ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN

herausgegeben vom

Deutschen Verein für Vermessungswesen (D.V.W.) E.V.

Schriftleiter: Professor Dr. Dr.-Ing. E. h. O. **Eggert**, Berlin-Dahlem, Ehrenbergstraße 21

Heft 21.

1938 | 1. November | Band LXVII

Zur Geschichte des Satzes von Legendre.

Von F. Hauer in Wien.

(Schluß von Seite 595).

V. Ableitung des Satzes von Legendre aus dem Sinussatz.

Nach der ersten Herleitung des Satzes von Legendre aus dem Sinussatz, wie sie im II. Abschnitt beschrieben wurde, durch ihn selbst, ist fast ein ganzes Jahrhundert vergangen, ehe wieder der Sinussatz zum Beweise des Theorems herangezogen wurde. Dann jedoch folgte in kurzen Abständen eine Reihe von Herleitungen, die in verschiedenen Abarten ausgeführt wurden.

Der erste Beweis dieser Reihe wurde von F. Müller[36]) ausgeführt. Er entwickelt den Sinussatz für das sphärische Dreieck

$$\sin\frac{a}{r}\sin B = \sin\frac{b}{r}\sin A$$

mit Vernachlässigung kleiner Glieder 4. Ordnung in die Form

$$a\left(1-\frac{a^2}{6\,r^2}\right)\sin B = C\left(1-\frac{b^2}{6\,r^2}\right)\sin A\,.$$

Führt man nun in die Glieder 2. Ordnung die Beziehungen

$$a\sin B = b\sin A = h\,c\,,$$
$$a = c\cos B + b\cos C\,,$$
$$b = c\cos A + a\cos C$$

ein, in denen Glieder 2. Ordnung vernachlässigt wurden, so ergibt eine einfache Rechnung, unter Beachtung von $\frac{F}{r^2} = \varepsilon$, mit gleicher Genauigkeit wie oben

$$a\left(\sin B - \frac{\varepsilon}{3}\cos B\right) = b\left(\sin A - \frac{\varepsilon}{3}\cos A\right),$$

woraus

$$a\sin\left(B-\frac{\varepsilon}{3}\right) = b\sin\left(A-\frac{\varepsilon}{3}\right)$$

folgt. Dies ist jedoch der Sinussatz in einem ebenen Dreieck mit den Seiten a, b, c und mit den Winkeln

$$A^* = A-\frac{\varepsilon}{3},\quad B^* = B-\frac{\varepsilon}{3},\quad C^* = C-\frac{\varepsilon}{3}.$$

[36]) Zeitschrift für Vermessungswesen, Stuttgart 1894, 23. Bd., S. 309, F. Müller, Einfacher Beweis des Satzes von Legendre.

In Unkenntnis des Aufsatzes von F. Müller hat P. Epstein[37]) ebenfalls den Sinussatz zur Herleitung des Theorems von Legendre angewendet. Der Beweis Müllers scheint Epstein „jedoch insofern etwas weniger einfach zu sein, weil sich die Einführung der Höhe umgehen läßt". Führt man nämlich in den entwickelten Sinussatz

$$a\left(\sin B - \frac{a^2}{6r^2}\sin B\right) = b\left(\sin A - \frac{b^2}{6r^2}\sin A\right)$$

für $\frac{1}{r^2} = \frac{\varepsilon}{F}$ ein und beachtet man gleichzeitig, daß

$$b\,c \sin A = a\,c \sin B = 2F$$

ist, so ergibt sich

$$a\left(\sin B - \frac{\varepsilon}{3}\frac{a}{c}\right) = b\left(\sin A - \frac{\varepsilon}{3}\frac{b}{c}\right).$$

Werden jetzt wieder in die höheren Glieder die Projektionssätze eingeführt, so erhält man auf einfache Weise

$$a \sin\left(B - \frac{\varepsilon}{3}\right) = b \sin\left(A - \frac{\varepsilon}{3}\right).$$

E. Hammer[38]) findet die Einführung der Projektionssätze „genetisch nicht recht begründet" und bringt eine andere Ableitung des Legendreschen Theorems aus dem Sinussatz, indem er in die, aus der Entwicklung

$$\frac{a}{b} = \frac{1 - \frac{1}{6}\frac{b^2}{r^2}}{1 - \frac{1}{6}\frac{a^2}{r^2}} \cdot \frac{\sin A}{\sin B}$$

folgende Gleichung

$$\frac{a}{b} = \frac{\sin A}{\sin B}\left[1 - \frac{1}{6r^2}(b^2 - a^2)\right]$$

die Formeln

$$\frac{a}{b} = \frac{\sin A^*}{\sin B^*}$$

und

$$b^2 - a^2 = 2F(\cot A^* - \cot B^*) = 2\varepsilon r^2 (\cot A^* - \cot B^*)$$

einführt, so daß sich

$$\frac{\sin A}{\sin B} = \frac{\sin A^*}{\sin B^*}\left[1 + \frac{\varepsilon}{3}(\cot A^* - \cot B^*)\right]$$

und hieraus mit gleicher Genauigkeit

$$\frac{\sin A}{\sin B} = \frac{\sin A^*}{\sin B^*} \cdot \frac{1 + \frac{\varepsilon}{3}\cot A^*}{1 + \frac{\varepsilon}{3}\cot B^*}$$

ergibt. Es ist somit auch

$$\frac{\sin A}{\sin B} = \frac{\sin\left(A^* + \frac{\varepsilon}{3}\right)}{\sin\left(B^* + \frac{\varepsilon}{3}\right)}$$

[37]) Zeitschrift für Vermessungswesen, Stuttgart 1907, 36. Bd., S. 62—63, P. Epstein, Eine einfache Ableitung des Legendreschen Satzes.

[38]) Zeitschrift für Vermessungswesen, Stuttgart 1911, 40. Bd., S. 35—36, E. Hammer, Noch ein Beweis des Legendreschen Satzes.

d. h.

$$A^* = A - \frac{\varepsilon}{3}, \quad B^* = B - \frac{\varepsilon}{3}, \quad C^* = C - \frac{\varepsilon}{3}.$$

Ein weiterer Beweis des Satzes von Legendre, der zwar vom polaren Kosinussatz ausgeht, aber schließlich durch Vermittlung mit der Arkussinusreihe wieder auf den Sinussatz führt, stammt von G. Kowalewski[39]). Entwickelt man nämlich den Ausdruck

$$\cos a = \frac{\cos A + \cos B \cos C}{\sin B \sin C}$$

unter Beachtung von

$$A + B + C = \Pi + \varepsilon,$$

nach Potenzen von ε bei Vernachlässigung kleiner Größen ε^2, so erhält man

$$\cos a = 1 - \varepsilon (\cot B + \cot C).$$

Hieraus wird

$$\sin^2 a = 2 \varepsilon (\cot B + \cot C)$$

Führt man diesen Ausdruck in die Arkussinusreihe

$$a = \sin a \left(1 + \frac{1}{6} \sin^2 a + \ldots\right)$$

ein, so ist der Quotient mit dem gleichartigen Ausdruck für b

$$\frac{a}{b} = \frac{\sin a}{\sin b} \cdot \frac{1 + \frac{1}{3} \varepsilon (\cot B + \cot C)}{1 + \frac{1}{3} \varepsilon (\cot C + \cot A)}.$$

Unter Beachtung von

$$\sin a : \sin b = \sin A : \sin B$$

und bei gleichzeitiger Multiplikation der rechten Gleichungsseite mit dem Ausdruck

$$1 = \frac{1 - \frac{1}{3} \varepsilon (\cot A + \cot B + \cot C)}{1 - \frac{1}{3} \varepsilon (\cot A + \cot B + \cot C)}$$

ergibt sich

$$\frac{a}{b} = \frac{\sin A}{\sin B} \cdot \frac{1 + \frac{1}{3} \varepsilon \cot A}{1 + \frac{1}{3} \varepsilon \cot B},$$

woraus wieder folgt:

$$\frac{a}{b} = \frac{\sin \left(A - \frac{\varepsilon}{3}\right)}{\sin \left(B - \frac{\varepsilon}{3}\right)}.$$

Kowalewski meint, sein Beweis „dürfte die bisher bekannten an Einfachheit übertreffen. Während man sich sonst durch ein Gestrüpp von Rechnungen hindurcharbeiten und manchmal noch dazu kleine Unexaktheiten in Kauf nehmen muß“, führt dieser Beweis „mit Hilfe von ein paar Formeln und Lehrsätzen“ zum Ziele.

---

[39]) Zeitschrift für Vermessungswesen, Stuttgart 1915, 44. Bd., S. 289—291, G. Kowalewski, Einfacher Beweis der Legendreschen Formel.

In einer Beifügung zur Arbeit von Kowalewski sagt O. Eggert[40]), er sehe keinen wesentlichen Vorzug irgend eines Beweises des Satzes von Legendre und bemerkt weiter „die Beweisführung wird eben in jedem Falle sehr einfach, solange man nur die Glieder 2. Ordnung berücksichtigt". In allen Fällen jedoch, wo der Beweis nur darauf ausgeht, „die Gültigkeit des Sinussatzes der ebenen Trigonometrie für ein kleines sphärisches Dreieck nach Abänderung seiner Winkel nachzuweisen" scheint Eggert folgender Beweis „am wenigsten gekünstelt".

Multipliziert man die rechte Gleichungsseite des mit Vernachlässigung kleiner Glieder 4. Ordnung entwickelten Sinussatzes

$$\frac{\sin A}{\sin B} = \frac{a\left(1 - \frac{1}{6}\frac{a^2}{r^2}\right)}{b\left(1 - \frac{1}{6}\frac{b^2}{r^2}\right)}$$

mit dem Ausdruck

$$1 = \frac{1 + \frac{a^2 + b^2 + c^2}{12\, r^2}}{1 + \frac{a^2 + b^2 + c^2}{12\, r^2}},$$

so ist mit gleicher Genauigkeit

$$\frac{\sin A}{\sin B} = \frac{a\left(1 + \frac{b^2 + c^2 - a^2}{12\, r^2}\right)}{b\left(1 + \frac{c^2 + a^2 - b^2}{12\, r^2}\right)}.$$

Aus den bekannten Formeln

$$b^2 + c^2 - a^2 = 2\, b\, c \cos A^*,$$
$$c^2 + a^2 - b^2 = 2\, c\, a \cos B^*$$

und

$$2\, F^* = b\, c \sin A^*,$$
$$2\, F^* = c\, a \sin B^*,$$

ergibt sich

$$b^2 + c^2 - a^2 = 4\, F^* \cot A^*,$$
$$c^2 + a^2 - b^2 = 4\, F^* \cot B^*,$$

so daß also unter Beachtung von $\frac{F^*}{r^2} = \varepsilon$ mit gleicher Genauigkeit wie vorhin

$$\frac{a}{b} = \frac{\sin A}{\sin B}\, \frac{1 - \frac{\varepsilon}{3} \cot A}{1 - \frac{\varepsilon}{3} \cot B},$$

also wieder

$$\frac{a}{b} = \frac{\sin\left(A - \frac{\varepsilon}{3}\right)}{\sin\left(B - \frac{\varepsilon}{3}\right)}$$

folgt.

Zum Beweisgange von Kowalewski führt weiter noch E. Hammer[41]) aus,

[40]) Zeitschrift für Vermessungswesen, Stuttgart 1915, 44. Bd., S. 291—293, O. Eggert, Bemerkung zum Aufsatz von G. Kowalewski „Einfacher Beweis der Legendreschen Formel".

daß man ihm „Willkür, die auf Kenntnis des gewünschten Ergebnisses beruht“, vorwerfen könne.

Kowalewski hat später, durch Hammer angeregt, eine Modifikation[42]) seines Beweises vorgenommen, „die ihn über das Niveau einer bloßen Verifikation erhebt“ und durch Ausdehnung seines Beweises auf Glieder 4. Ordnung, die einzige Herleitung des erweiterten Theorems von Legendre aus dem Sinussatz gegeben. In der Ebene gilt

$$A^* + B^* + C^* = \Pi$$

$$\frac{\sin B^*}{\sin A^*} = \frac{b}{a}, \quad \frac{\sin C^*}{\sin A^*} = \frac{c}{a}.$$

In erster Näherung ist

$$A = A^*, \quad B = B^*, \quad C = C^*;$$

die Größen A^*, B^*, C^* sollen nun durch eine nach Potenzen des sphärischen Exzesses ε fortschreitende Reihe dargestellt werden, so daß also allgemein:

$$\begin{aligned} A^* &= A + A_1\,\varepsilon + A_2\,\varepsilon^2 + \ldots, \\ B^* &= B + B_1\,\varepsilon + B_2\,\varepsilon^2 + \ldots, \\ C^* &= C + C_1\,\varepsilon + C_2\,\varepsilon^2 + \ldots. \end{aligned}$$

Die Beachtung dieser Ansätze führt zu Ausdrücken der Form

$$\sin A^* = \left\{1 + \varepsilon A_1 \cot A + \varepsilon^2 \left(A_2 \cot A - \frac{1}{2} A_1^2\right)\right\} \sin A.$$

Anderseits hat man, durch Anwendung des nach Potenzen von ε entwickelten polaren Kosinussatzes auf die Arkussinusreihe, so wie in der vorhin besprochenen Arbeit von Kowalewski, Reihen der Form

$$a = \left\{1 + \frac{\varepsilon}{3}(\cot B + \cot C) + \frac{\varepsilon^2}{90}(4\cot^2 B + 4\cot^2 C + 3\cot B \cot C + 5)\right\} \sin a.$$

Die Einführung dieser Entwicklungen in die Gleichungen für das ebene Dreieck erfordert, daß die unbekannten Koeffizienten A_1, B_1, C_1; A_2, B_2, C_2 so gewählt werden, daß diese Gleichungen befriedigt werden. Dies wird dann der Fall sein, wenn man die Gleichungen zu Identitäten macht, d. h. wenn man die entsprechenden ε-Potenzen gleichsetzt.

Hiermit ergibt sich

$$\begin{aligned} A_1 &= -\frac{1}{3}, \quad A_2 = \frac{1}{90}(\cot B + \cot C - 2\cot A), \\ B_1 &= -\frac{1}{3}, \quad B_2 = \frac{1}{90}(\cot C + \cot A - 2\cot B), \\ C_1 &= -\frac{1}{3}, \quad C_2 = \frac{1}{90}(\cot A + \cot B - 2\cot C), \end{aligned}$$

wodurch wieder die Formeln für den erweiterten Legendreschen Satz

$$\begin{aligned} A^* &= A - \frac{\varepsilon}{3} + \frac{\varepsilon^2}{90}(\cot A + \cot B + \cot C) - \frac{\varepsilon^2}{30}\cot A, \\ B^* &= B - \frac{\varepsilon}{3} + \frac{\varepsilon_2}{90}(\cot A + \cot B + \cot C) - \frac{\varepsilon^2}{30}\cot B, \\ C^* &= C - \frac{\varepsilon}{3} + \frac{\varepsilon^2}{90}(\cot A + \cot B + \cot C) - \frac{\varepsilon^2}{30}\cot C, \end{aligned}$$

gewonnen wurden.

[41]) E. Hammer, Lehr- und Handbuch der ebenen und sphärischen Trigonometrie, Stuttgart 1923, 5. Aufl., S. 664.

[42]) Österr. Zeitschrift für Vermessungsw., Wien 1919, 17. Bd., S. 1—5, G. Kowalewski, Über das Legendresche Theorem.

Einige Zeit später glaubt Hegemann[43]) „noch einen einfachen Beweis gefunden zu haben". Der mit Vernachlässigung kleiner Glieder 4. Ordnung entwickelte Sinussatz des sphärischen Dreiecks

$$\frac{\sin A}{\sin B} = \frac{a\left(1 - \frac{1}{6}\frac{a^2}{r^2}\right)}{b\left(1 - \frac{1}{6}\frac{b^2}{r^2}\right)},$$

der auch in der Form

$$\frac{a}{b} = \frac{\sin A - \frac{b\,c\,(\sin A)\,b}{6\,r^2\,c}}{\sin B - \frac{a\,c\,(\sin B)\,c}{6\,r^2\,c}}$$

geschrieben werden kann, führt bei Beachtung von $\frac{F}{r^2} = \varepsilon$ auf die Gleichung

$$\frac{a}{b} = \frac{\sin A - \frac{\varepsilon}{3}\frac{b}{c}}{\sin B - \frac{\varepsilon}{3}\frac{a}{c}}.$$

Errichtet man im ebenen Dreieck die Höhen h_a und h_b und bezeichnet man die Abschnitte in die die Seiten a und b dadurch geteilt werden, mit a_B, a_C und b_C, b_A, so folgt nach Einführung der Beziehungen

$$b = b_C + b_A,$$
$$a = a_B + a_C$$

in die höheren Glieder der obigen Entwicklung

$$\frac{a}{b} = \frac{\sin A - \frac{\varepsilon}{3}\frac{b_C + b_A}{C}}{\sin B - \frac{\varepsilon}{3}\frac{a_B + a_C}{C}}$$

und daraus

$$\frac{a}{b} = \frac{\sin A - \frac{\varepsilon}{3}\cos A - \frac{\varepsilon}{3}\frac{b\,c}{c}}{\sin B - \frac{\varepsilon}{3}\cos B - \frac{\varepsilon}{3}\frac{a_c}{c}}.$$

Multipliziert man aus, dann ist

$$a \sin\left(B - \frac{\varepsilon}{3}\right) - \frac{\varepsilon}{3}\frac{a\,a_C}{c} = b \sin\left(A - \frac{\varepsilon}{3}\right) - \frac{\varepsilon}{3}\frac{b\,b_c}{c},$$

woraus sich unter Beachtung von

$$a\,a_C = b\,b_C$$

wieder das bekannte Ergebnis

$$\frac{a}{b} = \frac{\sin\left(A - \frac{\varepsilon}{3}\right)}{\sin\left(B - \frac{\varepsilon}{3}\right)}$$

ergibt.

[43]) Zeitschrift für Vermessungswesen, Stuttgart 1921, 50. Bd., S. 385—389, Hegemann, Nochmals der Legendresche Satz.

VI. Genauigkeitsuntersuchungen.

Neben der Herleitung und dem Beweise des Theorems von Legendre wurden auch vielfach Untersuchungen über den Grad seiner Annäherung angestellt. Die Ergebnisse dieser Arbeiten lassen erkennen, daß für alle praktischen Bedürfnisse die Anwendung des einfachen Satzes meist ausreicht, sowie daß die Berechnung der Glieder von der Ordnung ε^2 nur in den seltensten Fällen nötig sein wird.

Über den Maximaleinfluß der Glieder von der Ordnung ε^2 gibt schon Baeyer[44]) (Messen auf der sphär. Oberfl. S. 73—74) eine Erörterung.

A. M. Nell wendete in seiner, im IV. Abschnitt besprochenen Arbeit, die mit Vernachlässigung kleiner Glieder 8. Ordnung entwickelten Formeln

$$\varepsilon = \frac{F^*}{r^2}\left(1 + \frac{a^2+b^2+c^2}{24\,r^2} + \frac{a^4+b^4+c^4+a^2b^2+a^2c^2+b^2c^2}{360\,r^4}\right);$$

$$A - A^* = \frac{\varepsilon}{3}\left\{1 + \frac{b^2+c^2-2a^2}{60\,r^2} + \frac{19\,(b^4+c^4-2a^4)+a^2b^2+a^2c^2-2b^2c^2}{30240\,r^4}\right\},$$

$$B - B^* = \frac{\varepsilon}{3}\left\{1 + \frac{c^2+a^2-2b^2}{60\,r^2} + \frac{19\,(c^4+a^4-2b^4)+b^2c^2+b^2a^2-2c^2a^2}{30240\,r^4}\right\},$$

$$C - C^* = \frac{\varepsilon}{3}\left\{1 + \frac{a^2+b^2-2c^2}{60\,r^2} + \frac{19\,(a^4+b^4-2c^4)+c^2a^2+c^2b^2-2a^2b^2}{30240\,r^4}\right\}$$

auf eines der größten Dreiecke an, das jemals gemessen wurde, nämlich auf das Dreieck Baleareninsel—Iviza gegen die Küste von Spanien, dessen Seiten

$$a = 142\,203{,}44 \text{ m}$$
$$b = 160\,905{,}89 \text{ m}$$
$$c = 110\,237{,}08 \text{ m}$$

lang sind. Unter Zugrundelegung des der Mittelbreite

$$\varphi_m = 39^0\,30'$$

entsprechenden Logarithmus des mittleren Krümmungsradius

$$\log r = 6{,}80436\,36482$$

ergibt sich aus der ersten Formel

$$\varepsilon = 38'',9417\,5863 + 0'',0023\,2746 + 0'',0000\,0015.$$

Es ist somit

$$\frac{\varepsilon}{3} = 12'',9813\,6208,$$

womit die Glieder 4. Ordnung in den Ausdrücken $A-A^*$, $B-B^*$, $C-C^*$ der Reihe nach ergeben:

$$\frac{b^2+c^2-2a^2}{60\,r^2}\cdot\frac{\varepsilon}{3} = -\,0'',0000\,1279,$$

$$\frac{c^2+a^2-2b^2}{60\,r^2}\cdot\frac{\varepsilon}{3} = -\,0'',0001\,0337,$$

$$\frac{a^2+b^2-2c^2}{60\,r^2}\cdot\frac{\varepsilon}{3} = +\,0'',0001\,1616.$$

44) Man vgl.: W. Jordan, Handbuch der Vermessungskunde, Stuttgart 1916, 6. Aufl., III. Bd., S. 266.

Das Glied 6. Ordnung beträgt beim Winkel B, wo es den größten Wert hat, nur

$$-0'',0000\,0000\,3785.$$

Anstatt die Glieder von der 4. Ordnung an zu entwickeln, ging Mertens[45]) in der Weise vor, daß er den Grenzwert bestimmte, den die Summe dieser Glieder nicht überschreiten kann. Er ging hierzu von den Formeln für $\tan\frac{1}{2}A$ und $\tan\frac{1}{2}A^*$ aus und entwickelte unter Anwendung des Theorems von Lagrange den Unterschied $A-A^*$. Hiefür sowie in analoger Weise für $B-B^*$ und $C-C^*$ ergeben sich die Ausdrücke

$$A-A^* = \frac{1}{3}F^* + \alpha,$$

$$B-B^* = \frac{1}{3}F^* + \beta,$$

$$C-C^* = \frac{1}{3}F^* + \gamma,$$

in denen stets

$$\left.\begin{matrix}\alpha\\ \beta\\ \gamma\end{matrix}\right\} < 0{,}0212\,g^4,$$

wenn g die Grenze ist, die die Seiten a, b, c nicht übersteigen sollen, wobei jedoch $g < 10^0$ bleiben muß. Es ist somit auch

$$A+B+C-\Pi = F^* + \sigma,$$

wobei stets

$$\sigma < 0{,}0636\,g^4.$$

Bei Jordan[46]) findet sich eine Untersuchung über den Maximaleinfluß der höheren Glieder mit der Nebenbedingung konstanter Dreiecksfläche.

Hingegen hat Helmert[47]) diese Untersuchung mit der Nebenbedingung, daß die Quadratsumme der 3 Seiten $3m^2 = a^2 + b^2 + c^2$ konstant sei, ausgeführt. Er findet hierbei für die Exzessanteile der drei Winkel, daß „alle drei Glieder des Exzesses für das gleichseitige Dreieck ein Maximum mit Bezug auf alle Dreiecke gleichen Durchschnittswertes der Quadrate der drei Seiten" sind und bemerkt weiter: „Für die Annahme eines konstanten Durchschnittswertes der ersten Potenzen der Seiten würde nichts wesentlich anderes resultieren; der Kalkul ist aber mit Konstantem m^2 einfacher und außerdem ist es praktisch ganz gleichgültig, was von beiden genommen wird. Dagegen würde ein Resultat in bezug auf verschiedene Dreiecke konstanten Inhaltes wenig Wert besitzen, weil die Geodäsie die Dreiecke in Ordnungen nach ihrer Seitenlänge und nicht nach dem Inhalt klassifiziert".

Unter Zugrundelegung der Werte $a = b = c = m$ erhält sodann Helmert folgende Tabelle der Maximalwerte der höheren Glieder in ε:

---

[45]) Zeitschrift für Mathematik und Physik von O. Schlömilch, E. Kahl, M. Cantor, Leipzig 1875, 20. Bd., S. 248—251, Mertens, Der Legendresche Satz in der sphärischen Trigonometrie.

[46]) W. Jordan, Handbuch der Vermessungskunde, Stuttgart 1878, 2. Aufl., II. Bd. S. 130—131.

[47]) F. R. Helmert, Die mathematischen und physikalischen Theorien der Höheren Geodäsie, Leipzig 1880, I. Teil, S. 94—96, Numerischer Betrag der höheren Glieder.

$\frac{m}{r}$	m	2. Glied	3. Glied
0,2	1274 km	18″	0″,1
0,1	637	1,12	0,0015
0,05	319	0,070	.
0,02	127	0,0018	.
0,01	64	0,0001	.
0,001	6,4	($\varepsilon = 0'',09$)	

Ein Vergleich der Formel für ε mit den Ausdrücken für $A - A^*$, $B - B^*$, $C - C^*$ lehrt, daß eine gleichmäßige Verteilung des Exzesses auf die drei Winkel jedenfalls genügt, sobald es gestattet ist, den sphärischen Exzeß nach der einfachen Formel $\varepsilon = \frac{F^*}{r^2}$ zu berechnen.

VII. Zweifel an der Richtigkeit des Satzes von Legendre.

Die Zweifel an der Gültigkeit, beziehungsweise am Grad der Annäherung des einfachen Satzes von Legendre haben zunächst alle eine Ursache gemeinsam: den Mangel eines genauen Begriffes über Größenordnungen. Diesem Mangel hat wohl auch Legendre nicht entgegengewirkt, wenn er Dreiecke, deren Seiten im Verhältnis zum Radius heute als klein von 1. Ordnung bezeichnet werden, mit der Bezeichnung „triangle sphérique infinement petit“ oder „triangle sphérique, dont les côtés sont très-petits“ oder „triangle sphérique très peu courbe“ einführt, obwohl ihm der Begriff Größenordnung, wie aus seinen Arbeiten zu ersehen ist, sicher klar war. Es ist auch interessant, daß keiner der Kritiker versucht hat, ein sphärisches Dreieck, dessen Seiten klein von 1. Ordnung sind, nach dem Satze von Legendre aufzulösen und die Ergebnisse mit denjenigen einer Berechnung nach der Chordenmethode zu vergleichen.

Es scheint aber auch oft an klaren geometrischen Vorstellungen gefehlt zu haben, denn solche allein würden, wie Prof. F. Hopfner in seinen Vorlesungen[48]) zeigt, zur Ableitung des einfachen Satzes von Legendre genügen. Er sagt nämlich, daß der Unterschied zwischen entsprechenden Winkeln im sphärischen und im zugeordneten ebenen Dreieck in erster Näherung nur vom Flächeninhalt und vom Krümmungsmaß abhängen kann, weil schon die geometrische Anschauung lehrt, daß dieser Unterschied sich nur mit dem Flächeninhalt und dem Krümmungsmaß merklich ändert. Da das Krümmungsmaß auf der Kugel eine Konstante ist, kann man in erster Näherung die drei Gleichungen

$$A - A^* = B - B^* = C - C^* = f\left(F, \frac{1}{r^2}\right)$$

ansetzen, aus deren Summe

$$\varepsilon = 3f\left(F, \frac{1}{r^2}\right)$$

[48]) Im Einvernehmen mit Prof. F. Hopfner veröffentlicht.

die Gleichungen

$$A - A^* = B - B^* = C - C^* = \frac{\varepsilon}{3}, = f\left(F, \frac{1}{r^2}\right) = \frac{F}{3\,r^2}$$

folgen. Hiermit ist einerseits der Legendresche Satz abgeleitet und andererseits auch f als Funktion des Inhalts und des Krümmungsmaßes bestimmt.

Gegen den im Jahre 1787 erstmalig veröffentlichten, aber noch nicht bewiesenen Satz findet sich bei A. G. Kästner[49]) eine sehr ausführliche Stellungnahme, aus der im nachfolgenden einige bemerkenswerte Stellen angeführt werden mögen.

„In Mém. 1787" schreibt Kästner „findet sich von Hr. le Gendre ... ein Aufsatz ... ohne Beweis, und ohne anzuzeigen, wo man den Beweis findet."

„Ich bekenne, daß ich den Nutzen dieser Untersuchung nicht einsehe. Die Fläche eines kleinen Dreyecks ... zu berechnen, muß man ja der drey Winkel Sinus haben, also hat man die Winkel und den Ueberschuß ihrer Summe, ehe man die Fläche hat, aus der man diesen Ueberschuß berechnen soll. Mich deucht, also in Hr. l. G. Verfahren werde ein Zirkel begangen."

„Hr. l. G. sagt: Bey großen geographischen Messungen kämen unendlich wenig krumme Dreyecke vor, die dürfe man nicht als geradlinig betrachten und den Ueberschuß der Summe ihrer Winkel über 180° vernachläßigen, wollte man sie als sphärische behandeln so würde man bey den kleinen Kreisbogen weder genau noch mit den gewöhnlichen Tafeln bequem rechnen. Wie man bey kleinen Kreisbogen verfährt... ist bekannt. Es war also gar nicht nötig, zwischen sphärischen und ebenen Dreyecken eine Mittelart unendlich wenig krumme zu nennen, deren Bezeichnung so mathematisch ist, als das französische Compliment: Je vous suis infinement obligé."

„Hr. l. G. Verfahren $\frac{1}{3}\,\omega$ zu jedem Winkel zu addieren, ist ohngefähr wie der Feldmesser ihres, wenn die Summe der Winkel am Umfange einer Figur ihnen mit der Theorie nicht zutrifft. Sie dividieren auch den Unterschied mit der Zahl der Winkel und setzen den Quotienten gehörig zu jedem Winkel."

Die nächste Kritik, die Burckhardt[50]) (nach Hammer [Handb., 5. Aufl., S. 664] damals in Paris) in einem Aufsatz über die französische Gradmessung ausführt, bezieht sich schon auf die erste Herleitung seines Satzes durch Legendre aus dem Sinussatz.

„Legendre hat am 11. Niv. J. 7 (31. Dez. 1798)", so schreibt Burckhardt u. a. „ein Mémoire unter seinen Collegen verteilen lassen, dessen Titel ist: Méthode ... Er schlägt hiezu die schon ehemals in den Mém. 1787 gegebene Regel vor."

„Es ist merkwürdig", fährt Burckhardt fort, „wie leicht man sich täuschen kann, wenn man bey analitischen Rechnungen nur eine Näherung sucht, und sich dies mehrmals hintereinander erlaubt. Offenbar ist Legendre's Regel nur dann vollkommen genau, wenn alle drey Winkel einander gleich sind, weil dann auch die Verbesserungen dieser drey Winkel wegen

[49]) Geometrische Abhandlungen von Gotthelf Abraham Kästner, Göttingen 1791, S. 451 bis 458, Fläche durch Seiten und Winkel zusammen bey einem kleinen Dreyeck ausgedruckt; man vgl. ferner: Commentationen der Königl. Sozietät der Wiss. zu Göttingen, Vol. XI, S. 28.

[50]) Allgemeine geographische Ephemeriden von F. Zach, Weimar 1799, III. Bd., S. 192.

der sphärischen Gestalt der Erde einander gleich seyn werden ... Dies zeigt auch, daß die Regel zu brauchen dann nicht verstattet ist, wenn man Sekunden und deren Theile nicht vernachläßigen darf, welches der Fall bey den neuen Französischen Messungen ist."

In einer Besprechung und Anzeige von L. Puissants Traité de Géodésie, die, wie im III. Abschnitt ausgeführt wurde, eine Herleitung des Satzes von Legendre aus dem Kosinussatz enthält, findet sich zur Berechnung sphärischer Dreiecke die Bemerkung von F. Zach[51]):

„Le Gendre ... reducirt aber das Dreyeck dadurch auf ein geradliniges, daß er sein ... Theorem ... in Anwendung bringt. Delambre bringt dagegen an den Horizontalwinkeln noch eine andere Correktion an, wodurch die Winkel zwischen den Bogen auf die zwischen den Chorden reducirt werden, wo dann die Dreyecke zu wirklich geradlinigen werden. Freylich ist Delambre's Verfahren etwas mühsamer als das von le Gendre, allein da die Methode des Letzteren eigentlich nur dann ganz genau ist, wenn das Dreyeck gleichseitig ist, so würden wir doch das letztere Verfahren vorziehen."

Zur Stellungnahme von Zach hat Buzengeiger in seiner im III. Abschnitt schon behandelten Erweiterung des Theorems auf die Glieder 4. Ordnung noch ausgeführt: „Man sieht, daß er (der Satz von Legendre) in praktischer Hinsicht immer wahr ist, so oft das Glied ε^2 wegen zu geringer Größe keinen Einfluß hat; und da dieses in den meisten Fällen wirklich Statt findet, so hat derselbe allerdings in seiner Anwendung einen größeren Umfang, als dies in dem 16ten Bande der ‚monatlichen Correspondenz' S. 452 angegeben ist, wo behauptet wird, er sey nur dann ganz genau, wenn das Dreieck gleichseitig ist."

Merkwürdigerweise zweifelte auch Crelle[52]) in seiner Uebersetzung von Legendres „Éléments de Géometrie" an der Annäherung des Legendreschen Satzes, obwohl, wie schon oben mitgeteilt, auch in dieser die Herleitung desselben aus dem Kosinussatz, so wie sie sich erstmalig bei Lagrange findet, enthalten war; denn er hatte zur Ableitung des Legendreschen Satzes folgendes Bedenken:

„Die Annäherung erfolgt nun, erstlich, dadurch, daß man den Inhalt des Kugeldreiecks dem Inhalte eines geradlinigen Dreiecks gleichsetzt, dessen Seiten so lang sind, wie die Bogenseiten des Kugeldreiecks; zweitens dadurch, daß man willkürlich den Ueberschuß der Summe der Winkel des Kugeldreiecks über zwei rechte auf die 3 Winkel des Dreiecks gleich vertheilt; denn, daß man oben $A^* = A - \frac{1}{3}\varepsilon$, $B^* = B - \frac{1}{3}\varepsilon$, $C^* = C - \frac{1}{3}\varepsilon$ findet, erfolgt nur nurch willkürliche Weglassungen, weil man sonst für Winkel, die ungleichen Seiten gegenüberliegen, nicht das nämliche finden könnte. Es scheint auch in der That genauer zu sein, wenn man den Ueber-

[51]) Monatliche Correspondenz zur Beförderung der Erd- und Himmelskunde von F. Zach, Gotha 1807, XVI. Bd., S. 452.

[52]) Die Elemente der Geometrie und der ebenen und sphärischen Trigonometrie von A. M. Legendre, übersetzt und mit Anmerkungen von A. L. Crelle, Berlin 1833, S. 416, Auflösung von Kugeldreiecken, deren Seiten, im Verhältnis zum Kugelhalbmesser, sehr klein sind.

schuß ε nicht auf die Winkel gleich vertheilt, sondern im Verhältnisse der gegenüberliegenden Seiten.“

Auch Soldner gehörte ursprünglich zu den Zweiflern an der Richtigkeit des Legendreschen Satzes, wie Hammer[53]) a. O. ausführt. In dem Bestreben, eine andere Methode zur Auflösung kleiner Kugeldreiecke zu finden, schuf er dann die heute noch in Verwendung stehende, dem Legendreschen Satze als dual gegenüberstehend zu bezeichnende, Additamentenmethode.

Geradezu ein Anachronismus ist es jedoch, wenn noch im Jahre 1916 am Theorem von Legendre gezweifelt wird. In einem Referat über die Dissertation „Johann Georg Soldner, der Geodät, von Dr. Ing. Franz Johann Müller, München 1914“, finden sich eine Reihe interessanter Bemerkungen des Referenten Sarnetzky[54]) von denen zwei besonders charakteristische angeführt werden sollen.

„Nun war aber Soldner“ schreibt Sarnetzky, „auch viel zu viel Theoretiker, um die Richtigkeit des Legendreschen Satzes einsehen zu können. Er sagte sich nicht mit Unrecht, daß es unmöglich sein kann, von jedem Winkel ohne Rücksicht auf seine Größe einen gleichen Anteil des sphärischen Exzesses mechanisch in Abzug zu bringen.“

„Wenn in der höheren Geodäsie verlangt wird, daß die Winkel auf ein Tausendstel der Sekunden genau gerechnet werden, so darf man aber auch vorher die Winkel nicht mit Fehlern versehen, indem man mechanisch gleiche Teile des sphärischen Exzesses in Abzug bringt.“

Diese kurze Mitteilung möge hier genügen. E. Hammer[55]) hat sich mit dieser Arbeit in ausführlicher Weise auseinandergesetzt, soweit sie den Legendreschen Satz betrifft, ohne, wie er noch anfügt, „auf sonstige Irrtümer des Referats einzugehen“.

VIII. Der Legendresche Satz als Spezialfall eines für allgemeine Flächen gültigen Gesetzes.

Während einerseits noch an der Richtigkeit des Legendreschen Satzes gezweifelt wurde, kamen anderseits bereits Arbeiten zur Ausführung, die seine Anwendung auf kleine geodätische Dreiecke auf beliebigen Flächen zum Gegenstande hatten oder die der Aufsuchung allgemeiner Regeln galten, die den Legendreschen Satz als speziellen Fall mitumfassen sollten.

Schon im Jahre 1821 hat Bessel[56]) in einem Briefe an den Herausgeber der Astronomischen Nachrichten, H. C. Schumacher, allgemeine Formeln für die Berechnung eines, auf einem Rotationsellipsoid gelegenen, von geodätischen Linien gebildeten Dreiecks angegeben; jedoch ohne Ableitung, dies mit folgendem begründend:

„Ich habe daher die in meinem letzten Briefe erwähnte Aufgabe gelöset,

[53]) E. Hammer, Lehr- und Handbuch der ebenen und sphärischen Trigonometrie, Stuttgart 1923, 5. Aufl., S. 678.

[54]) Allgemeine Vermessungsnachrichten, Liebenwerda 1916, 28. Jg. S. 258—265, Sarnetzky, Soldners Leben und Anteil an den exakten Wissenschaften.

[55]) Allgemeine Vermessungsnachrichten, Liebenwerda 1917, 29. Jg., S. 6—15, E. Hammer, Legendrescher Satz und Soldnersche Additamentenmethode.

[56]) Astronomische Nachrichten von H. C. Schumacher, Altona 1823, 1. Bd., Nr. 6, Sp. 85 bis 90, Brief von dem Herrn Professor und Ritter Bessel an den Herausgeber.

indem ich genau untersucht habe, wie ein Dreieck berechnet werden muß, dessen Seiten geodätische Linien sind. Gern theilte ich Ihnen die ganze Entwicklung mit, allein für heute kann ich nur das Resultat anzeigen, indem die Entwicklung sich eher für einen eigenen kleinen Aufsatz als für einen Brief paßt."

Bessel hat seine Formeln nie bewiesen, wie Hansen mit dem Hinweis, daß er dieselben für zu sehr gekürzt halte, in seiner weiter unten angeführten Arbeit mitteilt. In seinen „Disquisitiones generales" hat dann C. F. Gauß[57]) eine allgemeine Entwicklung für ein kleines, aus geodätischen Linien gebildetes Dreieck auf beliebiger Oberfläche gegeben.

Gauß vergleicht hierbei ein kleines geodätisches Dreieck auf beliebiger Fläche mit den Seiten a, b, c und mit den Winkeln A, B, C, dessen Flächeninhalt gleich σ ist, mit einem ebenen geradlinigen Dreieck von gleichen Seiten und mit den Winkeln A^*, B^*, C^*, indem er die Ausdrücke $A - A^*$, $B - B^*$, $C - C^*$ mit Vernachläßigung kleiner Größen 5. Ordnung herleitet, wobei die Seiten a, b, c als klein von 1. Ordnung gelten.

Mit Vernachläßigung kleiner Größen 4. Ordnung ergibt sich aus ihnen, unter α, β, γ die Krümmungsmaße in den Punkten A, B, C verstanden:

$$A^* = A - \frac{1}{12}\,\sigma\,(2\alpha + \beta + \gamma),$$

$$B^* = B - \frac{1}{12}\,\sigma\,(\alpha + 2\beta + \gamma),$$

$$C^* = C - \frac{1}{12}\,\sigma\,(\alpha + \beta + 2\gamma),$$

Die Ausdrücke $A - A^*$, $B - B^*$, $C - C^*$ sind somit klein von 2. Ordnung.

Für die Kugel ergibt sich hieraus, da dann $\alpha = \beta = \gamma = \frac{1}{r^2}$ ist, der einfache Satz von Legendre, ebenso wie sich aus den Differenzen $A - A^*$, $B - B^*$, $C - C^*$, die nur Größen 5. Ordnung vernachläßigen, der erweiterte Satz von Legendre ergibt.

Die Reduktionen, die an den Winkeln A, B, C bei einer nicht kugelförmigen Fläche anzubringen sind, damit die Sinusse der geänderten Winkel den gegenüberliegenden Seiten a, b, c proportional werden, sind in der 2. Ordnung schon voneinander verschieden, während bei der Kugel erst die Glieder 4. Ordnung voneinander abweichen.

Die allgemeinen Entwicklungen von Gauß bildeten dann den Ausgangspunkt für eine Reihe von Arbeiten über das geodätische Dreieck, die von Hansen[58]), Andrae[59]), Christoffel[60]), Weingarten[61]), Helmert[62]) u. a. ausgeführt wurden.

Wien, im März 1937.

---

[57]) C. F. Gaus, Disquisitiones generales circa superficies curvas, Göttingae 1827, deutsch von A. Wangerin unter Allgemeine Flächentheorie, Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften Nr. 5, Leipzig 1900.

[58]) P. A. Hansen, Geodätische Untersuchungen, des VIII. Bandes der Abhandlungen der mathematisch-physischen Classe der Königl. Sächs. Ges. d. Wiss. Nr. I, Leipzig 1865.

[59]) C. G. Andrae, Den Danske Gradmaaling, Forste Bind Kjobenhavn 1876, S. 187—191, 192—200, 544—545, 545—556.

[60]) Mathematische Abhandlungen der Königl. Akademie der Wissenschaften zu Berlin 1867, S. 119 bis 176, Christoffel, Allgemeine Therorie der geodätischen Dreiecke.

[61]) Astronomische Nachrichten 1869, Bd. 73, Nr. 1733, Sp. 65—76, J. Weingarten, Über eine geodätische Aufgabe; ferner 1870, Bd. 75, Nr. 1782, Sp. 91—96, J. Weingarten, Über die Reduktion der Winkel eines sphäroidischen Dreiecks auf die eines ebenen oder sphärischen.

[62]) F. R. Helmert, Die mathematischen und physikalischen Theorieen der Höheren Geodäsie, Leipzig 1880, I. Teil, S. 346—406, Das geodätische Dreieck; Dreiecksnetze.

Erhaltung und allmähliche Erneuerung der preußischen Katasterkarten.

Von Vermessungsrat Ahrens, Hersfeld.

Durch die zur Zeit gültigen Bestimmungen des Abschnitts XIV der Anweisung II wird der bei weitem größte Teil aller von mehreren tausend Vermessungsfachleuten jährlich ausgeführten Vermessungen nicht erfaßt, so daß die Erneuerung des Katasters auf diesem Wege wenig vorgetrieben wird und die Katasterunterlagen weiter unübersichtlicher statt besser werden. In zahlreichen Fällen ist es schon nicht mehr möglich, die vielen nicht miteinander in Verbindung stehenden Messungskonstruktionen in einem Handriß nachzuweisen.

Es ist weiter ein dringendes Erfordernis, daß außer den zur allmählichen Erneuerung der Katasterkarten zu treffenden Maßnahmen ein ganz besonderes Gewicht auf die Erhaltung und Sicherung der aus früheren Vermessungen stammenden Polygon- und Messungsliniennetze gelegt wird, die, wie z. B. die kurhessischen Rutenmessungen und Grundsteuermessungen nach jeder Richtung hin einwandfrei ausgeführt sind, aber dann infolge der früheren nicht sachgemäßen Fortführungen teilweise an Wert verloren haben. Es muß daher baldigst auf eine Wiederherstellung bezw. Erhaltung der Polygonpunkte usw. gesehen werden, um einen weiteren Verfall zu verhüten.

Die Maßnahmen zur Sicherung, Erhaltung und Erneuerung der Katasterkarte sind grundsätzlich in den Ortslagen anzuwenden, da diese meist bei den Zusammenlegungen ausgeschlossen und Neumessungen nur ausnahmsweise durchgeführt werden. In den Feldlagen, in denen keine Bebauung zu erwarten ist, und bei denen mit einer Zusammenlegung gerechnet werden kann (im Kreise Hersfeld und dementsprechend wohl auch in anderen Kreisen der Provinz Hessen-Nassau sind über 90% zusammengelegt mit Ausnahme der Ortschaften), ist von den Erneuerungsarbeiten abzusehen.

Durch eine künftige grundsätzliche Vermarkung der Messungspunkte wird zwangsläufig eine gewissenhaftere und zunehmend schnellere Ausführung der Vermessungen erreicht.

Die Voraussetzungen für eine Erneuerung nach Abschnitt XIV der Anweisung II liegen, wie allgemein bekannt ist, nur in wenig Fällen vor, so daß die größte Zahl aller Messungen immer nur dem augenblicklichen Zweck dienen. Aber auch selbst wenn die Voraussetzungen des Abschnitts XIV vorgelegen haben, ist das dort vorgesehene Verfahren wohl nicht immer zur Anwendung gekommen.

Im übrigen verweise ich auf meinen Aufsatz in den Verbandsnachrichten (V.h.K.P.) vom April/Mai 1932 Nr. 4/5 Seite 35, in dem ich meine auf das hessische Kataster bezüglichen Erfahrungen bei den Herstellungs- und Erneuerungsarbeiten im Kreise Hersfeld, ohne daß die Voraussetzungen des Abschnittes XIV Anweisung II vorlagen und ohne daß dem Staate besondere Kosten erwachsen sind, niedergelegt und die Grundlagen für alle erneuerungsbedürftigen Karten der Ortslagen in kurzer Zeit geschaffen habe. Es ist dadurch weiter erreicht, daß nach der alten bisher schon als unbrauchbar bezeichneten Katasterkarte jetzt wieder Grenzherstellungen möglich sind und jede Messung, auch die von frei schaffenden Vermessungsingenieuren, zwangsläufig in das Netz eingebunden werden muß, da ja bekannt ist, daß die Punkte vorhanden und nach den Einmessungsmaßen leicht aufzufinden sind.

Die Kostenfrage über die von den Gemeinden beantragten Erneuerungs- und Wiederherstellungsarbeiten ist nach Maßgabe des Interesses der Katasterverwaltung, der Gemeinden usw. zu regeln und dementsprechend unten von mir vorgeschlagen. Für Arbeiten geringeren Umfangs muß ein bestimmter Gebührensatz, der bei sehr wenig leistungsfähigen Gemeinden durch den Regierungspräsidenten ermäßigt werden kann, vorgesehen werden, damit die notwendigen Arbeiten, die sich vielfach erst nach Beginn einer Messung ergeben, nicht durch erschwerende Bestimmungen verzögert oder, wie es meistens der Fall sein wird, verhindert werden.

Durch die Übernahme eines Teiles der Kosten durch die Gemeinden ist es möglich, die Fortschreibungsvermessungen dadurch weitgehend auszuwerten, daß über den zur Erfüllung des Antrages nötigen Umfang zwecks einwandfreier Festlegung und Vermarkung des Liniennetzes hinausgegangen werden kann. Dem jeweiligen Antragsteller kann nicht zugemutet werden für Arbeiten, die den Anliegern und Gemeinden zugute kommen, noch weitere Kosten aufzubringen, so daß mit Rücksicht hierauf die Messungen vielfach nicht soweit ausgedehnt werden können, wie es eine sachgemäße Erledigung verlangt. Die Gemeinde kommt als Anlieger mit Wegen, Gräben usw. in den meisten Fällen in Frage, so daß sich eine Beteiligung an den Kosten auch aus diesem Grunde rechtfertigt.

Nach den gemachten Erfahrungen sind die Gemeinden nach entsprechender Aufklärung meist bereit, die anteiligen Kosten im Verhältnis ihrer Leistungsfähigkeit zu übernehmen und zwar umsomehr, wenn vom Reichsinnenministerium, dem sowohl die Gemeinden als auch das Vermessungswesen unterstehen, entsprechende Hinweise erfolgen und gegebenenfalls alljährlich entsprechende geringe Beträge in den Gemeindeetats vorgesehen werden. Durch die Beteiligung der Gemeinden an den Kosten wird ihr Interesse an der Erhaltung und Erneuerung der Katasterunterlagen wesentlich geweckt und eine gerechtere Verteilung erreicht. Außerdem ist es den Gemeinden meist möglich, das Vermarkungsmaterial und die Hilfskräfte unter Aufwendung verhältnismäßig geringer Mittel zu stellen.

Auch bei der Vermarkung der Polygon- und Messungspunkte sind kostenersparende Verfahren anzuwenden, wie ich sie in meinem soeben erschienenen Aufsatz über „Einmessung der Gebäude“ niedergelegt habe.

Für die Anweisung schlage ich folgenden Wortlaut vor.

Anweisung zur Erhaltung und allmähliche Erneuerung der Katasterkarten.

a) Sämtliche in das Kataster zu übernehmenden Vermessungen sind möglichst so auszuführen, daß sie neben der Erhaltung und Verbesserung des vorhandenen Liniennetzes und der Messungsunterlagen für eine spätere Erneuerung der Katasterkarten unmittelbar nutzbar gemacht werden können — insbesondere in den Ortslagen.

b) Auf Antrag der Gemeinden können im erhaltungs- oder im erneuerungsbedürftigen Kataster, Arbeiten zur Anlegung und Vermarkung eines Polygonnetzes oder zur Erhaltung und Wiederherstellung eines bereits vorhandenen Polygonnetzes, um es vor weiterem Verfall zu bewahren, durch das Katasteramt ohne vorherige Genehmigung des Regierungspräsidenten ausgeführt werden, wenn zur örtlichen Erledigung im einzelnen Falle voraussichtlich nicht mehr als eine Arbeitszeit von 5 Tagen erforderlich ist und die Gemeinden sich an den Kosten beteiligen.

Die Genehmigung des Regierungspräsidenten ist erforderlich, wenn die vorgenannten Arbeiten aus Billigkeits- oder anderen Gründen ganz oder teilweise kostenlos ausgeführt werden sollen.

c) Falls die unter b) genannten Arbeiten voraussichtlich eine Arbeitszeit von mehr als 5 Tagen beanspruchen werden, so hat der Regierungspräsident nach Anhörung des Katasteramtsleiters, der einen Entwurf vorzulegen hat, über die Durchführung und Kostenfrage nach Maßgabe der für die Neumessungen erlassenen Vorschriften zu entscheiden.

d) Die Erneuerung der Katasterkarte oder eines Teiles von ihr ist in Angriff zu nehmen, sobald die Aufmessung der auf einem neuen Kartenblatt darzustellenden Grundstücke zum größten Teil abgeschlossen oder zur Berechnung der Flächeninhalte der aufgemessenen Grundstücke erforderlich ist.

Die Bewilligung der Kosten für die noch erforderlichen Arbeiten (Winkelmessung, Streckenmessung, Anschluß an das Dreiecksnetz, Ergänzungsmessungen, Koordinatenberechnung, Kartierung, Zusammentragung von Stückvermessungsrissen und Vervielfältigung der Karten und Risse) größeren Umfangs ist durch den Regierungspräsidenten nach Maßgabe der für Neumessungen erlassenen Vorschriften zu beantragen.

Bei Arbeiten kleineren Umfangs kann der Regierungspräsident das Weitere selbständig veranlassen.

Anhang.

Zu a). Um die vielen früheren Vermessungen ebenfalls möglichst bald für die Erneuerung nutzbar machen zu können, ist gelegentlich der künftig stattfindenden Vermessungen dahin zu wirken, daß die alten Linien als Polygonseiten oder Messungslinien angehalten oder falls dies nach der Örtlichkeit untunlich ist, Verbindungen mit den früher gelegten Aufmessungslinien hergestellt werden.

Zu b). An Kosten sind von den Gemeinden 15 RM zur Abgeltung der Reisekosten und Tagegelder für jeden auswärtigen Arbeitstag zu tragen.

Außerdem haben die Gemeinden die zur Ausführung der Arbeiten erforderlichen Meßgehilfen zu stellen und das zur Vermarkung der Messungspunkte erforderliche Material zu beschaffen. Die übrigen Kosten übernimmt der Staat. In den Fällen, in denen die stückweise Anlegung bzw. Wiederherstellung von Polygonpunkten deren Genauigkeit beeinträchtigt, ist die Arbeit ganz oder teilweise in einem Zuge durchzuführen. Die Polygonpunkte und die davon abgehenden Messungslinien sind in der Örtlichkeit dauerhaft unterirdisch zu vermarken und so einzumessen, daß sie in die alte Karte übernommen und örtlich stets genau wiederhergestellt werden können. Die Polygonwinkel- und Streckenmessungen können im allgemeinen später ausgeführt werden.

Die in die alte Karte durch Einmessung übernommenen Polygonpunkte können gleichzeitig als Festpunkte für die alte Karte dienen zwecks Verwertung bei Grenzherstellungen.

Die aus früheren Vermessungen (Grundsteuervermessung usw.) noch vorhandenen und als richtig befundenen Polygonsteine, sind beim Fehlen einer unterirdischen Vermarkung bei jeder sich bietenden Gelegenheit oder falls erforderlich in einem Zuge zu sichern. Das kann, um die Polygonsteine nicht berühren zu brauchen, zwecks Zeitersparnis auch dadurch geschehen, daß in der Polygonseite etwa 3 Meter vom Polygonpunkt entfernt eine unterirdische Vermarkung vorgenommen wird. Zur Kostenersparnis erfolgt die Vermarkung im allgemeinen in steinigem Boden durch verzinkte Eisenrohre und im übrigen durch Drainrohre.

Die festgelegten Polygonpunkte und Strecken sind in den Karten in blasser blauer Tusche darzustellen.

Ueber eine Versuchsmessung mit der Tachytop-Bussole.

Von Dipl.-Ing. K. Gerke, T. H. Braunschweig.

Im September 1937 wurde vom Institut für Vermessungskunde der Technischen Hochschule Braunschweig auf dem Prüfrost bei Oker/Harz eine Versuchsmessung mit der Tachytop-Bussole von C. Zeiß, Jena durchgeführt. Es wurde das im August 1937 gelieferte Instrument Nr. 42816a auf seine Leistungsfähigkeit für tachymetrische Messungen geprüft (Lage- und Höhenaufnahme).

1. Das Instrument. (Siehe Druckschrift Zeiß Geo 187)

Das Bussoleninstrument wurde auf Anregung von Herrn Ministerialrat Pfitzer gebaut und soll Verwendung finden bei topographischen Messungen für Karten im Maßstab 1:5000 und kleiner. Der Tachytop ist klein und leicht, dabei handlich und praktisch gebaut worden.

Das exzentrisch angebrachte, analaktische Fernrohr hat eine etwa 12fache Vergrößerung und ein großes Gesichtsfeld von $3^0,5$. Es ist von konstanter Länge (12,5 cm) mit Innenfokussierung und besitzt Reichenbachsche Distanzfäden mit den Multiplikationskonstanten 100 und 200, letztere unter

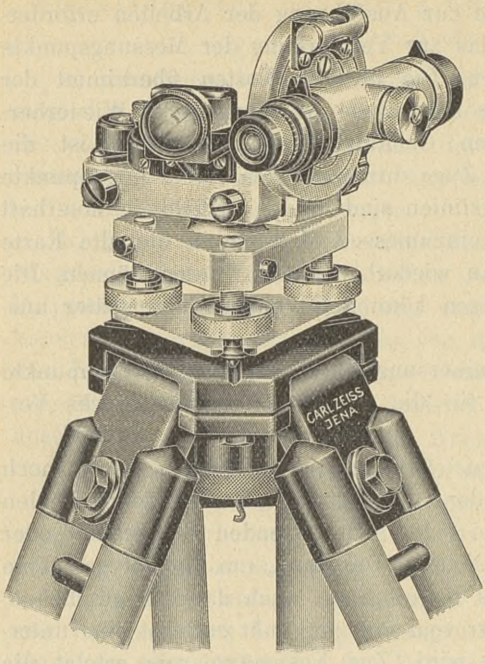

Abb. 1. Tachytop auf Stativ I (a oder b).

Benutzung des Mittelfadens. Die kleingehaltene Fernrohrlibelle hat eine Angabe von 2′/2 mm. Die Libellenachse ist parallel zur Verbindungslinie unterer Faden[1]) an der Latte — optischer Mittelpunkt des Objektivs. Mit dem Fernrohr fest verbunden ist der Höhenkreis (d = 6 cm), der von $+45^0$ bis -45^0 in $^1/_1$ Grade geteilt ist. Der Horizontalkreis (d = 6 cm) ist ebenfalls in $^1/_1$ Grade geteilt. Durch die etwa 5fach vergrößernde Lupe werden beide Kreisstellen auf $^1/_{10}$ Grad geschätzt (Abb. 2) und die Ablesungen gesichert durch je einen Hilfszeiger ($+7^0,3$ und $+13^0,7$). Der Horizontalkreis ist mit der Magnetnadel fest verbunden, schwingt also nach Lösung frei wie die Schmalkalder-Bussole. Das einschiebbare Stativ ist so ausgeführt, daß es mit dem leichten Instrument im Einklang steht.

Die Klapplatte von 2,5 m Gesamtlänge hat 2,0 m Nutzlänge, die besonders gezeichnete Teilung (Abb. 3) beginnt 0,5 m über der Aufsatzfläche.

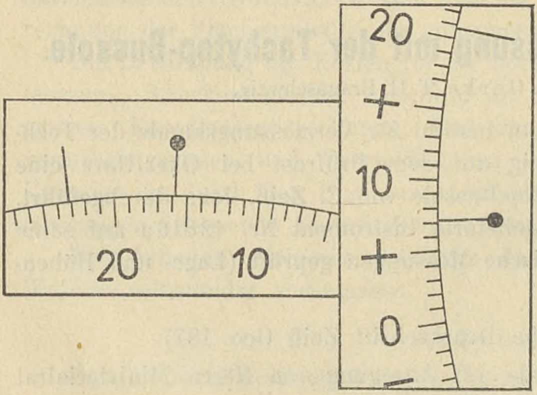

Abb. 2. Gesichtsfeld der Ableselupe.
Bussolenkreis (Hz) und Vertikalkreis (V)
Hz = 15,9° (Kontrollindex 23,2°)
V = +7,1° („ +20,8°)

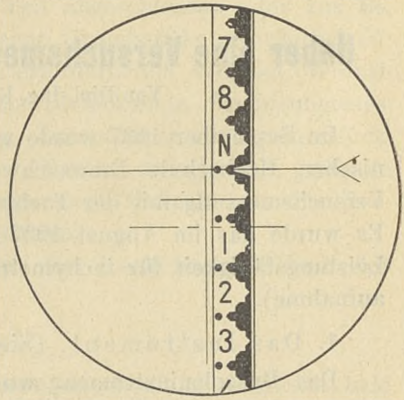

Abb. 3. Gesichtsfeld des Fernrohres mit Latte (etwa $^1/_5$ scheinbarer Größe).
Distanzstrich bei Pfeilmarke in Einstellmarke gebracht (Zielhöhe = Instrumentenhöhe = 1,5 m).
Distanzablesung am anderen Distanzstrich
E = 11,8 m (Kontrollablesung am Mittelstrich 5,9×2 m).

[1]) unterer Faden an der Latte d. i. der Faden, der die kleinste Lattenablesung zeigt, gleich oberer Faden des Strichkreuzes.

2. Oertliche Messung.

Der rechtwinklige Prüfrost mit einer Maschenweite von 15 m ist im Berggelände bei Oker/Harz durch eiserne Gasrohre ($d = 1$ cm) in Betonklötzen vermarkt. Die Koordinaten jedes Rostpunktes sind im Soldnerschen Koordinatensystem Nr. 28, Nullpunkt TP Kaltenborn (II. 0) bekannt. Die Höhen sind bereits früher durch mehrfache Nivellements bestimmt. Als Instrumentenstandpunkt wurde der nahegelegene Polygonpunkt 14 der Neumessung Oker gewählt. Es konnten also die Richtungen und Entfernungen vom PP. nach den Rostpunkten aus den Koordinaten berechnet werden. Diese berechneten Werte und die bekannten Höhen wurden dann für die Versuchsmessung als fehlerfrei angesehen, die Abweichungen also als wahre Fehler betrachtet.

Bei der örtlichen Messung trat sofort die gute Richtkraft der Magnetnadel in Erscheinung. Diese für die Messung sehr günstige Empfindlichkeit verlangt natürlich vom Beobachter völlige Eisenfreiheit und besondere Auswahl der Standpunkte. Die Klammer eines Patentbleistiftes oder Füll-

Abb. 4

Geländeaufnahme mit Tachytop. Seite..........

Beob.:.......... Jnftr. Nr.:............ Datum:........ Wetter:........

Ziel	Richtung (Hilfsz.)	Höhenw. (Hilfsz.)	U	M / O	M-U / O-U	Stammz.	k_E / k_H	-H / +H	Steigt / Kote	Zielw.
	Standpunkt:			⊙ 14		i = 1,35 m				
Oker	77,0 (84,3)	− 2,3 (+ 11,4)	Knopfmitte							
⊙ 13	67,9 (75,2)	· ·								
f_1 Z*)	64,3 (71,6)	− 3,1 (+ 10,6)	1,0	1,074 / 1,148	0,074 / 0,148	14,8	99,71 / 5,40	0,80	51,98	14,8
g_1 T	117,4 (124,7)	− 9,6 (+ 4,1)	0,5 ~~0~~	0,093 / 0,184	0,093 / 0,184	18,5	97,22 / 16,44	× 6,96 / 3,04	× 7,76 / 50,24 ~~49,74~~	18,0
e_1 T	27,3 (34,6)	− 3,6 (+ 10,1)	0,5 ~~0~~	0,118 / 0,237	0,118 / 0,237	23,7	99,61 / 6,26	× 8,52 / 1,48	1,56 / 51,80 (~~30~~)	23,6
d_1 Z	13,3 (20,6)	− 1,9 (+ 11,8)	1,0	1,183 / 1,367	0,183 / 0,367	36,7	99,89 / 3,31	× 8,79 / 1,21	0,27 / 51,57	36,7
b_1 T	6,6 (13,9)	− 2,7 (+ 11,0)	0,5 ~~0~~	0,253 / 0,510	0,253 / 0,510	50,8	99,78 / 4,71	× 7,61 / 2,39	× 8,82 / 50,89 (~~39~~)	50,7

*) Z = Schachbrettförmige Zeiß-Latte; T = Tachytop-Latte.

federhalters in 10 cm Abstand vom Kreis ruft Richtungsabweichungen bis zu $1^0,5$ hervor, ein übliches eisernes Birnenlot in 0,3 m Entfernung eine Ablenkung von etwa $0^0,5$. Die Aufstellung unter einer Starkstromleitung brachte eine Störung der Mißweisung von $3^0,5$. Ein 3 m entfernt vorbeifahrender Wagen bewirkte eine Abweichung von $3^0,1$, die Nadel schwang aber in die alte Lage zurück.

Da am Vormittage der Prüfmessung vorwiegend Sonnenschein herrschte, der in den Mittagsstunden durch die Erwärmung der bodennahen Luftschichten eine lebhafte Schlierenbildung, also das bekannte Flimmern mit tanzenden Lattenbildern, bewirkte, waren die Lattenablesungen auf Millimeter für den Entfernungsabschnitt bei Zielweiten über 100 m recht schwierig zu erreichen. Besonders schwierig waren die Ablesungen an der Tachytop-Latte, weil die schrägen Zentimeter mit den benachbarten nicht mehr eckig, sondern rund erschienen und eine gute Schätzung auch ohne Flimmern nicht mehr zuließen. Allerdings ist ja diese Latte nur für Millimeterschätzung unter 100 m Zielweite entworfen worden. Die außer der Tachytop-Latte noch verwendete normale Zeißlatte mit 1 cm-Schachbretteilung gestattete eine sichere und bei weitem bessere Schätzung. Durch das Fehlen einer Dosenlibelle an der Tachytop-Latte wurde eine häufige Berichtigung der Lattenhaltung vom Instrument aus erforderlich.

Die Ablesung des Horizontal- und Höhenkreises mittels der einen Lupe ist klar und deutlich.

Das Fadenkreuz ist fein genug, um auch bei Zielweiten bis 120 m die Lattenablesung nach Millimetern schätzen zu können. Von den Messungen seien einige Punkte als Beispiel gegeben. Das verwendete Feldbuchformblatt hat sich bei der Außen- und Innenarbeit recht gut bewährt (Abb. 4).

Der Zeitverbrauch für die Einmessung der Rostpunkte, also die reine Beobachtungszeit, ohne die bei tachymetrischen Aufnahmen notwendige Auswahl der einzumessenden Punkte, war:

	Beob. 1		Beob. 2		Beob. 3	
	Ziele	Minuten	Ziele	Minuten	Ziele	Minuten
1. Messung	57	64	64	60	69	62
2. Messung	56	44	56	40	68	45
Zusammen	113	108	120	100	137	107
Durchschnitt	1	0,96	1	0,83	1	0,78

Bei der Messung waren tätig: 1 Beobachter, 1 Feldbuchführer und 2 Lattenträger.

Nach der Einmessung der Rostpunkte vom PP. 14 aus wurde von jedem Beobachter ein Springstandzug um den gesamten Rost (über die gleichen Punkte) gelegt.

3. Häusliche Auswertung.

Bei der Bearbeitung der Feldbücher wurde zuerst für Richtungs- und Höhenwinkel der Hilfszeigerabstand, dann die Uebereinstimmung der Lattenabschnitte nochmals geprüft und gleichzeitig die Stammzahl gebildet ($c = 0$; $k = 100$). Bevor aus der Tachymetertafel nach Prokes[2]) die Werte $100 \cos^2 \alpha$ und $50 \sin 2\alpha$ entnommen wurden, war es zweckmäßig eine Hilfstabelle nach $^1/_{10}$ Graden zu interpolieren, da die gedruckte Tafel die Werte von 10 zu 10 Minuten enthält. Die Multiplikation dieser Werte mit der Stammzahl wurde mit dem 25 cm Rechenschieber durchgeführt. Für die Reduktion der Entfernung multipliziert man besser mit $100 - 100 \cos^2 \alpha$ und subtrahiert den auf Dezimeter abgerundeten Wert von der Stammzahl. Die Zielweiten wurden mit der Tafel nach Unger[3]) geprüft. Die H-Werte können sehr schnell mit der Wennertafel geprüft werden. Nach der Prüfung der H-Werte, der Bildung der Steigt und der Höhenberechnung sind die Koten wegen der manchmal unterschiedlichen Lattennullpunkte und Zielhöhen zu reduzieren (siehe Abb. 4: g_1, e_1 und b_1).

Für die folgenden Fehlerbetrachtungen wurden die Entfernungsgruppen gebildet:

I:	Zielweite	0 — 40 m
II:	„	40 — 80 m
III:	„	80 — 120 m
IV:	„	über 120 m

a) Der Richtungsfehler.

Vor der Berechnung der Richtungsfehler wurde für jeden Beobachter die Mißweisung bestimmt als Differenz der geod. und magnetischen Richtungswinkel vom PP. 14 nach TP. Kirche Oker und PP. 13. Nach der Addition der Mißweisung zu den gemessenen magnetischen Richtungen konnten die Abweichungen dieser Werte gegen die berechneten geodätischen Richtungswinkel ermittelt und der Fehlerberechnung zugrundegelegt werden.

Gruppe	Anzahl der Punkte	Beob. 1		Beob. 2		Beob. 3		Gruppenmittel
		1. Mess.	2. Mess.	1. Mess.	2. Mess.	1. Mess.	2. Mess.	
I	7	± 0⁰,13	± 0⁰,25	± 0⁰,12	± 0⁰,11	± 0⁰,14	± 0⁰,21	± 0⁰,16
II	19	0 ,08	0 ,15	0 ,14	0 ,11	0 ,09	0 ,13	0 ,12
III	23	0 ,12	0 ,17	0 ,19	0 ,17	—	0 ,10	0 ,15
IV	(14)	0 ,17	0 ,17	0 ,21	0 ,17	—	0 ,13	0 ,17

Mittlerer Richtungsfehler: ± 0⁰,15

Die Richtungen der Gruppe III und IV des Beobachters 3 zeigen grobe Fehler bis zu -11^0 und $+2^0{,}3$ und konnten für die Fehlerberechnung nicht verwendet werden. Wahrscheinlich ist die Ursache dieser Störungen auf die

[2]) Zeiß: Tachymetertafel nach Prokes.

[3]) Zeiß: Tafel nach Unger zur Ermittlung der Horizontalentfernung aus der an den Distanzstrichen abgelesenen Meterzahl — bei vertikaler Latte —. Geo T 5.

Stahlklips von Bleifeder und Füllhalter zurückzuführen, die in der Brusttasche des Beobachters steckten. Die Abweichungen sind völlig unregelmäßig mit wechselnden Vorzeichen. — Dem Richtungsfehler $\pm 0^0,15$ entsprechen folgende Lagefehler quer zur Sicht:

Zielweite	Querfehler
20 m	± 5 cm
40	10
60	16
80	21
100	26
120	31
140	37

b) Der Entfernungsfehler.

Für die Fehlerberechnung sind die Beobachtungen innerhalb der Gruppen nochmals nach den beiden Latten getrennt. Es ergaben sich folgende mittleren Entfernungsfehler:

Gruppe	Latte	B ob. 1		Beob. 2		Beob. 3		Mittel
		1. Mess.	2. Mess.	1. Mess.	2. Mess.	1 Mess.	2. Mess.	
		cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm
I	T. L.*	± 25	± 28	± 21	± 16	± 5	± 10	± 18
	Z. L.	22	18	31	29	29	14	24
	Mittel	± 23		± 26		± 17		± 22
II	T. L.	± 31	± 44	± 55	± 38	± 34	± 37	± 40
	Z. L.	37	26	46	22	46	39	36
	Mittel	± 35		± 41		± 39		± 38
III	T. L.	± 44	± 50	± 52	± 33	± 54	± 50	± 44
	Z. L.	36	44	54	50	36	49	45
	Mittel	± 44		± 48		± 42		± 45
IV	T. L. / Z. L.	(± 48) / (46)						(± 47)

*) T.L. = Tachytop Latte, Z.L. = Schachbrettförmige 1cm-Zeiß Latte.

Aus den wahren Fehlern der Entfernungen ist ein Ueberwiegen der positiven Fehler zu erkennen. Berechnet man aus den Summen der gemessenen und der berechneten Zielweiten die Multiplikationskonstanten, so ergeben sich für die Entfernungsgruppen die Werte:

$$\left.\begin{array}{r} \text{I: } 100,368 \\ \text{II: } 100,368 \\ \text{III: } 100,208 \end{array}\right\} \quad \underline{\text{im Mittel } k = 100,31}$$

In der Gruppe IV wurden alle Beobachtungen zusammen behandelt. Die mittleren Fehler dieser Gruppe sind nicht zuverlässig, denn es wurden die groben Fehler (über 1 m) gestrichen und es blieben nur wenig brauchbare Beobachtungen übrig. Diese waren zu 80% an der schachbrettförmigen cm-Latte ermittelt, da die Tachytop-Latte auf diese große Entfernung keine sichere Schätzung mehr gestattete. In der Entfernungsgruppe III mußten 9 Entfernungsmessungen an der Tachytop-Latte und 2 Entfernungsmessungen an der Zeiß-Latte wegen grober Fehler ausgelassen werden.

c) Der Höhenfehler.

Auch für die Höhen wurden die mittleren Höhenfehler für jede Lattenart berechnet.

Die größere Unsicherheit der Ablesungen an der Tachytop-Latte ist aus den mittleren Fehlern nicht zu erkennen.

Gruppe	Latte	Beob. 1		Beob. 2		Beob. 3		Mittel
		1. Mess.	2. Mess.	1. Mess.	2. Mess.	1. Mess.	2. Mess.	
		cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm
I	T. L. Z. L.	± 1,0 1,7	± 1,3 4,4	± 2,2 3,9	± 4,5 1,3	± 2,0 3,4	± 1,4 3,3	± 2,1 3,0
	Mittel	± 2,4		± 3,1		± 2,7		± 2,7
II	T. L. Z. L.	± 8,9 11,3	± 9,0 7,2	± 6,0 5,2	± 5,9 4,2	± 4,3 7,0	± 3,7 8,1	± 6,3 7,2
	Mittel	± 9,2		± 5,4		± 5,8		± 6,8
III	T. L. Z. L.	± 14,5 8,4	± 12,4 10,6	± 10,5 9,7	± 7,0 7,5	± 6,8 8,3	± 7,1 8,6	± 9,7 8,8
	Mittel	± 11,8		± 8,6		± 7,8		± 9,4
IV	T. L. Z. L.	(± 11,9) (12,8)						(± 12,5)

d) Die Springstandzüge.

Der von allen Beobachtern gemessene gleiche Springstandzug wurde als geschlossener Polygonzug gerechnet und zeigte folgende Abschlußfehler:

	Beob. 1	Beob. 2	Beob. 3
f_y	— 0,04 m	+ 0,21 m	— 0,27 m
f_x	+ 0,27	+ 0,22	— 0,14

Diese Abschlußfehler geben aber bei dem geschlossenen Zug keinen Ueberblick über die Lagegenauigkeit der Punkte. Deshalb seien die Lagefehler jedes Punktes angegeben:

Punkt	Beob. 1		Beob. 2		Beob. 3	
	f_y	f_x	f_y	f_x	f_y	f_x
	cm	cm	cm	cm	cm	cm
g_1	0	0	0	0	0	0
d_1	+ 13	+ 19	+ 2	+ 28	+ 41	+ 15
a_1	+ 12	+ 26	− 12	+ 55	+ 75	+ 11
a_4	+ 3	+ 15	+ 49	+ 30	+ 102	− 16
a_7	+ 15	− 1	+ 30	− 5	+ 77	− 48
a_9	+ 36	− 10	+ 31	− 22	+ 91	− 61
a_{11}	+ 57	− 19	+ 61	− 29	+ 95	− 75
d_{11}	+ 67	− 30	+ 61	− 41	+ 89	− 65
g_{11}	+ 46	− 35	+ 46	− 54	+ 62	− 77
g_9	+ 14	− 26	+ 32	− 42	+ 12	− 62
g_7	+ 13	− 24	+ 10	− 41	+ 22	− 45
g_4	+ 11	− 12	+ 5	− 21	+ 12	− 31
g_1	0	0	0	0	0	0

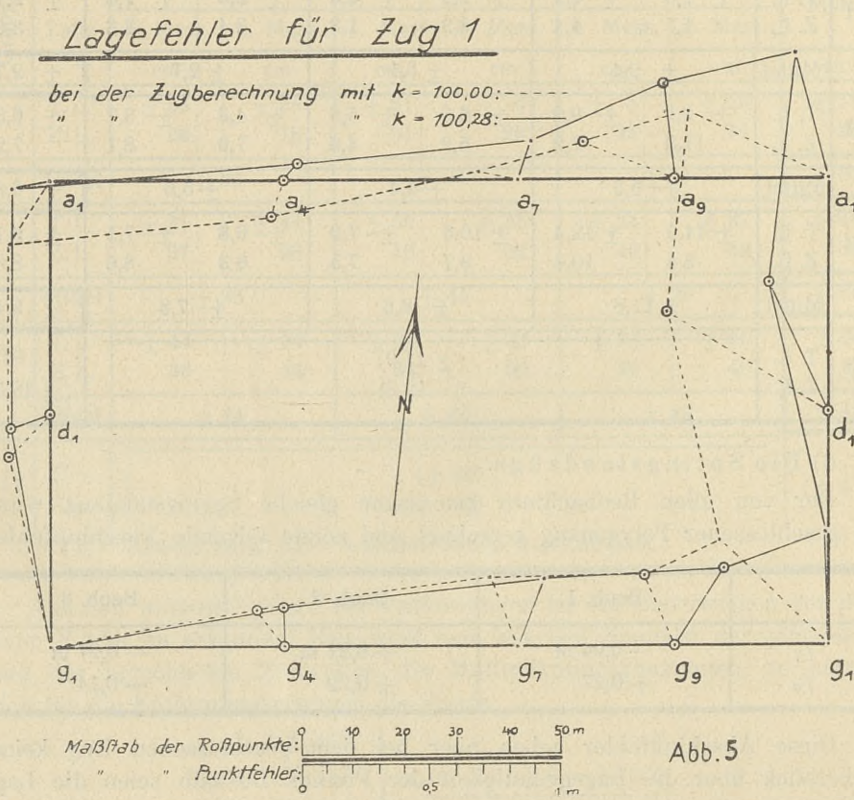

Abb. 5

Diese Lagefehler zeigen, daß der ganze Zug eine Verdrehung erfahren hat und daß die Strecken zu kurz gemessen wurden. Die Verdrehung ist dadurch entstanden, daß die Mißweisung nicht scharf genug ermittelt wurde. Die zu kurze Streckenmessung ist, da nach Prüfung die Additionskonstante gleich Null ist, durch eine zu kleine Multiplikationskonstante zu erklären. Aus den gemessenen und berechneten Streckensummen berechnet sich die Multiplikationskonstante für

Zug 1: 100,251
Zug 2: 100,376 } im Mittel: $k = 100,25$
Zug 3: 100,125

Da sich aus den Entfernungen nach den Rostpunkten die Multiplikationskonstante im Mittel zu 100,31 ergeben hatte, wird für das Instrument Nr. 42816 a gesetzt $k = 100,28$. Daraus berechnet sich die Zuschlagstafel:

Lattenabschnitt	Zuschlag
0.177 m	
	+ 1 dm
0,531	
	+ 2
0,884	
	+ 3
1,238	
	+ 4
1,590	
	+ 5
1,945	

Daß nach der Berechnung der Züge mit den verbesserten Strecken noch Lagefehler übrigbleiben, die in der fehlerhaften Mißweisung begründet sind, zeigt Abb. 4.

Die Höhenberechnung in den Zügen bewies, daß Züge mit einseitigem Höhenanschluß unbedingt vermieden werden müssen. Die Differenzen bei einseitigem (a) und beidseitigem (b) Anschluß sind:

Punkt	Zug 1		Zug 2		Zug 3	
	(a)	(b)	(a)	(b)	(a)	(b)
	cm	cm	cm	cm	cm	cm
g_1	—	—	—	—	—	—
a_1	+ 16	+ 10	0	+ 1	— 6	+ 1
a_7	+ 18	+ 6	+ 2	+ 5	— 18	— 4
a_{11}	+ 25	— 11	— 2	+ 2	— 20	— 1
g_{11}	+ 24	+ 1	— 10	— 5	— 37	— 11
g_7	+ 34	+ 7	— 5	+ 1	— 30	+ 1
g_1	+ 33	—	— 7	—	— 38	—

Schlußbetrachtungen.

Die Leistungen des kleinen Instrumentes sind bei tachymetrischen Aufnahmen so gut, daß Karten größeren Maßstabes als 1:25000, also 1:5000 und unter Umständen sogar 1:1000, nach den Messungen ergänzt werden

Darstellung der mittl. Entfernungs-, Quer- u. Höhenfehler.

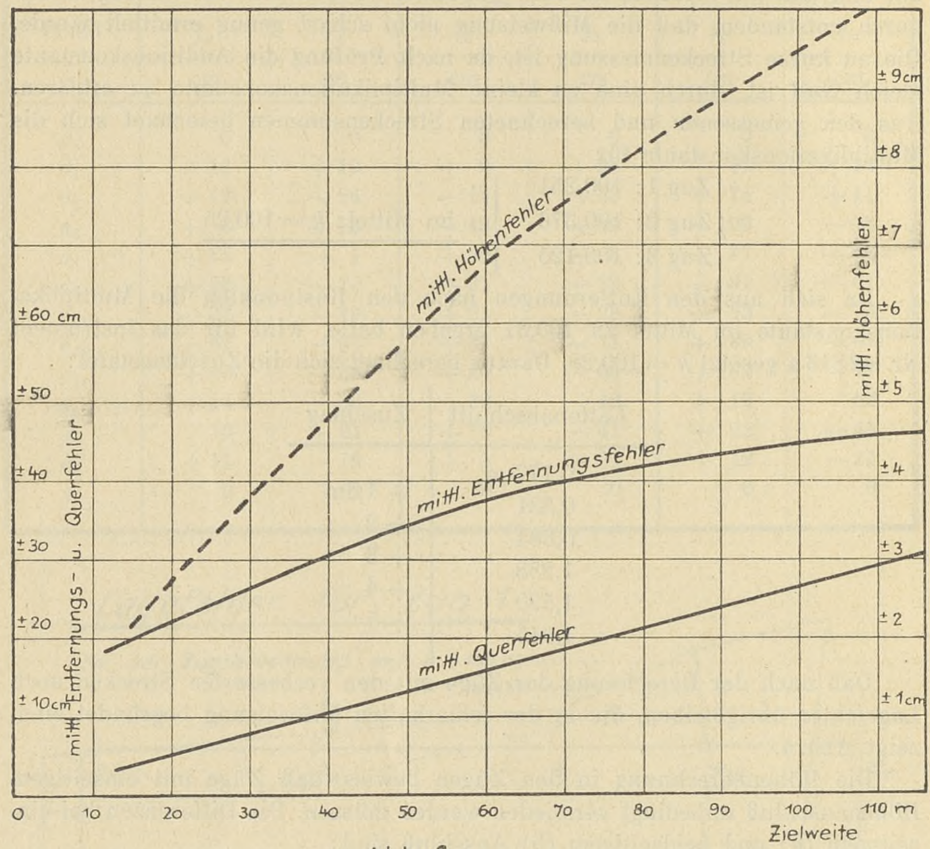

Abb. 6

können. Natürlich kann die Zielweite nur in Ausnahmefällen über 100 m genommen werden. Ein gutes Anwendungsgebiet ist z. B. die Geländeaufnahme in Forsten, wo selten größere Zielweiten möglich sind. Aber auch für technische Geländeaufnahmen mit einer Darstellung bis 1:1000 hat das Instrument brauchbare Ergebnisse geliefert. Bei den Springstandzügen sollten immer doppelte Wechselpunkte — nebeneinanderliegend — nach dem Rhombenverfahren angewendet werden, die eine gute Richtungs- und Höhenübertragung sichern. Einen einfachen Zug könnte man dadurch sichern, daß auf jedem Brechpunkt beobachtet wird, um dadurch für jede Strecke den magnetischen Richtungswinkel und Gegenrichtungswinkel vergleichen zu können. Bei diesem Verfahren würden Ablesefehler und Störungsgebiete aufgedeckt, es müßte allerdings eine hinreichende Zentrierung durchgeführt werden.

Bei der Bestimmung der Mißweisung ist zu empfehlen: 1. mehrere Sichten zu nehmen, 2. den Kreis mehrmals einschwingen zu lassen und 3. die Mißweisung so oft es nur möglich ist zu bestimmen.

N a c h s c h r i f t:

Bei den Messungen im Frühjahr 1938 zur Anfertigung eines Höhenschichtenplanes 1:1000 für einen Teil der Wohnsiedlung des Deutschen Volkswagenwerkes Fallersleben wurde der Tachytop auch im praktischen Gebrauch mit gutem Erfolg erprobt. Die Messungen wurden z. T. bei regnerischem Wetter unter einem üblichen Beobachtungsschirm mit Stahlrippen ausgeführt. Eine Beobachtung ohne Schirm wäre unmöglich gewesen. Die Beobachtung mit Schirm ergab teilweise fehlerhafte magnetische Richtungen. Es wäre empfehlenswert, den Kreis mit einer Vorrichtung zu versehen, daß er nach einmaliger Orientierung auf dem Standpunkt festzustellen ist und eine Richtungsmessung gestattet.

Nochmals: Katasterplankarte.

In Ergänzung zu den Beiträgen über die vorbereitenden Berechnungen zur Herstellung der Katasterplankarte hat Herr Vermessungsrat D o m c k e im Heft 18 der Z.f.V. 1938, S. 575, in dankenswerter Weise darauf hingewiesen, daß man die Schnittpunktberechnung der Längen- und Breitenminuten mit den Blatträndern der Katasterplankarte auch unter Verwendung der „Blatteckenwerte" des Reichsamtes für Landesaufnahme durchführen kann.

In dem Aufsatze dieser Zeitschrift 1938, Heft 8 und 9, wurde darüber nichts erwähnt, doch ist diese Frage seinerzeit auch in Schleswig-Holstein erörtert worden, mit dem Ergebnis, der Berechnung nach P e h n a c k (Mitt. d. R.f.L. 1934/35, Heft 2) den Vorzug zu geben: Die Gründe hierfür sind folgende:

1. Bei Benutzung der Blatteckenwerte sind zur Schnittpunktberechnung der Längen- und Breitenminuten mit den Karten-Blatträndern in der Regel z w e i Interpolationen — eine zwischen zwei Meßtisch-Blattecken und die andere zur weiteren Zwischenschaltung — auszuführen.

2. Die Interpolationsfaktoren unter 1. stellen in einem Falle runde Werte dar, im anderen Falle aber sind sie unrund, und damit — trotz Maschinenrechnung — unbequemer.

3. Bei der Berechnung der Schnittpunktkoordinaten nach Pehnack a.a.O. ist trotz Verwendung der guten, alten Logarithmentafel eine recht einfache Durchführung möglich, weil innerhalb eines „Rechenstreifens" nur ganz geringe Zusatzglieder zu berücksichtigen sind, die sich für jede berechnete Längen-, bzw. Breitenminute schwach ändern.

4. Die Interpolation im Anschluß an die Berechnung unter 3. erfolgt dann ausschließlich unter Verwendung von r u n d e n Faktoren.

Wenn man die Ergebnisse der Untersuchungen in der Z.f.V. 1938, S. 263 f., berücksichtigt, so erkennt man, daß die Schnittpunktberechnung in gleichem Maße eingeschränkt werden kann, wie es erlaubt ist, nur einige der zahlreichen Blatteckenwerte zu verwenden. Einer späteren Untersuchung muß es überlassen bleiben, zu zeigen, wie weit man innerhalb der zur Berechnung herangezogenen Blattränder noch Einschränkungen vornehmen darf.

Die Frage nach der Verwendung der „Blatteckenwerte“ oder der Pehnackschen Lösung für die Schnittpunktberechnung — wenn man sie ihrer Geringfügigkeit wegen künftig überhaupt noch aufwerfen möchte — sollte man mit Rücksicht auf die vorgenannten Gründe zu Gunsten der letzteren entscheiden, weil es m. E. einfacher und weniger ermüdend ist, die Näherungsformel (Pehnack) anzuwenden, als mit meist unrunden Interpolationsfaktoren zu operieren. Eine Interpolation mit runden Faktoren bleibt bei beiden Verfahren erhalten. E. Müller-Berlin.

Zur Bildung der Hauptvermessungsabteilungen.

Ha. Vor kurzem ist ein Fachverwaltungszsweig von Reichs wegen neu organisiert worden: das Vermessungswesen. Bereits durch das Gesetz vom 3. Juli 1934 (RGBl. I S. 534) war dieses Gebiet der Staatstätigkeit zur Reichsangelegenheit erklärt und in der Zentrale dem Reichsminister des Innern unterstellt worden. Nach einer Übergangsregelung, die demnächst außer Kraft tritt, ist nunmehr die Gliederung der mittleren Vermessungsbehörden durch Erlaß des Reichsministers des Innern vom 7. Juni 1938 (Min.B. d. R.Min. d. J. S. 981) endgültig neu geordnet worden.

Der Reichsminister des Innern verwirklicht im eigenen Geschäftsbereich den Grundsatz, den er für die gesamte öffentliche Verwaltung als maßgebend aufgestellt hat: er schafft keine neuen Reichssonderbehörden, vielmehr werden in den vierzehn Hauptvermessungsbezirken, in die das Reichsgebiet (einschl. Österreichs) eingeteilt worden ist, die „Hauptvermessungsabteilungen“ durchweg bereits bestehender Behörden der allgemeinen inneren Verwaltung angegliedert. Die räumlichen Bezirke lehnen sich soweit wie möglich an die Abgrenzung der bestehenden Behörden der allgemeinen inneren Verwaltung an: es werden also die preußischen Provinzen und die deutschen Länder in der Regel nicht durchschnitten (Länderexklaven werden allerdings von der neuen Vermessungsverwaltung nicht berücksichtigt), dagegen wird bei der Größe der vierzehn Hauptvermessungsbezirke mehrfach die Zusammenlegung von preußischen Provinzen mit kleineren Ländern oder die Zusammenfassung mehrerer Länder erforderlich (zum Beispiel Provinz Sachsen, Thüringen und Anhalt). Bemerkenswert ist dabei, daß die neuen Abteilungen in den preußischen Provinzen nicht (wie dies zum Beispiel bei der Eichungsverwaltung der Fall ist) den Oberpräsidien angegliedert wurden, sondern einem Regierungspräsidenten, dessen Zuständigkeit insoweit auf das ganze Provinzialgebiet (und sogar auf etwa angeschlossene nichtpreußische Länder) ausgedehnt wird. So ist zum Beispiel die Hauptvermessungsabteilung beim Regierungspräsidenten in Köln für die ganze Rheinprovinz zuständig, die beim Regierungspräsidenten in Wiesbaden sogar für die Provinz Hessen-Nassau, für das Land Hessen, für das Saarland und die Pfalz. — An Stelle der preußischen Regierungspräsidenten tritt bei den größern Ländern das Landesministerium; auch hier kommen Zuständigkeitserweiterungen vor: so hat zum Beispiel der württembergische Minister des Innern in Vermessungssachen auch Baden und die Hohenzollernschen Lande zu betreuen.

Die innere Gliederung der Hauptvermessungsabteilungen ist vom Reichsminister des Innern überall gleichmäßig angeordnet; Verschiedenheiten der preußischen und der außerpreußischen innern Verwaltungsorganistion spielen also hier keine Rolle mehr. Einen Teil seiner Befugnisse hat der Reichsminister des Innern im Wege der Dezentralisation auf die neuen Hauptvermessungsabteilungen übertragen; ein weiterer Teil der zentral zu handhabenden Befugnisse hat er auftragsweise einer technischen Zentralbehörde des Reichs, dem Reichsamt für Landesaufnahme, überlassen. Damit hat er dafür gesorgt, daß sein eigenes Ministerium von solcher Einzelarbeit entlastet wird, die zweckmäßigerweise von andern Stellen erledigt werden kann. Die verwaltungsmäßige Neuordnung des Vermessungswesens zeigt also eine Reihe organisatorischer Maßnahmen von allgemeinem Interesse, sie ist ein bemerkenswerter und in mancher Hinsicht beispielhafter Schritt auf dem Wege zur allgemeinen Reichsverwaltungsreform.

(Abdruck aus der Kölnischen Zeitung Nr. 411/412 — 1938).

Bücherschau.

Jahresbericht 1930, Jahr.Ber. 1931, Jahr.Ber. 1932, Jahr.Ber. 1933 der Abteilung für Luftbildwesen und Navigation der Deutschen Versuchsanstalt für Luftfahrt — DVL. — von Dr.-Ing. Otto Lacmann, o. Professor an der Technischen Hochschule Berlin. Sonderabdrucke aus den entsprechenden Jahrbüchern der Deutschen Versuchsanstalt für Luftfahrt, E..V. Berlin-Adlershof. Herausgegeben von Dr.-Ing. Wilh. Hoff, o. Professor an der Technischen Hochschule Berlin.

Tätigkeitsbericht 1934 der Deutschen Versuchsanstalt für Luftfahrt, EV., Berlin-Adlershof. Herausgegeben von der Leitung der Anstalt, Dr.-Ing. Wilh. Hoff, o. Professor an der Technischen Hochschule Berlin und Walther Stahr, Major a. D.

Für einen wertenden Rückblick zur Verlegung des geodätischen Studiums von der Landwirtschaftlichen an die Technische Hochschule in Berlin im Jahre 1927, wozu jetzt nach Ablauf eines Dezenniums Veranlassung wohl vorliegen dürfte, können die angezeigten Jahresberichte — über die in dieser Zeitschrift noch nicht berichtet wurde — wertvollen Beitrag liefern. Das von vielen Stellen des Vermessungswesens, besonders auch von der Leitung des Instituts für Vermessungskunde erstrebte Ziel mit der genannten Verlegung eine Ausbildungsstätte im Rahmen des Hochschulunterrichts zu schaffen, an der alle Zweige der Geodäsie angesetzt sind, hätte ohne vielfache fördernde Umstände nicht erreicht werden können. Als besonders günstig muß bewertet werden, daß an der DVL. eine Abteilung für Luftbildwesen und Navigation eingerichtet war, die unter Leitung von Dr.-Ing. Otto Lacmann stand, der sich im Juni 1929 an der Technischen Hochschule habilitierte und am 1. April 1930 zum ordentlichen Professor auf einen neu zu errichtenden Lehrstuhl für Photogrammetrie berufen werden konnte. — Die im März 1937 für die Gaugruppe Berlin-Brandenburg des DVW. von Professor Dr. Lacmann gehaltenen Vorträge über Experimental-Photogrammetrie, sowie die im September 1937 und März 1938 im großen Hörsaal des Instituts für Vermessungskunde der THB. veranstalteten Einführungskurse in Photogrammetrie waren von einem so experimentellen und damit anschaulichen Charakter, wie er für vermessungskundliche Vorlesungen gänzlich neuartig sein dürfte. Nachdem es anläßlich der Umgestaltung der DVL. gelungen war, im Jahre 1936 die bisher im Osten von Berlin liegende Forschungsstätte für Luftbildwesen mit dem Lehrstuhl für Photogrammetrie örtlich in dem Gebäude des Instituts für Vermessungskunde im Westen Berlins zusammenzufassen, müssen die Arbeiten der bisherigen „Abteilung für Luftbildwesen und Navigation" der DVL. besonders beachtet bleiben, weil sie gewissermaßen die Geburtsstätte dieser in den geodätischen Unterricht eingegliederten Vortrags-Experimentierkunst bedeuten. Aber diese Jahresveröffentlichungen der DVL. geben nicht nur in der obengenannten Richtung Aufschluß, sie stellen vielmehr auch ein Muster moderner Berichterstattung auf technisch-wissenschaftlichem Gebiete dar; deshalb sei das Auge nicht nur auf die eine Abteilung (für Luftbildwesen) gerichtet, sondern auch ein Blick auf das Ganze geworfen. — Jedem Bericht ist ein Mitgliederbestandsverzeichnis und ein Tätigkeitsbericht des Vereins vorgegeben, aus dem wir entnehmen, daß anstelle des bisher am ersten Platz stehenden Reichsverkehrsministers seit dem Jahre 1933 der Reichsminister der Luftfahrt getreten ist. Die Namen der größten Firmen des industriellen Lebens und der Name der Kaiser Wilhelm-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften offenbaren, welche allseitige Bedeutung die Luftfahrt für unser kulturelles Leben gewonnen hat. Die Tätigkeitsberichte der einzelnen Jahre klären uns über die Entwicklung der Organisation des Vereins, die natürlich mit der heutigen Staatsauffassung in Einklang gebracht werden mußte, auf. Auf die straffere Organisation weist der letzte Tätigkeitsbericht der DVL. vom Jahre 1934 hin. Danach unterstehen der Leitung der Anstalt einige Gebiete wie z. B. die Zentrale für technisch-wissenschaftliches Berichtwesen unmittelbar, während das übrige in die Hauptgruppen: I Flugzeugbau, II Flugmotorenbau, III Angewandtes Fliegen und IV Verwaltung gegliedert ist. Die III. Hauptgruppe umfaßt: Flug-Abteilung, Abteilung für Elektrotechnik und Funkwesen, Abteilung für Luftbildwesen, Abteilung für terrestrische und astronomische Navigation und Abteilung für Instrumentenkunde. Das „Luftbildwesen" war bis zum 15. September 1933 zusammen mit der „terrestrischen und astronomischen Navigation“ unmittelbar der Leitung von Professor Dr. Lacmann unterstellt. Die Arbeiten für „Luftbildwesen und Navigation“, über die in den vier Sonderabdrucken berichtet wird, hatten ebenso wie die der gesamten Anstalt zu leiden unter der Unzulänglichkeit der Unterkunft in Berlin-Adlershof und der jahrelangen Unentschiedenheit der Neubauvorhaben, die erst 1932 durch die Unmöglichkeit, Mittel für Verlegungszwecke bereitzustellen, den Abschluß darin fand, daß die DVL. auf ihrem bisherigen Gelände verbleiben mußte. Die jährlichen „Allgemeinen Tätigkeitsberichte der Versuchsanstalt“ geben uns Aufklärung über die Veränderungen des Personalbestandes, die Zusammenarbeit mit anderen Stellen, über Studienreisen und die Lehrtätigkeit von Mitgliedern der Anstalt, über Schrifttums- und Normenangelegenheiten. Diese Berichte zeigen deutlich die lebendige Verbundenheit, die die Anstalt mit dem kulturellen und wirtschaftlichen Leben hat. — Musterhaft übersichtlich sind nun die Jahresberichte der „Abteilung für Luftbildwesen und Navigation der DVL“ verfaßt. Außer einem Ueberblick über die allgemeine Tätigkeit wie: „Technischer Ausbau“, „Prüftätigkeit“, „Vortragstätigkeit“, „Mitwirkung in Ausschüssen“ usw. geben sie durch die Zusammenstellung der in den Berichtsjahren abgeschlossenen Arbeiten einen Gesamtüberblick, sowie die Möglichkeit, aus den abgedruckten Originalabhandlungen den Einzelverlauf der Untersuchungen kennen zu lernen. Stets sind allen Berichten und den Abhandlungen einführende Bemerkungen und eine schließende Zusammenfassung der Ergebnisse beigegeben, sowie Erläuterungen zu den zahlreichen Figuren und Abbildungen, sodaß alle Wünsche nach Erleichterung der Orientierung und der Lesbarkeit als erfüllt gelten müssen.

Von den zahlreichen Arbeiten, die sich im einzelnen auf die Luftbildmessung, die Photographische Optik und den Gerätebau, die Photographische Chemie und auf die Navigation (ohne elektrische Verfahren) beziehen, und die für einen „Vermessungs“ingenieur, der sich mehr zum „Meß“ingenieur entwickeln will, als richtungweisend zu bezeichnen sind, sollen hier nur diejenigen als Abhandlungen im Jahresbericht zum Abdruck gekommenen angezeigt werden, die die Vielseitigkeit und „Sonderheit“ dieser Aufgaben erkennen lassen. Außer diesen Arbeiten liegt aber noch eine Reihe wissenschaftlicher, im Auftrage Dritter durchgeführter Untersuchungen vor, die nur angezeigt sind.

Aus der „Luftbildmessung“ ist hinzuweisen auf die folgenden Artikel: Entzerrungsgerät für nicht ebenes Gelände von Otto Lacmann. Die neue Startmeßkammer System DVL-Zeiß von Otto Lacmann. Die Photogrammetrie, insbesondere die Luftbildmessung, ihre Entwicklung und ihre Ziele von Otto Lacmann. Einfaches Verfahren zur photogrammetrischen Festlegung von Flugbahnen aus erdfesten Stationen von Otto Lacmann. Die Form- und Größenänderungen von Spezialfirmen für Meßzwecke von Otto Lacmann und Walter Block. Photogrammetrische Lage- und Geschwindigkeitsbestimmung des Luftschiffes LZ 127 „Graf Zeppelin“ auf der ersten Versuchsfahrt der DVL. von Otto Lacmann und Walter Block.

Aus der Photographischen Optik: Die Prüfung von Objektiven auf Verzeichnungsfehler von Walter Block. Die DVL.-Geräte zur Untersuchung von Luftbildkammern und ihren Teilen von Walter Block. Untersuchung zweier Tessare auf Verzeichnung von Walter Block und Adalbert Brose. Prüfung eines Collinears auf Verzeichnungsfehler von Peter Ballmann.

Aus der Photographischen Chemie: Neue Wege zur Steigerung der Lichtempfindlichkeit von photographischen Emulsionen von Ulrich Schmieschek. Versuche zur Steigerung der Haltbarkeit hypersensibilisierter Emulsionen von Ulrich Schmieschek. Die wichtigsten phototechnischen Eigenschaften von 32 Filmsorten des Handels von Ulrich Schmieschek. Untersuchung von organischen Farbstoffen und ihre Verwendbarkeit für Lichtfilterzwecke von Ferdinand Leiber. Ein neues Umkehrverfahren für Luftbildzwecke von Ferdinand Leiber. Photographie unsichtbarer Farben von Ferdinand Leiber.

Aus der Navigation: Das Behmlot für Flugzeuge und die mit ihm erzielte Genauigkeit von Ernst Schreiber. Meßgenauigkeit des Behmlotes für Flugzeuge in geringen Flughöhen von Ernst Schreiber. Verfahren zur raschen Berechnung der Deviationsbeiwerte aus in überschüssiger Anzahl gemachten Beobachtungen von Otto Lacmann. Die Anwendung von Libellen bei nautischen Höhenwinkelmessern von Walter Block. Vereinfachtes Verfahren zur Berechnung der Flugleistungen von Landflugzeugen von Gustav Förstner, Genauigkeit von Höhenbeobachtungen mit dem Periskopsextanten von Gustav Förstner, Entwurf einer nautischen Rechenmaschine von Gustav Förstner. — Auf die besondere wissenschaftliche Haltung auf meßtechnischem Gebiete, die in diesen Arbeiten zum Ausdruck kommt, kann nur mit dem Wunsche hingewiesen weden, daß diese Anzeige möglichste Anregung zum Selbststudium geben möge. E. Brennecke, Berlin.

Axiomatische Untersuchungen zur projektiven, affinen und metrischen Geometrie. Von Eugen Roth (Dr. phil.). 58 S. 4°. Verlag S. Hirzel in Leipzig. 1937. Brosch. RM. 2.60. Heft 2 der „Forschungen zur Logik und zur Grundlegung der exakten Wissenschaften", neue Folge, unter Mitwirkung von W. Ackermann, F. Bachmann, G. Gentzen, A. Kratzer; herausgegeben von Heinrich Scholz, die ein „Sammelpunkt für die deutsche Arbeit im Felde der neuen exakten Logik und Grundlagenforschung sein sollen".

Die vorliegende Dissertation der Universität Münster ist ein sorgfältiger, axiomatischer Aufbau, der an Arbeiten von Arthur Cayley (1821—1895) und Felix Klein (1849—1925), führende Mathematiker von großer Bedeutung als Systematiker der verschiedenen Geometrien, anknüpft. Der Inhalt des Heftes besitzt wohl einen ferneren Zusammenhang mit der Geodäsie; praktische Bedeutung für diese wird er erst dann und soweit gewinnen können, als er in diejenigen mathematischen Lehrbücher eingeht, die als grundlegend für die Geodäsie zu gelten haben.

E. Brennecke.

Neue Karten des Reichsamts für Landesaufnahme — Zweigstelle Landesaufnahme Sachsen —.

Das Reichsamt für Landesaufnahme — Zweigstelle Landesaufnahme Sachsen — hat die nachstehend genannten Karten neu herausgegeben: **a) Blätter der Topographischen Karte 1 : 25 000 (Meßtischblätter),** Nr. 4546 Gröditz, Nr. 4646 Zeithain, Nr. 4648 Ortrand, Nr. 4649 Schwepnitz, Nr. 4746 Seußlitz, Nr. 4844 Döbeln, Nr. 4845 Lommatzsch, Nr. 4945 Roßwein, Nr. 4947 Wildsdruff, Nr. 5051 Sebnitz, Nr. 5146 Lichtenberg, Nr. 5149 Bad Gottleuba, Nr. 5150 Rosenthal, Nr. 5151 Schöna, Nr. 5346 Olbernhau, Nr. 5543 Oberwiesenthal (Preis für je 1 Blatt 1.20 RM); **b) Blätter der Karte des Deutschen Reiches 1 : 100 000:** Nr. 418 Bischofswerda (Preis für 1 Blatt —.30 RM); **c) Großblätter 1 : 100 000, Ausgabe D 1 (Schwarzdruck):** Nr. 112 (Preis für 1 Blatt 1.20 RM); **d) Großblätter 1 : 100 000, Ausgabe D 2 (Fünffarbendruck):** Nr. 100, Karte vom mittleren Mulden- und Zschopautal (Preis für 1 Blatt 1.60 RM); **e) Umgebungskarten 1 : 100 000:** Großenhain (Preis für 1 Blatt 1.10 RM), Altenburg-Borna-Glauchau (Preis für 1 Blatt 1.20 RM), Chemnitz (Preis für 1 Blatt 1.00 RM), kleine Umgebungskarten Zittau (Preis für 1 Blatt 0.40 RM), kleine Umgebungskarten Chemnitz (Preis für 1 Blatt 0.50 RM), kleine Umgebungskarten Schwarzenberg (Preis für 1 Blatt 0.50 RM); **f) Sonderkarten 1 : 100 000:** Karte des Vogtlandes (Preis für 1 Blatt 1.30 RM). Diese Blätter sind mit Gitter, Zeichenerklärung usw. ausgestattet Kartenverzeichnisse mit Uebersichtsnetzen, Preisangaben, Bezugsbestimmungen und Kartenbestellzetteln (für Einzel- und Sammelbestellungen) sind kostenlos durch die Landesaufnahme Sachsen in Dresden A 1, Zirkusstraße 40 II, und durch die Hauptvertriebsstelle der amtlichen Karten der Landesaufnahme Sachsen — G. A. Kaufmanns Buchhandlung in Dresden A 1, Seestraße 3 — zu beziehen.

Mitteilungen der Geschäftsstelle.

Vereinsnachrichten.

Gaugruppe Sachsen. Die Tagung in Dresden am 18. September 1938 war trotz der politischen Hochspannung gut besucht. Herr Prof. Dr. Ing. Hugershoff, Dresden, sprach über „Alte und neue Methoden der Kolonialvermessung". Er schilderte zunächst, gestützt auf eigene zweijährige Erfahrungen im West-Sudan vor drei Jahrzehnten, die früher allein möglichen mühsamen Routenaufnahmen, die an die Willenskraft höchste Anforderungen stellten und doch nur Kartenbilder von sehr beschränktem Umfang und Wert ergaben. In Gebieten wie dem Urwald des Amazonas, der Bergwildnis von Neuguinea und der weiten, nur geringste Sicht zulassenden Dornbusch-steppe Afrikas ist diese Methode ganz unzulänglich. Hier hat die neuzeitliche Luftbild-aufnahme das dankbarste Arbeitsfeld gefunden. An zahlreichen Lichtbildern, auch Ana-glyphen, zeigte der Vortragende den Fortschritt des Aufnahmeverfahrens, das in ver-hältnismäßig kurzer Zeit brauchbare Karten mit Höhenschichtlinien für die wirtschaft-liche Erschließung von Kolonialgebieten liefert. Aufnahme- und Auswertegeräte, an deren Entwicklung der Vortragende selbst maßgebend beteiligt ist, wurden ebenfalls im Lichtbild gezeigt. Da wir zur Zeit Kolonien nicht besitzen, zeigten die Kartenbilder, wie sehr unsere Vermessungsingenieure in fremdem Dienst tätig sind. Wie der Vortrag selbst, bezeugten sie aber auch, daß auf unserem Fachgebiete alles vorbereitet ist, um tat-kräftig die Arbeit im eigenen Kolonialgebiet aufnehmen zu können. Der fesselnde Vor-trag fand dankbaren Beifall. — Der Vorsitzende der Gaugruppe erstattete den Tätig-keitsbericht, der eine rege Arbeit in den Bezirksgruppen erwies. An den in jüngster Zeit erlassenen, der Vereinheitlichung des Vermessungswesens dienenden Verordnungen zeigte er, wie ihr Inhalt und Ziel zugleich Richtlinie für die Vereinsarbeit zu bilden hat. Die Tagung wird ihren Zweck, fachliche Belehrung zu bieten, die Berufsgemeinschaft zu fördern und für die Geltung des Vermessungswesens zu werben, voll erreicht haben.

Personalnachrichten.

Bayern. In den Ruhestand versetzt: Flurbereinigungsdienst: Reg.Baurat 1. Kl. Julius Dick, Neustadt a. d. Weinstr., Aug. 1938. **Vermessungsdienst:** Meß.Amtsdir. m. d. Titel u. Rang eines Reg.Oberverm.Rats Hans Urban, Pfaffenhofen, Nov. 38; Reg.-Verm.Rat 1. Kl. Karl Barthelmeß, Kempten, u. Planoberinsp. Wilhelm Heinrich, Ingolstadt. — **Ernannt: Landesvermessungsamt:** Verw.obersekr. Georg Herzgesell, z. Kat.Insp., Verw.sekr. Anton Mayerhöfer z. Verw.obersekr., Verw.assist. Heinrich Klein z. Verw.sekr., Hilfsassist. Alfred Summer u. Berufung i. d. Be-amtenverh. z. Verw.assist. — **Flurbereinigungsdienst:** Reg.Baurat Wilhelm Münch, München z. Reg.Baurat 1. Kl. — **Vermessungsdienst:** Verm.Ass. Ludwig Viehbacher, Nürnberg u. Berufung i. d. Beamtenverh. z. Reg.Verm.Rat. — **Versetzt: Flurberei-nigungsdienst:** Reg.Baurat 1. Kl. Max Priehler, Neuburg a. d. Donau a. d. Flurber.-Amt Neustadt a. d. Weinstr., 1. 10. 38, Reg.Baurat Anton Sprenzel, Neustadt a. d. Weinstr. a. d. Flurber.Amt Neuburg a. d. Donau. — **Vermessungsdienst:** Reg.Verm.Rat Schwiewager, Zweigstelle f. bay. Angelegenheiten Landshut nach Passau, 1. 11. 38, d. Planinsp. Eduard Falkinger, Vilshofen nach Passau u. Anton Ranner, Pfarr-kirchen nach Vilshofen, 1. 11. 38, d. Planinsp. Karl Schmitt, Bad Neustadt a. d. Saale nach Bad Kissingen, Josef Schreber, Landau i. d. Pfalz nach Speyer, Heinrich Maier, Rosenheim nach Bamberg; die Verw.Sekr. Johann Link, Speyer nach Landau i. d. Pfalz u. Anton Islinger, Bamberg nach Rosenheim, 1. 10. 1938.

Gau Hessen-Nassau. Ernannt z. Verm.Räten: Oberlandm. Weber, Bensheim, Metzler, Darmstadt u. Wagner, Bingen. **Ernannt** z. Reichsbahnrat: Oberlandm. Schmitt, Frankfurt/Main. **Versetzt:** Oberlandm. Dipl.-Ing. Mueller, Darmstadt als Leiter d. trig. Abt. an d. Hauptverm.Amt Wiesbaden. **Verstorben:** Verm.Rat i. R. Maurer, Darmstadt-Land.

Thüringen. Ernannt: Verm.Rat Lynker, Eisenach z. Vorstand d. Kat.amtes Vacha. **Versetzt:** die Reg.Oberlandm. Bohlig, Sondershausen nach Jena u. Zimmer-mann, Meiningen nach Eisenach. **Die II. Staatsprüfung bestanden:** Verm.Referendar Henkel, Weimar.

Inhalt:

Wissenschaftliche Mitteilungen: Zur Geschichte des Satzes von Legendre, von Hauer (Schluß). — Erhaltung und allmähliche Erneuerung der preußischen Katasterkarten, von Ahrens. — Ueber eine Versuchsmessung mit der Tachytop-Bussole, von Gerke. — Nochmals: Katasterplankarte, von Müller. — Zur Bildung der Hauptvermessungsabtei-lungen. — **Bücherschau. — Neue Karten des Reichsamts für Landesaufnahme, Zweigstelle Sachsen. — Mitteilungen der Geschäftsstelle.**

Verlag von Konrad Wittwer in Stuttgart.
Druck von Carl Hammer (Inh. Wilh. Herget), Hofbuchdruckerei in Stuttgart.