

ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN

im Auftrag des Deutschen Vereins für Vermessungswesen

herausgegeben von

Dr. O. Eggert

Professor
Berlin-Dahlem, Ehrenbergstr. 21

und

Dr. O. Borgstätte

Landesvermessungsrat
Bernburg, Moltkestr. 4.

Heft 21.

1931

1. November

Band LX

Der Abdruck von Original-Artikeln ohne vorher eingeholte Erlaubnis der Schriftleitung ist untersagt.

Zusammenschluß von zwei selbständigen Triangulierungen mit einzelnen identischen Punkten.

Von G. Förster.

In Heft 24, Jahrgang 1930, Band LIX der Zeitschrift für Vermessungswesen hat Herr Stadtvermessungsdirektor Martin aus Beuthen eine Arbeit veröffentlicht, „Neubestimmung von Dreieckspunkten unter Aufrechterhaltung der bisherigen geographischen Orientierung“, die nicht nur inhaltlich wichtig ist, sondern auch eine bemerkenswerte Vorgeschichte hat, deren Bedeutung in einem längeren Meinungsaustausch zwischen dem Stadtvermessungsamt Beuthen einerseits und dem Reichsamt für Landesaufnahme, bzw. der Katasterverwaltung andererseits zum Ausdruck gekommen ist. Die Ursachen, die einen Zusammenschluß zweier Triangulierungen am selben Ort wünschenswert machen, sind aber so verschiedener Natur, daß es fraglich bleibt, ob die von Martin empfohlene Helmertsche Transformation stets das richtige Verfahren ist und es ferner fraglich bleibt, ob ein Zusammenschluß zweier Netze auch immer mit genügender Schärfe überhaupt erfolgen kann. Der strenge Sinn der Aufgabe ist doch der, die Richtungs- oder Winkelmessungen einer Neutriangulierung so nach der Methode der kleinsten Quadrate auszugleichen, daß die schon früher bestandenen und noch benutzten trigonometrischen Punkte ihre alten Koordinaten behalten. Die Lösung der Aufgabe soll aber wegen ihres Umfangs nicht streng erfolgen, sondern genähert, so daß bei einem Minimum von Arbeit noch brauchbare Koordinaten der Neupunkte im alten System erhalten werden. Man wird daher auf die Zwecke von Netzzusammenschlüssen näher eingehen müssen, um ein besseres Urteil über eine richtige und mögliche Anpassung in jedem Falle zu gewinnen.

Das Helmertsche Verfahren zur Verknüpfung zweier trigonometrischer Netze, das in „Längengradmessung I“ (Seite 47 f.)* näher beschrieben ist, sollte ursprünglich dazu dienen, zwei trigonometrische Netze, die einige Punkte an der Trennungslinie gemeinsam haben, zu-

*) Die Europäische Längengradmessung in 52° Breite von Greenwich bis Warschau, I. Heft, Von F. R. Helmert, Veröffentlichung des Königl. Preuß. Geodätischen Instituts und Centralbureaus der Internationalen Erdmessung, 1893.

sammenzuschließen, zu dem Zwecke, Gestalt und Lage einer längeren geodätischen Linie, die über die gemeinsame Grenze beider Netze hinausgeht, darstellen zu können. Es kam also nur auf die gegenseitige Lage der Netze an, nicht auf die Lagen der Einzelpunkte. Martin verwendet dasselbe Verfahren, um die Einzelpunkte einer Neutriangulierung mit denen einer Alttriangulierung in Beziehung zu setzen. Nun wird die Mittellage eines Netzes gegen ein anderes wohl recht gut durch das Helmertsche Verfahren dargestellt, ob das aber auch in bezug auf die Lagen der einzelnen Punkte ausreichend zutrifft, ist in jedem Falle besonders zu erweisen. Die Abweichungen zwischen den Koordinaten identischer Punkte nach alter und neuer Bestimmung gehen nach der Martinschen Angleichung seines Beuthener Netzes bis zu 42 cm. Neupunkte dürften daher bis zum selben Betrage gegen benachbart liegende Punkte der alten Triangulierung abweichen. Solche Differenzen sind aber für die meisten Verwendungszwecke (z. B. das Kataster) unzulässig groß.

Wird eine Triangulierung erneuert, so liegen die Abweichungen zwischen beiden Bestimmungssystemen teils in zufälligen Messungsfehlern, teils in systematischen Messungs- oder Netzfehlern, wobei auch zufällige Fehler durch Verschleppung sich wie systematische auswirken können. Die systematischen Abweichungen zwischen den gerechneten Punktkoordinaten beider Triangulierungen kann man voll berücksichtigen, wenn man sie als Funktion des Ortes, also der Punktkoordinaten des einen Systems darstellen kann. Das wird nun in aller Strenge kaum möglich sein, aber in der Hauptsache wird diese Ortsfunktion durch eine konforme wiedergegeben werden können. (Darüber in einer ferneren Abhandlung mehr.) Die zufälligen Abweichungen zwischen den Koordinaten identischer Punkte der beiden Bestimmungssysteme aber lassen sich durch einfache Formeln niemals ausdrücken. Sie bleiben bei einem Zusammenschluß zweier Triangulierungen ungetilgt bestehen. Daraus erkennt man, daß es nur dann einen Sinn hat, zwei Triangulierungen zusammenschweißen, wenn die zufälligen gegenseitigen Abweichungen der Koordinaten identischer Punkte für den Verwendungszweck der gemeinsamen Benutzung beider Triangulierungen nicht störend sind.

Die begriffliche Abspaltung der systematischen Abweichungen und die Möglichkeit ihrer funktionalen Darstellung führt dazu, daß man von den Unstimmigkeiten zwischen zwei Triangulierungen mehr tilgen kann, als die Helmertsche Transformation erlaubt. Sind x, y Punktkoordinaten einer Triangulierung, die unverändert bestehen bleibt, ξ, η Punktkoordinaten einer anderen Triangulierung, die in jene eingepaßt werden soll, sind weiter ξ, η die systematischen Anteile der Unstimmigkeiten, u, v die zufälligen Fehler, dann kann man schreiben:

$$x = \xi + \xi - u, \quad y = \eta + \eta - v, \quad \text{oder: } u = (\xi - x) + \xi, \quad v = (\eta - y) + \eta$$

und hierin wird die systematische Deformation konform angenommen, d. h. es soll $\xi + i\eta$ eine (vorläufig unbestimmte) Funktion des komplexen Argumentes $\xi + i\eta$, oder was numerisch dasselbe ist, $x + iy$ sein: $\xi + iy = f(x + iy)$. Unter i ist $\sqrt{-1}$ zu verstehen. Die Punkte werden durch Indizes unterschieden. ξ, η werden als klein gegen x, y vorausgesetzt.

Entsprechen die Punktverschiebungen innerhalb eines Triangulierungsgebietes einer konformen Deformation des Netzes und sind die Verschiebungen an der ganzen Begrenzung des betrachteten Gebietes bekannt, so ist die Aufgabe vollständig lösbar, d. h. die Funktion f ist bestimmbar. Die Lösung der Aufgabe ist nur innerhalb der Begrenzung gültig, nicht außerhalb. Nun kennt man aber die Punktverschiebungen nur an wenigen Stellen der Begrenzung. Deshalb wird die Funktion f auch nur bis zu einer gewissen Annäherung genau darstellbar sein.

Die beiden Koordinatensysteme sind zunächst, wenn nötig, auf gleiche Projektion zu bringen. Zweckmäßig werden die Nullpunkte innerhalb des zu betrachtenden Gebietes gelegt, vielleicht das arithmetische Mittel aus den Punktkoordinaten als Nullpunkt gewählt. So gut es durch einfache Hilfsmittel möglich ist, werden beide Systeme zur Deckung gebracht. Nach diesen Vorbereitungen läßt sich die Funktion f in eine Reihe entwickeln:

$$\xi + i\eta = f(0) + f'(0) \cdot \frac{(x + iy)}{1!} + f''(0) \cdot \frac{(x + iy)^2}{2!} + f'''(0) \cdot \frac{(x + iy)^3}{3!} + \dots$$

Der Funktionswert $f(0)$ und die Ableitungen am Koordinatennullpunkt sind komplexe Zahlen, die als Unbekannte in der nun folgenden Ausgleichung auftreten: $f^n(0) = p_n + iq_n$. Die Fehlergleichungen lassen sich so schreiben:

$$(u + iv) = (p_0 + iq_0) + (p_1 + iq_1) \cdot (x + iy) + (p_2 + iq_2) \cdot (x + iy)^2 + (p_3 + iq_3) \cdot (x + iy)^3 + \dots + ((x - x) + i(y - y))$$

Die Fakultäten kann man fortlassen, muß sie dann aber auch in der Darstellung der Funktion f weglassen, d. h. in der Übertragungsgleichung, die das System ξ, η in das System x, y interpoliert. Durch Trennung reeller und imaginärer Glieder kommt man schließlich zu reellen Fehlergleichungen. Man nimmt so viele Glieder der Reihe, als mit Sicherheit bestimmbar sind. Im allgemeinen werden das nur wenige Glieder sein. Bricht man die Reihe mit dem zweiten (komplexen) Gliede ab, so stellt sie die Helmertsche Transformation dar. Die weiteren Glieder bedeuten erst eine konforme Deformation. Sie ergänzen die Helmertsche Transformation. Man kann das ganze Verfahren auch „konforme Transformation“ nennen. $\sqrt{u^2 + v^2}$ sind die linearen Abstände zwischen den Rechenpunkten identischer trigonometrischer Punkte. Ihre Quadratsumme ist zum Minimum zu machen (also die Quadratsumme der Absolutwerte der unvermeidlichen komplexen Fehler, nicht ihre Quadratsumme schlechtweg). Nach beendeter Ausgleichung, in die alle identischen Punkte eingehen, lassen sich die Neupunkte in eine alte Triangulierung einfügen.

Als Rechenbeispiel möge das oberschlesische Netz dienen, das von Martin auch benutzt worden ist. Die Koordinaten sollen in Einheiten von 10 km, die Absolutwerte in m genommen werden. Für den ersten Punkt (Annaberg) ist demnach (Seite 909 Mitte der Zeitschrift für Vermessungswesen 1930):

$$x_1 = (\Delta x_1 \text{ nach Martin}) = + 8602 \text{ m,}$$

$$y_1 = (\Delta y_1 \text{ nach Martin}) = - 26128 \text{ m.}$$

Also ist (in zulässiger Abkürzung):

$$(x_1 + iy_1) = +0,86 - i2,61, (x_1 + iy_1)^2 = (-6,1 - i4,5),$$

$$(x_1 + iy_1)^3 = (-17 + i12) \text{ und:}$$

$$(x - x)_1 + i(y - y)_1 = (+0,059 + i0,129).$$

Es wird hiernach leicht sein, die andern Koeffizienten in den nachfolgenden Fehlergleichungen aus den Martinschen Rechnungen herzu-
leiten:

| | $p_0 + iq_0$ | $p_1 + iq_1$ | $p_2 + iq_2$ | $p_3 + iq_3$ | |
|----------------|------------------------|--------------------|-----------------|-----------------------|--|
| $u_1 + iv_1 =$ | $+1 + (+0,86 - i2,61)$ | $+ (-6,1 - i4,5)$ | $+ (-17 + i12)$ | $+ (+0,059 + i0,129)$ | |
| $u_2 + iv_2 =$ | $+1 + (-2,08 - i2,79)$ | $+ (-3,5 + i11,6)$ | $+ (+40 - i14)$ | $+ (-0,207 - i0,124)$ | |
| $u_3 + iv_3 =$ | $+1 + (-1,16 + i0,54)$ | $+ (+1,2 - i0,8)$ | $+ (-1 + i1)$ | $+ (+0,269 - i0,106)$ | |
| $u_4 + iv_4 =$ | $+1 + (+0,19 + i1,59)$ | $+ (-2,5 + i0,6)$ | $+ (-1 - i4)$ | $+ (-0,282 - i0,094)$ | |
| $u_5 + iv_5 =$ | $+1 + (+1,09 + i0,22)$ | $+ (+1,1 + i0,5)$ | $+ (+1 + i1)$ | $+ (-0,117 + i0,081)$ | |
| $u_6 + iv_6 =$ | $+1 + (+0,56 + i2,40)$ | $+ (-5,6 + i1,7)$ | $+ (-6 - i15)$ | $+ (-0,420 + i0,164)$ | |
| $u_7 + iv_7 =$ | $+1 + (+0,74 + i0,85)$ | $+ (-0,2 + i1,5)$ | $+ (-1 + i1)$ | $+ (-0,250 + i0,052)$ | |

Hieraus kann man Normalgleichungen bilden. Da aber die Rechnung mit komplexen Größen in einer Ausgleichung ungewöhnlich ist, so sollen die Fehlergleichungen nochmals, in reellen Größen dargestellt, niedergeschrieben werden:

| |
|---|
| $1p_0 + 0,86p_1 + 2,61q_1 - 6,1p_2 + 4,5q_2 - 17p_3 - 12q_3 + 0,059 = u_1 = -0,047$ |
| $1 - 2,08 + 2,79 - 3,5 - 11,6 + 40 + 14 - 0,207 = u_2 = +0,008$ |
| $1 - 1,16 - 0,54 + 1,2 + 0,8 - 1 - 1 + 0,269 = u_3 = +0,200$ |
| $1 + 0,19 - 1,59 - 2,5 + 0,6 - 1 + 4 - 0,282 = u_4 = -0,056$ |
| $1 + 1,09 - 0,22 + 1,1 - 0,5 + 1 - 1 - 0,117 = u_5 = -0,067$ |
| $1 + 0,56 - 2,40 - 5,6 - 1,7 - 6 + 15 - 0,420 = u_6 = +0,068$ |
| $1 + 0,74 - 0,85 - 0,2 - 1,5 - 1 - 1 - 0,250 = u_7 = -0,129$ |
| $1q_0 - 2,61 + 0,86 - 4,5 - 6,1 + 12 - 17 + 0,129 = v_1 = -0,060$ |
| $1 - 2,79 - 2,08 + 11,6 - 3,5 - 14 + 40 - 0,124 = v_2 = -0,050$ |
| $1 + 0,54 - 1,16 - 0,8 + 1,2 + 1 - 1 - 0,106 = v_3 = +0,007$ |
| $1 + 1,59 + 0,19 + 0,6 - 2,5 - 4 - 1 - 0,094 = v_4 = -0,055$ |
| $1 + 0,22 + 1,09 + 0,5 + 1,1 + 1 + 1 + 0,081 = v_5 = +0,049$ |
| $1 + 2,40 + 0,56 + 1,7 - 5,6 - 15 - 6 + 0,164 = v_6 = +0,100$ |
| $1 + 0,85 + 0,74 + 1,5 - 0,2 + 1 - 1 + 0,052 = v_7 = +0,001.$ |

Die numerischen Werte der u und v , wie sie aus der folgenden Ausgleichung erhalten werden, sind den Fehlergleichungen schon beigeschrieben. Die Normalgleichungen mit reellen Unbekannten werden nun:

| |
|---|
| $\underline{7} p_0 - 15,6 p_2 - 10,4 q_2 + 15 p_3 + 16 q_3 - 0,928 = 0$ |
| $\underline{7} q_0 + 10,4 - 15,6 - 16 + 15 + 0,082 = 0$ |
| $\underline{32,1} p_1 - 15,4 + 33,6 - 127 - 119 - 0,071 = 0$ |
| $\underline{32,1} q_1 - 33,6 - 15,4 + 119 - 127 + 1,808 = 0$ |
| $\underline{250,4} \quad \quad \quad - 240 + 469 + 2,032 = 0$ |
| $\underline{250,4} \quad \quad \quad - 469 - 240 + 3,042 = 0$ |
| $\underline{2457} \quad \quad \quad - 5,102 = 0$ |
| $\underline{2457} - 18,004 = 0$ |
| $\underline{0,528} = [uu + vv] = 0,091$ |

Daraus folgen die Unbekannten, und wenn diese in die Fehlergleichungen eingesetzt werden, die Verbesserungen u bzw. v , die be-

reits oben den Fehlergleichungen beigeschrieben sind. Ein Neupunkt ist in das alte, unverändert gebliebene Netz übertragbar durch Zuzugung der Korrekturen:

$$(+ 0,025 + i 0,016) + (+ 0,051 + i 0,055) (x + iy)$$

$$+ (- 0,031 - i 0,000) (x + iy)^2 + (+ 0,0042 + i 0,0126) (x + iy)^3$$

zu seinen Punktkoordinaten $x + iy$. Nach Martinscher Transformierung ergibt sich ein mittlerer radialer Fehler*) von $\sqrt{0,301 : (14-4)}$ = $\pm 0,174$ m, nach obiger Transformierung folgt: $\sqrt{0,091 : (14-8)}$ = $\pm 0,124$ m. Es ist also eine Verbesserung der Anpassung des einen Netzes an das andere erreicht worden und das gibt der vorgeschlagenen Erweiterung der Helmertschen Transformation Berechtigung.

Dem Sinne der Martinschen Ausführungen entspricht die Erweiterung der Helmertschen Transformation eigentlich nicht. Martin sieht ja den Hauptvorteil seiner Rechnung darin, daß Koordinatenwerte erhalten werden, die „in ihrem inneren Zusammenhang die volle Genauigkeit des neuen Netzes behalten haben“ und sagt an anderer Stelle: „Das Verfahren bedeutet gründliches Flickens eines Dreiecksnetzes durch Einsatz eines neuen Teiles mit unbeeinflusster innerer Genauigkeit ...“ Wenn aber die neuen (übertragenen) Punkte gegen benachbarte alte so unrichtig liegen, daß unzulässige Fehler entstehen (wie es bei dem Martinschen Beispiel der Fall ist), so hat eine Verbindung von Alt- und Neutriangulierung keinen Zweck. Da die konforme Transformation eine Verbesserung der Anpassung beider Netze gibt, so kann es sein, daß die fehlerhaften Lagen zwischen Alt- und Neupunkten so gebessert werden, daß eine gleichzeitige Benutzung beider Triangulierungen am gleichen Ort für den betreffenden Zweck doch noch zulässig wird. Man darf aber nicht die Abweichungen zwischen den Alt- und Neukoordinaten identischer Punkte allein betrachten, sondern muß die mittlere Abweichung eines Neupunktes gegen benachbarte Altpunkte dem Urteil zugrunde legen, also vorzugsweise den mittleren Punktfehler betrachten. Diese Bemerkungen sind insbesondere dann zu beachten, wenn man viele Glieder in der Entwicklung der Funktion f benutzt oder wenn man eine strenge Interpolation nach Lagrange innerhalb der gegebenen komplexen Koordinaten $x + iy$ vornimmt, also keine Widersprüche zwischen den Koordinaten von Alt- und Neupunkten erhält. Man darf keineswegs glauben, daß die Unstimmigkeiten nicht vorhanden seien, wenn sie rechnerisch nicht in Erscheinung treten. (Vergleiche Krüger: Über den Anschluß eines sekundären Dreiecksnetzes an ein Hauptnetz, Zeitschrift f. Verm.-Wesen 1896, Heft 10—12 und Jordan: Verschiebung eines trigonometrischen Netzes. In derselben Zeitschr. 1898, Heft 10. Die in diesen Abhandlungen dargelegten Gedanken hat schon C. F. Gauß ausgesprochen. Man vergleiche: Ostwalds Klassiker Nr. 55: Über Kartenprojektion, Abhandlungen von Lagrange und Gauß, Seite 65. Gauß denkt an einen etwas anders gearteten Zweck: an die Verbesserung eines verzerrten, sonst in sich richtigen Dreiecksnetzes, das durch bessere Neubestimmung einzelner Punkte entzerrt werden

*) Der mittlere Punktfehler ist nach Helmerts Festsetzung das $\sqrt{2}$ -fache dieses radialen Fehlers.

kann. Es heißt dort u. a.: „Man kann von diesem Verfahren“ (nämlich der Lagrangschen Interpolation zwischen komplexen Größen) „in der Geodäsie eine nützliche Anwendung machen, um eine auf mittelmäßige Messungen gegründete Karte, die im kleinen Detail gut, aber im Ganzen etwas verzerrt ist, in eine bessere zu verwandeln, wenn man die richtige Lage einer Anzahl von Punkten kennt. Es versteht sich jedoch, daß man bei einer solchen Umformung nicht viel über die Gegend hinausgehen darf, welche letztere Punkte umfassen.“)

Nun handelt es sich nicht allein um eine Verbesserung der Anpassung zweier Netze durch Erweiterung der Helmertschen Transformation, sondern noch mehr um andere, grundlegende Fragen:

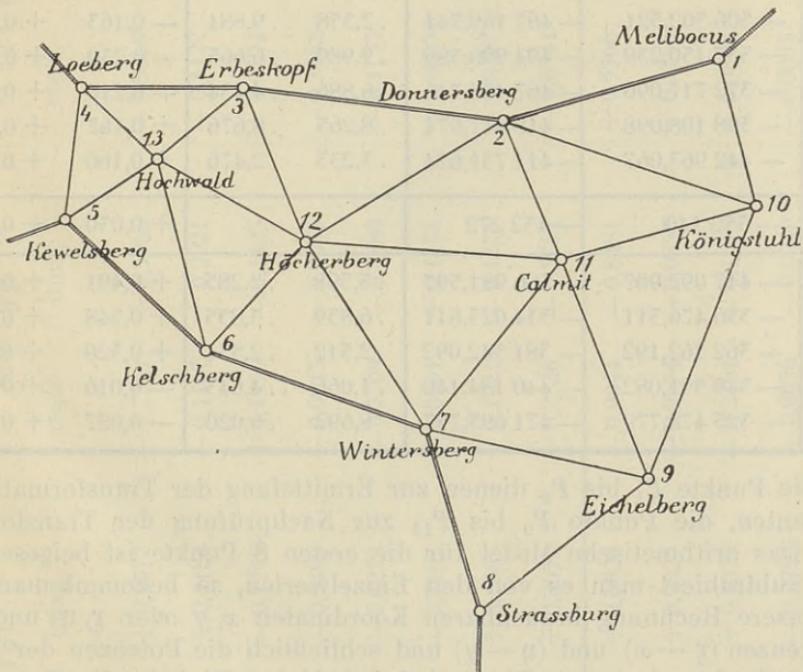
1. Ist die Erneuerung einer Triangulierung ohne Anschluß an die alte ein Mißgriff oder eine Notwendigkeit?
2. In welchen Fällen ist der Zusammenschluß zweier Triangulationen überhaupt von Vorteil?
3. Den Vorteil des Zusammenschlusses zugegeben, hängt die Art und Weise, wie zwei Triangulierungen zusammengeschweißt werden, nicht auch von dem Zweck des Zusammenschlusses ab?

Zu Frage 1. kann man sagen, für das Kataster ist die Erhaltung einer alten Triangulierung und das Ergänzen durch Hineintriangulieren meistens vorteilhaft. In der Regel wird die Ergänzungsarbeit eine Wiederherstellung verloren gegangener Punkte sein. Sind so viele Punkte verloren gegangen, daß die Netzwiederherstellung kostspieliger wäre als eine Neutriangulierung, so zieht man diese zweckmäßig vor. Auch manche andere Gründe (die hier bedeutungslos sind) können eine gänzliche Neutriangulierung wünschenswert erscheinen lassen. Die Frage der Erneuerung einer Triangulierung drängt sich nach den Martinschen Ausführungen auf, aber was Martin sagt, (Seite 904 der Zeitschr. für Verm.-Wesen 1930 von „Die Nachteile mangelhaften ... bis zum Schluß des Abschnittes) ist unklar. Man kann daraus mit Sicherheit nur die Ansicht entnehmen: das Ausflicken alter Netze durch Zwischentriangulierung ist nicht zweckmäßig, aber eine möglichst enge Verbindung zwischen Alt- und Neutriangulierung ist notwendig. Die Voraussetzung dazu, die Erneuerung einer Triangulierung ohne Anschluß an gegebene Punkte kann zuweilen als etwas Unvermeidliches gegeben sein.

Die 2. Frage erfordert Überlegungen über den zulässigen Umfang der zu vereinigenden Netze, über die Möglichkeit der gleichzeitigen Benutzung von Punkten alter und neuer Netze und über Trennung in verschiedene Fälle nach ihrem Verwendungszweck.

Martin hatte ursprünglich (Juli 1927) eine Transformierung beabsichtigt, die innerhalb des Stadtgebietes lag und sich auf etwa 6 identische Punkte zwischen Stadtvermessung und Landesvermessung gründete. Erst später (April 1929) ist der Gedanke aufgetaucht, die Punkte I. Ordnung zum Zusammenschluß beider Triangulierungen zu verwenden. Was dieser Übergang von nahe beieinander liegenden identischen Punkten zu solchen weit getrennt liegenden bedeutet, ist nicht erörtert worden. Ausschlaggebend für einen Nutzen der Zusammenziehung zweier Netze ist die Punktgenauigkeit in jedem Netz, bezogen auf

eine mittlere Lage aller Punkte desselben Netzes. Bei kleinsten Netzen kommt daher etwa der mittlere relative Punktfehler in Betracht, also die Punktunsicherheit bezogen auf die nächst umliegenden Punkte. Diese Punktfehler sind noch genügend klein für Ausdehnung von Stadtgebieten. Je größer man den Bereich der Triangulierung nimmt, die geschlossen übertragen werden soll, desto mehr kommen die absoluten Punktfehler zur Geltung, also die Punktfehler, die auf die mittlere Gesamtlage eines trigonometrischen Netzes I. Ordnung bezogen sind. In den Ausschußsitzungen zur Rationalisierung der Arbeiten des Reichsamtes für Landesaufnahme ist die Meinung aufgetaucht (die auch vielfach geteilt wird), daß der Punktfehler in jeder Triangulierungsordnung derselbe sei, resp. sein müsse. Aber von diesem Ziel sind wir weit entfernt. Die Punkte I. Ordnung haben Punktfehler, die über ein Vielfaches jener hinausgehen, die aus dem Einschneiden von Punkten 3. Ordnung errechnet werden. Das liegt nicht an der Messungsgenauigkeit und kommt auch in errechneten mittleren Punktfehlern in Netzen nicht voll zum Ausdruck. Verantwortlich für die großen Punktfehler in Netzen sind die systematischen Fehlereinflüsse, wie beispielsweise Refraktion, Anschlußzwang und Verschleppung von Netzfehlern in andere Gebiete durch die Ausgleichung. Die Netzdeformationen sind nicht immer genau vom selben Charakter wie eine konforme Abbildung, die durch Potenzreihen vermittelt wird. Daher erfaßt auch die konforme Transformation nicht alle Netzverbiegungen restlos.



Wie sich eine auf Punkten I. Ordnung basierende Transformation gestaltet, soll an dem Pfälzischen Dreiecksnetz gezeigt werden. Dieses ist ohne Zwang ausgeglichen worden (für Erdmessungszwecke) und ebenso mit Zwang (für die Landesvermessung). Man kann das ohne Zwang ausgeglichene Netz in den vorgeschriebenen Zwangsrahmen

eintransformieren und den Grad der Erfassung systematischer Verbiegungen studieren. Messungsfehler und zufällige Punktfehler kommen ja dabei nicht zur Geltung, weil die Messungen in beiden Ausgleichungen dieselben sind. Die Rechnungen sind von den Herren Reg.-Landmesser Lomnitzer und Dipl.-Ing. Förstner ausgeführt worden.

In der Abbildung ist das Netz dargestellt. An den doppelt gezeichneten Grenzlinien soll es mit Zwang an andere Netze angeschlossen werden, wobei sich der Zwang nur auf Beibehaltung der Seitenlängen und der Brechungswinkel der beiden Grenzpolygone beschränkt, nicht deren gegenseitige Lage berücksichtigt. Veröffentlicht sind die nach beiden Ausgleichungen gerechneten ebenen Koordinaten in „Hauptdreiecke, 11. Teil, A. Das Pfälzische Netz“. Auf Seite 56 stehen die Koordinaten des ohne Zwang ausgeglichenen Netzes, die wir ξ', η' nennen wollen und auf Seite 110f die des mit Zwang berechneten Netzes, wir nennen sie x', y' . Die Koordinaten sind folgende (die laufenden Nummern entsprechen den in der Skizze eingetragenen Stationsnummern):

| Nr. | ξ' | η' | x' | y' | $(\xi' - x', (\eta' - y'))$ | |
|-----|---------------|---------------|---------|---------|-----------------------------|---------|
| 1 | — 320 329,407 | — 358 499,671 | . 9,665 | . 9,528 | + 0,258 | — 0,145 |
| 2 | — 327 991,086 | — 390 454,518 | . 1,321 | . 4,824 | + 0,235 | + 0,506 |
| 3 | — 311 554,751 | — 449 802,847 | . 4,790 | . 5,076 | + 0,039 | + 0,229 |
| 4 | — 306 302,521 | — 487 169,744 | . 2,358 | . 9,881 | — 0,163 | + 0,157 |
| 5 | — 337 150,239 | — 494 996,589 | . 9,989 | . 6,665 | — 0,250 | + 0,276 |
| 6 | — 372 717,096 | — 467 123,716 | . 6,886 | . 4,454 | — 0,210 | + 0,718 |
| 7 | — 398 108,098 | — 418 417,974 | . 8,265 | . 8,676 | + 0,167 | + 0,702 |
| 8 | — 442 963,067 | — 411 731,624 | . 3,233 | . 2,476 | + 0,166 | + 0,852 |
| 0 | — 352 140 | — 432 272 | | | + 0,050 | + 0,585 |
| 9 | — 417 092,907 | — 366 981,597 | . 3,398 | . 2,285 | + 0,491 | + 0,688 |
| 10 | — 356 476,311 | — 354 023,811 | . 6,859 | . 3,855 | + 0,548 | + 0,044 |
| 11 | — 362 762,192 | — 381 542,092 | . 2,512 | . 2,531 | + 0,320 | + 0,439 |
| 12 | — 349 591,082 | — 440 184,140 | . 1,066 | . 4,643 | — 0,016 | + 0,503 |
| 13 | — 325 478,779 | — 471 695,737 | 8,692 | . 6,020 | — 0,087 | + 0,283 |

Die Punkte P_1 bis P_8 dienen zur Ermittlung der Transformationskonstanten, die Punkte P_9 bis P_{13} zur Nachprüfung der Transformation. Das arithmetische Mittel für die ersten 8 Punkte ist beige geschrieben. Subtrahiert man es von den Einzelwerten, so bekommt man die für unsere Rechnung brauchbaren Koordinaten x, y oder ξ, η und die Differenzen $(\xi - x)$ und $(\eta - y)$ und schließlich die Potenzen der komplexen Größen $(x + iy)$. Diese sind in 100 km Einheit, die Koordinatendifferenzen in m genommen. Somit ergeben sich die komplexen Fehlergleichungen:

$$(u + iv) = (p_0 + iq_0) + (x + iy)(p_1 + iq_1) + (x + iy)^2(p_2 + iq_2) + \dots \\ + (\xi - x) + i(\eta - y)$$

Die numerischen Koeffizienten (bis einschließlich der 4. Potenz) sind:

| Nr. | $(x + iy)$ | | $(x + iy)^2$ | | $(x + iy)^3$ | | $(x + iy)^4$ | | reell | imag. | $(x - y)$ | reell | imag. |
|-----|------------|----------|--------------|----------|--------------|----------|--------------|----------|----------|----------|-----------|----------|----------|
| | reell | imag. | reell | imag. | reell | imag. | reell | imag. | | | | | |
| 1 | + 0,5181 | + 0,9577 | - 0,7781 | + 0,5966 | - 0,8069 | - 0,5598 | + 0,2495 | - 0,9284 | + 0,2278 | - 0,5276 | | + 0,2278 | - 0,5276 |
| 2 | + 0,2415 | + 0,4184 | - 0,1167 | + 0,2021 | - 0,1127 | ± 0,0000 | - 0,0272 | - 0,0472 | + 0,2048 | - 0,0786 | | + 0,2048 | - 0,0786 |
| 3 | + 0,4058 | - 0,1755 | + 0,1559 | - 0,1425 | + 0,0294 | - 0,0812 | - 0,0025 | - 0,0581 | + 0,0088 | - 0,1556 | | + 0,0088 | - 0,1556 |
| 4 | + 0,4584 | - 0,5490 | - 0,0915 | - 0,5055 | - 0,5182 | - 0,1806 | - 0,2450 | + 0,0919 | - 0,1952 | - 0,2476 | | - 0,1952 | - 0,2476 |
| 5 | + 0,1499 | - 0,6272 | - 0,5709 | - 0,1880 | - 0,1755 | + 0,2044 | + 0,1022 | + 0,1595 | - 0,2802 | - 0,1086 | | - 0,2802 | - 0,1086 |
| 6 | - 0,2058 | - 0,5485 | - 0,0791 | + 0,1454 | + 0,0665 | - 0,0019 | - 0,0145 | - 0,0227 | - 0,2402 | + 0,5554 | | - 0,2402 | + 0,5554 |
| 7 | - 0,4597 | + 0,1585 | + 0,1921 | - 0,1275 | - 0,0707 | + 0,0851 | + 0,0207 | - 0,0489 | + 0,1568 | + 0,5174 | | + 0,1568 | + 0,5174 |
| 8 | - 0,9082 | + 0,2054 | + 0,7826 | - 0,5751 | - 0,6541 | + 0,4996 | + 0,4755 | - 0,5840 | + 0,1558 | + 0,4674 | | + 0,1558 | + 0,4674 |
| 9 | - 0,6495 | + 0,6529 | - 0,0044 | - 0,8481 | + 0,5566 | + 0,5480 | - 0,7195 | + 0,0075 | + 0,4608 | + 0,5054 | | + 0,4608 | + 0,5054 |
| 10 | - 0,0454 | + 0,9825 | - 0,9654 | - 0,0855 | + 0,1256 | - 0,9428 | + 0,9209 | + 0,1644 | + 0,5178 | - 0,5406 | | + 0,5178 | - 0,5406 |
| 11 | - 0,1062 | + 0,5075 | - 0,2461 | - 0,1078 | + 0,0808 | - 0,1154 | + 0,0489 | + 0,0551 | + 0,2898 | + 0,0544 | | + 0,2898 | + 0,0544 |
| 12 | + 0,0255 | - 0,0791 | - 0,0056 | - 0,0040 | - 0,0005 | + 0,0005 | 0,0000 | 0,0000 | - 0,0462 | + 0,1184 | | - 0,0462 | + 0,1184 |
| 13 | + 0,2666 | - 0,5942 | - 0,0845 | - 0,2102 | - 0,1055 | - 0,0228 | - 0,0371 | + 0,0554 | - 0,1172 | - 0,1016 | | - 0,1172 | - 0,1016 |

Daraus ergeben sich die Normalgleichungen.

| | $(p_2 + i q_2) \times$ | $(p_3 + i q_3) \times$ | $(p_1 + i q_1) \times$ | Abs.-Glied |
|--|------------------------|------------------------|------------------------|-------------------|
| $\frac{8(p_0 + i q_0)}{3,5980(p_1 + i q_1)}$ | -0,3275 - i0,3919 | -2,0204 - i0,0144 | +0,5569 - i1,4379 | +0,0004 + i0,0002 |
| | -0,1827 + i0,5941 | -0,2550 - i0,0607 | -1,6019 - i0,1001 | -0,4144 - i1,7289 |
| | <u>2,3202</u> | -0,2323 + i0,8178 | -0,2409 + i0,1315 | -0,2573 + i0,6387 |
| | | <u>1,8367</u> | -0,2204 + i0,9032 | +0,3716 + i0,2970 |
| | | | <u>1,5956</u> | +0,3060 + i0,5023 |
| | | | | <u>1,1168</u> |

Durch Auflösung der Klammerglieder, Trennung in reelle und imaginäre Teile und Multiplikation der imaginären Teile mit $-i$ gewinnt man leicht die auf reelle Unbekannte bezogenen Normalgleichungen.

Je nachdem wie viele komplexe Glieder in der Reihenentwicklung der Funktion f benutzt werden, erhält man Normalgleichungssysteme, die mit p_1, q_1 abschließen (Helmerts Transformation) oder mehr Glieder enthalten. Die Auflösung gibt dann

| p_0 | q_0 | p_1 | q_1 | p_2 | q_2 | p_3 | q_3 | p_4 | q_4 |
|---------|---------|---------|---------|------------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 0 | 0 | +0,1152 | +0,4805 | = Helmertsche Transformation | | | | | |
| +0,0107 | -0,0092 | +0,0785 | +0,4698 | -0,0033 | -0,2213 | . | . | . | . |
| -0,0284 | -0,0859 | +0,0691 | +0,4700 | -0,1343 | -0,2090 | -0,1330 | -0,2792 | . | . |
| -0,0451 | -0,1008 | +0,0141 | +0,5928 | -0,1290 | -0,2004 | -0,0423 | -0,1816 | -0,1214 | +0,2654 |

Die Einsetzung der Unbekannten in die Fehlergleichungen (auch für die Punkte P_9 bis P_{13}) gibt nun die nicht mehr tilgbaren Koordinatendifferenzen für die ersten drei Auflösungen und für die Mitnahme der Glieder bis p_7, q_7 :

| Nr. | Helmerttrans. | | mit $p_2 q_2$ | | $p_3 q_3$ | | $p_7 q_7$ | |
|---------------|---------------|-------------|---------------|--------------|-----------|--------|-----------|--------|
| | u | v | u | v | u | v | u | v |
| 1 | -0,186 | -0,267 | -0,045 | -0,144 | -0,054 | -0,020 | 0 | 0 |
| 2 | +0,032 | +0,086 | +0,085 | +0,084 | +0,069 | +0,007 | 0 | 0 |
| 3 | +0,140 | +0,019 | +0,102 | -0,017 | +0,017 | -0,069 | 0 | 0 |
| 4 | +0,125 | -0,091 | 0,000 | -0,065 | -0,053 | +0,044 | 0 | 0 |
| 5 | +0,058 | -0,109 | -0,004 | -0,014 | +0,087 | -0,045 | 0 | 0 |
| 6 | -0,096 | +0,194 | -0,050 | +0,217 | -0,088 | +0,106 | 0 | 0 |
| 7 | +0,017 | +0,112 | +0,018 | +0,061 | -0,008 | +0,010 | 0 | 0 |
| 8 | -0,068 | +0,055 | -0,106 | -0,124 | -0,011 | -0,054 | 0 | 0 |
| 9 | +0,072 | +0,066 | -0,074 | +0,044 | -0,017 | -0,156 | +1,177 | -0,785 |
| 10 | +0,041 | -0,248 | +0,048 | -0,080 | -0,144 | -0,076 | -0,850 | +0,976 |
| 11 | +0,054 | +0,062 | +0,051 | +0,090 | -0,016 | +0,012 | -0,199 | -0,102 |
| 12 | -0,005 | +0,122 | +0,005 | +0,116 | -0,056 | +0,041 | -0,059 | +0,012 |
| 13 | +0,105 | -0,019 | +0,055 | +0,005 | +0,055 | -0,011 | +0,041 | +0,005 |
| [$uu + vv$] | 1-8 | 0,2584 | 0,1516 | 0,0442 | 0 | | | |
| | 9-15 | 0,1056 | 0,0414 | 0,0557 | 3,7520 | | | |
| m_1 | $\pm 0,14$ | $\pm 0,115$ | $\pm 0,07$ | (unbestimmt) | | | | |
| m_2 | $\pm 0,10$ | $\pm 0,065$ | $\pm 0,075$ | $\pm 0,61$ | | | | |

Nach Beendigung der Helmertschen Transformation ist das nächste, mit $p_2 + i q_2$ multiplizierte, Glied hinzugenommen und die ganze Ausgleichung wiederholt worden. So wurde weiter verfahren durch Hinzunahme je eines komplexen Gliedes, bis die Rechnung naturgemäß mit dem mit $p_7 + i q_7$ multiplizierten Gliede abschloß. Die letzte Ausgleichung hat so viele Unbekannte als Fehlergleichungen vorhanden sind, daher mußten u und v Null werden. Es entspricht diese letzte Rechnung der Interpolation nach der Lagrange'schen Interpolationsformel für 8 komplexe Argumente. (Vergleiche die auf Seite 5 angegebenen drei Literaturhinweise.) Hier sind nicht alle Rechnungen wiedergegeben. Der mittlere Fehler m_1 , der sich als Punktfehler aus der Ausgleichung ergibt, erreicht bei Mitnahme von p_4, q_4 den Wert $\pm 0,05$ m, der sich durch weitere Hinzunahme von Gliedern nicht mehr erniedrigt. Die systematischen Netzverbiegungen werden also durch das Verfahren der konformen Transformation in beträchtlichem Anteile ausgeschieden.

Die transformierten Punkte können als Genauigkeitsmesser nicht dienen. Insbesondere liegen P_9 und P_{10} kaum noch innerhalb des von den Grenzpunkten umschriebenen Gebietes, für das allein die konforme Transformation gilt, wie schon gesagt. Im Sinne einer Interpolation kann man sagen, daß diese beiden Punkte „extrapoliert“ sind.

Um einen Schluß auf den allgemeinen Fall zu ziehen, in dem zwei getrennt gemessene Triangulierungen von der hier gegebenen Genauigkeit zusammengeschlossen werden sollen, vergleichen wir den mittleren Richtungsfehler $\pm 0,20''$ der freien Ausgleichung (Seite 59, Hauptdreiecke, Teil 11) und $\pm 0,44''$ der mit Zwang gemachten Ausgleichung (errechnet aus den Fehlern Seite 71), sowie den hieraus folgenden Anteil der Zwangsbedingungen: $\sqrt{0,44^2 - 0,20^2} = \pm 0,40''$ mit den mittleren Punktfehlern, von denen die auf Anschlußzwang kommenden Anteile nach der vorausgegangenen Rechnung 0,14 m bis 0,05 m betragen. Aus der Proportionalität von Richtungs- und Punktfehlern folgt, daß getrennt beobachtete Netze von derselben Gestalt und derselben Genauigkeit bei Helmertscher Transformation $\pm 0,16$, bei günstigster konformer $\pm 0,12$ m Differenz zwischen den Koordinaten identischer Punkte gezeigt hätten.

Das bezieht sich auf die Punkte I. Ordnung! Man könnte damit zufrieden sein, wenn nicht die Netze durch Punkteinschneiden so weit verdichtet wären, daß Polygonzüge und Kleinvermessungen unmittelbar anschließen können. Es handelt sich also gar nicht um eine Ergänzung eines Hauptnetzes, sondern um die Ergänzung in den letzten Stufen der Triangulation. Alle Fehler der Punkte I. Ordnung werden auf die Zwischenpunkte übertragen und neu hinzu kommen die relativen Punktfehler des Einschneidens der Zwischenpunkte. Die Punkte I. Ordnung werden in einer alten, zu vervollständigenden Triangulierung auch kaum die im vorhergehenden Beispiel gegebene große Genauigkeit haben. Daraus folgt, daß ein Punkt letzter Ordnung in einem Netz und ein ebensolcher Punkt im anderen nach der Transformation gegenseitig um weit mehr als 12 cm unsicher liegen. Da die Entfernungen zwischen trigonometrischen Punkten der letzten Ordnung zuweilen nur wenige hundert Meter betragen, so sind solche Unsicherheiten unzulässig. Das Zusammenziehen zweier Netze nur in den Punkten I. Ord-

nung ist ungenügend. Es müssen viele benachbarte identische Punkte in beiden Netzen vorhanden sein, wenn ein brauchbarer Zusammenschluß erreicht werden soll. Damit entfällt aber überhaupt die Möglichkeit, ein trigonometrisches Netz in der ganzen Ausdehnung des Netzes I. Ordnung in ein anderes einpassen zu wollen. Man darf die zu übertragenden Netze höchstens vom Umfang einer Gemarkung oder eines Stadtgebietes wählen.

Wenn das neuere trigonometrische Netz eine Ergänzung des alten sein soll, so müssen alle Punkte des alten Systems, soweit sie in den anschließenden Vermessungen benutzt sind, im neuen System einbezogen sein. Es muß vor allem vermieden sein, einen Neupunkt in unmittelbare Nähe eines alten zu legen. Entweder muß er mit dem alten identisch sein, oder die normale Punktentfernung von diesem haben. Es ist entscheidend, ob die tatsächlichen Punktfehler in den kürzesten Entfernungen zwischen zwei trigonometrischen Punkten einen Längenfehler bedingen, der noch tragbar ist. Nur dann darf eine Benutzung alter und neu übertragener Punkte nebeneinander als zulässig betrachtet werden.

Nach den Andeutungen in der Martinschen Arbeit kann man etwa folgende Fälle auseinander halten, in denen die Möglichkeit eines Netzzusammenschlusses diskutabel ist:

1. Fall: Eine Katastervermessung ist an ein altes Triangulierungssystem angeschlossen. Sie soll ergänzt werden unter Verwendung von Punkten einer Neutriangulierung.
2. Fall: Einzelne Punkte und Polygonzüge einer Katasterneumessung sind in einer andern Neumessung, die auf eine andere Triangulierung oder ein anderes Koordinatensystem bezogen ist, zu benutzen.
3. Fall: Eine sehr genaue Stadttriangulierung, die in sich geschlossen ausgeführt worden ist, soll in das Netz der Landesvermessung eingepaßt werden.
4. Fall: Die Unterschiede in der Lage der trigonometrischen Punkte nach alter und neuer Darstellung liegen in tektonischen Verschiebungen.

Die dritte Frage ist die eigentliche Kernfrage. Sie ist in der Martinschen Abhandlung nicht genügend beantwortet. Man wird sie nach den vier Fällen, in denen ein Zusammenschluß zweier Triangulierungen in Frage kommen kann, getrennt beantworten müssen.

Der 2. Fall ist der einfachste. An der Grenze einer früheren Katasterneumessung ist eine zweite auszuführen. Einige trigonometrische und Polygonpunkte sind zu übernehmen. Nur dann, wenn in der Zwischenzeit zwischen den beiden Katasterneumessungen eine Erneuerung der Landstriangulierung stattgefunden hat, interessiert hier dieser Fall. (Verschiedenheit der Koordinatensysteme an sich gehört nicht hierher. Die Transformation ergibt sich mühelos aus der Projektion.) Man kann den vorliegenden Fall rein praktisch in aller Strenge erledigen: Einige Punkte des zu übernehmenden Grenzpolygons werden in dem neuen Triangulierungssystem neu bestimmt (als Dreiecks- oder

Polygonpunkte). Zwischen ihnen wird das Grenzpolygon mit Hinzunahme der ehemals gemessenen Winkel und Strecken neu gerechnet. Das ist eine Arbeit, die dem ausführenden Landmesser geläufig ist. Statt dessen ist auch eine Übernahme in das neue Triangulierungs- und Koordinatennetz durch Transformation denkbar. Beachtet man jedoch, daß die hiermit verbundene Arbeit kaum geringer ist, als die Neurechnung der Polygonzüge und daß diese Transformierung als eine ungewohnte Arbeit Nachdenken erfordert, so kommt man zu der Überzeugung, daß eine Übertragung nach dem Helmertschen Verfahren oder dem hier gegebenen erweiterten Verfahren für Anschlußmessungen bei Katasterneumessungen nicht in Frage kommt. Auf die Beziehungen der Koordinatenübertragung zum Kataster und auf den Martinschen Vorschlag, Transformierungsvorschriften in die Katasteranweisungen aufzunehmen, wird noch zurückgegriffen werden.

Der 3. Fall, die Einpassung einer genauen, selbständigen Stadttriangulierung in das System der Landvermessung, ist der einzige, auf den die Martinschen Ausführungen in den Hauptpunkten passen. Man hat im System der Stadttriangulierung alle Einzelheiten vermessen und man will an diesen Messungen nichts mehr ändern. Die hohe Genauigkeit der Sondertriangulierung berechtigt auch dazu. Es handelt sich nur noch darum, das Koordinatensystem richtig gegen das der Landesvermessung zu orientieren, also die Punkte der Stadtvermessung im Koordinatensystem der Landesvermessung auszudrücken. Da man quasi die Stadttriangulierung als absolut genau, verglichen mit der Landstriangulierung, ansehen darf, so werden durch die transformierten Punkte keine Unsicherheiten in das gegebene Punktsystem hineingetragen, es werden die übertragenen Punkte gegen die gegebenen hinreichend genau liegen, um Punkte beider Systeme nebeneinander benutzen zu können. Aber es wird im allgemeinen selten vorkommen, Punkte von beiderlei Herkunft gleichzeitig verwenden zu müssen. Bei der kleinen Ausdehnung einer Stadtvermessung machen sich die systematischen Netzverzerrungen wenig bemerkbar. Deshalb muß im allgemeinen ein gutes Zusammenstimmen der beiden Triangulierungen erwartet werden.

Als Beispiel ist die von Stadtlandmesser Sossna in den Jahren 1893—97 ausgeführte Stadttriangulierung Potsdams gewählt worden. Herr Regierungslandmesser Schülecke hat die Transformierungsrechnungen ausgeführt und rechnete die Koordinaten für 90 Stadtvermessungspunkte im Gauß-Krügerschen System der Landesvermessung.

Im System der Stadtvermessung werden die Koordinaten X , Y genannt. 11 Punkte hat das Stadtsystem mit der Landesvermessung gemeinsam. Die Mittel der Stadtkoordinaten dieser Punkte seien: X_0 , Y_0 . Damit erhält man die auf den Schwerpunkt bezogenen Koordinaten:

$$X' = X - X_0, Y' = Y - Y_0.$$

Das System ist ebenso wie das Gauß-Krügersche nach Norden orientiert. Zwischen beiden Systemen liegt die Meridiankonvergenz $34' 38''$. Um diesen Betrag muß das System der Schwerpunktskoordinaten noch gedreht werden, damit die Richtungen der Achsen beider Systeme ungefähr zusammenfallen:

$$\xi = \mathfrak{X} - 0,000\,509 \mathfrak{X} + 0,0100\,743 \mathfrak{Y}'$$

$$\eta = \mathfrak{Y}' - 0,000\,509 \mathfrak{Y}' - 0,0100\,743 \mathfrak{X}'.$$

Diese Maßnahme hat nur den Wert, die Rechenziffern in der nachfolgenden Transformation zu verringern, gerade so wie gute Näherungswerte der Punktkoordinaten beim Einschneiden die Ausgleichungsarbeit abkürzen. Die entsprechenden Koordinaten der Landesvermessung im Gauß-Krügerschen System mit dem 18⁰-Meridian als Abszissenachse sind: X (= Hoch) und Y (= Rechts). Von ihnen subtrahiert man das arithmetische Mittel X_0, Y_0 und erhält: $x = X - X_0, y = Y - Y_0$. Damit werden die Koordinaten beider Triangulierungen vergleichbar. Die Stadtvermessungskordinaten sind als Soldnersche bezeichnet. Es ergibt sich aber bei der Nachprüfung, daß nur Richtung und Länge der Anschlußseite aus einem Soldnerschen System entnommen sind, die Berechnung selbst und der geringe Umfang des Stadtgebietes lassen es zu, die Stadtkoordinaten als konforme zu betrachten, so daß bei der Umformung Projektionsunterschiede nicht zu berücksichtigen sind.

Die 11 identischen Punkte heißen:

1. Potsdam, Observatorium, Steinfeiler
2. Pfingstberg, Belvedere, südlicher Turm, Schornstein
3. Babelsberg, Flatowturm, Knopf unter dem Adler
4. Potsdam, Fouragemagazin, Turm, Leuchtbolzen
5. „ Garnisonskirche, Turm, Knopf auf der Krone
6. „ Heiligegeistkirche, Turmknopf
7. „ Katholische Kirche, Turmknopf
8. „ Nikolaikirche, Turmknopf
9. Sanssouci, Neues Palais, Turm, Knopf auf der Krone
10. „ Orangerie, östlicher Turm, Spitze
11. „ Friedenskirche, Turm, Fuß des Kreuzes.

Die Punktkoordinaten sind:

| Nr. | \mathfrak{X} | \mathfrak{Y} | ξ | η | X | Y | x | y |
|-----|----------------|----------------|------------|------------|--------------|--------------|------------|------------|
| 1. | - 6068,080 | + 22951,186 | - 2027,428 | + 833,568 | 58 058 12,81 | 45 725 71,26 | - 2027,545 | + 833,595 |
| 2. | - 1836,327 | + 22 549,909 | + 2206,067 | + 389,680 | 10 040,55 | 72 127,33 | + 2200,195 | + 389,665 |
| 3. | - 3583,487 | + 24 460,727 | + 472,246 | + 2318,002 | 08 312,64 | 74 055,83 | + 472,285 | + 2318,165 |
| 4. | - 4991,745 | + 20 867,535 | - 972,139 | - 1260,820 | 06 868,16 | 70 476,79 | - 972,195 | - 1260,875 |
| 5. | - 4441,630 | + 22 234,057 | - 408,285 | + 100,090 | 07 432,02 | 71 837,76 | - 408,335 | + 100,095 |
| 6. | - 4260,236 | + 23 336,052 | - 215,798 | + 1200,202 | 07 624,53 | 72 937,91 | - 215,825 | + 1200,245 |
| 7. | - 3826,836 | + 22 616,216 | + 210,328 | + 476,037 | 08 050,71 | 72 213,73 | + 210,355 | + 476,065 |
| 8. | - 4350,048 | + 22 718,566 | - 311,827 | + 583,652 | 07 528,50 | 72 321,35 | - 311,855 | + 583,685 |
| 9. | - 3805,000 | + 19 649,831 | + 202,278 | - 2490,417 | 08 042,66 | 69 247,13 | + 202,305 | - 2490,535 |
| 10. | - 3365,003 | + 20 605,362 | + 651,879 | - 1539,368 | 08 492,28 | 70 198,24 | + 651,925 | - 1539,425 |
| 11. | - 3827,535 | + 21 529,491 | + 198,681 | - 610,626 | 08 039,04 | 71 126,99 | + 198,685 | - 610,675 |

Nunmehr folgen in bekannter Weise die Fehlergleichungen:

$$(p_0 + i q_0) + (x + i y) (p_1 + i q_1) + (\xi - x) + i (\eta - y) = (u + i v)$$

Mit den Zahlenwerten für die Koordinaten in km, für die Differenzen in mm hat man:

| Nr. | $(x + iy)$ | $(y - x) + i(y - y)$ | $(u + iv)$ |
|-----|--------------------|----------------------|------------------|
| 1 | $(-2,05 + i0,85)$ | $(+ 117 - i 27)$ | $(+ 4 + i17)$ |
| 2 | $(+ 2,20 + i0,59)$ | $(- 128 + i 15)$ | $(- 9 + i58)$ |
| 3 | $(+ 0,47 + i2,52)$ | $(- 59 - i165)$ | $(- 16 - i56)$ |
| 4 | $(- 0,97 - i1,26)$ | $(+ 56 + i 55)$ | $(+ 5 - i15)$ |
| 5 | $(- 0,41 + i0,10)$ | $(+ 50 - i 5)$ | $(+ 27 \pm i 0)$ |
| 6 | $(- 0,22 + i1,20)$ | $(+ 27 - i 45)$ | $(+ 15 + i25)$ |
| 7 | $(+ 0,21 + i0,48)$ | $(- 27 - i 28)$ | $(- 16 - i 2)$ |
| 8 | $(- 0,51 + i0,58)$ | $(+ 28 - i 55)$ | $(+ 10 - i 1)$ |
| 9 | $(+ 0,20 - i2,49)$ | $(- 27 + i118)$ | $(- 15 - i18)$ |
| 10 | $(+ 0,65 - i1,54)$ | $(- 46 + i 57)$ | $(- 10 - i26)$ |
| 11 | $(+ 0,20 - i0,61)$ | $(- 4 + i 49)$ | $(+ 6 + i16)$ |

Normalgleichungen mit Auflösung:

$$\begin{aligned}
 11 p_0 - 7 &= 0 & p_0 &= - 1 \\
 11 q_0 + 5 &= 0 & q_0 &= 0 & [uu + vv] &= 7070 \\
 29,74 p_1 + 1629 &= 0 & p_1 &= + 54,75 \\
 29,74 q_1 + 24 &= 0 & q_1 &= + 0,81 & m &= \sqrt{7070:(22-4)} = \pm 20 \text{ mm}
 \end{aligned}$$

Weitere Glieder der Rechenergebnisse sind:

$$\begin{aligned}
 \mathfrak{X}_0 &= - 4032,357, & \mathfrak{Y}_0 &= + 22\,138,085. \\
 \xi &= - 0,001 + 0,0000\,547 x - 0,0000\,008 y \\
 \eta &= 0,000 + 0,0000\,008 x + 0,0000\,547 y.
 \end{aligned}$$

Hierin kann $\mathfrak{x}, \mathfrak{y}$ anstelle von x, y geschrieben werden. Schließlich folgen die Koordinaten im System der Landesvermessung, ausgedrückt als Funktion der Stadtkoordinaten:

$$\begin{aligned}
 X = \text{Hoch} &= + 581\,1831,039 + 1,000\,0037 \mathfrak{X} + 0,010\,0740 (\mathfrak{Y} - 18\,000) \\
 Y = \text{Rechts} &= + 456\,7558,913 + 1,000\,0037 (\mathfrak{Y} - 18\,000) - 0,010\,0740 \mathfrak{X}
 \end{aligned}$$

Der mittlere radiale Fehler eines übertragenen Stadtpunktes beträgt $\pm 2,0$ cm, der größte vorkommende Fehler 3,9 cm. Mit solchen Widersprüchen kann man sich abfinden. Sie sind hinreichend klein, um gegebenenfalls die Punkte beider Triangulierungen nebeneinander benutzen zu können.

Schülecke hat weiterhin noch eine konforme Transformation der Potsdamer Stadtriangulierung vorgenommen, durch Mitnahme der 2. und 3. Potenzen der komplexen Argumente. Für den vorliegenden Zweck des Zusammenschlusses beider Triangulierungen haben diese Rechnungen keinen Wert, aber sie geben einen Überblick, wie viel noch von den Widersprüchen durch konforme Deformation getilgt werden könnte und wie groß die zufälligen Fehler der trigonometrischen Landesvermessungspunkte sind. Die erste Rechnung, die nur die ersten beiden Glieder in f berücksichtigt, ist oben mitgeteilt. Von den weiteren Rechnungen interessieren hier nur die Genauigkeitsuntersuchungen. Die Fehlerrechnung lieferte mit cm als Maßeinheit:

| Anzahl der kompl. Glieder | $[uu + vv]$ | Divisor | m^2 | m in cm. | Größter Fehler |
|------------------------------|-------------|---------|-------|------------|-------------------|
| 2 | 70,70 | 18 | 3,9 | $\pm 2,0$ | 3,9 |
| 3 | 41,71 | 16 | 2,6 | $\pm 1,6$ | 2,8 |
| 4 | 31,51 | 14 | 2,2 | $\pm 1,5$ | 2,7 |

Der mittlere radiale Fehler konvergiert gegen $\pm 1,5$ cm. Ist die Stadtriangulierung genauer als die Landestriangulierung, (was plausibel ist)

so kommt dieser radiale Fehler fast ganz allein den Punkten der Landesvermessung zu. Die Genauigkeit ist immerhin erstaunlich, mehr kann man von einer Landesvermessung nicht erwarten, als $\pm 1,5$ cm mittleren relativen Fehler. Bis zu diesem Grade der Anpassung wäre auch im günstigsten Falle die Übertragungsrechnung ausführbar.

Bei Stadtriangulierungen kann es vorkommen, daß nur wenige Punkte der Landesvermessung in das städtische Netz einbezogen sind, so daß eine Orientierung nach dem Helmertschen Verfahren nicht mehr mit genügender Sicherheit durchführbar ist. Sind in einem solchen Falle aber genügend viele Verbindungsvisuren zwischen Landes- und Stadtpunkten gemessen, so können diese unter Umständen eine Einpassung der Stadtriangulierung in die Landestriangulierung ermöglichen. Jede Verbindungsvisur liefert eine Fehlergleichung, jeder identische Punkt deren zwei. Die Anzahl der Unbekannten wird nicht vergrößert, nur die Anzahl der Fehlergleichungen. Auf richtige Gewichtsbestimmung der einzelnen Fehlergleichungen ist aber besonderer Wert zu legen. Die Martinsche Absicht, den Zusammenhang einer Neutriangulierung nicht zu ändern, sie aber möglichst gut in Kontakt mit einer andern Triangulierung zu bringen, bleibt dabei gewahrt. Es dürfte aber wohl zu weit gehen, hier diese Art der Einpassung einer Triangulierung in eine andere weiter auszuführen. (Forts. folgt.)

Ueber die Konstruktion, Absteckung und Profilierung der Böschungskegel.

Von K. Efinger, Stuttgart.

Die Böschungskegel sind Steinbauten, ähnlich den Stützmauern und erfüllen denselben Zweck: den Abschluß und Halt der Dammböschungen an Ortpfeiler der Straßen- und Bahnbrücken usw. Sie haben Erddruck auszuhalten und bestehen aus Mantel und Kern. Bei kleineren Brücken ist nur der Kegelfuß gemauert, und zwar bis einige Dezimeter über Hochwasser. Bei größeren Brücken und Überführungen ist der Kegelmantel treppenförmig mit Trockenmauerwerk bis auf Planumshöhe gemauert. Der Kern besteht aus Stein oder Humus und Kies; in letzterem Falle muß das Material gut gestampft und hin und wieder mit Wasser begossen werden.

Für die Konstruktion kommt zuerst die Bestimmung der Kegelspitze in Betracht. Ihre Lage ist 0,30 bis 0,50 m vor Pfeilerende. Die Höhe 0,60 bis 0,70 m über Planumshöhe. Im Beispiel ist sie zu 241,10 m über N.N. angenommen. Die Spitze wird an Ort und Stelle mit einer Stange bezeichnet, gut verstrebt und in obiger Höhe abgeschnitten.

Nun folgt die Bestimmung der Höhe der Leitlinie oder Leitkurve des Kegels. Sie muß so gewählt werden, daß die Pflöcke für die Absteckung der Leitlinie so lange stehen bleiben können, bis die Ausgrabung für die Fundamentschicht vollendet und auch versetzt ist. In unserem Beispiel ist $H = 227,40$ m über N.N. angenommen. Es kommen noch die Böschungsverhältnisse des Kegels in Betracht. Damit die Parallellflügel der Ortpfeiler nicht zu lang werden, wird das Böschungsverhältnis dem Pfeiler entlang möglichst steil genommen, etwa

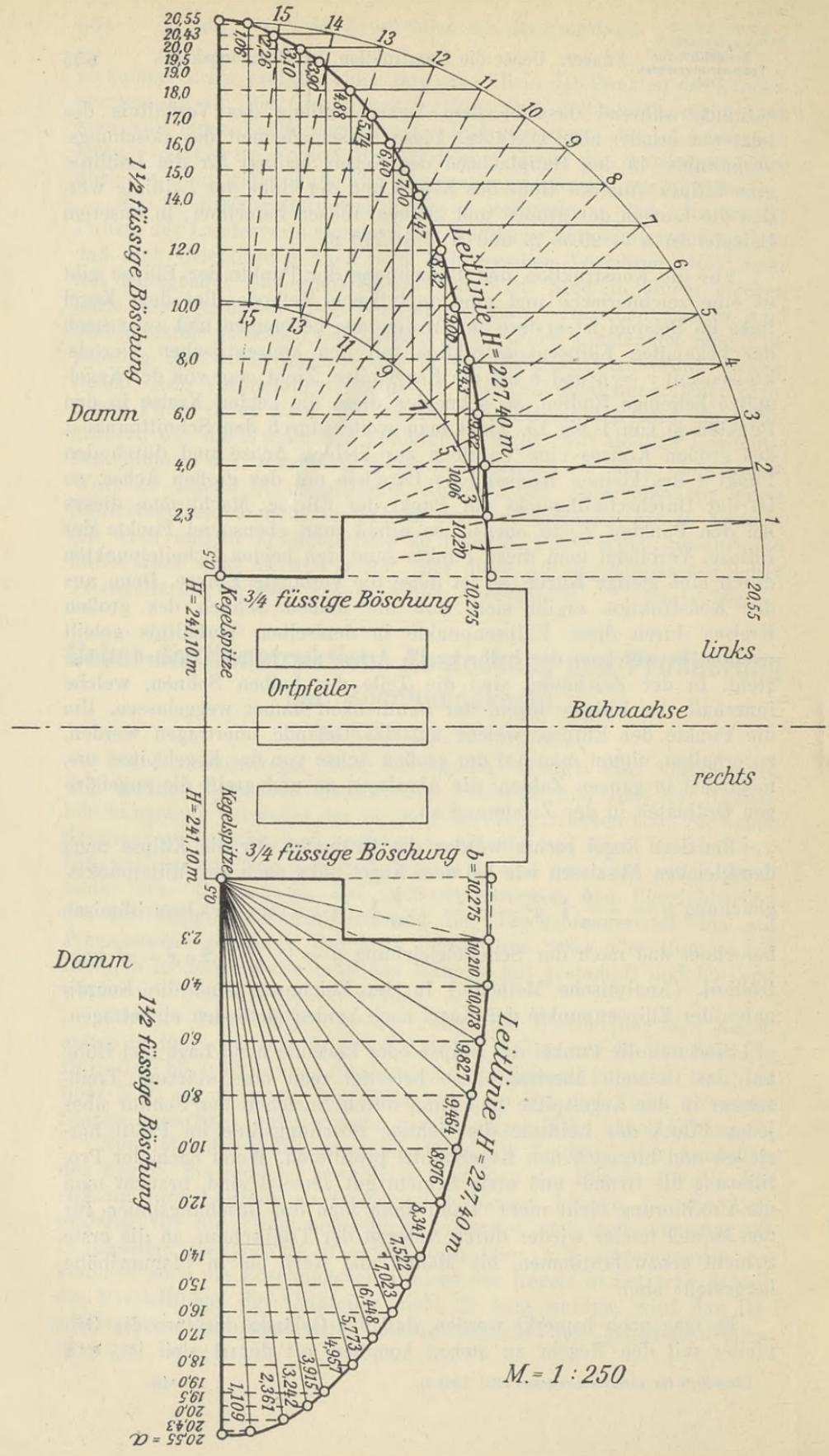
$\frac{3}{4}$ füßig; während dasselbe dem Damm entlang das Verhältnis des letzteren erhält; also $1\frac{1}{2}$ füßig. Diese Verschiedenheit der Böschungsverhältnisse in den Hauptachsen des Kegels bedingt für die Leitlinie eine Ellipse. Aus der Höhe des Kegels und der Höhe der Leitlinie werden die Längen der großen und kleinen Achsen berechnet; in unserem Beispiel ist $a = 20,55$ m und $b = 10,275$ m.

Für die Konstruktion und Berechnung der Punkte der Ellipse gibt es eine zeichnerische und eine analytische Methode. Bei dem Kegel links im Beispiel ist erstere zur Anwendung gekommen und zwar nach der bekannten Ellipsenkonstruktion mit den konzentrischen Viertelskreisen mit $r = a$ und b um die Kegelspitze. Zieht man von der Kegelspitze beliebige Radien, so schneiden diese die beiden Kreise in den Punkten je von 1 bis 15. Zieht man weiter durch den Schnittpunkt 1 des großen Kreises eine Parallele zur kleinen Achse und durch den Punkt 1 des kleinen Kreises eine Parallele mit der großen Achse, so ist der Durchschnittspunkt ein Punkt der Ellipse. Macht man dieses bei den Punkten 2—15 ebenso, so erhält man ebensoviel Punkte der Ellipse. Verbindet man diese Punkte samt den beiden Scheitelpunkten durch eine stetige Kurve, so ist diese die verlangte Ellipse. Denn aus der Konstruktion ergibt sich, daß die halben Sehnen des großen Kreises durch diese Ellipsenpunkte in demselben Verhältnis geteilt werden, in welchem die halbe große Achse zur halben kleinen Achse steht. In der Zeichnung sind die Teile der halben Sehnen, welche innerhalb der Ellipse liegen, der Deutlichkeit halber weggelassen. Um die Punkte der Ellipse, welche auf das Gelände übertragen werden, zu erhalten, nimmt man auf der großen Achse von der Kegelspitze aus, möglichst in ganzen Zahlen, die Abszissen an und greift die zugehörigen Ordinaten in der Zeichnung ab.

Bei dem Kegel rechts werden die Ordinaten für die Ellipse nach den gleichen Abszissen wie bei dem Kegel links nach der Mittelpunkts-gleichung $y = \pm \frac{b}{a} \sqrt{a^2 - x^2} = \pm \frac{b}{a} \sqrt{(a+x)(a-x)}$ logarithmisch berechnet und nach der Scheitelgleichung $y = \pm \frac{b}{a} \sqrt{2ax - x^2}$ kontrolliert. (Analytische Methode.) In der Zeichnung sind die Koordinaten der Ellipsenpunkte der Kegel nach beiden Methoden eingetragen.

Sind nun die Punkte der Ellipse oder Leitlinie nach Lage und Höhe auf das Gelände übertragen, so befestigt man eine stärkere Treib-schnur in der Kegelspitze und kann durch Anziehen der Schnur über jeden Pflock der Leitlinie die richtige Böschungslinie im Profil herstellen und hiernach den Kegelmantel profilieren. Wenn nach der Profilierung die Grund- und erste Schicht gut versetzt sind, braucht man die Profilierung nicht mehr. Dann kann man die Böschungslinien für den Mantel immer wieder durch Anlegen der Treib-schnur an die erste Schicht genau bestimmen, bis Mantel und Kern bis in Planumhöhe hergestellt sind.

Es mag noch bemerkt werden, daß das Gelände dort, wo die Ort-pfeiler mit den Kegeln zu stehen kommen, oft derart steil ist, daß



$M. = 1 : 250$

die Punkte der Leitlinie nicht nach rechtwinkligen Koordinaten abgesteckt werden können. Dann ist man genötigt, diese in Polarkoordinaten umzurechnen mit dem Scheitel als Pol. Es kann auch vorkommen, daß man für einen Kegel zwei Leitlinienhöhen annehmen muß.

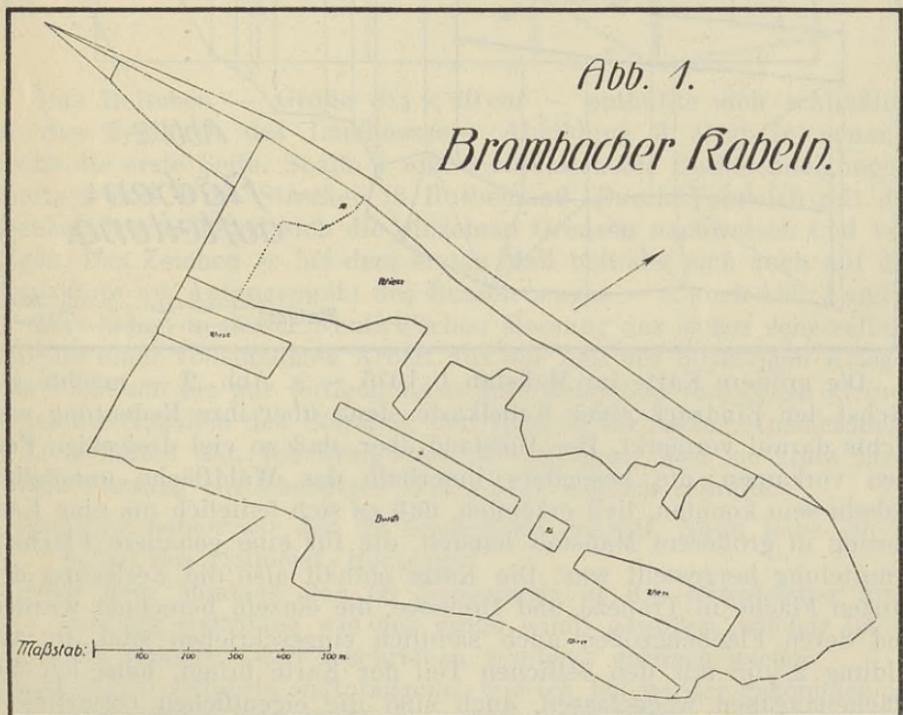
Eine Landmesserarbeit von 1622.

Von Vermessungsrat Müller-Dessau.

Der verheerende Brand des 30jährigen Krieges war hell aufgelodert, in Böhmen und der Pfalz tobte der Krieg, im Herzen des Reiches aber war noch Ruhe, da war es für die Kammer des Fürsten von Anhalt-Dessau noch von Wichtigkeit, die Größe der Wiesenkaßeln im Kühnauer Forst, welche Leute aus dem rechtselbischen Brambach gegen geringen Zins innehatten, durch den Landmesser Keulich feststellen zu lassen. Im September 1622 hat er diese Messung ausgeführt.

Es ist wohl ein Zufall, daß diese Arbeit im Anhaltischen Staatsarchiv in Zerbst aufbewahrt blieb, denn aus jener Zeit sind sonst nur sehr wenig Karten vorhanden. Beim Einordnen und Aufnehmen des ganzen Bestandes der alten Karten des Archivs und der Finanzdirektion kam mir Keulichs Messung in die Hand. In einem kleinen Aktenbündel befand sie sich neben einigen anderen Stücken aus der gleichen Zeit. 5 Karten, 1 Heftchen und 3 lose Blätter gehören dazu, alle Karten sind auf zusammengeklebtem festen Aktenpapier gezeichnet, das als Wasserzeichen das anhaltische Wappen enthält, und sind zusammengefaltet. *)

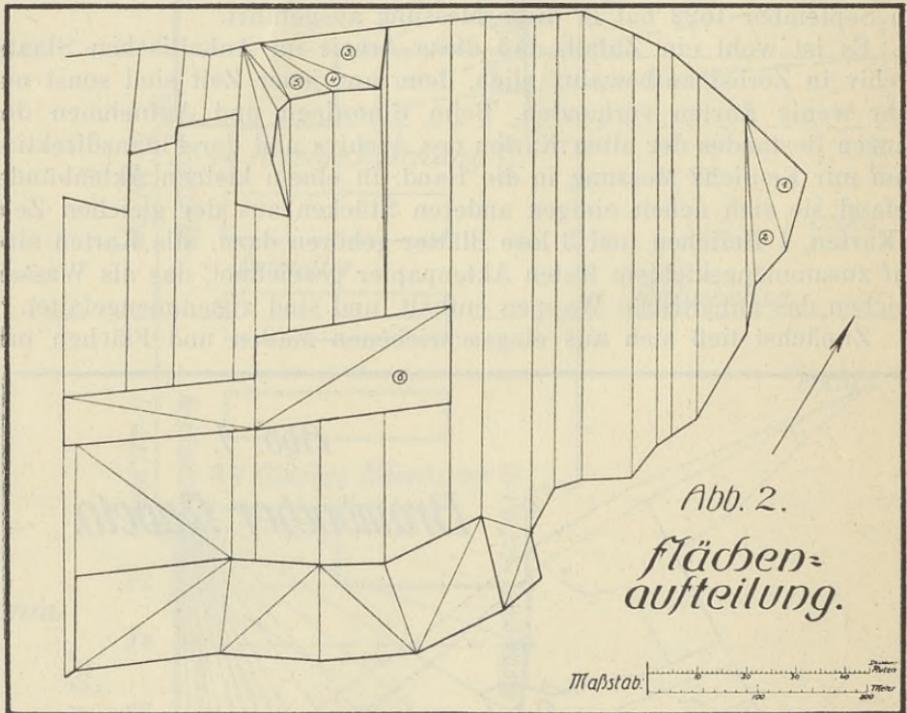
Zunächst ließ sich aus eingeschriebenen Maßen und Flächen und



*) Die Karten tragen die Archivnummer D. 41—45 (Anh. Staatsarchiv Zerbst).

durch Vergleich mit neueren Karten für die größte Karte ein Maßstab von 1:1976, für die anderen ein Maßstab von rd. 1:4555 und allgemein eine Ruthenlänge von rd. 4,495 m ermitteln. Im Laufe dieser Untersuchung wurde dann auch die Bedeutung und der Zusammenhang der einzelnen Karten und des Heftchens klar. Die eine Karte im Maßstab 1:4555 enthält lediglich die Maße der Grenzen von Wald und Wiese, die im Maßstab 1:1976 Flächenangaben, die 3 übrigen stellen das Endergebnis der Messung im Kartenbild mit den Schlußflächen dar. Ein ausführlicher Titel fehlt auf allen Karten.

Aus Abbildung 1 ist — stark verkleinert — die aufgemessene Fläche zu ersehen; es war ein ungünstiger Grenzverlauf. Diese Linienführung zeigen die 4 Karten im Maßstab 1:4555, die gestrichelte Linie befindet sich nur auf derjenigen von ihnen, die die Grenzmaße enthält, auf den anderen 3 fehlt sie.



Die größere Karte im Maßstab 1:1976 — s. Abb. 2 — machte zunächst den Eindruck einer Kabelkarte, denn über ihre Bedeutung war nichts darauf vermerkt. Der Umstand aber, daß so viel dreieckige Formen vorkamen, die besonders innerhalb der Waldfläche unmöglich Kabeln sein konnten, ließ erkennen, daß es sich lediglich um eine Kartierung in größerem Maßstab handelt, die für eine genauere Flächenermittlung hergestellt war. Die Karte enthält also die Zerlegung der ganzen Fläche in Trapeze und Dreiecke, die einzeln berechnet wurden und deren Flächengrößen auch sämtlich eingeschrieben sind. In Abbildung 2, die nur den östlichen Teil der Karte bringt, habe ich die Flächenangaben weggelassen, auch sind die eigentlichen Grenzlinien, im Gegensatz zum Original, wo alle Linien gleiche Stärke haben, kräftiger hervorgehoben, um die Zerlegung der Fläche klarer zum Ausdruck zu bringen.

Abb. 3. Feldbuchseite.

| W. | R. | W. | R. |
|--|-----|-----|----|
| In den 30 Septembris Anno 1622 | | | |
| In Brannbaisigen Tabulen 2 ufge maßt / | | | |
| Krafftliche 2000 wirten auß | | | |
| # 19 | 9. | 300 | 20 |
| 287 | 18. | 283 | 10 |
| 285 | 20 | 305 | 10 |
| 280 | 20 | 301 | 27 |
| 285 | 10 | 200 | 13 |
| 290 | 10 | 115 | 10 |
| 289 | 30 | 126 | 9 |
| 301 | 15 | 186 | 4 |
| 290 | 30 | 198 | 10 |
| 288 | 20 | 221 | 10 |
| | | 99 | 11 |

Das Heftchen — Größe $8\frac{1}{4} \times 10$ cm — enthüllte sich schließlich als das Feldbuch des Landmessers. Abbildung 3 zeigt in genauer Größe die erste Seite. Spalte 1 und 3 enthalten die Bussolenneigungen, Spalte 2 und 4 die Strecken in Ruthenmaß. Durch Vergleich mit der Grenzmaßkarte ließen sich die einzelnen Grenzen nachweisen und verfolgen. Das Zeichen # bei dem ersten Maß befindet sich auch auf der Grenzkarte am Anfangspunkt des Bussolenzuges — s. auch Abb. 1 und 4.

Wir haben in dieser Keulich'schen Messung das sicher sehr seltene Beispiel einer vollständigen Arbeit aus der Zeit des 30jährigen Krieges vom Feldbuch bis zur fertigen Karte und außerdem auf einem kleinen Zettel die Angaben des Betrages, den Keulich für seine „Ausmessung“ s. Zt. erhalten hat. Ich bringe sie im Wortlaut, weil sie trotz ihrer kurzen Fassung ein lebendiges Bild geben. Keulich schreibt:

„ Michaelis haben wir den 29 Septembris gehabt, Nhun habe ich uf befhel des Hofmeist. Heubenert
1 Taler dem Montagk den 30 Septembris uf die Brambacher auß-
meßung endtpfang wie der große windt geweßen, solcher ist uf
den steinern Tisch geschrieben worden / darnach wieder
1 thal den 4. Octobris endtpfangenn, wie ich bei wieder gekommen ist
auch ufn steinern Tisch zum Andern geschrieben worden das es
also 2 thal worden,

11 $\frac{1}{2}$ thal den Montag^d denn 7 Octobris der Ambschreiber gebenn wie ich mit im von Tordtenn herein kommen, und dem thorwardt Zachariaß beholenn mir noch vom Lachsgelde 1 thaler zue gebenn, Summa Alles was ich uf die Brambach außmeßung endtfangen thutt

4 Taler 12 gl und 3 thal uf meine schult abgezogen, Nhun habe ich im ein Zettel uf 7 $\frac{1}{2}$ thal gebenn, welches also zue gleiche ufgangen, das ich die Wochenn Michaelis kein kostgeldt begeret noch bekommen habe / “ —

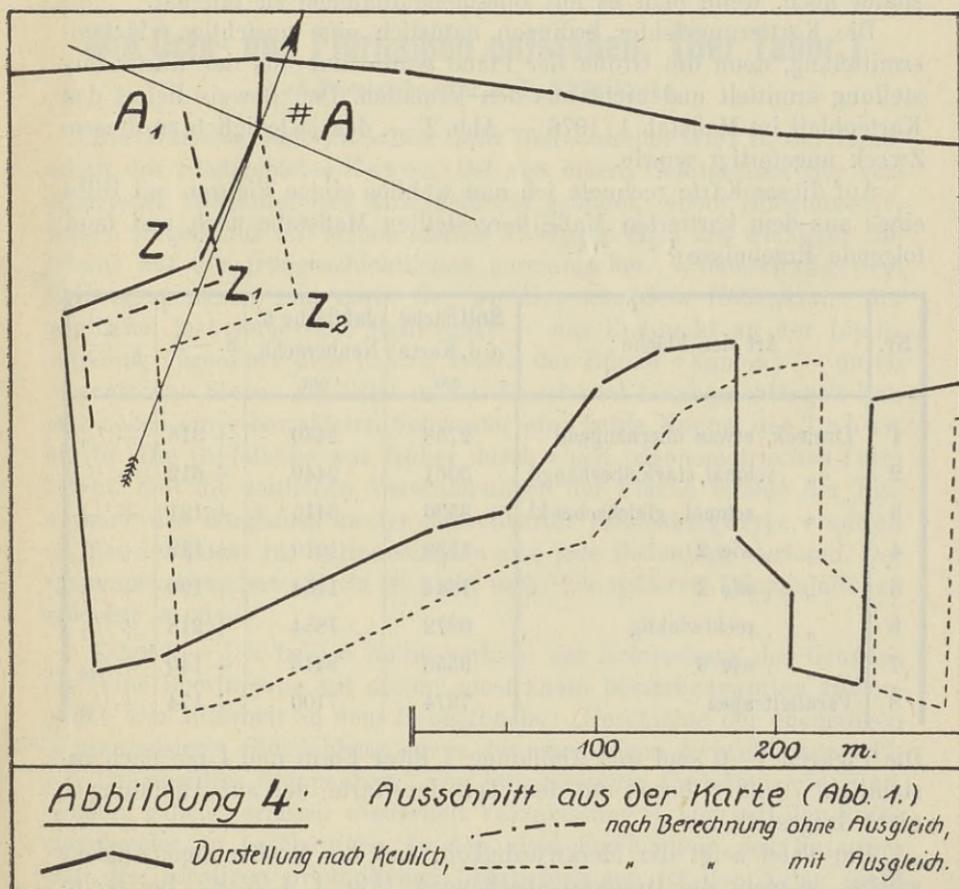
Wir sehen den Landmesser, — diese Bezeichnung gibt er selbst auf einer anderen Karte der Mosigkauer Heide an —, mit seiner Bussole und den Kettenziehern an der Elbe bei der Arbeit. Am 30. September 1622, an einem scheinbar recht stürmischen Tage, bekam er die erste Teilzahlung, vier Tage später eine zweite, dann wieder auf dem Heimweg von einer anderen Arbeit von Törten, einem jetzt in Dessau eingemeindeten Dorfe, den er mit dem Amtsschreiber gemeinsam machte. Am Stadttor kann er einen weiteren Taler seinem Geldbeutel einverleiben. Ein Schwätzchen haben sicher die zwei da mit dem Torwart Zacharias gehalten, bevor sie weiter in die Stadt wanderten ihrer Behausung zu. Die eingenommenen Einzelbeträge hat Keulich sorgfältig auf dem steinernen Tisch — vermutlich mit Kreide — vermerkt und nachher am Schluß dem Amtsschreiber eine Quittung über 71 $\frac{1}{2}$ Taler gegeben. —

Die vollständig vorliegende Arbeit wartet nun geradezu darauf, daß man sie auf ihre Güte und Genauigkeit prüft und daran der Arbeitsweise vor 300 Jahren nachgeht:

Die fast durchweg runden Rutenmaße und die Winkelangaben auf volle Grad lassen vermuten, daß Keulich bei seiner Messung die Bussole an einem beliebigen Grenzpunkte aufstellte, dann am Wald- und Wiesenrand entlang je nach der Örtlichkeit — Grenzzeichen waren nicht vorhanden — ein rundes Maß vom Instrument aus messen ließ und dort am Endpunkt eine Stange oder den Kettenstab so einwinkte, daß er an der Magnetnadel einen vollen Grad ablesen konnte. Die Bussole kam dann auf diesen Punkt, und das Meßverfahren setzte sich in gleicher Weise fort. Im Feldbuch wurde Länge und Vorwärtsrichtung der Strecke eingeschrieben, die Neigungen in Linksdrehung von der Nordlinie.

Die Nachrechnung der beiden Bussolenzüge mit dem Anfangspunkt A (#) ergab für den Umringsgrenzzug von 1019 Ruten und 66 Brechungswinkeln eine Abweichung in der Ordinate um — 5,8 Ruten, in der Abszisse um — 25,2 Ruten oder in der Strecke — 25,9 Ruten. Der kleinere Zug von 793 Ruten Länge und 52 Brechungswinkeln zeigt Abweichungen um — 9,4, — 1,5, in der Strecke — 9,5 Ruten. Das ergibt auf den Umring 2,5 Ruten auf 100 Ruten Länge und für den zweiten Zug 1,2 Ruten auf 100 Ruten. Ein Teil dieser Streckenfehler wird aber auch auf Ungenauigkeit der Neigungsablesungen beruhen, für die keine Kontrolle vorhanden ist, weil immer nur die Vorwärtsrichtung abgelesen wurde. Unter Berücksichtigung der damaligen Messungsart wird man diese Fehler als normal ansehen müssen.

Das Auftragen der Messung auf das Papier erfolgte in der gleichen Weise wie die Messung selbst, d. h. Keulich zeichnete Strecke für Strecke unter Antragung der Bussolenwinkel mit dem Transporteur bis er schließlich zum Anfangspunkt zurückkam. Daß bei diesem Verfahren noch dazu im Maßstab 1:4555 ein genaues Schließen des Zuges so gut wie ausgeschlossen sein muß, dürfte klar sein. Das beweist auch



die vorliegende Kartierung. Abbildung 4 zeigt einen Kartenausschnitt. Die starke Linie ist Keulichs Darstellung. A ist der Anfang $\#$ der Messung — s. Abb. 3 — und der Kartierung. Die Linie — — — — gibt an, wo ohne Fehlerverteilung bei genauer Kartierung der kleinere Grenzzug hätte enden müssen, die punktierte Linie stellt den Verlauf der Grenze dar, wie ihn die Berechnung des geschlossenen Polygonzuges mit Verteilung des Fehlers festlegt. Eine derartige Fehlerverteilung über den ganzen Zug kannte man in jener Zeit nicht, ebensowenig die rechnerische Auswertung und Auftragen nach Koordinaten. Man half sich in solchem Falle in der Regel damit, daß man den Zug einfach gewaltsam zum Schluß brachte. Das tat hier der Landmesser Keulich auch, er verband den letzten Punkt Z seiner Kartierung rücksichtslos mit dem Anfangspunkt A , schrieb aber die gemessene Länge an ZA . Der Abstand ZZ_1 ist die Ungenauigkeit der alten Kartierung, die verhältnis-

mäßig klein ausfällt, ZZ_2 dagegen ist der tatsächliche Fehler des ganzen Zuges. Es stimmt also in der Karte die Länge und die Neigung der Strecke ZA nicht mit den bei der Messung ermittelten Größen überein, der Zug hätte die Lage der punktierten Linien haben müssen.

Mit derartigen Fehlern muß man wohl allgemein nach meinen Erfahrungen bei alten Karten jener Zeit rechnen und selbst 100 Jahre später noch, wenn man es mit Bussolenaufnahmen zu tun hat.

Die Kartierungsfehler bedingen natürlich eine unrichtige Flächenermittlung, denn die Größe der Pläne wurde nur aus der Kartendarstellung ermittelt und nicht aus den Urmaßen. Den Beweis liefert das Kartenblatt im Maßstab 1:1976 — Abb. 2 —, das ja lediglich zu diesem Zweck angefertigt wurde.

Auf dieser Karte rechnete ich nun wahllos einige Figuren mit Hilfe eines aus dem kartierten Maße hergestellten Maßstabe nach und fand folgende Ergebnisse:

| Nr. | Art der Fläche: | Sollfläche n. d. Karte qm | Jstfläche n. Neuberechn. qm | S. — J. | $\frac{S.}{S. - J.}$ |
|-----|------------------------------|---------------------------------|-----------------------------------|---------|----------------------|
| 1 | Dreieck, etwas überhängend | 2758 | 2440 | + 318 | + $\frac{1}{9}$ |
| 2 | „ , schmal, stark überhängd. | 3061 | 2449 | + 612 | + $\frac{1}{5}$ |
| 3 | „ , schmal, gleichschenkl. | 3536 | 3415 | + 121 | + $\frac{1}{29}$ |
| 4 | „ , wie 2 | 1132 | 1010 | + 122 | + $\frac{1}{8}$ |
| 5 | „ , wie 2 | 1344 | 1154 | + 190 | + $\frac{1}{7}$ |
| 6 | „ , rechtwinklig | 8072 | 7854 | + 218 | + $\frac{1}{37}$ |
| 7 | „ , wie 6 | 9556 | 9416 | + 140 | + $\frac{1}{68}$ |
| 8 | Paralleltapez | 7274 | 7100 | + 174 | + $\frac{1}{42}$ |

Die Figuren 1—6 sind aus Abbildung 1 ihrer Form und Lage nach ersichtlich, 7 und 8 liegen auf dem Teil der Karte, der auf Abbildung 1 nicht dargestellt ist.

Die Tafel zeigt die Merkwürdigkeit, daß die Rechenungenauigkeit wächst, je mehr die Dreiecke überhängen. (Fig. 1, 4, 5, 2.) Bei rechtwinkligen und symetrischen Figuren ist die Rechengenauigkeit ausreichend. (Fig. 3, 6, 7, 8.) Auffallend ist ferner, daß die Sollflächen sämtlich größer sind, als die von mir nach der Karte aus Grundlinie mal $\frac{1}{2}$ Höhe neu errechneten Flächen. Ein Versuch ergab, daß Keulich den Dreiecksinhalt aus $\frac{1}{2}$ Grundlinie mal der kleineren Seite statt mal Höhe bestimmt hat! Die Berechnung nach dieser Weise gibt für 1. eine Fläche von 2777, für 2. von 2960, für 3. von 3540, für 4. von 1720, für 5. von 1260, für 6. von 7940 und für 7. von 9416qm. Bei 4. scheint ein Rechenfehler vorzuliegen.

Wie wir sehen, sind die Flächenangaben vor 300 Jahren mit Fehlern behaftet, die einmal aus der ungenauen Kartierung stammen und dann aus einer mangelhaften Kenntnis der Mathematik. Man muß annehmen, daß solche Ungenauigkeiten allgemein auftreten. Die praktischen Feldmesser waren zu jener Zeit, entsprechend ihrer Ausbildung, nicht in der Lage, ganz einwandfreie Arbeiten in unserem Sinne zu liefern,

das zeigt die Keulich'sche Messung von 1622. Den Anforderungen, die man zur Zeit ihrer Ausführung an sie stellte, hat die Arbeit aber genügt. Keulich wirkte bei der Anlegung der Salbücher mit, seine Angaben waren die Grundlagen für die Erbzinsbriefe, die durchaus öffentliches Vertrauen genossen.

Wie Orts- und Flurnamen entstehen. (Der Tabor.)

Von Oberlandmesser a. D. Skär-Essen.

Die Wasserscheide zwischen Ruhr und Emscher wird in der Landschaft des Stadtgebietes Essen-Ost von einem Gebirgsstock der verschiedenen Ausläufer des Ardeygebirges gebildet, einem Höhenmassiv, dessen Hügelkranz mit seinen steilen Abhängen einst ein wichtiger Abschnitt auf der frühgeschichtlichen germanischen Wanderstraße, dem Hellweg, gewesen sein muß. Da, wo sich aus dem Höhenkranz der nördliche, fast vergessene Hellwegast — mit Endpunkt an der Lippe-mündung gegenüber dem Castra Vetera der Römer (Xanten) — durch verschiedene Siepen zunächst in das Emschertal hinabgeschlängelt hat, ragt neben einer bewaldeten Schwester eine kahle Kuppe, der T a b o r, hervor. Die Gipfelhöhe war früher durch einen trigonometrischen Turm betont. Seit die seitlichen Verschiebungen der Fläche infolge der Einwirkung des Bergbaues zweier benachbarter Kohlenbergwerke ermittelt ist, hat der Punkt für Vermessungszwecke jede Bedeutung verloren. Der zusammengebrochene Turm ist nicht mehr bei späteren Triangulationen erneuert worden.

Tabor? — Der heilige Name verlockt zur Erforschung des Grundes für seine Übertragung auf diesen sonst kaum bemerkenswerten Höhenpunkt. Die Mitarbeit an dem Heimatbuche: „Geschichte der ehemaligen Bürgermeisterei Stoppenberg“ sowie des ehemaligen freiweltlichen adligen Damenstiftes Stoppenberg“ von Bürgermeister Carl Meyer in Stoppenberg gaben Verfasser wiederholt Veranlassung¹⁾, sich mit der Frage eingehender zu beschäftigen. In den alten Flurbüchern des Katasters und den sonstigen urkundlichen Überlieferungen ist der Name nicht aufzufinden.

Am 18. Oktober 1913 feierte die ehemalige Bürgermeisterei Stoppenberg die hundertste Wiederkehr des Jahrestages der Völkerschlacht bei Leipzig auf dem Tabor durch Abbrennen eines Freudenfeuers. Verfasser hatte beim Aufflackern des teergetränkten Holzstoßes erst mit Augenhöhe das Plateau der Taborkuppe erreicht. Einige Feuerwehreute richteten sich gerade vom Boden des sich entwickelnden Flammenmeeres auf, das ihre Schatten in den abendlichen Erdnebel warf und sie in riesigen Dimensionen emporhob, um dann gänzlich bei der eintretenden Beleuchtung zu verschwinden. Das Nebelbild erinnerte Verfasser an eine bildliche Darstellung zu Kapitel 9 des Evangeliums St. Marci, der Schilderung der Verklärung Jesu. Hat ein ähnliches Nebelbild wie das vom 18. X. 1913 der Bevölkerung die Anregung zur Übertragung des Namens Tabor aus dem Heiligen Lande auf diese sonst ja

¹⁾ Vgl. Meyer a. a. O. 3. Aufl. 1914, S. 289, Fußnote 1, sowie 4. Aufl. 1925, S. 381.

bedeutungslose Kuppe in der Essener Landschaft gegeben? ²⁾ Professor Dr. Imme, der in dem Heimatbuche den Aufsatz über die Orts- und Flurnamen in der ehemaligen Bürgermeisterei Stoppenberg geschrieben hat, teilte meine Meinung, daß einem solchen Luftgebilde der „Fantasie“name seine Entstehung zugeschrieben werden kann. Er hat daher diesen Namen in seinem Aufsatz auch mit keinem Worte erwähnt. —

Vor einiger Zeit wanderte Verfasser über die Taborhöhe, traf hier einen 80jährigen ehemaligen Landwirt, der ihm über die eigenartige Benennung eine ganz unerwartete aber überzeugende Aufklärung geben konnte. Sie dürfte es wert sein, der Fachwelt mitgeteilt zu werden, was im folgenden geschehen soll. Natürlich hat Verfasser seine ortsgeschichtliche Kenntnis in der nachfolgenden Ausführung mitverwertet.

Die Kuppe wurde ursprünglich von der heimischen Bevölkerung als eine topographisch selbständige Höhe nicht angesprochen. Unser Gewährsmann kannte aus seiner Kindheit nur den Namen Stensfeld, weil die Höhe in ihrer ganzen Ausdehnung zu dem eingegangenen Bauernhof Stens am nördlichen Fuße des Hügels gehörte und als Ackerland genutzt wurde. Ein südlich anschließender Hof war aufgeteilt worden, und ein östlich angrenzender Kötter hatte seinem „Hemmerich“kotten einen Teil des Hofes zugeschlagen. Der Kotten hatte im Munde der Bauern auch den Namen Himmelreich. Seit dem Grunderwerb sagte man, eine Parzelle auf dem Berg ist Bestandteil des Himmelreichs ³⁾ geworden, oder das Himmelreich ist auf den Berg gekommen. Aus diesen Sätzen folgte dann die Erfindung des Bergnamens Tabor. Als um 1890 die bebauten Wege auch in den Landgemeinden des rheinischen Teiles des Industriebezirks eigene Namen erhielten, entstand auf dem Berg die Taborstraße, und so kam der Bergname auch in die amtlichen Verzeichnisse.

Der mündlich von Geschlecht zu Geschlecht überlieferte zweite Kottename Himmelreich, archivalisch schon in einem Testament vom Jahre 1492 in der Form „dat Himmel ricke“ ⁴⁾ erwähnt, erscheint in der von Stiftslandmesser Kuhlmann aufgestellten „Land Matriccel“ 1668 unter der Überschrift „Hemmelrich oder Himmelreich“; im Nachweis der einzelnen Grundstücke finden wir schon daneben die Namen „Hemmerichs Berg“ sowie „Himmelreichs porten“.

Der Name Hemmerich begegnet uns im Westen häufig. Zwischen Köln und Bonn im Vorgebirge z. B. heißt ein Berg der Hemmerich. Ein Berg im weiteren Umkreis des Siebengebirges nahe bei Honnef wird Hemmerich und Himmerich (!) genannt.

Die verschiedenen Überlieferungen des Essener Namens Hemmerich ermöglichen seine etymologische Erklärung. Zunächst ist der Name

²⁾ Die Stadt Montabaur im Westerwald ist von einem Ritter erbaut, der im Heiligen Lande war und den Ort nach dem Berg Tabor (Monstabor) nannte [vgl. „Sagen und Geschichten des Rheintals“ von Karl Hessel, Bonn 1904. S. 153], ein Analogon, auf das Verfasser hinweisen muß.

³⁾ Nach einer Beschreibung vom 12. März 747 (Dronke Trad. Fuldens. S. 3—4) wurde eine Höhe in der Mark Fulda damals schon „Himmelesberch“ genannt. Nach mündlicher Mitteilung kommt bei Montabaur auch ein Flurname „Himmelsfeld“ vor.

⁴⁾ Vergl. die Stelle im Heliand: „himiriki. grōni godes wang = das Himmelreich, die grüne Gottesau. (Der Dichter des Heliand soll ja aus der Umgegend von Essen stammen?)“

ganz sicher ein Kompositum. Grundwort ist Rich, (reich, ricke). Unser Kotten Hemmerich liegt auf einem Gebirgssattel zwischen zwei Hügeln. Nach Norden fällt der Sattel überaus steil in einen tiefen Siepen ab. In Fortsetzung des steilen Hanges liegt unweit seines Endes am Siepen der Kotten Reik (das oben erwähnte „Land Matriccel“ von 1668 schreibt noch „im Reik“). Verfasser hält daher das Grundwort für gleichbedeutend mit dem westdeutschen Wort Rech, einer Verstümmelung des Wortes Berg. [Auf dem Hunsrück liegt ein Berg, der Uhler Kopf. Im Dorfe Uhler heißt die Bergkuppe „Bergs Keppche“, der Hang zwischen Kuppe und Dorf „auf Bērēri'ch“. Aus diesen Flurnamen ist der Gang der mundartlichen Verstümmelung des Wortes Berg in Rech noch klar erkennbar.] Das Wort der Rech hat die Sonderbedeutung steiler Hang, in Grenzweistümern des Mittelalters auch Grenzrain in Form von Böschungen zwischen Grundstücken in Berghängen. Am Niederrhein verwandelt sich Ch häufig in K (z. B. Bach in Beke oder Ännchen Anneken). Also Reich, Rich und Reik hier gleich Rech.

Das in den Silben Hemme (Himmel) enthaltene Bestimmungswort ist zunächst auf das urkundlich überlieferte Hemmel (1668) zurückzuführen. In einer Nachbargemeinde ist durch Umlaut aus Salland Seeland als Flurname entstanden; ebenso muß Hemmel hier aus Hamel sich entwickelt haben. Wie in dem Ortsnamen Hammelburg (urkundlich überliefert Hamalumburcc und Hamulum castellum)⁵⁾ das m verdoppelt worden ist, ist auch hier anstelle Hammel ursprünglich Hamel (alter deutscher Ausdruck für steiler Berg; Hammelburg = Burgberg; Hamulum castellum = Bergkastell) anzunehmen. Hemmerich (Himmelreich) hier gleichbedeutend mit Hamelberg, ist so als ein tautologischer Flurname anzusprechen. Solche Tautologie begegnet dem Flurnamenforscher nicht selten. — Der Kottenname Hemmerich ist auch Familienname geworden.

Unser Berg in der Essener Landschaft hat nie zu einer Kirche in Beziehung gestanden. Sein Name Tabor aus der christlichen Überlieferung ist hier durch Volksetymologie, durch wiederholte Umdeutung eines alten, in seiner Bedeutung uns nicht mehr bekannten deutschen Wortes, in Verbindung mit örtlicher Wandrung in neuerer Zeit entstanden. — Atmet uns die Umdeutung nicht Dichtergeist der Volksseele entgegen?

Mitteilungen der Geschäftsstelle.

Betrifft: Normblattentwurf DIN Verm. 34 — Filmspulen —. In Heft 20 vom 15. Oktober d. Js. war der Normblattentwurf für Filmspulen nebst Erläuterungsbericht veröffentlicht und gebeten, etwaige Einwände bis zum 20. Oktober d. Js. dem Deutschen Normenausschuß einzusenden. Diese Einspruchsfrist wird mit Rücksicht auf die verspätete Veröffentlichung des Entwurfs bis zum 1. Januar 1932 verlängert.

Bereinsnachrichten.

Gauverein Mittelfachsen. Hauptversammlung des Gauvereins Mittelfachsen in Halle a. S. am Sonntag, den 16. August 1931, vormittags 11 Uhr im Hotel Kaiserhof, Keilstraße 132. Anwesend: 20 Mitglieder. Da von

⁵⁾ Vgl. Rübcl, Die Franken, ihr Eroberungs- und Siedlungssystem usw., Bielefeld und Leipzig 1904, S. 537.

dem durch die Hauptversammlung vom 12. Mai 1929 gewählten Vorstand lediglich der stellvertretende Vorsitzende Reg.-Rat. Scheuch = Magdeburg anwesend war, übernimmt dieser die Leitung der Versammlung und den Bericht. Er gedenkt zunächst der im letzten Jahre verstorbenen Kollegen des Gauvereins, die Versammlung ehrt ihr Andenken durch Erheben von den Sigen. Anschließend berichtet er über die diesjährige Tagung und Mitgliederversammlung des DVW. in Hannover vom 7. bis 11. August, er schließt sich dabei der Tagesordnung an, deren Behandlung in Nr. 18 der Zeitschrift für Vermessungswesen vom 15. September 1931 veröffentlicht ist. — Anschließend beantragt der stellvertretende Vorsitzende Entlastung des Vorstandes, Entlastung wird erteilt. Reg.-Rat Scheuch beantragt ferner, daß der zu wählende neue geschäftsführende Vorstand aus Mitgliedern der Bezirksgruppe Halle gewählt werden solle mit Rücksicht darauf, daß die Fachgruppen Eisenbahnverwaltung und Landeskulturverwaltung in Halle, aber nicht mehr in Magdeburg vertreten sind. Der Antrag wird angenommen. — Es werden gewählt: 1. Katasterdirektor Heimer = Merseburg, zum Vorsitzenden; 2. Reg.-Landmesser Sese mann zum Kassierer, Halle, Ludwig Wucherer = Str. 74; 3. Stadtvermessungsdirektor Hensolt zum Schriftführer, Merseburg, Meuschauer = Str. 15; 4. Reg.-Rat Scheuch zum stellv. Vorsitzenden, Magdeburg, Kaiser = Friedrich = Straße 11; 5. Katasterdirektor Adam zum Beisitzer, Magdeburg, Kühlewein = Straße 21; 6. Vermessungs = Ing. Stichling zum Beisitzer, Magdeburg, Baenschstr. 4. — Im Anschluß hielt der Katasterdirektor Heimer = Merseburg einen sehr beifällig aufgenommenen Vortrag über „die Aufgaben des Vermessungskommissars in der Provinz Sachsen“, Reg.-Rat Scheuch dankt dem Vortragenden namens der Versammlung und schließt, nachdem der Kollege Föndran dem bisherigen Vorstand den Dank der Mitglieder des Gauvereins ausgesprochen hat, die Versammlung. — Nachmittags fand ein gemütliches Beisammensein mit Familien im Etablissement Wittekind statt.

J. U.: Schlecht.

Landesverein Sachsen. Einladung zur Mitgliederversammlung in Dresden, Gaststätte Italienisches Dörfchen, am 6. Dezember 1931, vormittags 10.30 Uhr. Tagesordnung: 1. Ansprache. 2. Vortrag (Nachklang zur 75-Jahrfeier): Aus Nagels Jugendzeit, von Ober.-Reg.-Landm. Regensburger. 3. Vortrag mit Lichtbildern: Die Grundbuchvermessung der Schweiz, von Oberlandm. a. D. Lüdemann, Dozent an der Bergakademie Freiberg, wissenschaftlicher Mitarbeiter der Hildebrandwerkstätten. 4. Geschäftsbericht. 5. Die Notverordnungen. 6. Festsetzung des Jahresbeitrags 1932. 7. Neuwahl des Vorstandes. 8. Sonstiges.

Rösler.

Personalnachrichten.

Preußen. Landeskulturbehörden. Planmäßig angestellt am 1. 9. 31: K.L. Kolbe in Eschwege. — Überwiesen zum 1. 10. 31: K.L. Paul in Demmin nach Stettin. — Verstorben am 3. 9. 31: B.R. Hopp in Elbing, am 4. 9. 31: K.L. Ungemach in Marburg, am 24. 9. 31: B.R. Stern in Fulda.

Inhalt.

Wissenschaftliche Mitteilungen: Zusammenschluß von zwei selbständigen Triangulierungen mit einzelnen identischen Punkten, von Förster. — Ueber die Konstruktion, Absteckung und Profilierung der Böschungskegel, von Efinger. — Eine Landes-erarbeitung von 1622, von Müller. — Wie Orts- und Flurnamen entstehen. (Der Tabor), von Skär. — **Mitteilungen der Geschäftsstelle.** — **Monatsübersicht der Literatur für Vermessungswesen und Kulturtechnik vom Jahre 1931 mit Nachträgen vom Jahre 1930,** von Harbert u. M. von E. Brennecke und O. Eggert.

Monats-Uebersicht der Literatur für Vermessungswesen und Kulturtechnik vom Jahre 1931 mit Nachträgen vom Jahre 1930.

Von E. Harbert, Braunschweig, unter Mitwirkung von E. Brennecke u.
O. Eggert, Berlin.

2. Mathematik, Tabellenwerke, Rechenhilfsmittel, Physik.

- Heath, T. A manual of greek mathematics. XVI u. 552 S. Oxford 1931.
Hopf, L. Die Relativitätstheorie. 30 Abb. VIII u. 148 S. (Bd. XIV „Verständliche Wissenschaft“) Berlin 1931.
Milne-Thomson. Die elliptischen Funktionen von Jacobi. (Fünfstellige Tafeln). XIV u. 69 S. Greenwich 1931.
Nernst, W. und A. Schoenflies †. Einführung in die mathematische Behandlung der Naturwissenschaften. 11. Aufl. XIV u. 478 S. 108 Abb. Berlin 1931. Bespr.: S. 773. 32. Jg. Phys. Ztsch. 1931.
Zimmermann, H. Rechentafel nebst Sammlung häufig gebrauchter Zahlenwerte; Ausgabe B mit Anhang Quadrattafel. 10. Aufl. Berlin 1931.

3. Allgemeine Instrumentenkunde, Optik.

- Boegehold, H. und M. v. Rohr. Übersicht über optische Arbeiten aus der letzten Zeit bis zum Ende des Jahres 1930. S. 81/95. 19. Jg. Ztsch. f. ophthalm. Optik 1931.
Brunsviga-Monatshefte. Sonderausgabe: „60 Jahre Brunsviga“. 98 S. Braunschweig 1931.
Bussolen-Tachymeter, Reise — für Geologen. S. 185/6. 1 Abb. 24. Jg. Internat. Bergwirtsch. u. Bergtechn. 1931.
Cerjat, H. de. Nèuer Universal-Meßapparat. S. 137/8. 1 Abb. 39. Jg. Feinmech. u. Präzision 1931.
Eppenstein, O. Optische Feinmeßgeräte in Werkstatt und Prüfraum. S. 61/92. 16. Jg. Loewe-Notizen 1931.
Hauser, F. Über neue Wege im Bau von mikrographischen Apparaten. S. 483/8. 5 Abb. 51. Jg. Ztsch. f. Instrkde. 1931.
Wetthauer, A. Untersuchung von Fernrohrobjektiven mit Hilfe der streifenden Abbildung unter Verwendung der Autokollimation. S. 393/6. 5 Abb. 51. Jg. Ztsch. f. Instrkde. 1931.

4. Höhere Geodäsie und Geophysik.

- Bülow, K. v. Alluvium, Grundsätzliches und Programmatisches zur Geologie der jüngsten erdgeschichtlichen Epoche. VIII u. 178 S. Berlin 1930.
Franssila, M. Der Einfluß der den Pendel umgebenden Luft auf die Schwingungszeit beim v. Sterneckschen Pendelapparat. 23 S. Veröff. d. Finn. Geod. Inst. Nr. 15. 1931. Bespr.: S. 2202. 12. Jg. Phys. Berichte 1931.
Kowatschew, D. Grundlagen der höheren Geodäsie. 453 S. (Bulgarisch.) Sofia 1930.
Neumann, H. Über die Wirkung der Erdbeben auf Bauwerke. S. 682/8. 12. Jg. Der Bauing. 1931.

- Physics of the Earth I. Volcanologie. X u. 77 S. — II. The Figure of the Earth. VI u. 286 S. — IV. The Age of the Earth. VIII u. 487 S. (Bulletin of the National Research Council 1931) Washington 1931.
- Rein, R. Methodik und Technik des geologischen und mineralogischen Unterrichts. XI u. 220 S. 28 Abb. 8 Taf. Leipzig 1931. Bespr. S. 333/4. Centralbl. f. Mineralog., Geolog. u. Paläontol. 1931.
- Schütte, K. Karte der Schwereabweichungen von Süddeutschland (Enthaltend das Gebiet zwischen 46° 20' und 51° Breite sowie 6° und 14° östlicher Länge). Veröff. der Bayer. Komm. f. Internat. Erdmessung. 21 S. 1 Kart. München 1930. Bespr. S. 268. 77. Jg. Petermanns Mitteilungen. 1931.
- Schwinner, R. Das Schwereprofil der Tauernbahn. S. 352/416. 29. Jg. Gerlands-Beiträge. Bespr.: S. 2206. 12. Jg. Phys. Berichte 1931.

5. Astronomie und Nautik.

- Astronomische, Vierteljahrsschrift d. — Gesellschaft. Hrsg. P. Guthnick u. R. Prager. 2. u. 3. Heft. 315 S. (Jahresberichte der Sternwarten.) 66. Jg. Leipzig 1931.
- Baldet, F. La constitution des comètes. 23 S. 2 Fig. 1 Taf. Paris 1930. Bespr. S. 736. 32. Jg. Physik. Ztsch. 1931.
- Bottlinger, K. F. Die hellen Sterne und die Rotation der Milchstraße. 42 S. 5 Taf. 1931.
- Geschichte des Fixsternhimmels, enthaltend die Sternörter der Kataloge des 18. und 19. Jahrhunderts. Hrsg. von d. Preuß. Akad. d. Wiss. Abt. I Der nördliche Sternhimmel. Bd. 115. 14h Rektascension. XIV u. 141 S. Berlin 1931.
- Schellhas, P. Zeitrechnung und Astronomie bei den Maya. S. 149/51. 4 Abb. 30. Jg. Weltall 1931.
- Strömgren, E. und B. Laerebog i Astronomi. Umgearb. auf Grund des Lehrbuches von H. Geelmuyden. (Dänisch) 347 S. 138 Abb. Oslo 1931. Bespr. S. 816. 19. Jg. Die Naturwiss. 1931.

7. Landesvermessung, Triangulierung und Polygonierung.

- Clauß, G. Die Eingliederung eines alten engmaschigen Dreiecksnetzes niederer Ordnung in ein neubearbeitetes Netz von geringer Dichte mittels Näherungsverfahren. S. 579/89. 60. Bd. Ztsch. f. Verm. 1931.
- Kaestner. Koordinatenumrechnung. (Vortrag) S. 13/4. Nr. 22 „Briefe“ des Landesplanungsverbandes Düsseldorf 1931.

8. Stückvermessung, Längenmessung, Flächenmessung, Katasterwesen.

- Esser. Die Katastererneuerungsarbeiten im Katasteramte München/Gladbach. S. 276/9. 8. Jg. Verm.techn. Rdschau. 1931.
- Praxmeier. Erneuerung der österreichischen Katasterpläne. S. 84/91. 29. Jg. Österr. Ztsch. f. Verm. 1931.
- Schulz, W. Neue Bestimmungen für Katasterneumessungen in Preußen. S. 273/6. 8. Jg. Verm.techn. Rdschau. 1931.

10. Meteorologie.

- Fedorov, E. E. Beispiel eines Vergleiches der Klimate zweier Ortslagen mit Hilfe der komplexen Methode. S. 306/14. 2 Tab. 68. Bd. Meteorolog. Ztsch. 1931.

- Linke, F. Meteorologisches Taschenbuch. 43 Abb. XII u. 316 S. Leipzig 1931.
- Markgraf, H. und E. Dobers. Die Wetterkarte im neuzeitlichen Unterricht. 11 S. 9 Taf. 180 Arbeitsblätter. Bespr. S. 325. 68. Bd. Meteorolog. Ztsch. 1931.
- Palmén, E. Die Luftbewegung im Cirrusniveau über Zyklonen. S. 281/8. 4 Abb. 68. Bd. Meteorolog. Ztsch. 1931.
- Piccard, A. und Kipfer, P. Professor Piccards Forschungsflug in die Stratosphäre und dessen wissenschaftliches Ergebnis. Hrsg. von „Neue Augsburger Zeitung“. 128 S. 18 Taf. Augsburg 1931.
- Pollack, H. Über die räumliche Entwicklung der Spät- und Frühfröste in Norddeutschland in Abhängigkeit von der Wetterlage. (Dissert. d. Univers. Berlin.) 65 S. 9 Tab. 15 Fig. 28 Kart. Berlin 1930. Bespr. S. 372/3. 37. Jg. Geograph. Ztsch. 1931.

11. Tachymetrie, Topographie und Photogrammetrie.

- Buchholtz, A. Das Hochschulstudium in Photogrammetrie. S. 98/104. 6. Jg. Bildmess. u. Luftbildwesen 1931.
- Lacmann, O. Jahresbericht 1931 der Abteilung für Luftbildwesen und Navigation der D.V.L. (Sonderdruck aus dem Jahrbuch 1931 der Deutschen Versuchsanstalt f. Luftfahrt, Berlin-Adlershof, hrsg. v. W. Hoff). XI u. 37 S. Berlin 1931.
- Lehmann, G. Zur Bestimmung der inneren Orientierung von photographischen Kammern. S. 104/10. 6. Jg. Bildmess. u. Luftbildwesen 1931.
- Longinow u. Krempe. Der Phototheodolit im Dienste der Artillerie. S. 21/30, 6 Abb. 3 Diagram. u. Tab. (Russ.) Nr. 5. Geodäsie Moskau 1931.
- Sarnetzky. Geometrische Vorbereitungen für Schrägaufnahmen. S. 110/4. 6. Jg. Bildmess. u. Luftbildwesen. 1931.
- Seliger, P. Über die Entwicklung der deutschen Heeresphotogrammetrie von 1901 bis zum Kriege 1914/18. S. 114/126. 6. Jg. Bildmess. u. Luftbildwesen. 1931.

13. Markscheidewesen, magnetische Messungen.

- Beyer, F. Rationelles Messen bei Durchschlagsangaben. 66 S. Diss. T.H. Aachen. Leipzig 1931.
- Moidrey, I. de. Etudes sur le magnétisme terrestre à Zi-Ka-Wei et à Lu-Kia-Pang 1877/1927. Bd. VIII (Observatoire de Zi-Ka-Wei.) 9 S. Chang-Hai 1931.
- Slaucitajs, L. Magnetic measurements in the Baltic Sea along the Latvian Coast. 61 S. m. 3 Abb. u. 4 Taf. Riga 1930. Bespr.: S. 577/78. 60. Bd. Ztsch. f. Verm. 1931.
- Venske, O. Die erdmagnetischen Beobachtungen von Filchner auf seiner Reise in China und Tibet in den Jahren 1926 bis 1928. 28S. Berlin 1931.

15. Kartographie und Zeichenhilfsmittel; Kolonialvermessungen und flüchtige Aufnahmen; Erdkunde.

- Kurze, F. W. Wie eine Seekarte entsteht. Die Vermessungstätigkeit der Reichsmarine in Ost- und Nordsee. 32 S. 14 Abb. (Meereskunde, Bd. XVIII, H. 200.) Berlin 1931.
- Landesaufnahme, das Reichsamt für — und seine Kartenwerke. 318 S. 43 Taf. 3 Übersichtsbl. Berlin 1931.

- Lehmann, O. Die Gründe gegen die Beibehaltung einer Felszeichnung auf der künftigen topographischen Karte der Schweiz. S. 233/6. 77. Jg. Petermann's Mitteilungen 1931.
- Uhden, R. Zur Herkunft und Systematik der mittelalterlichen Weltkarten. S. 321/40. 37. Jg. Geograph. Ztsch. 1931.

18. Allgemeine Technik, insbesondere Kulturtechnik.

- Gährs. Der Ausbau der deutschen Wasserstraßen in den letzten 20 Jahren. S. 334/48. Ztsch. f. Binnenschifffahrt. 1931.
- Genzmer, E. Wie entwirft man Ortsentwässerungspläne? 3. Bd. Halle 1931. Bespr.: S. 422. 22. Jg. Der Straßenbau. 1931.
- Hau. Rutschstellen in Bahndämmen. S. 193/5. 3 Abb. 7. Jg. Gleistechnik 1931.
- Jacoby, E. Die Berechnung der Stauhöhe bei Wehren. 52 S. Riga 1931. Bespr. S. 698. 12. Jg. Der Bauing. 1931.
- Knauer, H. Erdbau. 5. erw., verbess. Aufl. 150 S. 17 Abb. u. 2 Taf. Leipzig 1931.
- Kreuzkam. Deutschlands Talsperren. S. 344/6. 44. Jg. Tiefbau 1931.
- Ludin, A. Die nordischen Wasserkräfte. Ausbau und wirtschaftliche Ausnutzung. Unter Mitarb. v. P. Nemenyi. 778 S. 1005 Abb. 2 Taf. Berlin 1931. Bespr. S. 469. 24. Jg. Die Wasserwirtschaft Wien 1931.
- Prytz, K. Messung der Wasserführung von Drängsträngen. 37 S. mit Abb. (Ingeniorvidenskabelige Skrifter No. 27) Kobenhavn 1931.
- Spetzler, O. Anteil der Konstruktion und des Materials an dem wirtschaftlichen Ausbau niederer Wasserkraftgefälle, mit besonderer Berücksichtigung der Verhältnisse an der Ruhr. 95 S. 28 Abb. Berlin 1931.
- Tölke, F. Die neuzeitliche Entwicklung des Erddammes in Amerika. S. 627/31. 6 Abb. 12. Jg. Bauing. 1931.
- Weidner. Entwurf der Werra-Kanalisation von Münden bis Wartha. S. 213/21. 8 Abb. 10. Jg. Die Weser 1931.
- Wentzel. Zur Berücksichtigung der Geländequerneigung bei Erdmassenberechnungen. S. 635/6. 9. Jg. Die Bautechnik 1931.
- Zychlinsky. Uferschutzbau an der deutschen Ostseeküste. S. 523/8. 19 Abb. 9. Jg. Bautechn. 1931.

19. Bodenpolitik, Bodenrecht, Rechtskunde.

- Martell, P. Das Recht der Baugrenze. S. 243/6. 3. Jg. Vermess. und Wirtsch. 1931.
- Panther, A. Überbau und Grenzverwirrung. S. 590/603. 60. Bd. Ztsch. f. Verm. 1931.
- Prager, St. Landesplanung und Naturschutz. S. 609/10. 51. Jg. Zentralbl. d. Bauverwaltung. 1931.
- Werneburg. Rechtsverhältnisse der Grundwässer nach preußischem und nach bayerischem Wassergesetz. S. 193/6. 26. Jg. Wasserkr. und Wasserwirtsch. 1931.

20. Siedlungstechnik, Volks- und Heimatkunde.

- Großjohann. Landesplanung und Straßenplanung in der Rheinprovinz. S. 139/43. Straßenbau u. Str.-unterhalt, Beilage z. 48. Jg. Verkehrstechn. 1931.
- Jensen. Die Freifläche als Aufbauelement des Siedlungswesens. S. 151/58. 44. Jg. Gartenkunst 1931.