Berlin.

Von Prof. Dr. E. Brennecke und Dipl.-Ing. W. Wandelt.

I.

Kurz vor Beginn der Olympiade 1936 wurde dem Institut für Vermessungskunde der Technischen Hochschule Berlin die Aufgabe gestellt, in besonderer Weise bei der Feststellung der Schwingungseigenschaften des Glockenturmes auf dem Reichssportfelde in Berlin mitzuwirken. Die Lage des Glockenturmes in der Gestaltung des Reichssportfeldes mit seiner Umgebung ist ersichtlich in dem Bericht über „Vermessungsarbeiten für den Bau des Reichssportfeldes“ von Stadtvermessungsrat Teschner Berlin-Charlottenburg (Nr. 27 der Allg.Verm.Nachr. vom 21. Sept. 1936. S. 473 ff), dem gute, großmaßstäbige Pläne beigegeben sind, und in dem bereits auf diese Schwingungsmessungen hingewiesen ist. Die für das Verständnis der baulich-konstruktiven Einrichtungen des Glockenturmes erforderliche Anschaulichkeit geht aus der Luftperspektive des Reichssportfeldes, Abb. 1 und einer von Westen genommenen Erdaufnahme des Glockenturmes, Abb. 2, hervor.

Wer beim Verweilen auf dem Reichssportfelde nach den architektonischen Grundlagen — im besonderen des Maifeldes — fragt, wird sie darin finden, daß die durch die Tribünenbauten geschaffene Lebendigkeit der horizontalen Linienführung noch in hervorragend künstlerischer Weise durch die Unterbrechung betont wird, die diese am Ostrande durch vier rechteckige, schlanke Türme (Friesen-, Sachsen-, Franken- und Schwabenturm) und an der Westseite durch den Olympia-Glockenturm erleidet¹⁾. Die Schlankheit aber, die auch dem 76 m hohen Olympia-Turme — mit 5×10 (m) Querschnittrechteck —, der im Glockenstuhle die 12 Tonnen schwere Glocke trägt, eigen ist, gab zu einer vorsorglichen eingehenden Untersuchung in schwingungs-

¹⁾ Zur Entstehung und Gesamtanlage: Werner March, Bauwerk Reichssportfeld-Aufnahmen Charlotte Rohrbach, Berlin 1936. Deutscher Kunstverlag, 44 S. 17 Abb. 71 Bilder. Preis 6,75 RM.



Abb. 1.

Das Reichssportfeld in Berlin.

Der Schauplatz der XI. Olympiade vom 1.—16. August 1936.

1. Reichssport-Führung; 2. Reichsakademie für Leibesübungen; 3. Ost-Tor; 4. Olympia-Stadion;
5. Schwimmstadion; 6. Dietrich-Eckart-Freilicht-Bühne; 7. Olympia-Glockenturm; 8. West-Tor;
9. Süd-Tor; 10. Deutschlandhalle; 11. Avusbahn; 12. Funkturm.

Nach einer Zeichnung von Professor D i e m e r. Verlag: H. Andres, Berlin W. 15.

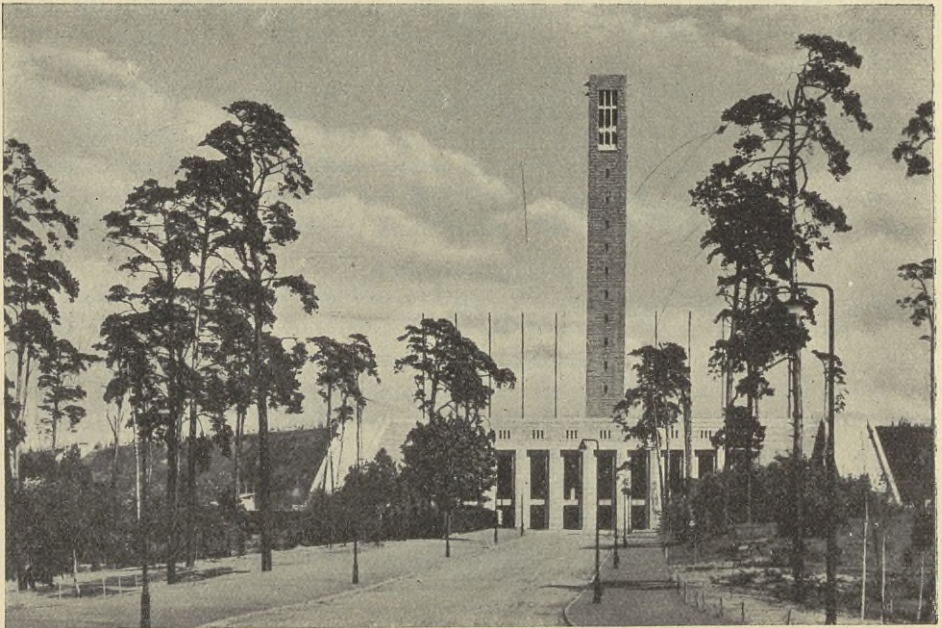


Abb. 2.

technischer Hinsicht Veranlassung. Als Stahlskelettbau, der mit Rüdersdorfer Werkkalkstein verkleidet ist, ragt der Olympia-Turm mitten aus dem, in 44 Stufen ansteigenden Tribünenwall empor, enthält in zahlreichen Geschossen die Beobachtungsräume für die Festleitung, für die Rundfunk- und Filmreportage, für die Polizei und den Sanitätsdienst und für die Fliegerbeobachtung. Treppenaufgang und Fahrstuhl führen bis zur Glockenstube empor, von welcher aus die abschließende Aussichtsplattform zu erreichen ist. Als Fundament, in dem der Fuß des Turmes im Erdboden verankert ist, dient eine Betonplatte von 2 m Dicke und einer Bodenfläche von etwa 13×15 (m).

In der Sorge, daß die Stahlkonstruktion, die trotz der eingebauten Massivdecken in seitlicher Richtung nicht genügende Starrheit besitzt, Resonanz des Turmes mit schwingender Glocke hervorrufen könnte, hatte sich die bauausführende Firma Hein, Lehmann und Co. in Berlin-Tempelhof bereits im Jahre 1935 an den beratenden und Prüf-Ingenieur für Statik Dr. Ing. Dr. techn. E. Rausch, a. o. Professor an der Technischen Hochschule Berlin, gewandt, um ausreichende Sicherungen gegen zu starke Beanspruchungen des Turmes durch die schwingende Glocke zu erreichen. Da wegen der kurzen Bauausführungszeit keine grundlegende Änderung der damals bereits vorliegenden Turmkonstruktion mehr in Frage kommen konnte, so ergab sich auf Grund der statischen und dynamischen Berechnungen von Prof. Rausch die Notwendigkeit, den unteren im Tribünenwall steckenden Teil des Turmes möglichst weitgehend zu versteifen und ferner die Zweckmäßigkeit, die Werksteinverkleidung so zu befestigen, daß durch Schwingungen des Turmes infolge Wind oder Glocke keinerlei Risse sich ausbilden können.

Nach Fertigstellung des Bauwerks sollte die Sicherheit gegen die Schwingungsbeanspruchungen entsprechend den angesetzten Berechnungen geprüft und festgestellt werden, ob die von der läutenden Glocke ausgehenden Kräfte gering genug sind, oder ob es erforderlich wird, diese durch entsprechende Änderung der Aufhängung bzw. des Lätewerks noch weitergehend zu vermindern.

Die ausgeführten Berechnungen waren zweimal unter verschiedenen bautechnischen Voraussetzungen angesetzt, nämlich

- 1.) daß das Stahlfachwerk allein schwingungstechnisch wirkt und dabei die Werksteinverkleidung nur als angehängtes Gewicht zu betrachten ist, dann
- 2.) unter der Annahme, daß Stahlfachwerk und Verkleidung zusammen als schwingungstechnische Einheit wirken.

Zu gewinnen waren Eigenschwingungszahlen und lineare Ausschläge des Turmes; diese wurden aus technischen Gründen für eine Stelle ermittelt, die einige Meter unter dem Fußboden der Glockenstube und etwa 44 m über dem Tribünenwall lag.

Für die Ermittlung der Größe dieses Ausschlages ist zu beachten, daß die Voraussetzung einer absolut festen Einspannung des unteren Turmteiles im Tribünenwall nicht voll zutreffend ist, sondern daß vielmehr mit einem elastischen Nachgeben dieses Teiles sowie auch der Gründung zu rechnen ist,

und daß daher bei den nachfolgenden Rechnungs- und Messungsergebnissen diese unvermeidliche Unsicherheit berücksichtigt werden muß. Unter diesen Voraussetzungen ergab sich als Eigenschwingungszahl n des Turmes bei der Annahme 1.) $n = 36$ je Minute, bei der Annahme 2.) $n = 105$ je Minute. Als Ausschläge erhielt man an der bezeichneten Stelle bei einer Schwingungszahl der 12 Tonnen schweren Glocke von etwa 16 je Minute bei der Annahme 1.) den Betrag von 1,2 mm, bei der Annahme 2.) den Betrag von 0,1 mm.

Um aber noch eine weitere Bestätigung über die Größe der Widerstandskräfte des Turmes gegen Schwingungsbeanspruchungen zu erhalten, sollte er durch eine waagrecht in Fensterkreuzhöhe wirkende Kraft von 5 Tonnen erregt und beobachtet werden. Die Berechnungen lieferten für diesen Fall ziemlich dieselben Eigenschwingungszahlen wie oben; die Ausschläge mußten jetzt unter der Annahme zu 1.) den Betrag von 2,6 mm und zu 2.) den Betrag von 0,3 mm betragen. Aufgabe der feinmeßtechnischen Untersuchungen war es nun noch im besonderen festzustellen, welche von den beiden bautechnischen Annahmen am meisten der Wirklichkeit nahe kam.

Räumliche Schwingungsvorgänge lassen sich wegen der steten Veränderlichkeit in Vollständigkeit nur erfassen, wenn eine fortlaufende Registrierung nach den 3 Richtungen des Raumes vorgenommen wird. Vom Institut für Schwingungsforschung der Technischen Hochschule Berlin stellte Professor Dr. W. Hort einen Drei-Komponenten Askania-Erschütterungsmesser zur Verfügung, mit dem auf der Aussichtsplattform unter seiner Leitung die schwingungstechnischen Messungen durchgeführt werden sollten.

Alle Erschütterungsmesser werden nun als entsprechend gedämpfte Pendel konstruiert, deren träge Masse in loser Verbindung — durch Federkoppelung — auf der Unterlage steht. Bei langsamen Schwingungen besteht aber wegen möglicher Mitführung der trägen Masse keine Sicherheit vollständiger Ergebnisse. Daher sollten Beobachtungen vom Boden aus, die durch das Institut für Vermessungskunde auszuführen waren, die Aufzeichnungen des Erschütterungsmessers möglichst weitgehend kontrollieren.

Um die Realität der Ausschlaggrößen von 1 bis 2 mm sicherzustellen, muß die Genauigkeit der Beobachtungen Bruchteile von Millimetern betragen. Für die Anlage der geodätischen Messungen waren daher richtunggebend die Fragen:

1. Wie weit entfernt muß das Zielinstrument vom Fuße des Olympiaturmes aufgestellt werden, damit es bei den Bewegungen des Turmes in völliger Ruhe bleibt?

2. Welche Instrumente des Instituts für Vermessungskunde sind zu benutzen?

3. Welche besonderen Messungsmethoden müssen angewandt werden, um die geforderte Genauigkeit sicherzustellen?

4. Genügt die Beobachtung von einer Stelle oder muß von mehreren Plätzen aus gemessen werden?

Zu 1. Die örtliche, besonders auf die bautechnische Anlage Rücksicht nehmende Erkundung ergab, daß ein horizontaler Abstand von etwa 70 m

genügen würde, um den ruhigen Stand des Instruments während der Beobachtung zu gewährleisten. Damit wurde die Entfernung einer am etwa 70 m hohen Fensterkreuz anzubringenden Beobachtungsmarke des Turmes ungefähr $70\sqrt{2} \approx 100$ m groß.

Zu 2. Um nicht von vornherein mit übertriebenen Anforderungen rechnen zu müssen, wurde im Einvernehmen mit Prof. Rausch die anzustrebende Genauigkeit für die Feststellung der Schwingungsbewegungen des oberen Turmteiles auf 0,2 bis 0,3 mm festgelegt. 0,25 mm rufen auf 100 m einen Winkelausschlag von $0''{,}5$ hervor. Für langsame in gleicher Richtung stattfindende Bewegungen von photometrisch einwandfreien Zielobjekten hätte sich diese Genauigkeit leicht mit kleinen Zenitteleskopen, die mit einem Okularschraubenmikrometer versehen sind, erreichen lassen. (Siehe Jordan-Eggert, Handbuch der Vermessungskunde III, 7. Aufl. S. 830 ff und Schnauder-Hecker. Bericht über die am photographischen und am visuellen Zenitteleskop erhaltenen Resultate, Geodät. Institut Potsdam 1896, wonach mit einem mittleren Fehler von etwa $\pm 0''{,}2$ — Größenordnung — zu rechnen gewesen wäre.) Abgesehen aber von dem erheblichen Umstand, der mit dem Transport und der Aufstellung dieser schweren Instrumente verbunden gewesen wäre, mußte es durchaus zweifelhaft bleiben, ob man die hin- und hergehenden ungleichmäßigen Schwingungsbewegungen hätte genügend sicher erfassen können, wobei besonders zu beachten bleibt, daß zu genau gleichen Zeitpunkten das Zielobjekt und der augenblickliche Stand der Mikrometerablesung zu erfassen war.

Zu 3. Die anzuwendende Messungsmethode mußte vielmehr so ausgestaltet werden, daß mit einem Blick sogleich die Stellung des Fadenkreuzes zum Zielobjekt und der Wert des momentanen Ausschlages festgestellt werden konnte. An der Grenze der Beobachtungsgenauigkeit muß der Beobachtungsvorgang als ein einheitlicher Prozeß angesehen werden, der sich wohl in Zielbeschaffenheit, Eigenschaften des Instrumentes, des Beobachterauges und des Zwischenmediums gliedern, aber nicht bis zur völligen gegenseitigen Unabhängigkeit der einzelnen Teile zerschneiden läßt.

Der Gedanke, etwa nur eine feine Millimeterteilung zu benutzen, mußte von vornherein ausgeschlossen werden, da abgesehen von den Schätzungsungenauigkeiten, die durch die Dicke des Fadenkreuzes und der Teilungsstriche bedingt sind, allein die Dauer des Schätzungsvorganges, durch Auge und Gehirn des Beobachters Unzulässigkeiten hervorrufen würde. Setzt man nach einer Erfahrungsformel die Genauigkeit des Ziels — bei Fäden im Fernrohr — mit etwa $\frac{3''}{\sqrt{v}}$ (wo v die Vergrößerung des Fernrohrs bedeutet)²⁾, so ergibt sich bei etwa 30facher Vergrößerung ein Betrag von rund $0''{,}5$. Damit lag die Möglichkeit vor, die gestellte Aufgabe mit guten Feldmeßtheodoliten zu lösen.

Von den für höchste Zielgenauigkeit entscheidenden Eigenschaften des Auges (Trennungs- und Breitenwahrnehmungs- sowie Zwischenraumvermögen)

²⁾ Näheres siehe A. Noetzli: Genauigkeit des Ziels mit Fernröhren. Dissertation der Technischen Hochschule Zürich 1915. Rascher & Co.

mußte besonders seine feine Empfindlichkeit gegen „Unsymmetrie“ in Anspruch genommen werden, so daß momentane Symmetrielagen des senkrechten Fadens im Fadenkreuz gegen das Zielobjekt mit möglicher Genauigkeit festzustellen waren. Sorgte man dafür, daß der Senkrechtfaden auf dem

Zielobjekt etwa durch entsprechend dicke Parallelstrichpaare, die in senkrechter Richtung gegeneinander stufenweise um je einen Millimeter versetzt waren, je nach den Ausschlägen entsprechend eingefast wurde (siehe Abb. 3), dann konnten wohl die ganzen Millimeterabstände genau erfaßt werden, wenn die zwischen Faden und Strichen bleibenden hellen Streifen in günstiger Breite gewählt waren, aber Zwischenschätzungen von $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{4}$ mm würden höchst unsicher geworden sein. Um vor allem auch die durch den Eckenreichtum des Objektbildes gegebene Unruhe für das Auge zu mindern und mögliche Symmetrie zu schaffen, wurde die in Abb. 4 dargestellte Anordnung der am Fensterkreuz der Glockenstube anzubringenden Zieltafeln gewählt. Bei Annahme einer Fadenkreuzdicke von $\frac{1}{100}$ mm und einer Brennweite von etwa 20 cm wurde unter Benutzung der Knotenpunkteigenschaften des Fernrohrs durch eine Überschlagsrechnung und einige Versuche der Durchmesser der Kreise zu 25 mm und ihr geringster Abstand zu 5 mm gewählt. Es wurde also das Transversalprinzip in Stufenform angewandt. Die genaue — momentan erfaßte — Lage des Fadens als beinahe gemeinsamer Tangente zwischen je zwei horizontal neben einander liegenden Kreisen ließ sich durch die ruhige Wirkung des Zielbildes auf Grund dieser Anordnung gut erfassen.

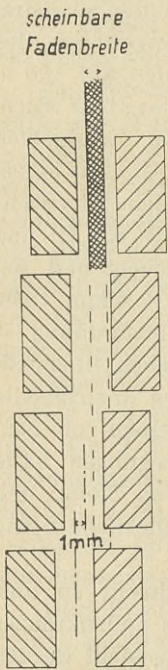


Abb. 3.

Damit aber bei der Beobachtung die Aufmerksamkeit in keiner Weise durch „Erfassenmüssen“ irgend einer Zahl beeinträchtigt werden konnte, wurden die Kreispaare — mehr als 10 an der Zahl — entsprechend den 5 Olympifarben blau, gelb, schwarz, grün, rot angelegt. Die Fünffzahl dieser Farben gab einen guten Anschluß an das Dezimalsystem. Dem Protokollführer, dessen Feldbuch mit entsprechend farbigen Streifen angelegt war, brauchte nur z. B. zugerufen zu werden „rot oben oder rot unten usw.“, so daß er nur so sicher und schnell als möglich Notizen machen konnte.

Für den Erfolg der Messungen war es von ausschlaggebender Wichtigkeit, die Zielskala genau lotrecht am Turm anzubringen, damit die Ergebnisse auch genau die waagerechten Schwingungsausschläge darstellten. Es wurden deshalb am oberen und unteren Ende der Skala Zwischenraummarken angebracht — siehe Abb. 4 —, die mit Hilfe eines genau horizontalen und justierten Theodoliten in die Lotlinie gebracht wurden. Von dieser Linie aus wurden dann nach beiden Seiten die Ausschläge beobachtet.

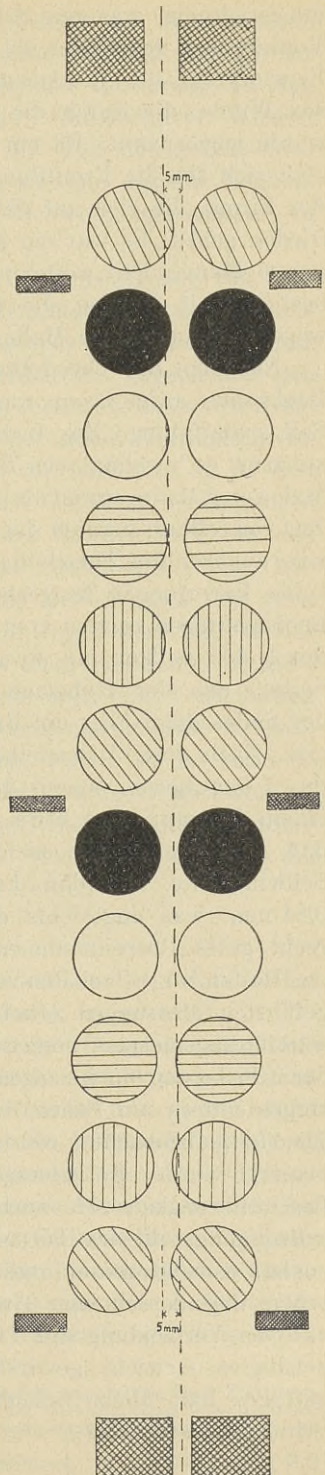
Neben der genauen Erfassung der Schwingungsweiten war Vorsorge getroffen worden, daß auch die Schwingungszeiten mit Hilfe einer Uhr —

wenigstens ungefähr — erfaßt werden konnten. In welcher Weise — bei einer eventuellen Wiederholung der Beobachtungen — auch diese Zeiten genau ermittelt werden könnten, soll im III. Teil des Artikels noch erörtert werden.

Zu 4. Da nach einer Erfahrung, die in Finnland mit einem hohen, als Dreieckspunkt benutzten Fabrikschornstein (Ztschr. f. Verm. 1934 S. 236) gemacht war, die Möglichkeit bestand, daß der Turm quer zur Erregungsrichtung auch erheblich in Bewegung geraten konnte, so mußte also mindestens von 2 Seiten beobachtet werden. Der Sicherheit wegen wurde noch ein dritter Theodolit quer zur Schwingungsrichtung der Glocke aufgestellt. Benutzt wurden in der Schwingungsrichtung der Glocke ein „Zeiß IV“ mit 25facher Vergrößerung senkrecht zur Schwingungsrichtung, auf der Nordseite ein Wildtheodolit mit 30facher Vergrößerung, auf der Südseite ein „Zeiß II“ Theodolit mit 28facher Vergrößerung.

Eingehende Versuche zur Sicherstellung der angesetzten Genauigkeit mit einer besonders konstruierten Apparatur konnten infolge der Kürze der Zeit nicht mehr angestellt werden. Es wurde deshalb eine auf einem länglichen Brett befestigte Zieltafel mit einem Faden veränderlicher Länge von einigen Metern so aufgehängt, daß die Ausschläge der angestoßenen Schwingungsbewegung, die den zu erwartenden Bewegungen am Turm möglichst entsprechen sollten, durch eine unmittelbar darunter befindliche Millimeter-Skala unmittelbar abgelesen und mit den aus der Fernrohrbeobachtung erhaltenen Beiträgen verglichen werden konnten. Infolge dieser primitiven Konstruktionsart und der stets herrschenden Luftbewegung gelangen diese Versuche nicht recht. Immerhin war das Auge des Beobachters an die Erfassung des sich bewegenden, besonderen Zielobjektes gewöhnt worden. Über die rückwärtige Sicherstellung der angesetzten Genauigkeit mit einer besonderen Apparatur wird der zweite Teil der Arbeit noch berichten.

Der Seilzugversuch — am 2. Juli 1936 — war in folgender Weise vorbereitet: in über 100 m Entfernung vom Turm (in der Glocken-Schwin-



Die senkrechte Keilnadel und die Zahlenangaben waren in den Originalen nicht gezeichnet.

gungsrichtung) war eine Seilaufzugswinde neben der Straße aufgestellt (siehe Vordergrund des Bildes II), entsprechend verankert und beschwert. Das am Fensterkreuz der Glockenstube befestigte Drahtseil wurde durch Betätigung der Winde, die durch die Belegschaft der bauausführenden Firma bedient wurde, angespannt. Da ein Spannungsmesser nicht zur Hand war, so mußte man sich für die Ermittlung des Maßes der Spannung mit den Erfahrungen der Firma, die sich auf das Aufziehen schwerer Montagestücke stützten, zufrieden geben. Es war ein Zug von etwa 5 to anzunehmen, wenn die Winde von 6 Mann nicht weiter aufgezo-gen werden konnte. Angesichts dieser Unbestimmtheit wurden die Größen der Schrägkräfte, auch der Einfachheit wegen, als ungefähre Maße der Horizontalzugwirkung angehalten.

Nachdem die Theodolite genau auf die Zielobjekte eingerichtet und die Beobachter aufmerksam waren, wurde die Winde plötzlich gelöst, sodaß das Seil schlaff hing. Zur Sicherstellung dieses Versuches wurde das Drahtseil zunächst je zweimal von 2 Mann und von 4 Mann und dann erst mehrere Male von 6 Mann, soweit als möglich, angespannt und dann gelöst. Aber erst beim Zug von 6 Mann konnten die Ausschläge im Fernrohr der auf der Nord- und Südseite aufgestellten Theodolite beobachtet werden. Quer zur Zugrichtung wurden keine Bewegungen festgestellt. Die auf der Nord- und Südseite gemachten Beobachtungen zeigten vom 5. Versuch ab, daß das Fensterkreuz des Turmes durch den Seilzug um etwa 1,2 mm nach Westen (Richtung des gespannten Seiles) aus der Ruhelage herausgezogen wurde, um beim „Losewerden“ des Seiles dann über die Ruhelage hinaus um etwa 1,8 mm zurückzuschwingen. Nach etwa 5 Pendelbewegungen mit deutlich erkennbaren Ausschlägen um 1 mm herum waren die Bewegungen des „angezupften“ Turmes nach einem Zeitraum von etwa 5 sec. so durch seine innere Reibung gedämpft, daß keinerlei Unruhe mehr im Fernrohr zu beobachten war. Die größte Schwingweite aus den Erschütterungsmessungen ergab den Betrag von 0,84 mm, was angesichts der so verschiedenartigen Messungsmethoden als recht gutes Übereinstimmen bezeichnet werden muß.

Hatten so — bei den Seilzugversuchen — die vom Boden aus durchgeführten Messungen erheblich zur Stützung der Registrierungen des Erschütterungsmessers beigetragen, so war dies bei den Läuteversuchen mit der Glocke nur in geringem Grade möglich. Es konnte hierbei nur ein geringes Zittern am Fadenkreuz der auf der Nord- und Südseite aufgestellten Theodolite beobachtet werden, wogegen beim 3. Theodolit nichts an Unruhe bemerkt wurde. Entnehmen wir noch aus den Registrierungen des Askania-Erschütterungsmessers nach den Auswertungen von Prof. Hort die Eigenschwingungszahl des Turmes zu 1 Hertz, also auf die Minute wie oben bezogen: $n = 60$, dann ergibt sich aus der Tatsache, daß dieser Wert zwischen den berechneten Grenzwerten liegt ($36 < 60 < 105$) die Erkenntnis, daß die Verkleidung des Turmstahlskeletts mit Werkstein nicht nur als angehängtes Gewicht gewirkt hat, vielmehr erheblich zur Versteifung beigetragen hat. Diese Schlußfolgerung wird durch die gemessenen mittleren Schwingungsausschläge von 1 mm die auch zwischen den errechneten liegen ($2,6 > 1 > 0,3$) sehr gesichert.

Nach Auffassung von Prof. Rausch wird jedoch die fortwährende Windbeanspruchung und das Läuten der Glocke diese Steifheit des Turmes voraussichtlich vermindern infolge der zu erwartenden Lockerung an den Verbindungsstellen des Materials. Mit Rücksicht auf eine mögliche Wiederholung der vorliegenden Untersuchungen soll im III. Teil der Arbeit noch auf eine besondere Messungsmethode hingewiesen werden, die die Möglichkeit bieten könnte, auch vom Boden aus die Schwingungselemente zu registrieren.

Zum Abschluß dieses I. Teiles sei aus den Ergebnissen der von Professor Hort durchgeführten und ausgewerteten Messungen mit dem 3-Komponenten-Askania-Erschütterungsmesser noch folgendes mitgeteilt: Wind, stärkerer Sturm und Verkehrserschütterungen werden im allgemeinen den Turm nur in zitternde Bewegungen — einige μ —³⁾ versetzen. Beim Inbetriebsetzen des automatischen Läutewerks entstehen vor allem Vertikalschwingungen der obersten Aussichtsplattform im Betrage von höchstens 12 μ . Erst beim Übergang zum vollen Läutebetrieb bilden sich Ost-West-Schwingungen des Turmes aus, die von den Zentrifugalkräften der Glocke herrühren und niemals mehr als 0,3 mm betragen. Die durch das Läuten der Glocke hervorgerufene allgemeine Beanspruchung des Turmes beträgt aber nur etwa $\frac{1}{10}$ derjenigen durch den Wind verursachten. Auf Grund der Analyse der aufgenommenen Schwingungserscheinungen, die in allen Feinheiten betrachtet keineswegs als einfach zu bezeichnen sind, wurde noch eine Veränderung der Aufhängung des Klöppels in der Glocke vorgenommen, die die Schwingungsverhältnisse noch weitergehend verbessert hat. Damit ist die bautechnische Sicherheit des Olympia-Turmes nach aller Möglichkeit gesteigert worden.

Im II. Teil soll noch über nachträglich angestellte Genauigkeitsuntersuchungen und im III. Teil — wie schon bemerkt — über die Möglichkeit der Schwingungsregistrierung vom Boden aus berichtet werden.

II.

Der große, 1925 verstorbene, Göttinger Mathematiker Felix Klein hat die Geodäsie im Rahmen der angewandten Mathematik so gewertet:

„Die Geodäsie ist im allgemeinen ein glänzendes Beispiel dafür, was man mit der Mathematik in den Anwendungen machen kann und wie man es machen soll. Man bekommt selbstverständlich alles nur approximativ bestimmt, zugleich aber hat man überall da, wo die Untersuchung als zu Ende geführt gilt, das Maß der Annäherung festgestellt.“⁴⁾

In Anerkennung dieser Wertsetzung ist der jüngere Mitarbeiter einer Anregung des älteren gefolgt und hat nachträglich zur Sicherstellung der unter „Zu 2.“ gemachten Genauigkeitsannahmen an einer von ihm angegebenen und in der Mechaniker-Werkstatt des Instituts für Vermessungskunde hergestellten Apparatur die Untersuchungen dieses II. Teiles der Abhandlung durchgeführt.

³⁾ 1 Mikron (Zeichen μ , gesprochen: My) = $\frac{1}{1000}$ mm.

⁴⁾ Felix Klein, Elementarmathematik vom höheren Standpunkte aus. Dritter Band Präzisions- und Approximationsmathematik. S. 171, 16. Band der Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen mit besonderer Berücksichtigung der Anwendungsgebiete. Herausgegeben von R. Courant, Berlin 1928. J. Springer.

Nach den Lehren der „Technischen Schwingungstheorie“ werden sich die Bewegungen des Turmes — als eines eingespannten Stabes mit einem freien Ende — als Schwingungsvorgang auffassen lassen, der sich durch sogenannte harmonische Analyse in Sinuslinien, die nach Größe, Frequenz und Phase von einander abweichen, zerlegen läßt. Da es für die vorliegenden Untersuchungen nur darauf ankommt, die größten Ausschläge mit möglicher Genauigkeit zu erfassen, so wird es ausreichen, nur mit einer Sinusbewegung, der man verschiedene Amplituden und Frequenzen geben kann, zu arbeiten.

Eine harmonische (Sinus) Schwingung kann aufgefaßt werden als Projektion einer gleichförmigen Kreisbewegung auf einen Durchmesser (der in Abb. 5 senkrecht steht). Betrachtet man den Punkt und seine Projektion bei

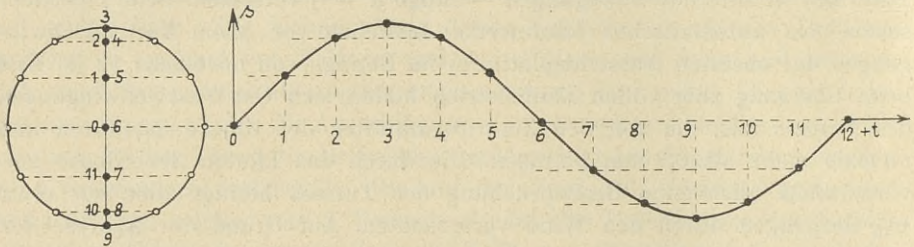


Abb. 5.

$0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ, 360^\circ$ usw., so erhält man ein Zeit (t)-Weg (s) Diagramm in einfachster Weise dadurch, daß man auf die horizontalgelegte Zeit (t) Achse die zu den Winkeln $0^\circ, 30^\circ$; usw. gehörigen Bogenlängen vom Nullpunkt aus aufträgt, in die Weg (s)-Richtung die Längen der zugehörigen Projektion legt und die erhaltenen Punkte im — (t, s) — Koordinatensystem durch eine Kurve (die Sinuslinie) verbindet. Denkt man sich um den gegebenen Kreis, dessen Durchmesser man verändern kann, eine Schnur gelegt, die in der Kreisebene zugleich über eine Rolle mit einem Drehknopf läuft (Abb. 6), so braucht man nur dafür zu sorgen, daß die geometrisch gedachte Projektion des Kreispunktes auf den Durchmesser in mechanisch geschickter Weise ausgeführt wird. Ein Blick auf das photographische Bild des Apparates (Abb. 6), der auf einem Stativ für Beobachtungen im Freien befestigt werden kann, erspart jede Beschreibung weiterer Einzelheiten.

Man erkennt die auf einem Schlitten lotrecht befestigte Zieltafel mit den charakteristischen Kreispaaren. Rechtwinklig zu deren schwingender Bewegung hat sich der Beobachter mit seinem Theodolit mit entsprechender Entfernung der (t) Achse (siehe Abb. 5) aufzustellen. Im Gegensatz zu den gedämpften Schwingungen am Olympia-Turm, wo beim Zugversuch jeder Schwingungsausschlag nur je einmal zur Verfügung stand, kann bei dieser Apparatur die einmal scharf auf $\frac{1}{10}$ mm an einem Nonius eingestellte Schwingweite beliebig oft beobachtet werden. Es handelt sich vor allem darum, das Beobachteraue an das sich mit ungleichmäßiger Geschwindigkeit bewegendes Ziel zunächst zu gewöhnen und dann durch den Bediener der

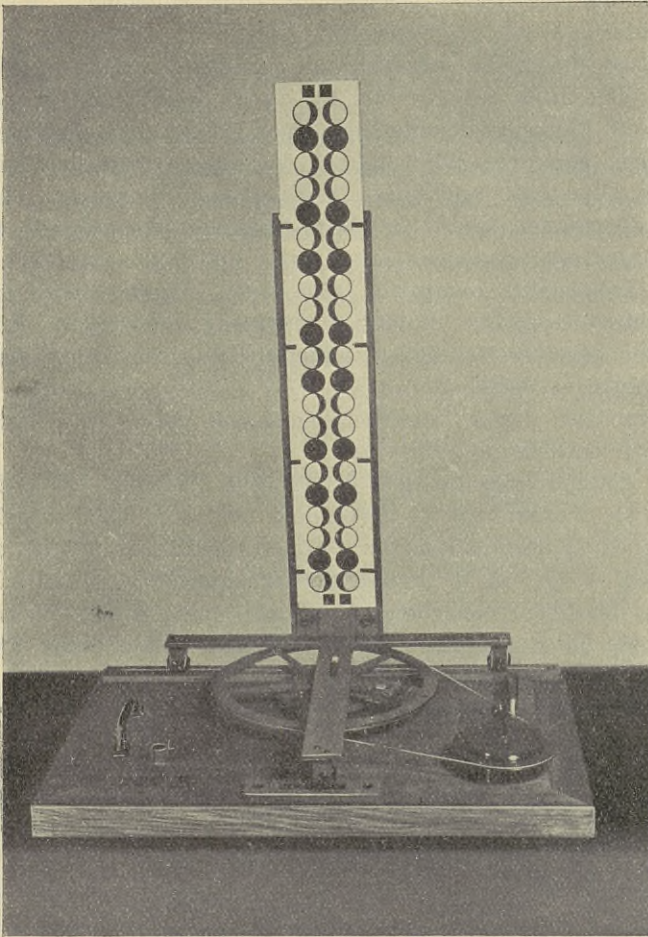


Abb. 6.

Apparatur eine neue — dem Beobachter vorher nicht mitgeteilte Amplitude — einstellen zu lassen, die dieser dann beim ersten Ausschlag sofort genau erfassen muß.

Die Ablesungsunterschiede an den Kreispaaren beim linken und rechten größten Ausschlag ergeben sofort die doppelte Amplitude in Einheiten der Transversalteilung. Nach einer Umrechnung in Millimeter und Halbierung wird als Differenz gegen die am Apparat eingestellte Amplitude der wahre Fehler erhalten. Werden benachbarte Amplituden, die um eine mittlere gruppiert sind, beobachtet, so läßt sich der mittlere Fehler $m = \pm \sqrt{\frac{[\epsilon \epsilon]}{n}}$ hierfür sofort berechnen. Zur Vervollständigung dieses Genauigkeitsurteils ist bei den ausgeführten Beobachtungsreihen noch der Unterschied zwischen dem größten und kleinsten wahren Fehler mit angegeben. Von einem Er-

fassenwollen der Frequenzen — etwa mit einer Stoppuhr — wurde absichtlich verzichtet, da die Umkehrpunkte wegen der verlangsamten Bewegung wohl der Lage aber nicht der Zeit nach genau beobachtet werden können.

Da auf dem Hofe des Instituts für Vermessungskunde, wo der jüngere Bearbeiter die Genauigkeitsuntersuchungen auszuführen begann, keine genügend lange, geeignete Meßbahn zur Verfügung stand und sich bei Benutzung der Olympia-Turnteilung mit Millimeter-Stufen ergab, daß sich auf kürzere Entfernungen nicht die höchstmögliche Genauigkeit herausholen ließ, so wurden weitere Skalen mit 0,5 mm und 0,2 mm Stufenabstand zwischen den Kreispaaren hergestellt. Bei diesen wurden die Kreise von geringerem Durchmesser (je 20 mm) unmittelbar aneinander gezeichnet und mit einander gegenüberstehenden sichelförmigen schwarzen Verstärkungen — siehe Abb. 6 — versehen.

Die Ergebnisse dieser Untersuchungen sind unter Nr. 1 und 2 der folgenden Zusammenstellung aufgeführt.

Da bei diesen Beobachtungen der Einfluß „persönlicher Gleichung“ zu vermuten war, wurden zur Sicherstellung der Genauigkeitsurteile von einzelnen Mitgliedern des Instituts für Vermessungskunde auf dem Meßfelde in Berlin-Dahlem später noch weitere Untersuchungen angestellt. Da für die mittlere und häufiger beobachtete Amplitude stets mehrere Beobachter tätig waren, wurden die Ergebnisse in nachstehender Übersicht nach Entfernungen der Zielskala vom Instrument getrennt angegeben (Nr. 3 bis 6).

Nr. des Beob.	Entf.	Stufen d. Transversalteilung	Mittlere Amplitude	Größter Unterschied	Mittlerer Fehler	Mittl. Fehler, bezogen auf 100 m Entfernung	In Winkelmaß
	m	mm	mm	mm	mm	mm	
1	60	0,2	0,5	0,25	± 0,09	± 0,15	0",3
2	80	0,5	2,5	0,23	± 0,14	± 0,18	0",4
3	60	0,2	1,1	0,40	± 0,25	± 0,42	0",9
4	60	0,5	1,4	0,35	± 0,16	± 0,27	0",6
5	60	0,5	2,5	0,39	± 0,17	± 0,28	0",6
6	100	0,5	2,7	0,31	± 0,18	± 0,18	0",4

Die Beobachtungen Nr. 3 bis 5 konnten nicht unter günstigen Witterungs- und Beleuchtungsverhältnissen vorgenommen werden. Der größere Betrag des mittleren Fehlers im Vergleich zu den übrigen Beobachtungen ist aber nicht zuletzt auch dadurch zu erklären, daß die Beobachter ohne vorherige Einübung an das Instrument traten.

Es muß noch erwähnt werden, daß die unmittelbaren Beobachtungsergebnisse bei dem größeren Teile der Beobachter mit systematischen Fehlern behaftet waren. Sie werden darauf zurückzuführen sein, daß das Bild der Zielskala nur von einer Seite her an dem Vertikalfaden vorbeigleitet und die richtige Erfassung der in Frage kommenden Kreise somit beeinträchtigt wird. Die Größe dieses systematischen Fehlers, der als „persönliche Gleichung“

bei den einzelnen Beobachtern in der Größenordnung von einigen Zehntel-Millimetern (auf 100 m) die Amplituden stets zu klein ergab, muß auf die verzögerte Auffassung der Mittellage des Fadens zwischen den Kreispaaren zurückgeführt werden.

Trotzdem überrascht die Genauigkeit des Messungsverfahrens. Die Ergebnisse zeigen, daß die anfangs aufgestellte Forderung sicher erfüllt werden kann, wenn genügend Vorbereitungszeit und gute Beleuchtungsverhältnisse zur Verfügung stehen. Ob es möglich sein wird, diese erheblichen Genauigkeiten, die abgesehen von der guten Optik hauptsächlich von der hohen Empfindungsfähigkeit des Auges abhängen, auch mit derselben Sicherheit bei der im III. Teil beschriebenen Registriervorrichtung zu erreichen, müßte besonders untersucht werden. Es ergibt sich also, daß die visuellen Methoden dieser oder ähnlicher Art ihren Wert wohl stets behalten werden.

III.

Bei allen Beobachtungen und Messungen von „ausgezeichnetstem Wert“, das sind solche, bei denen absolute Sicherheit eines jeden Einzelalles oder höchst mögliche Genauigkeit erreicht werden muß, geht das Bestreben dahin, „Beobachtungen ohne Beobachter⁵⁾“ zu erhalten, oder anders ausgedrückt: „Rein objektive Beobachtungen, die von subjektiven Momenten so gut wie frei sind“ zu gewinnen.

In der Hauptsache stehen sich zwei Methoden, die „Photographische“ und die „Visuelle“ einander gegenüber. Wenn auch in der Regel — aber doch nicht in jedem Falle — die photographische Beobachtungsmethode, wozu im besonderen auch die lichtelektrische zu zählen ist, sich überlegen zeigt, so ist dies doch nicht stets so, wie die vorliegende Aufgabe klargelegt hat. Läßt sich das Ziel als Einzelercheinung unter symmetrischen Bedingungen und in genügender Ruhe erfassen, dann wird die visuelle Methode besonders wegen ihrer Einfachheit meistens überlegen sein, wie dies im besonderen auch bei den Polhöhenbestimmungen zur Bestimmung der Bewegung der Drehachse im Erdkörper der Fall gewesen ist.

Es könnte sich bei einer Wiederholung der Olympia-Turm-Messungen zur Feststellung von Veränderungen in den Schwingungsverhältnissen des Turmes darum handeln, nicht nur die Hauptschwingung, sondern auch Oberschwingungen nach Größe, Frequenz und Phase festzustellen. Nach den Aufzeichnungen des Askania-Erschütterungsmessers wird nämlich die Hauptschwingung durch die 1. Oberschwingung mit etwa 5facher Frequenz überlagert. Nach den Ausdeutungen von Prof. Hort würde die Grundschiebung des Turmes nur — wie durch Seilzug geschehen — künstlich angestoßen werden können, während die Oberschwingung durch den Wind hervorgerufen würde. Will man also Veränderungen am Turm, die durch den Wind hervorgerufen sind, im besonderen also feststellen, ob eine Lockerung der Werksteinverkleidung an den Verbindungsstellen eingetreten ist, dann muß die 1. Oberschwingung nach ihren Elementen genau bestimmt werden. Dieses Ziel

⁵⁾ Siehe: Elis und Bengt Strömgren: Zweite Sammlung astronomischer Miniaturen, Berlin 1927, J. Springer. 154 S. mit 41 Abb., 2 Stereoskopbildern und 1 Tafel. Preis 5.94 RM.

würde sich vom Boden aus auch nur mit photographischer Registrierung erreichen lassen. Dazu soll nun noch auf einen Durchbiegungs-Apparat von der Firma C. Zeiß, Jena, hingewiesen werden, der in einmaliger Ausführung zur Bestimmung Deformationen und Durchbiegungen von befahrenen Eisenbahnbrücken, von Schiffen beim Stapellauf u. dgl. benutzt wurde. Seiner konstruktiven Grundlage nach verdient er für den vorliegenden Zweck größte Beachtung, wenn er auch noch Verfeinerungen in quantitativer Hinsicht bedürftig ist.

Am einfachsten ist die Idee der Konstruktion mit der Vorstellung einer Lochkamera zu verstehen. In der als Prinzipskizze dienenden Abbildung 7

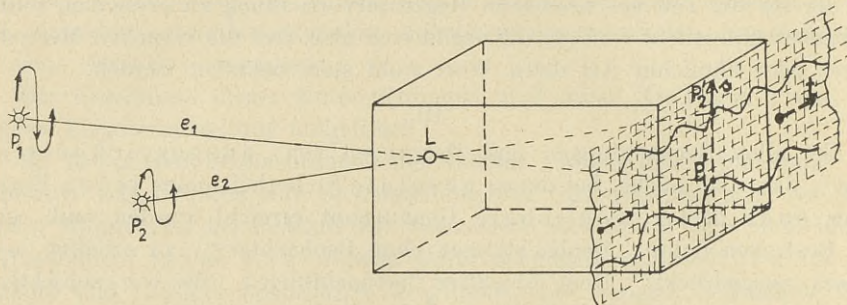


Abb. 7. Prinzipskizze.

mögen vor dem Loch L der Kamera — in den von einander verschiedenen Entfernungen e_1 und e_2 — die leuchtenden Punkte P_1 und P_2 —, die ein Schwingungssystem bilden sollen —, um je eine zugehörige Mittellage auf- und niederschwingen. Denken wir uns an der Innenseite der Rückwand einen mit einem Koordinatennetz versehenen Film mit gleichmäßiger Geschwindigkeit, in der t -Richtung vorbeigezogen, dann werden die Bilder P'_1 und P'_2 zwei Schwingungskurven hinterlassen, denen wir die erforderlichen Bestimmungsstücke — vor allem Schwingweite, Frequenz und Phase — entnehmen können.

Soll aus diesen rein geometrischen Vorstellungen ein technisch brauchbares Meßinstrument entstehen, dann muß vor allen Dingen auf die physikalische Wirklichkeit Bedacht genommen werden, durch die allein eine Realisation möglich ist. Zunächst muß der leuchtende Punkt (im mathematischen Sinne) durch einen leuchtenden Körper mit genügend kleiner Leuchtfläche (etwa Glühbirne mit einer bis auf eine kleine Oeffnung geschwärzten Glashülle) ersetzt werden. Zur Gewinnung scharfer und heller Abbildung muß das Loch der Kammer durch ein genügend großes (Kammer)-Objektiv ersetzt werden. Handelt es sich nicht nur um 2, sondern um n -Punkte $P_1 \dots P_n$, deren zugehörige Entfernungen $e_1 \dots e_n$ sehr stark von einander abweichen, — wie dies bei Aufstellung des Registrierapparates in der Verlängerung einer befahrenen Eisenbahnbrücke, deren schwingende Knotenbleche untersucht werden sollen, der Fall ist — dann würde sich eine Anzahl der an den Blechen zu befestigenden Leuchtpunkte in der Bildebene unscharf abbilden. Durch Verwendung von Tripelspiegeln mit Vorsatzlinsen

wird diese Schwierigkeit und zugleich eine andere, die in der Notwendigkeit der Speisung der Glühbirnen mit elektrischem Strom durch zahlreiche Akkumulatoren oder elektrische Zuleitungen liegt, sinnreich so überwunden, daß nur eine Lichtquelle erforderlich wird. Der Tripelspiegel, Abb. 8, läßt sich am einfachsten als eine von einem Glaswürfel abgeschnittene Ecke erklären, dessen Schnittfläche mit den zur Spiegelung eingerichteten Eckebenen gleiche Winkel bildet. Dieser Tripelspiegel besitzt die bemerkenswerte Eigenschaft, daß jeder durch die Schnittfläche einfallende Lichtstrahl nach Spiegelung an den drei Eckebenen (ABC ; ACD ; ABD) parallel zur Ursprungsrichtung wieder austritt, und daß Drehungen und Schwenkungen keinen Einfluß auf die Austrittsrichtung haben. Wenn man bedenkt, daß parallel durch eine Ebene in einen homogenen Glaskörper eintretende Strahlen nach der Brechung parallel bleiben, dann ergibt sich der Beweis, der dem Leser überlassen bleiben mag, leicht nach den Lehren der darstellenden Geometrie unter Benutzung von Grundriß, Aufriß und Kreuzriß (senkrecht zu beiden).

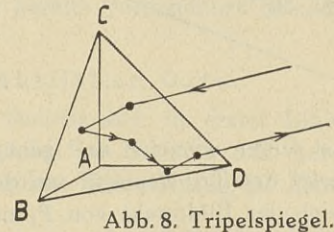


Abb. 8. Tripelspiegel.

Man kann also schon die elektrische Versorgung der Tripelspiegel ersparen, wenn man an den schwingungstechnisch zu untersuchenden Stellen statt der Glühbirnen Tripelspiegel setzt und diese von einer passenden Stelle des Registrierapparates so beleuchtet, daß die zurückgeworfenen Strahlen durch das Kammerobjektiv aufgenommen und auf dem Film in der Bildebene zu einem scharfen Bildpunkt zusammengefaßt werden. Dazu müssen aber noch 2 technische Kunstgriffe beachtet werden, die mit den weiteren Ausführungen an Hand der Abb. 9 zu verfolgen sind. Da die lichtspendende Stelle nach allen Richtungen, in denen Tripelspiegel sich befinden, genügend helle Strahlen aussenden und wieder an sich vorbeilassen muß, so kann sie nicht unmittelbar vor dem Kammerobjektiv aufgestellt werden, sondern muß durch ein kleines Reflexionsprisma ersetzt werden, das von einer seitlich aufgestellten Lichtquelle stark beleuchtet wird. Damit von allen in den verschiedenen Entfernungen befindlichen Tripelspiegeln stets nur Strahlenbündel kommen, die nach dem Durchgang durch das Kammerobjektiv einen scharfen Lichtpunkt auf dem Registrierfilm in der Bildebene geben, müssen diese Bündel je unter sich parallel sein. Dies wird durch Sammellinsen, die — mit Brennweiten in Abstufungen von 5 zu 5 m — bis zu 100 m geliefert werden und durch Bajonettverschluß leicht auf die Fassungen der Tripelspiegel aufgesetzt werden können, erreicht. Wenn nämlich die Brennweite f der aufzusteckenden Sammellinse gleich der doppelten Entfernung E des betreffenden Tripelspiegels von der Kammerlinse gewählt wird, dann ergibt sich unter Anwendung der dioptrischen Hauptformel, daß die von dem Reflexionsprima P ausgehenden Strahlen nach Rückkehr von dem Tripelspiegel parallel auf das Kammerobjektiv treffen und nach dem Durchgang sich in der Brennebene, die die Bildebene

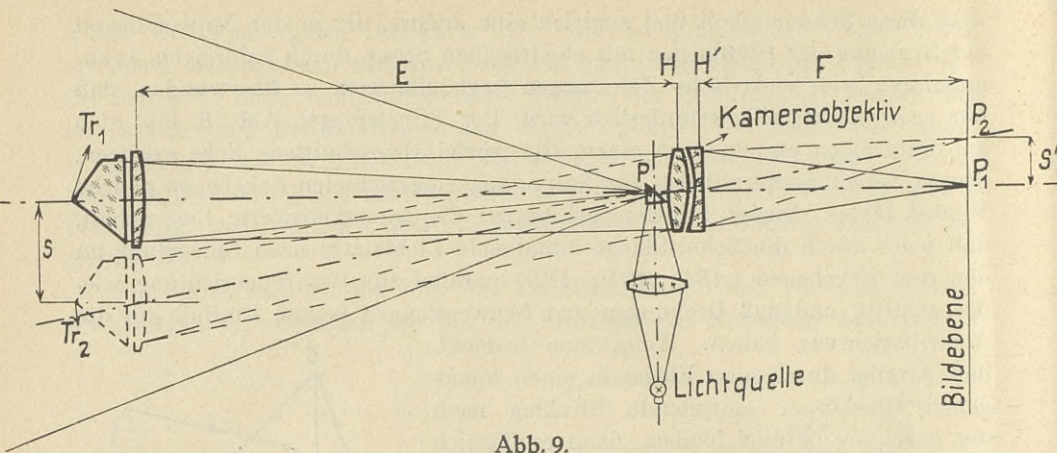


Abb. 9.

ist, einen scharfen und genügenden hellen Lichtpunkt erzeugen. Bewegt sich jetzt der Tripelspiegel um den Betrag S von Tr_1 nach Tr_2 , dann verschiebt sich der Bildpunkt von P_1 nach P_2 um S' . Das Maß S der Bewegung ist in einfachster Weise zu berechnen nach:

$$\text{Bewegung des Tripelspiegels} = \frac{\text{Entfernung} \times \text{Verschiebung auf dem Filmstreifen}}{\text{Objektivbrennweite der Kammer}}$$

Die Registriertrommel für ein Filmformat $12\frac{1}{2}$ (cm) \times 10 (cm) ist in einer Kassette, das ein Bildfenster hat, untergebracht und wird durch ein Federwerk angetrieben. Diese Kassette kann praktisch und sicher an der Bildenebene befestigt werden. Die Lichtquelle wird mit einem Akkumulator durch ein Kabel in Verbindung gebracht, das durch einen Kontaktschluß an einem Chronographen so angeschlossen werden kann, daß bestimmte gewählte Zeitmarkierungen durch momentanes Verlöschen der Lichtquelle in das Registrierbild der Schwingungslinie eingesetzt werden können. Vor Beginn der photographischen Aufnahme müssen natürlich die Bildpunkte richtig orientiert sein, was bei weit auseinanderliegenden Tripelspiegel unter Umständen durch Vorsatzspiegel erreicht werden muß. Hierzu ist eine einzusetzende Mattscheibe der Apparatur beigegeben.

Läßt sich auf dem Registrierfilm eine Genauigkeit der Ablesung von $\frac{1}{100}$ mm durch Betrachten in einem entsprechend vergrößernden Mikroskop, wie angegeben wird, erreichen, dann würde sich bei einer Kammerbrennweite von 2 m ergeben, daß man in der Entfernung von 100 m eine Bewegung des Tripelspiegels von $\frac{100}{2} \cdot 0,01 = 0,5$ (mm) feststellen kann. Da die von der Firma Zeiß ausgeführte Apparatur aber nur eine Brennweite von 1,5 m besitzt, so ist zweifelhaft, ob ihre Verwendung bei der vorliegenden Aufgabe, die auch Oberschwingungen von geringer Schwingwerte erfassen wollte, ohne weiteres zum Erfolg geführt haben würde. Unbedingt notwendig bleibt aber, diese Möglichkeit verfeinerter Registrierung für Aufgaben, die der vorliegenden entsprechen, im Auge zu behalten.

Der gefährliche Zylinder beim Normalfall der räumlichen Doppelpunkteinschaltung.

Von Richard Finsterwalder, Hannover.

Die räumliche Doppelpunkteinschaltung¹⁾ wird bei der Einpassung von Stereoaufnahmen aus der Luft bekanntlich in zwei Abschnitten gelöst: Durch die gegenseitige Orientierung werden die beiden Strahlenbündel der Aufnahmen zum Schnitt gebracht, wodurch man ein Modell des Geländes erhält; der zweite Abschnitt besteht in der absoluten Orientierung; das Gelände-modell wird dabei durch Maßstabsänderung, Drehung und Verschiebung auf gegebene Geländepunkte eingepaßt oder an ein bereits vorhandenes absolut orientiertes Modell angeschlossen.

Allgemeine Definition des gefährlichen Orts.

Der hier zu besprechende gefährliche Ort bezieht sich in erster Linie auf die gegenseitige Orientierung und soll zunächst im Hinblick auf diese untersucht werden, die Auswirkung auf die absolute Orientierung ist dann einfach zu bestimmen.

Die gegenseitige Orientierung erfordert die Bestimmung von 5 Unbekannten, die meist in folgender Weise gewählt werden:

1. Verfahren der unabhängigen Bildpaare: Die beiden Verschwenkungen φ' und φ'' , die beiden Verkantungen \varkappa' und \varkappa'' , sowie die Querneigungsdifferenz ω beider Aufnahmen.
2. Folgebildanschluß: Die gemeinsame Verschwenkung φ' , die Verschwenkungsdifferenz $\varphi'' - \varphi' = \Delta\varphi$, die gemeinsame Verkantung \varkappa' , die Verkantungsdifferenz $\Delta\varkappa = \varkappa'' - \varkappa'$ und wie bei 1. die Querneigungsdifferenz ω beider Aufnahmen.

Ein besonderer Unterschied zwischen den beiden durch die verschiedene Festlegung der Unbekannten gegebenen Methoden besteht wohl bei der praktischen Anwendung, nicht aber für die geometrischen und mathematischen Verhältnisse der gegenseitigen Orientierung. Wir legen hier zunächst die in 1. festgesetzte Wahl der Unbekannten zugrunde und gehen dann zu der in 2. festgesetzten in einfacher Weise über.

Für die Bestimmung der 5 Unbekannten wird allgemein ein Näherungsverfahren benützt, das von vorläufigen Werten der Unbekannten ausgeht und Verbesserungen für diese bestimmt. Hierzu werden die „Höhenparallaxen“ p benützt, die davon herrühren, daß sich die vorläufig orientierten Strahlenbündel noch nicht genau mit entsprechenden Strahlen schneiden. Jeder auf beiden Bildern abgebildete Punkt liefert eine Gleichung für die Bestimmung der Orientierungsverbesserungen, z. B. der Punkt P_1

$$p_1 + \frac{\partial p_1}{\partial \varphi''} \cdot d\varphi'' - \frac{\partial p_1}{\partial \varphi'} \cdot d\varphi' + \frac{\partial p_1}{\partial \varkappa'} \cdot d\varkappa' - \frac{\partial p_1}{\partial \varkappa''} \cdot d\varkappa'' + \frac{\partial p_1}{\partial \omega} \cdot d\omega = v_1. \quad (1)$$

1) S. Finsterwalder. Eine Grundaufgabe der Photogrammetrie und ihre Anwendung auf Ballonaufnahmen. Abh. d. Bayer. Ak. d. Wiss. 1903. Siehe auch Finsterwalder-Festschrift. Verlag Herbert Wichmann, Berlin. 1937.

Es sei noch bemerkt, daß es grundsätzlich noch weitere Verhältnisse zwischen den Faktoren der Unbekannten gibt, die ein Unbestimmtwerden der Lösung des Gleichungssystems (2) zur Folge haben. Allgemein lautet die Bedingung für das Unbestimmtwerden der Lösung, daß die aus den Normalgleichungskoeffizienten der Gleichungen (2) gebildete Determinante gleich Null wird²⁾. Da jedoch praktische Überlegungen ergeben, daß für den Normalfall wohl nur die in (4) und (5) angegebenen Verhältnisse ein Unbestimmtwerden der Lösung verursachen (siehe nächster Abschnitt), werden hier die übrigen Möglichkeiten theoretisch nicht weiter verfolgt.

Ableitung des gefährlichen Zylinders für den Normalfall.

Werden die Differentialquotienten von (1) für den Normalfall gebildet³⁾, so erhält man entsprechend (2) die bekannten Fehlergleichungen für den Normalfall

$$p_1 + \frac{x'_1 \cdot y'_1}{f} \cdot d\varphi' - \frac{x''_1 \cdot y''_1}{f} \cdot d\varphi'' + x'_1 d\kappa' - x''_1 d\kappa'' - f \left(1 + \frac{y''_1{}^2}{f^2}\right) d\omega = v_1 \quad (8)$$

$$p_i + \frac{x'_i \cdot y'_i}{f} \cdot d\varphi' - \frac{x''_i \cdot y''_i}{f} \cdot d\varphi'' + x'_i d\kappa' - x''_i d\kappa'' - f \left(1 + \frac{y''_i{}^2}{f^2}\right) d\omega = v_i$$

In (8) sind x'_i und y'_i die Koordinaten von P_i im linken Bild, x''_i und y''_i im rechten. Wir schreiben auch noch die für den Folgebildanschluß geltende Gleichung an, die aus (8) entsteht, wenn $d\varphi'' = d\varphi' + (d\varphi'' - d\varphi') = d\varphi' + \Delta\varphi$ und wie oben statt $d\kappa'' = d\kappa' + \Delta\kappa$ gesetzt wird.

$$p_i + \frac{x'_i - x''_i}{f} y'_i d\varphi' - \frac{x''_i y''_i}{f} \cdot d\varphi'' - (x'_i - x''_i) \Delta\kappa' + x''_i \cdot d\kappa'' - f \left(1 + \frac{y''_i{}^2}{f^2}\right) d\omega = v_i \quad (8a)$$

Wenn die Gleichungen (8) und (8a) daraufhin geprüft werden, ob die Kriterien (3) oder (5) zutreffen können, so findet man, daß das Kriterium (3) für die Koeffizienten von $d\kappa'$ und $d\omega$ in (8a), das Kriterium (5) dagegen für die Summe der Koeffizienten von $d\kappa'$ und $d\kappa''$ und den Koeffizienten von $d\omega$ in (8) eintreten kann. In beiden Fällen ergibt sich als Kriterium für das Unbestimmtwerden von $d\omega$ und $d\kappa'$

$$x' - x'' = k f \left(1 + \frac{y''^2}{f^2}\right) \quad (9)$$

Die linke Seite von (9) ist die Seitenparallaxe, die auch beim Normalfall von Luftaufnahmen wegen der verschiedenen Entfernungen der Geländepunkte von der Standlinie $A-B$ verschieden groß, aber immer positiv ist. Die rechte Seite ist ebenfalls stets positiv und verschieden groß, grundsätzlich also ähnlich gebaut, wie die linke. Da die Größe der Bildkoordinaten von der Geländegestaltung und den dadurch bedingten verschiedenen Entfernungen von der Standlinie abhängt, kann der Fall eintreten, daß die Bedingung (9) für alle Geländepunkte bei bestimmter Geländegestaltung und bestimmter Lage der Standlinie zu dem so gestalteten Gelände erfüllt ist. Unsere Aufgabe besteht nun darin, die kritische Geländegestaltung und Lage des Aufnahmeorts dazu oder mit anderen Worten den dadurch gegebenen gefährlichen Ort zu finden.

³⁾ Siehe z. B. R. Finsterwalder. Der unregelmäßige Fehler der räumlichen Doppelbildeinschaltung. Allg. Verm. Nachr. 1932.

$$\frac{h}{h_0} = \frac{1}{1 + \frac{y^2}{h^2}} \quad (13)$$

oder
$$y^2 = h \cdot h_0 - h^2 \quad (14)$$

Der Querschnitt des gefährlichen Orts ist also ein Kreis^{3a)}, dessen Mittelpunkt die Koordinaten $h = \frac{h_0}{2}$, $y = 0$ hat, und dessen Radius $r = \frac{h_0}{2}$ ist. Der gefährliche Ort selbst ist ein Kreiszy-
linder, dessen Erzeugende parallel zur Basis sind und der durch die Basis selbst hindurchgeht. Es sind dann nach (7) die gemeinsame Verkantung $d\kappa'$ und die Neigungsdifferenz $d\omega$ der beiden Auf-
nahmen unbestimmt.

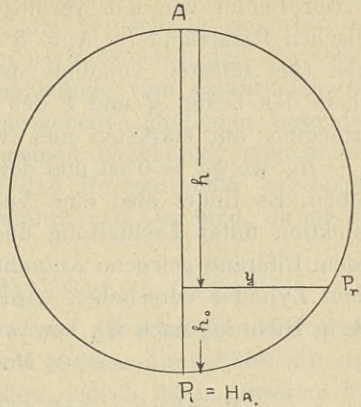


Abb. 2.

Der Querschnitt des gefährlichen Orts.

Die Fehler der Koordinaten der Aufnahmeorte und die des Geländemodells.

Nehmen wir den Ort und die Richtung der linken Aufnahme als fest an, so erhalten wir den Fehler des anderen Aufnahmeorts, wenn wir den Ein-
fluß von $d\kappa'$ und $d\omega$ berücksichtigen. Die gemeinsame Verkantung $d\kappa'$ be-
wirkt ebenso wie $d\omega$ eine Verschiebung des rechten Aufnahmeorts senkrecht zur Basis und zur Richtung h um

$$b_y = b \cdot d\kappa' = h_0 \cdot d\omega, \quad (15)$$

also eine Verschiebung, die in erster Näherung auf dem gefährlichen Ort erfolgt. Dagegen ändert sich die Lage des ins Gelände projizierten rechten Bildhauptpunkts H_B nicht, da dort die Verschiebung um b_y durch den Ein-
fluß der Neigung $d\omega$ wettgemacht wird.

Die Verbiegung des Raummodells geht aus der durch O. v. Gruber⁴⁾ abgeleiteten, vom Verfasser für den Normalfall näher besprochenen⁵⁾ For-
mel (16) hervor, welche die Wirkung von Fehlern der gegenseitigen Orien-
tierung auf die Koordinaten h des Raummodells angibt.

$$dh = \frac{h}{b} \left[h \left(1 + \frac{x_A^2}{h^2} \right) d\varphi' - h \cdot \left(1 + \frac{x_B^2}{h^2} \right) d\varphi'' + \right. \\ \left. + y_A \cdot d\kappa' - y_B d\kappa'' - \frac{x_B \cdot y_B}{h} \cdot d\omega \right] \quad (16)$$

In unserem Fall sind nur Fehler von $d\omega$ und eines gemeinsamen $d\kappa'$ vorhanden. Letzteres ist aber, wie leicht einzusehen ist, ohne Einfluß auf dh , da $y_A \approx y_B$ ist. Es wirkt also nur $d\omega$; die einfache Beziehung für die Verbiegung in Richtung von h lautet nach (16)

$$dh = \frac{y_B \cdot x_B}{b} \cdot d\omega \quad (17)$$

^{3a)} R. B o s s h a r d t: Über den Einfluß der Gelände-Höhenunterschiede bei der Einpassung von Luftaufnahmen. Schweiz. Z. f. Verm. 1933. Heft 5 u. 6.

⁴⁾ O. v. Gruber, Ferienkurs in Photogrammetrie. S. 47–52. K. Wittwer, Stuttgart. 1930.

⁵⁾ Der unregelmäßige und systematische Fehler der räumlichen Doppelbildeinschaltung. Bild-
messung und Luftbildwesen. 1932. Siehe auch Anm. 3.

Der Fehler von $d\omega$ verbiegt also das Raummodell nach einem hyperbolischen Paraboloid (s. Abb. 3 und 4). Wird die Querneigung $d\omega$ an der einen (bei unserer Annahme der rechten Kammer B) korrigiert, so wirkt sich in den Ecken M und P des Bildrands unter der anderen Kammer A die Verbiegung am stärksten aus, während die Mitte des Raummodells längs $H_A - H_B$, wo $y_B = 0$ ist und der eine Bildrand, wo $x_B = 0$ ist, unbeeinflusst bleiben. Es findet also eine Verwindung des Raummodells um die Basisprojektion unter Festhaltung des einen Bildrands statt, während der über diesem Bildrand gelegene Aufnahmeort um b_y senkrecht zu b auf dem gefährlichen Zylinder verschoben wird. Auch der Grundriß von M und P ändert sich in Richtung nach H_A bzw. von H_A weg um $dh \cdot \operatorname{tg} \alpha$, wobei

$$\alpha = \sphericalangle M A H_A, \text{ bzw. } \sphericalangle H_A A P \text{ ist.}$$

Wirkung auf die absolute Orientierung.

Die Wirkung des gefährlichen Orts ist grundsätzlich verschieden, je nachdem es sich um die Einpassung unabhängiger Bildpaare oder um den Folgebildanschluß handelt.

a) Unabhängige Bildpaare.

Das verbogene Raummodell wird auf mindestens drei gegebene Paßpunkte eingepaßt. Da die Verbiegung, wie noch gezeigt wird, mehrere Prozent der Flughöhe betragen kann, macht sie sich nicht nur auf die Lage der Aufnahmeorte, sondern auch auf das Gelände in unzulässiger Weise bemerkbar.

Es ist mindestens ein günstig gelegener weiterer Höhenpaßpunkt nötig, um die durch $d\omega$ hervorgerufene Verbiegung dh zu beseitigen. Besser werden aber mehrere überzählige Höhen am besten in den 4 Ecken M , N , Q und P (Abb. 3 und 4) verwendet.

b) Wesentlich günstiger liegen die Verhältnisse beim Folgebildanschluß: Es finden zwar zunächst auch eine Verwindung des neuen Modells und eine Verschiebung des Orts der neu hinzuorientierten Aufnahme B statt. Doch können zur absoluten Orientierung des neuen Modells vier sehr günstige Anschlußpunkte aus dem vorhergehenden Modell, das unverbogen angenommen wird, benutzt werden, nämlich A , H_A , M und P . Der Punkt A wird an sich als Ausgangspunkt verwendet, ebenso als Ausgangsrichtung $A-H_A$. Es wird nach Herstellung des Modells zunächst die Höhe H_A durch Basisänderung richtiggestellt. Dann zeigen sich an den Punkten M und P die durch $d\omega$ hervorgerufenen Verbiegungen dh nach (17). Diese Formel vereinfacht sich dann, wenn für M und P $x_B = b$ ist, zu

$$dh = y_B \cdot d\omega \quad (18)$$

$d\omega$ kann besonders leicht aus (18), sonst aus (17) bestimmt werden. Man bringt es an der Kammer B an und beseitigt damit die der Lösung zunächst anhaftende Unbestimmtheit $d\omega$ und b_y , und damit die Modellverbiegung. Der Folgebildanschluß birgt also die Schutzmöglichkeiten gegen die Wirkungen des gefährlichen Orts in sich. Diese müssen aber erkannt und die Schutzmöglichkeiten ausgenutzt werden. Sonst würde sich die Verdrehung

von $B-H_B$ um $d\omega$ auf das nächste und die folgenden Raummodelle übertragen, ohne daß man die Möglichkeit hätte, die Verdrehung weiterhin aus dem Folgebildanschluß zu korrigieren. Es sei noch bemerkt, daß die sonstigen Unsicherheiten der Aerotriangulation unabhängig vom gefährlichen Ort bestehen und nach den von O. v. Gruber⁶⁾ angegebenen Methoden, besonders durch Verwendung des Statoskops im allgemeinen unabhängig vom gefährlichen Ort behoben werden müssen, ferner daß Horizontbilder gegebenenfalls ein unabhängiger Schutz gegen den gefährlichen Ort sind, da sie $d\omega$ bestimmen lassen.

Charakterisierung des gefährlichen Orts.

Der gefährliche Zylinder, wie er im vorigen zunächst für die gegenseitige Orientierung abgeleitet wurde, hat eine gewisse Ähnlichkeit mit dem gefährlichen Kreis beim Rückwärtseinschneiden, jedoch ist in unserem Fall nicht wie beim gefährlichen Kreis die Verschiebung des Aufnahmeorts längs des ganzen gefährlichen Orts mit der Bedingung der Aufgabe, die hier lautet: „Sichschneiden entsprechender Strahlen“ verträglich. Wenn $d\kappa'$ und $d\omega$ größere Werte annehmen, machen sich die in (1) vernachlässigten höheren Differentialquotienten und höheren Potenzen der Unbekannten geltend. Legt man normal geöffnete Aufnahmen und die sich aus dem Auflösungsvermögen bei der Ausmessung am Planigraphen ergebende monokulare Meßgenauigkeit von $\pm 1^c$ zugrunde, so findet man, daß Abweichungen in $d\omega$ zwischen $+rd. 1^g$ und -1^g vom wahren Wert möglich sind, ohne daß Höhenparallaxen auftreten. Die Gesamtunsicherheit von $d\omega$ ist also rd. 2^g . Welcher Fehler daraus bei den Höhen, der seitlichen Lage der Punkte und bei b_y entstehen, geht aus Fig. 3 und 4 hervor; dort sind die sich nach Formel (16) für $d\omega = 4^g$ bzw. für $d\omega = 2^g$ ergebenden Fehler beigeschrieben. — Der gefährliche Zylinder beim Normalfall der Doppelbildeinschaltung ist also ein gefährlicher Ort 2. Art, wie er von S. Finsterwalder⁷⁾ definiert worden ist, ein von der zweiten Ordnung kleiner Fehler der Bestimmungsstücke hat einen von der ersten Ordnung kleinen Fehler des Aufnahmeorts und der Geländehöhen zur Folge.

Praktische Bedeutung des gefährlichen Zylinders.

Daß es bei der Einpassung von Luftbildern Unsicherheiten geben kann, und daß die Trennung von Fehlereinflüssen, mit anderen Worten, die Bestimmung der Orientierungsunbekannten Schwierigkeiten machen kann, ist jedem, der Praxis in der Luftbildmessung hat, bekannt. In der Literatur hat sich neuerdings Schwidewsky⁸⁾ geäußert, der auch darauf hinweist, daß die Einflüsse von Fehlern der gemeinsamen Kantung und der Neigung ähnlich sind. Im übrigen herrschten über die Unsicherheiten manche theoretisch und praktisch unklaren Vorstellungen. Es dürfte aber wohl unzweifelhaft sein,

⁶⁾ O. v. Gruber. Beitrag zu Theorie und Praxis von Aeropolygonisierung und Aeronivellements. Bildmessung und Luftbildwesen. 1935.

⁷⁾ S. Finsterwalder. Die geometrischen Grundlagen der Photogrammetrie. Jahresbericht der Deutschen Mathematikvereinigung, 1899. Siehe auch Finsterwalder Festschrift S. 35. Verl. Wichmann. Berlin. 1937. Vergleiche auch P. Gast. Das Einschneiden aus dem gefährlichen Ort in der Aerophotogrammetrie. Z.f. Verm. Wes. 1929. S. 614.

⁸⁾ Schwidewsky. Einführung in die Luft- und Erdbildmessung. S. 87. Teubner. Leipzig. 1936.

daß die meisten der erwähnten Unsicherheiten durch den besprochenen gefährlichen Ort verursacht sind; deshalb sollen über den gefährlichen Ort in seiner praktischen Bedeutung noch einige Bemerkungen gemacht werden, wobei die Abb. 3 und 4 als Anhalt dienen.

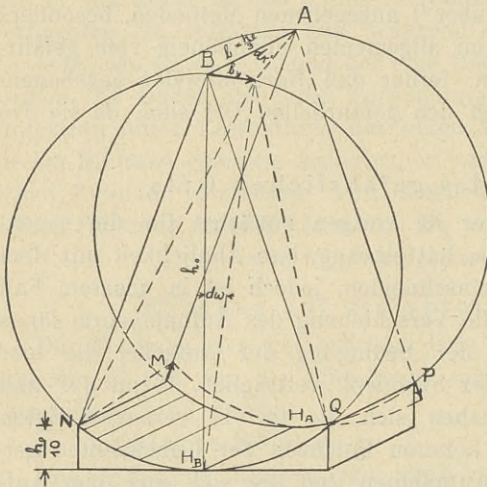


Abb. 3.

Der gefährliche Zylinder bei normal geöffneten Aufnahmen. Für $\delta\omega = 4^\circ$ wird dh in $P = +2,1\%$ von h_0 , dh in $Q = -2,1\%$ von h_0 , $b_y = 6,3\%$ von h_0 , $\delta\alpha' = 12^\circ$. Die kritische Höhe der Randpunkte $MNPQ$ gegenüber der Mitte H_A, H_B beträgt etwa ein Zehntel der Flughöhe über $H_A - H_B$.

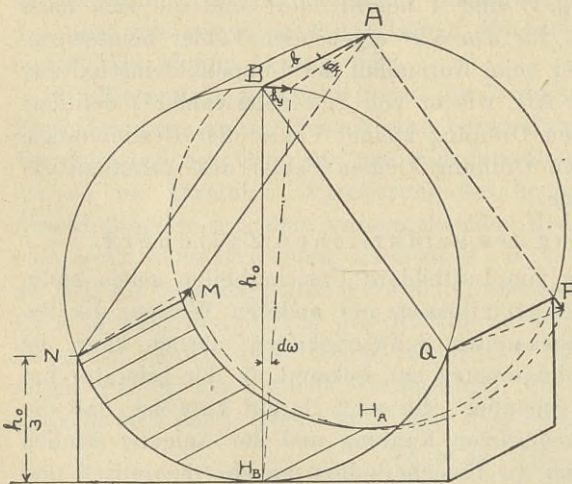


Abb. 4.

Der gefährliche Zylinder bei Weitwinkelaufnahmen. Die kritische Höhe der Randpunkte $MNPQ$ gegenüber der Mitte $H_A - H_B$ beträgt etwa ein Drittel der Flughöhe über $H_A - H_B$. Für $\delta\omega = 2^\circ$ wird dh in $P = +1,5\%$ von h , dh in $Q = -1,5\%$ von h_0 , $b_y = 3,1\%$ von h_0 , $\delta\alpha' = 3,8^\circ$.

Bei normal geöffneten Aufnahmen (Abb. 3) tritt der gefährliche Ort dann ein, wenn die Aufnahmeorte über einem Tal liegen, dessen in den Bildrändern abgebildete Flanken bis zu 10% der Flughöhe ansteigen. Ist die Flughöhe gering, etwa 1000 m, so kann der gefährliche Ort im Hügelland bei Höhenunterschieden von 100 m eintreten, ist die Flughöhe groß, so sind Höhenunterschiede von 500 m erforderlich, um den gefährlichen Ort hervorzurufen, es muß sich also um Mittelgebirgsgelände handeln.

Bei Weitwinkelaufnahmen beträgt der kritische Höhenunterschied zwischen Bildmitte und Bildrändern $\frac{1}{3}$ der Flughöhe. Der gefährliche Ort kann dann bei geringen Flughöhen im Mittelgebirge, bei großen Flughöhen nur noch im Gebirge eintreten. (Abb. 4).

Bei Schrägaufnahmen, die nach dem Normalfall gemacht worden sind, kann der gefährliche Ort dann eintreten, wenn die Aufnahmen nach oben durch einen steilen Gebirgskamm begrenzt sind.

Bei Aufnahmen mit der Panoramenkammer, die ein nutzbares Gesichtsfeld von rd. 120° hat, wird der gefährliche Ort praktisch nie eintreten, er wäre nur denkbar, wenn man über einer steilen Schlucht fliegen würde und zwar so tief, daß die Aufnahmen nicht mehr über die die Schlucht seitlich begrenzenden Kämme hinausreichen. Zwischen Bildrand und Bildmitte würde aber das Gelände auf jeden Fall von dem gefährlichen Ort wesentlich abweichen.

Selbstverständlich wird der gefährliche Ort auch dann wohl zu beachten sein, wenn er nicht genau vorliegt — genau wird er wohl selten eintreten —, denn auch in der Nähe des gefährlichen Orts ist seine Wirkung spürbar, ferner ist zu beachten, daß unter Umständen nur die zur Einpassung benutzten 5 Punkte auf dem gefährlichen Ort liegen. Man kann sich dann gegen den gefährlichen Ort schützen, wenn nur ein einziger außerhalb des gefährlichen Orts gelegener Punkt zur gegenseitigen Orientierung herangezogen wird.

Bei der Vornahme der gegenseitigen Orientierung macht sich der gefährliche Ort in sehr wenig auffallender Weise geltend. Korrigiert man wie üblich die Höhenparallaxen zuerst durch die beiden Kantungen und Verschwenkungen in den 4 Punkten H_A , H_B , M und N weg, und sucht dann einen 5. Punkt am anderen Bildrand zwischen P und Q auf, um die Korrektur der Neigung $d\omega$ und den Überstellungskoeffizienten⁹⁾ zu ermitteln, so wird eine Höhenparallaxe überhaupt nicht mehr vorhanden sein und ein Überstellungskoeffizient kann nicht ermittelt werden. Liegt der gefährliche Ort nur genähert vor, so zeigt sich am 5. Punkt eine kleine Höhenparallaxe und der Überstellungskoeffizient wird verhältnismäßig groß. Ein für die Praxis geeignetes Kriterium für das genäherte Eintreten des gefährlichen Orts ist das Großwerden, für sein genaues Vorliegen das Unendlichwerden des Überstellungskoeffizienten.

Über die praktische Bedeutung des gefährlichen Zylinders wird sich der Verfasser in nächster Zeit an anderer Stelle in der photogrammetrischen Literatur eingehender äußern. Hier sei nur noch bemerkt, daß der gefährliche Ort trotz seiner gewiß erheblichen praktischen Bedeutung keine Gefahr für die Anwendung der Luftphotogrammetrie bedeutet. Diese hätte an sich, wie oben erwähnt, ein sicher wirkendes Schutzmittel gegen den besprochenen gefährlichen Ort und zwar in der Horizontalbildkammer¹⁰⁾, welche die Neigung ω unabhängig von den Bildern ermitteln läßt, doch scheint es nicht zweckmäßig, dieses Schutzmittel anzuwenden, denn bei der Aerotriangulation kann die Wirkung des gefährlichen Orts durchaus mittels der Bilder selbst erkannt und unschädlich gemacht werden, beim Verfahren der unabhängigen Bildpaare müssen immer Geländepaßpunkte zu Hilfe genommen werden¹⁰⁾; es ist dies besonders wichtig bei denjenigen Bildpaaren, an welche Aerotriangulationen angeschlossen werden. Jedoch hat der gefährliche Ort eine so einfache Form, daß man ihn leicht erkennen und die zu seiner Unschädlichmachung dienenden Maßnahmen treffen kann.

Hannover, den 1. 1. 38.

⁹⁾ Siehe z. B. Schwidofsky, Einführung in die Luft- u. Erdbildmessung, S. 84. Teubner, Leipzig 1936; ferner besonders R. Boshardt a. a. O. Anm. 3a.

¹⁰⁾ Siehe Anmerkung 6; ferner K. Löfström, Entzerrung von Luftbildern durch Horizontalbildvermessung Bildmeß- und Luftbildwesen, 1932. Die Horizontbilder geben zunächst nur die relativen Neigungen der Bilder gegeneinander. Die absolute Neigung muß aus Libellenablesungen oder aus dem Vergleich mit einem nach Geländepaßpunkten besonders sorgfältig orientierten Geländemodell ermittelt werden. Siehe auch Anm. 6.

Ueber eine neue Methode für Längenmessungen der Polygonseiten.

Von Vermessungsingenieur L. Kärkkäinen, Finnland.

In den letzten Zeiten ist vieles über verschiedene Methoden für Seitenmessungen im Polygonzuge geschrieben worden. Deshalb hat auch die folgende Methode, die etwa vor einem Jahr in Finnland vorgeschlagen wurde und in einigen Planvermessungen schon benutzt worden ist, Interesse.

Nach der neuen Methode wird die Polygonseite in Staffeln geteilt, und ein Stahlbandmaß von 30 oder 50 Meter Länge benutzt. Das Band ist auf die ganze Länge in Dezimeter geteilt und das erste Meter dazu in Zentimeter. Die Rollvorrichtung ist die übliche, nur statt des Handgriffes ist ein Rohr vorhanden, in das ein gewöhnlicher Richtstab paßt. Der Stab wird noch durch einen Lederriemen gestützt, dessen eines Ende oben auf dem Richtstab befestigt ist, während das andere Ende in einer großen Schlinge um einen Fuß des Hilfsarbeiters geht, mit dem es gegen die Erde gedrückt wird. Auf diese Weise wird die Zugkraft des Meßbandes ausgeglichen, und die Aufmerksamkeit des Arbeiters ganz auf das Band selbst gerichtet. Das Meßband wird durch eine besondere Spannvorrichtung mit 10 kg Spannung gehalten (Abb. 1—4), die aus einem Rahmen von 2 Stahlröhren besteht. Auf diesem Rahmen gleitet ein Schlitten, der zwei mit einander fest verbundene Räder trägt. Der Schlitten kann nach oben und unten geschoben und in passender Höhe befestigt werden. Der Durchmesser des größeren Rades ist 4 mal so groß als der des kleineren Rades. Der Draht des größeren Rades wird mit 2,5 kg belastet, wodurch eine Spannung im Draht des kleineren Rades von 10 kg zustande kommt.

Als Messungsmarken dienen dünne Eisen- oder andere Lotdrähte, die in einfachen Stativen hängen, und etwa mit einem Stein belastet sind. Die Stelle, wo das Meßband diesen Lotfaden treffen soll, um horizontal zu liegen, wird durch kleine Klammern bezeichnet. Die Stative für die Lotdrähte bestehen aus 3 gewöhnlichen Richtstäben, die mit einer Schlinge von Gummi zusammengehalten werden. Die Lotdrähte hängen etwas seitlich von den Stativen. Auf einem Polygonpunkt wird für die Lotdrähte ein Metall-Lot mit Spitze statt eines Steins benutzt.

Für die Messung sind 3—5 Hilfsarbeiter nötig. Von diesen gehen 2 bis 3 voraus, befreien die Polygonpunkte von bedeckenden Hindernissen, und stellen die Lotdrähte auf ihre Plätze. Das eigentliche Messen wird durch zwei Mann bewirkt, der Vordermann hat die Spanneinrichtung und der Hintermann die Rollenrichtung. Der hintere Mann hält das Meßband so, daß gerade eine Dezimetermarke gegen den hinteren Lotdraht stößt, und daß das vordere Ende des Meßbandes mit dem ersten, in Zentimeter geteilten Meter an den vorderen Lotdraht gelangt. Jetzt werden die Ablesungen an beiden Enden gemacht, hinten also Meter und Dezimeter, vorn nur Zentimeter und Millimeter, die alle dann in das Feldbuch eingetragen werden. Die Ablesungen werden zweimal wiederholt, und die Seite hin und zurück auf diese Weise gemessen. Das Feldbuch wird etwa folgendermaßen aussehen.

Polygonseite 124—125, I. Ordnung. Gemessen 12/9 1936, $t = + 5^{\circ}$ Gelände: Waldweg, uneben. Beobachter: M. T.									
Messung I					Messung II				
Ablesung m	Abzüge		Mittel der Abzüge mm	Korrektion für Bandfehler und Biegung mm	Ablesung m	Abzüge		Mittel der Abzüge mm	Korrektion für Bandfehler und Biegung mm
	I mm	II mm				I mm	II mm		
14,500	372	374	373	+ 2.6	19,200	197	197	197	+ 3.0
14,500	422	422	422	+ 2.6	17,900	302	302	302	+ 3.0
10,800	87	85	86	+ 1.9	11,300	586	588	587	+ 1.9
17,800	203	203	203	+ 3.0	14,500	422	424	423	+ 2.6
19,600	597	597	597	+ 2.7	14,500	373	373	373	+ 2.6
77,200	—	—	1,681	+12.8	77,400	—	—	1,882	+13.1
Berechnung der berichtigten Länge						Messung I		Messung II	
						m	mm	m	mm
Summe der Ablesungen						+ 77	200	+ 77	400
Summe der Abzüge						— 1	681	— 1	882
Summe der Band- und Durchgangskorrekturen . .						+	12.8	+	13.1
Temperaturkorrektur						—	13.1	—	13.1
Berichtigte Länge						75	519	75	518
Differenz I—II						1.0 mm			
Amtliche Grenze						33.0 „			
Prozent-Teile der amtlichen Grenze						3.0 %			
Mittel						75.518 m			

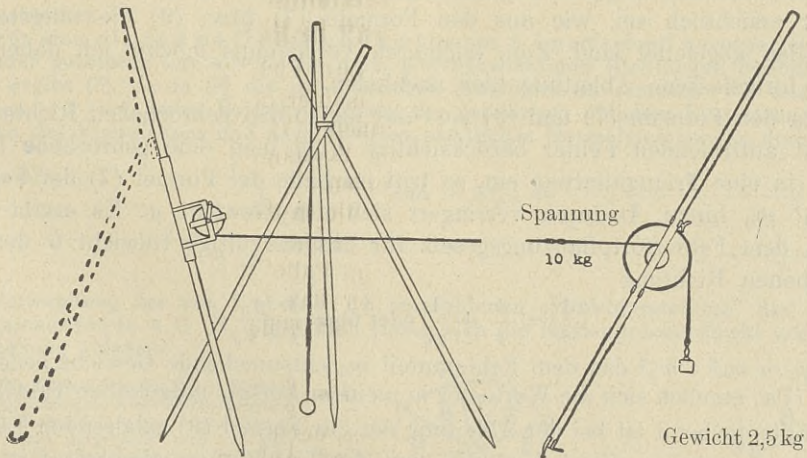


Abb. 1.
Das Meßgerät von der Seite.

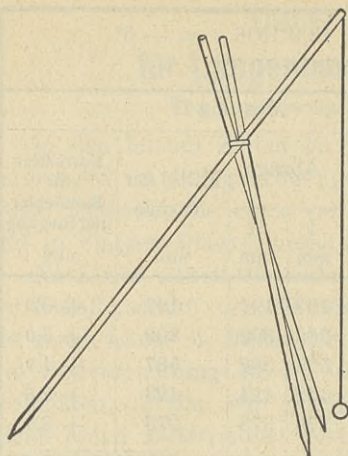


Abb. 2.
Lotstativ von der Seite.

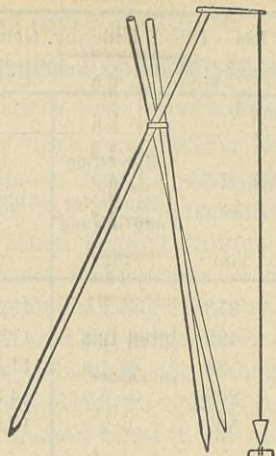


Abb. 3.
Lotstativ
auf einem Polygonpunkt.



Abb. 4.
Spanngerät
von vorn gesehen.

Nach dieser Methode sind im Sommer 1936 in Finnland etwa 22 km Polygonseiten gemessen worden. Der Unterschied zwischen Hin- und Hermessung ist im Mittel 1,9 v. H. der amtlichen Fehlergrenze $0,00031 \pm 0,01$ gewesen. Die Schnelligkeit entspricht einer Gesamtstrecke von 1,5–2,0 Kilometer täglich, wenn die Seiten einmal hin und her gemessen werden.

Notiz zur Abhandlung: „Ueber die Netzfehler und Richtungsgewichte bei Kleintriangulierungen“ in Heft 10/1938.

Herr Vermessungsreferendar Johansen-Flensburg machte mich darauf aufmerksam, daß aus den Ausführungen meiner oben genannten Abhandlung nicht ersichtlich sei, wie aus den Formeln (7) bzw. (9) die mitgeteilten Tabellen abgeleitet sind. Zum leichteren Verständnis möchte ich daher die dort fortgelassene Ableitung hier nachholen.

In den Formeln (7) und (9) sind nur die in den gebrochenen Richtungen selbst auftretenden Fehler berücksichtigt. Fügt man eine gebrochene Richtung in eine Triangulierung ein, so tritt im Falle der Formel (7) der Fehleranteil m_0 hinzu. Dadurch verringert sich das Gewicht g . Es ergibt sich nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz für das endgültige Gewicht G der gebrochenen Richtung

$$\frac{1}{G} = \frac{1}{g} + \frac{1}{g_0} \text{ oder } G = \frac{g \cdot g_0}{g + g_0}, \quad (7a)$$

wo $g_0 = m_n^2 : m_0^2$ das dem Fehleranteil m_0 entsprechende Gewicht bedeutet. Aus (7a) ergeben sich die Werte der in meinem Aufsatz mitgeteilten Tabelle.

Entsprechend ist bei der Ableitung der zur Formel (9) gehörenden Tabelle verfahren worden. Hierbei wurde, um die Vergleichsmöglichkeit mit dem ungebrochenen Strahl zu wahren, $g_0 = m_n^2 : (m_0^2 + m_c^2)$ gesetzt.

Dr. Pinkwart.

Bücherschau.

Kettenbruchformeln und Korrelatentabellen für trigonometrische Netze mit einigen Beiträgen zur Auflösung beliebiger Systeme einfacher linearer Gleichungen mit Hilfe von Kettenbrüchen. Von Werner J e n n e. Mit 211 Abbildungen und 178 Tabellen. IV + 101 Seiten. Veröffentlichung des Preußischen Geodätischen Instituts, Neue Folge Nr. 107. Potsdam 1937.

Die Arbeit geht auf die von Oberst Friedrich in Z. f. V. 1930, S. 534—537 gegebene Anregung zurück, Normalgleichungssysteme, insbesondere die aus den Winkelbedingungsgleichungen entstehenden Normalgleichungen bei der Korrelatenausgleichung trigonometrischer Netze, mit Hilfe von Kettenbrüchen unbestimmt aufzulösen. Bei unbestimmter Auflösung werden die Korrelaten bekanntlich nach den Dreiecks widersprüchen entwickelt, z. B.

$$K_1 = f_{1,1} \cdot w_1 + f_{1,2} \cdot w_2 + f_{1,3} \cdot w_3 + \dots + f_{1,n} \cdot w_n \quad (1)$$

sodaß die Lösung in der Bestimmung der Koeffizienten $f_{1,1}, f_{1,2}, \dots, f_{1,n}$ besteht.

Für das allgemein gehaltene Koeffizientenschema eines Gleichungssystems

$$\begin{pmatrix} a & b & . & . \\ c & d & e & . \\ . & f & g & h \\ . & . & i & k \end{pmatrix} \quad (2)$$

gibt die unbestimmte Auflösung durch Kettenbrüche beispielsweise für die quadratischen Koeffizienten der ersten und zweiten Korrelate

$$f_{1,1} = \frac{1}{a - \frac{bc}{d - \frac{ef}{g - \frac{hi}{k}}}} \quad f_{2,2} = \frac{1}{d - \frac{cb}{a} - \frac{ef}{g - \frac{hi}{k}}} \quad (3)$$

Das hierbei obwaltende Gesetz ist leicht erkennbar. Ähnliche Grundformeln gelten für die übrigen Koeffizienten. Ist ein Gleichungssystem von der Form (2) vorgelegt oder gelingt es, ein Normalgleichungssystem auf diese Form zu reduzieren, so lassen sich nach diesen Grundformeln die Kettenbrüche für alle Koeffizienten der Korrelatenentwicklungen (1) angeben. In der Regel genügt es aber, einen einzigen oder einige quadratische Koeffizienten mit Hilfe von Kettenbrüchen auszurechnen und die übrigen aus den aus (2) ablesbaren Gleichungen

$$a \cdot f_{1,1} + b \cdot f_{1,2} = 1; \quad c \cdot f_{1,1} + d \cdot f_{1,2} + e \cdot f_{1,3} = 0 \text{ usw.} \quad (4)$$

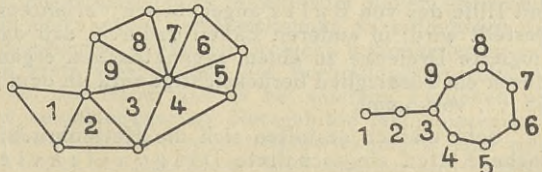
zu bestimmen.

Für eine einfache Dreieckskette aus 4 durchlaufend nummerierten aneinander gereihten Dreiecken, die nach gleichgewichtigen Richtungen beobachtet sind, ergibt (3), da in (2) die quadratischen Koeffizienten sämtlich + 6 und die übrigen - 2 sind, unter Berücksichtigung der geodätisch üblichen Festsetzung bezüglich des Vorzeichens und nach Division sämtlicher Normalgleichungen durch 2:

$$-2f_{1,1} = \frac{1}{3 - \frac{1}{3 - \frac{1}{3 - \frac{1}{3}}}} \quad \text{und} \quad -2f_{2,2} = \frac{1}{3 - \frac{1}{3} - \frac{1}{3 - \frac{1}{3}}} \quad (5)$$

Bei Anwendung der von Friedrich empfohlenen „Punkt darstellung“ der Normalgleichungen (a. a. O., S. 525—528*) lassen sich die Kettenbrüche direkt aus der Darstellung ablesen.

*) Die Punktdarstellung der Winkelnormalgleichungen eines Dreiecksnetzes besteht darin, daß jedes Dreieck durch einen Punkt dargestellt wird (= quadratische Koeffizienten) und daß die Punkte der Dreiecke, die eine Seitengemeinschaft haben, durch eine Linie verbunden werden (= nicht-quadratische Koeffizienten). Beispiel:



Bei verzweigten Dreiecksketten liegen die Verhältnisse etwas komplizierter, ohne daß jedoch grundsätzliche Schwierigkeiten auftreten. Das kompliziertere Schema der Winkelnormalgleichungen für Zentral- und Kranzsysteme läßt sich auf die Form (2) reduzieren, indem man die Symmetrie des Systems, die wiederum aus der Friedrich'schen Punktdarstellung direkt ablesbar ist, zur Elimination einzelner Korrelaten benutzt. — Die vorstehend skizzierten bzw. angedeuteten Formeln werden in § 1 sehr klar begründet und ausführlich abgeleitet, so daß es für den Leser leicht ist, den in den folgenden Paragraphen gegebenen Ableitungen und Formeln für kompliziertere Netzkonfigurationen zu folgen.

Bei diesen Ableitungen erwies sich außer der Symmetrie der folgende Kunstgriff als sehr fruchtbringend, der in der einfachsten Form bei der geraden Doppelkette (§ 2) anwendbar ist, d. h. bei einer Aneinanderreihung mit einer Seite zusammenstoßender oder durch gemeinsame Dreiecke ineinander verschränkter Zentral- oder Kranzsysteme, deren Punktdarstellung Symmetrie zu einer in der Richtung der Kette verlaufenden Mittelachse aufweist: Für zwei symmetrisch zur Mittelachse gelegene Punkte (= Dreiecke der gewöhnlichen Netzdarstellung) werden die entsprechenden Normalgleichungen einmal zueinander addiert, das andere Mal voneinander subtrahiert. Man erhält dadurch zwei Gleichungssysteme mit den Unbekannten $(K_1 + K_2)$, $(K_3 + K_4)$. . . bzw. $(K_1 - K_2)$, $K_3 - K_4$, Diese Gleichungssysteme haben die allgemeine Form (2), so daß für $(f_{1,1} + f_{1,2})$, $(f_{3,3} + f_{3,4})$ bzw. $(f_{1,1} - f_{1,2})$, $(f_{3,3} - f_{3,4})$. . . Kettenbruchformeln nach den Grundformeln (3) ohne weiteres angeschrieben werden können, woraus sich die einzelnen quadratischen und die ihnen in der Symmetrie entsprechenden Nebenkoeffizienten als Summe bzw. Differenz zweier Kettenbrüche ergeben. Die übrigen Koeffizienten ergeben sich aus der Symmetrie der Punktdarstellung oder nach (4).

Für kompliziertere symmetrische Netzgebilde ergeben sich die Kettenbruchentwicklungen dadurch, daß man diese Gebilde in Teilgebilde zerlegt, deren Entwicklungen bereits abgeleitet sind. Bei solchen Anstückungen ist es mitunter im Interesse der Übersichtlichkeit vorteilhaft, wenn jedem Punkt der Punktdarstellung auch ein Teilnenner der Kettenbruchdarstellung entspricht. Da sich bei Ausnutzung der Symmetrieeigenschaften die Anzahl der Teilnennern häufig verringert, ist es mitunter bei der Reduktion des vorgelegten Normalgleichungssystems auf die allgemeine Form (2) vorteilhafter, die Elimination der Unbekannten nicht durch Ausnutzung der Symmetrieeigenschaften, sondern durch Anwendung rekurrenter Formelreihen zu vollziehen. Auf dem Wege ergibt sich z. B. für ein beliebiges Zentral- oder Kranzsystem von n Dreiecken eine allgemein gültige Formel, in welcher Elemente der in der Geodäsie öfter auftretenden Zahlenreihe 1, 3, 8, 21, 55 vorkommen, wobei jedem Dreieck (= jedem Punkt der Punktdarstellung) ein Teilnenner entspricht. Durch Erweiterung der Ableitungen auf Paare von Zentral- oder Kranzsystemen mit gleicher Dreiecksanzahl (Symmetrie in der Querrichtung), die durch zwei gemeinsame Dreiecke ineinander verschränkt sind, und auf solche, die mit einer Seite aneinanderstoßen, ermöglicht Jennes, derartige Konfigurationen in die gerade Doppelkette einzufügen (§ 3).

Obwohl bisher nur Kettenbruchformeln für symmetrische Netze entwickelt wurden, zeigt § 5, daß mit diesen Formeln auch für gewisse unsymmetrische Netze, nämlich für Zentral- oder Kranzsysteme, bei denen sich an zwei Dreiecke noch kettenartige Gebilde anschließen, die Koeffizienten der Korrelatenentwicklungen ohne weiteres soweit berechnet werden können, daß die noch fehlenden Koeffizienten sich aus den Formeln (4) ergeben. Für andere unsymmetrische Netzgebilde gelangt Jennes zu Kettenbruchformeln, indem er die im Einzelfalle vorhandenen mathematischen Gesetzmäßigkeiten geschickt ausnutzt. Das ist in manchen Fällen möglich, indem das unsymmetrische Gebilde in zwei für sich nach den bisherigen Formeln zu behandelnde Teilgebilde zerlegt und deren Verbindung mit Hilfe des von Boltz angegebenen Verfahrens der Gruppenverschmelzung hergestellt wird; in anderen Fällen dadurch, daß das unsymmetrische Gebilde durch fingierte Dreiecke zu einem symmetrischen ergänzt wird, wobei die Unsymmetrie durch ein Zusatzglied berücksichtigt wird, in dem jeweils eine der Zahlen 1, 3, 8, 21, 55 vorkommt.

Sehr einfach gestalten sich die Kettenbruchformeln für einzelne oder in einfache Ketten eingeschaltete Diagonale nvierecke sowie insbesondere für

ganze Ketten von Diagonalenvierecken (§ 6). — Nach diesen Entwicklungen zeigt J e n n e die Fruchtbarkeit des Kettenbruchverfahrens in überzeugender Weise an einem größeren der Praxis entnommenen Beispiel, nämlich an dem finnischen Anteil am Ostseering mit 35 Winkelnormalgleichungen (2 Dreiecke, 1 Diagonalenviereck, 2 Dreiecke, 1 Diagonalenviereck, 2 Dreiecke, 1 fünfstrahliges, 3 sechsstrahlige und 1 fünfstrahliges Zentralsystem ineinander verschränkt, 3 Dreiecke). Diese 35 Normalgleichungen konnten nach den in den §§ 2 bis 6 entwickelten Formeln in einer einzigen Gruppe aufgelöst werden, wobei sich die Koeffizienten der Widersprüche aus dem bloßen Anblick der Punktdarstellung als Kettenbrüche oder auf Grund der Symmetrie oder auf Grund der Beziehungen (4) ergaben (§ 6).

Im § 7 wird die Anwendung der Kettenbruchmethode für die unbestimmte Auflösung der Normalgleichungen bei Stationsausgleichungen unvollständiger Richtungssätze und bei der vektorischen Ausgleichung von gewissen Dreiecksnetzen gezeigt.

Die Aufstellung von Kettenbruchformeln erfordert, insbesondere für kompliziertere Netzgebilde, immerhin eine eingehende Beschäftigung mit der Materie und ein geschicktes Erkennen des jeweils zum Ziele führenden Weges. Sie läßt sich nicht nach einem einfachen Schema von einem beliebigen Rechner anwenden, sondern ist eine wissenschaftliche Angelegenheit. Daher ist es für die Praxis der Dreiecksnetzausgleichung von Vorteil, wenn fertig ausgerechnete Korrelatantenentwicklungen vorliegen, aus denen die Koeffizienten der Widersprüche direkt entnommen werden können. Aus dem Grunde hat J e n n e nach seiner Methode die Korrelatentabellen zur Auflösung der Winkelnormalgleichungen für alle möglichen Netzgestaltungen bis zu 9 Dreiecken einschließlich bei Fehlen von Diagonalen und Überdeckungen und unter Beiseitlassung praktisch nicht zu erwartender Konfigurationen berechnet und veröffentlicht, soweit sie nicht bereits in der Boltz'schen Veröffentlichung über das Entwicklungsverfahren (besprochen in Z. f. V. 1924, S. 429) enthalten sind. Das sind insgesamt 152 Tabellen. Die vollständige Berücksichtigung der nächsten Dreiecksanzahl 10 hätte mehr als 200 weitere Tabellen erfordert. Vollständige Korrelatentabellen hat J e n n e sodann noch für die gerade Doppelkette aus lauter sechsstrahligen Zentralsystemen berechnet und veröffentlicht, da derartige Netzgebilde bei modernen Netzen, in denen gleichseitige Dreiecke angestrebt werden, des öfteren vorkommen. An Hand der berechneten Korrelatentabellen gibt J e n n e die theoretische Begründung für manche interessanten Gesetzmäßigkeiten der Widerspruchskoeffizienten, die aus dem Anblick der Netzfigur bzw. der Punktdarstellung nicht ohne weiteres vermutet werden (§§ 8—9).

Zur Vermeidung von Mißverständnissen ist darauf hinzuweisen, daß die Kettenbruchmethode kein mit dem Boltz'schen Entwicklungsverfahren konkurrierendes Unternehmen ist. Das Kernstück des Boltz'schen Verfahrens ist die Verschmelzung zweier Gruppen von Normalgleichungen in der Weise, daß nach vollzogener Verschmelzung für sämtliche Korrelaten die Entwicklungen nach sämtlichen Widersprüchen erhalten werden und daß das verschmolzene System nunmehr als einheitliche Gruppe durch eine neue „zweite“ Gruppe erweitert werden kann, und so fort in infinitum. Zur Erleichterung der praktischen Anwendung hat Boltz bereits für die Winkelnormalgleichungen der einfachen Dreieckskette sowie der Zentral- und Kranzsysteme Tabellen der Korrelatantenentwicklungen berechnet und veröffentlicht. Durch die weitere Veröffentlichung von Tabellen für „gestörte“ einfache Ketten, Zentral- und Kranzsysteme beabsichtigte Boltz das Einbeziehen solcher Gebilde zu erleichtern. Die Anwendungsmöglichkeit der letztgenannten Tabellen ist jedoch beschränkt, da sie voraussetzen, daß das gestörte Gebilde nur mit einem Dreieck der ersten Gruppe Seitengemeinschaften besitzt. Die Praxis scheint daher einen andern, von Boltz selbst in seiner grundlegenden Veröffentlichung bereits gewiesenen Weg zu gehen, nämlich den, zunächst die Korrelatantenentwicklungen für solche Teilgebilde, die keine Seitengemeinschaften miteinander haben (also nicht gestört sind), zu bilden bzw. der Boltz'schen Veröffentlichung zu entnehmen und sodann diese Gebilde durch die dazwischen liegenden Dreiecke miteinander zu verknüpfen, wobei die ersteren die erste Gruppe und die Verbindungsdreiecke die zweite Gruppe bilden. Es liegt auf der Hand, daß es bei solchem Vorgehen von großem Vorteil ist, für möglichst verschiedenartige Netzgebilde fertig berechnete Korrelatentabellen zu haben oder sich solche Korrelatantenentwicklungen nach einer bequemen Methode selbst berechnen zu können. Diese Möglichkeiten sind nunmehr

durch die Jennesche Arbeit erheblich ausgebaut worden, und es ist nicht daran zu zweifeln, daß die Kettenbruchmethode und die von J e n n e veröffentlichten Korrelentabellen eine fruchtbringende Bereicherung des Boltz'schen Entwicklungsverfahrens bedeuten und in Zukunft von ihm nicht fortgedacht werden können.

Dabei sehe ich den Vorzug des neuen Verfahrens in erster Linie in seiner mathematischen Eleganz und in der durch dieses Verfahren ermöglichten Erkenntnis der inneren Zusammenhänge, weniger in einer Verringerung des Zeitverbrauchs; denn die Auflösung der Winkelnormalgleichungen nimmt bei der direkten Auflösung stets nur einen geringen Bruchteil der Arbeitszeit ein, so daß hier hinsichtlich des Zeitverbrauchs im ganzen nichts Entscheidendes gewonnen werden kann. Das Zeitraubende sind bei direkter Auflösung der Normalgleichungen die Seitennormalgleichungen (einschließlich der Normalgleichungen aus den Polygonbedingungen, Basisbedingungen usw.). Wem es darauf ankommt, die Auflösung großer Normalgleichungssysteme in möglichst kurzer Zeit durchzuführen, der wird sich vielmehr bei strenger Ausgleichung des indirekten Verfahrens der schrittweisen Annäherung bedienen (Z. f. V. 1927, S. 257—270). Auch für dieses Verfahren können vielleicht die durch die Kettenbruchmethode vermittelten Erkenntnisse fruchtbringend sein, wenn man sie benutzt, um die Ausgangswerte etwas genauer zu erhalten und dadurch die Konvergenz noch mehr zu beschleunigen.

Dr. P i n k w a r t.

Mitteilungen der Geschäftsstelle.

Personalnachrichten.

Vermessungsrat Emil Haug = Stuttgart †. Am 6. Juni starb nach langem schweren Leiden Vermessungsrat i. R. Haug im Alter von 65 Jahren. Ein äußerlich still verlaufenes aber mit unermüdlicher erfolgreicher Arbeit im Dienst der Landeskunde erfülltes Leben hat damit seinen Abschluß gefunden. In Krieg und Frieden diente er dem Vaterland mit seinen reichen Erfahrungen und war insbesondere dem heranwachsenden Fachpersonal ein gewissenhafter Lehrer und väterlicher Freund. Sein lebhaftes geologisches und geschichtliches Interesse kam nicht nur seiner topographischen Tätigkeit zugute; er war auch lange Zeit ein geschätzter Mitarbeiter des Landesamts für Denkmalpflege bei den geometrischen Aufnahmen der archäologischen Altortümer des Landes. — Trotz äußerst zarter Gesundheit, bewältigte er mit zähem Willen und restloser Pflichterfüllung seine mühevollen Arbeit. — Allen, die ihn in seiner beruflichen Tüchtigkeit und seinem bescheidenen stets hilfsbereiten Wesen schätzten, wird Vermessungsrat Haug unvergeßlich bleiben.

Bayern. In den Ruhestand versetzt: Landesverm.Amt: Reg.Rat 1. Kl. Knappich, 31. 7. 38. **Verm.Dienst: Kanzleisekr. Maurer,** Mess.amt Regensburg, 30. 6. 38. **Flurber.Dienst: Oberreg.Rat Hölldobler,** Vorst. d. Flurber.Amts Neuburg a. d. D., 31. 5. 38. — **Versetzt: Verm.Dienst: Unter Verleih. d. Amtsbezeichn. „Messungsamtsdirektor“** wurden versetzt d. Reg.Verm.Käte 1. Kl. Kausch, Mess.Amt Dürkheim auf d. Vorstandsst. d. Mess.amts Pirmasens, Gassenhuber, Mess.amt Donauwörth auf die Vorstandsst. d. Mess.amts Gunzenhausen, Leinfelder, Mess.amt Michach auf d. Vorstandst. dieses Amtes.

Inhalt:

Wissenschaftliche Mitteilungen: Ueber Messungen zur Feststellung der Schwingungseigenschaften des Olympia-Glockenturmes auf dem Reichssportfelde in Berlin, von Brennecke und Wandelt. — Der gefährliche Zylinder beim Normalfall der räumlichen Doppelpunkteinschaltung, von Finsterwalder. — Ueber eine neue Methode für Längenmessungen der Polygonseiten, von Kärkkäinen. — Notiz zur Abhandlung: „Ueber die Netzfehler und Richtungsgewichte bei Kleintriangulierungen“ in Heft 10/1938, von Pinkwart. —

Bücherschau. — Mitteilungen der Geschäftsstelle.