

ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN

herausgegeben vom

Deutschen Verein für Vermessungswesen (D.V.W.) E.V.
Schriftleiter: Professor Dr. Dr.-Ing. E. h. O. Eggert, Berlin-Dahlem,
Ehrenbergstraße 21

Heft 18.

1938

15. September

Band LXVII

Der Abdruck von Original-Artikeln ohne vorher eingeholte Erlaubnis der Schriftleitung ist untersagt

Entwicklung des Maßstabes der Gauß-Krügerschen, der stereographischen, der Mecklenburgischen und der Dessauer Projektion als Potenzreihe der Kataster-Koordinaten.

Von Dr. Wl. K. Hristow, Sofia.

Zur Lösung dieser Aufgabe gehe ich von einem berühmten Theorem von Gauß aus — der Theorema egregium —, welches besagt, daß das Gaußische Krümmungsmaß $\frac{1}{R^2} = \frac{1}{M} \cdot \frac{1}{N}$, im Gegensatz zur mittleren Krümmung $\frac{1}{M} + \frac{1}{N}$, ausschließlich von der Metrik der Fläche abhängt. Indem ich die Bezeichnungen aus meiner Arbeit „Berechnung der Koordinatendifferenzen . . .“, Z.f.V. Bd. LXVI, 1937, Heft 6, benutze, lautet eine der Fassungen dieses Theorems¹⁾

$$\begin{aligned} \frac{1}{R^2} &= \frac{1}{\sqrt{g}} \left[\frac{\partial}{\partial x_2} \left(\frac{\sqrt{g}}{g_{11}} \begin{Bmatrix} 11 \\ 2 \end{Bmatrix} \right) - \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{\sqrt{g}}{g_{11}} \begin{Bmatrix} 12 \\ 2 \end{Bmatrix} \right) \right] = \\ &= \frac{1}{\sqrt{g}} \left[\frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{\sqrt{g}}{g_{22}} \begin{Bmatrix} 22 \\ 1 \end{Bmatrix} \right) - \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\frac{\sqrt{g}}{g_{22}} \begin{Bmatrix} 12 \\ 1 \end{Bmatrix} \right) \right] \end{aligned} \quad (1)$$

Es ist darin für isometrische Koordinaten l. c. Gl. (12) und (14)

$$\left. \begin{aligned} x_1 = x, \quad x_2 = y, \quad g_{11} = g_{22} = \frac{1}{m^2}, \quad g = \frac{1}{m^4} \\ \begin{Bmatrix} 11 \\ 2 \end{Bmatrix} = \frac{1}{m} \frac{\partial m}{\partial y}, \quad \begin{Bmatrix} 12 \\ 2 \end{Bmatrix} = -\frac{1}{m} \frac{\partial m}{\partial x} \\ \begin{Bmatrix} 22 \\ 1 \end{Bmatrix} = \frac{1}{m} \frac{\partial m}{\partial x}, \quad \begin{Bmatrix} 12 \\ 1 \end{Bmatrix} = -\frac{1}{m} \frac{\partial m}{\partial y} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Diese Ausdrücke (2) eingetragen in (1), wo jetzt umgekehrt R als bekannt zu betrachten ist, geben schließlich die Ausgangsgleichung für m

$$-\left(\frac{\partial m}{\partial x}\right)^2 - \left(\frac{\partial m}{\partial y}\right)^2 + m \frac{\partial^2 m}{\partial x^2} + m \frac{\partial^2 m}{\partial y^2} = \frac{1}{R^2} \quad (3)$$

Aus derselben will ich m in Form einer Potenzreihe von x und y — also einer Entwicklung, angesetzt für den Anfangspunkt — ableiten. Da in bezug auf den Grundmeridian die Abbildung symmetrisch ist, so müssen die un-

¹⁾ S. L. Bianchi, Vorlesungen über Differentialgeometrie, Teubner 1910, S. 51, Gl. (V) und (V*).

geraden Potenzen von y ausbleiben, und die Reihe für m wird a priori, bis zur vierten Ordnung einschließlich, folgendermaßen lauten

$$m = a + bx + cx^2 + dy^2 + ex^3 + fxy^2 + gx^4 + hx^2y^2 + iy^4 \quad (4)$$

Die Grundgleichung (3) stellt für m eine partielle Differentialgleichung zweiter Ordnung dar, läßt also unendlich viele Lösungen zu. Damit ich die uns interessierenden partikulären Integrale herausgreifen kann, muß ich gewisse charakteristische Eigenschaften der Projektionen zum Ausdruck bringen. Da unsere konformen Abbildungen implizite vollkommen gegeben sind, wenn wir bloß wissen, wie der Grundmeridian sich auf die x -Achse abbildet, so brauchen wir demnach das Vergrößerungsverhältnis nur für den Grundmeridian zu haben, woraus es dann rein deduktiv für jeden anderen Punkt abzuleiten ist. Wird in (4) $y = 0$ gesetzt, so ist für den Grundmeridian

$$m_M = a + bx + cx^2 + ex^3 + gx^4, \quad (5)$$

die Aufgabe läuft also darauf hinaus, zunächst a, b, c, e und g zu bestimmen, und darauf d, f, h und i als Funktionen der ersteren abzuleiten.

Zuerst will ich aber angeben, wie das letztere zu erreichen ist. Ich setze (4) in (3) ein, und bekomme

$$\begin{aligned} & (2ad + 2ac - b^2) + (2af + 6ae + 2bd - 2bc)x + \\ & + (2ah + 12ag + 2bf + 2cd - 2c^2)x^2 + \\ & + (12ai + 2ah + 2cd - 2bf - 2d^2)y^2 = \frac{1}{R^2} \end{aligned} \quad (6)$$

Rechterhand ist $\frac{1}{R^2}$ ebenfalls als Potenzreihe von x und y anzusetzen. Das Gleichsetzen der entsprechenden Koeffizienten gibt uns schließlich die Bestimmungsgleichungen von d, f, h und i als Funktionen von a, b, c, e und g .

Für $\frac{1}{R^2}$ habe ich die allgemeine Maclaurinsche Entwicklung

$$\frac{1}{R^2} = \frac{1}{R_0^2} + \frac{\partial \frac{1}{R^2}}{\partial x} x + \frac{\partial \frac{1}{R^2}}{\partial y} y + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \frac{1}{R^2}}{\partial x^2} x^2 + \frac{\partial^2 \frac{1}{R^2}}{\partial x \partial y} xy + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \frac{1}{R^2}}{\partial y^2} y^2 \quad (7)$$

WO

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \frac{1}{R^2}}{\partial x} &= \frac{d \frac{1}{R^2}}{dq} \cdot \frac{\partial q}{\partial x}, & \frac{\partial \frac{1}{R^2}}{\partial y} &= \frac{d \frac{1}{R^2}}{dq} \cdot \frac{\partial q}{\partial y} \\ \frac{\partial^2 \frac{1}{R^2}}{\partial x^2} &= \frac{d^2 \frac{1}{R^2}}{dq^2} \cdot \left(\frac{\partial q}{\partial x}\right)^2 + \frac{d \frac{1}{R^2}}{dq} \cdot \frac{\partial^2 q}{\partial x^2} \\ \frac{\partial \frac{1}{R^2}}{\partial x \partial y} &= \frac{d^2 \frac{1}{R^2}}{dq^2} \cdot \frac{\partial q}{\partial x} \frac{\partial q}{\partial y} + \frac{d \frac{1}{R^2}}{dq} \cdot \frac{\partial^2 q}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2 \frac{1}{R^2}}{\partial y^2} &= \frac{d^2 \frac{1}{R^2}}{dq^2} \cdot \left(\frac{\partial q}{\partial y}\right)^2 + \frac{d \frac{1}{R^2}}{dq} \cdot \frac{\partial^2 q}{\partial y^2} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Zuerst bestimme ich $\frac{d}{dq} \frac{1}{R^2}$ und $\frac{d^2}{dq^2} \frac{1}{R^2}$. Da wir haben

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{R^2} &= \frac{1 + \eta^2}{N^2} \\ \frac{dN}{dq} &= N \cos \varphi \cdot t \eta^2, \quad \frac{d \cos \varphi}{dq} = -\cos^2 \varphi \cdot t (1 + \eta^2) \\ \frac{d\eta^2}{dq} &= -2 \cos \varphi \cdot t (\eta^2 + \eta^4), \quad \frac{dt}{dq} = \cos \varphi \cdot (1 + t^2 + \eta^2 + t^2 \eta^2) \end{aligned} \right\} (9)$$

so findet sich

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dq} \frac{1}{R^2} &= -\frac{4 \cos \varphi}{N^2} t (\eta^2 + \eta^4) \\ \frac{d^2}{dq^2} \frac{1}{R^2} &= -\frac{4 \cos^2 \varphi}{N^2} (\eta^2 - 2t^2 \eta^2) \end{aligned} \right\} (10)$$

Um weiter $\frac{\partial q}{\partial x}$, $\frac{\partial q}{\partial y}$, $\frac{\partial^2 q}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 q}{\partial x \partial y}$ und $\frac{\partial^2 q}{\partial y^2}$ zu haben, gehe ich von den Entwicklungen aus

$$x + iy = a_1 (\Delta q + i \Delta l) + a_2 (\Delta q + i \Delta l)^2 + a_3 (\Delta q + i \Delta l)^3 + a_4 (\Delta q + i \Delta l)^4 + a_5 (\Delta q + i \Delta l)^5 \quad (11)$$

$$\Delta q + i \Delta l = b_1 (x + iy) + b_2 (x + iy)^2 + b_3 (x + iy)^3 + b_4 (x + iy)^4 + b_5 (x + iy)^5 \quad (12)$$

deren Koeffizienten, nach meinen Arbeiten in Z.f.V., folgendermaßen lauten:

Gauß-Krügersche Projektion

[Z.f.V. Bd. LXIII, 1934, Heft 20, Gl. (22) u. (10) bis (13)]

$$\left. \begin{aligned} a'_1 &= N \cos \varphi \\ a'_2 &= -\frac{1}{2} N \cos^2 \varphi \cdot t \\ a'_3 &= -\frac{1}{6} N \cos^3 \varphi \cdot (1 - t^2 + \eta^2) \\ a'_4 &= \frac{1}{24} N \cos^4 \varphi \cdot t (5 - t^2 + 9 \eta^2 + 4 \eta^4) \\ a'_5 &= \frac{1}{120} N \cos^5 \varphi \cdot (5 - 18 t^2 + t^4 + 14 \eta^2 - 58 t^2 \eta^2) \end{aligned} \right\} (13)$$

$$\left. \begin{aligned} b'_1 &= \frac{1}{N \cos \varphi} \\ b'_2 &= \frac{1}{2} \frac{1}{N^2 \cos \varphi} t \\ b'_3 &= \frac{1}{6} \frac{1}{N^3 \cos \varphi} (1 + 2t^2 + \eta^2) \\ b'_4 &= \frac{1}{24} \frac{1}{N^4 \cos \varphi} t (5 + 6t^2 + \eta^2 - 4\eta^4) \\ b'_5 &= \frac{1}{120} \frac{1}{N^5 \cos \varphi} (5 + 28t^2 + 24t^4 + 6\eta^2 + 8t^2 \eta^2) \end{aligned} \right\} (14)$$

Stereographische Projektion

[Z.f.V. Bd. LXIV, 1935, Heft 2, Gl. (20) u. (25)]

$$\left. \begin{aligned}
 a''_1 &= N \cos \varphi \\
 a''_2 &= -\frac{1}{2} N \cos^2 \varphi \cdot t \\
 a''_3 &= -\frac{1}{6} N \cos^3 \varphi \cdot (1/2 - t^2 + 1/2 \eta^2) \\
 a''_4 &= \frac{1}{24} N \cos^4 \varphi \cdot t (2 - t^2 + 6 \eta^2 + 4 \eta^4) \\
 a''_5 &= \frac{1}{120} N \cos^5 \varphi \cdot (1 - 5 1/2 t^2 + t^4 + 6 \eta^2 - 45 1/2 t^2 \eta^2)
 \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

$$\left. \begin{aligned}
 b''_1 &= \frac{1}{N \cos \varphi} \\
 b''_2 &= \frac{1}{2} \frac{1}{N^2 \cos \varphi} t \\
 b''_3 &= \frac{1}{6} \frac{1}{N^3 \cos \varphi} (1/2 + 2t^2 + 1/2 \eta^2) \\
 b''_4 &= \frac{1}{24} \frac{1}{N^4 \cos \varphi} t (3 + 6t^2 - \eta^2 - 4 \eta^4) \\
 b''_5 &= \frac{1}{120} \frac{1}{N^5 \cos \varphi} (3/2 + 18t^2 + 24t^4 - \eta^2 - 2t^2 \eta^2)
 \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Mecklenburgische Projektion

[Z.f.V. Bd. LXIV, 1935, Heft 5, Gl. (27) u. (31)]

$$\left. \begin{aligned}
 a'''_1 &= N \cos \varphi \\
 a'''_2 &= -\frac{1}{2} N \cos^2 \varphi \cdot t \\
 a'''_3 &= -\frac{1}{6} N \cos^3 \varphi \cdot (-t^2) \\
 a'''_4 &= \frac{1}{24} N \cos^4 \varphi \cdot t (-t^2) \\
 a'''_5 &= \frac{1}{120} N \cos^5 \varphi \cdot (t^4)
 \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

$$\left. \begin{aligned}
 b'''_1 &= \frac{1}{N \cos \varphi} \\
 b'''_2 &= \frac{1}{2} \frac{1}{N^2 \cos \varphi} t \\
 b'''_3 &= \frac{1}{6} \frac{1}{N^3 \cos \varphi} 2t^2 \\
 b'''_4 &= \frac{1}{24} \frac{1}{N^4 \cos \varphi} t 6t^2 \\
 b'''_5 &= \frac{1}{120} \frac{1}{N^5 \cos \varphi} 24t^4
 \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

Dessauer Projektion

[Z.f.V. Bd. LXIV, 1935, Heft 10, Gl. (36) u. (34)]

$$\left. \begin{aligned} a^{IV}_1 &= N \cos \varphi \\ a^{IV}_2 &= -\frac{1}{2} N \cos^2 \varphi \cdot t \\ a^{IV}_3 &= -\frac{1}{6} N \cos^3 \varphi \cdot (-t^2) \\ a^{IV}_4 &= \frac{1}{24} N \cos^4 \varphi \cdot t (-1 - t^2 - \eta^2) \\ a^{IV}_5 &= \frac{1}{120} N \cos^5 \varphi \cdot (7t^2 + t^4) \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

$$\left. \begin{aligned} b^{IV}_1 &= \frac{1}{N \cos \varphi} \\ b^{IV}_2 &= \frac{1}{2} \frac{1}{N^2 \cos \varphi} t \\ b^{IV}_3 &= \frac{1}{6} \frac{1}{N^3 \cos \varphi} 2t^2 \\ b^{IV}_4 &= \frac{1}{24} \frac{1}{N^4 \cos \varphi} t (1 + 6t^2 + \eta^2) \\ b^{IV}_5 &= \frac{1}{120} \frac{1}{N^5 \cos \varphi} (8t^2 + 24t^4) \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

Die Ausdrücke für die Dessauer Projektion haben etwas geringere Genauigkeit als diejenige für die drei ersteren Projektionen.

Jetzt zerspalte ich (12) in Real- und Imaginärteil und nehme den Teil für Δq

$$\Delta q = b_1 x + b_2 x^2 - b_2 y^2 + b_3 x^3 - 3 b_3 x y^2 + \dots \quad (21)$$

Daraus ergibt sich

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial q}{\partial x} &= b_1 + 2 b_2 x + 3 b_3 x^2 - 3 b_3 y^2 + \dots \\ \frac{\partial q}{\partial y} &= -2 b_2 y - 6 b_3 x y + \dots \\ \frac{\partial^2 q}{\partial x^2} &= 2 b_2 + 6 b_3 x + \dots \\ \frac{\partial^2 q}{\partial x \partial y} &= -6 b_3 y + \dots \\ \frac{\partial^2 q}{\partial y^2} &= -2 b_2 - 6 b_3 x + \dots \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

oder für den Anfangspunkt

$$\frac{\partial q}{\partial x} = b_1, \quad \frac{\partial q}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial^2 q}{\partial x^2} = 2 b_2, \quad \frac{\partial^2 q}{\partial x \partial y} = 0, \quad \frac{\partial^2 q}{\partial y^2} = -2 b_2 \quad (23)$$

Nun sind aber gerade b_1 und b_2 für alle vier Projektionen dieselben, also können wir allgemein vorgehen und setzen

$$\frac{\partial q}{\partial x} = \frac{1}{N \cos \varphi}, \quad \frac{\partial q}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial^2 q}{\partial x^2} = \frac{1}{N^2 \cos \varphi} t, \quad \frac{\partial^2 q}{\partial x \partial y} = 0, \quad \frac{\partial^2 q}{\partial y^2} = -\frac{1}{N^2 \cos \varphi} t \quad (24)$$

Die Ausdrücke (10) und (24) eingesetzt in (8) geben

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{R^2} &= -\frac{4t}{N^3} (\eta^2 + \eta^4), & \frac{\partial}{\partial y} \frac{1}{R^2} &= 0 \\ \frac{\partial^2}{\partial x^2} \frac{1}{R^2} &= -\frac{4}{N^4} (\eta^2 - t^2 \eta^2), & \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \frac{1}{R^2} &= 0, & \frac{\partial^2}{\partial y^2} \frac{1}{R^2} &= \frac{4}{N^4} t^2 \eta^2 \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

Darin ersetze ich $\frac{1}{N}$ durch $\frac{1}{R}$ mittels

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{N} &= \frac{1}{R} (1 - \frac{1}{2} \eta^2 + \frac{3}{8} \eta^4) \\ \frac{1}{N^2} &= \frac{1}{R^2} (1 - \eta^2 + \eta^4) \\ \frac{1}{N^3} &= \frac{1}{R^3} (1 - \frac{3}{2} \eta^2 + \frac{15}{8} \eta^4) \\ \frac{1}{N^4} &= \frac{1}{R^4} (1 - 2 \eta^2) \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

und bekam

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{R^2} &= -\frac{2t}{R^3} (2 \eta^2 - \eta^4), & \frac{\partial}{\partial y} \frac{1}{R^2} &= 0 \\ \frac{\partial^2}{\partial x^2} \frac{1}{R^2} &= -\frac{4}{R^4} (\eta^2 - t^2 \eta^2), & \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \frac{1}{R^2} &= 0, & \frac{\partial^2}{\partial y^2} \frac{1}{R^2} &= \frac{4}{R^4} t^2 \eta^2 \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

Demnach lautet endgültig (6), gemäß (7) und (27)

$$\begin{aligned} &(2ad + 2ac - b^2) + (2af + 6ae + 2bd - 2bc)x + \\ &+ (2ah + 12ag + 2bf + 2cd - 2c^2)x^2 + \\ &+ (12ai + 2ah + 2cd - 2bf - 2d^2)y^2 = \\ &= \frac{1}{R^2} - \frac{2t}{R^3} (2 \eta^2 - \eta^4)x - \frac{2}{R^4} (\eta^2 - t^2 \eta^2)x^2 + \frac{2}{R^4} t^2 \eta^2 y^2 \end{aligned} \quad (28)$$

worin der Index *o* weggelassen ist.

Aus (28) ergeben sich schließlich die Bestimmungsgleichungen für *d*, *f*, *h* und *i*

$$d = \frac{1}{2aR^2} + \frac{b^2}{2a} - c \quad (29)$$

$$f = -\frac{t}{aR^3} (2 \eta^2 - \eta^4) + \frac{bc}{a} - \frac{bd}{a} - 3e \quad (30)$$

$$h = -\frac{1}{aR^4} (\eta^2 - t^2 \eta^2) + \frac{c^2}{a} - \frac{bf}{a} - \frac{cd}{a} - 6g \quad (31)$$

$$i = \frac{1}{6aR^4} t^2 \eta^2 + \frac{bf}{6a} + \frac{d^2}{6a} - \frac{cd}{6a} - \frac{h}{6} \quad (32)$$

Jetzt wende ich mich zurück zur Bestimmung von *a*, *b*, *c*, *e* und *g*. Ich setze in (12) die Ausdrücke (14), und in (11) nacheinander die Ausdrücke (13), (15), (17) und (19). Ich bekomme durch die Elimination von $\Delta q + i \Delta l$, wenn ich zur Abkürzung

$$z^{(n)} = x^{(n)} + iy^{(n)} \quad (33)$$

setze,

$$\left. \begin{aligned} z' &= z' \\ z'' &= z' + \frac{1}{12 N^2} (1 + \eta^2) z'^3 + \frac{1}{120 N^4} (1 + 2 \eta^2) z'^5 \\ z''' &= z' + \frac{1}{6 N^2} (1 + \eta^2) z'^3 + \frac{1}{24 N^3} t (1 - 3 \eta^2 - 4 \eta^4) z'^4 + \\ &\quad + \frac{1}{120 N^4} (5 + 3 t^2 + 6 \eta^2 + 3 t^2 \eta^2) z'^5 \\ z^{IV} &= z' + \frac{1}{6 N^2} (1 + \eta^2) z'^3 - \frac{1}{6 N^3} t \eta^2 z'^4 + \frac{1}{24 N^4} z'^5 \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

Weiter setze ich in (12) nacheinander (14), (16), (18) und (20), und in (11) nur (13). Ich bekomme in derselben Weise

$$\left. \begin{aligned} z' &= z'' - \frac{1}{12 N^2} (1 + \eta^2) z''^3 + \frac{1}{80 N^4} (1 + 2 \eta^2) z''^5 \\ z' &= z''' - \frac{1}{6 N^2} (1 + \eta^2) z'''^3 - \frac{1}{24 N^3} t (1 - 3 \eta^2 - 4 \eta^4) z'''^4 + \\ &\quad + \frac{1}{120 N^4} (5 - 3 t^2 + 14 \eta^2 - 3 t^2 \eta^2) z'''^5 \\ z' &= z^{IV} - \frac{1}{6 N^2} (1 + \eta^2) z^{IV^3} + \frac{1}{6 N^3} t \eta^2 z^{IV^4} + \frac{1}{24 N^4} z^{IV^5} \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

Die Gl. (34) bzw. (35) sind gerade die Gleichungen zur Transformation von den Gauß-Krügerschen Koordinaten in die in Frage kommenden Koordinaten und umgekehrt.

Jetzt ersetze ich in (34) und (35) $\frac{1}{N}$ durch $\frac{1}{R}$ mittels (26) und setze darin $y^{(n)} = \Delta l = 0$, wodurch x' gleich dem Zuwachs der Bogenlänge B im Meridian wird.

$$\left. \begin{aligned} x' &= \Delta B \\ x'' &= \Delta B + \frac{1}{12 R^2} \Delta B^3 + \frac{1}{120 R^4} \Delta B^5 \\ x''' &= \Delta B + \frac{1}{6 R^2} \Delta B^3 + \frac{1}{24 R^3} t (1 - 4^{1/2} \eta^2 + 2^{3/8} \eta^4) \Delta B^4 + \\ &\quad + \frac{1}{120 R^4} (5 + 3 t^2 - 4 \eta^2 - 3 t^2 \eta^2) \Delta B^5 \\ x^{IV} &= \Delta B + \frac{1}{6 R^2} \Delta B^3 - \frac{1}{6 R^3} t \eta^2 \Delta B^4 + \frac{1}{24 R^4} \Delta B^5 \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta B &= x' \\ \Delta B &= x'' - \frac{1}{12 R^2} x''^3 + \frac{1}{80 R^4} x''^5 \\ \Delta B &= x''' - \frac{1}{6 R^2} x'''^3 - \frac{1}{24 R^3} t (1 - 4^{1/2} \eta^2 + 2^{3/8} \eta^4) x'''^4 + \\ &\quad + \frac{1}{120 R^4} (5 - 3 t^2 + 4 \eta^2 + 3 t^2 \eta^2) x'''^5 \\ \Delta B &= x^{IV} - \frac{1}{6 R^2} x^{IV^3} + \frac{1}{6 R^3} t \eta^2 x^{IV^4} + \frac{1}{24 R^4} x^{IV^5} \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

Da wir für den Meridian haben

$$m_M^{(n)} = \frac{d x^{(n)}}{d B}, \quad \frac{1}{m_M^{(n)}} = \frac{d B}{d x^{(n)}} \quad (38)$$

so gibt die Differentiation von (36) und (37)

$$\begin{aligned}
 m'_M &= 1 \\
 m''_M &= 1 + \frac{1}{4R^2} \Delta B^2 + \frac{1}{24R^4} \Delta B^4 \\
 m'''_M &= 1 + \frac{1}{2R^2} \Delta B^2 + \frac{1}{6R^3} t (1 - 4^{1/2} \eta^2 + 2^{3/8} \eta^4) \Delta B^3 + \\
 &\quad + \frac{1}{24R^4} (5 + 3t^2 - 4\eta^2 - 3t^2 \eta^2) \Delta B^4 \\
 m^{IV}_M &= 1 + \frac{1}{2R^2} \Delta B^2 - \frac{2}{3R^3} t \eta^2 \Delta B^3 + \frac{5}{24R^4} \Delta B^4
 \end{aligned} \tag{39}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{m'_M} &= 1 \\
 \frac{1}{m''_M} &= 1 - \frac{1}{4R^2} x''^2 + \frac{1}{16R^4} x''^4 \\
 \frac{1}{m'''_M} &= 1 - \frac{1}{2R^2} x''^2 - \frac{1}{6R^3} t (1 - 4^{1/2} \eta^2 + 2^{3/8} \eta^4) x''^3 + \\
 &\quad + \frac{1}{24R^4} (5 - 3t^2 + 4\eta^2 + 3t^2 \eta^2) x''^4 \\
 \frac{1}{m^{IV}_M} &= 1 - \frac{1}{2R^2} x^{IV2} + \frac{2}{3R^3} t \eta^2 x^{IV3} + \frac{5}{24R^4} x^{IV4}
 \end{aligned} \tag{40}$$

Indem ich in (39) die Gl. (37) eintrage und von (40) die inversen Werte nehme, bekomme ich in beiden Fällen übereinstimmend

$$\begin{aligned}
 m'_M &= 1 \\
 m''_M &= 1 + \frac{1}{4R^2} x''^2 \\
 m'''_M &= 1 + \frac{1}{2R^2} x''^2 + \frac{1}{6R^3} t (1 - 4^{1/2} \eta^2 + 2^{3/8} \eta^4) x''^3 + \\
 &\quad + \frac{1}{24R^4} (1 + 3t^2 - 4\eta^2 - 3t^2 \eta^2) x''^4 \\
 m^{IV}_M &= 1 + \frac{1}{2R^2} x^{IV2} - \frac{2}{3R^3} t \eta^2 x^{IV3} + \frac{1}{24R^4} x^{IV4}
 \end{aligned} \tag{41}$$

Ein einfacher Vergleich von (41) mit (5) gibt zunächst für alle vier Projektionen

$$a = 1, b = 0, \tag{42}$$

also (5), (4) und (29) bis (32) werden

$$m_M = 1 + c x^2 + e x^3 + g x^4 \tag{43}$$

$$m = 1 + c x^2 + d y^2 + e x^3 + f x y^2 + g x^4 + h x^2 y^2 + i y^4 \tag{44}$$

$$d = \frac{1}{2R^2} - c \tag{45}$$

$$f = -\frac{t}{R^3} (2\eta^2 - \eta^4) - 3e \tag{46}$$

$$h = -\frac{1}{R^4} (\eta^2 - t^2 \eta^2) + c^2 - cd - 6g \tag{47}$$

$$i = \frac{1}{6R^4} t^2 \eta^2 + \frac{1}{6} d^2 - \frac{cd}{6} - \frac{h}{6} \tag{48}$$

Ein näherer Vergleich zwischen (41) und (43) ergibt für jede der vier Projektionen

$$c' = 0, e' = 0, g' = 0 \quad (49)$$

$$c'' = \frac{1}{4 R^2}, e'' = 0, g'' = 0 \quad (50)$$

$$\left. \begin{aligned} c''' &= \frac{1}{2 R^2}, e''' = \frac{1}{6 R^3} t (1 - 4^{1/2} \eta^2 + 2^{3/8} \eta^4) \\ g''' &= \frac{1}{24 R^4} (1 + 3 t^2 - 4 \eta^2 - 3 t^2 \eta^2) \end{aligned} \right\} \quad (51)$$

$$c^{IV} = \frac{1}{2 R^2}, e^{IV} = -\frac{2}{3 R^3} t \eta^2, g^{IV} = \frac{1}{24 R^4} \quad (52)$$

Endlich trage ich in (45) bis (48) nacheinander die Ausdrücke (49) bis (52) ein und bekomme

$$\left. \begin{aligned} d' &= \frac{1}{2 R^2}, f' = -\frac{t}{R^3} (2 \eta^2 - \eta^4), \\ h' &= -\frac{1}{R^4} (\eta^2 - t^2 \eta^2), i' = \frac{1}{24 R^4} (1 + 4 \eta^2) \end{aligned} \right\} \quad (53)$$

$$\left. \begin{aligned} d'' &= \frac{1}{4 R^2}, f'' = -\frac{t}{R^3} (2 \eta^2 - \eta^4) \\ h'' &= -\frac{1}{R^4} (\eta^2 - t^2 \eta^2), i'' = \frac{1}{6 R^4} \eta^2 \end{aligned} \right\} \quad (54)$$

$$\left. \begin{aligned} d''' &= 0, f''' = -\frac{t}{2 R^3} (1 - 1/2 \eta^2 + 1^{3/8} \eta^4) \\ h''' &= -\frac{1}{4 R^4} (3 t^2 - 7 t^2 \eta^2), i''' = \frac{1}{8 R^4} (t^2 - t^2 \eta^2) \end{aligned} \right\} \quad (55)$$

$$d^{IV} = 0, f^{IV} = 0, h^{IV} = 0, i^{IV} = 0 \quad (56)$$

Indem ich in (44) die Ausdrücke (49) und (53) bzw. (50) und (54), bzw. (51) und (55), bzw. (52) und (56) einsetze, bekomme ich schließlich die gesuchten Formeln

Gauß-Krügersche Projektion

$$m = 1 + \frac{1}{2 R^2} y^2 - \frac{1}{R^3} t (2 \eta^2 - \eta^4) x y^2 - \frac{1}{R^4} (\eta^2 - t^2 \eta^2) x^2 y^2 + \frac{1}{24 R^4} (1 + 4 \eta^2) y^4 \quad (57)$$

Stereographische Projektion

$$m = 1 + \frac{1}{4 R^2} x^2 + \frac{1}{4 R^2} y^2 - \frac{1}{R^3} t (2 \eta^2 - \eta^4) x y^2 - \frac{1}{R^4} (\eta^2 - t^2 \eta^2) x^2 y^2 + \frac{1}{6 R^4} \eta^2 y^4 \quad (58)$$

Mecklenburgische Projektion

$$m = 1 + \frac{1}{2 R^2} x^2 + \frac{1}{6 R^3} t (1 - 4^{1/2} \eta^2 + 2^{3/8} \eta^4) x^3 - \frac{1}{2 R^3} t (1 - 1/2 \eta^2 + 1^{3/8} \eta^4) x y^2 + \frac{1}{24 R^4} (1 + 3 t^2 - 4 \eta^2 - 3 t^2 \eta^2) x^4 - \frac{1}{4 R^4} (3 t^2 - 7 t^2 \eta^2) x^2 y^2 + \frac{1}{8 R^4} (t^2 - t^2 \eta^2) y^4 \quad (59)$$

Dessauer Projektion

$$m = 1 + \frac{1}{2 R^2} x^2 - \frac{2}{3 R^3} t \eta^2 x^3 + \frac{1}{24 R^4} x^4 \tag{60}$$

wo alle Koeffizienten für den Anfangspunkt zu nehmen sind, also Konstante sind.

Während bei der stereographischen, der Mecklenburgischen und der Dessauer Projektion der Anfangspunkt ein bestimmter Punkt ist, kann bei der Gauß-Krügerschen Projektion ein beliebiger Punkt $(x_0, 0)$ des Grundmeridians als Anfang genommen werden. Das ist ein Vorzug der Gauß-Krügerschen Projektion. Denn wir können in der Formel (57) $\Delta x = x - x_0$ anstelle von x schreiben und durch mehrere solche rechnerische Nullpunkte Δx in mäßigen Grenzen halten, was zur Folge hat, daß das Glied mit $\Delta x y^2$ klein und das Glied mit $\Delta x^2 y^2$ praktisch Null wird.

Zur Illustration gebe ich eine Anwendung auf Deutschland. Ich nehme auch den Logarithmus von m auf

$$\begin{aligned} \lg m = & \frac{\text{Mod}}{2 R^2} y^2 - \frac{\text{Mod}}{R^3} t (2 \eta^2 - \eta^4) \Delta x y^2 - \\ & - \frac{\text{Mod}}{R^4} (\eta^2 - t^2 \eta^2) \Delta x^2 y^2 - \frac{\text{Mod}}{12 R^4} (1 - 2 \eta^2) y^4 \end{aligned} \tag{61}$$

Nach dem eben gesagten schreibe ich

$$m = 1 + a y^2 + b \Delta x y^2 + c y^4 \tag{62}$$

$$\lg m = a' y^2 + b' \Delta x y^2 + c' y^4 \tag{63}$$

wo die Koeffizienten aus der folgenden Tabelle in Einheit der siebenten Stelle zu entnehmen sind

	φ_0	x_0	m	a	b	c	a'	b'	c'
I	47° 5'	206 717	3.089 4850 ₋₁₀	4.411 _n ⁻²⁰	8.406 ₋₃₀	2.727 2694 ₋₁₀	4.049 _n ⁻²⁰	8.337 _n ⁻³⁰	
II	48	5 317 885	3.089 3839	4.410 _n	8.406	2.727 1682	4.048 _n	8.337 _n	
III	49	5 429 073	3.089 2831	4.408 _n	8.405	2.727 0674	4.046 _n	8.337 _n	
IV	50	5 540 280	3.089 1828	4.405 _n	8.405	2.726 9671	4.043 _n	8.337 _n	
V	51	5 651 506	3.089 0831	4.402 _n	8.405	2.726 8674	4.040 _n	8.336 _n	
VI	52	5 762 751	3.088 9841	4.399 _n	8.404	2.726 7684	4.036 _n	8.336 _n	
VII	53	5 874 015	3.088 8859	4.395 _n	8.404	2.726 6702	4.032 _n	8.336 _n	
VIII	54	5 985 298	3.088 7887	4.390 _n	8.403	2.726 5730	4.027 _n	8.336 _n	
IX	55	6 096 599	3.088 6927 ₋₁₀	4.384 _n ⁻²⁰	8.403 ₋₃₀	2.726 4770 ₋₁₀	4.022 _n ⁻²⁰	8.336 _n ⁻³⁰	

Ein Beispiel mag dies belegen. Ich nehme den Punkt

$$x = 5\ 596\ 965^m$$

$$y = 106\ 408.88$$

(das ist der Punkt mit $\varphi = 50^\circ 30'$ und $l = 1^\circ 30'$) und nehme nach der IV. und V. Reihe

	IV m	V m	IV $\lg m$	V $\lg m$
	1.000 0000.000	1.000 0000.000	0.000 0000.000	0.000 0000.000
$a y^2$	+ 1390.396	+ 1390.077	$a' y^2$ + 603.841	+ 603.702
$b \Delta x y^2$	- .163	+ .156	$b' \Delta x y^2$ - .071	+ .068
$c y^4$	+ .033	+ .033	$c' y^4$ - .028	- .028
m	<u>1.000 1390.266</u>	<u>1.000 1390.266</u>	<u>$\lg m$ 0.000 0603.742</u>	<u>0.000 0603.742</u>

Bemerkungen zur Ausgleichung von Bussolenzügen.

Von Heinrich Jung, Clausthal.

In einer kürzlich erschienenen Untersuchung befaßte sich J. Nittinger mit den Bedingungen, die erfüllt sein müssen, damit die bei der Ausgleichung der Polygonzüge übliche Verteilung des Koordinatenabschlußfehlers proportional den Seitenlängen einer strengen Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate entspricht¹⁾. Er konnte zeigen, daß letzteres bei Bussolenzügen der Fall ist, wenn

- 1.) alle Richtungswinkel gleichgewichtig sind,
- 2.) ein bestimmtes Genauigkeitsverhältnis zwischen Strecken- und Winkelmessungen besteht und
- 3.) die Polygonseiten gleiche Längen haben.

Diese Bedingungen sind hinreichend. Es läßt sich aber zeigen, daß sie in dieser engen Fassung nicht notwendig sind und durch weniger scharfe Forderungen ersetzt werden können. Vor allem erweist sich die Bedingung 3.) als überflüssig. Läßt man sie fallen, so nimmt 1.) eine etwas andere Form an. Die Forderung 2.) bleibt bestehen und läßt sich anschaulich geometrisch deuten.

Zum besseren Verständnis der folgenden Untersuchungen seien kurz die aus der Ausgleichsrechnung für bedingte Beobachtungen bekannten Beziehungen zusammengestellt.

Bezeichnet m_s die mittleren Fehler der Polygonseiten und m_v die mittleren Fehler der Richtungswinkel (im Bogenmaß) — wobei für die n Polygonseiten

die $m_s^{(1)}, m_s^{(2)}, \dots, m_s^{(n)}$ sowie die $m_v^{(1)}, m_v^{(2)}, \dots, m_v^{(n)}$

zunächst vollkommen beliebig sein können und keiner Bedingung unterliegen —, so ergeben sich aus den Bedingungsbedingungen

$$(B) \quad \left. \begin{aligned} [\cos v \cdot \lambda] - [s \cdot \sin v \cdot dv] - f_x &= 0^{(2)} \\ [\sin v \cdot \lambda] + [s \cdot \cos v \cdot dv] - f_y &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2 \text{ Gleichungen})$$

die Normalgleichungen

$$(N) \quad \left. \begin{aligned} [m_s^2 \cdot \cos^2 v + m_v^2 \cdot s^2 \cdot \sin^2 v] \cdot k_1 + \\ + [(m_s^2 - m_v^2 \cdot s^2) \cdot \cos v \cdot \sin v] \cdot k_2 - f_x &= 0 \\ [(m_s^2 - m_v^2 \cdot s^2) \cdot \cos v \cdot \sin v] \cdot k_1 + \\ + [m_s^2 \cdot \sin^2 v + m_v^2 \cdot s^2 \cdot \cos^2 v] \cdot k_2 - f_y &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2 \text{ Gleichungen}).$$

λ und dv erhält man aus den Korrelatengleichungen

$$(K) \quad \left. \begin{aligned} \lambda &= m_s^2 \cdot (\cos v \cdot k_1 + \sin v \cdot k_2) \\ s \cdot dv &= m_v^2 \cdot s^2 \cdot (-\sin v \cdot k_1 + \cos v \cdot k_2) \end{aligned} \right\} \quad (2n \text{ Gleichungen})$$

und die Verbesserungen dx bzw. dy der Polygonseitenkomponenten aus

$$(V) \quad \left. \begin{aligned} dx &= \cos v \cdot \lambda - s \cdot \sin v \cdot dv \\ dy &= \sin v \cdot \lambda + s \cdot \cos v \cdot dv \end{aligned} \right\} \quad (2n \text{ Gleichungen}).$$

Die Durchrechnung bietet keine prinzipielle Schwierigkeit.

¹⁾ J. Nittinger: Zur Proportionalverteilung der Polygonzugs-Widersprüche nach den Strecken. Zeitschrift für Vermessungswesen 67, 1938, 134—135.

²⁾ Eckige Klammern bedeuten wie üblich Summen über die n Polygonseiten. Zur bloßen Zusammenfassung von Größen dienen runde oder geschweifte Klammern. — dv ist im Bogenmaß einzuführen.

Die Normalgleichungen (N) werden besonders einfach, wenn man für die mittleren Fehler m_s und m_v folgende Bedingung ansetzt:

$$(2') \quad m_v \cdot s = m_s \quad (n \text{ Gleichungen}).$$

Dies ist die Form, die die Bedingung 2.) von J. Nittinger annimmt. Sie sagt aus, daß der Betrag der mittleren Querverschiebung eines Polygonseitenendpunktes gleich dem mittleren Längenfehler der betreffenden Polygonseite ist. Es sei ausdrücklich hervorgehoben, daß die Bedingung (2') nur ein $m_v^{(t)}$ mit dem zugehörigen $m_s^{(t)}$ verknüpft. Die $m_v^{(t)}$ wie auch die $m_s^{(t)}$ untereinander unterliegen keinerlei Beschränkung. Eine Bedingung, die der Forderung 1.) von J. Nittinger entspricht, ist hier noch nicht eingeführt.

Rechnet man die Ausgleichung unter Beachtung von (2') durch, so ergibt sich als Endresultat:

$$(V) \quad \left. \begin{aligned} dx &= \frac{m_s^2}{[m_s^2]} \cdot f_x \\ dy &= \frac{m_s^2}{[m_s^2]} \cdot f_y \end{aligned} \right\} (2n \text{ Gleichungen}).$$

Man erhält also das bemerkenswerte Ergebnis, daß unter der alleinigen Bedingung (2') der Koordinatenabschlußfehler nicht proportional den Längen s der Polygonseiten, sondern proportional den Quadraten der mittleren Streckenfehler m_s zu verteilen ist.

Um nun die Gleichungen (V') in die üblichen Verbesserungsgleichungen

$$(V'') \quad \left. \begin{aligned} dx &= \frac{s}{[s]} \cdot f_x \\ dy &= \frac{s}{[s]} \cdot f_y \end{aligned} \right\} (2n \text{ Gleichungen})$$

überzuführen, ist notwendig und hinreichend, daß die m_s^2 proportional den s angesetzt werden. Dann ergeben sich unter Verwendung von (2') die endgültigen Bedingungen

$$\begin{aligned} (a) \quad m_s &= \mu \cdot \sqrt{s} \\ (b) \quad m_v &= \frac{\mu}{\sqrt{s}} \end{aligned} \quad \left. \right\} (2n \text{ Gleichungen}),$$

wobei μ eine beliebige Konstante bedeutet. (a) ist der bei Streckenmessungen übliche Ansatz für den mittleren Streckenfehler (proportional der Quadratwurzel aus der Streckenlänge). (b) ist die gesuchte Verallgemeinerung der Bedingung 1.) von J. Nittinger und trägt bis zu einem gewissen Grad der Wirkung von Zentrierungsfehlern Rechnung. Fügt man — was keinesfalls notwendig ist — die Bedingung 3.) von J. Nittinger hinzu (gleiche Seitenlänge), so geht (b) unmittelbar in 1.) über. Die Bedingungen von J. Nittinger sind also in den hier abgeleiteten allgemeineren als Spezialfälle enthalten.

Um zu einem gewissen Urteil über die quantitative Bedeutung der Bedingungen (a) und (b) zu kommen, sei $\mu = 0,01 m^{1/2}$ gesetzt. Dann ergibt sich

für $s = 100$ m : $m_s = 0,10$ m, $m_v = 0,00100 = 3,4'$,
für $s = 1000$ m : $m_s = 0,32$ m, $m_v = 0,00032 = 1,1'$.

Diese Genauigkeitszahlen können bei Bussolenzügen ungefähr zutreffen.

Die Bedingungen (a) und (b) sind, obwohl allgemeiner als die Forderungen 1.) bis 3.) von J. Nittinger, zunächst ebenfalls nur hinreichend, da sie aus dem Ansatz (2') folgen, der willkürlich eingeführt wurde, um die Normalgleichungen (N) zu vereinfachen. Es ist nunmehr noch zu zeigen, daß die Bedingungen (2') im allgemeinen notwendig sind, wenn in jedem beliebig orientierten rechtwinkligen Koordinatensystem die dx nur von f_x und die dy nur von f_y abhängen sollen. Hierzu sind zunächst die Gleichungen (N), (K) und (V) in voller Allgemeinheit aufzulösen. Führt man folgende Abkürzungen ein:

$$\begin{aligned} m_s^2 \cdot \cos^2 \nu + m_v^2 \cdot s^2 \cdot \sin^2 \nu &= a \\ (m_s^2 - m_v^2 \cdot s^2) \cdot \cos \nu \cdot \sin \nu &= b \\ m_s^2 \cdot \sin^2 \nu + m_v^2 \cdot s^2 \cdot \cos^2 \nu &= c \end{aligned} \quad (3 \text{ n Gleichungen}),$$

so wird

$$\begin{aligned} dx &= \frac{(a \cdot [c] - b \cdot [b]) \cdot f_x + (b \cdot [a] - a \cdot [b]) \cdot f_y}{[a] \cdot [c] - [b]^2} \\ dy &= \frac{(b \cdot [c] - c \cdot [b]) \cdot f_x + (c \cdot [a] - b \cdot [b]) \cdot f_y}{[a] \cdot [c] - [b]^2} \end{aligned}$$

Hieraus folgen die Bedingungen

$$(n) \quad \left. \begin{aligned} b \cdot [a] - a \cdot [b] &= 0 \\ b \cdot [c] - c \cdot [b] &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2n \text{ Gleichungen}).$$

Wie man leicht sieht, sind sie erfüllt, wenn die b proportional den a und c sind, also

$$b = \alpha \cdot a = \gamma \cdot c,$$

worin α und γ Konstanten darstellen, die für alle Polygonseiten dieselben Werte besitzen. Daß keine andere Möglichkeit besteht, läßt sich leicht beweisen, indem man die Gleichungen (n) als lineare homogene Bestimmungsgleichungen für die b auffaßt und zeigt, daß die Koeffizientendeterminanten den Rang $(n - 1)$ haben. Die mit wechselndem Vorzeichen versehenen Unterdeterminanten der ersten Zeile nehmen, wie man leicht berechnen kann, die Werte $a \cdot [a]^{n-2}$ bzw. $c \cdot [c]^{n-2}$ an und sind also, da die a und c positiv sind, von 0 verschieden.

Nun ist zu untersuchen, unter welchen Annahmen über die Genauigkeitsverhältnisse der Strecken- und Winkelmessungen die a , b und c einander proportional gemacht werden können. Setzt man

$$m_v \cdot s = k \cdot m_s \quad (n \text{ Gleichungen}),$$

wobei die $k^{(1)}, k^{(2)}, \dots, k^{(n)}$ zunächst keiner Beschränkung unterliegen, und führt man für a , b und c die vollständigen Ausdrücke ein, so ergibt sich:

$$\alpha = \frac{1 - k^2}{\cotg \nu + k^2 \cdot \tg \nu}$$

$$\gamma = \frac{1 - k^2}{\tg \nu + k^2 \cdot \cotg \nu}$$

Diese Ausdrücke sollen für alle Polygonseiten gleiche Werte annehmen, d. h. sie müssen im allgemeinen von ν unabhängig sein. Dies ist aber nur für $k = 1$ der Fall³⁾, und man erhält:

$$m_\nu \cdot s = m_s,$$

d. h., es ergibt sich notwendig die Bedingung (2'). Damit sind auch die endgültigen Bedingungen (a) und (b) im allgemeinen Fall als notwendig erkannt.

In Spezialfällen ist es unter Umständen möglich, die Bedingungen (2'), (a) und (b) zu lockern. Als Beispiel hierfür seien die gestreckten Bussolenzüge (alle Richtungswinkel ν einander gleich) angeführt. In diesem Fall sind für beliebiges, aber für alle Polygonseiten gleiches k , das seiner Natur nach positiv ist, die Konstanten α und γ für alle Polygonseiten dieselbe. (2') ist also durch die schwächere Bedingung

$$(2'') \quad m_\nu \cdot s = k \cdot m_s \quad (n \text{ Gleichungen})$$

zu ersetzen⁴⁾. Diese ist notwendig. Daß sie auch hinreicht, sieht man, wenn die Ausgleichung unter Beachtung von (2'') durchgeführt wird. Die Bestimmungsgleichungen (V') bzw. (V'') für dx und dy bleiben ungeändert, während die Bedingungen (a) und (b) in die schwächeren Forderungen

$$\left. \begin{array}{l} \bar{(a)} \quad m_s = \lambda \cdot \sqrt{s} \\ \bar{(b)} \quad m_\nu = \frac{\mu}{\sqrt{s}} \end{array} \right\} \quad (2n \text{ Gleichungen})$$

übergehen, wobei die beiden Konstanten λ und μ beliebig und voneinander unabhängig sind. Es bedeutet dies, daß bei gestreckten Bussolenzügen die Genauigkeiten der Strecken- und Winkelmessungen nicht mehr wie im allgemeinen Fall in einem festen Verhältnis zueinander stehen müssen. Die Bedingungen (a) und (b) sind für gestreckte Bussolenzüge notwendig und hinreichend dafür, daß die Verteilung des Koordinatenabschlußfehlers proportional den Seitenlängen einer strengen Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate entspricht.

Zusammenfassung: Es wird gezeigt, daß die von J. Nittinger abgeleiteten Bedingungen für die Proportionalverteilung des Koordinatenabschlußfehlers bei Bussolenzügen zwar hinreichend, aber nicht notwendig sind. Als notwendig und hinreichend werden im allgemeinen die Bedingungen (a) und (b) nachgewiesen. Bei gestreckten Bussolenzügen sind sie durch die schwächeren Forderungen $\bar{(a)}$ und $\bar{(b)}$ zu ersetzen.

³⁾ Es ist wohl möglich, k als Funktion von ν so zu bestimmen, daß entweder α oder γ von ν unabhängig wird. Beides läßt sich jedoch im allgemeinen nur für $k = 1$ erreichen.

⁴⁾ Die mittleren Querverschiebungen der Polygonseiten-Endpunkte sind also nicht mehr notwendig gleich den entsprechenden mittleren Fehlern der Seitenlängen. Es genügt, wenn diese Größen in einem für alle Polygonseiten gleichen, sonst aber beliebigen Verhältnis stehen.

Vorwärtsabschneiden mit der Doppelrechenmaschine.

Von Obervermessungsrat Kurt Lips.

Die Ausführungen des Herrn H. Heckmann in dieser Zeitschrift (Jahrgang 1937, S. 539 ff.) über die unmittelbare Lösung des Vorwärtsabschneidens mit orientierten Richtungen veranlassen die Bekanntgabe eines aus einer Titelseite und aus beliebig vielen Gebrauchsseiten bestehenden Vordrucks, bei dessen Bearbeitung dankenswerterweise auch die Erfahrungen anderer Vermessungsbehörden verwertet werden konnten. Da sachgemäße Netzverdichtungen die Herstellung gegenseitiger Richtungen und die Führung von Abrissen und Netzrissen voraussetzen, wurde der Vordruck auf das Vorwärtsabschneiden über „Neigungen“, wie die Preußische Katasterverwaltung die orientierten Richtungen nennt, beschränkt.

Wird durch den rechten Festpunkt R eine Parallele zur Ordinatenachse gelegt, die die Gerade durch den linken Festpunkt L im Punkte J schneidet (vgl. die erste Abbildung auf der Titelseite des Vordrucks), so ist mit $x_r = x$, die Ordinate

$$y_i = y_1 + (x_r - x_1) \operatorname{tg} \gamma_1 \quad (1)$$

Damit ergeben sich die Koordinaten y , x des Neupunktes N vom Festpunkt R und vom Hilfspunkt J aus zu

$$y = y_i + (x - x_r) \operatorname{tg} \gamma_1 = y_r + (x - x_r) \operatorname{tg} \gamma_1 \quad (2)$$

Zur Auflösung der Gleichung (1) wird bei leerer Maschine die Abszisse x_1 in das Umdrehungszählwerk hineingekurbelt; dann erst wird im linken Einstellwerk $\operatorname{tg} \gamma_1$ und im linken Resultatwerk die Ordinate y_1 eingestellt. Die Stellung der Schalthebel richtet sich, da ostwärts zählende Ordinaten (Rechtswerte) und nördlich zählende Abszissen (Hochwerte) nicht nur für die Meridianstreifen, sondern auch für die älteren Katastersysteme (z. B. Müggelberg) vorausgesetzt werden, lediglich nach dem Vorzeichen von $\operatorname{tg} \gamma_1$. Durch Hineinkurbeln der Abszisse x_r in das Umdrehungszählwerk läuft dieses um den Unterschied $(x_r - x_1)$ vorwärts; im linken Resultatwerk steht daher die Ordinate y_i .

Alsdann wird im rechten Einstellwerk $\operatorname{tg} \gamma_r$ und im rechten Resultatwerk die Ordinate y_r eingestellt. Die Stellung der Schalthebel richtet sich nach den Vorzeichen von $\operatorname{tg} \gamma_1$ und $\operatorname{tg} \gamma_r$. Die Doppelgleichung (2) wird dann durch Gleichkurbeln der Werte y_i und y_r in den beiden Resultatwerken aufgelöst. Sind diese beiden Werte gleichgekurbelt, so ist das Umdrehungszählwerk um den Unterschied $(x - x_r)$ bis zur Abszisse x vorwärtsgelaufen, und in dem beiden Resultatwerken steht die Ordinate y . Damit ist die Rechnung beendet.

Die Lösung versagt für die in der Richtung der Ordinatenachse verlaufenden Neigungen, also für die Neigungen von 90° und 270° und wird in der Nähe dieser Werte ungenau. Als Ersatz stehen die cotang-Formeln zur Verfügung, zu deren Herleitung durch den rechten Festpunkt R eine Parallele zur Abszissenachse gelegt wird, die die Gerade durch den linken Festpunkt L

im Punkte K schneidet (vgl. die zweite Abbildung auf der Titelseite des Vordrucks). Dann ist mit $y_k = y_r$ die Abszisse

$$x_k = x_1 + (y_r - y_1) \operatorname{ctg} \gamma_1 \quad (3)$$

Damit ergeben sich die Koordinaten y, x des Neupunkts N vom Festpunkt R und vom Hilfspunkt K aus zu

$$x = x_k + (y - y_r) \operatorname{ctg} \gamma_1 = x_r + (y - y_r) \operatorname{ctg} \gamma_1 \quad (4)$$

Zur Auflösung der Gleichung (3) wird bei leerer Maschine die Ordinate y_1 in das Umdrehungszählwerk hineingekurbelt; dann wird im linken Einstellwerk $\operatorname{ctg} \gamma_1$ und im linken Resultatwerk die Abszisse x_1 eingestellt. Durch Hineinkurbeln der Ordinate y_r in das Umdrehungszählwerk erscheint im linken Resultatwerk die Ordinate y_k . Alsdann wird im rechten Einstellwerk $\operatorname{ctg} \gamma_r$ und im rechten Resultatwerk die Abszisse x_r eingestellt. Durch Gleichkurbeln der Werte x_k und x_r in den beiden Resultatwerken erscheint im Umdrehungszählwerk die Ordinate y und in den beiden Resultatwerken die Abszisse x .

Die Titelseite des Vordrucks enthält außer der Rechenanleitung noch ein einfaches Zahlenbeispiel für die Tangenten $+2,0$ und $+0,4$, also für die Kotangenten $+0,5$ und $+2,5$. Für dieses den Rechnungsgang gut veranschaulichende und leicht zu überblickende Beispiel sind außer den Koordinaten des Neupunkts auch noch diejenigen der beiden Hilfspunkte angegeben. Alsdann wird das von Herrn H. Heckmann (a. a. O. S. 541) gewählte Beispiel nach Einführung der dekadischen Ergänzungen für die negativen Ordinaten ebenso ausführlich nach den tg - und den ctg -Formeln und unter Angabe der Koordinaten der beiden Hilfspunkte berechnet.

Damit kann zum Gebrauchsvordruck übergegangen werden, bei dessen Verwendung die tg -Formeln bevorzugt werden. Das der Praxis entnommene Beispiel enthält für den Neupunkt 18 vier Neigungen, die in ihrer Aufeinanderfolge zu je zweien genügend günstige Schmitte und damit vier Vorwärtsabschnitte bilden. Zum Schluß folgt ein derselben Punktverdichtung entnommenes Beispiel für den Neupunkt mit drei Neigungen, von denen die

erste fast in der Richtung der Ordinatenachse verläuft. Statt mit $\operatorname{tg} \gamma = 665$ zu rechnen, wird daher zu den Kotangensformeln übergegangen. Auch diese drei Neigungen bilden in ihrer Aufeinanderfolge zu je zweien genügend günstige Schmitte und damit drei Vorwärtsabschnitte.

Der Vorzug der unmittelbaren Lösung besteht in der Ausschaltung des Dreiecksheftes. Dadurch fällt aber auch die bei der trigonometrischen Lösung gebräuchliche Mittelung der Dreiecksseiten fort. Die unmittelbare Koordinatenberechnung liefert scheinbar also ungenauere Werte als die trigonome-

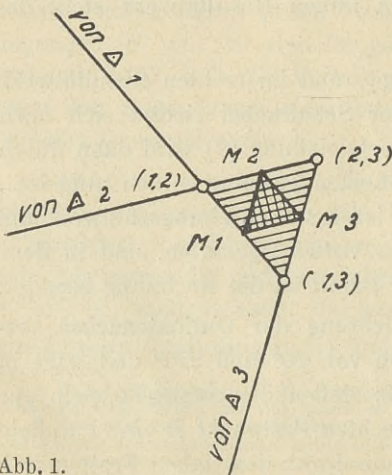


Abb. 1.

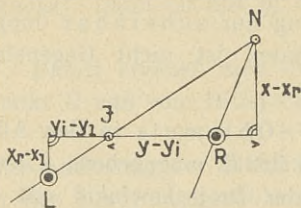
trische Lösung, die das nebenstehend dargestellte fehlerzeigende Dreieck streckenmäßig auf die Hälfte und flächenmäßig auf ein Viertel verkleinert. Die Beseitigung der bei der unmittelbaren Lösung nur scheinbar doppelt so großen Unterschiede der Näherungskordinaten ist nicht Gegenstand dieser Ausführungen.

Zum Schluß sei noch auf die von Herrn W. Ohlemutz in den Allgemeinen Vermessungsnachrichten, Jhrg. 1936, S. 382 ff. angegebene Lösung des Vorwärtseinschneidens unter Verwendung der Dreieckswinkel mit der Hamann-Rechenmaschine verwiesen. Der Vorteil, daß die Stellung der Schaltebel sich nach den allgemeinen algebraischen Vorzeichenregeln richtet, ist auch der hier veröffentlichten Lösung zu eigen. Ob das Gleichkurbeln der Werte auch von einem geübten Rechner mehr Aufmerksamkeit erfordert und ihn schneller ermüdet, kann letzten Endes nur der Leser entscheiden, der die drei Vorschläge prüfen und dann seine Wahl treffen wird. Daß bei der Entscheidung auch der Gewöhnung und damit letzten Endes dem persönlichen Geschmack ein erheblicher Einfluß zukommt, darf nicht übersehen werden. Herr Ohlemutz lernte die unmittelbare Lösung aus der der Athener Akademie am 14. April 1932 durch Professor D. N. Lampadarios vorgelegten Arbeit „Die Berechnung des einfachen Vorwärts- und des einfachen Rückwärtseinschneidens mit der Doppelrechenmaschine“ kennen. Hofrat Morpurgo veröffentlichte die unmittelbare Lösung bereits im Jahrgang 1925 der Oesterreichischen Zeitschrift für Vermessungswesen, Heft 3/4.

Vorwärtsabschneiden über Neigungen mit der Doppelrechenmaschine.

Festpunkt	Neigung			tang oder ctg	Festpunkt						Neupunkt								
	o	'	''		y		x				y		x						
					Neupunkt: Δ 18														
					tang.														
34	35	46	44	+	0	720	663	34	433	91	04	505	65	34	687	20	04	857	14
14	295	19	40	-	2	112	860	36	328	48	04	080	34		17			16	
17	164	26	59	-	0	278	270	34	523	58	05	445	05		20			08	
73	120	03	36	-	1	727	870	33	457	94	05	568	51		18			09	
34	35	46	44	+	0	720	663	34	433	91	04	505	65						
						ctg. Δ 104													
22	89	54	50	+	0	001	503	34	853	22	06	559	47	35	244	54	06	560	06
14	336	23	20	-	2	287	700	36	328	48	04	080	34		32			57	
21	138	00	00	-	1	110	613	34	536	24	07	346	98		79			06	
22	89	54	50	+	0	001	503	34	853	22	06	559	47						

Vorwärtsabschneiden über Neigungen mit der Doppelrechenmaschine.



Die Neigungen v_1 und v_r dem Abriß entnehmen! Auf der Geraden L den Hilfspunkt J so wählen, daß $x_i = x_r$!

1. $y_i = y_1 + (x_r - x_1) \operatorname{tg} v_1$. Auflösung der Gleichung in der linken Maschinenhälfte! Unterschied $(x_r - x_1)$ automatisch im Umdrehungszählwerk bilden, dadurch daß bei leerer Maschine x_1 in das Umdrehungszählwerk hineingekurbelt wird.

2. Gesuchte Koordinaten y, x des Neupunkts N aus der Doppelgleichung

$$y = y_1 + (x - x_r) \operatorname{tg} v_1 = y_r + (x - x_r) \operatorname{tg} v_r.$$

Im Umdrehungszählwerk und in der linken Maschinenhälfte nichts löschen!

In der rechten Maschinenhälfte $\operatorname{tg} v_r$ und y_r einstellen! Alsdann beide Resultatwerke gleich kurbeln mit dem Ergebnis y ; Umdrehungszählwerk enthält x .

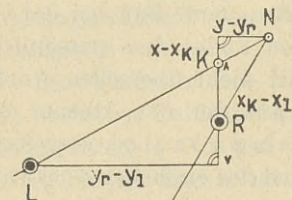
Für Neigungen bei 90° und 270° die Kotangenten benutzen; Hilfspunkt K auf L mit $y_k = y_r$!

1. $x_k = x_1 + (y_r - y_1) \operatorname{ctg} v_1$

2. $x = x_k + (y - y_r) \operatorname{ctg} v_1 = x_r + (y - y_r) \operatorname{ctg} v_r.$

Die beiden Resultatwerke enthalten x ; Umdrehungszählwerk enthält y !

Hebelschaltungen nach den Vorzeichen der tang und cotang!



Festpunkt	Neigung			tang oder ctg		Festpunkt				Neupunkt										
	°	'	"			y		x		y		x								
Beispiel (mit einfachen Zahlen):																				
L	63	26	05,8	+	2	0	+	0	5	4500	0	6100	0	J:	4502	0	6101	0		
														nicht anschreiben!						
R	21	48	05,1	+	0	4	+	2	5	4506	0	6101	0	N:	4507	0	6103	5		
														anschreiben!						
Neupunkt: Beispiel von H. Heckmann																				
tang.																				
1	59	14	49	+	1	680	644	96	515	82	0	425	98	J:	98	910	23	1	850	68
														nicht anschreiben!						
2	139	59	09	-	1	191	157	97	142	84	1	850	68	N:	97	875	91	1	235	25
														anschreiben!						
ctg.																				
1	59	14	49	+	0	595	010	96	515	82	0	425	98	K:	97	142	84	0	799	06
														nicht anschreiben!						
2	139	59	09	-	0	839	520	97	142	84	1	850	68	N:	97	875	91	1	235	25
														anschreiben!						

Das mecklenburgische Vermessungswesen bis 1933.*)

Von Dr. Wiedow, Schwerin i. M.

Bis zur Staatsumwälzung nach dem Weltkriege war Mecklenburg bekanntlich ein Ständestaat, in dem jeder Stand seine eigene Verwaltung hatte. Obwohl diese Verwaltungsbezirke sich gegenseitig durchsetzten, entwickelte sich das Vermessungswesen in einem jeden besonders.

Auch in Mecklenburg wurden die ersten planmäßigen Vermessungen aus steuerlichen Gründen vorgenommen. Der uralte Steuerfuß war für das Domanium und die Ritterschaft der nach Hufen (Bauernhöfen) und für die Städte der nach Erben (Häusern mit den dazu gehörigen Ländereien). Als Flächen- und Gütemaß galt dabei der „Scheffel Aussaat“ und das „Fuder Heu“. Ersterer war die Ackerfläche, auf die ein Scheffel Saatkorn üblich ausgesät wurde, letzteres die Wiesenfläche, die den Ertrag von einem Fuder Heu brachte; hinsichtlich der Aussaat ging man dabei von dem später als falsch erkannten Grundsatz aus, daß auf besserem Boden dicker als auf schlechterem ausgesät werden müsse.

Die Ritter waren früher wegen der Verpflichtung zur Ableistung persönlicher Kriegsdienste von einer Steuer für die von ihnen unmittelbar genutzten Hufen befreit; steuerpflichtig waren nur ihre Hintersassen, die Bauern. Mit der Zeit erfaßten aber die Ritter die Vorteile eigener Ackerkultur immer mehr; sie fingen daher an, die Bauern zu legen und deren Hufen mit den Hofäckern zu vereinigen. Auch im Domanium wurden viele Hufen zu Meiereien gelegt und somit der Hufensteuer entzogen. Dadurch geriet aber der Steuerfuß nach Hufen in große Gefahr, weil deren Zahl sich von Jahr zu Jahr verminderte.

Als die Verhältnisse unhaltbar zu werden drohten, ordnete Wallenstein in seiner Eigenschaft als Herzog von Mecklenburg im Jahre 1628 die Aufstellung eines Verzeichnisses der noch vorhandenen Hufen und Erben an, das „Kataster“ genannt wurde. In der Folgezeit schritt aber die Bildung des Großgrundbesitzes immer weiter fort, zumal viele Bauernhufen durch den Dreißigjährigen Krieg ihren Besitzer verloren. Außerdem legte man häufig zwei oder drei bisherige Bauernhufen zu einer zusammen. Auch in den Städten waren viele „wüste“ Erben vorhanden, die für die Steuerzahlung ausfielen. Durch diese Verschiebungen im Grundbesitz entstand mit der Zeit viel Streit, so daß sich die Notwendigkeit herausstellte, das Kataster von 1628 zu „rektifizieren“.

Die erste große Arbeit dieser Art erfolgte ab 1703 im Domanium; nach vorausgegangener Vermessung und Bonitierung fand eine Neueinteilung in Hufen statt, deren Größe nach Scheffel Aussaat und Fuder Heu festgelegt wurde. Da dabei der Nachweis der Belegenheit der einzelnen Flächen gleichgültig war, wurden keine Karten, sondern nur Register mit Flächen- und Bonitätsangaben angefertigt. Im Jahre 1718 mußten die Arbeiten kurz vor ihrer Vollendung infolge der gespannten innerpolitischen Verhältnisse ab-

*) Das Vermessungswesen im früheren Land Mecklenburg-Strelitz ist nicht berücksichtigt.

gebrochen werden; dafür begann man mit der Vermessung der ritterschaftlichen Güter. Aber schon im Frühjahr 1719 hörte jede Vermessungstätigkeit auf, weil die Landesregierung auf Betreiben der Ritterschaft dem Herzog abgenommen und einer kaiserlichen Subdelegation übertragen wurde.

Die Rektifikationsarbeiten mußten aber bald in verstärktem Umfange wieder aufgenommen werden, weil die Subdelegation den Steuerfuß nach Hufen und Erben bestätigte. Der Anfang wurde in der Ritterschaft gemacht; leider setzte man aber die 1718 begonnene Vermessung nicht fort, sondern versuchte, bei jedem Gut durch gütliche Einigung oder durch Festsetzung nach der tatsächlichen Aussaat und Heuwerbung eine angemessene Hufenzahl zu ermitteln. Obwohl diese Art der Hufenrektifikation bis zum Jahre 1741 dauerte, gelang es aber nicht, Ordnung in das Kataster zu bringen. Im Domanium dagegen wurden 1725 die Messungen wieder in Gang gebracht und die 1718 verbliebenen Rückstände aufgearbeitet; außerdem unterzog man die alten Register einer Überprüfung. Diese Messungen waren 1727 beendet. In den Städten begann man 1726 mit der Vermessung und Bonitierung, wobei in technischer Hinsicht ein großer Schritt getan wurde, indem zum ersten Male planmäßig Karten angefertigt wurden; bisher waren solche nämlich nur in Sonderfällen gezeichnet worden. Außerdem mußte durch die Magistrate und Vorsteher der Bürgerschaft eine Anerkennung der Karten und Register erfolgen. Zu einer Auswertung der Messungsergebnisse für die Erbenrektifikation kam es aber nicht, weil die Städte dieser schärfsten Widerstand entgegensetzten und schließlich eine Abänderung des Steuerfußes nach Erben erreichten. Ab 1727 wurden auch die Güter der drei Landesklöster (Damenstifte) und die des Rostocker Distrikts (des um Rostock belegenen Gebietes, welches infolge früherer Teilungen eine Sonderstellung einnahm) vermessen; auch hier wurden Karten durchweg nicht hergestellt.

Da in der Ritterschaft wegen des dort angewandten mangelhaften Rektifikationsverfahrens die Klagen nicht aufhören wollten, stellte sich allmählich in weiten Kreisen die Erkenntnis ein, daß auch hier nur eine gewissenhafte Vermessung und Bonitierung dem Übel einwandfrei abhelfen könne. Zwar mußte der Herzog Christian Ludwig II., der die Regierung nach Abzug der Subdelegation übernommen hatte, zunächst noch einige Kämpfe mit einigen einflußreichen Männern bestehen, die die beabsichtigte Vermessung zu hintertreiben suchten; aber trotzdem gelang es ihm, am 18. 4. 1755 den Landesgrundgesetzlichen Erbvergleich (L.G.E.V.) abzuschließen, in Verfolg dessen es zur Ausmessung aller ritterschaftlichen Feldmarken, der sogen. Direktorialvermessung, und damit auch zu einer endgültigen Hufenrektifikation in diesem Landesteil kam.

Die Leitung der Arbeiten war der Direktorial-Vermessungs- und Bonitierungs-Kommission übertragen, deren Mitglieder Herzog und Ritterschaft zu gleichen Teilen ernannten, um die Unparteilichkeit zu wahren, wie auch die Kosten nach demselben Grundsatz aufgeteilt wurden. Für die Vermessung, Bonitierung und Kartenanfertigung waren strenge Vorschriften erlassen,

deren Befolgung scharf überwacht wurde; auch das Verfahren bei der Ausrechnung des Hufenstandes war genau festgelegt. Die Vermessung wurde im Jahre 1778 zu Ende geführt, obwohl zunächst noch eine Stockung eintrat, weil bei den ersten in Angriff genommenen Gütern der Hufenstand über Erwarten niedrig ausfiel und daher der Herzog vorübergehend die Lust an der Vermessung verlor, und obwohl noch mehrere weitere Hindernisse überwunden werden mußten. Von dieser Vermessung wurden auch alle Güter der Städte und Klöster, die zum ritterschaftlichen Kataster steuerten, und die Güter des Rostocker Distrikts betroffen. Dagegen entstanden über die nochmalige Vermessung der eigentlichen Klostergüter, die ursprünglich vorgesehen war, Meinungsverschiedenheiten, die dahin führten, daß für diese das Meßgeschäft nach einiger Zeit abgebrochen wurde. Das ritterschaftliche Hufenkataster wurde im Jahre 1779 veröffentlicht.

Inzwischen waren im Domanium wieder umfangreiche Messungen im Gange. Diese hatten aber nicht mehr die Rektifikation der Hufen zum Zweck. Zwar war im L.G.E.V. auch für das Domanium die Hufensteuer noch einmal angeordnet; aber eine Feststellung der Hufen nach den Vorschriften dieses Vertrages erfolgte vorläufig nicht, vielmehr half man sich durch die Annahme eines sogen. „Aversionalhufenstandes“, indem die bisherigen Hufen schätzungsweise in katastrierte ritterschaftliche Hufen umgewandelt wurden. Die neuen Messungen und Bonitierungen begannen im Jahre 1749 und dienten zur Durchführung umfangreicher Regulierungen, die hauptsächlich durch den Übergang von der Drei- oder Vierfelderwirtschaft zur mecklenburgischen Schlagwirtschaft nötig wurden. Denn da die Bauernländereien untereinander im Gemenge lagen, bedeutete diese Wirtschaftsumstellung eine völlige Neueinteilung der ganzen Feldmark. Hinzu kam noch, daß die größeren Höfe, die vielfach aus den vielen wüsten Stellen entstanden waren, oft mit den Bauernländereien im Gemenge lagen und jetzt von diesen separiert wurden. Als Grundlage für die Neueinteilung wurden Karten angefertigt.

Gegen Ende des 18. Jahrhunderts wurden die Bauern von den drückenden Hofdiensten befreit und damit aus Fronbauern zu Pachtbauern. Die Pachtkontrakte liefen für das ganze Dorf gemeinsam auf eine ganze Reihe von Jahren. Bei der ersten Erteilung derselben und ihrer späteren Erneuerung fanden wiederum häufig Regulierungen statt, wenn sich Verbesserungen in der Einteilung als notwendig erwiesen. Außerdem war die Kammer sehr auf die Vermehrung der ländlichen Nahrungsstellen bedacht und gab daher häufig kleinere Flächen an sogen. Büdner ab. Diese Maßnahme bestand seit 1753 und war eingeführt worden, um der Auswanderung zu steuern und die wüsten Stellen zu besetzen. Diese Regulierungen machten dauernd Vermessungsarbeiten nötig. Zu Anfang des 19. Jahrhunderts wurde auch die Bonitierung im Domanium nach den Grundsätzen des L.G.E.V. nachgeholt, um den Aversionalhufenstand richtig auf die einzelnen Grundstücke verteilen und angemessene Ertragsanschläge für die Verpachtungen aufstellen zu können. So entstand ein domaniales Hufenkataster, welches aber nicht veröffentlicht wurde. Im weiteren Verlauf des 19. Jahrhunderts ging man

in großem Umfange daran, die Bauern aus der Gemengelage zu befreien, sie zu separieren. Dies hatte wiederum eine verstärkte Meßtätigkeit zur Folge. In solchen Fällen fand zunächst eine Überprüfung der vorhandenen Feldmarkskarte durch Absteckung und Messung mehrerer langer Linien statt. Wenn sich dabei grobe Fehler herausstellten, wurde zu einer Neuvermessung geschritten. Außerdem wurden die Zeitpachtbauern zunächst langsam, ab 1869 im großen Umfange in Erbpächter umgewandelt. Bei dieser Gelegenheit fand häufig noch einmal eine Regulierung statt, wobei auf die Ausstattung der Gemeinden, Schulen usw., seit 1846 auch auf die Schaffung kleinster Stellen, der sogen. Häuslereien, Bedacht genommen wurde.

Während so die domanialen Vermessungswerke entsprechend den jeweiligen Bedürfnissen oft mehrfach erneuert wurden, war dies bei den ritterschaftlichen nicht der Fall, im Gegenteil, man war ängstlich darauf bedacht, auf jeden Fall die „Integrität des Katasters“ zu wahren. Stellten sich daher später Fehler im Hufenstand heraus, die durch falsche Berechnung oder Registrierung entstanden waren, durfte eine Berichtigung nicht stattfinden, es sei denn, daß die Nachbonitierung früher übergangener Flächen eine Vermehrung des Hufenstandes um eine Viertelhufe brachte. Fehler im Flächeninhalt infolge falscher Registrierung waren dagegen zu beseitigen, solche infolge mangelhafter Berechnung aber nur, wenn die Abstimmigkeit innerhalb einer Kartenfigur 10 v. H. überstieg und im Hufenstand eine Änderung von mehr als 5 bonitierten Scheffeln zur Folge hatte. Dies führte dazu, daß mit peinlicher Sorgfalt an jeder Figur und an jeder Zahl festgehalten wurde und eine Neumessung überhaupt nicht in Frage kam. Auch bei Fortschreibungen wurde das Direktorialvermessungswerk nicht berichtigt, sondern der technische Nachweis durch Spezialpläne im Maßstab der Karte und durch Registerauszüge erbracht. Das Verfahren im Einzelnen bei solchen Anlässen wurde durch Rescript von 1839 geregelt. Da das Hufenkataster vom Engeren Ausschuß, der Ständevertretung außer dem Landtag, geführt wurde, hatten die Parteien die Anträge auf Umschreibung unter Beifügung des geometrischen Nachweises bei diesem einzureichen, der sie durch seinen „Landesrevisor“, anfangs einen Notar, später einen Landmesser, prüfen ließ. Für Regulierungen zwischen ritterschaftlichen, domanialen oder städtischen Feldmarken waren besondere Anordnungen getroffen, damit der Gesamthufenstand eines jeden Standes nicht verletzt wurde.

Durch den Erlaß der Hypothekenordnung im Jahre 1819 und die ausführende Verordnung von 1821 erhielt das ritterschaftliche Hufenkataster eine erhöhte Bedeutung, weil sein Inhalt in die Gutsbeschreibung der Hypothekenbücher übernommen wurde. Die Beibringung der Unterlagen dafür war Sache der Gutseigentümer, die zu diesem Zwecke ein „Attest“ des Landesrevisors erwirken mußten. Die Errichtung von Stellen für Erbpachtbauern auf ritterschaftlichen Gütern wurde durch Patentverordnung von 1827 geregelt. Jede zu Erbpacht hingegebene Stelle mußte in ununterbrochenem Verbande mit dem Hauptgute bleiben und durfte keinesfalls hinsichtlich der Steuern, der Lehnverhältnisse, der Landstandschaft und der Jurisdiktion als ein für sich allein bestehendes Grundstück behandelt werden;

nur die Anlegung von besonderen Hypothekenbüchern war für solche Stellen zugestanden. Durch die Errichtung von Erbpachtstellen wurde deswegen auch keine Berichtigung des Hufenkatasters nötig; ebenfalls blieb in der Beschreibung des Hypothekenbuches des Hauptgutes der Gesamtflächeninhalt und -Hufenstand unverändert, nur mußten die Erbpachtverhältnisse hinzugefügt werden. Die geometrischen Unterlagen für Erbpachtstellen wurden durch Spezialpläne und -Register erbracht, die sich meistens auf Neumessungen gründeten, wodurch aber keineswegs für die betreffenden Feldmarksteile die Direktorialkarten hinsichtlich des Hufenkatasters ihre Gültigkeit verloren.

In den Städten waren die Karten aus der Vermessung von 1726 zu Anfang des 19. Jahrhunderts veraltet, häufig auch verloren gegangen; so machte sich hier ein Mangel an gültigen Vermessungswerken fühlbar. Zur Sicherung der Eintragungen in die Stadtpfandbücher half man sich daher vorübergehend mit der Anlegung von Haupt-, Grund- und Lagerbüchern, bis die Einführung der Stadtbuchordnung genauere Anordnungen nötig machte. Diese erfolgten durch die Patentverordnung von 1828, wonach alle Magistrate die vorhandenen Bücher, Register, Karten und Akten überprüfen und unter Zuziehung der Grundeigentümer mit den örtlichen Verhältnissen vergleichen mußten. Ferner war von der Stadtlage ein Grundplan anzufertigen, wobei es aber der Feststellung des Flächeninhalts nicht bedurfte; die Feldlage war durch einen Flurriß nachzuweisen, dessen Anfertigung in technischer Hinsicht in das Belieben der Magistrate gestellt wurde; verzichtete dieser auf eine Vermessung, genügte es, wenn für den Riß die Umringsgrenzen aus der alten Karte entnommen und die einzelnen Grundstücke nach Augenmaß eingezeichnet wurden. Die Magistrate sahen aber selbst ein, daß diese Forderungen zu niedrig gesteckt waren und nur gerade für einen notdürftigen Nachweis der Identität der Grundstücke ausreichten, und schritten daher zu umfangreichen Neumessungen.

Die frühere Unteilbarkeit der Erben war um die Jahrhundertwende aufgehoben worden. Da die daraufhin einsetzenden Grundstücksabtrennungen in wahlloser Weise erfolgten und die Ordnung in den Grundregistern und Stadtbüchern, sowie die Sicherheit des Eigentums und des Kredits gefährdeten, wurden in einigen Städten Vorschriften über die Teilbarkeit der Grundstücke durch Ortsstatute erlassen. Diese schrieben in technischer Hinsicht vor, daß „Ichnographien“ (Spezialpläne) nebst Teilungsbeschreibungen vorzulegen waren. Auch wo keine Statute erlassen wurden, verfuhr man ebenso. Dabei kümmerte sich die Stadtbuchbehörde in der Regel nicht um die Richtigkeit der Pläne in bezug auf Flächenangabe und Figur, da sie dieselben in der Hauptsache nur zum Nachweis der Belegenheit für die Beschreibung benötigte. Dies führte dazu, daß die Teilungspläne oft von Nichtfachleuten angefertigt wurden.

Im Jahre 1853 wurde mit der sogen. Landesvermessung (Triangulation und Höhenmessung) begonnen, die zunächst nur für topographische Zwecke gedacht war. Zwar gab es schon von früher das ganze Land umfassende Karten. Eine der ältesten, der „Mecklenburg Ducatus“ von Lauremberg im ungefähren Maßstab 1:528 000, stammte aus der Zeit um 1620; in ihr

waren aber viele grobe Fehler enthalten. Im siebenjährigen Krieg machte sich das Fehlen von Kartenunterlagen stark bemerkbar, so daß die preußische Besatzungsarmee gezwungen war, die vorhandenen Feldmarkskarten zu requirieren und nach ihnen behelfsmäßig eine Kriegskarte anzufertigen. Nach Beendigung des Krieges ließ der Graf v. Schmettau durch den Ingenieur Wiebeking eine neue topographische Karte herstellen, die zweifellos die schönste gestochene Karte Deutschlands aus dem 18. Jahrhundert ist¹⁾. Die Kupferplatten wurden im Jahre 1806 durch die Franzosen nach Paris verschleppt und nach Jahren vom Großherzog zurückgekauft. Hinsichtlich der Genauigkeit stellten sich später recht erhebliche Mängel heraus, weswegen zu einer neuen Landesvermessung geschritten wurde. Der Ablauf derselben ist schon früher eingehend beschrieben²⁾; hier sei nur noch hervorgehoben, daß auf Veranlassung des Ministerialsekretärs Paschen für die trigonometrische Vermessung eine konforme Projektion eingeführt wurde, die Professor Jordan später ausbaute, und daß eine solche hier zum ersten Male bis auf die Katasterkarten ausgedehnt wurde, was in der Fachwelt einen lebhaften Disput um die Frage „Gauß oder Soldner“ hervorrief³⁾.

Der Erlaß der Grundbuchordnung im Jahre 1897 machte die Anlegung eines amtlichen Verzeichnisses gemäß § 2, Abs. 2, nötig. Dies neu anzulegende Buch erhielt den Namen „Flurbuch“; Flurbuchbehörden wurden für das Domanium die Domanialämter, für die Ritterschaft das Grundbuchamt für ritterschaftliche Landgüter, für die Städte die Magistrate und für die Klöster die Klosterämter. Die Flurbücher werden heute noch geführt. Ihr Zweck ist, die Identität eines Grundstückes zu ermöglichen, sie enthalten für jedes die Nummer, die Bezeichnung und den Flächeninhalt in der Summe. Dagegen erfolgt weder im Vermessungswerk noch im Flurbuch die Eintragung des jeweiligen Eigentümers. Ebenso unterbleibt die Aufführung der Bonität seit der Inangriffnahme der Reichsbodenschätzung. Da in der Ritterschaft zwischen selbständigen und unselbständigen Grundstücken unterschieden werden muß, gestaltet sich hier die Führung des Flurbuches und die Aufstellung des technischen Nachweises für die Berichtigungen desselben ziemlich schwierig. Unselbständige Grundstücke sind außer Streitorten und Kommunionländereien, die zum größten Teil beseitigt sind, kirchliche Erbpachtgrundstücke (diese sind zwar in Ansehung des Obereigentums selbständige Grundstücke, hinsichtlich des Nutzereigentums aber Bestandteile der ritterschaftlichen Güter), bäuerliche Erbpachtstellen und Pertinenzen (Nebengüter).

Im Jahre 1912 wurden Vermessungsanweisungen für das Domanium herausgegeben, die einschließlich der im Laufe der Zeit nötig gewordenen Nachträge den besonderen mecklenb. Verhältnissen in glücklichster Weise Rechnung tragen und daher als mustergültig anzusehen sind. Zahlreiche Neumessungen sind inzwischen nach ihren Vorschriften ausgeführt worden.

¹⁾ C u r s c h m a n n: Die Kartenausstellung auf dem Internationalen Historikerkongreß zu Warschau 1933, Mitteil. d. R. f. L., 1935, Nr. 3.

²⁾ M a u c k: Trigonometrische, nivellistische und topographische Vermessungen in Mecklenburg, Z. f. V., 1881, S. 459; B r u m b e r g: Die Großh. Mecklenb. Landesvermessung 1853—1913, Z. f. V., 1913, S. 487.

³⁾ Z. f. V., Jahrg. 1896.

Infolge der Auflösung des Ständestaates nach Kriegsende wurde die Verwaltung des ritterschaftlichen Hufenkatasters und der Direktorialvermessungswerke dem damaligen Messungsbüro (später Landesvermessungsamt) in Schwerin übertragen. Da aber durch das Grundsteuergesetz von 1920 die Erhebung der Hufensteuer fortfiel, wurde die Weiterführung des Hufenkatasters überflüssig und im Jahre 1922 durch Gesetz aufgehoben. Ferner wurde die Gültigkeit der domanialen Vermessungsanweisungen von 1912 auf das Gebiet der Ritterschaft ausgedehnt.

Die alsbald vom Messungsbüro vorgenommene Ordnung der Direktorialvermessungswerke verursachte große Mühe, da die Karten und Register bei Umschreibungen nicht berichtigt waren und die einzelnen Nachweise aus verschiedenen Akten erst mühsam zusammengesucht werden mußten. Dabei stieß man auf die zahlreichen vererbpachteten geistlichen Grundstücke innerhalb der Landgüter. Diese waren zur Zeit der Direktorialvermessung vielfach noch in Nutzung der Kirchen, Pfarren und Küstereien gewesen und lagen gemäß der damals üblichen Dreifelderwirtschaft in der Regel über die ganze Feldmark als Parzellen zerstreut. Später, beim Aufhören dieser Wirtschaftsform, wurden sie an die Gutsbesitzer vererbpachtet, wobei häufig auch Flächenaustausche zwischen Guts- und Kirchenländereien stattfanden, ohne daß hinreichende technische Nachweise darüber angefertigt wurden. Im Laufe der Zeit ging den Beteiligten meistens die Kenntnis von der Lage dieser vererbpachteten Parzellen verloren; so konnten in zahlreichen Fällen solche Flächen, an denen nur ein geteiltes Eigentum bestand, von den Gutsbesitzern als ihr ungeteiltes Eigentum angesehen und in gutem Glauben an Bauern in Erbpacht weitergegeben werden. Im Domanium waren früher ähnliche Verhältnisse gewesen; als dort durch die allgemeine Vererbpachtung Rechtsverwirrungen einzusetzen drohten, war durch Allerhöchstes Rescript v. 8. 10. 1873 das in Erbpachtkontrakten reservierte Obereigentum der Kirche gegen Ablösung an die Domanialverwaltung übergegangen. Einen ähnlichen Schritt versuchte man im Jahre 1922 für die Ritterschaft, indem dem Landtag ein Gesetzentwurf über die Fortschreibung solcher geistlichen Grundstücke und deren Zulegung zu den Landgütern vorgelegt wurde. Leider verfiel dieser Entwurf der Ablehnung, so daß noch heute bei vielen Grundstücksabtrennungen in der Ritterschaft die Ablösung oder Verlegung der vererbpachteten geistlichen Grundstücke eine große Rolle spielt. Dabei soll nicht unerwähnt bleiben, daß durch die große Siedlungstätigkeit der letzten Zeit zahlreiche Neumessungen in der Ritterschaft stattfanden.

Die Verwaltung des Vermessungswesens in den Städten ist heute noch allein deren Sache. Zwei derselben haben sich eigene Stadtvermessungsämter geschaffen; aber auch in den anderen beginnt sich die Erkenntnis Bahn zu brechen, daß die notwendige Grundlage für einen ausreichenden Schutz am Grundeigentum und für eine zielsichere Planung ein gutes Vermessungswerk ist, was durch die sich mehrenden Messungsaufträge an die öffentlich bestellten Vermessungsingenieure zum Ausdruck kommt.

Zur Studienordnung und Diplomprüfungsordnung für Studierende des Vermessungswesens.

Von Prof. Dr.-Ing. habil. H. Merkel, Karlsruhe.

Im Verfolg der Verordnung vom 3. November 1937 über die Ausbildung und Prüfung für den höheren vermessungstechnischen Verwaltungsdienst hat am 5. Mai 1938 der Reichsminister für Wissenschaft, Erziehung und Volksbildung im Einvernehmen mit dem Reichsminister des Innern das Studium des Vermessungswesens an den Deutschen Hochschulen durch eine Studienordnung neu geregelt und gleichzeitig eine reichseinheitliche Diplomprüfungsordnung für die Studierenden des Vermessungswesens erlassen. Die Studienordnung und Diplomprüfungsordnung treten mit Wirkung vom 1. April 1938 in Kraft.

Mit den beiden Verordnungen vom 3. 11. 1937 und 5. 5. 1938 ist eine alte berechnete Forderung des Berufsstandes nach einheitlicher vollwertiger Hochschulausbildung und Abschluß des Studiums mit der Diplomprüfung in Erfüllung gegangen. So verschiedenartig die deutschen Landesvermessungswerke nach ihrem Aufbau und ihrer Organisation entstanden waren, so sehr unterschieden sich auch die Ausbildungsvorschriften in den einzelnen Ländern. Entsprechend den Landesprüfungsordnungen konnte ein Vermessungsingenieur nur in dem Lande amtliche Messungen vornehmen, in dem er geprüft war. Wie auf manch anderen Gebiete des Vermessungswesens, so hat auch hier Süddeutschland führend den Weg gewiesen. Unter Vortritt Bayerns war bald nach dem Kriege in den süddeutschen Ländern, denen sich auch Sachsen und Mecklenburg anschlossen, eine einheitliche Ausbildungslinie erreicht. Allgemein wurde nach einem Studium von acht Semestern die Diplomprüfung vorgeschrieben, der nach mehrjähriger praktischer Tätigkeit die Staatsprüfung folgte. Erst die Verordnung vom 3. Nov. 1937 hat auch für die preußischen Vermessungsingenieure die seit einigen Jahren fakultativ zugelassene Diplomprüfung bindend vorgeschrieben und damit die Grundlage für den „Reichsvermessungsingenieur“ geschaffen.

Die neue Studienordnung, für deren Zustandekommen der Reichsausschuß der Hochschullehrer im Deutschen Verein für Vermessungswesen wertvolle Vorarbeiten geleistet hat, sieht eine Studienzeit von mindestens sieben Halbjahren und eine praktische Tätigkeit von vier Monaten vor, die in der Regel während der Semesterferien vor der Vorprüfung abzuleisten ist.

Durch Herabsetzung der Studiendauer von 8 auf 7 Halbjahre und Wegfall der Vorpraxis vor Beginn des Studiums hat die Ausbildungszeit gegenüber den bisherigen Vorschriften in den süddeutschen Ländern eine Verkürzung von einem Jahr erfahren. Bei den gesteigerten Anforderungen und dem wachsenden Aufgabenkreis im Vermessungswesen wird die Verkürzung der Studiendauer, besonders in den Kreisen der für die akademische Ausbildung verantwortlichen Hochschullehrer, nicht ungeteilte Zustimmung finden.

Wenn heute der Akademiker noch fast 10 Jahre lang nach dem Abitur auf die Unterstützung des Elternhauses angewiesen bleibt, so ist allerdings die Forderung nach Herabsetzung der Ausbildungszeit verständlich. Ueberdies dürfte das letzte Wort in dieser Frage für alle akademischen Laufbahnen noch nicht gesprochen sein. Zwei gewichtige Faktoren werden hier bald zu einer entscheidenden Lösung drängen: der verhängnisvolle Nachwuchsmangel und die biologischen Forderungen der Bewegung.

Eine gewisse Erschwerung des Hochschulunterrichts wird der Wegfall der Vorpraxis mit sich bringen. Um die Uebungen nicht allzusehr durch einfache, mehr handwerksmäßige Unterweisungen zu belasten, müßte in der praktischen Tätigkeit vor der Vorprüfung ganz besonderer Wert darauf gelegt werden, daß sich der Praktikant eine genügende Zeichenfertigkeit erwirbt und an eine saubere, geordnete Niederschrift von Beobachtungen gewöhnt.

Wer die starke Ueberlastung der Studienpläne in den meisten Fakultäten der technischen Hochschulen kennt, wird es freudig begrüßen, daß nach der neuen Studienordnung die gesamten Wochenstunden für Vorlesungen und Uebungen im Semester die Zahl 30 nicht überschreiten sollen. Der veröffentlichte Studienplan bleibt bis auf ein Semester um mehrere Stunden unter dieser Höchstziffer, so daß für die zulässige Einfügung der aufgeführten Zusatz- und Vertiefungsfächer insgesamt noch 20 Wochenstunden für 7 Semester zur Verfügung stehen. „Die Eigenart der einzelnen Hochschulen, bestimmten Fachgebieten ihre besondere Pflege angedeihen zu lassen, soll hierdurch weitgehend zur Geltung kommen.“

Durch die Festsetzung der Stundenzahl wird auch dem Studenten bei richtiger Arbeitseinteilung genügend Zeit bleiben, um neben der wissenschaftlichen Ausbildung ebenso den Forderungen, welche heute der nationalsozialistische Staat dem Studententum stellen muß, gerecht zu werden. Aber die Beschränkung in der Zahl der Semester und der Unterrichtsstunden wird an die Dozenten wie Studenten erhöhte Anforderungen stellen, wenn eine Leistungsminderung durch die Studienverkürzung vermieden werden soll.

Daß die Vorlesungen, besonders bei der für manche Fächer knappen Stundenzahl, von allem überflüssigen Ballast befreit und in konzentrierter Form gehalten werden müssen, ist wohl selbstverständlich und braucht für die wissenschaftliche Ausbildung an sich keinen Nachteil zu bedeuten. Non multa, sed multum! Wenn einmal Prof. Gast schreibt: „Vollständigkeit ist in der Vorlesung keine Tugend; sie ermüdet den Hörer, statt ihn anzuregen“,¹⁾ so wird dies unter der Voraussetzung eines ausgewählten Hörerkreises, wie ihn die Hochschule erwarten kann, im allgemeinen zutreffen. Jedes erfolgreiche Studium setzt Studenten voraus, die auch wirklich unter Anleitung und Führung der Dozenten selbst studieren und in einer ruhigen Stunde zu Hause das Vorgetragene an Hand des Kollegheftes und der Literatur nochmals durcharbeiten. Denn alles Wissen bleibt nur Belehrung,

1) G a s t, Vorlesungen über Photogrammetrie, Leipzig 1930.

wenn es nicht durch eigene selbständige Arbeit erworben wird. Wesentlich bei jedem Hochschulunterricht wird immer das Ziel sein müssen, wie es die Richtlinien der neuen Studienordnung treffend ausdrücken: „Das Studium soll dem Studierenden wissenschaftliches Denken vermitteln und ihn befähigen, die Anforderungen seines späteren Berufes nach übergeordneten Gesichtspunkten zu meistern.“

Die Auswahl der im Studienplan aufgeführten Vorlesungen und Uebungen trägt den Ausbildungserfordernissen der heutigen Zeit Rechnung und ihre Reihenfolge entspricht didaktischen Gesichtspunkten, so daß wesentliche Aenderungen auch in Zukunft nicht erforderlich sein werden. Es dürfte jedoch empfehlenswert sein, in der Bestimmung, daß eine Verschiebung von Vorlesungen in ein anderes Semester nur übergangsweise und ausnahmsweise zulässig ist, wenn besonders zwingende Gründe hierzu infolge der örtlichen Hochschulverhältnisse vorliegen, das Wort „übergangsweise“ zu streichen. Die Aufeinanderfolge der Hauptvorlesungen wird ja aus zwingenden Gründen unabänderlich festliegen, die Verschiebung von Nebenfächern läßt sich aber wegen der örtlichen Verhältnisse nicht immer vermeiden; eine solche kann auch meist ohne Nachteil erfolgen.

Auch auf den Umstand ist in dem Studienplan Rücksicht genommen, daß einzelne Vorträge und Uebungen für verschiedene Gruppen von Studierenden gemeinsam abgehalten werden müssen. So findet z. B. die Vorlesung „Grundzüge der Vermessungskunde, der Instrumentenkunde und der Fehlertheorie“ in einem Wintersemester und in einem Umfange statt, daß sie auch gleichzeitig als Hauptvortrag in Vermessungskunde für die Bauingenieure gelesen werden kann. Wo bisher für dieses Fach mehr Stunden vorgesehen waren, wird einer Beibehaltung derselben innerhalb der Höchststundenziffer nichts im Wege stehen.

Nach dem neuen Studienplan sind jeweils im Wintersemester 61 und im Sommersemester 48 Wochenstunden rein geodätische Vorlesungen und Uebungen (ohne die großen Vermessungsübungen) abzuhalten. Nach diesen Wochenstundenzahlen wird auch die Zahl der für das geodätische Studium erforderlichen Dozenten und Assistenten zu bemessen sein, um einen erfolgreichen Unterricht zu ermöglichen. Eine Belastung einer einzigen Lehrkraft mit nahezu 30 Unterrichtsstunden in der Woche, wie es heute schon an einigen Hochschulen der Fall ist, dürfte auf die Dauer kaum tragbar sein.

Eine für die Ausbildung besonders wertvolle Bestimmung bringt die neue Verordnung in der obligatorischen Einführung der beiden größeren Vermessungsübungen (topographische Geländeaufnahme und Katasteraufnahme), die zusammenhängend am Ende des 4. bzw. des 6. Semesters stattfinden. Hier lernt der Studierende die grundlegenden Messungen und das Ineinandergreifen der einzelnen Arbeiten bis zum fertigen Kartenwerk kennen und wird damit erstmals mit den praktischen Anforderungen seines späteren Berufes an einer größeren zusammenhängenden Aufgabe vertraut gemacht.

Die topographische Geländeaufnahme wird in der Regel für Bau- und Vermessungsingenieure gemeinsam stattfinden, während die Katasteraufnahme den Vermessungsingenieuren allein vorbehalten bleibt. Die praktische Durchführung der Uebungen läßt sich dadurch erleichtern, daß beide gleichzeitig abgehalten werden und das trigonometrische und polygonometrische Netz beiden Aufnahmearten als Grundlage dient.

Um den Uebungsbetrieb mit der Zeit nicht in festen Formen erstarren zu lassen und einer gewissen Einseitigkeit vorzubeugen, sollte grundsätzlich jedes Jahr für beide Uebungen ein neues Gebiet nach einer im voraus festgelegten Blatteinteilung ausgewählt werden. Erstrecken sich die topographischen Aufnahmen auf eine Fläche, die je nach der Teilnehmerzahl und der Blatteinteilung etwa 0,5 bis 1,5 qkm beträgt, so können die Uebungen für einen Zeitraum von 50 Jahren vom gleichen Ort aus vorgenommen werden, ohne daß Geländeteile doppelt vermessen zu werden brauchen. Zweckmäßig wird es auch sein, alle Arbeiten bis zur fertigen Karte, etwa im Aufnahmemaßstab 1:2500 oder 1:5000, so auszuführen, daß die Ergebnisse praktisch brauchbar sind und zur gelegentlichen Ergänzung und Berichtigung der amtlichen Karte Verwendung finden können. Kleine Arbeitsgruppen, straffe Organisation und ein Arbeitsplan, der streng einzuhalten ist, sind wesentliche Voraussetzungen für das Gelingen und den Erfolg der Uebungen. Ein kleineres Landstädtchen in einem schönen deutschen Mittelgebirge dürfte der geeignete Platz zur Vornahme der großen Vermessungsübungen sein. Bei den heutigen Verkehrsmitteln und der Möglichkeit bedeutender Fahrpreismäßigung ist ein solcher Ort ohne nennenswerte Kosten leicht zu erreichen und meist können die Studenten in der ländlichen Umgebung billiger leben als in der Hochschulstadt.²⁾

Die Diplom-Prüfungsordnung³⁾ selbst enthält in 16 Paragraphen ausführliche Vorschriften über das ganze Prüfungsverfahren. Sie trifft u. a. im einzelnen Bestimmungen über die Zusammensetzung der Prüfungsausschüsse, die Zulassung zur Vor- und Hauptprüfung und den Gang derselben, über die Bewertung der Leistungen des Prüflings, wozu auch die Studienarbeiten heranzuziehen sind und überweist im übrigen dem Vorsitz der Prüfungsausschusses weitgehende Befugnisse zur Beschleunigung und Vereinfachung des ganzen Prüfungsgeschäftes.

Der Vorsitz entscheidet auch über die Anrechnung der an einer anderen Hochschule verbrachten Studienzeit und die dort besuchten Vorlesungen, Uebungen und abgelegten Prüfungen. Jüngere Berufsgenossen, die schon in der Praxis stehen und nachträglich den akademischen Grad eines Diplom-Ingenieurs erwerben wollen, dürfte besonders interessieren, daß in

²⁾ An der technischen Hochschule Karlsruhe z. B. werden seit vielen Jahren größere Vermessungsübungen, die in ihrer grundsätzlichen Anordnung noch auf Jordan zurückgehen, in der angedeuteten Form durchgeführt. Über weitere Einzelheiten vergl.: Schlotzer, Die Vermessungsübungen der Techn. Hochschule Karlsruhe, Allg. Verm. Nachrichten 1937, S. 529, und Herrmann, Katasteraufnahmen der Techn. Hochschule Karlsruhe nach dem Linear- und Polarverfahren, Zeitschr. f. Verm. 1936, S. 251.

³⁾ Vergl. die Anlage zu Heft 11 dieses Jahrgangs der Zeitschr. f. Verm.

einer bis zum 1. Oktober 1939 befristeten Uebergangszeit frühere nach den bisherigen Prüfungsordnungen erbrachte Leistungen, insbesondere die der 1. Staatsprüfung in Preußen, auf die Prüfungen nach der neuen Diplomprüfungsordnung angerechnet werden können, also Ergänzungsprüfungen zulässig sind.

Eine einschneidende Neuerung für die meisten Hochschulen bringt die Einführung der großen Diplomarbeit, die eine selbständige Leistung des Prüflings darstellen soll und für deren Bearbeitung eine Frist von zwei Monaten zu gewähren ist. Sie wird am Anfang des Semesters, an dessen Ende der Studierende sich zur Prüfung zu melden beabsichtigt, von einem Hochschullehrer gestellt. Da das 7. Semester (Winter) nach dem Studienplan noch ganz mit Vorlesungen und Uebungen ausgefüllt und neben der Durchführung der Diplomarbeit auch eine bestimmte Vorbereitungszeit für die Prüfung erforderlich ist, wird die mündliche Diplomhauptprüfung in der Regel während des Sommersemesters stattfinden. Zwei Mitglieder des Prüfungsausschusses haben über die Diplomarbeit Bericht zu erstatten und mit dem Prüfling eine Besprechung über die Arbeit abzuhalten, deren Ergebnis zu den Prüfungsniederschriften zu nehmen und bei der Beurteilung zu berücksichtigen ist.

Die große Diplomarbeit stellt zweifellos eine wertvolle Einrichtung dar im Sinne des Ausbildungszieles; durch sie vor allem kann der Studierende in der Prüfungsordnung verlangten Nachweis erbringen, daß er Arbeiten aus dem Gebiete des Vermessungswesens nach wissenschaftlichen Gesichtspunkten selbständig durchzuführen versteht. Eine gründliche Beurteilung der Diplomarbeit und die im Prüfungszeugnis verlangten Angaben über die besonderen fachlichen Fähigkeiten und Neigungen des Prüflings setzen voraus, daß der Hochschullehrer sich sehr eingehend mit dem Studierenden befassen kann. Dies ist nur möglich, wenn die Zahl der Studierenden nicht zu groß ist, und insofern dürfte die neue Diplomprüfungsordnung auch zu einem Ausgleich in der Besucherzahl der Geodäsiestudierenden an den einzelnen Hochschulen beitragen.

Schließlich sei noch erwähnt, daß für die Ausbildung von Vermessungsingenieuren bestimmte, in der Studienordnung aufgeführte Hochschulen vorgesehen sind. Das Studium des Vermessungswesens bis zur Diplom-Vorprüfung einschließlich kann aber an allen technischen Hochschulen abgeleistet werden; auch ist an ihnen die Promotion mit einer Arbeit aus dem Gebiete der Vermessungskunde (einschließlich Photogrammetrie und Kartographie) möglich. Den Lehrstühlen für Geodäsie bzw. den geodätischen Instituten, an welchen die Diplom-Hauptprüfung nicht abgelegt werden kann, obliegt auch weiterhin die vermessungskundliche Ausbildung der Bauingenieure und Architekten, teilweise auch der Maschinenbauer und Lehramtskandidaten. Alle technischen Hochschulen bleiben also nach wie vor Pflegestätten der geodätischen Wissenschaft.

Zur Herstellung der Katasterplankarte.

Durch den Runderlaß des Reichs- und Preuß. Ministers des Innern vom 28. 5. 35 betreffend die Katasterplankarte wurde der Katasterverwaltung ein neues Aufgabengebiet zugewiesen. In letzter Zeit wurde von verschiedenen Seiten zu einer Arbeit Stellung genommen, die in diesem Zusammenhang erforderlich wird. Das Musterblatt und Zeichenvorschrift für die deutsche Grundkarte 1:5000 ordnet am Schluß, und zwar auf Seite 18 an, daß an den Ländern Breiten und Längenminuten ö. Gr. zu kennzeichnen und zu beziffern sind. Bereits im Heft 8 und 9 dieses Jahrgangs wurde gezeigt, daß die zunächst sehr umfangreich erscheinende Arbeit der Schnittberechnung dadurch sehr vereinfacht werden kann, daß man nur eine bestimmte Zahl von Schnitten berechnet, die restlichen Schnitte aber je nach Lage des Falles entweder durch lineare Interpolation oder durch Interpolation mit zweiten Differenzen ermittelt.

Nachdem nunmehr das letzterschienene Heft 15 ebenfalls eine umfangreiche Arbeit über die Schnittberechnung enthält, halte ich es zur Vermeidung von Doppelarbeit für meine Pflicht darauf hinzuweisen, daß eine Schnittberechnung, wie sie in beiden Arbeiten für eine bestimmte Zahl von Schnitten vorgesehen ist, überhaupt gespart werden kann. Durch das Reichsamt für Landesaufnahme wurde im Jahre 1935 die 3. Auflage der „Blatteckenwerte für die amtlichen Kartenwerke des Reichsamts“ herausgegeben. Wie aus dem Schlußsatz der Einleitung ersichtlich, ist die Berechnung bereits mit Rücksicht auf die topographische Grundkarte 1:5000 derart erfolgt, daß die für diesen Maßstab erforderliche Genauigkeit gewährleistet ist.

Berücksichtigt man die oben erwähnten Ausführungen von Herrn Dipl.-Ing. Müller, so ergibt sich, daß bei Benützung der Blatteckenwerte die ganze Arbeit der Schnittermittlung auf eine Interpolationsaufgabe zurückgeführt ist. Das Heft „Blatteckenwerte“ ist beim Verlag des Reichsamtes käuflich erhältlich.

Domeke.

Bücherschau.

Astronomisches ABC für jedermann von Prof. Dr. Rolf Müller, Astrophysikalisches Observatorium Potsdam. Mit 113 Abbildungen im Text und auf 6 Tafeln. Verlag Johann Ambrosius Barth. Leipzig 1938. 8^o 158 S. 8,50 RM.

Der Verfasser, der weiten Kreisen durch die Herausgabe der populärwissenschaftlichen Zeitschrift „Die Sterne“ bekannt ist, bringt in seinem neuen Buch ebenfalls populärwissenschaftliches Nachschlagewerk. Unter Verzicht auf die geschichtliche Entwicklung des heutigen Wissenschaftsstandes will das „Astronomische ABC“ das gesamte Gebiet der Astronomie umfassen. Die Sprache ist einfach, klar und scharf. Das Werk ist für den Vermessungsingenieur von Wert, als es ihm gestattet, generelle Auskunft über weitere Erkenntnisse des Nachbargebietes Astronomie zu erlangen, dessen klassische Methoden und Ergebnisse er für die geographische Ortsbestimmung benutzt. In den letzten Jahrzehnten hat die Astrophysik der Astronomie einen ungeahnten Aufschwung ermöglicht, der den menschlichen Wissensbereich an Weite und Reichtum außerordentlich vermehrt

hat. Die entsprechenden Rückwirkungen auf die gesamten Naturwissenschaften sind nicht ausgeblieben. Es ist erfreulich, festzustellen, daß die Astronomie nach wie vor in ihrem großen offiziellen Literaturnachweis, dem „Astronomischen Jahresbericht“, Methoden und Erkenntnisse der höheren Geodäsie nachweist. Auch der Verfasser erläutert in seinem ABC einige geodätische Begriffe. R. Jung.

Mitteilungen der Geschäftsstelle.

Personalnachrichten.

Ernannt: Reg. Rat Stabenau, Berlin, beim Oberkommando d. Heeres z. Oberreg. Rat, 1. 7. 1938.

Reichsbahn. Ernannt: Die Oberlandm. Scholz, Vorstand d. Verm. Amts Frankfurt/Oder, Wendler, Vorstand d. Verm. Amts Breslau (Reichsautobahnen), Nyasse, Vorstand d. Verm. Amts Dresden, Chemann, Vorstand d. Verm. Amts Frankfurt am Main, Höfer, Vorstand d. Verm. Amts Hamburg, Groos, Vorstand d. Verm. Amts Hannover, Rektenwald, Vorstand d. Verm. Amts Karlsruhe, Kauer, Vorstand d. Verm. Amts Köln, Bongers, Vorstand d. Verm. Amts Königsberg/Pr., (Reichsautobahnen), Eppelsheimer, Vorstand d. Verm. Amts Mainz, Cimmermacher, Vorstand d. Verm. Amts Münster/Westf., Bassiet, Vorstand d. Verm. Amts Oppeln, Seifert, Vorstand d. Verm. Amts Saarbrücken, der Reichsbahnamtmann Horstmeier, Vorstand d. Verm. Amts 1 Berlin, zu Reichsbahnräten.

Bayern. In den Ruhestand versetzt: Land. Verm. Amt: Rat. Insp. Josef Weidmüller, Obertopograph Karl Wendler. — **Ernannt:** Land. Verm. Amt: Verm. Titel u. Rang e. Präsident. d. Land. Verm. Amts ausgestattete Reg. Dir. Anton Hilde z. Präsident. d. Land. Verm. Amts. Der Berv. Sekr. Franz Wagner z. Berv. Obersekr., die Berv. Ass. Franz Xaver Engelhardt und Heinrich Eichfelder z. Berv. Sekr. — **Flurber. Dienst:** Reg. Baurat Richard Luz, Bamberg z. Reg. Baurat I. Kl., 1. 7. 38. — **Verm. Dienst:** Reg. Verm. Rat Rudolf Heil, Vorstand d. Mess. Amts Ludwigshafen z. Oberreg. Rat, Zweigstelle Pfalz i. Speyer d. Oberfinanzpräsident. Würzburg. Reg. Verm. Rat I. Kl. Johann Haderer z. Mess. amtsdir. u. Vorstand d. Mess. Amts Passau. Unter Beruf. i. d. Beamtenverhältnis die Verm. Ass. Karl Dick, Landstuhl, Franz Burger, Kempten, Reinhard Kerling, Weilheim u. Otto Spitz, Hof, z. Reg. Verm. Räten. Der Kanzleiass. Johann Handschuh z. Kanzleisekr., 1. 8. 1938. — **Berlegt:** Flurber. Dienst: Reg. Baurat I. Kl. Wenzel Waigler, München an d. Flurber. Amt Würzburg, 1. 10. 38, Berv. Oberinsp. Ferdinand Spitz, Ansbach a. d. Flurber. Amt München, 1. 10. 38. — **Verm. Dienst:** Reg. Verm. Rat I. Kl. Banz, Hof als Mess. amtsdir. u. Vorstand a. d. Mess. Amt Haßfurt, Reg. Verm. I. Kl. Deschner, Wunsiedel als Mess. amtsdir. u. Vorstand a. d. Mess. Amt Kulmbach. Reg. Verm. Rat Popp, Landstuhl a. d. Mess. Amt Rixingen, 1. 8. 38.

Inhalt:

Wissenschaftliche Mitteilungen: Entwicklung des Maßstabes der Gauß-Krügerschen, der stereographischen, der Mecklenburgischen und der Dessauer Projektion als Potenzreihe der Kataster-Koordinaten, von Hristow. — Bemerkungen zur Ausgleichung von Bussolenzügen, von Jung. — Vorwärtsabschneiden mit der Doppelrechenmaschine, von Lips. — Das mecklenburgische Vermessungswesen bis 1933, von Wiedow. — Zur Studienordnung und Diplomprüfungsordnung für Studierende des Vermessungswesens, von Merkel. — Zur Herstellung der Katasterplankarte, von Domcke. — **Bücherschau.** — **Mitteilungen der Geschäftsstelle.**