

ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN

Im Auftrag des Deutschen Vereins für Vermessungswesen
herausgegeben von

Dr. O. Eggert

Professor

Danzig-Langfuhr, Hermannshöfer Weg 6.

und

Dr. O. Borgstätte

Oberlandmesser

Dessau, Goethestr. 16.

Heft 1.

1920.

1. Januar.

Band XLIX.

Der Abdruck von Original-Artikeln ohne vorher eingeholte Erlaubnis
der Schriftleitung ist untersagt.

Deutscher Verein für Vermessungswesen.

Auf den starken Grundlagen des Deutschen Geometervereins ist am
30. November und 1. Dezember v. J. zu Halle a. S. durch einmütigen Be-
schluss der Vertreter der Fachvereine der Länder des Reichs der

Deutscher Verein für Vermessungswesen (D.V.V.)

ins Leben gerufen worden.

Nicht um einen Umsturz in dem Zusammenschluss der Fachgenossen
handelt es sich; nur um seinen zeitgemässen Ausbau. Alle Kräfte sollen
zu geschlossenem Zusammenarbeiten und Zusammenstehen in allen Berufs-
fragen vereint werden.

Der D.V.V. hat zunächst die Aufgabe unter sachlicher Würdigung
der bestehenden Sonderinteressen seiner Angehörigen in den Ländern des
Reichs und in den einzelnen Fachrichtungen für die Ausgleichung vor-
handener Gegensätze zu wirken und für alle Berufsgenossen gleich gute
Lebens- und Arbeitsbedingungen herbeizuführen. Nur durch Vereinheit-
lichung des Vermessungswesens im Reiche sind diese Aufgaben zu lösen
und damit untrennbar verbunden. Den begonnenen Arbeiten auf diesem
Gebiete wird daher alle Aufmerksamkeit und jede mögliche Mitwirkung
der Berufsvertretung zu widmen sein.

Als Ausdrucksmittel für die gesamte Berufsarbeit wird die seit nun-
mehr 48 Jahren erscheinende und bewährte, über Deutschlands Grenzen
hinaus anerkannte „Zeitschrift für Vermessungswesen“ weiter-
hin im alten, zuverlässigen Verlage dienen. In ihr wird in erster Linie
die geodätisch-wissenschaftliche Bedeutung, die sie sich, dank der Mit-
arbeit hervorragender Männer, errungen hat, weiter gepflegt werden.
Daneben sollen aber, mehr als es die Vergangenheit erheischte, die für
den ganzen Stand wichtigen wirtschaftlichen und sozialen Fragen des Be-
rufs, entsprechend den Forderungen und Notwendigkeiten einer neuen Zeit,

ständig verfolgt werden. Alle Fachgenossen rufen wir zu fleissiger Hilfe und Mitbeteiligung an diesen Aufgaben eindringlichst auf; denn sie wird mehr denn je notwendig sein, um unsere Wege zu ebnen und die Ziele unserer Bestrebungen klar herauszustellen.

Als ein neues Mittel zu völliger Erfüllung der Bedürfnisse des D.V.V. wird die alsbald einzurichtende Geschäftsstelle dienen, welcher die Verwaltung der Vereinsangelegenheiten im Rahmen der Bestimmungen der Satzungen obliegt.

Möge denn der Deutsche Verein für Vermessungswesen berufen sein, in tatkräftiger, nicht rastender Arbeit dem Berufe das zu erringen, was ihm nach seiner Bedeutung für die Volkswirtschaft und ihren Wiederaufbau zukommt: Anerkennung und gerechte Wertung seiner Leistungen, die ihm bisher nicht in dem verdienten Masse zuteil geworden ist.

Der Vorstand.

Zur Berechnung der terrestrischen Refraktion.

Von A. v. Brunn.

I. Alle Zenitdistanzmessungen werden durch die Lichtbrechung innerhalb der Erdatmosphäre verfälscht. Je nachdem das Zielobjekt ein himmlisches, weit ausserhalb der Erdatmosphäre gelegenes, oder ein irdisches, innerhalb derselben gelegenes ist, bezeichnet man diesen Einfluss als astronomische oder terrestrische Refraktion. Der Verlauf des Lichtstrahles wird durch die räumliche Verteilung des Brechungsindex in der Atmosphäre bedingt und dieser wiederum hängt von der „optischen Dichte“ des Mediums ab. Diese optische Dichte ist am einfachsten für ein physikalisch homogenes Gas definiert, wobei als physikalisch homogen nicht nur ein einzelnes chemisch einheitliches Gas, sondern auch ein Gemisch von solchen nach konstantem Volumverhältnis zu verstehen ist. Trockene Luft beispielsweise ist physikalisch homogen. Die Beziehung zwischen dem Brechungsindex n und der im üblichen physikalischen Sinne genommenen Dichte ρ wird hergestellt durch die Lorenz-Lorentzsche Formel

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = c\rho; \quad (1)$$

hier ist c eine Konstante für das homogene Medium und wird meist als Molekularrefraktion bezeichnet. Das Produkt $c \cdot \rho$ kann man als optische Dichte bezeichnen. Uebrigens hängt c von der physikalischen Konstitution des Moleküls ab und steht in einfacher Beziehung zur Dielektrizitätskonstante; ein erkennbarer Zusammenhang mit den Masseneigenschaften des Moleküls, insbesondere dem Molekulargewicht, besteht jedoch nicht. Angesichts der unvermeidlichen Unsicherheit, mit der die Bestimmung der

Refraktion stets behaftet ist, kann man für die astronomische Refraktion meist, für die terrestrische stets sich mit einer Näherungsformel begnügen, deren Berechtigung sich aus der Erfahrung herleitet, dass für alle Gase der Brechungsindex sehr wenig von 1 verschieden ist. Schreibt man also (1) in der Form:

$$\frac{(n+1)(n-1)}{n^2+2} = c\rho, \quad (2)$$

so ergibt sich ohne weiteres unter Vernachlässigung der Quadrate der kleinen Grösse $n-1$ die Beziehung:

$$n-1 = \mu \cdot \rho; \quad (3)$$

hier ist μ einfach der um 1 verminderte Brechungsindex des Mediums bei normalem Druck und normaler Temperatur, ρ die Dichte, bezogen auf diejenige beim gleichen Normalzustande als Einheit; also $\rho = \frac{p \vartheta_0}{p_0 \vartheta}$ ¹⁾, wo p der Druck in mm Quecksilber, ϑ die absolute Temperatur, $p_0 = 760$ mm, $\vartheta_0 = 273^\circ$ ist; nicht ganz präzise, aber praktisch unbedenklich, können wir auch μ als Molekularrefraktion bezeichnen.

Hat man weiterhin ein Gemisch von 2 Gasen 1 und 2 mit den Molekularrefraktionen μ_1 und μ_2 und den Partialdrucken π_1 und π_2 , entsprechend [Gesetz von Avogadro] dem molekularen Mischungsverhältnis $\frac{\pi_1}{p}$ und $\frac{\pi_2}{p}$ ($p = \pi_1 + \pi_2$); sei \bar{n} der Brechungsindex, $\bar{\mu}$ die Molekularrefraktion des Gemisches, so kann man für dieses genau wie früher schreiben:

$$\bar{n} - 1 = \bar{\mu} \frac{p \vartheta_0}{p_0 \vartheta}, \quad (4)$$

wenn man setzt

$$\bar{\mu} = \frac{\pi_1}{p} \mu_1 + \frac{\pi_2}{p} \mu_2. \quad (4a)$$

Auf diesem Wege ist gegebenenfalls der Brechungsindex feuchter Luft zu berechnen. Die zahlenmässigen Verhältnisse und die dabei möglichen Vereinfachungen beschäftigen uns später.

II. Die Möglichkeit, die Refraktion in mathematisch übersehbarer Weise zu behandeln, wird durch die Erfahrungstatsache geliefert, dass im allgemeinen die Flächen gleicher optischer Dichte mit den Niveauflächen der Schwerkraft ziemlich nahe zusammenfallen, also kurzweg als mit dem Normaloberflächenniveau konzentrische Kugelflächen angesehen werden können; dieses wird unsere Grundannahme sein; der Einfluss der Abweichung der Niveauflächen von der Kugelgestalt verliert sich durchaus unter den übrigen Fehlerquellen unserer Grundannahme. Denn in aller Strenge ist diese niemals erfüllt. Die Gründe dafür liegen in der Unregelmässigkeit

¹⁾ In dem Zustandsgebiet, das die Atmosphäre darbietet, gilt streng genug das Boyle-Gay-Lussacsche Gesetz.

der Verteilung von Druck, Temperatur, Feuchtigkeitsgehalt in horizontaler und vertikaler Richtung. Im allgemeinen hängt also die Tangentenrichtung einer von einem festen Beobachtungspunkte unter bestimmter Zenitdistanz und bestimmtem Azimut ausgehenden Strahlkurve von diesen Bestimmungsstücken selbst, der durchlaufenen Bogenlänge und der Zeit ab. In dieser Allgemeinheit würde sich die Refraktion jeder mathematischen Behandlung selbst dann wegen unübersehbarer Kompliziertheit entziehen, wenn der physikalische Zustand der Atmosphäre als Funktion des Ortes und der Zeit genau bestimmbar wäre. Sind also die örtlichen und zeitlichen Abweichungen von unserer Grundvoraussetzung gross, so ist der Lichtweg, Auge-Ziel nicht zuverlässig genug feststellbar; man muss in solchem Falle auf Präzisionsmessungen, bei denen die Refraktion in Frage kommt, überhaupt verzichten. Derartige Verhältnisse stellen sich am stärksten über Gebieten sehr abwechslungsreicher Bodenbeschaffenheit (Festland, Wasser, bewachsener, unbewachsener Boden) bei starker Insolation und einer von der des Wassers stark abweichenden Lufttemperatur ein. Mannigfache oft fälschlich als Luftspiegelungen bezeichnete Refraktionsanomalien zeigen, dass es in diesem Falle oft sogar 2 und mehr Lichtwege vom Auge nach dem Zielpunkte gibt. Diese Fälle, wo die lokalen Störungen der Isopyknenflächen eine massgebende Rolle spielen, sind aber selten. In den weitaus meisten Fällen würde das Material, welches die synoptischen Wetterkarten der Meteorologie zusammen mit den Ergebnissen der Registrierdrachenaufstiege bieten, genügen, um mit aller für die Messungspraxis erforderlichen Genauigkeit die Isopyknenflächen konstruieren zu können. Das Bild, welches wir daraus erhalten, weicht nun aber von unserer Grundannahme so wenig ab, dass wir getrost erst diese in ihre Konsequenzen verfolgen können, ehe wir die Wirkung jener Abweichungen untersuchen, die nur in seltenen Fällen überhaupt einige Bedeutung gewinnen. Diese Wirkungen bestehen, wie bereits früher erkannt worden sein dürfte, darin, dass die Vertikalrefraktion eine geringe Abhängigkeit vom Azimut zeigt, während gleichzeitig eine kleine, ebenfalls vom Azimut abhängige in 2 diametralen Richtungen verschwindende Lateralrefraktion auftritt. Die quantitativen Einzelheiten lassen sich nur von Fall zu Fall behandeln.

III. Der folgenden Betrachtung legen wir also die Annahme zu Grunde, dass die Isopyknenflächen konzentrische Kugelflächen sind. Was dann die Behandlung der astronomischen und terrestrischen Refraktion angeht, so besteht ein prinzipieller Unterschied darin natürlich nicht, wohl aber zeigt sich in der praktischen Durchführung, dass, entgegengesetzt dem oberflächlichen Anschein, das erstere Problem sehr viel genauer determinierbar ist als das letztere. Der Grund dafür liegt in folgendem: Bei den astronomischen Messungsaufgaben ist man meist in der Lage, sehr grosse Zenit-

distanzen zu vermeiden bezw. derartige Beobachtungen günstiger gelegenen Sternwarten zu überlassen. Da alsdann die astronomische Refraktion von der internen Struktur der Atmosphäre — konzentrische Schichtung allerdings stets vorausgesetzt — so gut wie unabhängig wird und fast nur vom Dichteunterschied zwischen Beobachtungsort und Weltraum. abhängt, so braucht man, da der Weltraum ein vollkommenes Vakuum ist, nur die Dichte am Beobachtungsort aus Druck-, Temperatur- und Feuchtigkeitsmessungen zu ermitteln, um die Refraktion mit einem sehr kleinen Unsicherheitspielraum zu bestimmen, der unter Zugrundelegung einer schematischen, den durchschnittlichen Verhältnissen etwa entsprechenden vertikalen Dichteschichtung meist unter das Genauigkeitsmass der Beobachtungen herabgedrückt werden kann. Anders bei der terrestrischen Refraktion. Hier bedingt die Natur der Messungsaufgaben vorwiegend Zenitdistanzen beiderseits in der Nähe von 90° . Es spielt mithin für die Berechnung der Refraktion nicht nur die schwer genau zu erlangende Kenntnis der Konstitution der unteren atmosphärischen Schichten eine wichtige Rolle, sondern es tritt auch noch die weitere Erschwerung hinzu, dass die obere Grenze der Integration, d. h. die Höhe des Zielpunktes von vornherein nicht bekannt ist, sondern gerade erst aus der durch die Refraktion verfälschten Beobachtung bestimmt werden muss. Diese Schwierigkeiten haben in die Behandlung der terrestrischen Refraktion eine Resignation hineingetragen, die solange berechtigt war, als man einigermaßen genaue Aufschlüsse über die Dichteschichtung der unteren Atmosphärenschichten nicht erlangen konnte. Schon heute aber, und, wenn nicht die kulturelle Entwicklung der nächsten Zeit alle Hoffnungen zerstört, in erhöhtem Masse in Zukunft, vermag die Meteorologie die Grundlagen der Refraktionsberechnung mit einer Sicherheit zu geben, die eine mehr ins Einzelne gehende Behandlung der terrestrischen Refraktion zur Pflicht macht. Ich möchte im Folgenden die Grundzüge einer solchen Behandlungsart darlegen, die leicht in Richtung auf eine Vereinfachung durch planmässige Benutzung tabellarischer Hilfsmittel ausgebaut werden kann. Der Weg wird dabei vielfach über bekanntes Gebiet führen, ohne dass ich das in jedem Falle besonders hervorheben kann.

IV. Die Aufgabe ist also die folgende (vergl. die beigefügte Figur): In einem gasförmigen, der kugelförmigen Oberfläche OO' aufgelagerten Medium, der Atmosphäre, dessen Isopyknenflächen zur Oberfläche konzentrische Kugeln mit dem Mittelpunkte M sind, ist gegeben ein Beobachtungspunkt A in der Höhe y_1 über der Oberfläche; die Höhen werden stets vertikal, also radial zu M gerechnet; ihre Einheit ist der Erdradius a . Es soll aus der gemessenen scheinbaren, also mit der Refraktion behafteten Zenitdistanz $90^\circ - b$ die Höhe y_2 eines Zielpunktes B bestimmt werden, dessen Azimut und dessen geozentrische Winkelentfernung φ_2 vom Punkte A

unter Zuhilfenahme einer etwa von A ausgehenden Basis aus Azimutmessungen als bekannt gilt. Aus Symmetriegründen ist die Strahlkurve eben. Man kann die Aufgabe auch so ausdrücken: Gäbe es keine Re-

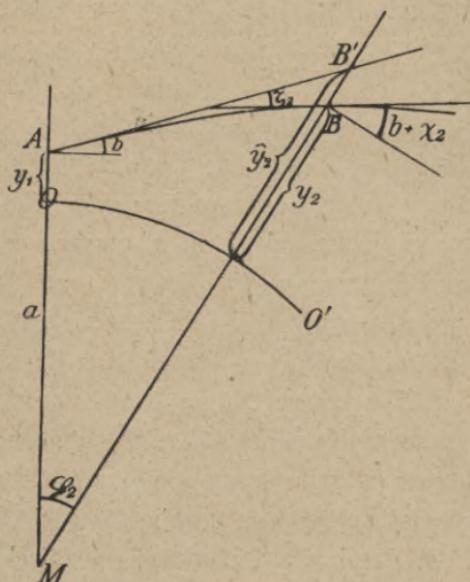


Fig. 1.

Größen für den Punkt B (siehe Figur). Dann gilt allgemein:

$$\chi = \varphi - \zeta, \quad (5)$$

speziell

$$\chi_2 = \varphi_2 - \zeta_2. \quad (5a)$$

Wir nehmen nun an, dass die Dichte, und damit nach (3) auch der Brechungsindex, als Funktion der Höhe y bekannt sei; wie dieser funktionale Zusammenhang aus gegebenen meteorologischen Daten abgeleitet wird, beschäftigt uns in einem späteren Abschnitt. Es darf dabei in der Praxis fast stets ein physikalisch homogenes Medium vorausgesetzt werden. In Wirklichkeit ist diese Annahme wegen des mit der Höhe wechselnden Wasserdampfgehaltes der Luft nicht streng erfüllt. Aber da die Molekularrefraktion des Wasserdampfes nicht erheblich von der der Luft abweicht (das Verhältnis ist 0.88; dagegen das der spezifischen Dichten 0.63), so liefert der Ansatz eines konstanten mittleren Mischungsverhältnisses von Luft und Wasserdampf, solange die Höhendifferenz von $y_2 - y_1$ nicht sehr gross ist, mit Rücksicht auf die sonstigen Unsicherheiten der Voraussetzungen hinreichend genaue Resultate.

Zur Hervorhebung der funktionalen Abhängigkeit schreiben wir:

$$n(y) = 1 + \mu \rho(y). \quad (6)$$

fraktion, hätte also der in A eintreffende Lichtstrahl einen geradlinigen Weg zurückgelegt, so wäre der gesuchte Punkt offenbar B' , dessen Höhe \bar{y}_2 sich aus b und φ_2 durch einfache geometrische Beziehungen ergibt. Wir müssen die Differenz $\bar{y}_2 - y_2$ bestimmen. Wir bezeichnen noch allgemein mit ζ und χ für irgend einen Wert φ : Die Refraktion, d. h. den Winkel zwischen Tangente an die Strahlkurven und Richtung AB' ; und die negative Änderung des Winkels zwischen Vertikale und Strahltangente von A bis zu dem durch φ charakterisierten Punkte; speziell ζ_2 und χ_2 diese

Wie früher ist hier μ die Molekularrefraktion des Luft-Wasserdampf-
gemisches, $\rho(y)$ seine Dichte in der Höhe y verglichen mit derjenigen bei
normalem Druck und normaler Temperatur.¹⁾ Die rein analytische Lösung
unserer Aufgabe lässt sich nun leicht hinschreiben. Wir bezeichnen noch
zur Vereinfachung $\frac{n(y_1)}{n(y_2)}$ und $\frac{\rho(y_1)}{\rho(y_2)}$ mit $\frac{n_1}{n_2}$ und $\frac{\rho_1}{\rho_2}$. Es lassen sich nun
zunächst aus der Theorie der Refraktion zwei Beziehungen übernehmen,
deren Ableitung elementar ist, aber hier unnütz Raum beanspruchen würde;
ich verweise deshalb auf die Lehrbücher der Sphärischen Astronomie, z. B.
De Ball, Leipzig, Engelmann 1912, S. 207—212. Sie lauten in unserer
Bezeichnung:

$$\frac{\cos(b + \chi)}{\cos b} = \frac{n_1}{n} \frac{1 + y_1}{1 + y}, \quad (7)$$

$$d\zeta = - \frac{n_1}{n^2} \frac{1 + y_1}{1 + y} \frac{dn}{\sqrt{tg^2 b - \left(\frac{n_1}{n} \frac{1 + y_1}{1 + y}\right)^2 + 1}}. \quad (8)$$

(8) ist so aufzufassen, dass noch nach (6) n durch y als unabhängige
Variable zu ersetzen ist. (7) und (8) enthalten die Lösung unserer Auf-
gabe. Man sieht aber, dass sie in dieser Form ohne weiteres nicht praktisch
durchführbar ist. Wäre ζ bekannt, so liesse sich (7) unter Berücksichtigung
von (6) numerisch irgendwie nach y auflösen; das Resultat y_2 wäre die
gesuchte Grösse. ζ ist aber gemäss (8) durch ein Integral bestimmt,
dessen obere Grenze das unbekannte y_2 , und das übrigens nicht in ge-
schlossener Form auswertbar ist. Man muss also ein einfaches und über-
sichtliches Annäherungsverfahren suchen. Ehe ich mich dem zuwende,
will ich die Differentialbeziehung (8) noch in etwas anderen Formen geben.
Denn die Differentialgleichung (8) führt zu einer brauchbaren Entwicklung
nur solange b nicht klein ist. Bei den Anwendungen von (8) auf die
terrestrische Refraktion liegt aber gerade meistens b beiderseits in der
Nähe von 0. Hier empfiehlt sich die Einführung von χ oder φ als unab-
hängiger Veränderlicher anstelle von y . Und zwar führen die elementaren
Ueberlegungen der Refraktionstheorie zu folgenden Beziehungen:

$$d\zeta = - \frac{\frac{1}{n}(1+y) \frac{dn}{dy}}{1 + \frac{1}{n}(1+y) \frac{dn}{dy}} d\chi = X d\chi \quad (9)$$

$$d\zeta = - \frac{1}{n} (1 + y) \frac{dn}{dy} d\varphi = \Phi d\varphi. \quad (9a)$$

¹⁾ Es ist dabei ganz gleichgültig, ob das Gemisch bei 0° C in der betreffenden
Zusammensetzung wirklich existiert ist, oder ob vorher Kondensation des Wassers
eintreten würde. Wir nehmen an, dass praktisch nirgends Kondensation eintritt;
wir dürfen dann die Einheit der Dichte ohne weiteres aus dem Boyle-Gay-Lussac-
schen Gesetze berechnen.

Hier müssen X und φ natürlich als Funktionen von χ bzw. φ und ausserdem des Parameters b ausgedrückt sein. Beachten wir jetzt die aus dem Dreieck MAB' folgende rein geometrische Beziehung:

$$\frac{\cos(b + \varphi)}{\cos b} = \frac{1 + y_1}{1 + \check{y}_2}. \quad (10)$$

Durch Vergleich mit der für den Punkt B spezialisierten Gleichung (7) ergibt sich hieraus die „Refraktionsdeviation“:

$$\check{y}_2 - y_2 = (1 + y_1) \left(\frac{1}{\cos(b + \varphi_2)} - \frac{n_1}{n_2} \frac{1}{\cos(b + \chi_2)} \right). \quad (11)$$

V. Um das Ziel, dem wir zusteuern, klar und unverschleiert durch die unvermeidlich etwas unübersichtlichen Einzelrechnungen vor Augen zu haben, stellen wir folgende Ueberlegung an: Offenbar muss sich $\check{y}_2 - y_2$ in eine Potenzreihe nach φ_2 entwickeln lassen, und da ausserdem die Strahlkurve die Gerade AB' tangiert, wissen wir von vornherein, dass diese Entwicklung mit φ_2^2 beginnt. Wenn die Koeffizienten dieser Entwicklung vorliegen, so ist die Aufgabe ohne weiteres gelöst, da ja φ_2 bekannt ist. Es stellt sich nun aber heraus, dass sich diese Entwicklungskoeffizienten durch die von der Konstitution der Atmosphäre abhängigen Grössen — das sind im wesentlichen die Differentialquotienten der Funktion $\varrho(y)$ gebildet für den Punkt A — in sehr umständlicher Form darstellen. Rechnerisch etwas bequemer ist folgendes Verfahren: Man entwickelt die rechte Seite von (11) nicht nach φ , sondern nach χ . Beide Entwicklungen haben denselben Typus, da $\chi = \varphi - \xi$ ist und ξ und φ eindeutige Funktionen voneinander sind. Denken wir uns ausserdem die Potenzreihenentwicklung von ξ nach χ gegeben, so geht die Rechnung folgendermassen vor sich. Wir brauchen zunächst einen Näherungswert $\chi^{(1)}$ für χ . Diesen gewinnt man aus (9) und (9a); danach ist nämlich

$$\frac{d\chi}{d\varphi} = 1 + \frac{1}{n} (1 + y) \frac{dn}{dy} = 1 + \frac{n'}{n} (1 + y). \quad (12)$$

Ist nun der Höhenunterschied $y_2 - y_1$ nicht extrem gross, so kann ein Näherungswert für χ dadurch erhalten werden, dass man die rechte Seite konstant $= 1 + \frac{n_1'}{n_1} (1 + y_1)$ setzt, wo ersichtlich der Index 1 bedeutet, dass die Grössen für den Punkt A zu nehmen sind. Dann ist also

$$\chi^{(1)} = \left(1 + (1 + y_1) \frac{n_1'}{n_1} \right) \varphi_2. \quad (12a)$$

Damit geht man ein in die Reihenentwicklung für ξ ; Resultat $\xi^{(1)}$; dann ergibt sich ein verbesserter Wert $\chi^{(2)} = \varphi_2 - \xi^{(1)}$, daraus ein verbesserter Wert $\xi^{(2)}$ von ξ u.s.f., bis die Rechnung zum Stehen kommt. Mit dem endgültigen $\chi_2 = \varphi_2 - \xi_2$ geht man dann ein in die Reihenentwicklung für $\check{y}_2 - y_2$, womit die Aufgabe gelöst ist. Das ist der leitende Gedanke;

seine formale Ausgestaltung geht so vor sich: Man hat offenbar die Ansätze:

$$\frac{n_1}{n_2} = 1 + (n_1)\chi_2 + (n_2)\chi_2^2 + \dots \quad (13)$$

$$\xi_2 = g_0\chi_2 + \frac{g_1}{2}\chi_2^2 + \frac{g_2}{3}\chi_2^3 + \dots \quad (13a)$$

wo die Koeffizienten später bestimmt werden sollen. Entwickelt man nun zunächst in (11) $\frac{1}{\cos(b + \varphi_2)}$ und $\frac{1}{\cos(b + \chi_2)}$ nach φ_2 bzw. χ_2 , sodann in der ersten dieser Entwicklungen die Potenzen von φ_2 gemäss der Beziehung $\varphi_2 = \chi_2 + \xi_2$, so kann man diese Entwicklungen bei den Gliedern 2. Ordnung in den kleinen Grössen χ_2 und ξ_2 abbrechen, weil die hier auftretenden Entwicklungskoeffizienten durchweg von der Ordnung der Einheit sind, im Gegensatz zu den Reihen (13) und (13a), wo, wie wir später erkennen, die Koeffizienten mit der Ordnungszahl (Index) stark ansteigen. Man erhält damit (11) zunächst in folgender Form:

$$\begin{aligned} \bar{y}_2 - y_2 = (1 + y_1) \left\{ \begin{aligned} & \text{tg } b \cdot \xi_2 + \frac{1 + \sin^2 b}{\cos^2 b} \left(\frac{1}{2} \xi_2^2 + \chi_2 \xi_2 \right) \\ & - (n_1)\chi_2 - \left((n_2) + (n_1) \text{tg } b \right) \chi_2^2 \\ & - \left((n_3) + (n_2) \text{tg } b + \frac{1}{2} (n_1) \frac{1 + \sin^2 b}{\cos^2 b} \right) \chi_2^3 - \dots \end{aligned} \right\} \end{aligned} \quad (14)$$

Setzt man hier noch ξ_2 gemäss (13a) ein und schreibt formal:

$$y_2 - y_2 = (1 + y_1) [(r_1)\chi_2 + (r_2)\chi_2^2 + (r_3)\chi_2^3 + \dots] \quad (15)$$

so ergeben sich die (r)-Koeffizienten folgendermassen:

$$(r_1) = g_0 \text{tg } b - (n_1);$$

$$(r_2) = \frac{g_1}{2} \text{tg } b + \frac{1}{2} \frac{1 + \sin^2 b}{\cos^2 b} (g_0^2 + 2g_0) - (n_2) - (n_1) \text{tg } b$$

$$(r_3) = \frac{g_2}{3} \text{tg } b + \frac{1 + \sin^2 b}{\cos^2 b} \left(\frac{g_1}{2} + g_0 g_1 \right) - (n_3) - (n_2) \text{tg } b - \frac{1}{2} (n_1) \frac{1 + \sin^2 b}{\cos^2 b}$$

$$\begin{aligned} (r_4) = \frac{g_3}{4} \text{tg } b + \frac{1 + \sin^2 b}{\cos^2 b} \left(\frac{g_2}{3} + \frac{g_1^2}{8} + \frac{g_0 g_2}{3} \right) - (n_4) - (n_3) \text{tg } b \\ - \frac{1}{2} (n_2) \frac{1 + \sin^2 b}{\cos^2 b} \text{ u.s.f.} \end{aligned} \quad (16)$$

Von (r_1) wissen wir a priori, dass es = 0 ist; da das aber aus der formalen Entwicklung noch nicht zu ersehen ist, habe ich es mitgeführt.

Es handelt sich nunmehr um die Bestimmung der g - und (n)-Koeffizienten. Dazu entwickeln wir zunächst den allgemeinen Ausdruck $\frac{n_1}{n}$, der eine Funktion des zu n gehörigen y ist, formal in eine Taylorreihe nach $\delta y = y - y_1$:

$$\frac{n_1}{n} = 1 + (\bar{n}_1)\delta y + (\bar{n}_2)\delta y^2 + \dots \quad (17)$$

wo sich ergibt:

$$(\bar{n}_1) = -\frac{n_1'}{n_1}; \quad (\bar{n}_2) = -\left(\frac{1}{2} \frac{n_1''}{n_1} - \frac{n_1'^2}{n_1^2}\right); \quad (17a)$$

$$(\bar{n}_3) = -\left(\frac{1}{6} \frac{n_1'''}{n_1} - \frac{n_1' n_1''}{n_1^2} + \frac{n_1'^3}{n_1^3}\right);$$

$$(\bar{n}_4) = -\frac{1}{24} \left(\frac{n_1^{(IV)}}{n_1} - 8 \frac{n_1' n_1'''}{n_1^2} - 6 \frac{n_1''^2}{n_1^2} + 36 \frac{n_1'^2 n_1''}{n_1^2} - 24 \frac{n_1'^4}{n_1^4}\right) \text{ u.s.f.}$$

Nach (6) ist offenbar

$$n_1^{(y)} = \mu \varrho^{(y)}(y_1) \quad (17b)$$

Die Gewinnung der analytischen Form der Funktion $\varrho(y)$ ist eine meteorologisch-physikalische Aufgabe, die uns in einem späteren Abschnitt beschäftigen wird. Um nun zur Darstellung der g -Koeffizienten zu gelangen, entwickeln wir die Funktion X in (9) ebenfalls intermediär nach δy ; und zwar zunächst nach dessen explizitem Vorkommen. Hier können wir uns auf die beiden ersten Glieder beschränken, da δy stets äusserst klein ist und die Koeffizienten dieser Entwicklung nicht mit der Ordnung ansteigen; man erhält:

$$X = -\frac{(1+y_1) \frac{n'}{n}}{1 + (1+y_1) \frac{n'}{n}} - \delta y \frac{(1+y_1) \frac{n'}{n}}{\left(1 + (1+y_1) \frac{n'}{n}\right)^2} - \dots \quad (18)$$

Führt man zur Abkürzung ein:

$$\ln n = p, \text{ mithin } p' = \frac{n'}{n}; \quad p'' = \frac{n''}{n} - \frac{n'^2}{n^2}; \quad p''' = \frac{n'''}{n} - 3 \frac{n' n''}{n^2} + 2 \frac{n'^3}{n^3}$$

$$p^{(IV)} = \frac{n^{(IV)}}{n} - 4 \frac{n''' n'}{n^2} - 3 \frac{n''^2}{n^2} + 12 \frac{n'^2 n''}{n^3} - 6 \frac{n'^4}{n^4} \quad (19)$$

$$p^{(V)} = \frac{n^{(V)}}{n} - 5 \frac{n^{(IV)} n'}{n^2} - 10 \frac{n''' n''}{n^2} + 20 \frac{n'^2 n'''}{n^3} \\ + 30 \frac{n' n''^2}{n^3} - 60 \frac{n'^3 n''}{n^4} + 24 \frac{n'^5}{n^5}$$

ferner

$$1 + y_1 = a; \quad 1 + (1+y_1) \frac{n'}{n} = q. \quad (20)$$

Schreibt man jetzt formal:

$$\Phi = f_0 + f_1 \delta y + f_2 \delta y^2 + \dots \quad (21)$$

so ergibt sich für die f -Koeffizienten:

$$\begin{aligned}
 f_0 &= -\frac{\alpha p_1'}{q_1}; & f_1 &= -\frac{\alpha}{q_1^2} (p_1'' + p_1'); \\
 f_2 &= -\frac{1}{2} \frac{\alpha}{q_1^2} (p_1''' + 2p_1'') + \frac{\alpha^3 p_1''}{q_1^3} (p_1'' + 2p_1') \\
 f_3 &= -\frac{1}{6} \frac{\alpha}{q_1^2} (p_1^{(IV)} + 3p_1''') + \frac{\alpha^2}{q_1^3} (2p_1''^2 + p_1''' (p_1'' + p_1')) \\
 & & & -\frac{\alpha^3}{q_1^4} p_1''^2 (p_1'' + 3p_1') \\
 f_4 &= -\frac{1}{24} \frac{\alpha}{q_1^2} (p_1^{(V)} + 4p_1^{(IV)}) + \frac{1}{3} \frac{\alpha^2}{q_1^3} p_1'' (p_1^{(IV)} + 6p_1''') \\
 & & & + \frac{1}{12} \frac{\alpha^2}{q_1^3} (3p_1''^2 + 4p_1' p_1^{(IV)}) \\
 & & & -\frac{3}{2} \frac{\alpha^3}{q_1^4} (p_1''^2 p_1''' + p_1''^3 + p_1' p_1'' p_1''') + \frac{\alpha^4}{q_1^5} p_1''^3 (p_1'' + 3p_1')
 \end{aligned} \tag{22}$$

Ich habe die Darstellung der Koeffizienten in aller Strenge angegeben. In der Praxis braucht man niemals sämtliche angegebenen Glieder zu berechnen. Ich möchte vielmehr vorwegnehmend bemerken, dass man die Differentialquotienten von n ihrer Größenordnung nach symbolisch so ausdrücken kann: $n^{(v)} \cong \mu \beta^v$, wo $\frac{1}{\mu}$ und β von der Ordnung 10^3 sind, n selbst ist nullter Ordnung, also der Einheit vergleichbar (tatsächlich sehr nahe = 1). Man braucht nun stets nur die beiden höchsten Ordnungen beizubehalten; vielfach genügt schon die höchste Ordnung allein; im ersteren Falle bleiben beispielsweise in $p^{(V)}$ nur die 3 ersten Glieder erhalten. Der nächste Schritt ist nun die Darstellung von δy als Potenzreihe nach χ . Zu diesem Zwecke entwickeln wir (7) links nach χ , rechts nach δy ; letzteres kann man wieder stufenweise machen, indem man zunächst unter Vernachlässigung des mit der nullten Ordnung multiplizierten δy^2 schreibt: $\frac{n_1 1 + y_1}{n 1 + y} \approx \frac{n_1}{n} \left(1 - \frac{\delta y}{1 + y_1}\right)$ und erst jetzt die Entwicklung (17) einsetzt. Es ist nunmehr formal:

$$a_1 \chi + a_2 \chi^2 + \dots = b_1 \delta y + b_2 \delta y^2 + \dots \tag{23}$$

$$\text{wo } a_1 = -tg b; \quad a_2 = -\frac{1}{2!}; \quad a_3 = \frac{tg b}{3!}; \quad a_4 = \frac{1}{4!} \text{ u.s.f.} \tag{24}$$

$$b_1 = -\frac{q_1}{a} \text{ und im übrigen } b_n = \left(\bar{n}_n\right) - \frac{(\bar{n}_n - 1)}{a}.$$

Schreibt man jetzt formal:

$$\delta y = c_1 \chi + c_2 \chi^2 + \dots \tag{25}$$

und setzt dieses in (23) ein, so ergeben sich, da nunmehr die Koeffizienten gleicher Potenzen von χ auf beiden Seiten identisch sein müssen, die folgenden Bestimmungsgleichungen für die c -Koeffizienten:

$$\begin{aligned}
 c_1 &= \frac{a_1}{b_1}; \quad c_2 = \frac{a_2}{b_1} - \frac{b_2}{b_1} c_1^2; \quad c_3 = \frac{a_3}{b_1} - 2 \frac{b_2}{b_1} c_1 c_2 - \frac{b_3}{b_1} c_1^3; \\
 c_4 &= \frac{a_4}{b_1} - \frac{b_2}{b_1} (c_2^2 + 2 c_1 c_3) - 3 \frac{b_3}{b_1} c_1^2 c_2 - \frac{b_4}{b_1} c_1^4.
 \end{aligned} \tag{26}$$

Daraus explizite unter Benützung der Bezeichnungen (19) und (20) zur Uebersicht zunächst streng:

$$\begin{aligned}
 c_1 &= \frac{a \operatorname{tg} b}{q_1}; \quad c_2 = \frac{a}{2q_1} - \frac{a^3 \operatorname{tg}^2 b}{q_1^3} \left\{ \frac{1}{2} (p_1'' - p_1'^2) - \frac{p_1'}{a} \right\} \\
 c_3 &= -\frac{a \operatorname{tg} b}{q_1} \left[\frac{1}{3!} + \frac{a^2}{q_1^2} \left(\frac{1}{2} (p_1'' - p_1'^2) - \frac{p_1'}{a} \right) \right] \\
 &+ \frac{a^4 \operatorname{tg}^3 b}{q_1^4} \left\{ 2 \frac{a}{q_1} \left(\frac{1}{2} (p_1'' - p_1'^2) - \frac{p_1'}{a} \right)^2 \right. \\
 &- \frac{1}{6} \frac{n_1''''}{n_1} + \frac{n_1' n_1''}{n_1^2} - \frac{n_1'^3}{n_1^3} + \frac{p_1'' - p_1'^2}{2a} \left. \right\} \\
 c_4 &= -\frac{a}{q_1} \left[\frac{1}{4!} + \frac{a^2}{4q_1^2} \left(\frac{1}{2} (p_1'' - p_1'^2) - \frac{p_1'}{a} \right) \right] \\
 &+ \operatorname{tg}^2 b \left\{ \frac{1}{3} \frac{a^3}{q_1^3} \left(\frac{1}{2} (p_1'' - p_1'^2) - \frac{p_1'}{a} \right) \right. \\
 &+ \frac{a^4}{q_1^4} \left[2 \frac{a}{q_1} \left(\frac{1}{2} (p_1'' - p_1'^2) - \frac{p_1'}{a} \right)^2 \right. \\
 &+ \left. \left. \frac{3}{2} \left(-\frac{1}{6} \frac{n_1''''}{n_1} + \frac{n_1' n_1''}{n_1^2} - \frac{n_1'^3}{n_1^3} + \frac{p_1'' - p_1'^2}{2a} \right) \right] \right\} \\
 &+ \operatorname{tg}^4 b \left\{ -\frac{5a^7}{q_1^7} \left(\frac{1}{2} (p_1'' - p_1'^2) - \frac{p_1'}{a} \right)^3 \right. \\
 &- \frac{5a^6}{q_1^6} \left(-\frac{1}{6} \frac{n_1''''}{n_1} + \frac{n_1' n_1''}{n_1^2} - \frac{n_1'^3}{n_1^3} + \frac{p_1'' - p_1'^2}{2a} \right) \left(\frac{1}{2} (p_1'' - p_1'^2) - \frac{p_1'}{a} \right) \\
 &+ \frac{a^5}{q_1^5} \left[-\frac{1}{24} \frac{n_1^{(IV)}}{n_1} + \frac{1}{3} \frac{n_1'''' n_1'}{n_1^2} + \frac{1}{4} \frac{n_1'^2}{n_1^2} - \frac{3}{2} \frac{n_1'^2 n_1''}{n_1^3} + \frac{n_1'^4}{n_1^4} \right. \\
 &+ \left. \left. \frac{1}{a} \left(-\frac{1}{6} \frac{n_1''''}{n_1} + \frac{n_1' n_1''}{n_1^2} - \frac{n_1'^3}{n_1^3} \right) \right] \right\}
 \end{aligned} \tag{27}$$

Auch hier ist die Berechnung der Koeffizienten in der Praxis viel einfacher, als es nach den etwas komplizierten strengen Ausdrücken erscheint. Behält man z. B. in c_4 nur die höchste Ordnung bei, was wegen der hohen Potenz von χ , mit dem es multipliziert auftritt, vollkommen genügt, so reduziert es sich auf den Ausdruck:

$$c_4 \approx -\frac{1}{8} \frac{a^3}{q_1^3} p_1'' + \operatorname{tg}^2 b \left\{ \frac{a^5}{q_1^5} p_1''^2 - \frac{1}{4} \frac{n_1''''}{n_1} \right\} - \operatorname{tg}^4 b \frac{1}{24} \frac{a^5}{q_1^5} \frac{n_1^{(IV)}}{n_1} \tag{28}$$

Da im Rahmen dieser Annäherung auch $a = n_1 = 1$ gesetzt werden kann, so ist die Berechnung sehr einfach. Eine Vernachlässigung der mit den niedrigsten Potenzen von $\operatorname{tg}^2 b$ multiplizierten Glieder ist dagegen nur für sehr kleine b zulässig. Andererseits tritt aber auch für $b \approx 90^\circ$ keine Divergenz ein, weil in diesem Falle φ und damit χ entsprechend kleiner wird und, wie aus (10) zu folgern ist, für $b = 90^\circ$ $\operatorname{tg} b \sin \chi$ gegen den Grenzwert $\frac{y_2 - y_1}{1 + y_1}$, also eine sehr kleine Grösse konvergiert. Uebrigens hat der Fall für das Vermessungswesen aus praktischen Gründen kaum irgend eine Bedeutung. Durch Einsetzen von (25) in (17) und (21) erhalten wir nun endlich die (n)- und g -Koeffizienten folgendermassen:

$$\begin{aligned}
 g_0 &= f_0; & g_1 &= c_1 f_1; & g_2 &= f_1 c_2 + f_2 c_1^2; \\
 g_3 &= f_1 c_3 + 2 f_2 c_1 c_2 + f_3 c_1^3; \\
 g_4 &= f_1 c_4 + f_2 (c_2^2 + 2 c_1 c_3) + 3 f_3 c_1 c_2 + f_4 c_1^4 \\
 &\text{u. s. f.}
 \end{aligned}
 \tag{29}$$

$$\begin{aligned}
 (n_1) &= c_1 (\bar{n}_1); & (n_2) &= c_2 (\bar{n}_1) + c_1^2 (\bar{n}_2); \\
 (n_3) &= c_3 (\bar{n}_1) + 2 c_1 c_2 (\bar{n}_2) + c_1^3 (\bar{n}_3); \\
 (n_4) &= c_4 (\bar{n}_1) + (c_2^2 + 2 c_1 c_3) (\bar{n}_2) + 3 c_1 c_2 (\bar{n}_3) + c_1^4 (\bar{n}_4) \\
 &\text{u. s. f.}
 \end{aligned}
 \tag{30}$$

Man sieht, wenn man sich des Systems (16) erinnert, nun ohne weiteres, dass $(r_1) = g_0 \operatorname{tg} b - (n_1) = 0$ ist, wie es sein muss. Im übrigen gewinnt man durch eine explizite Darstellung der g -, (n) - und damit (r) -Koeffizienten keinen wesentlichen Vorteil. Damit ist der mathematische Teil unserer Aufgabe erledigt. Die ersichtlich beträchtlichen Vereinfachungen, die bei kleinen Werten von b und φ eintreten, ergeben sich ja jeweils bei der numerischen Rechnung von selbst.

VI. Wir kommen nun zu der physikalisch-meteorologischen Aufgabe, die analytische Gestalt von n und seinen Ableitungen nach y als Funktionen dieser Variablen zu bestimmen. Wir gehen bei der Behandlung dieser Frage stets von der Annahme aus, dass man die Luft als homogenes Gasgemisch betrachten könne; der Einfluss der mit der Höhe etwas wechselnden volumprozentischen Wasserdampfbeimischung verschwindet gegenüber dem der niemals absolut genauen Kenntnis der Temperaturschichtung vollständig. Diese Kenntnis der vertikalen Temperaturschichtung ist der Kernpunkt des physikalischen Problems der terrestrischen Refraktion in sehr viel höherem Masse als des der astronomischen. Der Refraktionsbetrag hängt von Druck-, Temperatur- und Feuchtigkeitsverlauf längs der ganzen durchlaufenen Strahlkurve ab. Diese Daten lassen sich genau im allgemeinen jedenfalls am Beobachtungsort selbst bestimmen. Diese meteorologischen Elemente müssen daher während einer geodätischen Messungsreihe in derselben Weise laufend gemessen werden, wie es bei astronomischen Zenitdistanzmessungen von jeher selbstverständlich gewesen ist. Der Verlauf dieser Elemente längs der weiteren Strahlkurve lässt sich durch Messungen kaum je genau bestimmen, wohl aber durch Heranziehung der Bodenbeobachtungen des meteorologischen Netzes und der aerologischen Ergebnisse der Drachenstationen auf Grund meteorologischer Erfahrung mit mehr oder weniger grosser Näherung abschätzen. Einschaltend sei folgendes bemerkt: An Drachenstationen kamen vor dem Kriege eigentlich nur Lindenberg und Friedrichshafen in Frage; das aerologische Material war dadurch recht wenig umfangreich. Die Anforderungen des Krieges haben dann eine grössere Reihe von Felldrachenstationen entstehen lassen, deren Fortbestehen im Frieden wenigstens zum Teil geplant war. Unter den gegenwärtigen Verhältnissen ist der Plan

vertagt worden. Bei der grossen Wichtigkeit der aerologischen Forschungen für die Fortentwicklung der Meteorologie kann aber kein Zweifel bestehen, dass man darauf zurückkommt, sobald es die Verhältnisse irgendwie ermöglichen. Ein erfahrener Meteorologe ist also stets zu Rate zu ziehen, wenn man Höhenunterschiede weit auseinanderliegender Punkte ohne Zwischenstationen genau zu bestimmen hat. Dabei sind, wie schon früher angedeutet, gewisse Wetterlagen, und zwar gerade solche, die zunächst gerade recht einladend erscheinen, für Präzisionsmessungen überhaupt auszuschliessen, nämlich alle die, bei denen die Fiktion, von der man bei der Refraktionsberechnung schliesslich immer ausgehen muss, dass wenigstens in dem engen Beobachtungsgebiet thermodynamisch und hydrodynamisch nahezu stationäre Verhältnisse herrschen, auch nicht annähernd erfüllt ist. Solche Verhältnisse liegen vor bei starker Insolation, wo in den unteren Schichten besonders dann die thermischen Verhältnisse ganz unkontrollierbar sind, wenn die Oberflächenbeschaffenheit bezüglich ihres Absorptionsvermögens für die Strahlung lokal stark variiert. Ähnliches gilt in geringerem Masse bei sog. „Böenwetter“, wo ebenfalls Druck, Temperatur, Feuchtigkeit horizontal und vertikal, örtlich und zeitlich, so schnell wechselt, dass ein sicheres Urteil für einen bestimmten Ort und eine bestimmte Zeit nicht möglich ist. Beschränkt man sich auf normale Beobachtungsverhältnisse — sichtige Luft bei leichter gleichmässiger Bedeckung ist alles in allem am günstigsten — so lehrt die Erfahrung: 1. dass die horizontalen simultanen Druck- und Temperaturunterschiede fast immer so gering sind, dass sie für die Refraktionsberechnung ausser Betracht bleiben können, 2. dass der vertikale Temperaturgradient zwar zeitlich mit der Wetterlage, auch mit der Tageszeit langsam wechselt, aber während einer Messungsreihe als konstant angesehen werden kann¹⁾; der Betrag kann vom Fachmeteorologen mit ziemlicher Genauigkeit angegeben werden, da er sich fast immer gleichzeitiges, ausreichendes Beobachtungsmaterial verschaffen kann. Natürlich ist der Gradient niemals streng konstant, sondern ändert sich mit der Höhe etwas, aber diese Veränderlichkeit ist im allgemeinen so gering, dass ein konstanter Mittelwert für das fragliche Höhenintervall eine genügend genaue Grundlage für die Refraktionsrechnung darstellt. Nur ausnahmsweise wird man bei grösseren Höhenunterschieden mit einem mit der Höhe veränderlichen Gradienten oder mit mehreren Schichten von verschiedenen (konstanten) Gradienten zu rechnen haben; unser Verfahren schliesst den ersteren Fall ohne weiteres ein, während es für den 2. einer leicht zu übersehenden Erweiterung bedürfte.

¹⁾ Der tageszeitliche Wechsel des Temperaturgradienten ist die Ursache der besonders an sonnigen Tagen regelmässig beobachteten Tagesschwankung der terrestrischen Refraktion.

VII. Wir haben nun die analytische Gestalt der Funktion $n(y)$, die im V. Abschnitt die zentrale Rolle spielte, aufzusuchen. Es gilt die vielfach benutzte Beziehung $n(y) - 1 = \mu \rho(y)$; mithin $n' = \mu \rho'$, $n'' = \mu \rho''$ u.s.f. μ ist die Molekularrefraktion für das Luft-Wasserdampfgemisch. Ist μ_1 die Molekularrefraktion für trockene Luft, so bestimmt sich μ zahlenmässig am einfachsten und genau genug aus der recht genähert gültigen Beziehung, dass die Molekularrefraktion des Wasserdampfes um $\frac{1}{8}$ kleiner ist als die der trockenen Luft. Ist also p der Gesamtdruck, π der psychrometrisch zu bestimmende Partialdruck des Wasserdampfes, so nehmen wir $\frac{\pi}{p}$ als konstant an und es ist:

$$\mu = \left(1 - \frac{1}{8} \frac{\pi}{p}\right) \mu_1. \quad (31)$$

Für die Bestimmung von $\rho(y)$ benutzen wir als Grundlage die Gültigkeit des Boyle-Gay-Lussacschen Gesetzes. Das ist, wenn man Kondensation des Wasserdampfes ausschliesst, in dem Zustandsgebiet, das die Atmosphäre darbietet, zulässig.

Sei jetzt R_1 die Gaskonstante für trockene Luft, und berücksichtigt man ferner, dass mit einer hier durchaus genügenden Genauigkeit die spezifische Dichte des Wasserdampfes $= \frac{5}{8}$ von der der trockenen Luft gesetzt werden kann, so findet man die Gaskonstante R für die feuchte Luft zu:

$$R = \frac{R_1}{1 - \frac{5}{8} \frac{\pi}{p}} \quad (32)$$

Damit lautet die bekannte Differentialgleichung für die vertikale Druckverteilung:

$$\frac{dp}{p} = - \frac{ag}{R} \frac{dy}{\vartheta(y)} \quad (33)$$

Hier ist $\vartheta(y)$ die absolute Temperatur in der Höhe y , g die Schwerebeschleunigung, a der Erdradius in m. Daraus durch Integration:

$$p(y) = p_1 \left\{ e^{-\int_{y_1}^y \frac{dy}{\vartheta(y)}} \right\}^{\frac{ag}{R}} \quad (34)$$

p_1 ist der in der Höhe y_1 gemessene Druck.

Wir gehen von dieser allgemein gültigen Formel jetzt über zu konstantem Temperaturgradienten von a^0 pro m. Sei ϑ_1 die in der Höhe y_1 gemessene Temperatur, so geht (34) über in:

$$p(y) = p_1 \left(1 - \frac{\alpha \alpha (y - y_1)}{\vartheta_1}\right)^{\frac{g}{R \cdot \alpha}} \quad (35)$$

Woraus folgt:

$$\rho(y) = \rho_1 \left(1 - \frac{\alpha \alpha (y - y_1)}{\vartheta_1}\right)^{\frac{g}{R \cdot \alpha} - 1} \quad (36)$$

wo
$$\varrho_1 = \frac{p_1}{760} \frac{273}{\vartheta_1} \tag{36a}$$

p_1 und ϑ_1 sind in mm Hg bzw. absolut auszudrücken.

Schreibt man endlich noch zur Abkürzung:

$$\frac{\alpha a}{\vartheta_1} = k; \quad \frac{g}{R \cdot \alpha} - 1 = \gamma, \tag{37}$$

so wird

$$n = 1 + \mu \varrho_1 (1 - k(y - y_1))^\gamma; \quad n' = -\mu \varrho_1 k \gamma (1 - k(y - y_1))^{\gamma-1}$$

$$n'' = \mu \varrho_1 k^2 \gamma (\gamma - 1) (1 - k(y - y_1))^{\gamma-2}; \tag{38}$$

$$n''' = -\mu \varrho_1 k^3 \gamma (\gamma - 1) (\gamma - 2) (1 - k(y - y_1))^{\gamma-3}$$

u. s. f.

Muss man die Hypothese $\alpha = \frac{1}{a} \frac{d\vartheta}{dy} = const$ verlassen, so werden die rechnerischen Schwierigkeiten ziemlich gross, so dass sie für die Praxis selten in Frage kommen können; diese nicht allzu häufigen Fälle muss man nach Möglichkeit vermeiden.

VIII. Damit ist auch die physikalisch-meteorologische Aufgabe erledigt und es bleibt nun nur noch das Verfahren durch ein durchgeführtes Zahlenbeispiel zu erläutern. Ich wähle dafür einen an sich schon recht schwierigen, für die Rechnung aber noch relativ einfachen Fall:

$$y_1 = 0; \quad b = 0; \quad \varrho_2 = 0.01 \text{ (entsprechend einer Horizontalentfernung von etwa 65 km)}$$

$$\vartheta_1 = 273^0; \quad p_1 = 760 \text{ mm}; \quad \alpha = 0^0.006; \quad \pi = 0.$$

Für μ ergeben die grossen Beobachtungsreihen zur Bestimmung der astronomischen Refraktion¹⁾ $\log \mu = 6.46490$. Daraus mit $a = 6365000$ $\log k = 2.14579$.

Als bekannte physikalische Daten entnehme ich $\log g = 0.99167$ (für 45^0 Breite); $\log R = 2.45843$; daraus $\log \gamma = 0.75509$. Damit berechnet sich zunächst (für $y_1 = 0$, $\varrho_1 = 1$, unserer Annahme entsprechend):

$$\log n = 0.00013; \quad \log n' = 9.36578n; \quad \log n'' = 2.07856; \quad \log n''' = 4.65405n;$$

$$\log n^{(IV)} = 7.02765; \quad \log n^{(V)} = 9.01210n.$$

Damit findet man:

$$\log(\bar{n}_1) = 9.36565; \quad \log(\bar{n}_2) = 1.77702\bar{n}; \quad \log(\bar{n}_3) = 3.87415; \quad \log(\bar{n}_4) = 5.6402$$

$$\log p' = 9.36565n; \quad \log p'' = 2.07824; \quad \log p''' = 4.65312n; \quad \log p^{(IV)} = 7.0240$$

Ferner ist $q = 0.76792$.

Damit berechnet sich nach (22), (27), (29), (30):

$$\log g_0 = 9.48034; \quad \log g_1 = -\infty; \quad \log g_2 = 2.12040n; \quad \log g_3 = -\infty; \quad \log g_4 = 4.558$$

$$\log(n_1) = -\infty; \quad \log(n_2) = 9.17931; \quad \log(n_3) = -\infty; \quad \log(n_4) = 1.51957n.$$

¹⁾ Siehe z. B. De Ball, Lehrbuch der sphärischen Astronomie, Leipzig, Engelmann 1912, S. 199 u. ff.

IX. Mit einer Selbstkritik will ich abschliessen. Es wäre natürlich sinnlos, die Reihenentwicklung, selbst wenn es formal zur Förderung der zahlenmässigen Genauigkeit erwünscht erscheinen sollte, zu weit zu führen. Denn die höheren Differentialquotienten von n hängen in steigendem Masse von der stark veränderlichen optischen Feinstruktur der Atmosphäre ab; ihre Bildung auf Grund der vereinfachenden Annahme $\alpha = \text{const}$, die für n selbst und n' noch durchaus zulässig ist, könnte für die höheren Ableitungen bedenklich erscheinen. In vielen Fällen werden in der Tat die hier gegebenen Entwicklungen bereits über das physikalisch erreichbare Genauigkeitsmass hinausführen. Man darf aber andererseits auch nicht zu früh resignieren, denn die Beobachtungserfahrung zeigt, dass auch weit entfernte Objekte, von den schnellen Szintillationsschwankungen abgesehen, bei vernünftigen Beobachtungsverhältnissen eine recht grosse Konstanz der scheinbaren Zenitdistanz zeigen, ein Zeichen dafür, dass die Dichteschichtung physikalisch doch ziemlich gut definiert ist und dass auch ihre Ableitungen, soweit sie noch Einfluss auf das zahlenmässige Ergebnis haben, physikalisch noch einen Sinn haben.

Bemerkung zur Geschichte des Snellschen Problems.

Von Dr. Ing. Erich Liebitzky, Prag.

Die logarithmisch-trigonometrische Lösung dieses Problems mittels des Hilfswinkels ist allgemein als die „Burckhardtsche“ bekannt. Selbst in der neuesten Auflage des Handbuches von Jordan-Reinhertz-Eggert wird Burckhardt (1801) als Urheber dieser besten Lösung angeführt, trotzdem in dem genannten Handbuche 2. Bd. S. 387 unter den verschiedenen Bearbeitern dieser Aufgabe auch Kästner genannt ist, dessen bereits 1790, also 11 Jahre vor Burckhardt, erschienene „Geometrischen Abhandlungen“ die Lösung mittels des Hilfswinkels enthalten. (Mathematische Anfangsgründe I. Teil, III. Abteil., 51. S. 393 u. f.) Also nicht Burckhardt sondern dem Göttinger Professor Abraham Gotthelf Kästner gebührt die Priorität dieser Lösung, von der letzterer selbst a. a. O. S. 409 sagt: „Jezo glaube ich die deutlichste und leichteste Auflöſung gegeben zu haben.“ Anführen möchte ich noch, dass Mollweide in Zachs „Monatlicher Korrespondenz“ Jg. 1813 Bd. 27, S. 566 sagt: „Die geschmeidige Auflöſung von Burckhardt ist keine andere als die Kästnersche.“ Seitdem sind über 100 Jahre vergangen und Mollweides Stimme blieb ungehört. Im Interesse der historischen Wahrheit sollte man also in Hinkunft stets nur von der „Kästnerschen Lösung“ sprechen, umso mehr als es gerade Kästner war, der zuerst darauf hinwies, dass nicht Pothenot sondern Snellius der Vater des Problems auf geodätischem Gebiete ist.

Ein neuer einfacher Entfernungsmesser.

Entworfen vom Reg.-Landmesser **Ständer**, Leutnant d. L.

Nach vielen Vorarbeiten gelang es mir, im Felde einen Entfernungsmesser herzustellen, der beim Vergleich mit dem militärischen Entfernungsmesser 03 kaum zurückstehen dürfte hinsichtlich der zu erzielenden Genauigkeit. Besondere Vorzüge des neu entworfenen Entfernungsmessers sind aber noch seine Einfachheit und Billigkeit.

Der Entfernungsmesser (siehe Fig. 1) besteht aus einem in der Gebrauchsstellung wagrechten Holzwinkel. Der eine Schenkel des Winkels hat an den Enden je einen Visierpunkt *A* bzw. *B* und ist mit Teilungen zum Ablesen der Entfernung versehen.

In der Mitte dieses Schenkels ist rechtwinklig ein zweiter angebracht, der die Visierpunkte *D* und *C* enthält. *D* in bestimmtem Abstände von *AB*. Die Verlängerung von *DC* steht auf *AB* rechtwinklig.

Beim Gebrauch werden in *A*, *B*, *C*, *D* 4 Nadeln eingesteckt. Ausserdem wird noch ein loser Schieber verwendet, der ebenfalls mit einer Nadel an dem auf ihm erkennbaren Punkt zu versehen ist.

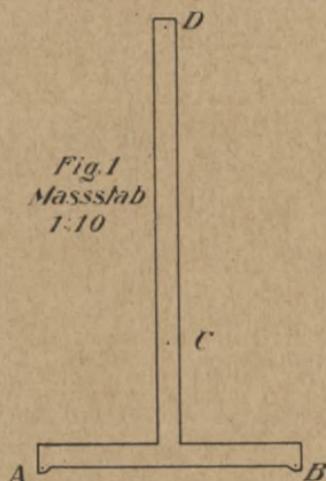


Fig. 1
Massstab
1:10

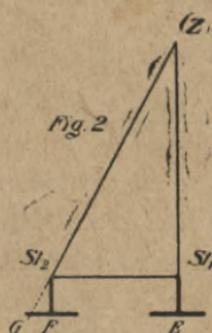


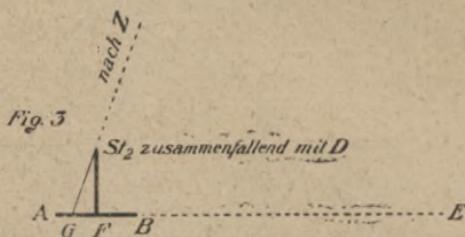
Fig. 2

Der Schenkel *AB* enthält für die Entfernungsbestimmungen Teilungen 1) für die Basis 25 m, 2) für die Basis 50 m, 3) 2 Zentimeterteilungen.

Die Benutzung und damit der Sinn des Entfernungsmessers sei nachstehend erläutert.

Zu ermitteln ist in Fig. 2 die Entfernung $St_1 Z$. Auf ein mit einem Stocke versehenes Brett wird der Holzwinkel (Fig. 1) so gelegt, dass *D* annähernd über St_1 liegt und die Verlängerung von *CD* nach *Z* gerichtet ist. Alsdann steckt man im Gelände den Hilfspunkt *F* durch Visieren über die Nadeln *BA* und Abmessen der Entfernung *EF* gleich 50 bzw. gleich 25 m ab. Der Standpunkt St_1 wird jetzt verlassen, nachdem in *E* ein Markierungspfahl gesteckt ist, hierauf wird der Entfernungsmesser

über F aufgestellt, so dass F in die Linie AB fällt, und es wird AB auf E (Pfahl) eingerichtet (Fig. 3). Verlängert man dann ZD ($= ZSt_2$)



rückwärts bis zum Punkt G der Linie AB , so gibt FG unmittelbar ablesbar die gesuchte Entfernung St_1Z . Die Verlängerung bis G geschieht mit Hilfe der Nadel des auf AB gleitenden Holzschiebers.

Bei dem geschilderten Verfahren liegt die Basis von 50 oder 25 m rechtwinklig zu der zu bestimmenden Entfernungslinie.

Folgende Messungsergebnisse sind mit dem Entfernungsmesser erzielt worden; ausserdem wurden ihre Längen zum Vergleich aus einer Katasterkarte abgegriffen.

Basis 50 m

Ziel	Entfernungsmesser	Katasterkarte	Unterschied
Telegrafentangen	298	302	4
Chausseebaum	760	726	34
Einzelne Tanne	1100	1070	30

Ausser dem geschilderten Verfahren: „Basis rechtwinklig zur Entfernungslinie, Entfernung direkt ablesbar“ bietet der Entfernungsmesser noch die Möglichkeit, auch nach anderen Zielen Entfernungen schnell festzulegen, ohne jedesmal eine besondere rechtwinklig zum Ziele gelegene Basis zu messen. Nur müssen diese Ziele in der Nähe der Richtung des ersten Ziels liegen. Ausser dem Ziel Z_1 seien noch von St_1 die Ziele Z_2 und Z_3 zu bestimmen. Die Basis von 50 m ist rechtwinklig zu Ziel Z_1 gelegt. Wie beim vorigen Verfahren wird auf Standpunkt St_1 die Sicht CD auf Z_1 eingestellt, sodann mit Hilfe des Schiebers Ziel Z_2 über D rückwärts bis zur Linie AB verlängert. Ablesung 66 mm rechts; dasselbe geschieht mit Ziel Z_3 . Ablesung 62 mm links.

Dann wird wie beim vorigen Verfahren Aufstellung über St_2 genommen, AB auf E eingerichtet und die Entfernung nach Ziel Z_1 wie oben durch Rückwärtsverlängerung bis G_1' direkt abgelesen. Die Rückwärtsverlängerungen der übrigen Ziele werden auf der Zentimeterteilung abgelesen nach Ziel Z_2 89 mm rechts, nach Ziel Z_3 32 mm links.

Ministerien heraus und unterstelle sie einer neuzubildenden, den obersten Staatsbehörden gleichzustellenden Zentralvermessungsstelle, der das gesamte Vermessungswesen unter eigener Verantwortung unterstellt, und der auch ein Einfluss auf die Arbeiten der Privatlandmesser eingeräumt wird.“ Dieser Vorschlag hat ausserordentlich viel Verlockendes an sich, und welchem Vermessungsfachmann schlägt nicht das Herz höher bei dem Gedanken an eine zentrale Zusammenfassung der gesamten Berufstätigkeit. Leider stehen aber einer solchen Einrichtung unüberwindliche Schwierigkeiten entgegen. Das Vermessungswesen steht nämlich in den Verwaltungen, in denen es eine Stelle hat, mit dem nicht technischen Dienst in einem untrennbaren Zusammenhang. Beispielsweise wären die Verwaltungen, welche sich mit der planmässigen Durchführung der Landumlegungen befassen, in ihrem Geschäftsbetrieb lahmgelegt, wenn sie mit ihren Vermessungen auf eine ausserhalb der Verwaltung stehende Dienststelle angewiesen wären. Aehnlich liegen die Verhältnisse mit der Eisenbahnverwaltung und anderen Verwaltungen. Es ist auch ein dringendes Erfordernis, dass in allen diesen Verwaltungen Vermessungsbeamte zur Verfügung stehen, welche nicht nur die eigentliche Vermessungstechnik beherrschen, sondern ihre Tätigkeit den besonderen Zwecken ihrer Verwaltung anzupassen verstehen. Wenn so schon eine Zentralisierung des Vermessungswesens in den einzelnen Gliedstaaten undurchführbar erscheint, so stehen noch weit grössere Schwierigkeiten einer Zusammenfassung für das ganze Reich entgegen. Das Vermessungswesen ist mit den Einrichtungen der einzelnen Staaten eng verwachsen, so dass eine Vereinheitlichung nur möglich wäre, wenn die Gliedstaaten in das Reich aufgehen würden. Aus diesen Gründen ist eine Zentralisierung des Vermessungswesens im Sinne der Vorschläge des Herrn Generals der Infanterie von Bertram m. E. nicht möglich. Zweifelhaft muss es auch erscheinen, ob nur innerhalb einer solchen zentralen Organisation sachlich und ökonomisch gearbeitet werden kann, wie in dem Aufsatz weiter angenommen wird. Eine sachliche und wirtschaftliche Höchstleistung dürfte vielmehr gerade durch eine vernünftige Arbeitstrennung gewährleistet sein. Damit soll aber keineswegs behauptet werden, dass der bestehende Zustand nicht verbesserungsbedürftig wäre, ich bin im Gegenteil mit Herrn General der Infanterie von Bertram der Ansicht, dass eine Neuordnung erfolgen muss, wenn nicht grosse Werte an Arbeit und Volksvermögen auf unserm Fachgebiet vergeudet werden sollen. Ich will versuchen, einen Weg anzugeben, auf dem sich eine befriedigende Lösung wohl erreichen liesse.

Die Zeitschrift für Vermessungswesen beginnt ihren Jahrgang 1896 mit einem höchst beachtenswerten Aufsatz unter der Ueberschrift „Deutsche Reichs-Geodäsie.“ Unter näherer Begründung werden dort folgende Vorschläge gemacht:

- I.: Untersuchung und Neuregulierung der deutschen Koordinatensysteme;
- II. und III.: die Herstellung einer einheitlichen Karte des Deutschen Reiches in 1:2500 oder 1:5000 mit Höhenzahlen und Horizontalkurven;
- IV.: Einsetzung einer Kommission zur Vorbereitung eines Vermessungsgesetzes.

Ich bin der Meinung, dass diese Vorschläge zutreffend und klar diejenigen Ziele und Aufgaben bezeichnen, welche Gegenstand einer über das ganze Reich sich erstreckenden Organisation des Vermessungswesens sein müssen und vor allem auch sein können.

Nicht lange nach der Veröffentlichung jenes Aufsatzes, im Jahre 1899, bot sich bei Einführung des Bürgerlichen Gesetzbuches und der Reichs-Grundbuchordnung die Gelegenheit zu einer Neuordnung, welche auf die Inangriffnahme der erwähnten Aufgaben hätte hinführen können. Es lag nämlich durchaus nahe, zugleich mit der Reichs-Grundbuchordnung auch das Grundbuchkataster, ohne welches das Grundbuch ein toter Buchstabe ist und seinen Zweck nicht erfüllen kann, durch Reichsgesetz eine einheitliche Ordnung zu schaffen. Diese Gelegenheit ist leider gründlich verpasst. Das Kataster ist in der ganzen Grundbuchordnung nicht eines Wortes gewürdigt. Man begnügte sich damit, in § 2 der G. B. O. die nichtssagende Bestimmung zu treffen, dass die Bezeichnung der Grundstücke im Grundbuch nach einem amtlichen Verzeichnis zu erfolgen habe, in welchem die Grundstücke mit Nummern oder Buchstaben aufgeführt sind. Eine bittere Enttäuschung bemächtigte sich damals der Berufsgenossen ob dieser geringschätzigen, mit den tatsächlichen Verhältnissen völlig in Widerspruch stehenden Behandlung des Vermessungsfaches, und die Entschliessung des Reichstages bei Verabschiedung der Grundbuchordnung, „die verbündeten Regierungen zu ersuchen, dahin zu wirken, dass bei Neuanlage des Grundbuchs das Verzeichnis auf eine Flurkarte gestützt sein müsse“, war nur ein schwacher Trost. Die herrschende Stimmung fand beredten Ausdruck in dem Vortrag des Obersteuerrats Steppes auf der Hauptversammlung in Darmstadt (veröffentlicht im Jahrgang 1899, Heft 9 d. Z. f. V.). Es ist wohl nicht möglich, die Verhältnisse treffender darzustellen, wie es dort geschehen ist.

Ich bin nun der Meinung, dass das Grundbuchkataster mit seinen Vermessungswerken die Grundlage und das Rückgrat des gesamten staatlichen Vermessungswesens bilden muss, und dass in erster Linie für dieses eine einheitliche Einrichtung anzustreben ist. Zur Durchführung dieses Planes ist vor allem der bisherige § 2 der G. B. O. durch folgende Bestimmung zu ersetzen:

Die im Grundbuche eingetragenen Grundstücke werden nach ihrer Lage, Abgrenzung und Bezeichnung durch ein Grundbuchkataster mit zugehöriger Flurkarte nachgewiesen. Die Bestimmungen über die Einrichtung des Grundbuchkatasters treffen die Landesregierungen, doch hat die Reichsregierung auf tunlichste Zweckmässigkeit und Gleichmässigkeit der Einrichtung hinzuwirken.

Als Beirat der Reichsregierung in Sachen des Grundbuchkatasters und zur Vermittelung des Einvernehmens der Reichsregierung mit den Landesregierungen wird als ständige Einrichtung eine Reichsvermessungsstelle gebildet, zu deren Mitgliedern Vertreter der Reichsregierung und der Landesregierungen berufen werden. Die Anordnungen zur Durchführung dieser Bestimmung trifft die Reichsregierung im Einvernehmen mit den Landesregierungen. Die Kosten werden auf die Reichskasse übernommen.

Die Reichsvermessungsstelle würde auf Grund eingehenden Studiums der in den einzelnen Ländern vorhandenen Einrichtungen Vorschläge zu machen haben für die Schaffung eines tunlichst einheitlichen Grundbuchkatasters in allen Gliedstaaten. Dass dabei eine weitgehende Verwendung der Katastervermessungswerke für die Zwecke der Verwaltung, der Wirtschaft und der Wissenschaft die gebührende Berücksichtigung fände, würde sich von selbst ergeben. Als ständige Einrichtung würde die Reichsvermessungsstelle auch auf die künftige Entwicklung des gesamten Vermessungswesens von ausserordentlichem Einfluss sein, und die Annahme erscheint nicht unberechtigt, dass mit ihrer Unterstützung die oben unter I.—IV. zusammengefassten Ziele eines Reichsvermessungswesens sich verwirklichen liessen, selbstverständlich nicht von heute auf morgen, aber doch im Laufe der Zeit.

Durchaus verfehlt wäre es, das Vermessungswesen für das Reich zu regeln, ohne das Verhältnis des Faches zum Grundbuche vollkommen klar zu stellen. Das Kataster allein kann, wie nochmals wiederholt werden muss, das Grundwerk abgeben für den weiteren Aufbau des Vermessungswesens im Reiche. Eine der ersten Aufgaben des neuen Vereins für Vermessungswesen muss es daher sein, an die Reichsregierung mit dem Antrage auf Aenderung des § 2 der Grundbuchordnung in dem vorhin besprochenen Sinne heranzutreten. Es steht doch wohl zu erwarten, dass für eine solche — man möchte fast sagen: nicht unbeabsichtigte — Unklarheit, wie sie in der Grundbuchordnung hinsichtlich des Verhältnisses zwischen Grundbuch und Kataster besteht, heute kein Sinn mehr vorhanden ist, und dass der heutige Reichstag nicht davor zurückschrecken wird, das, was der Reichstag von 1899 nur in Gestalt einer Entschliessung zum Ausdruck brachte, auch in das Gesetz aufzunehmen.

Zum Schluss noch einige Bemerkungen über das Verhältnis zwischen Zivil- und Militärvermessungswesen.

Bekanntlich hat die Entwicklung es mit sich gebracht, dass in Preussen, zugleich mit der Bearbeitung der topographischen Karten kleineren Massstabes auch die Ausführung der Landestriangulation und des Landesnivellements dem Militär übertragen wurde. Dass die trigonometrische Abteilung der militärischen Landesaufnahme Hervorragendes auf diesem Arbeitsgebiet geleistet hat, ist hinreichend bekannt und soll auch an dieser Stelle ausdrücklich anerkannt werden. Andererseits lässt sich aber nicht verkennen, dass die Uebertragung der Landestriangulation und des Landesnivellements an die militärischen Dienststellen auf die Entwicklung des Zivilvermessungswesens, besonders der Katastervermessung, einen höchst nachteiligen Einfluss ausgeübt hat. Der Grund für diese Erscheinung liegt so klar, dass es nicht nötig erscheint, darauf näher einzugehen. Um das Zivilvermessungswesen, insonderheit die Katastervermessung, aus seiner — man kann wohl sagen: unwürdigen — Lage zu befreien, ist es unerlässlich, dass, entsprechend dem Zustand in den übrigen Gliedstaaten, die Landestriangulation und des Landesnivellements auch in Preussen an die Katasterverwaltung übergehen. Dann, aber nur dann, kann m. E. das Vermessungswesen in Preussen seinen bedeutsamen Aufgaben entsprechend organisiert werden und die ihm zukommende Stellung in der Staatsverwaltung erringen.

Schliesslich bleibt noch die Bearbeitung der topographischen Karten in kleinerem Massstab zu erwähnen. Hier bietet sich durchaus die Möglichkeit einer zentralen Einrichtung für das ganze Reich. Wenn dieses Arbeitsgebiet künftig den militärischen Stellen verbleiben soll, so ergibt sich mit der hürzlich vollzogenen Einrichtung eines Reichsheeres wohl ohne weiteres die Zusammenfassung für das Reich. Andernfalls würde sich auch in der Zivilverwaltung unschwer eine zentrale Reichsstelle dafür einrichten lassen.

Schwerin (M.), den 3. September 1919.

Brumberg,
Ministerialrat.

Mitteilungen aus Mechanikerwerkstätten.

Geodätische Instrumente. Von Adolf Fennel. Heft IV, Hammer-Fennels Tachymeter und Topometer. Nachträge zu Heft I—III. Stuttgart 1918. Verlag von Konrad Wittwer. 80, 48 S. m. 40 Abb. Preis M. 2.50.

Als letzter Teil der Veröffentlichungen über die Instrumente der Fennelschen Werkstätte gibt die vorliegende Schrift eine eingehende Darstellung der Vorgeschichte des Hammer-Fennelschen Tachymeters und des Topometers, sowie eine gründliche Beschreibung ihrer Konstruktion und ihrer Berichtigung. Wenngleich die Instrumente nun bereits in allen Lehrbüchern Eingang gefunden haben, so ist doch die Darstellung des

Verfassers, aus der man zugleich von dem Entwicklungsgang der Hammer-Fennelschen Reduktionsvorrichtung Kenntnis erhält, von grösstem Interesse. Es ist bedauerlich, dass das Hammer-Fennelsche Tachymeter, bei dem die Aufgabe der unmittelbaren Längen- und Höhenbestimmung bis jetzt zweifellos am besten gelöst ist, noch nicht die genügende Verbreitung in der Vermessungspraxis gefunden hat.

Im übrigen enthält das vorliegende vierte Heft eine Reihe von Nachträgen zu den bisher erschienenen Heften, in denen die Neukonstruktionen der Werkstätte behandelt werden. Zu erwähnen ist ein Nivellierinstrument, das durch geringe Grösse sich besonders zur Mitnahme auf Reisen und für den Gebrauch in Gruben eignet. Zu den wichtigsten Neukonstruktionen gehört das Fennelsche Nivellierinstrument mit zweiachsigem Fernrohr, das im Okularauszug in der Bildebene ein zweites Objektiv besitzt. Letzteres wird wirksam, wenn man das Okular in eine Oeffnung des Objektivdeckels einsetzt und nun in entgegengesetzter Richtung durch das Fernrohr blickt. Ein Fadenkreuz ist nicht vorhanden, es sind vielmehr beide Objektive mit Strichkreuzen versehen. Die Ausführung dieser Konstruktion trägt noch der weiteren Forderung Rechnung, dass die beiden Zielachsen des Fernrohrs genau zusammenfallen, wodurch sich eine einfache Prüfung und Berichtigung des Instruments ergibt, wie sie sonst nur bei Instrumenten mit Reiterlibelle oder Wendelibelle bzw. Schwebelibelle möglich ist.

Einzelne weitere Nachträge beziehen sich auf die Theodolite sowie auf die Behandlung, Prüfung und Berichtigung des Fennelschen Orientierungsmagnetometers.

Auch dieses Heft IV, das wie die vorherigen mit schönen Holzschnitten ausgestattet ist, wird jeder, der für den Bau geodätischer Instrumente Interesse hat, mit Befriedigung lesen und es ist zu hoffen, dass der Verfasser auch über weitere Neukonstruktionen seiner Werkstätte in derselben Weise Bericht erstattet.

Die Bussolen des mathematisch-mechanischen Instituts F. W. Breithaupt & Sohn in Cassel. Von Dr.-Ing. h. c. Wilhelm Breithaupt. Cassel 1918. Im Selbstverlage des Breithauptschen Instituts.

Das Heftchen enthält auf 32 Seiten eine Beschreibung der in der Werkstätte von Breithaupt zur Zeit gebräuchlichen Bussolenkonstruktionen. Nach einigen Angaben über die allgemeinen Eigenschaften aller Bussolen und über die magnetische Deklination werden insgesamt acht verschiedene Formen der Bussolen beschrieben und bildlich dargestellt, wie sie für den Gebrauch des Markscheiders, für militärische Aufnahmen, für Reiseaufnahmen und für tachymetrische Arbeiten erforderlich sind. Für letztere Zwecke dienen besonders zwei grössere Instrumente mit Fernrohren von 24- bzw. 18 facher Vergrösserung. Das erstere besitzt einen exzentrisch

liegenden Kompass mit 100 oder 125 mm Nadellänge, einen Höhenkreis mit 1' Nonienangabe und eine Fernrohrlibelle. Aehnlich wie bei dem in Jahrg. 1917 S. 52 d. Z. beschriebenen Breithaupt'schen Tachymetertheodolit wird auch bei dieser Bussole der Höhenkreis in neuerer Zeit mit Stirnteilung zur Vereinfachung der Ablesung versehen. Das zweite Instrument, das im Jahrg. 1909 der Zeitschr. f. Instrumentenkunde, Dezemberheft, beschrieben ist, stellt einen Repetitionstheodolit mit Höhenkreis dar, der auf der Alhidade des Horizontalkreises einen Kompass mit 72 mm Nadellänge trägt.

Der Instrumentenbeschreibung folgt eine eingehende Darstellung der Prüfungs- und Berichtigungsmethoden sowie einige Worte über die Anwendung der Bussole bei Geländeaufnahmen.

Neue Preislisten von Gustav Heyde, Gesellschaft für Optik und Feinmechanik m. b. H., Dresden, Kleiststr. 10.

Universalinstrumente für geographische Ortsbestimmung und Triangulation höherer Ordnung. Sonderliste Nr. 10. Ausg. 1919. 11 S.

Durchgangsinstrumente und Zenitteleskope. Sonderliste Nr. 11. Ausg. 1919. 11 S.

Nivelliere. Sonderliste Nr. 20. Ausg. 1919. 8 S.

Theodolite für Triangulationen niederer Ordnung und Tachymetrie. Sonderliste Nr. 21. Ausg. 1919. 19 S.

Theodolite für Triangulationen höherer Ordnung. Sonderliste Nr. 22. Ausg. 1919. 15 S.

Instrumente für terrestrische Photogrammetrie. Sonderliste Nr. 30. Ausg. 1919. 15 S.

Instrumente für Photogrammetrie aus Luftfahrzeugen. Sonderliste Nr. 32. Ausg. 1919.

Einfache Messgeräte. Sonderliste Nr. 191. Ausg. 1919. 11 S.

Von den mechanischen und optischen Präzisionswerken *Gustav Heyde* in Dresden ging uns ferner eine Schrift zu, die einen interessanten Ueberblick über die Tätigkeit der Werke während der Kriegszeit gewährt und ein Bild gibt, wie unsere feinmechanischen Werkstätten sich auf die Anforderungen des Krieges umgestellt haben. Während vor dem Kriege ausschliesslich geodätische und astronomische Instrumente aus den Werken hervorgingen, wurden sie bereits im Anfange des Jahres 1915 mit der Herstellung von Zündern beauftragt, wodurch eine Vergrößerung der Einrichtungen, die Herstellung von neuen Werkzeug- und Hilfsmaschinen erforderlich wurde. Dieser neue Produktionszweig gewann bald eine derartige Ausdehnung, dass umfangreiche Neubauten errichtet werden mussten.

Der Bau von Messinstrumenten, der auch bei der Umstellung des

Betriebes nicht vernachlässigt war, erfuhr eine erhebliche Erweiterung durch die Entwicklung des Flugwesens und der photogrammetrischen Aufnahmen vom Flugzeug aus. So entstanden neben den schon im Frieden der Werkstätte eigentümlichen Phototheodoliten weitere Instrumente für die Aufnahme und Verwertung von Fliegerbildern, die den besonderen Anforderungen des Krieges angepasst werden mussten.

Als weitere Zweige der Kriegsfabrikation entwickelten sich die Herstellung von Instrumenten für die Fliegerabwehr, von Richtmitteln für die Artillerie, von Ausrüstungsgegenständen für die Messtrupps usw.

Eine grosse Zahl von Abbildungen gibt einen Einblick in die vielen Zweige der Kriegstätigkeit der Werke sowie auch der umfangreichen Wohlfahrtseinrichtungen, Speiseanstalten, Verkaufsstellen von Lebensmitteln, Krankenpflege usw., die von der Firma eingerichtet sind und unter Mitwirkung der Arbeiterschaft verwaltet werden. Eggert.

Bücherschau.

Fünfstellige natürliche Werte der Sinus- und Tangentenfunktionen neuer Teilung für Maschinenrechnen. Bearbeitet von F. Balzer, Ingenieur und H. Dettweiler, Grundbuchgeometer. 100 S. 8°. Stuttgart 1919, Verlag von Konrad Wittwer. Preis geb. 10,55 Mk.

Unter der im Titel genannten „neuen Teilung“ ist, wie sofort bemerkt werden mag, die Zentesimalteilung des Quadranten zu verstehen.

Das Werk ist hervorgegangen aus einer von F. Balzer bearbeiteten und im Jahre 1910 in Zürich herausgegebenen polygonometrischen Tafel, die die natürlichen Werte der Sinusfunktion enthielt. Nachdem diese Tafel seit längerer Zeit vergriffen ist, haben die beiden Verfasser sich zur Herausgabe der nunmehr vollständigen trigonometrischen Tafel entschlossen. Die Werte der trigonometrischen Funktionen sind fünfstellig gegeben bis auf die Werte der Kotangenten, die bei den Winkeln unter 20° zwei- bis vierstellig berechnet sind. Die Anordnung der Tafel ist sehr übersichtlich und ermöglichte auch die Verwendung verhältnismässig grosser Ziffern, was der Benützung des Werkes sehr zu gut kommt. Auch in dieser neuen Form wird die Tafel in erster Linie für polygonometrische Berechnungen in Frage kommen, indessen wird sie auch für die Berechnung von Kleintriangulierungen in vielen Fällen ausreichend sein, so dass dem im übrigen sehr gut ausgestatteten Werk eine möglichst weitgehende Verbreitung zu wünschen ist. Eggert.

Zeitschriftenschau.

L. v. Pfaundler, *Über einen neuen Distanzmesser.* (Sitzungsber. d. Kais. Ak. d. W. in Wien, math.-nat. Klasse Abt. II a, 124. Bd., S. 3—7.)

Das Instrument gehört zu den Entfernungsmessern mit lotrechter Grundlinie beim Beobachter. Es besteht aus einer lotrecht zu stellenden Metallröhre, die am oberen Ende eine beiderseitige, am unteren Ende eine dem Ziel zugewandte Öffnung trägt. Die in die untere Öffnung gelangenden Lichtstrahlen werden durch ein festes Spiegelungsprisma nach oben abgelenkt und durch die obere Öffnung nach nochmaliger Spiegelung an einem mittels einer Messschraube drehbaren Prisma dem Auge zugeführt. Das bewegliche Prisma wird durch die Messschraube derartig eingestellt, dass das durch die obere Öffnung unmittelbar gesehene Ziel mit seinem zweimal gespiegelten Bilde zusammenfällt. Die Ablesung an der Trommel der Messschraube gibt dann sofort die Entfernung des Ziels an. Die lotrechte Stellung der Röhre wird durch eine kleine Libelle erreicht, die in der Röhre angebracht ist, und durch das obere Prisma ebenfalls beobachtet werden kann.

Auf die Röhre ist ferner eine Schmalkaldersche Bussole aufgesetzt, um das Instrument auch für Richtungsmessungen brauchbar zu machen. Die Genauigkeit der Entfernungsmessung ist sehr gering. Verfasser gibt sie für Entfernungen bis 50 m zu $\frac{1}{1000}$, bis 100 m zu $\frac{1}{100}$ an, glaubt aber doch, dass das Instrument zur Aufnahme von Wegen in Wald und Gebirge Verwendung finden kann. *Eggert.*

A. Klingatsch, *Über ein Vierhöhenproblem.* (Sitzungsber. d. Kais. Akad. d. W. in Wien, math.-nat. Kl., Abt. IIa, 125. Bd., S. 1215—1235.)

Verfasser behandelt eine Erweiterung des Zweihöhenproblems der geographischen Ortsbestimmung. Man versteht hierunter bekanntlich die Ermittlung der Polhöhe und der Meridianrichtung eines Ortes aus den gemessenen Zenitdistanzen zweier Sterne und der Zwischenzeit ihrer Beobachtungen oder auch ihres Azimutunterschiedes. Als Vierhöhenproblem wird die gleichzeitige Messung des Zweihöhenproblems in zwei Punkten unter besonderer Anordnung der Beobachtungen bezeichnet. Es soll nämlich ausser den beiden Stationspunkten *A* und *B* noch ein dritter Punkt *C* als Richtungspunkt benützt werden. Während von *A* aus in der Vertikalebene *AC* der Stern S_1 beobachtet wird, wird derselbe Stern gleichzeitig von *B* aus beobachtet. Hierauf erfolgt die Beobachtung des Sterns S_2 von *B* aus in der Vertikalebene *BC* und gleichzeitig von *A* aus. Ausser den beiden Zenitdistanzen wird auf jeder Station der Horizontalwinkel zwischen den beiden Sternen gemessen. Aus diesen 6 Messungsgrössen lassen sich die drei Polhöhen, die drei Meridianrichtungen und die beiden Längenunterschiede berechnen. Ausserdem erhält man auch für den Punkt *C*

den Horizontalwinkel zwischen den beiden Stationspunkten. Durch wiederholte Anwendung dieses Verfahrens unter Zugrundelegung anderer Zielpunkte $C' C''$ usw. werden auch diese Punkte bestimmt. Zu zwei neuen Stationspunkten übergehend lassen sich auch diese nebst einer Reihe von Zielpunkten festlegen, so dass auf diese Weise ein rein astronomisch bestimmtes Dreiecksnetz entsteht. Ausser dieser Dreiecksmessung, für die sowohl das Beobachtungs- als auch das Berechnungsverfahren vollständig entwickelt ist, bespricht Verfasser noch die Anwendung des Vierhöhenproblems auf die Stereophotogrammetrie, bei der als Zielpunkt C das Objektiv einer am Flugzeug oder Luftschiff angebrachten Kamera dienen muss. Irgendwelche zahlenmässigen Anwendungen hat der Verfasser nicht mitgeteilt; man kann deshalb auch über die Zweckmässigkeit seiner Methode kein Urteil abgeben.

Eggert.

Mitteilung der Preussischen Landesaufnahme.

Zu dem im Jahre 1884 herausgegebenen 6. Teil des Druckwerks „Die Kgl. Preuss. Landes-Triangulation, Polar-Koordinaten usw.“ hat die Trigonometrische Abteilung der Landesaufnahme die Deckblätter Nr. 1—70 bearbeitet. Sie sind durch die Buchhandlung Mittler & Sohn, Berlin, Kochstr. 69 zum Preise von 4 Mark zu beziehen. Bei dieser Gelegenheit wird darauf aufmerksam gemacht, dass die Deckblätter zu den anderen Teilen in Bearbeitung sind und nach und nach erscheinen werden.

Hochschulnachrichten.

Der ordentliche Professor an der Technischen Hochschule München, Geheimer Hofrat Dr. S. Finsterwalder hat den Ruf als ordentlicher Professor an der Universität Berlin und Direktor des Geodätischen Instituts in Potsdam endgültig abgelehnt. — Dem Dozenten an der Technischen Hochschule Berlin, Landmesser Dr. H. Wolff ist das Verdienstkreuz für Kriegshilfe verliehen worden.

Vereinsnachrichten.

Die **Gauvereine** des D.V.V. werden aufgefordert, soweit es noch nicht geschehen, mit grösster Beschleunigung ihre **Mitgliederlisten** an den Unterzeichneten einzureichen und eine Erklärung über die **Abgrenzung der Gaue** (nach Ländern, Provinzen, Regierungsbezirken usw.) beizufügen, damit die Zuständigkeiten endgültig klar gestellt werden können. Uebereinandergreifen der Geltungsbezirke der Gauvereine muss unter allen

Umständen ausgeschlossen werden. Der Wohnsitz eines Mitglieds des D.V.V. ist allein bestimmend für die Zugehörigkeit zu einem Gauverein; d. h. jedes Mitglied ist ohne weiteres Angehöriger des Gauvereins, in dessen Bereich es seinen Wohnsitz hat.

Wo Gauvereine noch nicht gebildet sind, wollen die aus den früheren Verhältnissen noch bestehenden Vereinigungen baldigst ihre Bildung vornehmen und die Mitglieder melden.

Die **Zustellung der Zeitschrift für Vermessungswesen** kann **nur an** die namentlich zum D.V.V. angemeldeten Mitglieder geschehen.

Der Vorstand: *Lotz.*

Vereinsangelegenheiten.

Mit Beginn des neuen Jahrganges übernimmt Herr Oberlandmesser Dr. Borgstätte in Dessau, Goethestr. 16, die Geschäfte als Schriftleiter für den wirtschaftlichen Teil der Zeitschrift. Hierauf bezügliche Zuschriften sind von jetzt ab an Herrn Dr. Borgstätte zu richten.

Der Vorstand.

Personalnachrichten.

Preussen. Herr Landmesser Dr. rer. pol. Karl Hackbarth, nebenamtl. Dozent der Verwaltungsakademie in Detmold, der als Geschäftsleiter des D. V. V. in engerer Wahl stand, ist inzwischen als aufklärender Volkswirt an die Technische Nothilfe beim Reichsministerium des Innern berufen worden.

Freistaat Bayern. Vom Staatsministerium der Finanzen wurden vom 1. November 1919 an die Bezirksgeometer: Joseph Kleber, Vorstand des Messungsamtes Velburg, Heinrich Träxler, Vorstand des Messungsamtes Lauterecken und Joseph von Streber, Vorstand des Messungsamtes Landau a. I. zu Obergemeatern an ihren bisherigen Dienstsitzen in etatsmässiger Weise befördert; der mit Wirksamkeit vom 1. Oktober 1919 zum Bezirksgeometer bei dem Messungsamte Lauterecken ernannte geprüfte Geometer Konrad Hofmann in Rosenheim auf sein Ansuchen vom Antritt der ihm verliehenen Dienstesstelle entbunden und bis auf weiteres als geprüfter Geometer bei dem Messungsamte Rosenheim I belassen; vom 1. Dezember 1919 an der Bezirksgeometer Rudolf Heil, Vorstand des Messungsamtes Frankenthal, und der Bezirksgeometer Johann Blamberger, Vorstand des Messungsamtes Kemnath, zu Obergemeatern an ihren bisherigen Amtssitzen in etatsmässiger Weise befördert; auf ihr Ansuchen in etatsmässiger Weise versetzt der Bezirksgeometer Johann Schnappauf in Hersbruck an das Messungsamt Fürstenfeldbruck, der Bezirksgeometer

Otto Löhner in Pirmasens an das Messungsamt Zweibrücken, diese in gleicher Diensteseigenschaft, der Katastergeometer Hugo Frank beim Landesvermessungsamt an das Messungsamt München I unter Ernennung zum Bezirksgeometer; in etatsmässiger Eigenschaft ernannt die geprüften Geometer Johann Kuen, verwendet im Regierungsbezirk Mittelfranken, zum Bezirksgeometer bei dem Messungsamte Mellersdorf, Karl Hörmann, verwendet im Regierungsbezirk Schwaben und Neuburg, zum Bezirksgeometer bei dem Messungsamte Lauterecken, Franz Schuhmann, verwendet im Regierungsbezirk Unterfranken und Aschaffenburg, zum Bezirksgeometer bei dem Messungsamte Pirmasens, Hans Schlag in München zum Katastergeometer beim Landesvermessungsamte, Philipp Orschiedt, verwendet im Regierungsbezirk Pfalz, zum Kreisgeometer bei der Regierung der Pfalz, Kammer der Finanzen. — Das Staatsministerium für Landwirtschaft hat vom 1. Januar 1920 an auf Ansuchen in etatsmässiger Weise den Flurbereinigungsgeometer Karl Leidig der Abteilung des Landesamts für Flurbereinigung für den Regierungsbezirk Unterfranken und Aschaffenburg in Würzburg zum Landesamte in München, den Flurbereinigungsgeometer Hans Völklein des Landesamts in München an die Abteilung des Landesamts in Würzburg, den geprüften Geometer Karl August Hoebe des Landesamts in München an die Abteilung des Landesamts in Würzburg versetzt. — Vom Staatsministerium der Finanzen wurden mit Wirkung vom 1. Januar 1920 auf Ansuchen und auf Grund des Art. 47 Ziff. 1 des Beamtengesetzes unter Anerkennung ihrer Dienstleistung in den dauernden Ruhestand versetzt: der Steuerrat Jakob Rüll in Ludwigshafen, der Obergeometer Andreas Knott in Hemau und der Obergeometer August Schmidt in Kronach; auf ihr Ansuchen in gleicher Diensteseigenschaft in etatsmässiger Weise versetzt: der Kreisgeometer Joseph Bauer in Augsburg an die Regierung von Oberbayern, Kammer der Finanzen, der Bezirksgeometer Hans Zeuch bei dem Messungsamte Ansbach an das Messungsamt Hersbruck; vom gleichen Zeitpunkt an der geprüfte Geometer Hans Wildegger, verwendet im Regierungsbezirke von Schwaben und Neuburg, zum Kreisgeometer der Regierung von Schwaben und Neuburg, Kammer der Finanzen, in etatsmässiger Eigenschaft ernannt.

Inhalt.

Wissenschaftliche Mitteilungen: Deutscher Verein für Vermessungswesen. — Zur Berechnung der terrestrischen Refraktion, von A. v. Brunn. — Bemerkung zur Geschichte des Snellschen Problems, von Liebitzky. — Ein neuer einfacher Entfernungsmesser, von Ständer. — Neuordnung des staatlichen Vermessungswesens, von Brumberg. — Mitteilungen aus Mechanikerwerkstätten, von Eggert. **Bücherschau.** — **Zeitschriftenschau.** — **Mitteilung der preuss. Landesaufnahme.** — **Hochschulnachrichten.** — **Vereinsnachrichten.** — **Vereinsangelegenheiten.** — **Personalmeldungen.**