

ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN

im Auftrag des Deutschen Vereins für Vermessungswesen

herausgegeben von

Dr. O. Eggert

Professor

Berlin-Dahlem, Ehrenbergstr. 21

und

Dr. O. Borgstätte

Landesvermessungsrat

Bernburg, Moltkestr. 4.

Heft 17.

1931

1. September

Band LX

Der Abdruck von Original-Artikeln ohne vorher eingeholte Erlaubnis der Schriftleitung ist untersagt.

Kleinere Bemerkungen zur Methode der kleinsten Quadrate.

Von **W. Merten** in Dortmund.

Die Methode der kleinsten Quadrate erfreut sich überall da, wo man es mit der Ausgleichung von Elementen zu tun hat, die aus gemessenen Grössen berechnet werden, der weitgehendsten Anwendung. Es ist daher nicht zu verwundern, dass man auch die theoretische Begründung dieser Methode, von den verschiedensten Standpunkten ausgehend, stets wieder von neuem versucht hat. Eine übersichtliche Zusammenstellung und kritische Würdigung dieser Begründungsversuche gibt R. Henke in seiner trefflichen Schrift: „Ueber die Methode der kleinsten Quadrate. Leipzig 1894“. Ausgehend von den tief sinnigen Untersuchungen eines C. F. Gauss, Laplace, F. W. Bessel und anderer Forscher, gibt Henke am Ende seiner Schrift seinen eigenen Versuch der Begründung durch das geometrische Prinzip des möglichst nahen Liegens; dieses Prinzip geht übrigens in seinen Anfängen schon auf J. H. Lambert zurück. Bemerkenswerterweise schiebt Henke von vornherein alle Arten von Wahrscheinlichkeitsbetrachtungen beiseite; der Schwerpunkt seiner Begründung ruht vielmehr im Geometrischen. So interessant und prinzipiell wichtig diese Art der Begründung ist, so will es mir doch fast scheinen, als ob durch den strengen Verzicht auf alle Arten von Wahrscheinlichkeitsbetrachtungen man sich wichtiger heuristischer Gesichtspunkte beraubte. Es ist übrigens sehr interessant, dass Gauss in Artikel 186 seiner „theoria motus corporum coelestium“ andeutet, dass man sein Ausgleichungsprinzip auch unabhängig von der Wahrscheinlichkeitsrechnung erwägen könne; das Prinzip der kleinsten Quadratsummen sei aber das einfachste, da die Potenzensummen mit höheren Exponenten auf verwickelte Gleichungen führten. Es soll nun im Folgenden der bescheidene Versuch gemacht werden, einige kleine Bausteine herbeizutragen zu einer einfachen Begründung der Methode der kleinsten Quadrate.

1.

Zunächst betrachte ich die Ausgleichung vermittelnder Beobachtungen; die Fehlergleichungen seien linear in den auszugleichenden Elementen. Nicht lineare Fehlergleichungen und die Ausgleichung bedingter Beobachtungen lassen sich bekanntlich auf den erwähnten Fall zurückführen. Die gemessenen Grössen werden ab und zu auch als beobachtete Grössen bezeichnet; ebenso sollen die Ausdrücke Messung und Beobachtung gleichbedeutend sein. Allgemein sei jetzt folgendes Gleichungsschema zur Ausgleichung vorgelegt:

$$(1) \left\{ \begin{array}{l} v_1^{(1)} = -o_1^{(1)} + f_1(xyz); \quad v_1^{(2)} = -o_1^{(2)} + f_2(xyz); \dots \dots v_1^{(m)} = -o_1^{(m)} + f_m(xyz); \\ v_2^{(1)} = -o_2^{(1)} + f_1(xyz); \quad v_2^{(2)} = -o_2^{(2)} + f_2(xyz); \dots \dots v_2^{(m)} = -o_2^{(m)} + f_m(xyz); \\ v_3^{(1)} = -o_3^{(1)} + f_1(xyz); \quad v_3^{(2)} = -o_3^{(2)} + f_2(xyz); \dots \dots v_3^{(m)} = -o_3^{(m)} + f_m(xyz); \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ v_a^{(1)} = -o_a^{(1)} + f_1(xyz); \quad v_b^{(2)} = -o_b^{(2)} + f_2(xyz); \dots \dots v_k^{(m)} = -o_k^{(m)} + f_m(xyz). \end{array} \right.$$

Zunächst hat man sich anstelle der v überall die Null geschrieben zu denken; dann hat man das eigentlich auszugleichende System. Die $f(x, y, z)$ seien homogene lineare Funktionen der Elemente x, y, z . Ohne die Allgemeinheit zu beeinträchtigen, sind hier stets bloss drei Elemente genommen. Die o sind die beobachteten Grössen; die v mögen in doppelter Bedeutung gebraucht werden; bald als die Abweichungen, die sich durch Einsetzen der wahren Elemente in (1) ergeben; bald als diejenigen Abweichungen, die durch die berechneten Elemente hervorgerufen werden. Ebenso sollen auch die x, y, z bald die wahren, bald die berechneten Elemente, bald aber auch ganz willkürliche Grössen bezeichnen. Es liegen vor m verschiedene Funktionen; ferner werde vorausgesetzt, dass der Beobachter sich nicht begnügt, den Wert jeder der m Funktionen nur einmal zu messen; vielmehr sei beispielsweise $o^{(1)}$ im ganzen a mal gemessen, $o^{(2)}$ ebenso b mal, usw., sodass im ganzen m Gruppen von Gleichungen entstehen. Die einzelnen Beobachtungen sind zunächst als mit gleichem Gewicht behaftet zu denken. Die Gesamtzahl der Messungen beträgt $a + b + c + \dots + k$. Die Zahl der Funktionen f ist mindestens gleich der Zahl der auszugleichenden Elemente.

Zunächst seien alle o fehlerfrei beobachtet; dann annullieren sich alle v beim Einsetzen der wahren Elemente in (1). Man kann aber dann die wahren Elemente berechnen aus dreien jener Gleichungen, von denen aber nicht zwei derselben Gruppe angehören dürfen. Ferner ist es unbedingt nötig, dass wenigstens eines dieser aus den einzelnen Gruppen herausgegriffenen Gleichungssysteme eine nicht verschwindende Deter-

minante hat; denn zur Berechnung eines Wertesystems der Unbekannten aus linearen Gleichungen ist das Nichtverschwinden der Determinante nicht allein hinreichend, sondern sogar notwendig.

Nun kann man die wahren Elemente bei fehlerfrei vorausgesetzten Beobachtungen, wo also die o in jeder Gruppe denselben Wert besitzen, auch so berechnen, dass dabei alle Gleichungen (1) herangezogen werden. Zu dem Ende bilde ich, λ als gerade Zahl angenommen, den Ausdruck

$$(2) Q(x, y, z) = v_1^{(\lambda)} + v_2^{(\lambda)} + \dots v_a^{(\lambda)} + v_1^{(2\lambda)} + v_2^{(2\lambda)} + \dots v_b^{(2\lambda)} + \dots v_1^{(m\lambda)} + v_2^{(m\lambda)} + \dots v_k^{(m\lambda)}.$$

Die wahren Elemente bringen dann Q zum Verschwinden, da ja die v einzeln verschwinden; ferner wird Q wegen des geraden Exponenten niemals negativ. Also erteilen die wahren Elemente dem Q seinen kleinsten Wert. Die Gleichungen

$$(3) \frac{\partial Q}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial Q}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial Q}{\partial z} = 0$$

liefern dann die wahren Elemente. Im Falle $\lambda = 2$ sind diese Gleichungen linear.

Nun seien die o die mit Fehlern behafteten wirklich beobachteten Grössen. Ich bilde zunächst $d^2 Q$. Da die v bloss lineare Funktionen der x, y, z sind, so kann man nach den bekannten Regeln über die Bildung der totalen Differentiale das Differential $d^2 Q$ auch in Funktion der dv ausdrücken. Man bekommt so

$$(4) d^2 Q = \frac{\partial^2 Q}{\partial v_1^{(1)2}} dv_1^{(1)2} + \frac{\partial^2 Q}{\partial v_1^{(1)} \partial v_2^{(1)}} dv_1^{(1)} dv_2^{(1)} + \dots + \frac{\partial^2 Q}{\partial v_k^{(m)2}} \cdot dv_k^{(m)2}.$$

Nun ist z. B.

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial v_1^{(1)2}} = \lambda(\lambda - 1) v_1^{(\lambda-2)}, \quad \frac{\partial^2 Q}{\partial v_1^{(1)} \partial v_2^{(1)}} = 0, \quad \text{usw.},$$

also

$$(5) d^2 Q = \lambda(\lambda - 1) [v_1^{(\lambda-2)} \cdot dv_1^{(1)2} + v_2^{(\lambda-2)} \cdot dv_2^{(1)2} + \dots v_k^{(m\lambda-2)} \cdot dv_k^{(m)2}].$$

Die Koeffizienten der Differentiale sind wegen des geraden Exponenten $\lambda - 2$ niemals negativ; also ist $d^2 Q$ eine stets positive quadratische Differentialform. Ein Bedenken ist hier allerdings noch zu beseitigen. Eigentlich hat man $d^2 Q$ als quadratische Form der unabhängigen Differentiale dx, dy, dz zu betrachten. Man könnte also befürchten, dass für passend gewählte Werte der dx, dy, dz die dv sich sämtlich annullieren und damit auch $d^2 Q$ verschwinde. Das ist aber unmöglich. In der Tat, bilde ich nach (1) die dv , so werden diese homogene lineare Funktionen der dx, dy, dz . Greife ich das oben erwähnte System mit der nicht verschwindenden Determinante heraus und bilde die dv , so werden bekanntlich eben wegen der nicht verschwindenden Determinante

alle dv nur dann gleich Null, wenn die dx, dy, dz verschwinden. Also, wenn nicht alle unabhängigen Differentiale verschwinden, so tun dies auch nicht die abhängigen dv . Mithin ist d^2Q für beliebige nicht gleichzeitig verschwindende Wertesysteme der dx, dy, dz stets positiv, niemals null oder negativ. Nun nimmt Q nie negative Werte an; es muss also wenigstens ein Minimum haben. $\frac{d^2Q}{2}$ ist aber das zweite Glied in der Taylor'schen Entwicklung von $Q(x + dx, y + dy, z + dz)$ nach Potenzen von dx, dy, dz . Daraus folgt, dass bei Q bloss ein Minimum vorliegen kann, und zwar nur ein einziges. Dies Minimum kann auch nicht längs einer ganzen Kurve stattfinden, wobei man sich $Q = Q(x, y, z)$ als Fläche im vierdimensionalen Raume denken möge; denn dann müsste d^2Q längs dieser Kurve verschwinden. Man kann sich geometrisch auch so ausdrücken: $d^2Q \neq 0$ bedeutet, dass die Fläche $Q = Q(x, y, z)$ mit ihrer Tangentialebene überall bloss eine Berührung erster Ordnung hat. Das Minimum findet also statt bloss für ein Wertesystem der x, y, z . Hieraus folgt dann endlich, dass alle Gleichungen (3) voneinander unabhängig sind und dass sie stets ein bestimmtes reelles Wertesystem liefern müssen, nämlich das, welches das Minimum hervorbringt.

Die vorstehenden Erläuterungen ziehen jetzt aber eine sehr interessante Folgerung nach sich. Es seien die o die gemessenen Grössen; da bloss gute Beobachtungen vorausgesetzt werden, so häufen sich die v in jeder Gruppe bei steigender Beobachtungszahl schliesslich mehr und mehr an um den wahren Wert des o der betreffenden Gruppe, denn einseitig wirkende Fehler sollen ja ausgeschlossen sein. Dabei kommt es auf das Gesetz der Fehlerverteilung garnicht an. Jetzt hat man für eine beliebige der Funktionen Q

$$(6) \quad dQ = \lambda \left[(v_1^{(1)\lambda-1} + v_2^{(1)\lambda-1} + \dots + v_a^{(1)\lambda-1}) dv_1^{(1)} + (v_1^{(2)\lambda-1} + \dots + v_b^{(2)\lambda-1}) dv_1^{(2)} + \dots \right. \\ \left. \dots + (v_1^{(m)\lambda-1} + \dots + v_k^{(m)\lambda-1}) dv_1^{(m)} \right];$$

denn nach (1) ist ja

$$\begin{aligned} dv_1^{(1)} &= dv_2^{(1)} = \dots = dv_a^{(1)} \\ dv_1^{(2)} &= dv_2^{(2)} = \dots = dv_b^{(2)} \\ &\vdots \\ dv_1^{(m)} &= dv_2^{(m)} = \dots = dv_k^{(m)}. \end{aligned}$$

Die Anzahl der in (6) vorkommenden dv ist gleich der Anzahl der Gruppen, also stets endlich.

Nun setze ich in (6) und in (1) die wahren Elemente ein. Dann werden wegen der allmählich immer symmetrischer werdenden Verteilung der o um ihre wahren Werte die v schliesslich sich symmetrisch um die Null verteilen; also werden die v schliesslich gleich oft positiv und negativ

aufzutreten. In (6) werden also wegen des ungeraden Exponenten $\lambda - 1$ die Koeffizienten der dv einzeln allmählich der Null zustreben. Mit andern Worten: die wahren Elemente werden, bei steigender Beobachtungszahl in jeder Gruppe, schliesslich das dQ immer mehr der Null annähern; das heisst, die wahren Elemente werden die Funktion Q fast zu einem Minimum machen. Die aus (3) zu berechnenden Werte, die sogenannten definitiven Elemente, machen Q strenge zu einem Minimum.

Das Ergebnis vorstehender Untersuchung ist also folgendes: Bei steigender Beobachtungszahl in jeder Gruppe werden die wahren Elemente das Minimum immer besser hervorbringen, und deshalb müssen die berechneten Elemente, die ja das Q strenge zu einem Minimum machen, sich den wahren Elementen immer mehr nähern. Bei unendlicher Zahl der Beobachtungen in jeder Gruppe fallen dann beide Arten von Elementen zusammen.

Ogleich die soeben auseinandergesetzte Methode erst bei unendlicher Anzahl der Messungen die wahren Elemente liefert, so wird doch in der Praxis der Fall oft eintreten, dass die Fehler in jeder Gruppe sich annähernd aufheben. Dann aber sind die berechneten Elemente den wahren schon recht nahe gelegen. Ja, man wird schon bei einer endlichen Zahl von Messungen die wahren Elemente erhalten, wenn sich zufällig die v in jeder Gruppe einander aufheben. Selbst wenn in jeder Gruppe bloss eine Beobachtung vorliegt, so wird wegen der Kleinheit der v der Ausdruck für dQ gegen die dv und damit gegen die dx, dy, dz recht klein, man könnte fast sagen, unendlich klein zweiter Ordnung; hierbei denke ich mir die wahren Werte der x, y, z in dQ eingesetzt. Also machen diese wahren Elemente das Q schon wieder sehr nahe zum Minimum; also liegen die berechneten Elemente ihnen recht nahe. Die Q sind hierbei stets Potenzensummen mit geraden Exponenten. Oben wurde gezeigt, dass die Fläche Q , in geometrischer Sprechweise, die Tangentialebene im Minimalpunkt bloss in erster Ordnung berührt. Denke ich mir wieder den Wert dQ , der durch die wahren Elemente hervorgerufen wird; dies dQ wird dem Minimalpunkt und damit dem Komplex der berechneten Elemente dann näher liegen, wenn die Ordnung der Berührung möglichst niedrig ist, und das ist bei unsern Q auch der Fall. Also empfehlen sich unsere Funktionen Q auch durch diese Eigenschaft dem Zwecke der Ausgleichung.

Zum Schlusse dieses Abschnittes möge noch eine Bemerkung Platz finden. Die wahren Elemente werden, in (1) eingesetzt, die v teils positiv, teils negativ machen, eben wegen der Zufälligkeit der Fehler. Da nun bei steigender Beobachtungszahl die berechneten Elemente sich den wahren asymptotisch nähern, so werden auch die berechneten Elemente schliesslich die v teils positiv, teils negativ machen. Sollten also die v vorwiegend posi-

tiv oder umgekehrt vorwiegend negativ werden, so ist das ein Zeichen für das Vorhandensein einseitig wirkender Fehlerursachen.

2.

Dieser Abschnitt ist einer einfachen und elementaren Herleitung des berühmten Gauss'schen Fehlergesetzes gewidmet. Es mögen irgend welche Messungen vorliegen, etwa Anschnitte eines Punktes mittels des Theodoliten. Zunächst ist es vorteilhaft, sich den grössten gemeinsamen Teiler aller begangenen Fehler, gewissermassen als Elementarfehler zu denken von der Grösse Δv ; den Uebergang zum $d v$ und damit zu einer lückenlosen Fehlerreihe kann man dann hinterher leicht bewerkstelligen. Zunächst also sollen die Fehler als diskrete Menge vom Abstand Δv gedacht werden. Um, der grösseren Anschaulichkeit willen, ein Analogon aus der Wahrscheinlichkeitsrechnung und zwar das genaue Analogon heranzuziehen, denke ich mir jeden Fehler als Kugel, und zwar die Fehler von gleicher Grösse als Kugeln der nämlichen Farbe. Jetzt teile ich die Messungen ein in Gruppen von der gleichen Anzahl von Einzelmessungen, etwa 10 Messungen in jeder Gruppe. Der Vorgang beim Zustandekommen jeder Messungsgruppe entspricht jetzt genau dem Herausgreifen je einer Kugel aus 10 nebeneinanderstehenden Urnen mit nachherigem Zurücklegen der Kugeln in die Urnen; jede der letzteren enthält als Bilder der Fehler die gleiche Anzahl von Kugeln. Wenn der kleinste Fehler etwa als rote Kugel dargestellt wird, so müssen natürlich die roten Kugeln auch gemäss der Häufigkeitszahl des kleinsten Fehlers in jeder Urne vorhanden sein; ebenso die übrigen Kugeln als Bilder der durch sie dargestellten Fehler. Dabei kommt es auf die absolute Zahl der Kugeln in jeder Urne nicht an, sondern bloss darauf, dass die Anzahlen der verschiedenfarbigen Kugeln im selben Verhältnis stehen wie die Häufigkeitszahlen der Fehler. Die Gesamtheit von 10 Zügen, aus jeder Urne einen, mag eine Ziehungsgruppe genannt werden. Nun ist bekanntlich die Wahrscheinlichkeit, dass eine Ziehungsgruppe aus der ersten Urne etwa eine rote, aus der zweiten etwa eine weisse usw. Kugel enthält, gleich dem Produkt der Einzelwahrscheinlichkeiten; oder deutlicher ausgedrückt: Bei steigender Zahl der Ziehungsgruppen muss ich die Gesamtzahl aller Ziehungsgruppen mit dem erwähnten Produkt multiplizieren, um die Anzahl der Ziehungsgruppen ein und derselben Sorte zu bekommen, also etwa die Ziehungsgruppe mit der Kugelfolge gelb weiss rot grün blau usw. Ob übrigens die Züge in einer Ziehungsgruppe hintereinander oder zugleich gemacht werden, ist gänzlich belanglos.

Jetzt seien allgemein in jeder Messungsgruppe n Einzelmessungen enthalten; ihre Werte seien $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$; ε sei der wahre Wert der gemessenen Grösse. $\varphi(v)$ bedeute jetzt die Zahl, mit der die Gesamtzahl der Fehler zu multiplizieren ist, um die Zahl der begangenen Fehler von

der Grösse v zu erhalten; natürlich wird die so erhaltene Zahl umso genauer, je grösser die Anzahl aller begangenen Fehler ist. Ich bilde

$$(7) \quad w(z) = \varphi(z - a_1) \cdot \varphi(z - a_2) \cdot \varphi(z - a_3) \cdot \dots \cdot \varphi(z - a_n).$$

$z - a_i$ ist der bei der i -ten Messung von z begangene Fehler. Nunmehr ist also $w(z)$ die Zahl, mit der ich die Anzahl der Messungsgruppen von je n Einzelmessungen multiplizieren muss, um die Zahl der Messungsgruppen zu erhalten, bei denen gerade die Fehler $(z - a_1), (z - a_2), (z - a_3), \dots, (z - a_n)$ begangen sind. Die begangenen Fehler sind teils positiv, teils negativ. Je mehr Einzelmessungen ich in jeder Messungsgruppe enthalten sein lasse, umsomehr werden sich die Fehler in jeder Gruppe symmetrisch um die Null herum verteilen. Nunmehr denke ich mir in (7) anstelle des wahren Wertes z einen hiervon nur wenig verschiedenen Wert von z gesetzt; dann werden die Grössen $z - a_1, z - a_2, \dots, z - a_n$, entweder vorwiegend positiv oder vorwiegend negativ werden. Je mehr Einzelmessungen in den Messungsgruppen enthalten sind, umso weniger braucht der neue Wert von z vom wahren abzuweichen, um das Ueberwiegen eines Vorzeichens zu bewirken. \bar{z} sei dieser neue Wert von z . Dann giebt $w(\bar{z})$ die Wahrscheinlichkeit für das Vorkommen der Messungsgruppen an, bei denen in den Einzelmessungen vorwiegend etwa positive Fehler enthalten sind. Da, wie schon erwähnt, in jeder Messungsgruppe die Anzahl der Einzelmessungen beliebig gross sein kann, so ist sofort klar, dass das Vorkommen von Messungsgruppen, deren Einzelmessungen mit vorwiegend etwa positiven Fehlern behaftet sind, sehr unwahrscheinlich ist. Daher wird $w(z)$ für den wahren Wert von z sein Maximum besitzen.

Hieraus bestimmt sich jetzt leicht die Natur von $\varphi(v)$. Um eine bequemer zu handhabende Summe zu haben, werde für (7) geschrieben

$$(8) \quad w(z) = e^{\log \varphi(z - a_1) + \log \varphi(z - a_2) + \dots + \log \varphi(z - a_n)}$$

$\varphi(v)$ ist eine gerade Funktion; also fehlen in ihrer Potenzreihenentwicklung die ungeraden Potenzen von v . Da $\varphi(v)$ zu beiden Seiten der Null stark abnimmt, und zwar für grössere Fehler sicher stärker als für kleine, so erhellt hieraus, dass in der Umgebung des Nullpunktes $\varphi(v)$ nach unten konkav ist; also muss sein $\varphi''(0) < 0$, wenn der Nullpunkt keine singuläre Stelle der Kurve sein soll. Mithin lautet die Entwicklung

$$(9) \quad \varphi(v) = c_0 - c_1 v^2 + c_2 v^4 + c_3 v^6 + \dots ;$$

für $v_i = z - a_i$ folgt

$$(10) \quad \varphi(z - a_i) = c_0 - c_1 (z - a_i)^2 + c_2 (z - a_i)^4 + c_3 (z - a_i)^6 + \dots.$$

$w(z)$ hat sein Maximum für den wahren Wert z der gemessenen Grösse. Dieser Wert ist unbekannt; aber bei steigender Messungszahl wird bei der Zufälligkeit der Fehler das arithmetische Mittel aus den Messungen sich asymptotisch dem wahren Wert nähern. Ich setze jetzt die Reihe

in (10) ein in (8). Die Koeffizienten der Reihe bestimme ich jetzt so, dass die Funktion $w(z)$ ihr Maximum erhält für $z = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}$.

Ich lasse alle Koeffizienten verschwinden ausser c_0 und c_1 . Dann kommt

$$(11) \quad w(z) = e^{\log [c_0 - c_1 (z - a_1)^2]} + \log [c_0 - c_1 (z - a_2)^2] + \dots + \log [c_0 - c_1 (z - a_n)^2]$$

Es ist aber

$$\log [c_0 - c_1 (z - a_i)^2] = \log c_0 \left[1 - \frac{c_1}{c_0} (z - a_i)^2 \right] = \log c_0 + \log \left[1 - \frac{c_1}{c_0} (z - a_i)^2 \right]$$

Die Reihenentwicklung ergibt dann

$$\log \left[1 - \frac{c_1}{c_0} (z - a_i)^2 \right] = -\frac{c_1}{c_0} (z - a_i)^2 - \frac{c_1^2}{2c_0^2} (z - a_i)^4 - \dots$$

Da nun bloss gute Beobachtungen vorausgesetzt werden, so kann man die höheren Potenzen der Fehler $z - a_i$ vernachlässigen. Dann folgt

$$(12) \quad w(z) = e^{n \log c_0} \cdot e^{-\frac{c_1}{c_0} [(z - a_1)^2 + (z - a_2)^2 + \dots + (z - a_n)^2]}$$

Nun sieht man sofort, dass $w(z)$ sein Maximum hat, wenn z das arithmetische Mittel der gemessenen Grössen ist. In der Tat, der zweite Exponent in (12) erhält für diesen Wert von z sein Minimum. Die Bestimmung von $\varphi(v)$ ist jetzt leicht; es war

$$(13) \quad w(z) = \varphi(z - a_1) \cdot \varphi(z - a_2) \cdot \dots \cdot \varphi(z - a_n).$$

Die gemessenen Grössen mögen zufällig alle gleich gross ausgefallen sein, also $a_1 = a_2 = \dots = a_n = a$. Dadurch wird der Charakter von $\varphi(v)$ nicht verändert. Aus (13) folgt dann sofort

$$[\varphi(z - a)]^n = w(z) \quad \text{oder} \quad \varphi(z - a) = \sqrt[n]{w(z)};$$

oder nach (12)

$$\varphi(z - a) = e^{\log c_0} \cdot e^{-\frac{c_1}{c_0} (z - a)^2}$$

Nun war $z - a = v$; ich setze noch $c_0 = A$, $\frac{c_1}{c_0} = h^2$; dann ist

$$(11) \quad \varphi(v) = A \cdot e^{-h^2 v^2}$$

Hiermit ist die Natur von $\varphi(v)$ zwar bestimmt; $\varphi(v)$ muss aber ferner noch die Häufigkeitszahl ergeben für die zwischen den Grenzen $-\infty$ und $+\infty$ liegenden Fehler. Dazu setze ich unter Heranziehung des oben definierten Δv

$$A = C \cdot \Delta v.$$

Dann ergibt (14)

$$\varphi(v) = C e^{-h^2 v^2} \cdot \Delta v.$$

Da nichts hindert, Δv beliebig klein anzunehmen, so werde jetzt stets anstatt Δv geschrieben dv . Die erwähnte Häufigkeitszahl, mit der man also die Gesamtzahl der Fehler zu multiplizieren hat, um die Anzahl der

zwischen den genannten Grenzen liegenden Fehler zu erhalten, beträgt nunmehr

$$C \cdot \int_{v_1}^{v_2} e^{-h^2 v^2} \cdot dv .$$

Für die Grenzen $-\infty$ und $+\infty$ muss diese Zahl der Einheit gleich sein; dadurch bestimmt sich in bekannter Weise C ; schreibt man noch x anstelle von v , so lautet die Fehlerfunktion

$$(15) \quad \varphi(x) = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2 x^2} \cdot dx .$$

Damit ist das Gauss'sche Fehlergesetz abgeleitet.

Hierbei ist vorausgesetzt das Auftreten nur kleiner Fehler; deshalb konnten die höheren Potenzen der Fehler vernachlässigt werden. Es ist, strenge genommen, in vorstehender Herleitung die Gültigkeit des Fehlergesetzes nur für kleine Fehler gezeigt worden; ob grössere Fehler sich diesem Gesetze noch fügen, das blieb unentschieden. Es hat sich nun in der Tat gezeigt, dass grössere Fehler etwas häufiger auftreten als es das Gauss'sche Gesetz verlangt. Es sei da erinnert an die Vergleiche zwischen Theorie und Erfahrung, wie sie Bessel an astronomischen Beobachtungen von sich und Bradley angestellt hat. Da indess grössere Fehler recht selten sind, so verfährt man in der Theorie so, als ob das Gauß'sche Gesetz für alle Fehler gültig wäre. Hiervon wurde übrigens bei der Bestimmung von C stillschweigend Gebrauch gemacht.

3.

Jetzt mögen nun die mittleren Fehler miteinander verglichen werden, die entstehen, wenn man die geraden Potenzensummen Q der Reihe nach zur Ausgleichung heranzieht. Zunächst ist der mittlere Fehler zu definieren. Sei $2k$ der Exponent der Potenzensumme. Es ist am natürlichsten, als mittleren Fehler zu nehmen die $2k$ -te Wurzel aus dem arithmetischen Mittel der $2k$ -ten Fehlerpotenzen, wobei natürlich jeder Fehler mit seiner Häufigkeitszahl zu multiplizieren ist. Bedeutet m_{2k} diesen mittleren Fehler, so ergibt sich bekanntlich

$$m_{2k}^{2k} = \frac{2h}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} x^{2k} \cdot e^{-h^2 x^2} \cdot dx$$

oder nach den Lehren der Integralrechnung

$$m_{2k}^{2k} = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2k-1)}{2^k \cdot h^{2k}} .$$

Dies schreibe ich

$$m_{2k} = \frac{1}{h} \sqrt[2k]{\frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2k-1)}{2 \cdot 2 \cdot 2 \dots 2}}$$

oder

$$(17) \quad m_{2k} = \frac{\sqrt[2k]{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2k-1)}}{h \cdot \sqrt{2}}$$

Es lässt sich jetzt leicht zeigen, dass die rechte Seite von (17) eine aufsteigende Folge bildet, wenn k alle positiven ganzen Zahlen durchläuft. Es ist, für die beliebige Zahl $a > 1$

$$(18) \quad \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2k-1)}{a^k} = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2k-1)}{a \cdot a \cdot a \dots a} = \infty.$$

In der Tat, schliesslich werden die Brüche rechts unecht und damit strebt der Ausdruck dem Unendlichen zu. Aus (18) folgt sofort

$$\lim_{k \rightarrow \infty} [1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2k-1)] > \lim_{k \rightarrow \infty} [a^k]$$

also

$$(19) \quad \lim_{k \rightarrow \infty} \sqrt[2k]{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2k-1)} > \sqrt{a}$$

Da aber a beliebig gross sein kann, so folgt

$$(20) \quad \lim_{k \rightarrow \infty} \sqrt[2k]{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2k-1)} = \infty.$$

Jetzt setze ich

$$u_{2k} = \sqrt[2k]{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2k-1)}, \quad \text{also}$$

$$u_{2k+2} = \sqrt[2(k+1)]{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2k-1)};$$

dann ist

$$\frac{u_{2k+2}}{u_{2k}} = \frac{\sqrt[2]{\sqrt[2k+1]{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2k-1) \cdot (2k+1)}}}{\sqrt[2k]{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2k-1)}} = \sqrt[2]{\sqrt[2k+1]{\frac{1^k \cdot 3^k \cdot 5^k \dots (2k+1)^k}{1^{k+1} \cdot 3^{k+1} \cdot 5^{k+1} \dots (2k-1)^{k+1}}}};$$

schliesslich folgt

$$\frac{u_{2k+2}}{u_{2k}} = \sqrt[2k(k+1)]{\frac{(2k+1) \cdot (2k+1) \dots (2k+1)}{1 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (2k-1)}}.$$

Der Radikand ist unecht gebrochen, mithin auch die Wurzel; also

$$(21) \quad u_{2k+2} > u_{2k}.$$

Mithin ist u_{2k} eine aufsteigende Folge.

Der mittlere Fehler wird also mit wachsendem k immer grösser. Seinen kleinsten Wert besitzt er für $k = 1$. Hieraus ersieht man, dass unter allen Potenzensummen es gerade die Summe der Quadrate ist, die den kleinsten mittleren Fehler ergibt. Die Summe der Quadrate empfiehlt sich also auch hierdurch als die günstigste zur Ausgleichung; zudem natürlich noch mehr dadurch, da ja sie allein lineare Endgleichungen gibt.

Das über die Ausgleichung vermittelnder Beobachtungen Gesagte ist nun auch leicht auszudehnen auf den Fall, wo die Beobachtungen von verschiedenem Gewichte sind. Denkt man sich die Fehlergleichung vom Gewichte p einfach als p Gleichungen vom Gewichte 1 hingeschrieben, so liegt der Fall gleichgewichtiger Beobachtungen vor, wie er im ersten Abschnitt behandelt wurde. Liegen m Beobachtungen vor mit den Gewichten $p_1, p_2, p_3, \dots, p_m$, so erhält man aus Gleichung (6):

$$dQ = \lambda \left[p_1 v_1^{(1)\lambda-1} \cdot dv_1^{(1)} + p_2 v_1^{(2)\lambda-1} \cdot dv_1^{(2)} + \dots + p_m v_1^{(m)\lambda-1} \cdot dv_1^{(m)} \right].$$

Die Koeffizienten der Differentiale werden bei guten Beobachtungen wieder sehr klein und damit auch dQ . Die hieraus fließenden Folgerungen bleiben dieselben wie im ersten Abschnitt.

Die eigentümliche Schönheit der Methode der kleinsten Quadrate beruht wohl zum grossen Teil darauf, dass sie aus fehlerhaften Beobachtungen gleichsam das Idealbild der Wahrheit fast rein hervorstrahlen lässt. Man könnte das hier angewandte Minimalprinzip fast noch passender als ein Optimalprinzip bezeichnen. In der Tat, wegen des Minimums der Summe der Fehlerquadrate ist es unmöglich, dass sich eine oder mehrere Messungen auf Kosten der übrigen vordrängen; jeder Messung widerfährt vielmehr das ihr zustehende Recht. Der Schwerpunkt der ganzen Methode liegt vornehmlich im Praktischen. Eine gewisse Willkür in der Annahme der zur Begründung der Methode heranzuziehenden Prinzipien ist deshalb, wie schon Gauß betont, nicht zu vermeiden. Man wird deshalb teils geometrische, teils Wahrscheinlichkeits-Betrachtungen heranziehen dürfen. So sind hier letztere Betrachtungen im ersten Abschnitt fast ganz zurückgedrängt, während sie nachher wieder im Vordergrunde stehen. Es muss sogar erlaubt sein, manche Ansätze zunächst rein hypothetisch zu machen, so z. B. die Annahme, dass sich $\varphi(v)$ in eine Potenzreihe entwickeln lässt. Ob das erhaltene Ergebnis richtig ist, das prüft sich in letzter Linie an der Erfahrung.

Rechenschieber und Rechenmaschine.

Von Vermessungsrat **Zehnder**, Rastatt (Baden).

In der Z. f. V. Jahrgang 1930, S. 861—867, sind drei Abhandlungen erschienen, welche sich ganz oder teilweise mit diesen Rechenhilfsmitteln beschäftigen.

1.

Bei der Auswertung der Tachymeterformeln mit dem Rechenschieber wird gegenwärtig wohl allgemein die Funktion $1 - \sin^2 a$ statt $\cos^2 a$ verwendet. Ein Hinweis auf diese Möglichkeit findet sich schon in Jordans Handbuch, Ausgabe 1897. Ebenso hat die Firma Nestler-Lahr schon im Jahr 1906 oder früher für den Gebrauch ihres Rechenschiebers „Universal“ die Form $1 - \sin^2 a$ empfohlen.

Die auf der Rückseite der Rechenschieber am linken und rechten Ende angebrachten Ausschnitte und Indexstriche betrachte ich nur als Behelfsmittel und die Benutzung der trigonometrischen Teilungen in Verbindung mit diesen Rücken Ausschnitten und Indexstrichen nur als Ausnahmefälle. Daß hierbei zum Einstellen jedesmal der ganze Rechenschieber umgedreht werden muß, ist sehr mißlich. Wenn Stationen oder ganze Tachymeterzüge zu reduzieren sind, dann ist es vorteilhafter, die Stabzunge umzudrehen, so daß die Teilungen S und T nach oben zu liegen kommen.

2.

Die Flächenberechnung aus Koordinaten nach dem Verfahren von Lorenzen-Elling, bedarf keiner Gedächtnisstützen, weil ja jede Zahl, mit welcher soeben gerechnet wurde, aus dem Einstellwerk und dem Umdrehungszählwerk ersichtlich ist. Es wird nur von oben nach unten gerechnet. Die zweite Berechnung führe ich in der Weise aus, daß die Figur um 180° gedreht und der Ansatz frisch aufgestellt wird. Dieser doppelte Ansatz ist zur Sicherung der Rechnung unerlässlich, ist aber selbst für die größte Figur eine einfache Sache, welche nicht viel Zeit in Anspruch nimmt. Wenn z. B. für die auf Seite 868 (1930) dargestellte Figur nur die Gesamtfläche zu rechnen ist, dann beschränkt sich der schriftliche Ansatz nach Lorenzen-Elling auf die Wiedergabe der auf positive Worte gebrachten Ordinaten und Abszissen, sieht also folgendermaßen aus:

Erste Berechnung		Zweite Berechnung	
(y)	(x)	(y)	(x)
100,0	10,0	78,4	19,3
111,6	4,5	134,5	49,5
158,5	26,0	93,4	76,7
121,6	90,7	115,7	96,5
65,5	60,5	100,0	100,0
106,6	33,3	88,4	105,5
84,3	13,5	41,5	84,0
$2F =$		$2F =$	

Beide Ansätze prüfen sich gegenseitig. Schriftlich festgehalten wird außer dem Ansätze nur das Endresultat. Im folgenden Abschnitt 4 findet sich eine vollständig ausgeführte erste und zweite Berechnung der Gesamtfläche und ihrer Verbesserung.

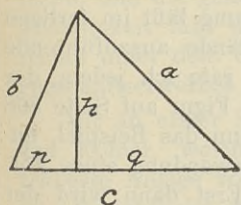
3.

An Stelle der Rechenmaschine kann in vielen Fällen der Rechenschieber treten. Meist sind dazu aber Näherungswerte oder Hilfsgrößen erforderlich, welche jedoch entweder durch die Messungselemente ohne weiteres gegeben oder von dem umsichtigen Praktiker rechtzeitig beschafft worden sind. Die Berechnung des Dreiecksinhaltes mit der R.-Maschine aus den Dreiecksseiten geschieht wohl am zweckmäßigsten nach der Heronischen Formel. Die Berechnung einer einzelnen Höhe benötigt mit der R.-Maschine den gleichen Zeitaufwand, liefert aber noch nicht die Dreiecksfläche selbst. Zur Berechnung der Höhe h ist zunächst die Berechnung der Abschnitte p und q erforderlich, welche nach folgenden Formeln oft auch mit dem Rechenschieber berechnet werden können:

$$p = \frac{c}{2} - \frac{(a+b)(a-b)}{2c}$$

$$q = \frac{c}{2} + \frac{(a+b)(a-b)}{2c}$$

Wenn die Abschnitte p oder q nur zur Berechnung der Höhe, nicht auch für die Flächenberechnung selbst gebraucht werden, genügt es in sehr vielen Fällen, wenn p oder q näherungsweise einer Zeichnung entnommen werden. Aus diesem Näherungswert und einer günstig gelegenen Dreiecksseite läßt sich dann mit Hilfe des Rechenschiebers die gesuchte Höhe leicht ableiten. Das Verfahren ist bekannt; es wird eigentlich nicht die Höhe selbst, sondern nur der Unterschied zwischen der Dreiecksseite und der Höhe berechnet.



$$\begin{aligned} b - u &= h \\ b^2 + u^2 - 2bu &= h^2 \\ b^2 - p^2 &= h^2 \\ \hline 2bu - u^2 &= p^2 \\ u &= \frac{p^2}{2b - u} \end{aligned}$$

Der Umstand, daß die Unbekannte u auf beiden Seiten der Gleichung erscheint, stört praktisch nicht. In der Regel genügt die Formel $u_1 = \frac{p^2}{2b}$; nur wenn u_1 einen erheblicheren Betrag annimmt, muß die Rechnung durch eine geringfügige Aenderung der Rechenschieberstellung mit $\frac{p^2}{2b - u_1}$ wiederholt werden. Das alles geht aber viel schneller und einfacher, als es hier geschildert werden kann. Welche Größe und Genauigkeit für p günstig ist, darüber bildet sich der Rechner schon nach den ersten Anwendungen des Verfahrens ein schnelles und sicheres Urteil. Häufig läßt sich der Abstand p der Zeichnung des Aufnahmehandrisses entnehmen. Neuzeitlich geführte Handrisse sind ja so reichlich im Maßstab bemessen und nähern sich so außerordentlich dem maßstäblichen Bilde, daß Hilfsgrößen jeder Art, z. B. für Grundstücksteilungen, Koordinatenumformungen, Wiederbestimmung von Polygonpunkten usw. oft genauer als erforderlich der Handrißzeichnung entnommen werden können. Ein schriftlicher Ansatz zur Berechnung der Größe u und der Höhe ist nicht erforderlich. Er würde etwa folgendermaßen aussehen:

Schematisch:

$$\begin{array}{r}
 p \quad b \quad 2b \\
 \quad \quad u \\
 \quad \quad h
 \end{array}$$

Zahlenbeispiel:

$$\begin{array}{r}
 3,5 \quad 1874 \quad (37,5) \\
 \quad \quad - 33 \\
 \hline
 \quad \quad 1841
 \end{array}$$

4.

Die Verwendung des Rechenschiebers für Teilungen im Felde, nach Vorschlag von Katasterdirektor Schmidt (Z.f.V. 1930, S. 867) ist für Praktiker eine bedeutsame und anregende Neuerung. Ich möchte dazu vorschlagen, auch in diesem Falle die häuslich vorzubereitende Flächenberechnung nach dem Verfahren Lorenzen-Elling, wie es oben in Abschnitt 2 angedeutet wurde, auszuführen. Das bedeutet zunächst einen erheblichen Zeitgewinn. Es ergibt sich dann ferner, daß nur die $\Delta x = x_3 - x_1$ usw. zu bilden sind, nicht aber auch die $\Delta y = y_3 - y_1$ usw. An Stelle der Δy treten die y selbst, in vorliegendem Beispiel sogar die um 100 m vergrößerten y , was aber, wie gerade dieses Beispiel zeigt, für die Anwendung des Rechenschiebers durchaus kein Hindernis ist. In den allermeisten praktischen Fällen werden die y erheblich kleiner als 100 m sein. Die Δx müssen allerdings besonders ermittelt werden, weil sie in dem Rechenverfahren nach Lo.-Ell. nicht ausgeschieden werden. Der Zeitaufwand für diese Ausscheidung der Δx ist aber kaum nennenswert. Diese Arbeit wird zu Hause anlässlich der vorbereitenden Flächenberechnung gleich mit erledigt. Im Felde sind dann nur die δy und δx an die vorgesehene Stelle des Flächenberechnungsblattes einzusetzen und mit dem Rechenschieber die entsprechenden Produkte zu bilden. Die auf Seite dargestellte erste und zweite Berechnung der Gesamtfläche und ihrer Verbesserung läßt im fertigen Druck nicht erkennen, wie die, teilweise im Gelände auszuführende Berechnung im Einzelnen vor sich geht. Deshalb rate ich jedem, der viel mit Grundstücksteilungen zu tun hat, von der Figur auf Seite 868 (1930) eine Abzeichnung sich zu fertigen, und dann das Beispiel, unabhängig vom Druck und möglichst auch ohne Verwendung eines Vordrucks, nach beiden Verfahren durchzurechnen. Erst dann wird der Rechner den überaus praktischen Vorschlag von Katasterdirektor Schmidt zu würdigen verstehen.

Erste Berechnung der Gesamtfläche und ihrer Verbesserung:

y	δy	Δx	x	δx	$\delta(\Delta x)$	$y \cdot \delta(\Delta x)$	$\delta y \cdot \Delta x$
100,0	+ 00	- 9,0	10,0	+ 00	- 11	- 11,0	+ 0,0
111,6	+ 33	+ 16,0	4,5	- 37	+ 36	+ 40,2	+ 5,3
158,5	- 36	+ 86,2	26,0	+ 36	+ 88	+ 139,1	- 31,0
121,6	+ 32	+ 34,5	90,7	+ 51	- 60	- 73,0	+ 11,0
65,5	+ 44	- 57,4	60,5	- 24	- 18	- 11,8	- 25,2
106,6	- 18	- 47,0	33,3	+ 33	- 02	- 2,1	+ 8,4
84,3	- 25	- 23,3	13,5	- 26	- 33	- 27,8	+ 5,8
						+ 179,3	+ 30,5
						- 125,7	- 56,2
$2 F =$	8009,4					+ 53,6	- 25,7
$\delta 2 F =$	+ 27,9					- 25,7	
						+ 27,9	= $\delta 2 F$

Zweite Berechnung der Gesamtläche und ihrer Verbesserung:

y	δy	Δx	x	δx	$\delta(\Delta x)$	$y \cdot \delta(\Delta x)$	$\delta y \cdot \Delta x$
78,4	- 32	- 34,5	19,3	- 51	+ 60	+ 47,0	+ 11,1
134,5	- 44	+ 57,4	49,5	+ 24	+ 18	+ 24,2	- 25,2
93,4	+ 18	+ 47,0	76,7	- 33	+ 02	+ 1,8	+ 8,5
115,7	+ 25	+ 23,3	96,5	+ 26	+ 33	+ 38,2	+ 5,8
100,0	+ 00	+ 9,0	100,0	+ 00	+ 11	+ 11,0	+ 0,0
88,4	- 33	- 16,0	105,5	+ 37	- 36	- 31,8	+ 5,3
41,5	+ 36	- 86,2	84,0	- 36	- 88	- 36,9	- 31,0
						+ 122,2	+ 30,7
						- 68,7	- 56,2
						+ 53,5	- 25,5
						- 25,5	
$2F =$	8009,4						
$\delta 2F =$	+ 28,0					+ 28,0	$= \delta 2F$

Ueber das älteste Kölner Grundbuch und seine Stellung im Liegenschaftsrechte.

L. Meys, Köln a. Rh.

Die Bedeutung der Grundbücher im ältern deutschen Liegenschaftsrechte und die gerade auf diesem Gebiete besonders weitgehende Vielgestaltigkeit läßt die Darstellung der eigenartigen Stadtliegenschaftsrechte unter dem Gesichtspunkte des die materielle Garantie des Liegenschaftserwerbes bietenden Grundbuches zweckdienlich erscheinen.

Mit an erster Stelle der alten deutschen Liegenschaftsrechte steht das Kölner, welches uns durch das berühmte Schreinswesen, die früheste Anlage von Grundbüchern in Deutschland, bekannt geworden ist. Gerichtliche Beurkundungen von Grundstücksübergangen als Akte der freiwilligen Gerichtsbarkeit sind zwar schon vor der Ausbildung des Schreinswesens bezeugt,¹⁾ der Rechtsgang hierbei ist jedoch noch ungeklärt. Sicherheit kommt erst durch die erste urkundliche Eintragung von Eigentumsübergang, die um das Jahr 1130 nachgewiesen ist und von da ab sich Schritt für Schritt ihren Wirkungsbereich erweitert hat.

Daß vor 1130 für diesen Rechtsakt keine Urkunde ausgefertigt ist, hat seinen Grund darin, daß der Sinn für schriftliche Aufzeichnungen eben noch fehlte. Die Verbindung der romanischen Urkunde mit dem germanischen Rechtsempfinden war allgemein bis zum 9. Jahrhundert eine rein äußerliche geblieben. Bei Meinungsverschiedenheiten ließ man den Zeugeneid und nicht selten das Gottesurteil im Zweikampfe entscheiden. Im 10. und noch im 11. Jahrhundert finden wir den anspruchslosen Akt, die unmittelbar bei der Rechtshandlung vorgenommene Aufzeichnung des Tatbestandes und der Zeugen. Sachlich enthielt der Akt bereits alle wichtigen Elemente einer gerichtlich verwendbaren,

1) Sohm, Entstehung des deutschen Städtewesens, 1890.

vom Empfänger ausgefertigten Urkunde. Ein brauchbares, jedoch sehr wichtiges Beglaubigungsmittel fehlte dem Akt noch, das Siegel. Das Beidrücken des Siegels machte den Akt zu einer Siegelurkunde, die ihm seine nur unterstützende Bedeutung nahm. Die Siegelurkunde trug ihre Garantie in sich; sie war die beste Wehr gegen dingliche Prozesse.

Es ist kein Zufall, daß der geschichtliche Werdegang der Siegelurkunde sich nirgendwo besser beobachten läßt als in Köln. Gerade hier hat sich deutsches Wesen mit romanischer Kultur in glücklicher Weise vermischt. Wie in allem, so nahm auch hierin erst die erzbischöfliche Kanzlei die alleinherrschende Stellung ein. Die Stadtherrschaft des Erzbischofs verblaßte im 13. Jahrhundert. Das aus seiner Kanzlei rührende Entwicklungsfähige wurde von den die Macht über die Stadt übernehmenden Kölner Bürgern weiter ausgebildet, und damit wurden auch die Eintragungen und Beurkundungen von Grundstücksübergangungen der modernen Grundbuchführung immer ähnlicher. Es läßt sich in Köln die Entwicklung der Auflassung nahezu lückenlos bis zum Bürgerlichen Gesetzbuch und zur Grundbuchordnung verfolgen. Die Handhabe dazu bieten die alten Schreinsbücher.

Die ältesten Kölner Grundbücher.

Wie bereits bemerkt, sind in Köln Eintragungen von Liegenschaften durch das Einsetzen der Schreinskarten um das Jahr 1130 genügend sichergestellt. Die Literatur will den Beginn der Eintragungen auf den Einfluß der in der Stadt wohnenden Juden zurückführen,²⁾ die in einer Eintragung eine größere Sicherheit ihres Besitzes sahen. Eine noch unveröffentlichte Arbeit³⁾, die mir nach der Fertigstellung vorliegender Abhandlung zu Gesicht kam, sieht den Anlaß der Schreinseintragung in einem verlorengegangenen Statut des Erzbischofs.

Die Eintragungen erfolgten zuerst auf Karten, Schreinskarten genannt. Von diesen sind erhalten die Schreinskarten der volkreichen Vorstadt Niederich und die des Altstadtbezirks St. Martin⁴⁾. An Alter sind sie sich fast gleich. Es sind im ganzen 86 Schreinskarten des 12. und des beginnenden 13. Jahrhunderts. Seit dem Jahre 1220 werden die Eintragungen durch die große Anzahl der 514 Schreinsbücher fortgesetzt⁵⁾. Bis zum Jahre 1798 blieben die Schreinsbücher in Gebrauch. Dann brachte das Eindringen des französischen Rechts in die Stadt der Einrichtung den Untergang.

Die Karten und Bücher, die sich erst über ausschließliche Liegenschaftsgeschäfte mit überwiegend dinglichen Rechten am Grundstücke, in erster Linie dem Erwerb von Grundeigentum, zum Grundbuche im heutigen Sinne entwickelten, waren in Schreinen aufbewahrt. Diese waren den Schreinsbezirken zugeteilt, deren man zuerst 7 innerhalb der Stadt gebildet hatte, deren Zahl jedoch mit der Stadterweiterung um das Jahr 1180 vermehrt wurde. Ein in späterer Zeit unternommener Versuch, durch Zentralisation der Bezirke eine umfassende Grundbuchpraxis zu errichten, konnte sich nicht durchsetzen. Im Zusammen-

2) Mittlg. d. St. Arch. H. 1 S. 348

3) Beyerle K. Die Kölner Schreinspraxis.

4) Hoeniger, Schreinsurk. II. S. 45.

5) Keussen H., Mittlg. d. St. Arch. H. 32.

hang mit den aus dem herrschaftsrechtlichem Boden der Kirchlichen Pfarrorganisation erwachsenen weltlichen Sonderverbänden blieben die selbständigen Sondergemeinden mit Schreinsführung auf der bereits 1180 erreichten Zwölfzahl stehen⁶⁾. Diesen 12 Hauptschreinen traten im Laufe der Zeit eine Reihe kleinere Schreinsbildungen bei, so daß es schließlich 20 Schreinsbezirke gab. Diese lassen sich in folgende 3 Gruppen zerlegen:

1. Schreinsbezirke auf pfarrgemeinschaftlicher und zugleich kommunaler Grundlage,
2. Schreinsbezirke für Sondergerichte, die zugleich Sondergemeinden sind,
3. Schreinsbezirke für kleinere, herrschaftliche Gerichte.

Der Schöffenschrein nahm eine Sonderstellung ein. In ihn kam hauptsächlich der Besitz der begüterten Familien, deren Grundeigentum meist über die ganze Stadt zerstreut lag.

In ältester Zeit ist der christliche und der jüdische Grundbesitz unterschiedslos nebeneinander gestellt. Um 1236 beginnt die Anlage eines besondern Buches für jüdisches Grundeigentum. War in den andern Schreinsbüchern jüdischer Besitz nachgewiesen, so war er durch das Anzeichnen des Judenhutes oder den Vermerk „Judeus“ kenntlich gemacht. Die geringe Zahl der Juden wurde im Schrecken des Judenbrandes vom Jahre 1349 vernichtet und verjagt⁷⁾. Über den hierdurch veranlaßten Verkauf des Judengutes berichtet das 1352 besonders dafür angelegte Schreinsbuch „Scabinorum Judeorum“.

Die Kölner Schreinsführung muß sich sehr rasch bewährt haben. Dafür ist schon die nachgewiesene Übernahme in andere Städte⁸⁾ Beweis genug.

Die Schreine wurden zuerst in den Kirchen aufbewahrt; wohl deshalb, weil hier der feuersicherste Ort für sie war. Später befanden sie sich vereinzelt in den Wohnungen der mit ihrer Führung beauftragten Behördenpersonen. An den Sitzungstagen wurden die Schreine in die Verwaltungshäuser der einzelnen Schreinsbezirke, Geburhäuser genannt, gebracht. Diese Geburhäuser waren die ältesten Rathhäuser der Stadt. Aus dem im Schreinsbezirke St. Laurenz gelegenen erwuchs das Amtshaus der Gesamtgemeinde, das jetzige Rathaus.

Die Sitzungstage für Schreinshandlungen waren festgelegt. Die zum Schrein Berufenen mußten an diesen Tagen bei Vermeiden von Strafen anwesend sein. Außer diesen Schreintagen waren solche Amtstage eingerichtet, an denen gegen Gebühr Auskunft über Eigentums- und sonstige Rechtsverhältnisse der eingetragenen Liegenschaften gegeben wurde. Die Vornahme von Eintragungen, sowie die Erteilung einer Auskunft geschahen nur auf Grund einer ordentlichen Legitimation des Antragstellers. Ungebühr vor dem Schreine wurde streng bestraft. Die Schreinsgebühren wurden lange Zeit in Naturalien, meist Wein und Nüsse, geleistet. Später wurden Geldtaxen eingeführt⁹⁾.

6) Keussen H. Topogr. d. St. Köln i. M. A. Bonn 1918 S. 187—190.

7) Keussen H. Unters. z. ält. Topogr. u. Verf. Gesch. v. Köln, Westd. Ztschr. XX. 1901.

8) Ilgen Th. Amter und Gerichte im Herzogtum Kleve I. 1921. Hoeniger R. i. Ann. d. h. V. f. d. N. H. XLII. Döring, Beiträge z. ält. Gesch. d. Bist. Metz, Innsbruck 1886.

9) Lau F., Entw. d. komm. Verf. u. Verw. d. St. K. bis z. J. 1396, Bonn 1898, S. 173 Anm. 1.

Die Grundbuchbehörde.

Die Kölner älteste Erscheinung des Grundbuchwesens ist nicht vom weltlichen Gericht ins Leben gerufen. Es ist bereits darauf hingewiesen, daß die Anregung vom Erzbischof ausgegangen sein soll, der damit eine rein kommunalpolitische Einrichtung schuf, die halb bürgerlichen, halb weltlichen Charakter trug. Die Schreine hingen mit der Pfarreinteilung und den in den Pfarrbezirken gebildeten bürgerlichen Sondergemeinden und deren Amtleutekorporationen zusammen.

Jährlich wählte ursprünglich die Gesamtheit der Pfarrgenossen 2 Männer¹⁰⁾ zu dienenden Meistern, Amtleute genannt. Die nach Ablauf ihrer Amtszeit abgetretenen schlossen sich in einer Vereinigung zusammen. So entstand im Verlaufe eines Jahrhunderts eine Amtleutekorporation, die sich immer selbständiger gestaltete und schließlich zur einzigen Vertretung der Pfarreingesessenen wurde unter Ausschaltung der letzteren von der Mitwirkung am kommunalen Leben. Mit dieser erweiterten Verwaltungsbefugnis fiel der Amtleutekorporation die ehemals von der Gemeindeversammlung vorgenommene jährliche Wahl der Schreinsmeister und einer 5—7köpfigen Schreins-Kommission zu¹¹⁾, einer Unterbehörde, die mit dem Steigen der Geschäftslast der amtierenden Meister im 13. Jahrhundert gebildet werden mußte. Seit dem Jahre 1216 taucht in der Stadt der Rat auf, der Zug um Zug die Verwaltungshoheit über die alten Sondergemeinden, über ihre Amtleutekorporationen und damit über ihre amtierende Meister an sich reißt. Die ehemals vom Erzbischof den Pfarrverbänden zugeteilten Aufgaben des weltlichen Rechts, unter die die freiwillige Gerichtsbarkeit über Liegenschaften fiel, wurde damit eine Angelegenheit des Rates unter Beibehaltung der bisherigen Formen. Rein äußerlich zeigt sich der Übergang der Verwaltungshoheit über die Schreine in die Hand des Rates schon darin, daß dieser im Jahre 1391 für alle Schreine gültige Taxvorschriften erließ¹²⁾.

Die Führung der Schreinsbücher war Sache der Schreinschreiber. Nur ihnen war es gestattet, die Schreinsurkunden zwecks Eintragungen in sie oder Vorlesen aus ihnen aus dem Schreine zu nehmen.

Die Eintragungen.

Nach den Eintragungen in den Schreinsbüchern werden die Grundstücke in Stadtgrundstücke und Grundstücke vor der Stadt, extra muros, geschieden. Die unbebauten Grundstücke innerhalb der Mauern werden meist in Verbindung mit einem Hause verbucht. Für die Grundstücke „extra muros“ waren besondere Schreinsbücher angelegt. Diese Grundstücke reichten bis zur Grenze des Ortsrechtes¹³⁾. Dieses bildete seit altersher die Stadt selbst und der zu ihr gehörige Burgbann, dessen Grenzen mit Marksteinen ausgesteint waren. Der Rechtsverkehr für Liegenschaften innerhalb dieser Weichbildgrenze unterlag dem Weichbildrechte, dessen Anwendung in der Hand des Stadtherrn lag.

10) Lau, a. a. O. S. 164 Anm. 1.

11) Kruse, Z. R. G. 2 IX S. 188.

12) Lau, Schöffens Kollegium, Mevissenfestschr. S. 119.

13) Schroeder R., Lehrb. d. d. Rechtsgesch. Leipzig 1907.

Ein Rechtszwang für Eintragungen hat bis Ende des 15. Jahrhunderts nicht bestanden¹⁴⁾. Materielle Nachteile der nicht eingetragenen Grundstücke machten allmählich die Eintragungen zur Regel. Hierfür war ein nicht unentgeltlicher Antrag erforderlich. War ein Grundstück in den Schrein gekommen, so mußte jede weitere Übertragung angeschreint werden. Jedes Grundstück verblieb grundsätzlich bei dem Schrein, in den zuerst die Eintragung erfolgt war.

Die Grundstücke in geistlichen Händen blieben in der Altstadt außerhalb des Schreins. Ihre große Anzahl — im Jahre 1796 bedeckten sie noch den vierten Teil der Fläche innerhalb der Stadtmauern —¹⁵⁾ hätten die schon stattliche Reihe der Grundbücher um viele Exemplare vermehrt. Dem Umsichgreifen der „toten Hand“ suchte der Rat 1385 gesetzlich¹⁶⁾ entgegenzutreten, was von der Kirche mit einem ausdrücklichen Schreinsverbot beantwortet wurde. Die Handhabung dieses Verbotes bezeugen mehrere Urkunden¹⁷⁾.

Die Eintragungen sind in zeitlicher Folge der beurkundeten Rechtsgeschäfte geschehen. Am Schluß einer jeden ist das Datum des Geschehens gesetzt. Bis zum 15. Jahrhundert ist die Sprache der Eintragungen die lateinische; von da ab die deutsche. Den Gegenstand der Eintragungen bilden Auflassungen, Pfandrechte am Grundstücke, Mietverträge, Zeit- und Erbleihen, Nachbarrechtliches, Grunddienstbarkeiten, Gebäudeservitute, Rentenverhältnis, Vorkaufs- und Wiederkaufsrecht und dessen Verfall, Anteilsquoten, die zwischen dem Alleinbesitz und $\frac{3}{64}$ Anteil¹⁸⁾ schwanken, die Erlaubnis zum Umgestalten des Hauses, letztwillige Verfügungen u. a. m. Die Formel für Ersitzung war die Eintragung: „15 Jahre und darüber.“ Langjähriger Besitz wurde durch die Eintragung „30 annis et amplius ultra tempus dierum“ bezeugt. Kirchliche Ansprüche kehren in den Eintragungen immer wieder.

Die Anschreinerung der Grundstücksgeschäfte geschah erst nach Überprüfung der Rechtsgültigkeit der Übertragung von Grundeigentum in eine andere Hand durch die Amtleute. Wurde bei vorübergehendem Aufenthalt eines Kölner Bürgers in einer andern Stadt dortselbst die Auflassung vorgenommen, — die Auflassung fand, worauf noch näher eingegangen werden soll, zeitlich vor der Anschreinerung statt — so wurde dieser Rechtsakt den Amtleuten des zuständigen Kölner Schreins mitgeteilt. Daraufhin wurde die Eintragung in das Schreinsbuch durch den Schreinschreiber vorgenommen. Außer dem Briefgut, das des öfters den Eintragungen beigefügt wurde, wurden bei Teilrechten an Häusern und Wohnungen die Maßschnüre der den einzelnen Berechtigten zustehenden Hausteile im Schrein hinterlegt¹⁹⁾.

Die Eintragung, der erst im Verlaufe ihrer Ausgestaltung durch die öffentliche Zeugenziehung eine materiellrechtlich entscheidende Bedeutung zukam, hatte öffentlichen Glauben erlangt. Der Rechts-erwerber war gegen jeden Eingriff geschützt. Das Objekt war durch die öffentliche Verwahrung des Erwerbsaktes gesichert. Was anders-

14) Bungers H., Beitr. z. m. a. Topogr., Rechtsgesch. u. Sozialstatistik d. St. K. (Leipziger Studien auf dem Gebiete der Gesch. III. 1) Leipzig 1897.

15) Feststellungen d. Verf., nichtveröffentlicht.

16) Lau, a. a. O. S. 239 FF.

17) R. B. F. 94b, 173b, 178b PF. A. St. Andreas.

18) Jschr. 213, 214, 299, Kober A., Grundbuch d. K. Judenviertels, Bonn 1920

19) Lau, a. a. O. G. 174 Anm. 2.

wo und später durch das Gerichtszeugnis erreicht wurde, hatte schon frühzeitig das Aufbewahren der schriftlichen Rechtstitel in den Schreinen der Pfarrverbände erreicht²⁰). Damit war der Grundstückserwerb sichergestellt, das Wirtschaftsleben der Kölner Bevölkerung für diesen Rechtsakt gefestigt.

Für die Eintragung herrschte der Grundsatz: jedem Veräußerungsgeschäft eine Eintragung. Es wurden soviele selbständige Eintragungen gebildet wie ihm Erwerber gegenübertraten. Erwarb jemand ein Grundstück aus der Hand verschiedener Eigentümer, so ergab sich die Zahl der Eintragungen aus der Zahl der Veräußerer²¹).

Wegen der Verschiedenheit des christlichen und jüdischen Erb- und Eherechts²²) bestanden für die Anschreinerung der jüdischen Liegenschaften besondere Bestimmungen. Bei diesen bedurfte es nur in einzelnen Fällen der Mitwirkung des Jüdischen Gerichts. Im allgemeinen genügte bei Eigentumsübertragungen eine vom Verkäufer dem Ankäufer ausgehändigte, von 2 Zeugen ausgestellte und unterschriebene Urkunde zum rechtlich gültigen Kaufe. Diese Urkunde diente dem Erwerber vor der Schreinsbehörde als Ausweis dann, wenn die jüdische Behörde den Sachverhalt bescheinigte und die Verantwortung für die Rechtmäßigkeit des Besitzwechsels trug. Nach 1352 forderten die Schreinsbehörden diese Beurkundungen nicht mehr ein²³).

Die Auflassung.

Für die Auflassung, die wir als den Ausgangspunkt des dinglichen Rechtserwerbs anzusehen haben, wurde die Schreinsbehörde erst später ausschließlich zuständig. Ursprünglich fand wie in andern Rechtsgebieten auch in Köln der Übergabe- und Verzichtakt an Ort und Stelle vor der Pfarrgemeinschaft mit Hand und Mund statt²⁴). Hierdurch verpflichtete sich der Veräußerer, das veräußerte Objekt dem Erwerber nicht mehr abzufordern. Mit dieser Verpflichtung übernahm der Veräußerer gleichzeitig die Währschaftspflicht²⁵), wodurch der Kauf garantiert wurde. Diese Währschaftspflicht hat im Jahre 1423 überall aufgehört²⁶).

Nach der Erbauung der Amtshäuser und Errichtung der Schreinstuben findet der Auflassungsakt meist in diesen statt. Ein Muß hierfür war nicht gegeben; der Akt konnte auch am dritten Ort ohne Bindung an Amtsstunden vollzogen werden. Die Anwesenheit des Schreinschreibers war nicht erforderlich. Die anwesenden Gemeindevertreter statteten dem bei der Aktvollziehung nicht anwesenden Schreiber für seine Eintragungen Bericht.

Im Auflassungsakt werden die Erben neben dem Eigentümer als mitauflassend bezeichnet²⁷). Damit wird das Erbenrecht als Zustimmungsgeschäft bei der Auflassung charakterisiert. Für Unmündige nahm der Vormund die Auflassung vor. Eheleute lassen entweder gleich-

20) Beyerle K. a. a. O.

21) Schrb. 465 F 56b₁, F 60b₂, F 62b₁, F 63b₁.

22) Bloch M., Das Mosaisch Talmudische Recht, Budapest 1893.

23) Kober A., Stud. z. m. a. Gesch. d. Juden in Köln, Breslau 1903 Diss.

24) Gierke O., Deutsches Privatrecht, Leipzig 1895, 1905 II. S. 268, 272.

25) Gierke, a. a. O. bei Schuld und Haftung.

26) Beyerle K., a. a. O.

27) Org. Perz. Urk. mit Siegeln der Schreinsmeister, Pf. Arch. St. Kolumba.

zeitig auf oder der eine Teil mit Vollmacht des andern²⁸⁾. Persönliche Anwesenheit des Auflassenden beim Auflassungsakt war nicht erforderlich. Durch Vollmachtserteilung an einen Dritten konnte der Veräußerer sich vertreten lassen²⁹⁾. Mit der Vertretung der Auflassenden wurden selbst die Schreinsmeister betraut³⁰⁾.

Die Gerichtsstelle für Grundeigentumsstreitigkeiten.

In Köln wird sich das Rechtsleben und die Verfassung der Gerichte seit der Gründung der Römerstadt bis zur fränkischen Zeit nach italienischem Vorbilde abgespielt haben. Wir können trotz der spärlichen Übermittlung als sicher annehmen, daß in der Colonia Agrippinensis die Stadt von selbst gewählten Magistratspersonen verwaltet wurde und die richterliche Tätigkeit im Straf- wie Zivilrecht den Bürgern zufiel. Mit dem Einwandern der Franken in die Stadt traten fränkische Rechte und Sitten an die Stelle der römischen. Unter Karl dem Großen bahnte sich allmählich ein Verfahren an, welches die Grundlage bildete für die ganze spätere Entwicklung des deutschen Gerichtswesens. Hier treffen wir auf königliche Beamte als Vorsitzende und beeedete Männer aus den Gerichtsesessenen als Schöffen. Unter Kaiser Otto I. geht 953 die höchste gerichtliche Gewalt an den Erzbischof Bruno über. Zu Anfang des 12. Jahrhunderts finden wir in Köln eine dreifache Teilung des Gerichtes vor. Auf dem Domhose sehen wir das hohe Gericht, in den sieben Parochien der Stadt, ebensoviel niedere Gerichte und auf dem Hause der Bürger das Gericht der Bürgermeister.

Das Kollegium der Schöffen am hohen Gericht war im Anfange der städtischen Entwicklung zugleich die höchste Regierungsbehörde der Stadt. Seine Organisation findet sich in ganz ähnlicher Weise bei allen alten Kölner Behörden, wie dies bei dem Amtleute-Kollegium bereits angeführt ist.

Das hohe Gericht vertrat die Einheit der Gerichtsverfassung innerhalb der alten Mauern der Stadt; die sieben Pfarrgemeinden bildeten politische Sondergemeinden mit selbständigen für Schuldklagen, Erbleihe, Rentenkauf und jede Art von Verpfändung zuständigen Gerichten. Die ihnen zustehende wichtige Schreinsgerichtsbarkeit ist im Vorhergehenden ausführlicher behandelt.

Das Gericht der von der Richezeche gewählten Bürgermeister tritt uns als eine durchaus selbständige Bildung der städtischen Lebensverhältnisse entgegen. Die zunächst genannten Gerichte auf dem Bürgerhause, dem Kornhause und vor dem Fleischhause dienten dem Verkehr und Gewerbe. Für die Bildung dieses Gerichtes liegt weder ein königliches noch ein erzbischöfliches Privileg vor. In dem Großen Schied von 1258 fand sich der Erzbischof unter ausdrücklicher Wahrung seiner Gerichtshoheit damit ab, „weil für das Wohl der Stadt viel daran gelegen sei“.

Neben diesen drei erwähnten Gerichten bestanden in der Altstadt noch drei Gerichte unter dem Namen Hacht, Dilles und Unterlahn,

28) Schrb. 465 F 60b₂.

29) Orig. Perg. Urk. 180 d. PF. A. St. Gereon.

30) Schrb. 465 F 91a₁.

die die für ihren Bezirk zuständige Schreinsgerichtsbarkeit ausübten. Die in Köln liegenden Lehngüter unterstanden ihren besonderen Lehngerichten, die die Rheinmühlen innehabenden Mühlenerben hatten ihr besonderes Gericht mit einem besonderen Schrein. Ferner hatte jede der beiden Vorstädte Oversburg und Niederich ein besonderes Gericht, das in den Bürgerhäusern tagte. Die zweite große Stadterweiterung um die Wende des 12. und 13. Jahrhunderts brachte in die schon vorhandene Buntscheckigkeit des Gerichtssprengels ein noch mehr verworrenes Verhältnis. Die Gerichte dieser jetzt zur Stadt gehörenden Bezirke waren hofrechtlicher Art, deren Gerichtsherrn die großen geistlichen Stiftungen und Klöster waren. Mit der Einbeziehung in die Stadt wurde auch die Schreinsgerichtsbarkeit in diesen Bezirken eingeführt.

Wie in andern Bischofsstädten gehörten auch in Köln die streitigen Klagen um Erbe und Eigen vor das Hochgericht. Die Gerichtsgewalt an diesem lag in der Hand der Erzbischöfe. Es ist dies eines der wenigen Rechte, die die Bürgerschaft nie angefochten hat. Die Urteiler bei diesem Gerichte waren die Schöffen. Bei der prozessualen Anfechtung von Grundstückseintragungen in den Schrein fällten sie die Entscheidung, durch die die Eintragungen ungültig gemacht werden konnten³¹⁾. Gegen Ende des 14. Jahrhunderts ging die Gerichtsgewalt an den Rat über und damit auch die Berufung von den Urteilen der Schreinsgerichte.

Das Amtleutekollegium der Sondergemeinden hat seine Funktion als grundbuchführende Behörde, der Rat seine Befugnis als höchste Instanz bei Grundeigentumsstreitigkeiten bis 1798 beibehalten. Erst die Franzosenherrschaft hat diese Einrichtung, wie so manches Überbleibsel der alten Zeit, weggeräumt. Die Einführung und systematische Durchbildung des alten Kölner Grundbuches ist ein Verdienst der alten Behörden gewesen, dem man seine Anerkennung nicht versagen kann.

Bücherschau.

Straßenanlieger-, Dohlenanschluß- und Straßenreinigungs-Beiträge in Württemberg; praktische Winke für ihre Berechnung, Erhebung und Sicherung und für die Aufstellung und Änderung von Ortsbausatzungen. Von Otto Sommer, Ratschreiber in Eßlingen a. N. 80 Seiten mit 4 Tafeln und einem Verzeichnis von Ortsbausatzungen alten und neuen Rechts. Preis 3,00 RM. Verlag von W. Kohlhammer in Stuttgart.

Der Verfasser behandelt auf Grund eigener praktischer Erfahrung und von Mitteilungen verschiedener Sachverständigen das württ. Recht der Straßenkostenbeiträge in umfassender Weise; es findet seine gesetzliche Regelung in Art. 15 der alten württ. Bauordnung vom Jahre 1872 (altes Recht) und in Art. 24 der neuen württ. Bauordnung vom Jahre 1910 (neues Recht). Aus den Motiven des Gesetzgebers für die Einführung von Straßenanliegerbeitragsverpflichtungen ist hervorzuheben, daß der Staat der ausgleichenden Gerechtigkeit wegen ein Gesetz erlassen mußte, um die früher der Allgemeinheit zur Last fallenden Kosten eines Straßenneubaus den Anliegern ganz oder teilweise auferlegen zu können.

Der Verfasser erörtert zuerst die allgemeinen Voraussetzungen für die Anwendung des Anliegerbeitragsgesetzes und die Entstehung des Anliegerbeitragsanspruchs nämlich die Aufstellung der Ortsbausatzungen, die auf Grund der Bestimmungen der Bauordnungen die Anliegerbeitragsverpflichtungen regeln, die Feststellung des Ortsbauplans, die Verhängung der Bau-

31) Lau, a. a. O. S. 171. Liesegang, Sondergemeinden S. 81 FF.

sperre, die ortsbauplanmäßige Anlegung einer neuen Ortsstraße (Straßenbau) und die Errichtung eines auf die Dauer bestimmten, zu der Ortsstraße gehörigen Vorder- oder Hintergebäudes auf einem an die Straße angrenzenden Grundstück (Hausbau).

Im nächsten Abschnitt werden die verschiedenen, in Theorie und Praxis möglichen Fälle von Anliegerbeitragsverpflichtungen behandelt und zwar die vier Normalfälle des alten und neuen Rechts, die Rückwirkungsfälle und die Sonderfälle des neuen Rechts sowie die beitragsfreien Fälle. Auch die Straßenverbreiterungen, die Brücken- und Tunnelbauten usw. erfahren der Schwierigkeiten wegen, die hierbei auftreten, eingehende Beachtung.

Im folgenden Abschnitt wird die rechtliche Natur des Anliegerbeitragsanspruchs im einzelnen erörtert, insbesondere Entstehung und Fälligkeit des Anspruchs, die Leistungspflicht des Grundstückseigentümers, die Verjährung und Aufwertung des Anspruchs, die Erhebung und Beitreibung der Schuld sowie die dingliche Sicherung der Beiträge durch ihre Eintragung ins Baulastenbuch.

Für die Aufstellung von Ortsbausatzungen sowie die Feststellung des zulässigen Höchstumfanges der Anliegerverpflichtungen (Straßengrunderwerbungs- und Straßenherstellungskosten) sind in einem besonderen Abschnitt Richtlinien ausgearbeitet. Auch die Herstellung und Unterhaltung der öffentlichen Gehwege und Staffelaufgänge sowie die Straßenreinigungsbeträge und die Dolenanschlußbeiträge für die Herstellung und Unterhaltung der öffentlichen Dolen sind behandelt.

In den weiteren Abschnitten werden die beiden Hauptregeln für die Anwendung der einzelnen Ortsbausatzungen alten oder neuen Rechts angegeben und erläutert, ein Verzeichnis von Ortsbausatzungen der früheren freien Reichsstadt Eßlingen nach dem örtlichen und zeitlichen Geltungsbereich und dem verschiedenen Umfang der Leistungen zusammengestellt, die Behandlung von Baugesuchen im baupolizeilichen Verfahren und die Sicherung der Straßenanliegerbeiträge sowie die Tätigkeit der Gemeinden auf dem Gebiet der Bodenpolitik und die vertragsmäßigen Straßenanliegerbeiträge erörtert.

Zum Schluß wird im Abschnitt „Rückblick und Ausblick“ die heutige unbefriedigende gesetzliche Regelung der Anliegerbeiträge näher beschrieben und u. a. als Hauptmängel die Berechnung derselben nach der Frontlänge der angrenzenden Grundstücke und die mangelnde Unterscheidung von Wohn- und Verkehrsstraßen, insbesondere Durchgangsstraßen auf von Wohn- und Verkehrsstraßen, insbesondere Durchgangsstraßen aufgeführt; auch werden beachtenswerte Vorschläge zur Neuregelung der Straßenanliegerbeiträge gemacht.

Hinweise auf die verschiedenen in dieser Sache ergangenen Urteile des württ. Verwaltungsgerichtshofs und des Oberlandgerichts Stuttgart sowie auf andere Kommentare zur württ. Bauordnung ergänzen in zweckmäßiger Weise das Büchlein, welches allen, die mit Straßenanliegerbeiträgen, mit der Aufstellung von Ortsbausatzungen hiefür, mit der Behandlung von Baugesuchen und mit bodenpolitischen Fragen zu tun haben, aufs wärmste empfohlen werden kann.

S c h m e l z.

Stereophotographie, Einführung in die Grundlagen der Stereoskopie und Anleitung zur Erzielung einwandfreier Stereobilder für Liebhaberphotographen, von Reg.-Rat Dr. Ing. H. Lüscher. (129 Seiten, 66 Abbildungen, 6 Bromsilberkopien.) Union Deutsche Verlagsgesellschaft, Zweigniederlassung Berlin. Preis geh. 7.— RM., geb. 9.50 RM.

Die Beschäftigung mit der Stereophotogrammetrie dürfte bei manchem Leser dieser Zeitschrift den Wunsch ausgelöst haben, auch den in Mußstunden oder gelegentlich der Feldarbeit aufgenommenen Bildern jene nicht zu übertreffende Naturtreue zu verleihen, wie sie nur bei Betrachtung von Stereobildern zustande kommt. Es sei daher auch hier kurz auf das genannte, leicht lesbar geschriebene Buch des in allen photogrammetrisch interessierten Kreisen bekannten Verfassers hingewiesen, das auf über 100 Seiten die wichtigsten Fragen der stereoskopischen Aufnahme und Betrachtung behandelt.

L c m.

Neue Karten der Topogr. Zweigstelle des Bayer. Landesvermessungsamts.

Im Verlage der Topographischen Zweigstelle des Bayer. Landesvermessungsamts München, Ludwigstraße 24, sind nachstehende Karten — be- richtigigt oder mit Nachträgen versehen — neu erschienen:

1. **Topographische Karte von Bayern 1 : 25 000.** Die 3farbigen Positions- blätter Nr. 2 Weimarschmieden, Nr. 4 Fladungen, Nr. 5 Stockheim, Nr. 6 Mühlfeld, Nr. 15 Irmelshausen, Nr. 17 Teuschnitz, Nr. 20 Töpen, Nr. 21 Trogen und Nr. 692 München; die 3farbigen Gradabteilungsblätter Nr. 105 Neualbenreuth, Nr. 149 Flossenbürg und Nr. 224 Furth i. W.

2. **Topographischer Atlas von Bayern 1 : 50 000.** Das Atlasblatt Nr. 16 Stockstadt.

3. **Karte des Deutschen Reiches 1 : 100 000 (bayer. Anteil).** Die Reichs- kartenblätter Nr. 528 Aschaffenburg, Nr. 529 Lohr, Nr. 597 Straubing und Nr. 667 Reichenhall — sämtliche in den Ausgaben A und D.

4. Die **Umgebungskarten 1 : 100 000** Kempten, Regensburg und Grafen- wöhr — sämtliche in den Ausgaben C und D. A = Kupferdruckausgabe, C = Farbaufdruckausgabe (5farbig), D = schwarze Umdruckausgabe.

Gesetze, Verordnungen, Erlasse.

Der Preußische Finanzminister Berlin C2, d. 7. August 1931
K. V. 2. 526 II.

Betr. Ausbildung der Kandidaten des höheren Vermessungsfaches.

Zur Beseitigung von Zweifeln weise ich darauf hin, daß der im § 5 Abs. 1 Buchst. i und § 14 der Vorschriften für den Vorbereitungsdienst im höheren Vermessungsfachs vom 23. Januar 1931 (FMBI. Seite 14) vor- gesehene Ausbildungsabschnitt (3 Monate Ausbildung nach freier Wahl) auch bei einer Vermessungsdienststelle der Wasserbauverwaltung abge- leistet werden kann. Voraussetzung ist jedoch, daß die Leitung der Aus- bildung dem leitenden Vermessungsbeamten der Ortsbehörde bzw. dem vermessungstechnischen Dezernenten der Mittelbehörde übertragen wird. Diese Beamten sind als ausbildungsleitend im Sinne des § 16 Abs. 4 der Vorschriften für den Vorbereitungsdienst anzusehen.

Ich ersuche, die im Vorbereitungsdienst befindlichen Kandidaten auf diesen Erlaß besonders hinzuweisen. gez. Dr. Suckow.
An die Herren Regierungspräsidenten und den Herrn Präsidenten der Bau- und Finanzdirektion in Berlin.

Unterrichtswesen, Prüfungen.

„**Diplomprüfung.** An der technischen Hochschule zu München haben am Schluß des verflossenen Sommersemesters die Kandidaten Gasow aus Schwerin, Meyer aus Malchin und Trost aus Ludwigslust die Diplom- prüfung im Vermessungsfach bestanden und werden zum 1. September d. J. als Vermessungsreferendare bei verschiedenen Vermessungsämtern zur praktischen Vorbereitung auf die Mecklenburgische Staatsprüfung einge- stellt werden.

Mitteilungen der Geschäftsstelle.

Die Geschäftsstelle ist wegen Beurlaubung des Geschäftsleiters und der An- gestellten vom 23. August bis 6. September geschlossen. Anschrift für eilige Sendungen: Vermessungsrat Böttcher, z. Zt. Frankenberg/Eder (Bez. Kaf- sel), Bahnhofstr. 22.

Inhalt.

Wissenschaftliche Mitteilungen: Kleinere Bemerkungen zur Methode der kleinsten Quadrate, von Merten. — Rechenschieber und Rechenmaschine, von Zehnder. — Ueber das älteste Kölner Grundbuch und seine Stellung im Liegen- schaftsrechte, von Meys. — Bücherschau. — Neue Karten etc. — Gesetze, Verordnungen, Erlasse. — Prüfungsnachrichten. — Mitteilungen der Ge- schäftsstelle. — Monatsübersicht der Literatur für Vermessungswesen und Kulturtechnik vom Jahre 1931 mit Nachträgen vom Jahre 1930, von Harbert u. M. von E. Brennecke und O. Eggert.

Monats-Uebersicht der Literatur für Vermessungswesen und Kulturtechnik vom Jahre 1931 mit Nachträgen vom Jahre 1930.

Von E. Harbert, Braunschweig, unter Mitwirkung von E. Brennecke u.
O. Eggert, Berlin.

1. Zeitschriften, Lehr- und Handbücher, sowie grössere Aufsätze, die mehrere Teile des Vermessungswesens behandeln.

Horstink, J. T. Handboek der Landmeetkunde, bewerkt voor Neder-
landsch Oost-Indië. Java 1931. Bespr. S. 446/8. 43. Jg. Allg. Verm.Nachr.
1931.

2. Mathematik, Tabellenwerke, Rechenhilfsmittel, Physik.

Courant, R. und D. Hilbert. Methoden der mathematischen Physik.
1. Bd. 2. verb. Aufl. („Grundlehren d. mathem. Wissensch.“ Bd. XII.)
26 Abb. XIV u. 469 S. Berlin 1931.

Dickson, L. Einführung in die Zahlentheorie. Autor. Deutsche Ausg. von
„Introduction to the theory of numbers“. VIII u. 175 S. Leipzig 1931.

Eddington, A. S. Das Weltbild der Physik und ein Versuch seiner phi-
losophischen Deutung. Aus dem Englischen übersetzt von M. Rausch
v. Traubenberg und H. Diebelhorst. VIII u. 356 S. Braunschweig 1931.

Falckenberg, H. Komplexe Reihen nebst Aufgaben über reelle und
komplexe Reihen. 140 S. 3 Fig. Slg. Gösch. Bd. 1027. Leipzig 1931.
Bespr. S. 207. 8. Jg. Verm.-techn. Rdsch. 1931.

Friedrich, W. Von der Zahl zum Logarithmus, vom Logarithmus zur
Zahl. Logarithmentafeln der Zahlen und Winkelfunktionen. 48 S. m. Fig.
Leipzig 1931.

Haubner, R. u. W. Haack. Darstellende Geometrie. Tl. 3. Zylinder,
Kegel, Kugel, Rotations- und Schraubenflächen, Schattenkonstruktionen,
Axonometrie. 141 S. 65 Fig. 1931.

Jordan, W. Logarithmische trigonometrische Tafeln für neue (cente-
simale) Teilung mit 6 Dezimalstellen. 4. verb. Aufl. Hrsg. von O. Eggert.
VIII u. 424 S. Stuttgart 1931.

Knopp, K. Theorie und Anwendung der unendlichen Reihen. 3. verm.
u. verb. Aufl. XII u. 582 S. 14 Textfig. Bd. II der „Grundlehren d. math.
Wiss. in Einzeldarst.“ Berlin 1931.

Mises, v. Vorlesungen aus dem Gebiete der angewandten Mathematik.
I. Bd. Wahrscheinlichkeitsrechnung und ihre Anwendung in der Stat-
istik und theoretischen Physik. X u. 574 S. 90 Abb. Leipzig 1931.

Müller, E. Vorlesungen über darstellende Geometrie. Bd. 3. Konstruktive
Behandlung d. Regelflächen. 303 S. 153 Textfig. 1 Taf. 1931.

Pirani, M. Graphische Darstellung in Wissenschaft und Technik. 2. verb.
Aufl. besorgt von I. Runge. 149 S. 71 Abb. Leipzig 1931.

Rothe, R. Höhere Mathematik für Mathematiker, Physiker und Inge-
nieure. 2. Teil: Integralrechnung, Unendliche Reihen, Vektorrechnung
nebst Anwendungen. VIII u. 207 S. 2. Aufl. Leipzig 1931.

Schwerdt, H. Die Anwendung der Nomographie in der Mathematik.
VII u. 116 S. 240 Abb. im Text. und auf 104 Taf. Berlin 1931.

Waerden, B. van der. Moderne Algebra. Unter Benutzung von Vor-
lesungen von E. Artin und E. Noether. Tl. 2. 216 S. Leipzig 1931.

3. Allgemeine Instrumentenkunde, Optik.

- Ansermet, A. La mesure par voie optique des coordonnées rectangulaires. S. 141/6. 5 Fig. 29. Jg. Schweiz. Ztsch. f. Verm. 1931.
- Askania werke A.G. Berlin. Drehwaage nach Eötvös-Schweydar. 36 S. Berlin 1931.
- Blume, J. Ein neues Registriergerät zum Aufzeichnen von Windrichtung u. Windstärke. S. 279 m. Abb. 52. Jg. Centralztg. f. Optik u. Mech. 1931.
- Fortuin, J. G. Hoekmeetinstrument voor detailmeting. S. 96/8. 67. Jg. Tijdschrift v. Kadaster en Landmeetkunde 1931.
- Haalck, H. Ein statischer Schwerkraftsmesser. S. 95/103. 7. Jg. Ztsch. f. Geophys. 1931.
- Kühl, A. „Null“ und „Unendlich“ in der Elementaroptik. S. 289/91. 52. Jg. Centralztg. f. Optik u. Mech. 1931.
- Leonhardt, Lichtstrahlzeiger zur Kartierung von Winkelwerten. S. 945. 2 Abb. 75. Bd. Ztsch. d. V.D.I. 1931.
- Leonhardt, R. Deutsche Gezeitenrechenmaschine. S. 188/90. 22. Jg. Technik für Alle 1931.
- Lind, W. Getriebe der Multipliziermaschinen. S. 985/90. 75. Bd. Ztsch. d. V.D.I. 1931.
- Lüdemann, K. Zur Geschichte des Nivellierinstrumentes mit Wendelibelle. (Beiträge zur Geschichte des geodätischen und markscheiderischen Messungswesens und der vermessungstechnischen Instrumentenkunde Nr. 15). S. 497/503. 43. Jg. Allg. Verm.Nachr. 1931.
- Preiß, O. Geometrische Optik. 80 S. m. 40 Abb. Göttingen 1931. Bspr.: S. 297. 52. Jg. Centralztg. f. Optik u. Mech. 1931.
- Rohrer, H. Ein Heliotrop in Verbindung mit einem Scheinwerfer. S. 65/9. 3 Abb. 29. Jg. Oesterreich. Ztsch. f. Verm. 1931.
- Sonnefeld, A. Über Lupenvergrößerung bei normal-, über- und kurzsichtigen Augen. S. 273/6. 5 Taf. 52. Jg. Centralztg. f. Optik u. Mech. 1931.
- Ulbrich, K. Bestimmung der Genauigkeit der Detailvermessung mit dem Doppelbildtachymeter Boßhardt-Zeiß. S. 361/9. 5 Abb. 6 Tab. 51. Jg. Ztsch. f. Instrkde. 1931.
- Venske, O. Einige neue Waagemagnet-Konstruktionen. S. 182/6. Veröff. d. Preuß. Meteor. Instit. Nr. 380. Berlin 1931.
- Werkmeister, P. Planglasmikroskop von A. Fennel mit Ablesung im Gesichtsfeld des Mikroskops. S. 376/8. 2 Abb. 51. Jg. Ztsch. f. Instrkde. 1931.
- Werkmeister, P. Der Leichtmetall-Pantograph „Pantofix“. S. 374/6. 51. Jg. Ztsch. f. Instrkde. 1931.
- Wetthauer, A. Neue Methode zur Prüfung photographischer Objektive. S. 784/8. 14 Abb. 29. Jg. Photograph. Industrie 1931.

4. Höhere Geodäsie und Geophysik.

- Bonsdorff, I. Verhandlungen der in Kopenhagen vom 13. bis 18. Oktober 1930 abgehaltenen fünften Tagung der Baltischen Geodätischen Kommission. 275 S. Helsinki 1931.
- Bubnoff, S. v. Grundprobleme der Geologie. Eine Einführung in geologisches Denken. 48 Abb. VIII u. 238 S. Berlin 1931.
- Fasching, A. Erdellipsoid und Normalschwere. S. 383/4. 60. Jg. Ztsch. f. Verm. 1931.

- Gutenberg, B. Handbuch der Geophysik. 2. Bd. Die Erde als Planet. 564 S. 183 Abb. Berlin 1931. — 3. Bd. Veränderungen der Erdkruste. 570 S. 207 Abb. Berlin 1930. — 6. Bd. Geophysikalische Aufschlußmethoden. 312 S. 134 Abb. Berlin 1931.
- Haalck, H. Zur Frage der Beschaffenheit des Erdinnern. S. 68/74. 7. Jg. Ztsch. f. Geophys. 1931.
- Heiskanen, W. Isostasy and the figure of the earth. S. 39/50. 21. Jg. Sill. Journ. 1931.
- Jung, K. Über die Bestimmung der Geoidundulationen aus Schweremessungen. S. 81/91. 7. Jg. Ztsch. f. Geophys. 1931.
- Kohl, E. Über die Ermittlung tektonischer Linien mittels der magnetischen Feldwaage in Gebieten geringer Unterschiede der magnetischen Vertikalintensität, im besonderen in Norddeutschland. S. 209/15 und 225/29. 25. Jg. Kali 1931.
- Leuchs, K. Anleitung zu geologischen Beobachtungen. 111 S. 63 Abb. Leipzig 1931.
- Ries, C. K. u. T. L. Watson. Elements of Engineering Geology. 411 S. 276 Abb. New York 1930. Bespr. S. 348. 26. Vol. Economic Geology Lancaster 1931.
- Schaffer, F. X. u. H. Tertsch. Bau der Erde. Einführung in die Lehre von den Mineralien und in die allgemeine Geologie. 152 S. 169 Abb. 3 Taf. Wien 1931. Bespr. S. 239. 1. Jg. Geolog. u. Bauwesen. Wien 1931.
- Synge, J. L. A characteristic function in Riemannian space and its application to the solution of geodesic triangles. S. 241/58. 2 Fig. 32. Vol. Proceedings of the London Mathematical Society 1931.

5. Astronomie und Nautik.

- Bottlinger, K. F. Neuere Untersuchungen über den Bau unseres Sternensystems. S. 212/3. 7. Jg. Forsch. u. Fortschr. 1931.
- Freundlich, E. Der innere Aufbau der Sterne nach E. A. Milne. S. 685/8. 19. Jg. Die Naturwiss. 1931.
- Zwetkow, K. u. W. Winogradow. Arbeitsephemeriden der Zingerischen Sternenpaare der Hauptgeodätischen Verwaltung der Allrussischen Sowjet-Volkswirtschaft in U.S.S.R. (Russ.) S. 96/127. 5 Abb. 11 Tab. Haupt-Geodätische Verwaltung Allrussischer Volkswirtschaft in U.S.S.R. 3. Herausgabe. Moskau 1931.

6. Ausgleichsrechnung und Fehlertheorie.

- Hesse, K. Zur Nivellementsausgleichung. S. 481/7. 43. Jg. Allg. Verm.-Nachr. 1931.
- Ulbrich, K. Studie über amtliche Fehlergrenzen. S. 60/5. 3 Tab. 29. Jg. Österreich. Ztsch. f. Verm. 1931.
- Urmajew, N. Über das schrittweise Ausgleichen trigonometrischer Netze. (Russ.) S. 3/72. 7 Abb. u. zahlr. Tab. Haupt-Geodätische Verwaltung Allrussischer Volkswirtschaft in U.S.S.R. 3. Herausgabe. Moskau 1931.
- Wellisch, S. Über die Genauigkeit von Beobachtungsreihen. S. 57/60. 29. Jg. Österreich. Ztsch. f. Verm. 1931.

7. Landesvermessung, Triangulierung und Polygonierung.

- Jüttner, Zusammenstellung von Ergebnissen über Polygonisierungsarbeiten mit dem Bofhardt-Zeiß bei den Neuvermessungen im Stadtkreis Ratibor O.-S. S. 487/9. 43. Jg. Allg. Verm.Nachr. 1931.

- Lüdemann, K. Über die Genauigkeit der Ablotung mit dem Schnurlot bei der Zugmessung. S. 384/9. 3 Taf. 60. Jg. Ztsch. f. Verm. 1931.
- Moritz, Über Kleindreiecksnetze mit Rücksicht auf die Siedlungsmessungen in Ostpreußen. S. 183/93. 3. Jg. Vermessungswes. u. Wirtsch. 1931.

8. Stückvermessung, Längenmessung, Flächenmessung, Katasterwesen.

- Breywo, A. Über die Frage der Bestimmung des Temperaturkoeffizienten der linearen Ausdehnung des Invardrahtes der Vorrichtung von Jäderin-Guillaume. (Russ.) S. 73/95. m. Abb. u. Tab. Haupt-Geodätische Verwaltung Allrussischer Volkswirtschaft in U.S.S.R. 3. Herausgabe. Moskau 1931.
- Clément, Wechelseitige Ableitung von Höhen und Spannungen. S. 451/58. 60. Bd. Ztsch. f. Verm. 1931.
- Dieperink, J. W. Strengte vereffening van veelhoeksmetingen. S. 76/96. 3 Fig. 67. Jg. Tijdschrift v. Kadaster en Landmeetkunde 1931.
- Lucas, Seitlicher Abstand eines Punktes von einer Geraden. S. 423/7. 2 Abb. 60. Jg. Ztsch. f. Verm. 1931.
- Lüdemann, K. Über die Genauigkeit feiner Längenmessung mit einem aufliegenden Band von 20 m Länge. S. 292/5. 60. Bd. Ztsch. f. Verm. 1931.
- Mittelstaedt, Nochmals die Flächenberechnung des Vierecks. S. 266/70. 2 Abb. 60. Bd. Ztsch. f. Verm. 1931.
- Montigel, R. De Nauwkeurigheid van de Optische Afstandsmeting. S. 105/12. 47. Jg. Tijdschrift voor Kadaster en Landmeetkunde. 1931.
- Scholze, Die gute Flucht. S. 49/61. 13 Abb. 43. Jg. Allg. Verm.Nachr. 1931.
- Tschebotarew, A. Das Vermessen und Nivellieren der Städte in U.S.S.R. (Russ.) S. 128/82. 12 Abb. Haupt-Geodätische Verwaltung Allrussischer Volkswirtschaft in U.S.S.R. 3. Herausgabe. Moskau 1931.
- Wilsdorf, M. Unterricht im Feldmessen mit den einfachsten Meßgeräten. Für Landwirtsch. Schulen und zum Selbstunterr. 6. Aufl. 68 S. 28 Zeichn. 2 Kart. 1931.

9. Nivellierung, geometrische, trigonometrische u. barometrische.

- Landesaufnahme, Ergebnisse der Feineinwägungen. Gemessen und bearb. von der trigonom. Abt. d. Reichsamt f. — Heft 12 (Reg.-Bez. Köln). 19 S. 3 Kart. Berlin 1931.
- Lips, Höhenmeßblatten für Einwägungen ohne Rechnung. S. 458/66. 60. Bd. Ztsch. f. Verm. 1931.

10. Meteorologie.

- Dieckmann, A. Geschlossene und gebrochene Niederschlags- und Trokkenperioden. S. 137/147. Veröff. d. Preuß. Meteor. Inst. Nr. 380. Berlin 1931.
- Haueßer, J. Die Niederschlagsverhältnisse in Bayern und in den angrenzenden Staaten. Ein Atlas mit Tabellen und Textband. Neue verb. Aufl. München 1930. Bespr. S. 139. 26. Jg. Deutsche Wasserwirtsch. Stuttgart 1931.
- Kurmangalin, N. Zur Frage der Messung von Niederschlägen. S. 222/7. 1 Abb. 7 Tab. 48. Jg. Meteorolog. Ztsch. 1931.

- Lauscher, F. Zur Berechnung des Trübungsfaktors. S. 212/7. 3 Tab. 48. Bd. Meteorolog. Ztsch. 1931.
- Marten, W. Aus der Praxis der Sonnenstrahlungsmessungen am Meteorologischen Observatorium in Potsdam. S. 153/63. Veröff. d. Preuß. Meteor. Institut. Nr. 380. Berlin 1931.
- Meteorologischen, Bericht über die Tätigkeit des Preußischen — Instituts im Jahre 1930. Veröff. d. P.M.I. Hrsrg. vom Direktor H. v. Ficker. Nr. 380. 195 S. Berlin 1931.
- Reichel, E. Der jährliche Gang der Frost- und Kältehäufigkeit im mitteldeutschen Berglande. S. 208/12. 2 Abb. 3 Tab. 48. Jg. Meteorolog. Ztsch. 1931.
- Scherhag, R. Der Einfluß der meteorologischen Elemente auf die Gewitterbildung. S. 201/7. 2 Abb. 3 Tab. 48. Bd. Meteorolog. Ztsch. 1931.
- Vatter, H. Die empfindlichsten Manometer. S. 176/9. 22. Jg. Technik für Alle 1931.

11. Tachymetrie, Topographie und Photogrammetrie.

- Härry, H. Die Anwendung des photogrammetrischen Aufnahmeverfahrens bei der schweizerischen Grundbuchvermessung. B. Durchführung und Prüfung der photogrammetrischen Grundbuchvermessungen. S. 125/34. 5 Abb. 29. Jg. Schweiz. Ztsch. f. Verm. 1931.

12. Trassieren im allgemeinen, Abstecken von Geraden und Kurven.

- Ammann, O. u. C. v. Gruenewaldt. Bergbahnen. 178 S. 205 Abb. 1 Taf. Berlin 1930. Bespr. S. 187. 83. Jg. Ztsch. d. Österr. Ing. u. Arch.-Verein 1931.
- Bäseler. Geometrische Eigenschaften der Bogenweichen. S. 242/3. 86. Jg. Organ f. d. Fortschr. d. Eisenbahnwes. 1931.
- Döbritsch. Zur Absteckung von Lemniskatenstücken als Grundriß von Straßenkurven. S. 353/6. 3 Abb. 43. Jg. Allg. Verm.Nachr. 1931.
- Thie. Beitrag zur Wege- und Grabenabsteckung. S. 436/43. 4 Fig. 1 Tab. 43. Jg. Allg. Verm.Nachr. 1931.

13. Markscheidewesen, magnetische Messungen.

- Beyer, F. Rationelles Messen bei Durchschlagsangaben. VII u. 65 S. 9 Abb. (Dissert. d. T.H. Aachen). Leipzig 1931.
- Fanselau, G. Über Messungen mit dem Doppelkompaß. S. 186/93. 3 Fig. 2 Tab. Veröff. d. Preuß. Meteor. Institut. Nr. 380. Berlin 1931.
- Kohl, E. Über die Ermittlung tektonischer Linien mittels der magnetischen Feldwaage in Gebieten geringer Unterschiede der magnetischen Vertikalintensität, im besonderen in Norddeutschland. S. 209/15. und 225/9. 25. Jg. Kali 1931.
- Niemczyk. Über das exzentrische Mehrgewichtsverfahren. 41 S. 5 Abb. 3 Taf. Beuthen 1930. Bespr. S. 407. 60. Jg. Ztsch. f. Verm. 1931.
- Pruzicha, K. Die magnetischen Eigenschaften der Eruptivgesteine. 19 S. Diss. Claustal 1931. Bespr. S. 101. 7. Jg. Ztsch. f. Geophys. 1931.

14. Hydrometrie und Hydrographie.

- Lang, H. Betrag zur Abflußformel für Flüsse. S. 424/6. 2 Abb. 51. Jg. Zentralbl. d. Bauverwaltg. 1931.

Kaufmann, W. Angewandte Hydromechanik. 2 Bde. Bd. 1 Einführung in die Lehre vom Gleichgewicht und von der Bewegung der Flüssigkeiten. 232 S. 146 Abb. 1931.

Meteorologisches, Deutsches — — Jahrbuch für 1930 (Baden). 62. Jg. d. Bad. Met. Beobachtungen. (Veröffentlichungen d. Bad. Landeswetterwarte. Hrsg. durch A. Peppeler. Nr. 17). XI u. 112 S. 2 Taf. u. 27 Tab. Karlsruhe 1931.

Wild, E. Tabellenbuch für die Berechnung von Kanälen und Leitungen sowie d. Festlg. ihrer Durchflußgeschwindigkeiten, Durchflußmengen u. Durchflußhöhen, der Konstruktion d. Lichtprofile mit ihren Leistungs- u. Geschwindigkeitskurven, d. Profilinhalte, Profilumfänge und hydraulischen Radien. Hrsg. von O. Schöberlein. 57 S. 52 Taf. Berlin 1931. Bespr. S. 164/5. 22. Jg. Der Städtische Tiefbau 1931.

15. Kartographie und Zeichenhilfsmittel; Kolonialvermessungen und flüchtige Aufnahmen; Erdkunde.

Gradmann, R. Süddeutschland. 2 Bde. 215 u. 553 S. 49 Abb. 43 Taf. u. Kart. Stuttgart 1931. Bespr. S. 138/41. Nr. 5/6. Ztsch. d. Gesellsch. f. Erdkunde 1931.

Landesaufnahme. Deutsche Landschaften in topographischen Aufnahmen. Ausgew. von K. Krause. Erg.-Reihe 5. Niedersächsische Landschaften in topographischen Aufnahmen 1:25 000 (20 Meßtischbl. 1 Übers.-Bl. 68 S. nebst Erläuterungsheft.) Berlin 1931.

Staab. Karteneingang. S. 376/82. 60. Jg. Ztsch. f. Verm. 1931.

16. Geschichte des Vermessungswesens, Landmessenvereine und Versammlungen.

Göbel, E. Zehn Jahre Beirat für das Vermessungswesen. S. 433/6. 43. Jg. Allg. Verm.Nachr. 1931.

Knieriem, Fr. Der 24. Deutsche Geographentag in Danzig Pfingsten 1931. S. 225/37. 32. Jg. Geograph. Anzeiger 1931.

17. Organisation des Vermessungswesens, Gesetze und Verordnungen, Unterricht und Prüfungen.

Bertschmann, S. Zur Frage der Neuordnung der Ausbildung der Grundbuchgeometer. S. 88/93. 29. Jg. Schweiz. Ztsch. f. Verm. 1931.

Lindenstruth. Das Vermessungswesen im Volksstaat Hessen. S. 401/3. 60. Jg. Ztsch. f. Verm. 1931.

Moritz. Über die geplanten Ergänzungsvorschriften zur preußischen Katasteranweisung IX. S. 337/44. 43. Jg. Allg. Verm.Nachr. 1931.

Panther, A. Das badische Gesetz über die Feldbereinigung vom 27. März 1931. S. 466/79. 60. Bd. Ztsch. f. Verm. 1931.

Rösler. Reichssparkommissar und Vermessungswesen. S. 295/311. 60. Bd. Ztsch. f. Verm. 1931.

Vermessungswesen, Ministerial-Erlaß betr. Geschäftsordnung für den Preußischen Oberprüfungsausschuß für das höhere Vermessungswesen und Prüfungsordnung für die zweite Staatsprüfung der Vermessungsingenieure in Preußen vom 20. Juli 1931. S. 101/112. Nr. 11. 15. Jg. Finanz-Min.Blatt. Hrsg. im Preuß. Fin.Min. 1931.

18. Allgemeine Technik, insbesondere Kulturtechnik.

- Bertram. Die Auswirkung von Grundwasserstandsschwankungen in künstlich entwässerten Poldern. S. 194/213. 11 Abb. 34. Jg. Kulturtechniker 1931.
- Bremen, Stadt- und Landesplanung — 1926 bis 1930. Hrsg. v. Deputation für Bauwesen und Stadterweiterung m. Vorwort v. K. Thalenhorst. XV u. 365 S. m. Abb. Bremen 1931.
- Hotine, M. The Fourcade Stereo-Goniometer. 159 S. m. Abb. London 1931. Bespr. S. 78/81. 78. Vol. Geographical Journal. London 1931.
- Eckert, H. Über Kostenberechnung und Baugeräte im Tiefbau. Unterlagen zur Ermittlg. d. angemessenen Preises f. Erdarbeiten. 2. Aufl. 361 S. 71 Abb. 280 Taf. 1931.
- Ehlgötz, H. Der Generalsiedlungsplan Oppau-Edigheim. 51 S. Berlin 1931.
- Franzius, O. Der Huangho und seine Regelung. S. 397/404. 14 Abb. 9. Jg. Bautechn. 1931.
- Heinemann. Zur Frage der Wiesenbewässerung. S. 273/5. 34. Jg. Kulturtechniker 1931.
- Heller. Der Ausbau der Verbandsstraße Nord—Süd X von Dortmund nach Hagen. S. 91/5. 7 Abb. Straßenbaubeil. d. Verkehrstechn. 1931.
- Helmrich. Die Wasserwirtschaft Spaniens. S. 177/94. 8 Abb. 34. Jg. Kulturtechniker 1931.
- Heyl, F. Vorschläge und ausgeführte Anlagen zur Entwässerung der hessischen Rheinniederung. S. 125/8. 4 Abb. 26. Jg. Deutsche Wasserwirtsch. Stuttgart 1931.
- Jakuschoff, P. Ein einfaches Verfahren zur Profilmessung von Flüssen mit größeren Tiefen. S. 307/8. 24. Jg. Wasserwirtsch. Wien 1931.
- Knipping. Oder und Stromufergestaltung in Breslau. S. 97/101. Stadt u. Siedlung (Beil. z. Dsch. Bauztg.) 1931.
- Kozeny, J. Über Strangentfernungen bei Dränungen. S. 226/32. 4 Abb. 34. Jg. Kulturtechniker 1931.
- Marquardt, E. Fortschritte des letzten Jahrzehnts im Bau von Wasserkraftanlagen, insbesondere bei Stauwerken. S. 398/402. 10 Abb. 12. Jg. Bauing. 1931.
- Mattern, E. Der Stever-Staudamm bei Haltern (Westfalen). S. 269/72. 6 Abb. 51. Jg. Zentralbl. d. Bauverw. 1931.
- Meliorationen, Bedeutung und Umfang der — in Deutschland. Hrsg. v. Verb. Deutsch. Landeskulturgenos. 151 S. Berlin 1931. Bespr. S. 367/8. 50. Jg. Ztsch. f. Verm. 1931.
- Schoklitsch, A. Der Wasserbau. 2 Bde. 1185 S. 2057 Abb. Wien 1930.
- Schubert. Über die Korrektion geschiebeführender Gebirgsflüsse. S. 111 bis 116. 5 Abb. 26. Jg. Dtsch. Wasserwirtsch. Stuttgart 1931.
- Sommer, G. Das geplante Fernverkehrsstraßennetz in Deutschland. S. 311/3. 1 Kart. 25. Jg. Verkehrstechn. Woche 1931.
- Stübben, I. Das Verkehrsproblem in Beziehung zu Städtebau und Landesplanung. S. 104. Stadt u. Siedlung (Beil. z. Dsch. Bauztg.) 1931.
- Trebesius, E. Neue bemerkenswerte Tunnelbauten. S. 112/3. 7. Jg. Gleistechn. 1931.
- Voit, W. Großabflußmengen bei Sturzregen und ihre Abhängigkeit von der Gewitterrichtung. S. 177/81. 9 Abb. 83. Jg. Ztsch. d. Österreich. Ing. u. Arch.Verein 1931.

Zillich, K. Statik für Baugewerkschulen und Baugewerkmeister. Tl. 1
Graph. Statik. 9. Aufl. 71 S. 160 Abb. 1931.

19. Bodenpolitik, Bodenrecht, Rechtskunde.

- Becker, E. Die Entschädigungspflicht bei städtebaulicher Enteignung.
S. 417/20. 43. Jg. Allg. Verm.Nachr. 1931.
- Boer, A. de. Die Grundlagen der Einheitsbewertung für Landwirtschaft,
Forstwirtschaft und Weinbau nach dem Stande vom 1. Januar 1931.
S. 193/202. 7 Taf. 8. Jg. Verm.-techn. Rdsch. 1931.
- Fluck, H. Pauschal- oder Punktiervverfahren? Ein Vorschlag zum Ausbau
und zur Vereinheitlichung der Bonitierung bei Güterzusammenlegungen.
S. 134/41. 29. Jg. Schweiz. Ztsch. f. Verm. 1931.
- Joppen. Beweiskraft der Messungszahlen. S. 424/7. 43. Jg. Allg. Verm.-
Nachr. 1931.
- Kissel, F. Die alten Grundsteuereinschätzungen im südlichen Rhein-
hessen in Beziehung zu Boden und Klima. 40 S. 2 Kart. Diss. Gießen
1931.
- Klempau. Über die Beurkundung der Auflassungsverträge bei freiwilligen
Baulandumlegungen. S. 420/4. 43. Jg. Allg. Verm.Nachr. 1931.
- Krieger, K. Die Grundbuchbereinigung. (Kommentar zu dem Reichs-
gesetz über die Bereinigung der Grundbücher vom 18. Juli 1930 und
den Preußischen Ausführungsbestimmungen.) 197 S. Berlin 1931.
- Möllenhoff. Das Bodengesetz der Republik China vom 30. Juni 1930.
S. 401/7. 43. Jg. Allg. Verm.Nachr. 1931.
- Prauser, R. Die Grundstücksschätzung. 2. erw. Aufl. Berlin 1931. Bespr.
S. 208. 8. Jg. Verm.-techn. Rdsch. 1931.
- Rohleder, C. Neuordnung des Kartenwesens in den Landesplanungs-
verbänden. S. 389/400. 60. Jg. Ztsch. f. Verm. 1931.
- Rohleder. Kommentar Lex Adickes (Das Gesetz betreffend die Um-
legung von Grundstücken in Frankfurt a. M. vom 28. Juni 1902). 106 S.
Stuttgart 1931.

20. Siedlungstechnik, Volks- und Heimatkunde.

- Lehweß. Stadtplanung. S. 552/6. 2 Abb. 35. Jg. Umschau 1931.
- Schroeder, G. Die Aufgabe der Landesplanung. S. 427/44. 4 Abb. 60. Bd.
Ztsch. f. Verm. 1931.

21. Verschiedenes.

- Braunschweig, Die Technische Hochschule —. Hrsg. von d. Techn.
Hochsch. Bearb. v. H. E. Timerding. 133 S. m. Abb. u. 1 Taf. Berlin 1931.
- Ficker, H. v. Alfred Wegener. S. 241/5. 48. Bd. Meteorolog. Ztsch. 1931.
- Jahresbericht, Astronomischer. Gegr. v. W. F. Wislicenus. Mit Unter-
stützung der Astron. Gesellschaft hrsg. v. d. Astron. Rechen-Inst. zu
Berlin. Bd. 32 Die Literatur d. J. 1930. XXVII u. 295 S. Berlin 1931.
- Kohlschütter, E. Nachruf auf Alfred Wegener. S. 213/8. 7. Jg. Ztsch.
f. Geophys. 1931.
- Schulte, A. Über ein Lehrbuch aus dem Jahre 1573. S. 468/76. 7 Abb.
43. Jg. Allg. Verm.Nachr. 1931.