

ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN

im Auftrag des Deutschen Vereins für Vermessungswesen

herausgegeben von

Dr. Dr.-Ing. E. h. O. Eggert

Professor

Berlin-Dahlem, Ehrenbergstr. 21

und

Dr. O. Borgstätte

Landesvermessungsrat

Bernburg, Moltkestr. 4.

Heft 3.

1932

1. Februar

Band LXI

Der Abdruck von Original-Artikeln ohne vorher eingeholte Erlaubnis der Schriftleitung ist untersagt

Würfelspiel und Fehlergesetz.

Von H. Schmehl, Potsdam.

Das Würfelspiel gab bekanntlich Anlaß zu den ersten Wahrscheinlichkeitstheoretischen Fragen, die die Literatur nachzuweisen vermag. Die Wahrscheinlichkeitsrechnung führte zu der Theorie der Beobachtungsfehler; grundlegend ist das Fehlergesetz. Im Folgenden sollen einige direkte Zusammenhänge zwischen dem Würfelspiel und dem Fehlergesetz dargelegt werden.

1. Grundaufgabe des Würfelspiels. Mittelwertformel.

Würfeldreieck.

Die Grundaufgabe lautet: Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit $w_{i,a}$, mit i Würfeln die Augenzahl a zu werfen?

Lösung. Die Wahrscheinlichkeit $w_{1,a}$, mit einem Würfel eine der Augenzahlen 1, 2, . . . , 6 zu werfen, ist beziehungsweise $\frac{1}{6}, \frac{1}{6}, \dots, \frac{1}{6}$

Hebt man nun den mit Verwendung des Hilfsbuchstabens x gebildeten Ausdruck

$$f(x) = \frac{1}{6}x^1 + \frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{6}x^4 + \frac{1}{6}x^5 + \frac{1}{6}x^6 \quad (1)$$

in die i -te Potenz, so stellt hierin der Koeffizient von x^a nach den Grundsätzen der Wahrscheinlichkeitsrechnung (Additionssatz und Multiplikationssatz) die Wahrscheinlichkeit $w_{i,a}$ dar. D. h. es ist

$$f(x)^i = \frac{1}{6^i} (x^1 + x^2 + \dots + x^6)^i = w_{i,i}x^i + w_{i,i+1}x^{i+1} + \dots + w_{i,6i}x^{6i}. \quad (2)$$

Auf Grund dieser Darstellung läßt sich leicht eine Formel zur Berechnung der Werte $w_{i+1,a}$ aus den Werten $w_{i,a}$ angeben. Nach (2) ist nämlich

$$f(x)^{i+1} = \frac{x^1 + x^2 + \dots + x^6}{6} \cdot f(x)^i$$

d. h.

$$\begin{aligned} & w_{i+1,i+1}x^{i+1} + w_{i+1,i+2}x^{i+2} + \dots + w_{i+1,6(i+1)}x^{6(i+1)} \\ &= \frac{x^1 + x^2 + \dots + x^6}{6} (w_{i,i}x^i + w_{i,i+1}x^{i+1} + \dots + w_{i,6i}x^{6i}), \end{aligned}$$

Tabelle 1. Würfeldreieck.

$i = 1$		$i = 2$		$i = 3$		$i = 4$		$i = 5$		$i = 6$		
a	$w 6^1$	a	$w 6^2$	a	$w 6^3$	a	$w 6^4$	a	$w 6^5$	a	$w 6^6$	
										6)	1	
										7)	6	
										8)	21	
								5)	1	9)	56	
								6)	5	10)	126	
							4)	1	7)	15	11)	252
							5)	4	8)	35	12)	456
							6)	10	9)	70	13)	756
				3)	1		7)	20	10)	126	14)	1161
				4)	3		8)	35	11)	205	15)	1666
				5)	6		9)	56	12)	305	16)	2247
		2)	1	6)	10		10)	80	13)	420	17)	2856
		3)	2	7)	15		11)	104	14)	540	18)	3431
		4)	3	8)	21		12)	125	15)	651	19)	3906
1)	1	5)	4	9)	25		13)	140	16)	735	20)	4221
2)	1	6)	5	10)	27		14)	146	17)	780	21)	4332
3)	1	7)	6	11)	27		15)	140	18)	780	22)	4221
4)	1	8)	5	12)	25		16)	125	19)	735	23)	3906
5)	1	9)	4	13)	21		17)	104	20)	651	24)	3431
6)	1	10)	3	14)	15		18)	80	21)	540	25)	2856
		11)	2	15)	10		19)	56	22)	420	26)	2247
		12)	1	16)	6		20)	35	23)	305	27)	1666
				17)	3		21)	20	24)	205	28)	1161
				18)	1		22)	10	25)	126	29)	756
							23)	4	26)	70	30)	456
							24)	1	27)	35	31)	252
									28)	15	32)	126
									29)	5	33)	56
									30)	1	34)	21
											35)	6
											36)	1
	6	36		216		1296		7776		46656		
	= 6 ¹	= 6 ²		= 6 ³		= 6 ⁴		= 6 ⁵		= 6 ⁶		

Die Tabelle ist hinsichtlich ihrer Gestalt und ihrer Bildung dem bekannten Pascalschen Dreieck der Binomialkoeffizienten analog und soll deshalb „Würfeldreieck“ genannt werden.

woraus unmittelbar die Beziehung

$$w_{i+1,a} = \frac{w_{i,a-6} + w_{i,a-5} + \dots + w_{i,a-1}}{6} \quad (3)$$

folgt, der wir den Namen „Mittelwertformel“ geben wollen. Erforderlichenfalls ist in (3) sinngemäß zu setzen

$$w_{i,a} = 0 \text{ für } a < i \text{ und } a > 6i. \quad (4)$$

Mit Hilfe dieser Mittelwertformel läßt sich leicht eine Tabelle für die Wahrscheinlichkeiten $w_{i,a}$ berechnen. Für die Werte $i = 1$ bis 6 lassen wir eine Tabelle folgen, in der hinter den Augenzahlen a die zugehörigen Werte $w_{i,a} \cdot 6^i$ angegeben sind. Jede Tafelzahl Z der $(i+1)$ -ten Spalte ($i > 0$) ist nach (3) gleich der Summe von 6 aufeinanderfolgenden, zu Z symmetrisch liegenden Tafelzahlen der i -ten Spalte. (Entsprechend (4) denke man sich nötigenfalls Nullen hinzugefügt.) Z. B. ist in Spalte 3 und 4:

$$15 + 21 + 25 + 27 + 27 + 25 = 140,$$

d. h. die Wahrscheinlichkeit, mit 4 Würfeln 13 Augen zu werfen, ist $140 : 6^4 = 140 : 1296 = 0,10802$.

2. Rekursionsformel für die Wahrscheinlichkeiten $w_{i,a}$.

Wir leiten jetzt eine Beziehung ab, die gestattet, $w_{i,a}$ aus (höchstens) 5 vorangehenden Werten $w_{i,a-1}, w_{i,a-2}, \dots, w_{i,a-5}$ zu ermitteln.

Wir wenden folgenden Kunstgriff an. Durch logarithmische Differentiation der Gleichung (2) nach x ergibt sich

$$\frac{\sum_{k=1}^6 i k x^{k-1}}{\sum_{k=1}^6 x^k} = \frac{\sum_{a=i}^{6i} a w_{i,a} x^{a-1}}{\sum_{a=i}^{6i} w_{i,a} x^a}$$

d. h. es wird

$$\sum_{a=i}^{6i} a w_{i,a} x^a \sum_{k=1}^6 x^{k-1} - \sum_{a=i}^{6i} w_{i,a} x^a \sum_{k=1}^6 i k x^{k-1} = 0$$

oder unter Beachtung von (4)

$$\sum_{a=i}^{6i} \left\{ \sum_{k=1}^6 (a+1-k-i k) w_{i,a+1-k} \right\} x^a = 0;$$

da x von den Werten $w_{i,a}$ unabhängig ist, so müssen in dieser Gleichung sämtliche Koeffizienten der Potenzen von x identisch verschwinden. D. h. es ist für alle Augenzahlen a

$$\sum_{k=1}^6 (a+1-(i+1)k) w_{i,a+1-k} = 0 \quad (5)$$

(Rekursionsformel).

Falls für eine bestimmte Würfelanzahl i nur ein Wert $w_{i,a}$ bekannt ist, so können mit Hilfe der Rekursionsformel (5) alle übrigen Werte $w_{i,a}$ berechnet werden. Aus (2) folgt aber unmittelbar

$$w_{i,i} = \frac{1}{6^i}, \quad (6)$$

welcher Wert als Ausgangswert zur vollständigen Berechnung aller Werte $w_{i,a}$ genommen werden kann.

Beispiele.

1. Gegeben: $w_{3,5} = 6:6^3$, $w_{3,6} = 10:6^3$, $w_{3,7} = 15:6^3$,
 $w_{3,8} = 21:6^3$, $w_{3,9} = 25:6^3$.

Gesucht: $w_{3,10}$.

Nach (5) ist
$$\sum_{k=1}^6 (11 - 4k) w_{3,11-k} = 0$$

d. h.
$$7 w_{3,10} = -3 w_{3,9} + 1 w_{3,8} + 5 w_{3,7} + 9 w_{3,6} + 13 w_{3,5}$$

$$= \frac{-75 + 21 + 75 + 90 + 78}{6^3} = \frac{189}{216},$$

mithin
$$w_{3,10} = \frac{27}{216} = \frac{1}{8} = 0,12500.$$

2. Gegeben: $w_{6,6} = 1:6^6$, $w_{6,7} = 6:6^6$,

Gesucht: $w_{6,8}$.

Nach (5) ist
$$\sum_{k=1}^6 (9 - 7k) w_{6,9-k} = 0$$

d. h.
$$2 w_{6,8} = 5 w_{6,7} + 12 w_{6,6}$$

$$= \frac{30 + 12}{6^6} = \frac{42}{46656},$$

mithin
$$w_{6,8} = \frac{21}{46656} = \frac{7}{15552} = 0,00045.$$

3. Explizite Formel für die Wahrscheinlichkeiten $w_{i,a}$.

Die Aufgabe, einen expliziten Ausdruck für die Wahrscheinlichkeiten $w_{i,a}$ zu finden, ist ein Sonderfall des Moivre'schen Problems; ihre Lösung ist daher in der Lösung dieser Aufgabe enthalten.

Wenn beachtet wird, daß Formel (5) für $a = i$ nichts besagt, so erkennt man, daß (5) und (6) ein System von insgesamt $(5i + 1)$ linearen Gleichungen für die $(5i + 1)$ Unbekannten $w_{i,a}$ darstellen. Eine explizite Darstellung der einzelnen $w_{i,a}$ ist also mittels Determinanten sofort anzugeben. Die Auswertung dieser Determinanten ist wohl durchführbar, doch ist die Rechnung langwierig. Einfacher gelangt man mittels der von A. d e M o i v r e angegebenen Lösung zum Ziel.

Nach (1) ist
$$f(x)^i = \frac{1}{6^i} \left(\sum_{=1}^6 x \right)^i;$$

die hierin auftretende Summe stellt eine geometrische Reihe dar. Wegen

$$\sum_{l=1}^6 x^l = \frac{x^7 - x}{x - 1}$$

ist

$$f(x)^i = \left(\frac{x}{6} \right)^i (1 - x^6)^i (1 - x)^{-i}.$$

Entwickelt man nach dem binomischen Satz, so folgt für den Faktor von x^a

$$w_{i,a} = \frac{1}{6^i} \sum_{k=0}^p (-1)^k \binom{i}{k} \binom{a-6k-1}{i-1}, \quad (7)$$

worin p die größte ganze Zahl ist, die der Bedingung

$$p \leq \frac{a-i}{6}$$

genügt. Da $a \leq 6i$, so ist $p \leq 5i/6$, d. h. $p < i$; die Summe in (7) besteht daher aus höchstens i Summanden.

Beispiel.

$$\begin{aligned} w_{5,18} &= \frac{1}{6^5} \left\{ \binom{17}{4} - \binom{5}{1} \binom{11}{4} + \binom{5}{2} \binom{5}{4} \right\} \\ &= \frac{1}{6^5} \{ 2380 - 5 \cdot 330 + 10 \cdot 5 \} = \frac{780}{7776} = 0,10031. \end{aligned}$$

4. Graphische Darstellung der Werte $w_{i,a}$.

Wir tragen die Werte $w_{i,a}$ graphisch auf für $i = 1, 2, 3, 4, 5$ und 6 und verbinden je zwei Punkte $w_{i,a}$ und $w_{i,a+1}$ geradlinig. Die Punkte mit den Ordinaten $w_{i,i}$ und $w_{i,6i}$ verbinden wir mit den Abszissenpunkten $a = i-1$ bzw. $a = 6i+1$. Letzteres ist, wenn auch $w_{i,i-1} = w_{i,6i+1} = 0$, eine gewisse Willkür, die indessen als behoben an-

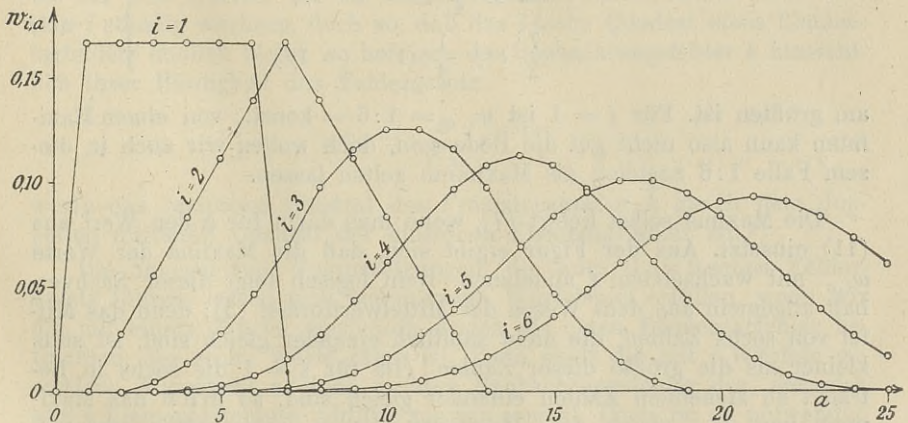


Fig. 1. Wahrscheinlichkeiten $w_{i,a}$, mit i Würfeln a Augen zu werfen.

gesehen werden mag, wenn wir fordern, daß diese Abszissenpunkte derart gewählt werden sollen, daß jeder von einem Polygonzuge und der a -Achse gebildete Flächeninhalt gleich der Flächeneinheit ist; diese ist dem Produkt aus den beiden Koordinateneinheiten gleich.

Der in Frage stehende Flächeninhalt J (s. Figur 1) ist aber, wenn man sich die Fläche in rechtwinklige Trapeze zerlegt denkt,

$$J = \sum_{a=i-1}^{6i} \frac{w_{i,a} + w_{i,a+1}}{2} = \sum_{a=i}^{6i} w_{i,a}. \quad (8)$$

Wegen

$$\sum_{a=i}^{6i} w_{i,a} = 1 \quad (9)$$

ist J von i unabhängig.

Aus der graphischen Darstellung kann man z. B. ablesen, daß die Wahrscheinlichkeit, mit 2 Würfeln 7 Augen zu werfen, ebenso groß ist wie die Wahrscheinlichkeit, mit 1 Würfel 6 Augen zu werfen. Weiterhin ist z. B. die Wahrscheinlichkeit, 14 Augen zu werfen, bei einem Spiel mit 3 Würfeln ebenso groß wie bei einem Spiel mit 5 Würfeln.

Von besonderer Bedeutung sind aber die Maxima der Werte $w_{i,a}$. Da für i Würfel die kleinste Augenzahl i , die größte $6i$ ist, so ist die Anzahl der verschiedenen Augenzahlen a gleich $5i+1$, und das arithmetische Mittel a_m der Augenzahlen a

$$a_m = \frac{i + (i+1) + \dots + 6i}{5i+1} = \frac{7}{2} i \quad (10)$$

Ist nun i eine gerade Zahl, so nimmt $w_{i,a}$ für $a = a_m$ das Maximum an. Ist i ungerade, so nimmt $w_{i,a}$ sein Maximum zweimal an und zwar für diejenigen beiden Augenzahlen a , die die gebrochene Zahl a_m unmittelbar einschließen. Zusammengefaßt ergibt sich also, daß $w_{i,a}$ für

$$\left. \begin{aligned} a &= a_m \pm \frac{1}{4} (1 - (-1)^i) \\ &= \frac{7}{2} i \pm \frac{1}{4} (1 - (-1)^i) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

am größten ist. Für $i = 1$ ist $w_{1,a} = 1:6 = \text{konst.}$; von einem Maximum kann also nicht gut die Rede sein, doch wollen wir auch in diesem Falle 1:6 zugleich als Maximum gelten lassen.

Die Maxima selbst liefert (7), wenn man darin für a den Wert aus (11) einsetzt. Aus der Figur ergibt sich, daß die Maxima der Werte $w_{i,a}$ mit wachsendem i abnehmen. Rein logisch folgt dieser Sachverhalt allgemein aus dem Wesen der Mittelwertformel (3); denn das Mittel von sechs Zahlen, die nicht sämtlich einander gleich sind, ist stets kleiner als die größte dieser Zahlen. (Da für $i = 1$ die sechs in Betracht zu ziehenden Zahlen einander gleich sind, so muß das Maximum von $w_{i,a}$ gleich dem Maximum von $w_{1,a}$ sein.) Wir erkennen demnach, daß

$$\lim_{i \rightarrow \infty} (\text{Max. } w_{i,a}) = 0 \quad (12)$$

und hieraus, daß allgemein

$$\lim_{i \rightarrow \infty} w_{i,a} = 0 \quad (13)$$

Die Gleichungen (9) und (13) geben ein Beispiel für die bekannte Regel, daß der Grenzwert einer Summe von unendlich vielen Summanden nicht mit der Summe der Grenzwerte der einzelnen Summanden übereinzustimmen braucht.

5. Die Wahrscheinlichkeiten $w_{i,a}$ für große Werte i . Grenzübergang $i \rightarrow \infty$; Gaußsches Fehlergesetz.

Zur Berechnung einzelner Werte $w_{i,a}$ dient die Formel (7). Praktisch kann man diese nur verwenden, wenn die Zahl i nicht zu groß ist. Schon für $i = 12$ ist die Rechnung ziemlich mühsam; für $i = 100$ dürfte die Berechnung physisch unmöglich sein. Wie bestimmt man nun für große Werte i die Wahrscheinlichkeiten $w_{i,a}$?

Die Form der Polygonzüge in Fig. 1 für $i = 3, 4$ usw. läßt bereits vermuten, daß ein Zusammenhang mit dem Gaußschen Fehlergesetz vorhanden sein wird. Wenn wir nun i größer und größer wählen, so werden die Polygonzüge flacher und flacher, um schließlich für $i = \infty$ in eine Gerade überzugehen. Wenn wir indessen die Polygonzüge vor dem Grenzübergang in geeigneter Weise äquivalent (flächentreu) transformieren, so liefert der Grenzübergang eine stetige und stetig differenzierbare Kurve: das Fehlergesetz. — Wie ist diese Transformation auszuführen? Das ist hier die Hauptfrage.

Um sie zu beantworten, sei an die Ableitung des Gaußschen Fehlergesetzes aus der Hypothese der Elementarfehler erinnert. Man denke sich wahre Beobachtungsfehler ε als Summe einer großen Zahl i von Elementarfehlern entstanden, die beziehungsweise n_1, n_2, \dots, n_i verschiedene Werte annehmen können. Um die Rechnung zu vereinfachen, sei vorausgesetzt, daß für jeden der i Elementarfehler das Mittel aus den Werten, die er annehmen kann, verschwinde. Läßt man nun i ständig wachsen, doch so, daß das i -fache Quadrat eines Elementarfehlers endlich bleibt, so befolgen die Beobachtungsfehler ε hinsichtlich ihrer Häufigkeit das Fehlergesetz

$$\varphi(\varepsilon) = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2 \varepsilon^2}, \quad (14)$$

worin das reziproke Quadrat des Präzisionsmaßes h gleich dem doppelten mittleren Quadrat der einzelnen Elementarfehler ist.¹⁾

Die angegebenen Voraussetzungen, die zum Gaußschen Fehlergesetz führen, lassen sich bei unserem Würfelspiel erfüllen, wenn wir die mit einem Würfel werfbaren Augen als einen Elementarfehler betrachten, der sechs Werte fähig ist. Dann stellt die mit i Würfeln geworfene Augenzahl a einen wahren Beobachtungsfehler dar, der sich aus i Elementarfehlern additiv zusammensetzt. Doch ist es notwendig, zuvor die Numerierung der Würfelflächen etwas abzuändern. Zudem wird es sich von Vorteil erweisen, wenn wir die Untersuchung etwas allgemeiner durchführen, als es erforderlich zu sein scheinen mag.

Wir wollen nämlich unter einem „Würfel“ einen Körper verstehen, der r Flächen ($r > 1$) besitzt; jede dieser Flächen soll gleich wahrscheinlich zu werfen sein. Die r Flächen des Würfels seien numeriert mit

$$(1 - m) \Delta, (2 - m) \Delta, (3 - m) \Delta, \dots, (r - m) \Delta; \quad (15)$$

m wählen wir so, daß die Summe der Werte in (15) verschwindet, d. h.

¹⁾ M. W. Crofton, On the proof of the law of errors of observations. London Philos. Trans. 160, 175, 1870. — E. Czuber, Wahrscheinlichkeitsrechnung, 1, 251, 1908.

es muß

$$2m = r + 1 \quad (16)$$

sein. Δ sei ein kleiner noch zu bestimmender Faktor.

Bei einem Wurf mit i derartigen Würfeln entstehe die Summe ε von i Werten aus der Reihe (15), d. h. es ist

$$\varepsilon = (a - a_m) \Delta, \quad (17)$$

worin

$$a_m = mi = \frac{r+1}{2} i \quad (18)$$

ist. Diese „Fehler“ ε befolgen hinsichtlich ihrer Häufigkeit das Gaußsche Fehlergesetz (14), wenn nach obigem i über alle Grenzen wächst, doch gleichzeitig Δ in der Weise abnimmt, daß $i \cdot \Delta^2$ endlich bleibt; das Präzisionsmaß h ist dann bestimmt durch

$$\frac{1}{h^2} = 2 \sum_{k=1}^r \frac{(k-m)^2 \Delta^2}{r} i. \quad (19)$$

Nach arithmetischen Regeln ist aber mit Beachtung von (16)

$$\sum_{k=1}^r (k-m)^2 = \frac{1}{2} \binom{r+1}{3}, \quad (20)$$

infolgedessen wird

$$\frac{1}{h^2} = \frac{(r^2-1) \Delta^2}{6} i$$

und

$$h = \frac{1}{\Delta} \sqrt{\frac{6}{(r^2-1) i}}. \quad (21)$$

Diese wichtige grundlegende Formel wollen wir noch auf einem zweiten Wege ableiten, indem wir den „mittleren Fehler“ μ der wahren Fehler ε benutzen. Bezeichnen wir die Wahrscheinlichkeit, mit i r -flächigen Würfeln (deren Flächen in der durch (15) angegebenen Weise numeriert sind) die Summe

$$\varepsilon = (a - a_m) \Delta$$

zu werfen, mit $w_{i,a}^{(r)}$, so ist der Beziehung (2) entsprechend

$$\frac{1}{r^i} \left(\sum_{k=1}^r x^{(k-m)\Delta} \right)^i = \sum_{a=i}^{ri} w_{i,a}^{(r)} x^{(a-a_m)\Delta}; \quad (22)$$

das Quadrat des „mittleren Fehlers“ μ der „wahren Fehler“ ε ist also mit Beachtung von (17)

$$\mu^2 = \sum_{a=i}^{ri} w_{i,a}^{(r)} (a - a_m)^2 \Delta^2; \quad (23)$$

woraus sich die Werte $w_{i,a}^{(r)}$ mit Hilfe von (22) eliminieren lassen. Differenziert man nämlich (22) zweimal nach Δ und setzt dann Δ gleich Null, so folgt

$$\frac{i}{r} \sum_{k=1}^r (k-m)^2 = \sum_{a=i}^{ri} w_{i,a}^{(r)} (a - a_m)^2,$$

mithin wird

$$\mu^2 = \frac{i}{r} \sum_{k=1}^r (k-m)^2 \Delta^2. \quad (24)$$

Wegen

$$h^2 = \frac{1}{2\mu^2} \quad (25)$$

folgt aber hieraus die Gleichung (19) und daher auch die Beziehung (21).

Wir wollen uns weiterhin nur mit dem Sonderfall

$$r = 6$$

befassen, der das Spiel mit i gewöhnlichen Würfeln betrifft. Für $r = 6$ folgt aus (21)

$$h = \frac{1}{\Delta} \sqrt{\frac{6}{35i}}. \quad (26)$$

Transformieren wir also für einen festen gegebenen Wert des Präzisionsmaßes h die Polygonzüge in Fig. 1 äquivalent (flächentreu) in der Weise, daß wir die Abszissen mit

$$\Delta = \frac{1}{h} \sqrt{\frac{6}{35i}} \quad (27)$$

und die Ordinaten mit $1:\Delta$ multiplizieren, so konvergieren die Polygonzüge gegen das Fehlergesetz, d. h.

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \frac{w_{i,a}}{\Delta} = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2 \varepsilon^2}, \quad (28)$$

worin ε aus (17) zu berechnen ist. Aber auch für endliche Werte i gilt in guter Näherung die Beziehung

$$\frac{w_{i,a}}{\Delta} = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2 \varepsilon^2} \quad (29)$$

und zwar um so besser, je größer i ist.

6. Verstärkung der Konvergenz der Annäherungen an das Fehlergesetz durch Verbesserung der Formel (21) für das Präzisionsmaß h .

Für kleine Werte i kann man die Formel für das Präzisionsmaß h noch verbessern. F. R. Helmert²⁾ hat die relativen Häufigkeiten der aus 6 Elementarfehlern (die nur zwei Werte $+\delta$ und $-\delta$ annehmen können) zusammengesetzten Fehler mit dem Gaußschen Fehlergesetz verglichen; die Übereinstimmung ist leidlich gut. Helmert gibt an, daß man durch eine kleine Änderung des Präzisionsmaßes h den Anschluß noch verbessern könnte, teilt aber weder eine derartige Änderung mit, noch gibt er einen Weg an, wie man eine solche Verbesserung des Präzisionsmaßes h finden könnte.

Es bieten sich indessen verschiedene Wege zur Lösung dieser Aufgabe. Als Ansatz zur Definition und zur Berechnung des besten Wertes von h , Δ oder $h \cdot \Delta$ ist die der Methode der kleinsten Quadrate entsprechende Bedingung

²⁾ F. R. Helmert, Die Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate. 2. Aufl. 1907. S. 15.

$$\sum_{a=i}^6 \left(\frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2 (a - a_m)^2 \Delta^2} - \frac{w_{i,a}}{\Delta} \right)^2 = \text{Minimum}, \quad (30)$$

naheliegend. Die Rechnung ist indessen ziemlich umständlich und müßte für jeden Wert i neu ausgeführt werden. — Ein ähnlicher Weg ist folgender. Man verlange, daß für einen gegebenen Wert i die Beziehung gilt:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} (\varphi(x) - g(x))^2 dx = \text{Minimum}, \quad (31)$$

worin $\varphi(x)$ das Fehlergesetz und $g(x)$ die Ordinaten des äquivalent transformierten Polygonzuges bedeuten; d. h.

$$\varphi(x) = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2 x^2}$$

und

$$g(x) = - \frac{w_{i,a} - w_{i,a+1}}{\Delta} \cdot \frac{x}{\Delta} + \frac{w_{i,a} - w_{i,a+1}}{\Delta} (a - a_m) + \frac{w_{i,a}}{\Delta}$$

für $(a - a_m) \Delta \leq x \leq (a + 1 - a_m) \Delta$.

Wir lösen diese Aufgabe für $h = 1$, $i = 2$. Gefragt ist nach dem Bestwert für Δ . Diese Aufgabe entspricht dem Spiel mit zwei Würfeln. Sie ist insofern fehlertheoretisch von besonderer Bedeutung, als sie fordert, das Fehlergesetz durch einen Polygonzug von nebenstehender Form möglichst gut anzugleichen. Wir bemerken noch, daß diese Aufgabe nicht zu dem Typus bekannter Minimumaufgaben ähnlicher Art gehört, die mit Hilfe von Kugelfunktionen leicht gelöst werden können. Der Grund liegt darin, daß die

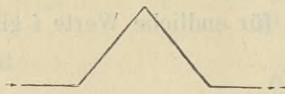


Fig. 2.

Abszissen der Polygonpunkte (die Integrationsgrenzen) von der gesuchten Größe Δ abhängig sind.

Setzen wir

$$6 \Delta = u,$$

so ist u zu bestimmen aus

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-x^2} - g(x) \right)^2 dx = \text{Minimum},$$

worin

$$g(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x \leq -u \\ \frac{1}{u^2} x + \frac{1}{u} & -u \leq x \leq 0 \\ -\frac{1}{u^2} x + \frac{1}{u} & 0 \leq x \leq +u \\ 0 & +u \leq x. \end{cases}$$

Wir erhalten

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{\pi} e^{-2x^2} dx + \frac{1}{u^2} \cdot \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^u (x-u) e^{-x^2} dx + \frac{1}{u^4} \int_0^u (x-u)^2 dx = \text{Minimum};$$

die Ableitung dieser Funktion nach u muß verschwinden, d. h. es muß sein

$$u \cdot \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^u e^{-x^2} dx - \frac{2}{\sqrt{\pi}} (1 - e^{-u^2}) - \frac{u}{3} = 0.$$

Setzt man in gebräuchlicher Weise

$$\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^u e^{-x^2} dx = \Phi(u)$$

und die erste Ableitung von $\Phi(u)$ nach u gleich $\Phi(u)_1$, so wird

$$u \cdot \Phi(u) + \Phi(u)_1 - \Phi(0)_1 - \frac{u}{3} = 0.$$

Mit Hilfe der Tafeln³⁾ für die Funktionen $\Phi(u)$ und $\Phi(u)_1$ berechnet man hieraus

$$u = 1,624$$

d. h. es wird

$$\Delta = 0,2707. \quad (32)$$

Dieser Wert ist etwas kleiner als der nach Formel (26) bestimmte Wert; für $h = 1$, $i = 2$ folgt nämlich aus (26):

$$\Delta = 0,2928.$$

Entsprechend der hier für $i = 2$ durchgeführten Rechnung ließen sich die „verbesserten“ Δ -Werte auch für $i = 3, 4$ usw. bestimmen, doch wird die Rechnung für diese Werte i ziemlich langwierig.

Auf folgendem Wege gelangt man leicht zu einer für beliebige Werte i gültigen besseren Formel für das Präzisionsmaß h . Schreiben wir für gerade Werte i die Maxima der Wahrscheinlichkeiten $w_{i,\alpha}$ auf, so müssen sie, wenn man sie mit den zugehörigen Faktoren $1:h \Delta$ multipliziert, nach den vorangehenden Darlegungen mit steigendem i gegen den Grenzwert $1:\sqrt{\pi}$ konvergieren. Dieser Grenzwert muß nach zugleich der Durchschnittswert unendlich vieler Einzelwerte sein. Betrachtet man die Abweichungen δ dieses Durchschnittswertes von den Einzelwerten, so erkennt man, daß sie in großer Näherung den Zahlen i umgekehrt proportional sind; der Proportionalitäts-

Tabelle 2.

i	w_{i,α_m}	$1:h \Delta$	$w_{i,\alpha_m} : h \Delta$	δ	$i \delta$
2	$6 : 6^2 = 0,166667$	3,41565	0,5693	-0,0051	(-0,010)
4	$146 : 6^4 = 0,112654$	4,8346	0,5442	+0,0200	+0,080
6	$4332 : 6^6 = 0,092850$	5,91608	0,5493	+0,0149	+0,089
8	$135954 : 6^8 = 0,080944$	6,83130	0,5530	+0,0112	+0,090
10	$4395456 : 6^{10} = 0,072693$	7,63763	0,5552	+0,0090	+0,090
12	$144840476 : 6^{12} = 0,66539$	8,36660	0,5567	+0,0075	+0,090
∞	0,00000	∞	0,5642	+0,0000	+0,090

³⁾ s. z. B. E. C z u b e r, Wahrscheinlichkeitsrechnung 1, 384, 388, 392. 1908.

faktor ist etwa 0,09 (s. Tabelle 2), abgesehen von den ersten beiden Zahlenwerten. Den Sachverhalt, daß die Werte $i\delta$ konstant sind, benutzen wir zur Verbesserung der Formel für das Präzisionsmaß h . Für die streng geltende Beziehung

$$w_{i,a_m} : h\Delta + \delta = \frac{1}{\sqrt{\pi}}$$

können wir schreiben

$$\frac{w_{i,a_m}}{h\Delta} \left(1 + \frac{\delta h\Delta}{w_{i,a_m}}\right) = \frac{1}{\sqrt{\pi}}$$

oder angenähert

$$w_{i,a_m} \sqrt{\frac{35}{6}} \cdot \sqrt{i + \frac{2i\delta}{w_{i,a_m} : h\Delta}} = \frac{1}{\sqrt{\pi}}$$

Zähler und Nenner des Ausdrucks

$$\frac{2i\delta}{w_{i,a_m} : h\Delta}$$

sind aber in großer Näherung konstant und zwar ist im Mittel (Tab. 2)

$$\frac{2i\delta}{w_{i,a_m} : h\Delta} = 0,318.$$

Als praktischen Gebrauchswert verwenden wir hierfür 1:3. Das verbesserte Präzisionsmaß H befolgt mithin die Formel

$$H = \frac{1}{\Delta} \sqrt{\frac{6}{35 \left(i + \frac{1}{3}\right)}} \quad (33)$$

Für $H = 1$, $i = 2$ folgt aus (33)

$$\Delta = 0,2711$$

Tabelle 3.

i	$h\Delta$	$H\Delta$	$(h-H)\Delta$
1	0,4140	0,3586	0,0554
2	0,2928	0,2711	0,0217
3	0,2390	0,2268	0,0122
4	0,2070	0,1989	0,0081
5	0,1852	0,1793	0,0059
6	0,1690	0,1645	0,0045
7	0,1565	0,1529	0,0036
8	0,1464	0,1434	0,0030
9	0,1380	0,1355	0,0025
10	0,1309	0,1288	0,0021

in sehr guter Übereinstimmung mit dem Wert (32); die Formel (33) gilt also auch für den Fall $i = 2$, der oben eine Ausnahme machte. In einer Tabelle geben wir die Werte der Präzisionsmaße h und H für i gleich 1 bis 10. Wie aus (26) und (33) hervorgeht, wird die Differenz $h-H$ mit steigendem i immer kleiner; ferner ist

$$\lim \frac{h}{H} = \lim \sqrt{1 + \frac{1}{3i}} = 1. \quad (34)$$

7. Praktische Lösung der Würfelaufgabe mittels des Fehlergesetzes.

Unsere Ausführungen haben ergeben, daß in großer Näherung die Beziehung gilt

$$w_{i,a} = \frac{H}{\sqrt{\pi}} e^{-H^2 \varepsilon^2}, \quad (35)$$

worin

$$H = \frac{1}{\Delta} \sqrt{\frac{6}{35 \left(i + \frac{1}{3}\right)}} \quad \text{und} \quad \varepsilon = (a - a_m) \Delta, \quad a_m = \frac{7}{2} i;$$

mithin ist

$$w_{i,a} = \frac{H \Delta}{\sqrt{\pi}} e^{-H^2 \Delta^2 (a - a_m)^2} \quad (36)$$

oder

$$w_{i,a} = \frac{18}{(105i + 35)\pi} e^{-\frac{18}{105i + 35} \left(a - \frac{7}{2}i\right)^2}. \quad (37)$$

Diese Formel gilt um so besser, je größer i ist. Aber auch für kleine Werte i gibt sie bereits gute Näherungswerte.

Beispiel.

Die Wahrscheinlichkeiten $w_{3,a}$ sind mittels des Fehlergesetzes nach (37) zu berechnen.

Nach (37) ist

$$w_{3,a} = \frac{3}{\sqrt{175\pi}} e^{-\frac{9}{175} \left(a - \frac{21}{2}\right)^2}$$

$$\text{oder } 6^3 w_{3,a} = 27,64 e^{-0,05143 (a - 10,5)^2}.$$

Die hiernach für $a = 3$ bis 18 berechneten Werte $w_{3,a}$ vergleichen wir mit den exakten Werten $w_{3,a}$ (s. Tabelle 1).

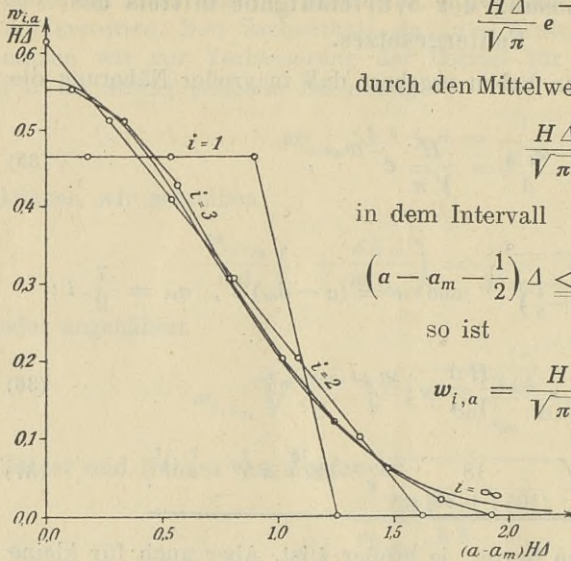
Die Übereinstimmung muß in Anbetracht des kleinen Wertes $i = 3$ als recht gut bezeichnet werden. — Für $i = 1, 2, 3$ haben wir die äquivalent transformierten Polygonzüge der Fig. 1 zusammen mit dem Fehlergesetz ($i = \infty$) in Fig. 3 wiedergegeben. Die transformierten Polygonzüge $i = 4, 5$ usw. kommen dem Fehlergesetz noch weit näher. Aus Gründen der Übersichtlichkeit haben wir sie in Fig. 3 nicht eingetragen. —

Zur Lösung von Aufgaben folgender

Art: „Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit $w_{i,a_1}^{a_2}$, mit i Würfeln eine Augenzahl zwischen a_1 und a_2 (die Grenzen einbegriffen) zu werfen?“ gehen wir so

vor. Ersetzen wir

a	$6^3 \cdot w_{3,a}$	
	n. Fehlerges.	exakt
3 ; 18	1,5	1
4 ; 17	3,2	3
5 ; 16	5,8	6
6 ; 15	9,8	10
7 ; 14	14,8	15
8 ; 13	20,1	21
9 ; 12	24,6	25
10 ; 11	27,3	27



$$\frac{H \Delta}{\sqrt{\pi}} e^{-H^2 (a - a_m)^2 \Delta^2}$$

durch den Mittelwert der stetigen Funktion

$$\frac{H \Delta}{\sqrt{\pi}} e^{-H^2 \varepsilon^2}$$

in dem Intervall

$$\left(a - a_m - \frac{1}{2}\right) \Delta \leq \varepsilon \leq \left(a - a_m + \frac{1}{2}\right) \Delta,$$

so ist

$$w_{i,a} = \frac{H}{\sqrt{\pi}} \int_{\left(a - a_m - \frac{1}{2}\right) \Delta}^{\left(a - a_m + \frac{1}{2}\right) \Delta} e^{-H^2 \varepsilon^2} d\varepsilon \quad (38)$$

Fig. 3. Reduzierte Wahrscheinlichkeiten $w_{i,a} : H \Delta$.

oder

$$w_{i,a} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{H\left(a - a_m - \frac{1}{2}\right)\Delta}^{H\left(a - a_m + \frac{1}{2}\right)\Delta} e^{-t^2} dt, \quad (39)$$

d. h. es ist mit Verwendung des Fehlerintegrals

$$\Phi(u) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^u e^{-t^2} dt \quad (40)$$

in großer Näherung

$$2w_{i,a} = \Phi\left(\left(a - \frac{7i-1}{2}\right)H\Delta\right) - \Phi\left(\left(a - \frac{7i+1}{2}\right)H\Delta\right) \quad (41)$$

und daher

$$2w_{i,a_1} = \Phi\left(\left(a_2 - \frac{7i-1}{2}\right)H\Delta\right) - \Phi\left(\left(a_1 - \frac{7i+1}{2}\right)H\Delta\right) \quad (42)$$

Beispiel.

Die mit drei Würfeln werfbaren Augen mögen in zwei Gruppen geteilt werden:

Gruppe I: $a = 3, 4, 5, 6, 15, 16, 17, 18$;

Gruppe II: $a = 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14$.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, 1.) eine Augenzahl aus der Gruppe I, 2.) eine Augenzahl aus der Gruppe II zu werfen?

Wegen

$$w_{3,a} = w_{3,21-a}$$

ist nach (42)

$$w_I = w_{3,3}^6 + w_{3,15}^{18} = 2 w_{3,15}^{18} = \Phi((18-10)H\Delta) - \Phi((15-11)H\Delta),$$

d. h.

$$w_I = \Phi(8H\Delta) - \Phi(4H\Delta).$$

$$w_{II} = w_{3,7}^{14} = 2 w_{3,11}^{14} = \Phi((14-10)H\Delta) - \Phi((11-11)H\Delta),$$

d. h.

$$w_{II} = \Phi(4H\Delta).$$

$$H\Delta = 0,2268$$

$$4H\Delta = 0,9072 \quad \Phi(0,9072) = 0,8005$$

$$8H\Delta = 1,8144 \quad \Phi(1,8144) = 0,9897$$

$$w_I = 0,1892$$

$$w_{II} = 0,8005$$

$$w_{II} : w_I = 4,23.$$

d. h. es ist mehr als vier mal so wahrscheinlich, eine Zahl aus der zweiten Gruppe als eine Zahl aus der ersten Gruppe zu werfen. Eine exakte Rechnung würde (s. Tabelle 1) den Relativwert 4,4 ergeben.

Für größere Zahlen i wird die exakte Lösung derartiger Aufgaben recht langwierig, während die Lösung mit Hilfe des Fehlergesetzes sehr einfach ist und um so genauere Werte liefert, je größer die Zahl i ist.

Schmehl.

Uebereinanderlegen von Dreiecksnetzen.

Von Prof. Dr. Schumann, Wien.

Im Heft 24 des 59. Jahrganges dieser Zeitschrift*) hat Herr Martin erneut auf das Helmert'sche Verfahren**) zum Uebereinanderlegen von Dreiecksnetzen aufmerksam gemacht, es auch für einen weiteren Anwendungskreis empfohlen. Gewisse bei diesem Verfahren auftretende, immer wiederkehrende Verbindungen der Koordinaten-Differenzen weisen darauf hin, dass vektorische Behandlung angebracht ist.

Der Bezugspunkt des älteren, bleibenden Netzes sei S , der des neuen, anzupassenden S' ; die Koordinaten und -Differenzen sind bekannt.

Die „identen“ Netzpunkte seien durch Vektoren festgelegt, beispielsweise

- 1) Punkt P durch $\mathfrak{R}_i = R_i$, $\bar{\mathfrak{R}}_i$, $i = 1, 2, \dots, n$;
Punkt P' durch $\mathfrak{R}'_i = R'_i \cdot \bar{\mathfrak{R}}'_i$,

die neuen Punkte sollen den alten durch gemeinsame Streckung um das $(1 + \mu)$ -fache, Drehung um den Winkel δ und Parallel-Verschiebung um $\bar{s} = s \cdot \bar{s}$ „so nahe als möglich“ gebracht werden. Bei nur einem Vektor

*) S. 903: Neubestimmung von Dreieckspunkten unter Aufrechterhaltung der bisherigen geographischen Orientierung; 1930 Dezember.

**) Die Europäische Längengradmessung in 52° Breite. I. Heft, S. 47; Berlin 1893.

könnte (Deckung erreicht werden;) für $n > 1$ verbleiben Abstände in gewissen Richtungen. Entsprechend dem Streben der Beobachter, „so genau als möglich“ zu messen, soll als plausibler, mathematischer Ausdruck jenes Wunsches genommen werden die Forderung: „Die skalare Quadratsumme der verbleibenden Rest-Vektoren v_i soll ein Minimum werden in Bezug auf μ , δ und \bar{s} “.

Da zwei unabhängige Messungen vorliegen und da die zwei Bezugspunkte im allgemeinen nicht zusammen fallen, so besteht zunächst zwischen den beiden Punktlagen P und P' ein Unterschied $r_i = r_i \cdot \mathfrak{R}_i$, gegeben nach Grösse und Richtung. Durch Streckung und Drehung allein gehe P' über in P'' ; durch die Streckung allein wird:

$$2) \quad (1 + \mu) \cdot R_i' = R_i'' \quad \text{oder} \quad R_i'' - R_i' = d R_i' = \mu \cdot R_i'.$$

Die Aenderung des vorderen Endes infolge der Drehung ist senkrecht zum Vektor gerichtet, diese zugeordnete Richtung wird nach Grassmann sr. dargestellt durch den Ergänzungs-Vektor \mathfrak{R}_i' ; also wird:

3) $\mathfrak{R}_i' = R_i' \cdot \bar{\mathfrak{R}}_i'$; sein Azimut ist um 90° grösser als das von \mathfrak{R}_i' . Durch Variation des Ausdruckes in 1) entsteht:

$$4) \quad d \mathfrak{R}_i' = d R_i' \cdot \bar{\mathfrak{R}}_i' + R_i' \cdot d \bar{\mathfrak{R}}_i'.$$

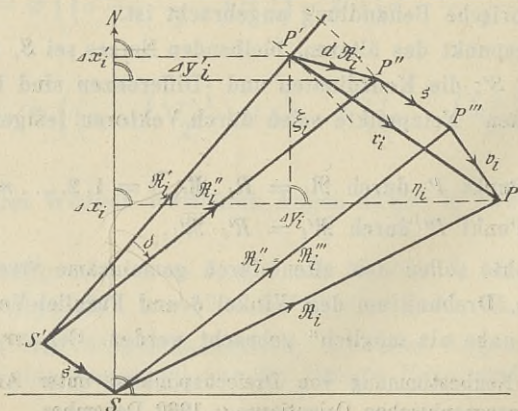
Aus der Aenderung $d \bar{\mathfrak{R}}_i'$ des Einheits-Vektors $\bar{\mathfrak{R}}_i'$ infolge der Drehung um den gemeinsamen $\Delta \delta$ folgt eine Bewegung seines vorderen Endes um den Betrag $1 \cdot \text{arc } \delta$; da sie senkrecht zu $\bar{\mathfrak{R}}_i'$ erfolgt, so wird:

$$5) \quad d \bar{\mathfrak{R}}_i' = \delta \cdot \bar{\mathfrak{R}}_i'.$$

Infolge von Streckung und Drehung entsteht somit als Aenderung:

$$6) \quad d \mathfrak{R}_i' = \mu \cdot R_i' \cdot \bar{\mathfrak{R}}_i' + \delta \cdot R_i' \cdot \bar{\mathfrak{R}}_i'.$$

Durch die Parallel-Verschiebung um \bar{s} gehe P'' über in P''' ; insgesamt wird gemäss der Figur



$$7) \quad v_i = + r_i - d R_i' - \bar{s} = + r_i - \mu \cdot R_i' - \delta \cdot \bar{\mathfrak{R}}_i' - \bar{s} \\ = + r_i \cdot \bar{r}_i - \mu \cdot R_i' \cdot \bar{\mathfrak{R}}_i' - \delta \cdot R_i' \cdot \bar{\mathfrak{R}}_i' - s \cdot \bar{s}.$$

Das Aufstellen der Minimum-Bedingung macht Sonderzeichen für vektorische Multiplikationen erwünscht; da für sie noch keine befriedigende Uebereinkunft getroffen wurde, seien sie hier durch Hohlklammern*) gekennzeichnet, wobei die beiden Faktoren durch stärkeren Beistrich getrennt erscheinen. Dann unterliegen die v der Forderung:

$$8) \quad [(\underline{v}_i, v_i)] = \text{Minimum in Bezug auf } \mu, \delta, \bar{s}.$$

Die Variationen dieser skalaren Quadratsumme nach den beiden Zahlen μ und δ sowie nach dem Vektor \bar{s} müssen verschwinden; die danach folgenden**) Normalgleichungen lauten:

$$9) \quad \left[\left(\frac{\partial v}{\partial \mu}, v \right) \right] = 0, \quad \left[\left(\frac{\partial v}{\partial \delta}, v \right) \right] = 0, \quad \frac{\partial [(\underline{v}, v)]}{\partial \bar{s}} = -2 \cdot [v] = 0.$$

Die weitere Rechnung ergibt:

$$10) \quad \begin{aligned} [(\underline{+} \mathcal{R}'_i, + r_i - \mu \cdot \mathcal{R}'_i - \delta \cdot |\mathcal{R}'_i - \bar{s})] &= 0, \\ [(\underline{+} |\mathcal{R}'_i, + r_i - \mu \cdot \mathcal{R}'_i - \delta \cdot |\mathcal{R}'_i - \bar{s})] &= 0, \\ [+ r] - \mu \cdot [|\mathcal{R}'_i] - \delta \cdot [|\mathcal{R}'_i - \bar{s}] &= 0. \end{aligned}$$

Zweckmässigerweise wird, wie bei Herrn Martin, jedes Netz auf seinen Schwerpunkt bezogen, dann ist:

$$11) \quad [|\mathcal{R}'_i] = 0, [|\mathcal{R}] = 0; [(\underline{|\mathcal{R}}, \bar{s})] = (|\mathcal{R}], \bar{s}) = 0 \text{ u. s. w.}$$

Damit ergeben sich aus 10) als Lösungen:

$$12) \quad \mu = \frac{[(\underline{|\mathcal{R}'_i}, r)]}{[(\underline{|\mathcal{R}'_i}, |\mathcal{R}'_i)]}, \quad \delta = \frac{[(\underline{|\mathcal{R}'_i}, r)]}{[(\underline{|\mathcal{R}'_i}, |\mathcal{R}'_i)]}, \quad \bar{s} = \frac{[r]}{n}.$$

Die verbleibenden v können dann nach 7) berechnet werden.

Zu Proben mögen die folgenden Gleichungen dienen. Durch skalare Multiplikation mit $n \cdot \bar{s}$ ergeben sich aus der letzten Gleichung 12), sowie aus 7) und 9) die Beziehungen:

$$13) \quad \begin{aligned} (n \cdot \bar{s}, \bar{s}) &= ([r], \bar{s}) = ([r, \bar{s}]); \\ [(\underline{v}, \bar{s})] &= ([v], \bar{s}) = 0. \end{aligned}$$

Multipliziert man die Normalgleichung für μ in 10) mit $-\mu$, addiert und subtrahiert zum ersten Faktor des so entstehenden, skalaren Produktes die 3 Glieder: $+ r_i - \delta \cdot |\mathcal{R}'_i - \bar{s}$, so entsteht die Quadratsummen-Probe:

$$14) \quad [(\underline{v}, v)] = [(\underline{+} r_i - \delta \cdot |\mathcal{R}'_i - \bar{s}, v_i)].$$

Die auf gleiche Weise aus der Normalgleichung für δ folgende Probe:

$$[(\underline{v}, v)] = [(\underline{+} r_i - \mu \cdot \mathcal{R}_i - \bar{s}, v_i)]$$

führt zur selben Endgleichung, nämlich:

$$15) \quad [(\underline{v}, v)] = [v v] = [r^2] - (\mu^2 + \delta^2) \cdot [(R')^2] - n \cdot s^2.$$

Die ebenfalls aus 7) folgende Probe $[(\underline{v}, |v)] = 0$ ist erfüllt; vier von den 16 Gliedern sind gleich null, die übrigen tilgen sich paarweise. —

*) Hohlklammern nehmen sich besser aus und schreiben sich mit Tinte wie mit Blei leichter als die im Jahrgang 1926 dieser Zeitschrift S. 614 u. f. aus-hilfsweise eingeführten fetten Klammern.

**) Siehe hierüber ebenda S. 615.

Hiermit ist der vektorische Ausgleich nebst Proben beendet. Die vektorische Theorie benötigt die einfachere Gruppe: Strecke und Richtung, die Praxis gebraucht: Strecke und Winkel; da die geodätische Praxis hier nicht einzelne Richtungen, sondern nur Winkel misst, so muss noch die Verbindung mit diesen hergestellt werden. Dies geschieht mittels vektorischer Multiplikationen, die Vervielfältigung und Projektion miteinander zu verquicken. Da ferner in der Praxis an Stelle von Polar-Koordinaten meistens rechtwinklige Koordinaten angewendet werden, so wird es insbesondere zum Vergleich mit den Helmert'schen und den Martin'schen Lösungen nötig, die letztgenannten einzuführen.

Es bedeute:

$$16) \quad \bar{r} = x \cdot \bar{x}$$

eine geodätische Abszisse, bezogen auf die Nordrichtung vermitteltest \bar{x} ; somit legt $|\bar{x}$ ein um 90° grösseres Azimut fest und eine geodätische Ordinate hat die Form: $\bar{y} = y \cdot |\bar{x}$. Man kann also mit der Nordrichtung allein auskommen. Die Zahlen x und y sind gleichbedeutend mit den Kartesischen Koordinaten.

Zur numerischen Bestimmung der Komponenten eines Vektors spaltet man seine Vektor-Gleichung in zwei Zahlen-Gleichungen, und zwar erst durch Multiplikation mit einem Vektor, sodann mit dessen Ergänzungsvektor. So ergeben sich die Martin'schen ξ, η, dx, dy durch Multiplikation (links) mit \bar{x} , sodann mit $|\bar{x} = \bar{y}$ folgendermassen:

$$17) \quad ((\bar{x}, r)) = r \cdot \cos(\bar{x} r) = \xi, \quad ((\bar{y}, r)) = ((|\bar{x}, r)) = r \cdot \sin(\bar{x} r) = y,$$

$$((\bar{x}, \bar{s})) = s \cdot \cos(\bar{y} \bar{s}) = dx, \quad ((\bar{y}, \bar{s})) = ((|\bar{x}, \bar{s})) = s \cdot \sin(\bar{x} \bar{s}) = dy.$$

Auf gleiche Weise werden aus 7) die Komponenten von v erhalten:

$$((\bar{x}, v)) = v_{x_i} = + \xi_i - \mu \cdot R'_i \cdot \cos(\bar{x}_i R'_i) + \delta \cdot R'_i \cdot \sin(\bar{x}_i R'_i) - dx$$

$$18) \quad = + \xi_i - \mu \cdot \Delta x'_i \quad + \delta \cdot \Delta y'_i \quad - dx,$$

$$((|\bar{x}, v)) = v_{y_i} = + \eta_i - \mu \cdot \Delta y'_i \quad - \delta \cdot \Delta x'_i \quad - dy.$$

Hier erscheinen, im Gegensatze zu den Martin'schen Formeln 3) und 4), als Koeffizienten von μ und δ die $\Delta x'$ und $\Delta y'$ anstelle von Δx und Δy ; die daraus folgenden Unterschiede dürfen vernachlässigt werden.

Zur Ueberführung der polaren Produkt-Summen in den Ausdrücken 12) für μ und δ dient die Winkel-Beziehung:

$$19) \quad \sphericalangle(R'r) = \sphericalangle(\bar{x} r) - \sphericalangle(\bar{x} R')$$

die Winkel zwischen den Vektoren erscheinen somit einfach als Azimut-Differenzen.

Für die Quadratsumme der v ergibt sich:

$$20) \quad [((v, v))] = [v_x^2 + v_y^2] \\ = [\xi^2 + \eta^2] - (\mu^2 + \delta^2) \cdot [(\Delta x')^2 + (\Delta y')^2] - \frac{[\xi]^2 + [\eta]^2}{n},$$

übereinstimmend mit 15), sowie mit der Martin'schen Probe (a. a. O. S. 910), wenn man sie mit Hilfe der dortigen Lösungen 9) bis 12) vereinfacht.

Ueber Planbeschwerden in Umlegungssachen und ihre Behandlung.

Von Vermessungsrat **Thie**-Aachen.

Die Anzahl der Planbeschwerden in Umlegungssachen hat nach allgemeiner Erfahrung in der Nachkriegszeit außerordentlich zugenommen. Die Gründe dafür sind m. E. folgende:

1. Die Mitwirkung der gemeinschaftlichen Bevollmächtigten (Deputierten) am Planfeststellungsbeschluß des Kulturamtsvorstehers gibt einzelnen Beteiligten die Möglichkeit, jede Gelegenheit zur Erlangung von Vergünstigungen auszuschöpfen, wodurch andere Beteiligte gegebenenfalls geschädigt werden.

2. Die Beteiligten haben bei benachbarten Umlegungssachen die Erfahrung gemacht, daß dem Unzufriedenen meist noch eine kleine Verbesserung seiner Abfindung oder eine Barentschädigung zugestanden wird.

3. Umlegungssachen mit gleichmäßigem Boden sind, weil sie leichter im Hinblick auf schnelle, reibungslose Durchführung und geringe Kosten provoziert werden konnten, so ziemlich abgeschlossen, während die bisher möglichst zurückgehaltenen schwierigeren Sachen heutzutage mehr überwiegen.

4. Der Wunsch nach möglichst starker Zusammenlegung findet in vorliegenden, gegen früher schwierigeren Verhältnissen (z. B. bei starkem Klassenwechsel, Baugelände) seine gewisse Grenze, die aber allzuleicht überschritten zu werden pflegt. Hierdurch entstehen leicht größere Ungleichmäßigkeiten in den Vorteilen, die die Umlegung für die einzelnen Beteiligten bringt, und damit Neid und Mißgunst unter ihnen.

5. Die Beschwerdeführer wissen, daß die Erhebung von Beschwerden ihnen zunächst keine Kosten verursacht und daß selbst nach erfolgter Kostenverwarnung die Kosten meist noch niedergeschlagen werden, wenn sie nach langen Verhandlungen endlich ihre wenig berechtigte Beschwerde zurückziehen. Die Folge davon ist, daß zahlreiche kleinliche, wenig begründete Beschwerden erhoben werden.

Die nach der Planvorlage alsbald einsetzende Behandlung der Beschwerden durch Kulturamtsvorsteher und Sachlandmesser, teilweise auch unter Zuziehung der gemeinschaftlichen Bevollmächtigten, setzt sich das Ziel, die Beschwerden zunächst durch Verhandlungen zu beheben und ihre Anzahl gegebenenfalls auch durch kleine Vergünstigungen, die man den Beschwerdeführern zugesteht, um sie zur Zurückziehung der Beschwerden zu veranlassen, herabzumindern. Als Vergünstigungen kommen dabei hauptsächlich in Frage: gänzliche oder teilweise Niederschlagung der Umlegungskosten, Erlaß des Bargeldausgleichs bei erfolgter Mehrabfindung, größere oder kleinere Kulturkostenentschädigungen in Geld, Überlassung von Bodenmaterial zur Verbesserung der Ackerkrume und Einebnung der Pläne aus dem beim Wegebau gewonnenen Boden, Dränung nasser Planstellen, kostenlose Anlegung von Brücken, Durchlässen, Rampen, kostenlose Sondierungen der Pläne für spätere Erbteilungen. Erst nachdem es sich herausge-

stellt hat, daß mit solchen Mitteln nicht überall durchzukommen ist, nachdem auch durch Besichtigung von Parzellen und Plänen die Berechtigung mancher Beschwerde sich ergeben hat, wird der Versuch gemacht, die Beschwerden durch Umlegung in einer Anzahl von Blöcken zu beheben und demgemäß nach einem vorsichtig aufzustellenden Entwurf einen Plannachtrag aufzustellen und den davon betroffenen Beteiligten vorzulegen. Trotz aller Vorsicht ist aber allzuoft die verdrießliche Folge, daß statt eines Beschwerdeführers, zwei und mehr entstanden sind, ja daß der alte verbleibt, indem er vielleicht einen Punkt seiner Beschwerde für erledigt hält, dafür aber andere Punkte noch nicht als behoben ansieht oder gar ganz neue Punkte vorbringt. Im ganzen wird aber durch den Plannachtrag die Anzahl der Beschwerden herabgemindert worden sein. Die verbliebenen Beschwerden samt den neu entstandenen werden nunmehr neu gesichtet und durchgeprüft und durch einen weiteren Plannachtrag zu beheben versucht. Meist aber verbleiben immer noch einige, die dann nach erfolgter Kostenverwarnung der Beschwerdeführer durch Planfeststellungsbeschluß und Abweisung in der I. Instanz (Kulturamtsvorsteher mit oder auch ohne Mitwirkung der gemeinschaftlichen Bevollmächtigten) erledigt werden. Sofern sich die Beschwerdeführer nicht beruhigen, stehen ihnen noch 2 Instanzen offen: die Spruchkammer beim Landeskulturamt und das Oberlandeskulturamt zu Berlin.

Schon für die Verhandlungen des Kulturamtsvorstehers und des Sachlandmessers mit den Beschwerdeführern, ganz besonders aber mit den gemeinschaftlichen Bevollmächtigten, sind gewisse Unterlagen notwendig, um sich über die Berechtigung oder Nichtberechtigung der vorgebrachten Beschwerden klar zu werden:

1. Eine Gegenüberstellung des alten und neuen Besitzes für jeden Beschwerdeführer, insofern durch die Art seiner Beschwerde die Gesamtabfindung angefochten erscheint. Diese sogenannte Klassenzusammenstellung muß die Unterschiede zwischen der Forderung, d. h. den alten Besitz abzüglich des Wegebeitrags, und der Abfindung, d. h. den neuen Besitz nach dem Auseinandersetzungsplan, nach Fläche und Wert in jeder Klasse deutlich erkennen lassen.

2. Eine Entfernungsberechnung, sofern eine Entfernungsverletzung vermutet wird. Als Grundlage für diese Berechnung dient nicht das alte, sondern das dem neuen Bestande zu Grunde liegende Wegenetz, sowohl für den alten wie neuen Besitz. Als Ausgangspunkt gilt der Wirtschaftshof des Beschwerdeführers; ist kein bestimmter Wirtschaftshof vorhanden, weil der Beschwerdeführer verpachtet, so ist als Ausgangspunkt der Mittelpunkt der nächstgelegenen Ortslage zu nehmen, ein Einzelhof wohl nur dann, wenn aus dem Planwunsch hervorgeht, daß an diesen Hof wie bisher verpachtet werden soll. Als Endpunkt gilt der Mittelpunkt der Parzelle oder des Plans, wobei die kürzeste Entfernung von ihm bis zum nächsten fahrbaren Wege in die Rechnung als Teil des Gesamtweges eingeführt wird. Sind $a_1, a_2, a_3 \dots$

die einzelnen Parzellenflächen, $A_1, A_2, A_3 \dots$ deren Schätzungswerte, $b_1, b_2, b_3 \dots$ die neuen Planflächen, $B_1, B_2, B_3 \dots$ deren Schätzungswerte und $a_1, a_2, a_3 \dots$, bzw. $\beta_1, \beta_2, \beta_3 \dots$ die zugehörigen Entfernungen vom Wirtschaftshof (Wirtschaftszentrum) bis zum Mittelpunkt (Schwerpunkt) der Parzellen bzw. Pläne, so lassen sich die mittleren Entfernungen für den alten Besitz, bzw. neuen Bestand nach folgenden Formeln berechnen:

$$\alpha_x = \frac{[a_i \cdot a_i]}{[a_i]} \quad \text{oder} \quad \alpha_y = \frac{[A_i \cdot a_i]}{[A_i]}$$

$$\beta_x = \frac{[b_i \cdot \beta_i]}{[b_i]} \quad \text{oder} \quad \beta_y = \frac{[B_i \cdot \beta_i]}{[B_i]}$$

Dann stellt

$$\text{bzw.} \quad \left. \begin{array}{l} \alpha_x - \beta_x = \gamma_x \\ \alpha_y - \beta_y = \gamma_y \end{array} \right\} \quad \text{den Entfernungsgewinn dar,}$$

der durch die Umlegung flächengemäß, bzw. wertgemäß erzielt worden ist. Bei negativem γ_x , bzw. γ_y handelt es sich um Entfernungsverluste. Entfernungsverluste von 10% gelten bei größerem Besitz noch als tragbar, wenn sonst die Abfindung den wirtschaftlichen Belangen in Größe und Form der Abfindungsstücke, wie durch gute Lagen und dem Altbesitz entsprechende Klassen gerecht geworden ist. Der Berechnung γ_y wird neuerdings der Vorzug gegeben.

3. Eine Karte, die den alten und neuen Besitz, den Wirtschaftshof, die Wege, die zu den Parzellen und zu den Plänen führen, die Einschätzung und die Gefällprozente, soweit beides zur Beurteilung nötig erscheint, nachweisen muß.

Während zu 2. und 3. nichts weiter ausgeführt zu werden braucht, möchte ich doch zu 1. mich ausführlicher auslassen, weil ich der Meinung bin, daß — wenigstens für die I. Instanz — bei den vorliegenden oft sehr zahlreichen Beschwerden eine Vereinfachung eintreten könnte, die nur zeitersparend wirken kann.

Für die Aufstellung der rechnerischen, tabellarischen Klassengegenüberstellung werden die üblichen Formulare für Besitzstandsrolle und Plannachweisung verwendet. Vertikalspalten mit den Nebenspalten für ha, a, qm dienen zur Aufnahme der Flächen für die einzelnen Klassen der verschiedenen Kulturarten Acker, Wiese usw., denen je die Summe in einer besonderen Vertikalspalte vorhergeht; vor der Spalte „Sa Acker“ befindet sich die Spalte „Im Ganzen“ für alle Flächen der vorkommenden Kulturarten. Unter den schwarz geschriebenen Flächenzahlen stehen in Rot die Mark- und Pfennigwerte gemäß dem Einschätzungsklassentarif. — Ein vollständiges Zahlenbeispiel mit Ausfüllung aller Klassenspalten zu geben, erübrigt sich. Dagegen soll das Schema gegeben werden für den Fall, daß ein Besitz auch wegebeitragsfreie Parzellen enthält.

Klassengegenüberstellung	Im Ganzen			Sa Acker			II
	ha	a	qm	ha	a	qm	ha
A. Alter Besitz.							
Ord. Nr. 388							[Anschließend die weiteren notwendigen Vertikalspalten für Klassen pp.]
„ „ 543							
„ „ 547							
usw. (soweit wirtschaftlich zusammengehörig)							
Summe A_1 :							
Hiervon ab die wegebeitragsfreien Parzellen							
Ord. Nr. 543, Flur 3 Nr. 138							
Ord. Nr. 547, „ 3 Nr. 137							
Summe A_2 :							
Bleibt = $A_1 - A_2$:							
Ab 3 % Wegebeitrag							
Bleibt A_3 :							
Hierzu Sa A_3 ergibt Summe A (Alter Besitz):							
B. Neuer Besitz.							
Ord. Nr. 388. Plan Flur 28 Nr. 668.							
„ „ 30 „ 790							
Ord. Nr. 543 „ „ 29 „ 722							
Ord. Nr. 547 „ „ 28 „ 669							
usw.							
Sa Neuer Besitz = B :							
Sa Alter Besitz = A :							
Mithin gegen den alten Besitz							
mehr				+			
weniger				-			

Eine Vereinfachung könnte erfolgen, wenn der Wegebeitrag unter Berücksichtigung der Wegebeitragsfreiheit einzelner Parzellen für den Gesamtbesitzstand ermittelt wird. Es sei p der allgemeine Prozentsatz für den Wegebeitrag, q der infolge von Wegebeitragsbefreiung einzelner Parzellen

auszurechnende besondere Prozentsatz für die Kürzung eines Besitzstandes, A_1 das Rohsollhaben im Einschätzungswert, A_2 der Finschätzungswert der wegebeitragsfreien Parzellen; dann gilt:

$$(A_1 - A_2) \cdot p = A_1 \cdot q$$

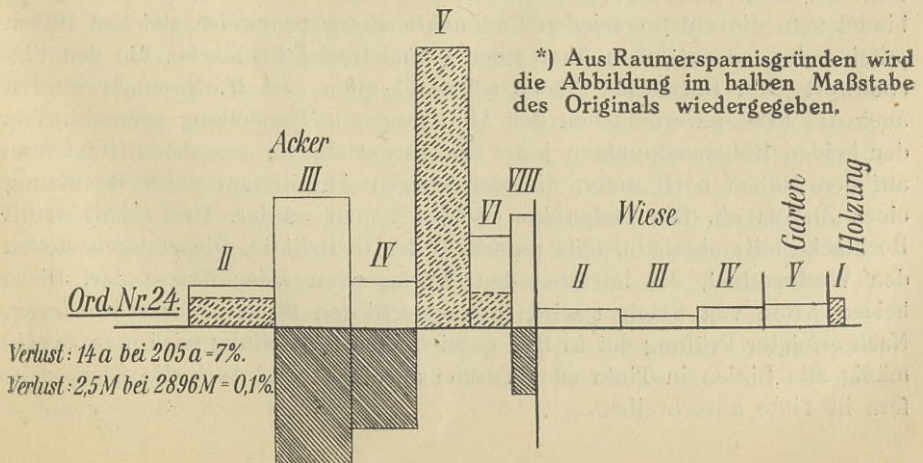
oder
$$q = p \frac{(A_1 - A_2)}{A_1}$$
 und zur Kontrolle

$$p - q = p \cdot \frac{A_2}{A_1}$$

Die Größen A_1 und A_2 werden aus der Sollhabenberechnung entnommen.

In unserem Schema kämen damit die Berechnungen von A_2 und $A_1 - A_2$ in Fortfall und statt $p = 3\%$ Abzug wäre $q < p$ einzusetzen und zu verwenden. A errechnet sich dann nach der Formel: $A = A_1 - q \cdot A_1$. Durch diese Abkürzung entstehen natürlich etwas andere Zahlen, als sie unter Anwendung des angegebenen Schemas sich herausstellen würden, ohne daß aber gesagt werden kann, daß das Bild, das die Klassengegenüberstellung vermitteln soll, dadurch falsch geworden sei. Man bedenke, daß die ganze Einschätzung etwas Unsicheres an sich ist, und daß es keinen Sinn haben kann, auf Genauigkeiten zu pochen, wo solche tatsächlich immer viel zu wünschen übrig lassen werden. Jeder, der sein Augenmerk auf das Praktische zu lenken versteht, dürfte mir beipflichten, daß die bei Klassengegenüberstellungen auf das qm und den Pfennig abgestimmten Flächen und Werte in Wahrheit einen Unsicherheitsfaktor enthalten, der sich jeder scharfen Beurteilung entzieht. Im großen und ganzen nur sind die Klassen des Bodens von den Einschätzern richtig erfaßt worden, darum kann die Beurteilung der Berechtigung einer Beschwerde auch nur so erfolgen. Daraus folgt aber, daß unnötige Genauigkeit vermieden werden sollte. Noch zweckmäßiger erscheint es mir daher, statt der tabellarischen Klassengegenüberstellungen graphische Darstellungen des Klassenausgleichs zu geben, da diese viel anschaulicher wirken und auch Laien eher zu überzeugen vermögen, als umfassende Zahlentabellen es ermöglichen.

Als Beispiel einer graphischen Darstellung des Klassenausgleichs diene die Abbildung *). Die Millimeterteilung des Millimeterpapiers, auf der sie



im Original aufgetragen wurde, ist darin fortgelassen. — Man geht von einer Grundlinie aus. Ueber ihr wird der Altbesitz dargestellt, und zwar nach erfolgter rechnerischer Kürzung sämtlicher Klassenflächen um den Wegebeitrag. Die Ordnungsnummer 24 hat folgenden Altbesitz in den einzelnen Klassen in Aren:

a) Ackerklassen	II	III	IV	V	VI	VII
	10,65	34,66	12,10	74,93	24,18	29,80
	(10,33)	(33,62)	(11,74)	(72,68)	(23,45)	(28,92)
b) Wiesenklassen	II	III	IV			
	4,60	2,68	5,00			
	(4,46)	(2,60)	(4,85)			
c) Gartenklassen	V					
	5,29					
	(5,13)					
d) Holzungsklassen	I					
	7,16					
	(6,95)					

Nach Abzug des Wegebeitrags von 3% verkleinern sich diese Flächen auf die darunter in Klammern gesetzten Flächengrößen.

(Da für die Beurteilung des Klassenausgleichs der Wegebeitrag eine nur geringfügige Rolle spielt, stelle ich zur Erwägung, die Darstellung des alten Besitzes ohne Wegeprozentkürzung vorzunehmen; es wird dadurch immerhin an Zeit gespart!)

Die Darstellung des Altbesitzes geschieht nun in folgender einfachen Weise: Da die Werte der Klassen (in der Reihenfolge wie oben!) nach einander: 22, 20, 17, 14, 11, 6; 22, 20, 17; 17; 4 *M* sind, so wird die Grundlinie entsprechend laufend nach mm eingeteilt. Über jeder Einzelgrundstrecke wird sofort die Klassenziffer geschrieben. Auf der senkrechten Millimeterpapierlinie der beiden Endpunkte jeder Einzelgrundstrecke wird sodann das Maß der Fläche der betreffenden Klasse abgetragen: 1 a = 1 mm; z. B. beträgt die Höhe über der Grundstrecke der Klasse Acker II 10,3 mm. Verbindet man die entsprechenden Endpunkte dieser paarweise gleichen Höhen miteinander, so entstehen über jeder Grundstrecke Rechtecke, die den Flächenwert jeder Klasse als Fläche zeigen: 1 qmm = 1 *M*. Nunmehr werden auch die Klassenwertsflächen der Abfindung zur Darstellung gebracht. Von den beiden Höhenendpunkten jeder Klassenwertsfläche ausgehend, trägt man auf den Höhen nach unten die zugehörigen Are in mm unter Benutzung eines Zirkels ab. Die Endpunkte verbindet man wieder. Man erhält damit Rechtecke teils oberhalb, teils unterhalb der Grundlinie. Die ersteren stellen den Wertsverlust, die letzteren den Wertsgewinn jeder Klasse dar. Diese beiden Arten von Flächen wird man verschieden färben oder schraffieren. Nach erfolgter Prüfung der in Blei gezeichneten Darstellung wird man zweckmäßig alle Linien in Tinte oder Tusche ausziehen und auch die Klassenziffern in Tinte ausschreiben.

Durch diese graphische Darstellung des Klassen- ausgleichs gewinnt man einen ausgezeichneten, klaren Überblick über die erfolgte klassengemäße Abfindung eines Besitzstandes. Dabei erfordert die ganze Arbeit nur einen Bruchteil der Zeit, die man für die rechnerische, tabellarische Gegenüberstellung aufwenden muß. Auch ein Laie, der als gemeinschaftlicher Bevollmächtigter sich ein genaues Bild von der Abfindung eines Beschwerdeführers machen will, wird sich schnellstens aus solcher graphischen Darstellung unterrichten können. Zweckmäßig wird man noch unter der Zeichnung den Verlust oder Gewinn nach Abzug des Wegebeitrags in vollen Aren bzw. in M zahlenmäßig für den Gesamtbesitz nachweisen und auch beides in Prozenten angeben.

Die graphische Darstellung mit oder ohne Kürzung des Altbesitzes um den Wegebeitrag käme für die I. Instanz (Kulturamtsvorsteher und gemeinschaftliche Bevollmächtigte) in erster Linie in Frage und könnte bei den gemeinschaftlichen Beratungen über die Erledigung jeder Beschwerde gute Dienste leisten. Viele unnötige Arbeit mit der Aufstellung tabellarischer Klassegegenüberstellungen könnte dadurch vermieden werden. Die genaue Kenntnis der Klassenverschiebungen bis auf das qm und den Pfennig ist nicht erforderlich für die Entscheidung der Frage, ob eine Beschwerde berechtigt ist oder nicht. Vielleicht werden sich auch die höheren Instanzen, Spruchkammer am Landeskulturamt und Oberlandeskulturamt zu Berlin, mit graphischen Darstellungen begnügen, nachdem sie sich von deren Anschaulichkeit überzeugt haben. Aber selbst, wenn diese weiterhin tabellarische Klassegegenüberstellungen verlangen sollten, so ist doch die Zahl der übrig verbleibenden Beschwerden so stark schon zusammengeschrumpft, daß die dadurch entstehende Mehrarbeit kaum noch ins Gewicht fällt.

Die Bewegung des Wassers in Dränrohrleitungen.

Von Prof. emer. Deubel.

Wie den Lesern dieser Zeitschrift, soweit sie auch mit kulturtechnischen Entwürfen befaßt sind, bekannt sein wird, hat es sich der Deutsche Ausschuß für Kulturbauwesen zur Aufgabe gemacht, Vorschläge für eine Neubearbeitung der sogen. Schlesischen Anweisung für Dränungen zu machen. Diese Vorschläge können aber nur in beschränktem Maße zu einer Verbesserung der „Anweisung“ führen, weil es z. B. in bezug auf die tatsächlich im Frühjahr je Sek. und ha abgeführte Abflußmenge in der Ebene und in hängigem Gelände oder in bezug auf die Bewegung des Wassers in Dränrohrleitungen an Versuchsreihen fehlt, die an ausgeführten Dränungen beobachtet worden sind. Schon im Jahrgang 1927 S. 213 dieser Zeitschrift habe ich versucht, darzutun, inwieweit die Grundlagen der „Anweisung“ als veraltet anzusehen sind. Damals galt jedoch allgemein die Formel von Kutter mit $m = 0,30$.

$$v = \frac{100 \sqrt{R}}{m + \sqrt{R}} \sqrt{RJ} = \frac{50 d}{0,60 + \sqrt{d}} \sqrt{J} \quad (1)$$

für die Geschwindigkeit des Wassers in voll laufenden Dränrohrleitungen als maßgebend, nachdem sie z. B. bezüglich der entwässerten Flächen (jetzt nicht mehr zutreffende), in der graphischen Tafel von Gerhardt und von Heimerle in seinen Tabellen (s. Röhren-Dränage S. 5) angewendet worden ist. Inzwischen hat nun aber Strickler auf Grund umfangreicher Versuche eine neue Formel aufgestellt, die von Zunker für Dränrohrleitungen wegen ihrer größeren Genauigkeit als besonders geeignet bezeichnet wird (s. Kulturtechniker 1930 S. 183). Mit dem Beiwert $k = 70$ für mäßige Ablagerungen lautet die Formel von Strickler:

$$v = 70 \left[\sqrt{R^{4/3} J + \left(\frac{0,2947 \cdot 10^{-4}}{R^{2/3}} \right)^2} - \frac{0,2947 \cdot 10^{-4}}{R^{2/3}} \right] \text{ m/sec.} \quad (2)$$

In dieser Formel kann das zweite Glied unter dem Wurzelzeichen außer bei sehr kleinen Gefällen bis 0,25 v. H. (d. h. für $v < 0,16$ m) vernachlässigt werden.

Es ist aber zu bedenken, daß die beiden Formeln (1) und (2) nur an geschlossenen Leitungen erprobt sind, und deshalb können sie nicht ohne Nachprüfung an Dränrohrleitungen mit vielen Fugen, kleinen Verschiebungen an den Stößen, Verkrümmungen einzelner Rohre, Wirbel infolge Einmündung der Sauger und Ungleichheiten im Gefälle nach Gutdünken angewendet werden.

Wir kennen nur eine Formel, die aus Versuchen mit glatten Zementdränrohrleitungen hervorgegangen ist, und das ist die der Amerikaner Yarnell und Woodward, die lautet (s. Kulturtechniker 1930 S. 180):

$$v = 92,87 R^{2/3} J^{1/2} = 92,87 \sqrt{R^{4/3} J} \quad (3)$$

Dieselbe stellt sich dar als eine gekürzte Form der Formel (2) und liefert mit dem Beiwert $k = 65$ so im allgemeinen etwas kleinere Werte als die Formel von Strickler, was wegen der vielen Hemmungen in Dränrohrleitungen gerechtfertigt erscheint. Für den praktischen Gebrauch erscheint hiernach die Formel (3) mit $k = 65$

$$v = 65 \sqrt{R^{4/3} J} \quad (4)$$

ausreichend. Sie kann aber Versuche an Dränrohrleitungen schon deshalb nicht überflüssig machen, weil die amerikanischen Versuche nur mit Rohren von 10,2 cm und darüber, sowie für schwache Gefälle bis zu 1,5 v. H. angestellt sind.

Die nachstehende Tabelle dient zur Übersicht über die verschiedenen Werte von v .

Zusammenstellung der Werte von v nach Strickler mit $k = 70$, nach Kutter mit $m = 0,30$ und nach Yarnell-Woodward mit $k = 65$.

		Licht- weite cm	Gefälle v. H.									
			0,5	1	2	3	5	6	8	10	12,5	15
Str.	$k = 70$	4	0,19	0,28	0,42	0,52	0,68	0,75	0,88	0,98	1 10	1,22
Ktt.	$m = 0,30$		0,18	0,25	0,35	0,43	0,56	0,61	0,71	0,79	0,89	0,97
Y-W.	$k = 65$		0,21	0,30	0,43	0,52	0,68	0,74	0,86	0,95	1,07	1,17
Str.	$k = 70$	5	0,23	0,34	0,50	0,62	0,81	0,89	1,03	1,15	1,29	1,42
Ktt.	$m = 0,30$		0,22	0,30	0,43	0,53	0,68	0,75	0,86	0,96	1,08	1,88
Y-W.	$k = 65$		0,25	0,35	0,49	0,60	0,80	0,87	0,99	1,10	1,23	1,35
Str.	$k = 70$	6,5	0,29	0,42	0,60	0,74	0,97	1,07	1,24	1,39	1,56	1,71
Ktt.	$m = 0,30$		0,27	0,38	0,54	0,66	0,85	0,93	1,08	1,20	1,34	1,47
Y-W.	$k = 65$		0,30	0,42	0,59	0,72	0,95	1,03	1,18	1,31	1,47	1,61
Str.	$k = 70$	8	0,34	0,49	0,70	0,87	1,13	1,23	1,43	1,60	1,79	1,97
Ktt.	$m = 0,30$		0,32	0,45	0,64	0,79	1,01	1,10	1,28	1,44	1,60	1,75
Y-W.	$k = 65$		0,34	0,48	0,68	0,83	1,08	1,17	1,34	1,51	1,69	1,85
Str.	$k = 70$	10	0,40	0,58	0,82	1,01	1,31	1,43	1,66	1,87	2,09	2,30
Ktt.	$m = 0,30$		0,39	0,55	0,77	0,95	1,22	1,34	1,54	1,73	1,93	2,11
Y-W.	$k = 65$		0,39	0,56	0,79	0,96	1,23	1,34	1,56	1,75	1,96	2,15
Str.	$k = 70$	13	0,48	0,69	0,99	1,21	1,57	1,73	2,00	2,24	2,50	2,76
Ktt.	$m = 0,30$		0,48	0,68	0,96	1,17	1,51	1,65	1,96	2,14	2,39	2,62
Y-W.	$k = 65$		0,47	0,66	0,95	1,15	1,47	1,62	1,82	2,10	2,34	2,58
Str.	$k = 70$	16	0,56	0,80	1,14	1,40	1,81	1,99	2,28	2,57	2,89	3,15
Ktt.	$m = 0,30$		0,57	0,80	1,13	1,39	1,79	1,96	2,26	2,53	2,84	3,10
Y-W.	$k = 65$		0,54	0,76	1,08	1,32	1,70	1,86	2,15	2,41	2,82	2,93

Vergleicht man die v nach Strickler mit denen nach Kutter, so sind letztere um so kleiner als jene, je kleiner die lichte Weite der Dränrohre ist. Geht man von 6,5 cm l. W. aus, so beträgt das Weniger von 0,5 bis 5 v. H. etwa 10% und von 6—15% etwa 15%. In die entwässerte Fläche mit 0,50 l/ha/Sek. übertragen, ergibt sich ein Weniger von rd. 0,40 ha bzw. rd. 1,20 ha. Diese Zahlen zeigen, daß es durchaus nicht gleichgültig ist, mit welcher Formel man rechnet.

Meine Ansicht geht allerdings dahin, daß die Formel von Strickler etwas zu große Werte für v in Dränrohren liefert und deshalb halte ich die Formel von Yarnell-Woodward mit $k = 65$ für zutreffender. Der Deutsche Ausschuß für Kulturbauwesen wird hier nach noch Versuche an ausgeführten Dränungen zu veranlassen haben, um sich für eine Formel zur Aufnahme in die Neubearbeitung der Anweisung für Dränentwürfe zu entscheiden.

Die Aussichten im Vermessungsingenieurberuf in Preußen.

Der Preußische Finanzminister hat unterm 28. Dezember 1931 folgenden Erlaß (KV 1. 1079) herausgegeben:

Aus den Anträgen der Kandidaten des höheren Vermessungsfachs auf Gewährung von Unterhaltszuschüssen habe ich ersehen, daß der größte Teil der Kandidaten beabsichtigt, in den Dienst der Preuß. Katasterverwaltung zu treten.

Ich bemerke hierzu, daß in den nächsten fünf Jahren insgesamt etwa 160, in den dann folgenden Jahren jährlich etwa 25 bis 30 Vermessungsingenieure voraussichtlich übernommen werden können. In Betracht kommen hierfür nur ausgesuchte Kräfte, die vor vollendetem 27. Lebensjahr in die mit Erfolg abgelegte zweite Staatsprüfung eingetreten sind.

In den nächsten fünf Jahren werden voraussichtlich etwa 650 Kandidaten ihre Berufsausbildung beenden. Es ergibt sich mithin schon jetzt, daß nur rund 25 % von ihnen Aussicht auf Erlangung einer Beamtenstellung in der Katasterverwaltung haben. Eine Überschreitung der Altersgrenze kann nur im Einzelfalle ausnahmsweise mit meiner Genehmigung zugelassen werden, wenn dies durch besondere, unverschuldete Umstände gerechtfertigt ist, und der Bewerber eine hervorragende Eignung für die Beamtenlaufbahn der Katasterverwaltung erkennen läßt.

Dieser Erlaß wird im FMBl. veröffentlicht. Ich ersuche, ihn allen vorhandenen und allen neu eintretenden Kandidaten zur Kenntnis vorzulegen. Die Herren Rektoren der Technischen Hochschule in Berlin und der Landwirtschaftlichen Hochschule in Bonn habe ich gebeten, ihn den Studierenden der Geodäsie durch Anschlag am schwarzen Brett bekanntgeben zu lassen.

In Vertretung: Schleusener.

An die Reg.-Präs. und den Präs. der Preuß. Bau- u. Fin.-Dir. in Berlin.

*

Die Veranlassung zu diesem Erlasse war die Notwendigkeit, eine Altersgrenze für die Aufnahme in die Preußische Katasterverwaltung einzuführen und die Öffentlichkeit noch einmal über die Aussichten im Vermessungsingenieurberuf, die vielfach unrichtig beurteilt werden, aufzuklären.

In runden Zahlen ausgedrückt liegen die Verhältnisse wie folgt: Bisher wurde der preußische Jahresbedarf für alle Fachrichtungen auf etwa 100 angenommen. Seit Jahren ergreifen aber jährlich etwa 200 den Beruf. Die Produktion an Landmessern ist allerdings nach dem Kriege mehrere Jahre lang unternormal gewesen. Aber der bevorstehende Überschuß füllt nicht nur die hierdurch entstandene Lücke aus, sondern führt, wie aus dem obigen Erlasse hervorgeht, dazu, daß die meisten Vermessungsingenieure ihr Brot nicht finden werden. Für die Katasterverwaltung ist genau ermittelt worden, daß bei ihr in den nächsten 5 Jahren nur 25 v. H. der Landmesser und Vermessungsingenieure, die in diesen 5 Jahren ihre Ausbildung abschließen, unterkommen werden. Der Bedarf in den anderen Fachrichtungen ist gering und spielt praktisch keine große Rolle.

Es kommt jetzt aber ein Umstand hinzu, der die Verhältnisse noch viel ungünstiger gestalten wird: die Übertragung einfacher öffentlicher Katastermessungsarbeiten an Beamte und Angestellte des mittleren Dienstes. Die erhöhten Anforderungen an die Vor- und Ausbildung der Vermessungsingenieure, sowie die Verpflichtung, überall, wo es angeht, Ersparnisse zu erzielen, zwingen zu der o. g.

Maßregel. Sie wird sich nicht von heute zu morgen finanziell auswirken, zumal die Kräfte des mittleren Dienstes zu einem großen Teil die Arbeiten nicht ohne weiteres übernehmen können und ihnen zunächst auch die praktische Erfahrung und Übung fehlten. Aber nach und nach wird der Bedarf an Vermessungsingenieuren sinken, und ich möchte annehmen, daß er nach einer Reihe von Jahren nur noch die Hälfte des jetzigen Jahresbedarfs aller Fachrichtungen, also etwa 50, betragen wird. Das Sinken des Bedarfs wird nicht in allen Fachrichtungen gleich sein, in einigen sehr stark, in anderen (z. B. in der Katasterverwaltung) weniger stark.

Kann man es unter diesen Umständen noch verantworten, die jungen Leute den Vermessungsingenieurberuf ergreifen zu lassen? Der nächstliegende Gedanke ist natürlich der, daß der Staat eingreifen soll, etwa durch Einführung des *numerus clausus*. Ob das möglich sein wird, steht noch nicht fest. Die Bedenken, die gegen den *numerus clausus* sprechen, sind bekannt: führt der Staat ihn in einem Berufe ein, wird er es in anderen Berufen auch tun müssen; alle Berufe sind überfüllt und welcher Beruf bleibt dann schließlich für die Jugend übrig? Aber man kann im Vermessungsingenieurberuf die Überfüllung auch ohne die Einführung des *numerus clausus* verhindern, dadurch nämlich, daß die Vermessungsingenieure einige Zeit lang überhaupt keine Eleven mehr annehmen und später nur in ganz geringer Zahl. Sie müssen den Bewerbern eröffnen, daß sie es nicht verantworten können, die jungen Leute einem völlig aussichtslosen Beruf zuzuführen, in dem sie zu mehr als 75% nach 7 teuern Ausbildungsjahren Arbeit und Verdienst nicht finden werden. Die erworbenen Kenntnisse können sie auch in verwandten Berufen kaum verwenden.

Abraten genügt nicht. Wir müssen die Jugend dem Berufe fernhalten!
Friedrich Suckow.

Bücherschau.

G. H. A. Kröhnkes *Taschenbuch zum Abstecken von Bögen bei Bahnen, Kanälen und Wegen*. 17. Aufl. Bearbeitet von R. Seifert. 1929. Leipzig und Berlin, B. G. Teubner. 133 S. Preis geb. 4.60 RM.

Über die Kurventafeln von Kröhnke-Seifert haben wir zum letzten Male im Jahrgang 1913 d. Z. S. 457—458 berichtet und dort die Ausgestaltung der 15. Aufl. eingehend erörtert. Die kürzlich erschienene 17. Aufl. gibt uns Gelegenheit, auf das kleine Werk, das weitere Ergänzungen zeigt, nochmals hinzuweisen.

In dem den Tafeln vorausgehenden Text ist an Erweiterungen die Absteckung von Kreisbögen nach gleichen Peripheriewinkeln und Sehnen in ausführlicher Form zu erwähnen; ferner sind für die Absteckung von Korbbögen die Methoden von D'Ocagne hinzugekommen, auch ist im Anschluß hieran die Absteckung von Gegenbögen ausführlich behandelt. Neu sind auch Abschnitte über die Spurerweiterung in Krümmungen und über die Ausrundung bei einem Neigungswechsel der Bahnlinie. Zu diesen Abschnitten sind in einem Nachtrage einige Vorschriften der Reichsbahn wiedergegeben, die auch zugleich noch Angaben über Überhöhung der Reichsbahn wiedergegeben, die auch zugleich noch Angaben über Überhöhung u. Übergangsbögen, Übergangsrampen und Zwischengeraden bei Gegenbögen enthält.

Die Zahlentafeln, auf deren Vorzüge wir bereits a. a. O. hingewiesen haben, sind mit Recht unverändert geblieben.
Eggert.

Čechura Fr. Dr. Prof.: *Magnetická deklinace v Čechách pro epochu 1925*. 5. 33 S. Rozpravy II. Třidy České Akademie. Ročník XXXVI. Číslo 35. Prag 1927.

In dieser in tschechischer Sprache gehaltenen und mit einem ganz kurzen französischen Auszug versehenen Veröffentlichung der böhmischen Akademie der

Wissenschaften berichtet der als Professor für Markscheidkunde an der Montan-Hochschule in Příbram tätige Verfasser über 80 Beobachtungen der erdmagnetischen Deklination D , die er in den Jahren 1925 und 1926 in der Tschechoslowakei ausgeführt hat. Er benutzte hierbei einen 12 cm Skalenmikroskop-Theodolit und ein Spiegeldeklinatorium nach Neumayer-Schmidt-Hildebrand, beides von Max Hildebrand in Freiberg, sowie ein Chronometer von W. Bröcking. Die Azimute wurden auf den 20 bis 40 km von einander entfernten Beobachtungspunkten in der Regel astronomisch, mit einem m. F. von $\pm 5''$, selten geodätisch bestimmt.

Die Beobachtungen sind, wie die Fehlerrechnungen (S. 4—5) zeigen, mit recht guter Genauigkeit ausgeführt. Aus z. T. zeitlich erheblich getrennten unabhängigen Doppelbestimmungen von D auf 8 Stationen fand ich den m. F. der Deklination aus einer abgeschlossenen Bestimmung zu $\pm 1,5$.

Die im vorliegenden Bericht behandelten magnetischen Messungen, die als eine Wiederholung der Beobachtungen von 1889—1894 von J. Liznar angesehen werden können, sind der erste Teil einer magnetischen Landesvermessung der Tschechoslowakei. Über den Fortgang der Arbeiten wird zu berichten sein.

K. L ü d e m a n n.

Senkung der Preise für amtliche topographische Karten.

Das Reichsamt für Landesaufnahme — Zweigstelle Landesaufnahme Sachsen — gibt bekannt, daß mit Wirkung vom 1. Januar 1932 die Preise für einen großen Teil der amtlichen topographischen Karten herabgesetzt werden. Es kosten ab 1. Januar 1932 z. B. ein Meßtischblatt 1:25 000 1,20 RM. (bisher 1,40 RM.), die Wanderkarte der Sächs.-Böhm. Schweiz und die Wander- und Wintersportkarten Annaberg, Auersberg und Fichtelberg je 2,50 RM. (bisher 3.— RM.), die Wander- und Wintersportkarte Kipsdorf 2,25 RM. (bisher 2,50 RM.), die Erzgebirgskarten 1:100 000 1,50 RM. (bisher 1,60 RM.), die fünffarbigen Einheitsblätter 1,60 RM. (bisher 1,70 RM.). Weitere Auskünfte erteilen die Landesaufnahme Sachsen Dresden-N. 15 (Fernruf 54 654) und die Amtliche Hauptvertriebsstelle — G. A. Kaufmanns Buchhandlung — Dresden-A. 1, Seestraße 3 (Fernruf 18047, 19047).

Prüfungsnachrichten.

Die I. Staatsprüfung für Vermessungsingenieure haben folgende Kandidaten beim Prüfungsausschuß zu Berlin bestanden: a) im Frühjahrstermin 1931: Ahrens, Hermann; Bähr, Heinrich; Baltin, Günter; Bartel, Ernst; Baumgarth, Gerhard; Broda, Viktor; Drake, Johannes; Felsmann, Paul; Gerhard, Gelinsky, Heinz; Gent, Karl; Heinz, Gerke, Karl; Gnest, Walter; Hapke, Werner; Heckelmann, Adolf; Hosbach, Karl; Jakob, Günter; Jödecke, Bodo; Klewe, Gerhard; Köhlmoos, Heinrich; Köhr, Julius; Korte, August; Kribbeler, Franz; Linnenkohl, Walter; Lüdecke, Heinrich; Maier, Helmut; Münchhoff, Gustav; Muschalik, Erich; Nanse, Helmut; Peinze, Kurt; Plentz, Rolf; Rabrig, Reinhard; Roensch, Herbert; Rottsahl, Werner; Sandschulte, Wilhelm; Scheunemann, Helmut; Schlemmermeier, Walter; Schlüter, Richard; Schön, Rudolf; Schumacher, Heinz; Schütte, Friedrich; Schweigger, Ernst; Steinchen, Rudolf; Teich, Werner; Vogt, Heinrich; Westphal, Wolfgang; b) im Herbsttermin 1931: Arlt, Albert; Arp, Paul; Bertram, Werner; Bonczek, Willi; Brandenburg, Georg; Däsch, Friedrich; Drecoll, Friedr. Wilh.; Elstner, Rudolf; Eschelbach, Wilhelm; Franke, Gerhard; Friesecke, Kurt; Graber, Friedrich; Gumlich, Kurt; Guretsky, Hugo; Hartmann, K. H.; Heckmann, Herm.; Hencke, Alfred; Henseler, Paul; Höpcke, Walter; Jürgens, Heinz; Keitel, Paul; Kelch, Paul; Kerschke, Walter; Kiehl, Werner; Klages, Friedrich; Kremmer, Erich; Lorenz, Heinz; Lorke, Botho; Mehling, Georg; Möller, Heinrich; Müller, Gerhard; Mütze, Karl; Niemann, Johannes; Niemeyer, Joachim; Nolte, Günter; Penkert, Heinrich; Preß, Werner; Pritzkat, Erich; Rabe, Otto; Reck, Walter; Reimann, Heinrich; Schaumberg, Heinz; Scheuermann, Erwin; Schmidt, Karl; Schmundt, Hans; Schönfelder, Johannes; Schröder, Werner; Schubert, Alfred; Schulz, Werner; Seidel, Paul; Toepert, Johannes; Treckmann, Ernst; Vigener, Wilhelm; Waldmann, Fritz; Wettel, Hans; Zieschan, Siegfried. Ferner haben die geprüften Landmesser-Kandidaten die Landmesserprüfung beim Prüfungsausschuß zu Berlin bestanden: a) im Frühjahrstermin 1931: Wagner, Wilhelm; Wedemeyer, Hermann; b) im Herbsttermin 1931: Mölter, Wilhelm. Die umfassendere Prüfung im Fache Landeskulturtechnik haben diese 3 geprüften Landmesser-Kandidaten nicht abgelegt.

Mitteilungen der Geschäftsstelle.

Bereinsnachrichten.

Gauverein Brandenburg. Die fahungsgemäß für Januar anzuberaumende Hauptversammlung findet ausnahmsweise am Donnerstag, den 4. 2. 1932, abends 8 Uhr, im Restaurant „Zum Spaten“, Berlin W. 8, Friedrichstr. 172 statt. — Eine Einladung und Tagesordnung wird jedem Mitglied noch zugehen.

Im Auftrage des Gauvereins Brandenburg: *O t t e r s b a c h.*

Die Schlesiſchen Gauvereine. Wir laden die Herren Kollegen zu einem Vortrage des Stadtvermessungsdirektors Martin aus Beuthen O./S. ein über „Die Aufgaben des Vermessungsingenieurs bei der Beobachtung dynamisch-geologischer Vorgänge“, am Sonnabend, den 6. Februar 1932, 17 Uhr, in der Technischen Hochschule zu Breslau, Erdgesch. Saal 142, Eingang Uferzeile. Gäste willkommen. — Im Anschluß daran geselliges Zusammenſein im Radeberger Pilsner an der Liebigshöhe.
J. U.: T ſ c h a p k e.

Arbeitsgemeinschaft der höheren Vermessungsbeamten im Rhein-Main-Gebiet. Die Arbeitsgemeinschaft der höheren Vermessungsbeamten im Rhein-Main-Gebiet hatte für diesen Winter zur ersten Veranstaltung auf Sonntag, den 6. Dezember 1931, eingeladen. Auch Herr Oberregierungsrat R r a c k e = Berlin, der Vorsitzende des Deutschen Vereins für Vermessungswesen, wohnte der Veranstaltung bei. — Nach Begrüßung der Anwesenden durch den Vorsitzenden Vermessungsrat H e y l = Darmstadt sprach als erster Redner Herr Ministerialrat Dr. = Ing. H. M ü l l e r aus Darmstadt über „Die Zukunftsaufgaben des deutschen Vermessungswesens und ihre Lösung“. Er ging von der Feststellung aus, daß in Notzeiten, wie wir sie jetzt durchleben, der richtigen Verteilung und Ausnutzung des Grund und Bodens eine erhöhte Bedeutung zukommt. Während sich in Blütezeiten durch das Hervortreten vielfach nicht begründeter Sonderwünsche die Arbeiten leicht zerplittern, zwingt die Sparsamkeit in Notzeiten zu stärkerer Zusammenfassung, Vereinheitlichung und aufbauender Tätigkeit. Das Vermessungswesen der Nachkriegszeit ist besonders durch die Arbeiten des 1921 geschaffenen Reichsbeirats für das Vermessungswesen nachhaltig beeinflusst worden. Durch Einführung neuer geodätischer Grundlagen und Gauß-Krügerscher Koordinaten anstelle der seitherigen vielen Einzelsysteme, Feststellung einheitlicher Kartenzeichen für die amtlichen Kartenwerke, Ausarbeitung der Zeichenvorschriften für eine neue topographische Grundkarte 1:5000 und die Deutsche Karte 1:50 000, einheitliche Regelung der Vor- und Ausbildung der höheren und mittleren Vermessungsbeamten, Befürwortung der Verbehördlichung des Urkundsvermessungswesens, Untersuchung der Leistungsfähigkeit der Luftphotogrammetrie, Festsetzung einheitlicher Fehlergrenzen für die amtlichen Vermessungen, Vorschläge für die einheitliche Ausgestaltung der Liegenschaftskataster u. a. sind der Entwicklung bereits neue Wege vorgezeichnet worden. Das so gewiesene Ziel erfordert stärkere Zusammenfassung der Vermessungsbehörden, die allmähliche Erneuerung eines großen Teils der unbrauchbar gewordenen Kataster durch eine Verbehördlichung des Urkundsvermessungswesens und die Befriedigung der auftretenden Planbedürfnisse durch allmähliche Schaffung einheitlichen durch Druck vervielfältigten Planmaterials in den Maßstäben 1:2000 und 1:5000. Darüber hinaus ist auch das Vermessungswesen stärker als seither in den Dienst der Heimatforschung, der Erschließung des Grund und Bodens und der geistigen Wehrhaftmachung unseres Volkes zu stellen. — Im Anschlusse an diesen Vortrag sprach dann Herr Regierungsbaurat Dr. M e r k e l, 1. Vorsitzender des badischen Landesvereins der höheren Vermessungsbeamten über die für die Entwicklung des Vermessungswesens so wichtige Frage der Verstaatlichung bzw. Verbehördlichung. Dem Vernehmen nach habe sich der Beirat auf seiner letzten Tagung im Oktober d. Js. in Berlin erneut für die Verbehördlichung ausgesprochen. Eingehend auf die bekannten Gründe für die Verbehördlichung, wie Instandhaltung der Vermarkung, dauernde Erhaltung aller Vermessungswerke durch planmäßige Fortführung, soziale Staffelung der Gebührensätze, allgemeine Kostenersparnis, Vermeidung von Doppelarbeiten, wirtschaftliche Verteilung der Arbeits-

gebiete zwischen oberem und unterem Personal usw. setzt sich der Redner im weiteren Verlauf seiner Ausführungen vor allem mit den Begnern einer Verbehördlichung auseinander. Er weist an Hand von Beispielen nach, daß alle vorgebrachten Einwände einer sachlichen Prüfung keineswegs standhalten. Besonders die in letzter Zeit aus Kreisen der freischaffenden Vermessungsingenieure hervorgegangenen Veröffentlichungen, die sich gegen die Verbehördlichung wenden, erfuhren begründete Ablehnung. Weitere Privatvermessungsingenieure sind nicht mehr zuzulassen, für die Übergangszeit ist den bereits vorhandenen ihre Existenzmöglichkeit zu sichern, wozu auch die Errichtung von sogenannten Vermessungsnotariaten dienen kann. Die auch schon in der Öffentlichkeit erhobene Forderung der Zweiteilung des Vermessungswesens ist aus wirtschaftlichen Gründen und als unvereinbar mit einem verbehördlichten Betriebe entschieden abzulehnen. Verantwortlicher Träger des Vermessungswesens kann nur der akademisch vorgebildete Vermessungsingenieur sein. — Stärkster Beifall lohnte die ganz vortrefflichen Ausführungen der beiden Herren Referenten. Nach einer sehr ausgedehnten Besprechung der beiden Vorträge und dem nochmaligen Dank des Vorsitzenden an die beiden Herren Redner schloß der Vorsitzende die außerordentlich anregend verlaufene Zusammenkunft.

Landesverein Sachsen. Zur Mitgliederversammlung des Landesvereins am 6. Dezember 1931 in Dresden waren u. a. erschienen Min.-Rat Mühlmann vom Wirtschaftsministerium, Direktor des Landesvermessungsamtes Richter als Vertreter des Finanzministeriums und Direktor von Zanthier, Vorstand des Reichsamtes für Landesaufnahme, Zweigstelle Sachsen. In einem Kurzvortrag sprach Oberreg.-Landm. Regensburger über die Jugendzeit des Altmeisters der sächsischen Geodäsie, Prof. Nagel. Der als Nachklang zur 75 Jahr-Feier des Vereins gedachte Vortrag bot zugleich einen aufschlußreichen Einblick in die 1835—41 durchgeführte Landesvermessung, an der Nagel teilgenommen hat. Den Hauptvortrag hielt Oberlandmesser a. D. Lüdemann, Dozent an der Bergakademie Freiberg, über die „Grundbuchvermessung der Schweiz, ein methodisch-wirtschaftlicher Überblick“. Die Schilderung der Grundbuchvermessung, die in 50 Jahren die Grundlagen für ein zuverlässiges Eigentumskataster schaffen soll, gewährte besonderen Reiz, weil die Vermessung sich den erheblichen Geländeschwierigkeiten und den sehr verschiedenen Bodenwerten der Schweiz anpassen muß, um wirtschaftlich zu bleiben. Beide Vorträge fanden dankbaren Beifall der Versammlung. Der Geschäftsbericht bot ein trübes Bild von der Not, die das Vermessungswesen und seine Ausübenden durch das Darniederliegen der Bauwirtschaft und des Grundstücksverkehrs, durch die Verringerung der öffentlichen Mittel, durch Stellenabbau und daraus folgender Beförderung- und Anstellungsnot und durch Verringerung der Einkommen betroffen hat. Wie der Vorsitzende ausführlich darlegte, ist eine weitere Verschärfung durch die drohende Bevölkerungsabnahme zu erwarten, die einen Stillstand, wenn nicht Rücklauf der Entwicklung der Gemeinden, der Wirtschafts- und Verkehrsanlagen und damit eine Verringerung der vermessungstechnischen Arbeiten befürchten läßt. Mit Befriedigung wurde festgestellt, daß mit dem Erlaß der Verordnung, den Vorbereitungs- und Staatsprüfung für den höheren staatlichen Vermessungsdienst betr., vom 27. Okt. 1931, die Ausbildungsfrage nach jahrzehntelangem Mühen nunmehr ihren Abschluß gefunden hat. Der Mitgliedsbeitrag für das Jahr 1932 wurde auf 4.— RM. ermäßigt. Weiter wurde beschlossen, einen Vereinsbericht herauszugeben. Die Wahlen ergaben die Wiederwahl des Vorstandes, Reg.-Rat Kössler, Vorsitziger; Stadtlandm. Haupt, Schriftführer, selbst. Landm. Klingst, Kassenwart.

Inhalt:

Wissenschaftliche Mitteilungen: Würfelspiel und Fehlergesetz, von Schmehl. — Uebereinanderlegen von Dreiecksnetzen, von Schumann. — Ueber Planbeschwerden in Umlegungsachen und ihre Behandlung, von Thie. — Die Bewegung des Wassers in Dränrohrleitungen, von Deubel. — Die Aussichten im Vermessungsingenieurberuf in Preußen, von Suckow. — Bücherschau. — Senkung der Preise für amtliche topographische Karten. — Prüfungsnachrichten. — Mitteilungen der Geschäftsstelle.