

ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN

im Auftrag des Deutschen Verein für Vermessungswesen

herausgegeben von

Dr. Dr.-Ing. E. h. O. Eggert

Professor

Berlin-Dahlem, Ehrenbergstr. 21

und

Dr. O. Borgstätte

Landesvermessungsrat

Bernburg, Moltkestr. 4.

Heft 18

1932

15. September

Band LXI

Der Abdruck von Original-Artikeln ohne vorher eingeholte Erlaubnis der Schriftleitung ist untersagt

Die Aufgaben des Büros für die Hauptnivellements und Wasserstandsbeobachtungen im preußischen Ministerium für Landwirtschaft, Domänen und Forsten.

Von W. Gronwald, Berlin.

Neben den in einem weiteren Aufsatz behandelten Feineinwägungen der Trigonometrischen Abteilung des Reichsamts für Landesaufnahme, die sich über ganz Deutschland, außer Bayern, erstrecken, haben die Feineinwägungen des Büros für die Hauptnivellements und Wasserstandsbeobachtungen (seit 1929 Landesanstalt für Gewässerkunde und Hauptnivellements) im preußischen Ministerium für Landwirtschaft, Domänen und Forsten auch über die Grenzen Preußens hinaus eine große Bedeutung.

1. Aufgaben und Entwicklung.

Das Büro wurde am 1. April 1891 im ehem. preußischen Ministerium der öffentlichen Arbeiten eingerichtet, um für wasserbautechnische Arbeiten die erforderlichen Höhenwerte mit möglichst großer Genauigkeit zu bestimmen, und dem Geh. Reg.-Rat Prof. Dr. phil. Dr.-Ing. E. h. W. Seibt unterstellt. Seibt leitete das Büro bis 1915 und brachte es durch Verfeinerung der Nivellements-methode und durch Organisation des Pegelwesens zu großem Ansehen (gest. 12. Okt. 1927). Sein Nachfolger war bis Ende 1928 Oberregierungs- und Baurat Seifert, jetzt Professor und Direktor der Versuchsanstalt für Wasserbau und Schiffbau. Am 1. April 1921 wurde das Büro dem preußischen Ministerium für Landwirtschaft, Domänen und Forsten angegliedert. Im Jahre 1929 wurde es mit der Landesanstalt für Gewässerkunde vereinigt. Die fachmännische Ausführung und Auswertung der Messungen liegt seit einigen Jahren ganz in den Händen von Vermessungsingenieuren.

Bisher wurden vom Büro und der Landesanstalt an den Küsten und Gewässern Preußens und an einzelnen Wasserläufen der Nachbarländer Anhalt, Mecklenburg, Hamburg, Oldenburg, Bremen, Braunschweig, Thüringen und Hessen Feineinwägungen in einer Gesamtlänge von rund 60 000 km aus-

geführt. Diese Nivellements sind an die Höhenpunkte der Landesaufnahme angeschlossen und auf Normal-Null bezogen.

2. Einwägungsverfahren und Instrumente.

Das durch Seibt schon während seiner Tätigkeit im Geodätischen Institut Potsdam 1876 von Cohen-Stuart (Holland) übernommene und wesentlich weiter fortgebildete Feinnivellierverfahren findet noch heute in dem Büro Verwendung (Einstellung des Nivellierfadens auf Mitte von 4 mm-Feldern der Wendelatten und Ablesen der Libelle, Einschalten der 4 Vorblicke zwischen die 4 Rückblicke, gleiche Zielweiten bis zu 100 m je nach Witterung und Bodenverhältnissen — im Durchschnitt 60—80 m, — Entfernungsmessung nach Reichenbach; jede Strecke wird hin- und zurücknivelliert). Das Verfahren besitzt große Anpassungsfähigkeit an die stark wechselnden Geländeverhältnisse der Ufer und gestattet es, infolge der eigenartigen Teilung der Latten (Teilungseinheiten: 4 mm = 2 Recheneinheiten, 2 cm, 10 cm), die häufig vorkommenden Flußüberquerungen mit Sichten bis zu 400 m ohne besondere Zieltafeln und Einrichtungen unter Wahrung der sonstigen Genauigkeit vorzunehmen. Der mittlere Fehler für 1 Kilometer Doppelnivelllement, errechnet aus der Differenz zwischen Hin- und Rückweg von Festpunkt zu Festpunkt, schwankt bei den neueren Messungen zwischen $\pm 0,4$ und $\pm 0,7$ mm, wobei u. a. die Geländeschwierigkeiten von wesentlichem Einfluß sind. Die Errechnung der mittleren zufälligen (η_r) und mittleren systematischen (σ_r) Fehler nach den internationalen Formeln von 1912 ergibt in den letzten Jahren:

$$\eta_r = \pm 0,4 \text{ bis } \pm 0,6 \text{ mm} \quad \text{und} \quad \sigma_r = \pm 0,1 \text{ bis } \pm 0,2 \text{ mm.}$$

Die Tagesleistungen bewegen sich bei etwa siebenstündiger reiner Arbeitszeit je nach Geländeschwierigkeiten (Belaubung, Zäune, Unebenheiten, schlecht begehbarer oder mooriger Boden, schwer zugängliche Pegelstellen und Festpunkte) zwischen 1,5 und 6 km (Höchstleistung 9,5 km).

Außer den von Seibt im Büro eingeführten Seibt-Breithauptschen Nivelierinstrumenten wird seit 1926 auf Anregung des Verfassers ein neueres Feinnivellier der Firma Breithaupt verwendet. Dieses Instrument hat ein mit Ringen aus nichtrostendem Stahl versehenes, drehbares Fernrohr (Eintrittspupille $EP = 45$ mm, Austrittspupille $AP = 1,1$ mm, 41fache Vergrößerung, Fokussierlinse), eine zwischen 2 Kugeln drehbare und umsetzbare Doppelschliblibelle von etwa 5" Angabe auf 2,26 mm und die Kippachse über der Stehachse. Die Stekhülseeinrichtung, die sich für die Verhältnisse an Wasserläufen gut bewährt hat, ist beibehalten worden. Das neue Instrument ist infolge seiner Libelleneinrichtung für Überquerungen von Gewässern mit ungleichen Zielweiten, wie sie vielfach unvermeidlich sind, besonders geeignet.

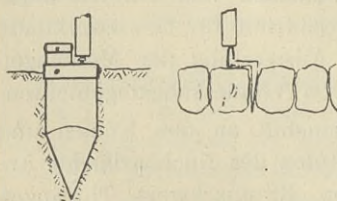


Abb. 1.

Als Wechsellpunkte dienen meist Holzpfähle mit Eisenknopf und (im Steinpflaster) Vierkant-eisen von nebenstehender Form, die in die Fugen eingetrieben werden (Abb. 1). Beschreibung

gen des Verfahrens und der Instrumente finden sich in den unter Lit. 1—3 angeführten Werken.

3. Veröffentlichungen.

Über die bis 1911 ausgeführten Feineinwägungen des Büros und die Veröffentlichungen der „Höhen über N. N.“ (Heft I bis XVI) unterrichtet u. a. § 131 von Lit. 2.

Seit 1911 sind noch folgende Buchveröffentlichungen dieses Druckwerkes erschienen: Höhen über N. N. von Festpunkten und Pegeln an Wasserstraßen.

- | | |
|--|-------|
| XVII. Heft. I. Weichselgebiet. II. Danziger Werder. III. Weichsel-Nogat-Delta. | |
| IV. Östlich von der Nogat. | 1913. |
| XVIII. Heft. Der Kaiser Wilhelm-Kanal. | 1920. |
| XIX. Heft. I. Memelgebiet. II. Memel- und Pregelgebiet. III. Weichselgebiet. | |
| IV. Küstengebiet der Ostsee. | 1922. |
| XX. Heft. Die Elbe und ihre Nebenflüsse von Lauenburg abwärts. | 1924. |

Eine weitere Folge von Veröffentlichungen in großem Format unter den Titeln: „Feinnivellements usw.“, die Angaben über Entfernungen der Festpunkte, Höhenunterschiede, Abschlußfehler, eingehende Fehlerberechnungen und Beschreibungen enthalten, ist seit 1909 nicht fortgesetzt worden.

Neben den Buchveröffentlichungen sind weit über 100 Umdruckveröffentlichungen durch das Büro und die Landesanstalt herausgegeben worden, die die Ergebnisse der Nachmessungen und Wiederholungsmessungen einzelner Teile der in den Buchdruckveröffentlichungen enthaltenen Gebiete mitteilen und auch vorläufige Neumessungsergebnisse behandeln. Nach Abschluß der Messungen zusammenhängender Gebiete werden die Teilveröffentlichungen zu Buchveröffentlichungen zusammengefaßt. So ist mit dem Abschluß der Wiederholungsmessung des Rheins (Urmessung 1903—1907, Heft XII; Wiederholungsmessung seit 1927) in den nächsten Jahren zu rechnen; ferner sind schon große Teile der Einwägungen an den Märkischen Wasserstraßen (Havel, Spree, Rhin und Kanäle) erneuert worden, auch Teile der Oder (von Zollbrücke bis Stettin), der Netze, der Obra, des Mains u. a.

4. Festpunkte.

Ebensowenig wie die Messungen der Landesaufnahme können die des Büros für alle eingewogenen Festpunkte Höhen von bleibendem Werte schaffen, weil, abgesehen von Beschädigungen, infolge örtlicher und regionaler Bewegungen der Erdoberfläche Höhenänderungen eintreten. Ein großer Teil der Festpunkte des Büros ist umsomehr örtlichen Veränderungen ausgesetzt, da diese Punkte als Pegelfestpunkte, als Anschlußpunkte für Gewässerregulierungen, für Staumarken, für Wasserspiegelnivellements u. a. nahe am lebenden Flusse mit seinen Hoch- und Niedrigwasserständen, stehen. Auch ist der Untergrund der Ufer häufig ungünstig. Die Form der Festpunkte mußte daher den örtlichen Verhältnissen entsprechend gewählt werden. Neben den Kugelbolzen (aus Gußeisen, Schmiedeeisen, schmiedbarem Gußstahl oder nichtrostendem Stahl) in festen Bauwerken, wie Schleusen, Weh-

ren, Brücken, Steinfeilern u. a. finden seit mehr als 4 Jahrzehnten die sogenannten Seibtschen Punkte (Lit. 3), (Betonpyramiden mit etwa $0,9\text{ m}^2$ Grundfläche, etwa 1—1,2 m Höhe, mit abgestumpfter Spitze und senkrecht eingelassenem Kugelbolzen) Verwendung. Diese Festpunkte stehen in frostfreier Tiefe; ihre Spitzen befinden sich in Geländehöhe. Die Abstände betragen 1—2 km. Bei sehr wenig tragfähigem Untergrund schritt man vielfach zu anderen Festpunktformen: An der Deime z. B. trieb man 1897/98 kieferne Pfähle von 6—12 m Länge durch die Moorschichten bis 1—1,5 m in die tragfähigen Bodenschichten hinein und setzte darauf Betonklötze der üblichen Bauart. Bei dieser Form ist jedoch eine auf Zug zu beanspruchende Verbindung zwischen Pfahl und Betonkörper nötig, da sonst durch Aufquellen und durch Auffrieren des Bodens der Betonkörper vom Pfahl abgehoben werden kann. Abbildung 2 gibt eine neuere Bauart solcher Festpunkte, wie sie 1928 am Ems-Jade-Kanal in einer Länge von etwa 5 m nach Angabe des Verfassers gebaut wurden.

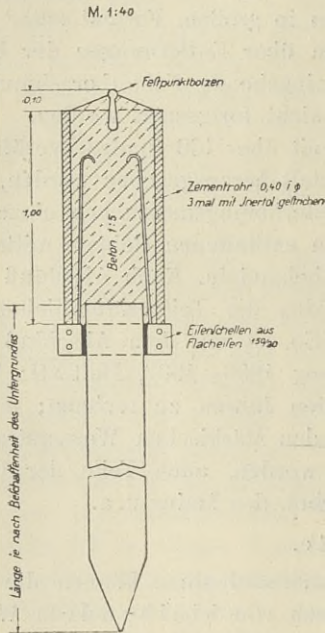


Abb. 2.

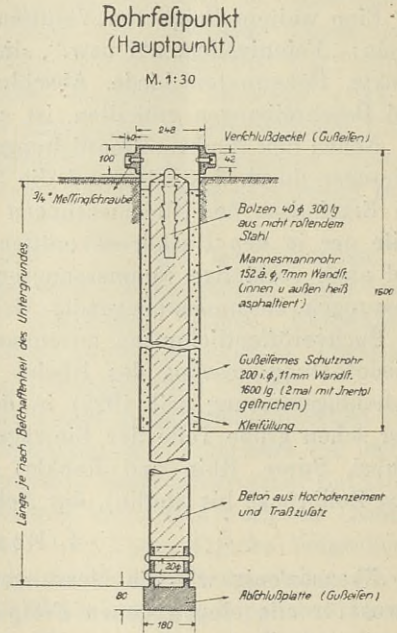


Abb. 3.

Neben diesen und ähnlichen, verhältnismäßig einfach herzustellenden Festpunkten finden die etwa seit Jahrhundertwende eingeführten Rohrfestpunkte gerade dort Verwendung, wo, wie im Marschboden, mit Bewegungen der oberen Bodenschichten zu rechnen ist. Die Rohrfestpunkte haben in den letzten 4 Jahren bei dem Küstennivellement (s. Abschn. 7) mannigfaltige Formen entwickelt (Lit. 4), von denen sich die Hamburger Bauart am besten zu bewähren scheint. Die Rohrfestpunkte werden durch Bohrung niedergebracht und erreichen je nach der Tiefe des Marsch-, Moorbodens, Schwemm-

sands oder anderer ungünstiger Bodenarten Längen bis über 30 m. (Abb. 3: älterer Rohrfestpunkt, Abb. 4: neuerer (Hamburger) Rohrfestpunkt der Landesanstalt für Gewässerkunde und Hauptnivellements).

5. Pegelstellen.

Eine weitere wichtige Aufgabe des Büros ist das Festlegen und Nachprüfen der Pegelnulldpunkte gegen die in der Nähe gesetzten Höhenfestpunkte und damit auch gegen N. N.

Rohrfestpunkt. Hamburgischer Bauart. (gebohrt, Bohrproben)

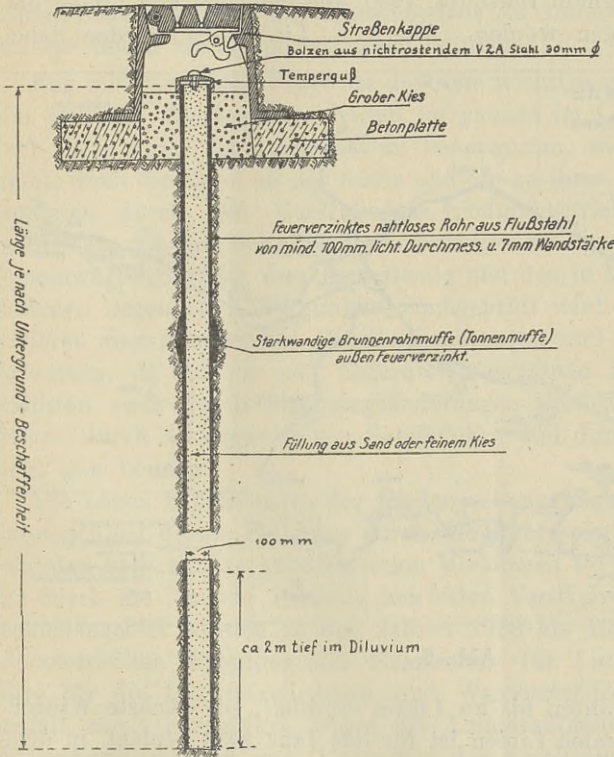


Abb. 4.

zum umliegenden Gelände (zur Scholle) beibehält. Da die Festpunkte sich aber selbst vielfach ändern, ist es häufig ohne weitausgreifende Sicherungsnivellements nicht möglich, zu entscheiden, welche wirklichen Änderungen an der Pegelstelle vorliegen.

Wenn nun ferner bei Wiederholungsmessungen oder anders angeordneten Ausgleichungen ganzer Nivellementsnetze andere Höhen über N. N. für die Festpunkte und Pegel erhalten werden, läßt sich oft schwer feststellen, ob Schollenbewegungen oder örtliche Änderungen vorliegen, oder ob die Änderung der Höhenangaben nur auf den unvermeidlichen Fehlern der alten und neuen Messungen beruht; u. U. wirkt alles zusammen. Diese Schwierigkeit

Die bei der Einrichtung der Pegelstellen ermittelten Höhenunterschiede zwischen dem Pegelnulldpunkt und den (mindestens 3) Pegelfestpunkten heißen Normalhöhenunterschiede und dienen als Unterlage für die Prüfung der Pegelstelle durch die örtlichen Wasserbaubehörden. Die Höhenlage der Pegel (der Lattenpegel und der in vielen Formen vorhandenen selbstschreibenden Pegel) muß berichtigt werden, wenn die Messungswerte zwischen Pegelnulld und den Festpunkten von den Normalhöhenunterschieden um mehr als 10 mm abweichen. Es gilt die grundsätzliche Forderung, daß der Pegel seine Höhe

ist seit 1923 durch die Einführung der Höhen über N. N. im neuen System der Landesaufnahme noch vergrößert worden.

6. Feineinwägungen im Bergbaugebiet.

Neben den laufenden Wiederherstellungsarbeiten werden in regelmäßigen Zeitabständen die Feineinwägungen an den Gewässern des rheinisch-westfälischen Bergbaugesbietes mit Anschlüssen bis in bergbaufreie Gegenden wiederholt. Solche Messungen fanden statt: 1911, 1913, 1919, 1920, 1922, 1925 und 1930 an der Lippe und ähnlich an der Ruhr, am Rhein-Herne-Kanal und am Dortmund-Ems-Kanal, 1909, 1913, 1920, 1922, 1925 und 1930 am Rhein von Wesel bis oberhalb Duisburg. 1930 sind demnach alle Linien des Bergbaugesbietes eingewogen worden. (Abb. 5 u. Lit. 5.) Es wurden dabei

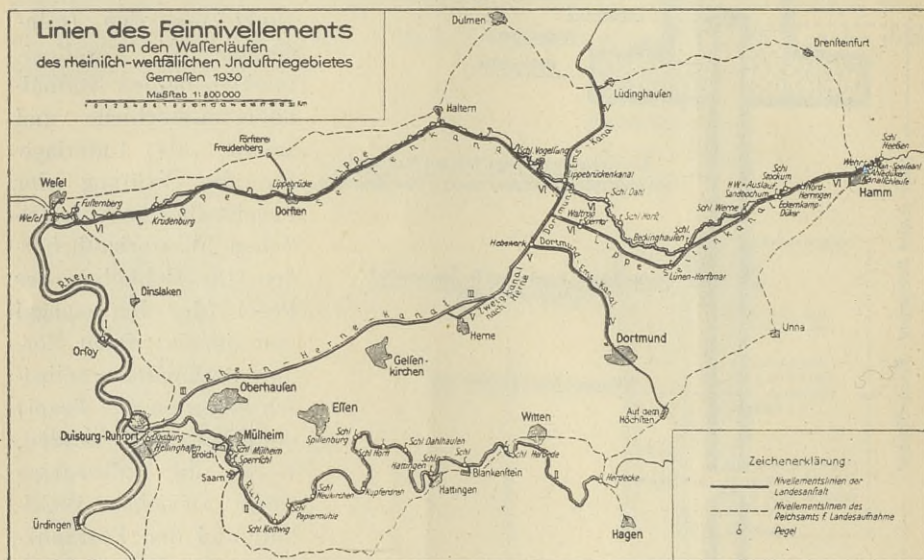


Abb. 5.

Senkungsbeträge seit 5 Jahren bis zu 1,60 m ermittelt. Die nächste Wiederholungsmessung der gesamten Linien ist für das Jahr 1934 geplant, in dem auch das Reichsamt für Landesaufnahme seine Strecken nachzumessen beabsichtigt. Anschließend an diese Messungen des Büros finden jedesmal Feineinwägungen der Kommunalbehörden und des Bergbaus zur Feststellung von Bodensenkungsbeträgen der vielen nicht von den amtlichen Stellen berührten Punkte statt. (Lit. 6.)

7. Küstensenkungsmessungen.

Seit etwa 1926 ist die Frage einer neuzeitlichen säkularen Nordseeküstensenkung in Fach- und sonstigen Zeitschriften wieder aufgetaucht. Diese Küstensenkung ist schon um 1908 und früher von vielen Seiten vermutet, aber von den Geologen nach eingehenden Untersuchungen und vom Büro für die Hauptnivellements und Wasserstandsbeobachtungen auf Grund der

vorliegenden Messungen als nicht nachweisbar bezeichnet worden. (Lit. 7 und 8.) Die für die Wissenschaft und für die Wirtschaft gleich bedeutsame Frage ist: Sinkt die deutsche Nordseeküste im ganzen, oder welche Vertikalbewegungen der einzelnen Schollen des Nordseeküstengebietes gegeneinander und gegen die weit im Innern des Landes fest verankerten Höhenpunkte finden statt? Für einzelne Schollen des Nordseeküstengebietes lassen sich solche Bewegungen aus den Anomalien der Schwere und denen der magnetischen Anziehung vermuten und durch Anzeichen aus der Pflanzenwelt, sowie durch Bodenuntersuchungen als sehr wahrscheinlich dartun. Von den Schollenbewegungen sind aber die Zusammenschrumpfungen der oberen Bodenschichten des Marschbodens zu trennen, wie sie, im Gegensatz zur Geest, häufig nachgewiesen wurden. (Lit. 9.)

Eng mit der ersten Frage ist die sehr wichtige zweite verknüpft: Steigt oder fällt der Nordseewasserspiegel im ganzen im Laufe langer Zeiträume? Auch diese Frage ist nur exakt zu beantworten, wie sich aus Abschnitt 5 ergibt, wenn die Pegel an der Küste und die zu ihrer jährlichen Nachprüfung benutzten durch den Marschboden hindurchgetriebenen Höhenfestpunkte unabhängig von rein örtlichen Veränderungen sind und dies durch wiederholte Feineinwägungen nach dem Hinterlande und den in älteren geologischen Formationen liegenden Höhenpunkten nachgeprüft wird. Ohne diese Anschlüsse verlieren auch die feinsten Pegelbeobachtungen und ihre Auswertungen ihre Bedeutung, da höhere und tiefere Wasserstände in einzelnen Küstenabschnitten auch durch Strömungsänderungen des Wassers und der Atmosphäre, durch Verlagerung von Sandbänken und durch andere Einflüsse bedingt sein können.

Die neuen Erörterungen der Küstensenkungsfrage haben eine eingehende Untersuchung dieses Problems durch die interessierten Reichs- und Staatsbehörden bewirkt. Die grundlegenden Messungen für die spätere Feststellung der durch die lebende Tektonik bewirkten Vertikalverschiebungen im Nordseeküstengebiet wurden in den Jahren 1928 bis 1931 gemeinsam von Triangometrischen Abteilung des Reichsamts für Landesaufnahme und dem Büro für die Hauptnivellements und Wasserstandsbeobachtungen (Landesanstalt usw.) ausgeführt, wobei die Landesaufnahme vom Ausgangspunkt Wallenhorst (nördlich von Osnabrück) das Nivellement größtenteils auf ihren alten Linien bis in die Küstengebiete führte, während das Büro sämtliche wichtigen Pegelstellen und die an der Küste befindlichen Festpunkte, besonders die Rohrfestpunkte, anzuschließen hatte (Abb. 6). (Lit. 4.)

Die Plätze für die Rohrfestpunkte der Landesanstalt (in der Nähe der Pegelstellen) wurden in enger Fühlungnahme mit den Landesgeologen und örtlichen Wasserbaubehörden erkundet. Die erforderliche Tiefe wurde durch Entnahme von Bohrproben festgestellt; alle Rohrfestpunkte stehen etwa 2 m tief im Diluvium.

Die Landesanstalt beabsichtigt die Messungen nach den ostfriesischen und nach einigen nordfriesischen Inseln durch Wattnivellements und Stromübergänge im Jahre 1932 auszudehnen.

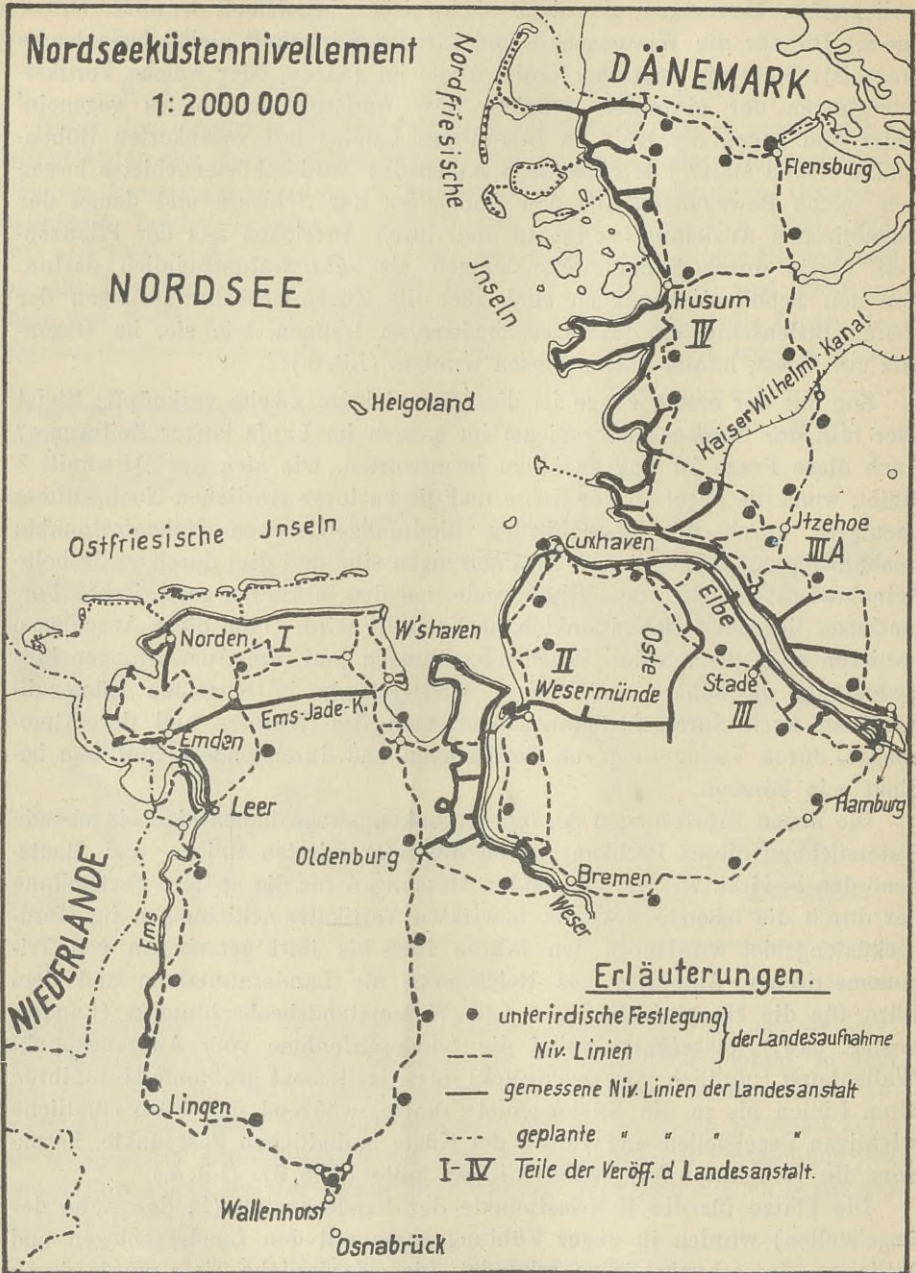


Abb. 6.

Es ist zu hoffen, daß durch die Wiederholungsmessungen, die nach 10 und 25 Jahren geplant sind, sich ein eindeutiges Bild der Schollenbewegungen ergeben wird, wie es schon vor etwa 40 Jahren Vogler von den Wieder-

holungsmessungen der Jetztzeit erwartet. (Chr. A. Vogler, Praktische Geometrie, II. 1894. S. 292.)

Literaturnachweis.

1. Miller, Vermessungskunde. 3. Aufl. 1910. Das Seibtsche Feinnivellierverfahren, beschrieben von Kuhrmann.
2. Jordan-Eggert, Handbuch der Vermessungskunde, II. Bd. 8. Aufl. 1914 u. dort. Lit. Ang.
3. P. Wilski, Lehrbuch für Markscheidekunde. I. Teil 1929.
4. Höhen über N.N. von Festpunkten und Pegeln an Wasserstraßen und Küsten. Küstennivellement Teil I. Berlin 1930. Teil II. Berlin 1930. Teil III. Berlin 1931. Teil IIIa u. IV. Berlin 1932.
5. Höhen über N.N. von Festpunkten und Pegeln an den Wasserläufen des rheinisch-westfälischen Industriegebiets. I. Der Rhein von Ürdingen bis Wesel. II. Die Ruhr von Herdecke bis zur Mündung und die Duisburg-Ruhrorter Häfen. III. Der Rhein-Herne-Kanal. IV. Der Dortmund-Ems-Kanal bis Lüdinghausen (X. Mittlg.) V. Der Zweigkanal nach Herne. VI. Die Lippe und der Lippe-Seitenkanal von Hamm bis Wesel (VII. Mittlg.) Berlin 1931.
6. J. Weißner. Die Rationalisierung der Nivellementsarbeiten im rheinisch-westfälischen Industriegebiet. Glückauf 1930 Nr. 14.
7. H. Schütte (Oldenburg). Krustenbewegungen an der deutschen Nordseeküste. Monatsschrift „Aus der Heimat“, Stuttgart 1927, Heft 11.
8. W. Wolff. Über die Bedeutung von Feinmessungen für die Erforschung der gegenwärtigen Erdkrustenbewegungen Nordwestdeutschlands, insbes. des Küstengebietes. Zeitschr. d. Ges. f. Erdkde. Berlin 1929, Heft 7/8.
9. Höhen über N.N. von Festpunkten und Pegeln an Wasserstraßen. XV. Heft. Das Wesergebiet. I. Nachtrag. Berlin 1927. — Vorbemerkungen. —

Die Fehlerformeln des ebenen Dreiecks.

Von P. Werkmeister in Dresden.

Da die Fehlerformeln oder — wie sie auch genannt werden — Differentialformeln des ebenen Dreiecks in den Zusammenstellungen von E. Hammer¹⁾ und E. Doležal²⁾ in einer Form angegeben sind, bei der die Fehler der nicht gegebenen Stücke zum Teil als Funktionen der Fehler von gegebenen und nicht gegebenen Stücken dargestellt sind, so sollen im folgenden die Fehlerformeln des ebenen Dreiecks in der Form mitgeteilt werden, bei der jeder Fehler eine Funktion insbesondere der gegebenen Fehler ist. Die Herleitung von solchen Fehlerformeln kann man entweder analytisch oder auf Grund einer Figur³⁾ vornehmen; im folgenden geschieht die Herleitung analytisch.

Bei der analytischen Herleitung handelt es sich allgemein um die Lösung der folgenden Aufgabe: Zwischen den gegebenen Grössen x_1 , x_2 und x_3 mit den gegebenen positiven Fehlern Δx_1 , Δx_2 und Δx_3 einerseits und der zu bestimmenden Grösse y andererseits besteht die Gleichung

$$\varphi(y) = f(x_1, x_2, x_3).$$

Es soll der durch die Fehler Δx_1 , Δx_2 und Δx_3 an y hervorgerufene Fehler Δy bestimmt werden.

¹⁾ Lehr- und Handbuch der ebenen und sphärischen Trigonometrie.

²⁾ Hand- und Lehrbuch der niederen Geodäsie.

³⁾ Vergl. P. Werkmeister: Herleitung von Fehlerformeln auf Grund einer Figur. Schweizerische Zeitschrift für Vermessungswesen. 1924. Seite 249.

Wendet man auf die Gleichung

$$\varphi(y + \Delta y) = f(x_1 + \Delta x_1, x_2 + \Delta x_2, x_3 + \Delta x_3)$$

den Satz von Taylor an, und vernachlässigt man dabei die Glieder zweiter und höherer Ordnung, so erhält man

$$\frac{d\varphi(y)}{dy} \Delta y = \varphi'(y) \Delta y = \frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2} \Delta x_2 + \frac{\partial f}{\partial x_3} \Delta x_3$$

und damit zur Berechnung von Δy die Gleichung

$$\Delta y = \frac{\frac{\partial f}{\partial x_1}}{\varphi'(y)} \Delta x_1 + \frac{\frac{\partial f}{\partial x_2}}{\varphi'(y)} \Delta x_2 + \frac{\frac{\partial f}{\partial x_3}}{\varphi'(y)} \Delta x_3.$$

1. Gegeben die Seite a und die Winkel β und γ mit den Fehlern Δa , $\Delta \beta$ und $\Delta \gamma$; gesucht die Fehler Δb , Δc , $\Delta \alpha$ und ΔF von b , c , α und F .

a) Bestimmung von Δb .

Auf Grund der Gleichung

$$b = a \frac{\sin \beta}{\sin(\beta + \gamma)}$$

erhält man nach entsprechender Umformung

$$\Delta b = \frac{\sin \beta}{\sin(\beta + \gamma)} \Delta a + a \frac{\sin \gamma}{\sin^2(\beta + \gamma)} \frac{\Delta \beta}{e} - a \frac{\sin \beta \cos(\beta + \gamma)}{\sin^2(\beta + \gamma)} \frac{\Delta \gamma}{e} \quad (1^a)$$

Da es für die zahlenmäßige Berechnung von Δb im allgemeinen genügt, wenn man die Werte der Koeffizienten von Δa , $\Delta \beta$ und $\Delta \gamma$ in der Gleichung (1^a) näherungsweise bestimmt, so kann man bei diesen auch nicht gegebene, mit genügender Genauigkeit einer maßstäblichen Zeichnung entnehmbare Stücke einführen. Setzt man dementsprechend

$$\beta + \underline{\gamma} = 180^\circ - \alpha, \quad \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{b}{a} \quad \text{und} \quad \frac{\sin \gamma}{\sin \alpha} = \frac{c}{a},$$

so geht die Gleichung (1^a) über in

$$\Delta b = \frac{b}{a} \Delta a + \frac{c}{\sin \alpha} \frac{\Delta \beta}{e} + b \operatorname{ctg} \alpha \frac{\Delta \gamma}{e} \quad (1^{a'})$$

b) Bestimmung von Δc .

Auf Grund der Gleichungen (1^a) und (1^{a'}) ergibt sich unmittelbar

$$\Delta c = \frac{\sin \gamma}{\sin(\beta + \gamma)} \Delta a - a \frac{\sin \gamma \cos(\beta + \gamma)}{\sin^2(\beta + \gamma)} \frac{\Delta \beta}{e} + a \frac{\sin \beta}{\sin^2(\beta + \gamma)} \frac{\Delta \gamma}{e} \quad (1^b)$$

$$\text{und} \quad \Delta c = \frac{c}{a} \Delta a + c \operatorname{ctg} \alpha \frac{\Delta \beta}{e} + \frac{b}{\sin \alpha} \frac{\Delta \gamma}{e} \quad (1^{b'})$$

c) Bestimmung von $\Delta \alpha$.

Aus $\alpha = 180^\circ - (\beta + \underline{\gamma})$ folgt

$$\Delta \alpha = -\Delta \beta - \Delta \gamma \quad (1^c)$$

d) Bestimmung von ΔF .

Da bekanntlich

$$F = \frac{1}{2} a^2 \frac{\sin \beta \sin \gamma}{\sin(\beta + \gamma)},$$

so ist

$$\Delta F = a \frac{\sin \beta \sin \gamma}{\sin(\beta + \gamma)} \Delta a + \frac{1}{2} a^2 \frac{\sin^2 \gamma}{\sin^2(\beta + \gamma)} \frac{\Delta \beta}{e} + \frac{1}{2} a^2 \frac{\sin^2 \beta}{\sin^2(\beta + \gamma)} \frac{\Delta \gamma}{e} \quad (1^a)$$

Setzt man wieder $\beta + \gamma = 180^\circ - \alpha$ und berücksichtigt man die durch den Sinussatz bestimmten Beziehungen, so geht die Gleichung (1^a) über in

$$\Delta F = b \sin \gamma \Delta a + \frac{1}{2} c^2 \frac{\Delta \beta}{e} + \frac{1}{2} b^2 \frac{\Delta \gamma}{e}.$$

Beachtet man noch, dass $b \sin \gamma$ gleich der Höhe h_a des Dreiecks ist, so findet man

$$\Delta F = h_a \Delta a + \frac{1}{2} c^2 \frac{\Delta \beta}{e} + \frac{1}{2} b^2 \frac{\Delta \gamma}{e} \quad (1^a')$$

2. Gegeben die Seiten b und c und der Winkel α mit den Fehlern Δb , Δc und $\Delta \alpha$; gesucht die Fehler Δa , $\Delta \beta$, $\Delta \gamma$ und ΔF von a , β , γ und F .

a) Bestimmung von Δa .

Aus der Gleichung $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$ ergibt sich nach einfacher Umformung

$$\Delta a = \frac{b - c \cos \alpha}{a} \Delta b + \frac{c - b \cos \alpha}{a} \Delta c + \frac{bc \sin \alpha}{a} \frac{\Delta \alpha}{e} \quad (2^a)$$

Berücksichtigt man denselben Gesichtspunkt wie oben und setzt man dementsprechend $b - c \cos \alpha = a \cos \gamma$, $c - b \cos \alpha = a \cos \beta$ und $bc \sin \alpha = a h_a$, so erhält man

$$\Delta a = \cos \gamma \Delta b + \cos \beta \Delta c + h_a \frac{\Delta \alpha}{e} \quad (2^a')$$

b) Bestimmung von $\Delta \beta$.

Auf Grund der Gleichung

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{b \sin \alpha}{c - b \cos \alpha}$$

findet man nach einiger Umformung

$$\Delta \beta = e \frac{c \sin \alpha \cos^2 \beta}{(c - b \cos \alpha)^2} \Delta b - e \frac{b \sin \alpha \cos^2 \beta}{(c - b \cos \alpha)^2} \Delta c + \frac{bc \cos \alpha - b^2}{(c - b \cos \alpha)^2} \cos^2 \beta \Delta \alpha \quad (2^b)$$

oder mit $c - b \cos \alpha = a \cos \beta$, $b - c \cos \alpha = a \cos \gamma$ und $c \sin \alpha = a \sin \gamma$

$$\Delta \beta = e \frac{\sin \gamma}{a} \Delta b - e \frac{\sin \beta}{a} \Delta c - \frac{b}{a} \cos \gamma \Delta \alpha \quad (2^b')$$

c) Bestimmung von $\Delta \gamma$.

An Hand der Gleichung

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{c \sin \alpha}{b - c \cos \alpha} \quad (2^c)$$

erhält man

$$\Delta \gamma = -e \frac{c \sin \alpha \cos^2 \gamma}{(b - c \cos \alpha)^2} \Delta b + \frac{b \sin \alpha \cos^2 \gamma}{(b - c \cos \alpha)^2} \Delta c + \frac{bc \cos \alpha - c^2}{(b - c \cos \alpha)^2} \cos^2 \gamma \Delta \alpha$$

oder mit $b - c \cos \alpha = a \cos \gamma$, $c - b \cos \alpha = a \cos \beta$ und $c \sin \alpha = a \sin \gamma$

$$\Delta \gamma = -e \frac{\sin \gamma}{a} \Delta b + e \frac{\sin \beta}{a} \Delta c - \frac{c}{a} \cos \beta \Delta \alpha \quad (2^c')$$

d) Bestimmung von ΔF .

Von der bekannten Gleichung

$$F = \frac{1}{2} b c \sin \alpha$$

ausgehend, erhält man

$$\Delta F = \frac{1}{2} c \sin \alpha \Delta b + \frac{1}{2} b \sin \alpha \Delta c + \frac{1}{2} b c \cos \alpha \frac{\Delta \alpha}{\rho} \quad (2^d)$$

oder mit $c \sin \alpha = h_b$ und $b \sin \alpha = h_c$

$$\Delta F = \frac{1}{2} h_b \Delta b + \frac{1}{2} h_c \Delta c + \frac{1}{2} b c \cos \alpha \frac{\Delta \alpha}{\rho} \quad (2^d')$$

3. Gegeben die Seiten a und b und der Winkel α mit den Fehlern Δa , Δb und $\Delta \alpha$; gesucht die Fehler Δc , $\Delta \beta$, $\Delta \gamma$ und ΔF .

a) Bestimmung von Δc .

Da $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$, so ist

$$c = b \cos \alpha + \sqrt{a^2 - b^2 \sin^2 \alpha}$$

Hieraus erhält man

$$\begin{aligned} \Delta c = & \frac{a}{\sqrt{a^2 - b^2 \sin^2 \alpha}} \Delta a + \left(\cos \alpha - \frac{b \sin^2 \alpha}{\sqrt{a^2 - b^2 \sin^2 \alpha}} \right) \Delta b \\ & + \left(-b \sin \alpha - \frac{b^2 \sin \alpha \cos \alpha}{\sqrt{a^2 - b^2 \sin^2 \alpha}} \right) \frac{\Delta \alpha}{\rho} \end{aligned} \quad (3^a)$$

Setzt man $\sqrt{a^2 - b^2 \sin^2 \alpha} = a \cos \beta$, so findet man nach einfachen Umformungen

$$\Delta c = \frac{1}{\cos \beta} \Delta a - \frac{\cos \gamma}{\cos \beta} \Delta b - c \operatorname{tg} \beta \frac{\Delta \alpha}{\rho} \quad (3^a')$$

b) Bestimmung von $\Delta \beta$.

Aus der Gleichung

$$\sin \beta = \frac{b \sin \alpha}{a}$$

ergibt sich

$$\Delta \beta = -\rho \frac{b \sin \alpha}{a^2 \cos \beta} \Delta a + \rho \frac{\sin \alpha}{a \cos \beta} \Delta b + \frac{b \cos \alpha}{a \cos \beta} \Delta \alpha \quad (3^b)$$

oder mit $\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \beta}{b}$

$$\Delta \beta = -\rho \frac{\operatorname{tg} \beta}{a} \Delta a + \rho \frac{\operatorname{tg} \beta}{b} \Delta b + \frac{\operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha} \Delta \alpha \quad (3^b')$$

c) Bestimmung von $\Delta \gamma$.

Da $\Delta \gamma = -\Delta \beta$ bzw. $\Delta \gamma = -(\Delta \alpha + \Delta \beta)$ ist, so bestehen die Gleichungen

$$\Delta \gamma = \rho \frac{b \sin \alpha}{a^2 \cos \beta} \Delta a - \rho \frac{\sin \alpha}{a \cos \beta} \Delta b - \left(1 - \frac{b \cos \alpha}{a \cos \beta} \right) \Delta \alpha$$

oder

$$\Delta \gamma = \rho \frac{b \sin \alpha}{a^2 \cos \beta} \Delta a - \rho \frac{\sin \alpha}{a \cos \beta} \Delta b - \frac{c}{a \cos \beta} \Delta \alpha \quad (3^c)$$

und

$$\Delta \gamma = \rho \frac{\operatorname{tg} \beta}{a} \Delta a - \rho \frac{\operatorname{tg} \beta}{b} \Delta b - \frac{c}{a \cos \beta} \Delta \alpha \quad (3^c')$$

d) Bestimmung von ΔF .

Es lässt sich zeigen, dass

$$F = \frac{1}{2} b \sin \alpha \left(b \cos \alpha + \sqrt{a^2 - b^2 \sin^2 \alpha} \right)$$

Auf Grund dieser Gleichung erhält man nach entsprechenden Umformungen

$$\Delta F = \frac{1}{2} a \operatorname{tg} \beta \Delta a + \frac{1}{2} a \frac{\sin(\beta - \gamma)}{\cos \beta} \Delta b + \frac{1}{2} b c \frac{\cos \gamma}{\cos \beta} \frac{\Delta \alpha}{e} \quad (3^a)$$

4. Gegeben die Seiten a , b und c mit den Fehlern Δa , Δb und Δc ; gesucht die Fehler $\Delta \alpha$, $\Delta \beta$, $\Delta \gamma$ und ΔF .

a) Bestimmung von $\Delta \alpha$.

Aus $\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$ folgt

$$\Delta \alpha = e \frac{1}{c \sin \beta} \Delta a - e \frac{1}{b \operatorname{tg} \gamma} \Delta b - e \frac{1}{c \operatorname{tg} \beta} \Delta c \quad (4^a)$$

b) Bestimmung von $\Delta \beta$.

Aus $\cos \beta = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca}$ folgt

$$\Delta \beta = -e \frac{1}{a \operatorname{tg} \gamma} \Delta a + e \frac{1}{a \sin \gamma} \Delta b - e \frac{1}{c \operatorname{tg} \alpha} \Delta c \quad (4^b)$$

c) Bestimmung von $\Delta \gamma$.

Aus $\cos \gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$ folgt

$$\Delta \gamma = -e \frac{1}{a \operatorname{tg} \beta} \Delta a - e \frac{1}{b \operatorname{tg} \alpha} \Delta b + e \frac{1}{b \sin \alpha} \Delta c \quad (4^c)$$

d) Bestimmung von ΔF .

Aus der Gleichung $F = \frac{1}{2} b c \sin \alpha$

erhält man

$$\Delta F = \frac{1}{2} c \sin \alpha \Delta b + \frac{1}{2} b \sin \alpha \Delta c + \frac{1}{2} b c \cos \alpha \frac{\Delta \alpha}{e}$$

Setzt man hier den durch die Gleichung (4^a) bestimmten Wert von $\Delta \alpha$ ein, so findet man nach einiger Umformung

$$\Delta F = \frac{1}{2} a \operatorname{ctg} \alpha \Delta a + \frac{1}{2} b \operatorname{ctg} \beta \Delta b + \frac{1}{2} c \operatorname{ctg} \gamma \Delta c \quad (4^d)$$

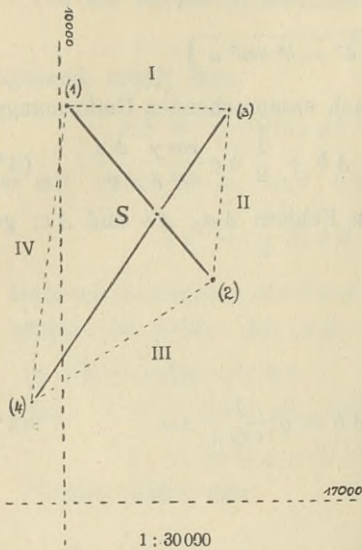
Führt man noch den Halbmesser R des Umkreises ein, so geht die Gleichung

(4^d) mit $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$ über in

$$\Delta F = R \cos \alpha \Delta a + R \cos \beta \Delta b + R \cos \gamma \Delta c \quad (4^d')$$

Von den im vorstehenden mitgeteilten Fehlerformeln scheinen mir einige, besonders diejenigen für den Flächenfehler ΔF neu zu sein.

Die Determinante als Hilfsmittel bei Flächenberechnungen.



Im Jahrgang 1931 dieser Zeitschrift teilte ich auf Seite 268 ein Rechenschema mit, das mir damals sehr nützlich schien, um die Berechnung des Schnittpunkts zweier Geraden zu erleichtern. Es handelt sich dabei um die Berechnung von 4 Dreiecksflächen, a.a.O. mit o , u , l und r bezeichnet. Neuerdings wende ich ein anderes Schema an, das noch einfacher ist. Ich ordne die Punkte in der Reihenfolge, wie sie im Viereck, dessen Diagonalen die schneidenden Geraden (1) — (2) und (3) — (4) sind, rechtläufig aufeinander folgen, im Beispiel also (1) — (3) — (2) — (4) — (1), schreibe hinter jeden Punkt die Koordinaten und bilde die Unterschiede von je zwei aufeinanderfolgenden Koordinaten, also:

P	y	Δy	x	Δx
(1)	10 032,56		18 524,67	
		I + 612,37		I + 6,92
(3)	10 644,93		18 531,59	
		II — 56,95		II — 674,26
(2)	10 587,98		17 857,33	
		III — 694,96		III — 462,10
(4)	9 893,02		17 395,23	
		IV + 139,54		IV + 1129,44
(1)	10 032,56		18 524,67	
		Probe { + 751,91		Probe { + 1136,36
		— 751,91		— 1136,36

Die Δy und Δx sind die Koordinatenänderungen, die einer Bewegung im positiven Sinne längs den Vierecksseiten I, II, III, und IV entsprechen. Die Summen der 4 Δy und der 4 Δx müssen, da sie einem vollständigen Umlauf mit Rückkehr zum Ausgangspunkt entsprechen, 0 ergeben.

Die 4 für die Schnittpunktberechnung wesentlichen Dreiecksflächen erhält man aus folgenden Determinanten:

$$\begin{vmatrix} -\Delta y \text{ IV} & -\Delta x \text{ IV} \\ +\Delta y \text{ I} & +\Delta x \text{ I} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -139,54 & -1129,44 \\ +612,37 & +6,92 \end{vmatrix} = 2 \cdot \Delta 1^*)$$

$$\begin{vmatrix} -\Delta y \text{ I} & -\Delta x \text{ I} \\ +\Delta y \text{ II} & +\Delta x \text{ II} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -612,37 & -6,92 \\ -56,95 & -674,26 \end{vmatrix} = 2 \cdot \Delta 3$$

*) Die Dreiecke benennt man zweckmäßigerweise nach dem Punkt, den die in der Determinante vorkommenden Vierecksseiten gemein haben. Da Seiten IV und I Punkt (1) gemein haben, heißt das erste Dreieck $\Delta 1$ usw.

$$\begin{vmatrix} -\Delta y \text{ II} & -\Delta x \text{ II} \\ +\Delta y \text{ III} & +\Delta x \text{ III} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} + 56,95 & + 674,26 \\ - 694,96 & - 462,10 \end{vmatrix} = 2 \cdot \Delta 2$$

$$\begin{vmatrix} -\Delta y \text{ III} & -\Delta x \text{ III} \\ +\Delta y \text{ IV} & +\Delta x \text{ IV} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} + 694,96 & + 462,10 \\ + 139,54 & + 1129,44 \end{vmatrix} = 2 \cdot \Delta 4$$

Die 4 Determinanten bilden eine überaus einfache Folge der Koordinaten-Unterschiede, so daß man die Determinanten unmittelbar aus dem Schema der Koordinaten-Unterschiede herausschreiben kann. Die Flächenberechnung aus den Determinanten ist kaum schwieriger als die Berechnung aus zwei Paaren Faktoren. Die Determinanten sind ja auch nur eine eigentümliche Anordnung von Faktorenpaaren. Diese Anordnung hat hier den Vorteil, daß das Aufstellen der Determinanten viel bequemer ist, als eine andere Art, die zusammengehörigen Faktoren zusammensuchen. Die Formeln gelten auch, wenn sich die Geraden außerhalb der Strecken (1) — (3) oder (2) — (4) schneiden. Dann ergeben sich ganz mechanisch einzelne negative Flächen.

Auch sonst bieten Determinanten bei der Flächenberechnung von Dreiecken und Vierecken Rechenvorteile. Die Fläche des Vierecks $a b c d$ z. B.

läßt sich darstellen durch die Determinante $\begin{vmatrix} y_c - y_a & x_c - x_a \\ y_b - y_d & x_b - x_d \end{vmatrix}$. Ich

deute diese Determinante an durch die Schreibweise $\left\| \begin{matrix} a c \\ d b \end{matrix} \right\|$, was heißen

soll: Es ist die Determinante zu bilden aus den Koordinatenunterschieden, die einem Übergang von Punkt a nach Punkt c und von Punkt d nach Punkt b entsprechen. Wären z. B. gegeben folgende Koordinaten der Punkte (1) bis (4), nämlich:

P	y	x
(1)	+ 1	+ 5
(2)	+ 4	- 1
(3)	+ 2	- 3
(4)	- 3	+ 4

so würde ich schreiben:

$$2 \cdot V = \left\| \begin{matrix} (1) (3) \\ (4) (2) \end{matrix} \right\| = \begin{vmatrix} + 1 - 8 \\ + 7 - 5 \end{vmatrix} = - 5 - (- 56) = - 5 + 56 = + 51$$

wo die Determinante folgendermaßen entsteht:

beim Übergang von (1) nach (3) ändert sich y um + 1; x um - 8

beim Übergang von (4) nach (2) ändert sich y um + 7; x um - 5

Der Ausdruck $\left\| \begin{matrix} a c \\ d b \end{matrix} \right\|$ kann als mathematisches Zeichen für die doppelte Vierecksfläche angesehen werden und man darf ihn in Gleichungen einführen (wie oben bereits geschehen) und z. B. schreiben

$$2 \cdot V = \left\| \begin{matrix} a c \\ b d \end{matrix} \right\| = \begin{vmatrix} y_c - y_a & x_c - x_a \\ y_b - y_d & x_b - x_d \end{vmatrix} = \\ = (y_c - y_a)(x_b - x_d) - (y_b - y_d)(x_c - x_a)$$

Ich nenne den Ausdruck, weil $a c$ und $d b$ Diagonalen des Vierecks sind, die „Diagonalform des Vierecks“. Man bildet die Diagonalform aus den in rechläuferiger Reihenfolge bezifferten Punkten, indem man sie in folgender Reihenfolge schreibt

$\left(\begin{array}{c} 1 \\ 4 \end{array} \begin{array}{c} \times \\ \searrow \swarrow \end{array} \begin{array}{c} 3 \\ 2 \end{array} \right)$. Es ist dabei gleichgültig, welcher Punkt als Anfangspunkt gezählt wird, so daß man $\left\| \begin{array}{cc} (1) & (3) \\ (4) & (2) \end{array} \right\|$ z. B. ersetzen kann durch $\left\| \begin{array}{cc} (3) & (1) \\ (2) & (4) \end{array} \right\|$; wesentlich ist nur die Reihenfolge $\left(\begin{array}{c} 1 \\ 4 \end{array} \begin{array}{c} \times \\ \searrow \swarrow \end{array} \begin{array}{c} 3 \\ 2 \end{array} \right)$, die ja auch in $\left(\begin{array}{c} 3 \\ 2 \end{array} \begin{array}{c} \times \\ \searrow \swarrow \end{array} \begin{array}{c} 1 \\ 4 \end{array} \right)$ gewahrt ist.

Die Diagonalform ist auch für Dreiecksflächen anwendbar. Bei Dreiecken hat man die Wahl, welches Seitenpaar man als „Diagonalen“ eines Vierecks mit einer zu Null gewordenen Seite ansehen will. Der gemeinschaftliche Punkt der beiden Seiten des Paares heiße d (doppelt gezählter Punkt). Dann erhält man die Diagonalform des Dreiecks am einfachsten, wenn man, von d ausgehend, das Dreieck rechtsherum umgeht und wieder auf d endigt. Ist also f der auf d folgende Punkt, v der vorhergehende Punkt, so ist das Dreieck $v d f$ gleich dem „Viereck“ $d f v d$ und die Diagonalform lautet $\left\| \begin{array}{cc} d v \\ d f \end{array} \right\|$. Diese Diagonalformen haben sich im täglichen Gebrauch bewährt und ich möchte die Fachgenossen bitten, einmal einen Versuch damit zu machen.

Frankenberg (Eder), Februar 1932

Mittelstaedt.

Die Einschätzung des Bodens und ihre Auswertung im preußischen Umlegungsverfahren.

Von Professor emer. Deubel.

I. Allgemeines.

(1) Hinsichtlich der bei der Schätzung von Landgütern und einzelnen Grundstücken anzuwendenden Methode standen sich von altersher die beiden grundsätzlich verschiedenen Richtungen gegenüber: einerseits die Bewertung des Grund und Bodens nach dem landwirtschaftlichen Reinertrag, die auf Thaer, Koppe und Settegast zurückgeht und in v. d. Goltz ihren späteren Vertreter gefunden hat, andererseits die Schätzung nach dem Grund- oder Kapitalwert, für die sich Aereboe in seiner Taxationslehre so energisch eingesetzt hat. Zu letzterer hat sich auch die preußische Grundsteuerverwaltung in den Ergänzungssteuergesetzen vom 14. Juli 1893, vom 19. Juni 1906 und vom 26. Mai 1909 bekannt, indem sie in der „Technischen Anleitung vom 26. Dez. 1893 anordnete, „wirklich gezahlte Grundstückspreise und andere Taxen“ möglichst vollständig durch die preußische Katasterverwaltung zu sammeln¹⁾.

¹⁾ Dr. Helmut Borgstätte: Die Kaufpreise des ländlichen Immobilienbesitzes im Kreise Dessau usw. Z. f. V. 1929 (Sonderdruck).

(2) Die Schätzungen von über das ganze Deutsche Reich verstreuten Landgütern²⁾ müssen notwendig von einem Schätzungsrahmen ausgehen, der für alle Kulturarten, Bodenarten, Schwemmland-, Verwitterungs- und Moorboden Reinertragsverhältniszahlen nachweist. (Reichsbewertungsgesetz vom 10. August 1925 und vom 22. Mai 1931.) Als beeinflussende Momente kommen in Betracht: 1. das Klima (Niederschlagsmenge, Wärmeverhältnisse je nach der Höhenlage, kontinentales und Seeklima), 2. die äußere Verkehrslage (Lage des Gutes zum Markt oder zur Verladestelle der Eisenbahn oder des Schiffsverkehrs, Arbeiter- und Lohnverhältnisse, Zuckerfabriken und Brennereien in der Nähe des Gutes), 3. die innere Verkehrslage (geschlossenes Gut, oder im Gemenge mit anderen Kulturarten oder mit fremden Grundstücken liegende Gutsflächen, Feldscheunen und Vorwerke, Größe und Gestalt der Trennstücke, Verschiedenheit der Bodenbeschaffenheit innerhalb der einzelnen Trennstücke, Zuwegung, ebene, wellige oder starkhängige Lage, Vorflutverhältnisse, Dränbedürftigkeit, Verteilung der Bodenarten, die Höhenlage, Entfernung der Schläge und Trennstücke vom Hofe).

(3) Die Schätzungen im Umlegungsverfahren beschränken sich hingegen auf den engen Bereich eines Gemeindebezirks (oder gar eines Feldteils) zu dem Zwecke der anderweiten Einteilung der landwirtschaftlich genutzten Flächen. Es liegen somit in bezug auf das Klima und die äußere Verkehrslage gleichartige Verhältnisse vor, und selbst von den nach Z. (2) zur inneren Verkehrslage gehörigen Faktoren sind nur zu berücksichtigen: die Verteilung der Bodenarten im Umlegungsgebiet (z. B. Buntsandsteinverwitterung und Kalkboden), die stark hängige Lage, die Sommer- und Winterseite, die Nähe des Waldes, die relative Höhe, der Grundwasserstand, Überschwemmungsgefahr, Neigung zu Befall und am meisten die Entfernung vom Hofe.

Der Schätzungstarif einer Umlegungssache stellt somit für sich ein System dar, das in einer benachbarten Sache ein wesentlich anderes sein kann.

Ursprünglich gingen die Schätzungen der Generalkommissionen von der Ermittlung des landwirtschaftlichen Reinertrags aus. Beispiele hierzu finden sich u. a. in der amtlich eingeführten „Technischen Instruktion für Auseinandersetzungs-Kommissarien der Provinz Sachsen“ von Oesten. Solche Reinertragsberechnungen setzen aber nicht nur gleichartige Betriebsgrößen und eine geordnete Buchführung voraus, welche die durchschnittlich erzielten Rotherträge und Bruttoeinnahmen ersehen läßt, sondern auch die tatsächlich aufgewendeten Betriebskosten. Derartige Unterlagen sind aber nur von einem wissenschaftlich geleiteten Betrieb durch eine viele Jahre hindurch sorgfältig geführte Betriebsstatistik zu erwarten, nicht aber von bäuerlichen Betrieben, auf die es bei den Umlegungen in erster Linie ankommt. Seit Einführung der künstlichen Düngemittel und landwirtschaft-

²⁾ Dr. Rothkegel und Dr. Herzog: Das Verfahren der Reichsfinanzverwaltung bei der Bewertung landwirtschaftlicher Betriebe. Berlin 1928. Parey.

lichen Maschinen sind die Roberträge und Betriebskosten, mithin die Reinerträge auch ganz besonders abhängig von dem verfügbaren Betriebskapital.

Die preußischen Generalkommissionen (jetzt Landeskulturämter) sind deshalb schon lange davon abgekommen, für den Fall einer Umlegung der Grundstücke umständliche und doch höchst unsichere Reinertragsberechnungen anzustellen, um aus dem Reinertrag einer Bodenklasse in mittlerer Entfernung den Kapital- oder landwirtschaftlichen Verkehrswert zu errechnen. Die Behörden sind vielmehr dazu übergegangen, aus dem gemeinen Wert den Schätzungswert einer Bodenklasse abzuleiten³⁾, der ein aus praktischen Gründen gekürzter gemeiner Wert, jedoch immer nur für Feldlagen in mittlerer Entfernung ist.

II. Die gesetzlichen Bestimmungen über die Einschätzung der Grundstücke im preussischen Umlegungsverfahren.

Es muß dem Landwirtschaftsministerium in Preußen hohe Anerkennung dafür gezollt werden, daß die Umlegungsordnung vom 21. Sept. 1920 zustande gekommen ist, die alle Sondergesetze der einzelnen Provinzen über die Zusammenlegung der Grundstücke aufhebt. Allerdings werden nach § 25 der U.O. nur alle entgegenstehenden Vorschriften aufgehoben, was nach dem Kommentar von Peltzer S. 113 so zu verstehen ist, daß „von den seitherigen Vorschriften nur noch die Geltung haben, die dem vorliegenden Gesetz auch nicht sinngemäß widersprechen“. Hierzu gehören auch die Bestimmungen älterer Gesetze über die Bewertung der Grundstücke, an der die U.O. grundsätzlich nichts geändert hat. Das Urgesetz, die preußische Gemeinheitsteilungsordnung vom 7. Juni 1821 besagt über die Einschätzung folgendes:

§ 87. „Bei der Bestimmung des Wertes des Grund und Bodens werden die Gegenstände der Regel nach in dem Zustande angenommen, in welchem sie sich zur Zeit der Auseinandersetzung befinden.“

§ 88: „Der Grund und Boden ist nach dem Nutzen und Ertrage zu schätzen, welchen die Sache jedem Beteiligten gewähren kann.“

Der Wortlaut des § 88 ist auch in das Gesetz vom 2. April 1872 § 2 übergegangen. Der § 90 der G.T.O. von 21 enthält dann die ergänzende Bestimmung: „Jeder Teilnehmer muß nicht nur für den nach § 88 ff. ermittelten Wert, sondern auch für den Unterschied in der Entfernung und für andere Vorteile der Lage entschädigt werden.“

Der § 11 der U. O. von 1920 faßt alle Vorschriften über die Bewertung des Grund und Bodens als Maßstab für die Beurteilung der Abfindung zusammen und lautet auszugsweise wie folgt:

³⁾ Offen berg: Bewertung ländlicher Grundstücke S. 76/77.

„(1) Jeder Teilnehmer muß für die von ihm abzutretenden Grundstücke durch Land von gleichem Wert abgefunden werden. Die Abfindung muß vorzugsweise in Grundstücken von einer dem abzutretenden Lande gleichen oder nahestehenden Güte bestehen.

Zur Ergänzung der Landentschädigung muß ausnahmsweise, wo es erforderlich ist, Geld gegeben und angenommen werden.

(2) Die Lage der einzelnen Landabfindungen ist so zu bestimmen, wie es dem gegeneinander abzuwägenden wirtschaftlichen Vorteil aller Teilnehmer am meisten entspricht.“

Peltzer bemerkt hierzu auf S. 63 a.a.O. sehr richtig, daß es sich nur um Vergleichswerte handele, (in der Regel aber nicht um wirkliche Werte. Letzteres kommt aber in Frage, wenn nach dem Schlußsatz von Absatz (1) Geld gegeben und angenommen werden muß. Die U.O. erkennt somit indirekt den Zusammenhang von Schätzwert und gemeinem Werte an. Es hätte aber viel zur klaren Umschreibung des Begriffes „Wert“ gedient, wenn auch der oben angeführte § 90 der G.T.O. von 21 betr. die Einbeziehung der Entfernung in die U.O. übernommen worden wäre. Nach § 18 der U.O. sind ablösbare Dienstbarkeiten bei der Umlegung abzulösen und gemeinschaftliches Eigentum, das nach den Vorschriften der Gemeinheitsteilungsordnungen der Aufhebung unterliegt, ist aufzuteilen. Peltzer sagt hierüber auf S. 63 a.a.O.: „Wenn aber der wirkliche Wert in Betracht kommt (z. B. im Falle der Ablösung von Dienstbarkeiten oder Aufteilung von Gemeinheiten), so ist der Grund und Boden „nach seinem gemeinen Werte zu veranschlagen“.

Die Rechtsprechung stimmt ebenfalls darin überein, daß in allen Fällen, in denen es nicht auf den landwirtschaftlichen „Ertrag“ ankommt, der gemeine Wert als Ausgleichswert in Rechnung zu stellen ist; z. B. bei der Regulierung der Eigentumsgrenzen innerhalb der Hofgrundstücke. Spekulationswerte können nicht berücksichtigt werden. Hat z. B. der A ein großes Interesse daran, sein Gehöft durch Zukauf zu vergrößern, so kann dem bisherigen Eigentümer jener geplanten Zukaufsfäche B im Umlegungsverfahren nicht der „Wert“ angerechnet werden, den dieser jener Fläche unter der Zwangslage des A beimißt. Vielmehr haben sowohl B wie A nur Ansprüche an die Gesamtheit nach Maßgabe der landwirtschaftlichen Nutzung ihres Vorbesitzes (vergl. Urteil des Oberlandeskulturgerichts vom 20. Nov. 1908).

Besitzt A z. B. keine Parzellen, die die Zuteilung des Anschlußplans rechtfertigen, so kann doch im Wege der Verhandlung mit den Bevollmächtigten ein Geldbetrag vereinbart werden, den A an die Gesamtheit (Nebenkostenkasse) zu zahlen hat.

III. Die Beziehungen der Schätzungswerte im Umlegungsverfahren zum Verkehrswert und zum gemeinen Wert.

(1) Die dem Umlegungsverfahren in Preußen zu Grunde liegenden Werte der einzelnen Bodenklassen für die Flächeneinheit werden in den Bezirken der einzelnen Landeskulturämter bald als Reinerträge, bald als Schätzungswerte oder auch als Ertragswerte bezeichnet. Begrifflich sind aber diese verschiedenen Bezeichnungen als vollkommen gleichbedeutend aufzufassen, nämlich zunächst als Vergleichswerte für die vermöge der natürlichen Fruchtbarkeit des Bodens bei ortsüblicher Wirtschaftsweise unter Abzug der Werbungskosten von der Flächeneinheit zu erzielenden Erträge, bezogen auf Grundstücke in mittlerer Entfernung von der Ortslage. Diese Begriffserklärung ergibt sich aus der gesetzlichen Vorschrift, wonach der Boden zu dem Werte zu schätzen ist, der dem Nutzen und Ertrag entspricht, welchen der Boden jedem Besitzer gewähren kann. Es ist auch nichts besonderes, wenn in einzelnen Bezirken z. B. in der Rheinprovinz zum Teil noch mit viestelligen sog. Kapitalwerten gearbeitet wird, die aber gleichfalls an eine mittlere Entfernung gebunden sind und nichts anderes als ein Vielfaches der sonst üblichen „Vergleichswerte“ sind, einerlei ob diese „Reinerträge“, oder „Ertragswerte“, oder „Schätzungswerte“ genannt werden. Ist z. B. der „Kapitalwert“ einer Ackerklasse für 1 ha zu 3600 M. angenommen worden, so hat schon 1 qm einen Wert von 36 Pf. und 10 qm haben einen solchen von 3,60 M. Die Flächen der einzelnen Klassen sind in der Regel auf 10 qm abgerundet, aber die Genauigkeit dieser Flächenangaben erreicht bei weitem nicht die Grenze von 10 qm. Welchen praktischen Wert kann es somit haben, die „Kapitalwerte“ auf Pfennige zu berechnen, wenn ein Flächenunterschied von nur 1 qm einen Wertsunterschied von 36 Pf. hervorruft, der selbst bei „Kapitalwerten“ von 2000 M. und 800 M. je ha noch Wertsunterschiede von 20 Pf. und 8 Pf. ausmacht?

Werden diese „Kapitalwerte“ jedoch mit 100 auf die „Vergleichswerte“ 36,00 M., 20,00 M. und 8,00 M. je ha gekürzt, so erzeugt ein Flächenunterschied von 10 qm nur einen Wertsunterschied von rd. 4 Pf. bzw. 2 und 1 Pf. Die Abstimmung auf einen Sollwert nach Pfennigen wird nicht nur erleichtert, sondern sie entspricht auch der Genauigkeit der Flächenermittlung und dem praktischen Bedürfnis. Die Beibehaltung der sog. „Kapitalwerte“ ist wegen der schwankenden Schätzung eine Vortäuschung einer größeren Genauigkeit bei der Abrechnung zwischen Forderung und Abfindung, außerdem aber eine große Erschwerung beim Planentwurf, was ohne weiteres einleuchtet, wenn man bedenkt, daß in dem oben angenommenen Falle eine Flächendifferenz von nur 3 qm schon einen Wertunterschied von 1,08 M. ausmacht, während eine solche Flächendifferenz bei Verwendung gekürzter Vergleichswerte völlig außer Acht gelassen werden kann.

Für den in Umlegungssachen üblichen „Vergleichswert“ wählen wir die Bezeichnung Schätzungswert, weil er allenfalls nur ein gekürz-

ter Reinertrag ist, und weil in der Grundsteuergesetzgebung und in dem Reichsbewertungsgesetz vom 10. VIII. 1925 der „Ertragswert“ die verschiedenartigsten Auslegungen gefunden hat, z. B. als Ertragsfähigkeit, als kapitalisierter Reinertragswert oder als Wirtschaftswert im Gegensatz zum gemeinen Wert. Es geht aber schon aus obigem hervor, daß der Schätzungswert mit dem Kapitalisierungsfaktor multipliziert den landwirtschaftlichen Verkehrs- oder Kaufwert einer Bodenklasse in mittlerer Entfernung ergibt, d. h. einen Kapitalwert, der unabhängig von Angebot und Nachfrage ist. Wenn dagegen der Grund und Boden einer Feldlage z. B. deshalb besonders begehrt ist, weil sie in einen festgestellten Bebauungsplan einbezogen worden ist, oder aus einem anderen Grunde, der mit dem landwirtschaftlichen „Ertrag“ nichts zu tun hat, so ist der so ermittelte Kapitalwert dem Verkehrswert oder gemeinen Wert nicht gleichzusetzen. Für gewöhnlich kann aber der landwirtschaftliche Verkehrswert dem gemeinen Wert gleichgesetzt werden und ganz besonders dann, wenn umgekehrt aus dem gemeinen Wert bzw. aus tatsächlich gezahlten Kaufpreisen die Schätzungswerte abgeleitet werden⁴⁾ (vergl. oben Ziff. I zu (1)).

Es ist zwar praktisch unmöglich, für eine Bodenklasse einen Schätzungswert zu ermitteln, der allen Beteiligten, Großgrundbesitzer, Bauer oder Kleinbauer den gleichen „Nutzen und Ertrag“ gewährt. Denn der Ertrag hängt wesentlich ab von dem Kapitalaufwand für Bestellungs- und Erntearbeiten, für Saatgut, Dünger, für Verwaltung, Steuern, Versicherungen, Gebäude- und Geräteunterhaltung und nicht zuletzt für Hypothekenschulden, und dieser Kapitalaufwand kann je nach der Betriebsgröße und den sonstigen wirtschaftlichen Verhältnissen je ha ein sehr verschiedener sein.

Es ist auch ohne weiteres einleuchtend, daß z. B. die hoch eingeschätzten Ackerklassen I—III für einen Kleinbauer nicht den gleichen „Wert“ haben können wie für ein Landgut, vielmehr wird der Kleinbauer seinen „wirtschaftlichen Vorteil“ darin sehen, daß er unter Abstoßung hochwertiger und geringwertiger Flächen Abfindung in den Mittelklassen erhält, zumal der Vorteil einer starken Zusammenlegung für ihn nicht in Frage kommt.

Ungeachtet dieser subjektiven Werturteile müssen die Schätzungswerte nicht nur von einer mittleren Entfernung, sondern auch von mittleren Betriebsgrößen ausgehen und zwar unter Wahrung der Beziehung zu den Verkehrswerten bzw. den gemeinen Werten, denn das Gesetz versteht unter „Wert“ auch den „Kapitalwert“, wie das aus folgendem hervorgeht:

Die Umlegungsordnung hat im § 3⁽²⁾ die Bestimmung der nassauischen Konsolidationsgesetzgebung übernommen, wonach auch ganze Ortslagen oder Teile derselben umgelegt werden können. Diese als Hofräume oder Hausgärten nicht landwirtschaftlich genutzten Flächen können nur nach gekürzten Verkehrswerten geschätzt werden und die Schätzungswerte

⁴⁾ Offen berg: Die Bewertung ländlicher Grundstücke S. 72. Berlin, Parey 1908.

der angrenzenden Feldgrundstücke müssen notwendig den Werten der Hofgrundstücke möglichst angepaßt werden.

§ 20⁽²⁾ u. ⁽³⁾ der Umlegungsordnung bestimmt ferner, daß für die mit Hypotheken belasteten alten Grundstücke nach Maßgabe des Schätzwertes „gleichwertige“ Planstücke auszusondern sind. Der Auseinandersetzungsbehörde aber soll es überlassen bleiben, die Sonderung bis zum Eintritt eines Bedürfnisses oder bis ein Antrag eines Beteiligten erfolgt aussetzen. Diese Teilpläne sind aber nur dann „gleichwertig“, wenn sie dem gemeinen Wert der belasteten Grundstücke entsprechen, und das kann erst dann angenommen werden, wenn die Lage der letzteren neben dem Schätzwert maßgebend ist für die Wahl des zu sondernden Abfindungsstückes in einer gleichwertigen Feldlage. Es ist somit keineswegs der Schätzwert allein maßgebend.

Ferner sind nach § 11⁽¹⁾ der U.O. die Beteiligten gehalten, zum Ausgleich ihrer Forderung Kapital anzunehmen oder zu zahlen, und wenn der Geldbetrag auch im allgemeinen aus der Differenz gegen die Forderung nach Schätzwert mit dem Faktor für mittlere Entfernung berechnet werden kann, so muß doch für die Abtretung oder den Zuwachs einer Fläche an einer bestimmten Stelle der dieser Lage zukommende Kapitalisierungsfaktor gewählt werden, um einigermaßen zutreffende Geldbeträge zu erhalten. Wenn in § 11⁽²⁾ der U.O. gesagt ist, die Abfindung sei so zu wählen, wie es dem „wirtschaftlichen Vorteil“ aller Beteiligten am meisten entspricht, so wird doch immer vorausgesetzt, daß der gemeine Wert der Abfindung dem der alten Grundstücke mindestens gleichkommt. Aus meiner Praxis erinnere ich mich eines Falles, der hier kurz skizziert sein möge. Ein Waldbesitzer wünschte dringend, daß ihm die in seinem Wald liegenden Enklaven gegen seine in günstiger Lage befindlichen Feldgrundstücke zugeteilt würden. Diesem Wunsch konnte aber nicht entsprochen werden, weil die beiden Objekte zwar hinsichtlich des Schätzwertes vergleichbar waren, nicht aber hinsichtlich ihrer Lage zur Ortslage oder mit anderen Worten in bezug auf die gemeinen Werte. Dieser darf aber auch selbst dann nicht unberücksichtigt gelassen werden, wenn zwar ein „wirtschaftlicher Vorteil“ durch eine Abfindung in einer von derjenigen der alten Grundstücke sehr verschiedenen Lage für den zeitigen Besitzer erreicht wird, nicht aber der gleiche gemeine Wert im Falle des Verkaufs oder der Erbteilung (Abfindung für Streubesitz eines abseits vom Dorfe liegenden Mühlegehöfts).

Die Abrechnung nach dem Schätzwert, der allen Böden von gleicher natürlicher Fruchtbarkeit unter Berücksichtigung etwaiger besonderer Nachteile infolge Höhenlage, Hängigkeit, Grundwasserstand, Winterseite, Beschattung durch nahen Wald, Wildschaden, Befall, Überschwemmungsgefahr usw. zukommt, ohne daß er durch eine nähere oder weitere Lage zum Orte buhmäßig größer oder kleiner wird, verleiht dem Planentwurf ohne Zweifel eine größere Beweglichkeit als die Abrechnung nach Tauschwerten, die dem tatsächlichen Verkehrswert entsprechen sollen.

Nach letzterem Prinzip erfährt z. B. ein Kleinbauer wegen einer für ihn wenig ins Gewicht fallenden Begünstigung in der Entfernung eine Flächenkürzung, die er unbedingt ablehnen muß, nach dem preußischen Verfahren tritt dagegen bei der Rechnung nach Schätzungswerten keine Kürzung der Fläche ein.

Ferner ist nach § 87 der G.T.O. von 21 grundsätzlich für die Einschätzung der Zustand des Bodens, in dem er vorgefunden wird, maßgebend. In den Talgründen treten zwar durch Schaffung von Vorflut offensichtliche Verbesserungen ein, an denen aber alle Beteiligte mehr oder weniger teilnehmen. In sumpfigen Wiesen fällt auch weit mehr die Möglichkeit der Entwässerung durch besondere Gräben innerhalb der Abfindung oder durch systematische Dränung ins Gewicht als die nicht weit reichende Grundwasser-senkung in der Nähe des Baches oder Hauptgrabens. Es kommt aber noch hinzu, daß sich der Grad der ohne eigene Aufwendungen zufallenden Verbesserungen von vornherein nicht übersehen läßt, sondern allenfalls erst einige Jahre nach der Planausführung.

(2) Nachdem wir oben zu dem Ergebnis gekommen sind, daß ein Vielfaches des Schätzungswertes einer Bodenklasse in mittlerer Entfernung dem mittleren Verkehrswert dieser Bodenklasse oder genähert dem gemeinen Wert entspricht und in Anbetracht der Tatsache, daß es bei den Umlegungen weniger auf einen Schätzungswert ankommt, der als landwirtschaftlicher Reinertrag angesprochen werden kann als vielmehr auf einen Vergleichswert, der als ein gekürzter gemeiner Wert gelten kann, so erscheint es als durchaus angängig, umgekehrt, den Schätzungswert einer Bodenklasse aus dem gemeinen Wert abzuleiten⁵⁾. Denn gemeine Werte für eine Bodenklasse sind immer leichter zu erhalten als sichere Reinertragswerte für einen mittleren Betrieb, zumal die Beteiligten über Verkehrswerte einigermaßen unterrichtet sind, und außerdem können auch die für bestimmte Grundstücke der Gemeinde (oder Nachbargemeinde) wirklich gezahlten Kauf- oder Pachtpreise bei dem zuständigen Katasteramt erfragt werden. Hierbei ist jedoch nicht zu übersehen, daß in den hauptsächlich in Frage kommenden Gegenden des Westens mit Mittel- und Kleinbesitz der Verkauf ganzer Bauerngüter nur selten vorkommt und daß bei der Versteigerung einzelner Grundstücke fast regelmäßig überhöhte Preise bezahlt werden. Andererseits sind die vom Katasteramt aus den Eigentumsveränderungslisten entnommenen Kaufgelder oft zu niedrig, weil die Beteiligten durch falsche Angaben geneigt sind, die nach dem Werte des Gegenstandes zu berechnenden Auflassungsgebühren herabzudrücken. Bei vorsichtiger Auswahl und Vergleichung der angeblich gezahlten Kaufpreise erhält man auf solche Weise wenigstens Anhalte für den Verkehrs- oder gemeinen Wert einzelner Grundstücke, und wenn diese eine einigermaßen gleichartige Bodenbeschaffenheit aufweisen, auch einer Bodenklasse. Es wird noch weiter unten an einem Beispiel gezeigt werden, wie man auch bei wechselnder Bodenbeschaffenheit gemeine Werte für die einzelnen Bodenklassen genähert erhalten kann. Schließlich können für die Abstufung der Schätzungs-

⁵⁾ Offenbergl: Die Bewertung ländlicher Grundstücke S. 79 ff.

werte der Bodenklassen auch die Roherträge an Korn, Hafer und Kartoffeln, die den Beteiligten ebenfalls genügend bekannt sind, zum Ausgangspunkt genommen werden, indem man die Reinerträge in guten, mittleren und geringwertigen Böden etwa zu 27% bzw. 22% bzw. 15% der Roherträge schätzt⁶⁾.

In Formeln gefaßt, lassen sich diese Einsichten wie folgt ausdrücken und verwerten: Es bezeichne

V_m den Verkehrswert

einer Bodenklasse in mittlerer Entfernung von m km vom Hofe

B_m den Schätzungswert

einer Bodenklasse in mittlerer Entfernung von m km vom Hofe

k_m den Kapitalisierungsfaktor

einer Bodenklasse in mittlerer Entfernung von m km vom Hofe

V_n den Verkehrswert

der gleichen Bodenklasse in der Entfernung von n km vom Hofe

so ist

$$V_m = k_m B_m; V_n = k_n B_m \text{ und } V_m = \frac{V_n k_m}{k_n} \text{ oder } k_n = \frac{V_n k_m}{V_m}$$

Aufgabe I. Für eine mittlere Ackerklasse (etwa A. VI) sei für die Entfernung von 1 km von der Ortslage der Verkehrswert für 1 ha zu $V_m = 2800$ Mark ermittelt und für die gleiche Ackerklasse in der Entfernung von 2,5 km ein Verkehrswert $V_n = 2000$ M. Der Schätzungswert B_m ist mit $k_m = 100$ zu $B_m = 28,00$ M. angenommen worden. Aus diesen Daten ist zunächst der Kapitalisierungsfaktor k_n für 2,5 km zu errechnen, woraus sich dann unter der Annahme eines gleichmäßigen Fallens des Reinertrags mit zunehmender Entfernung ergibt um wieviel $k_m = 100$ zu verkleinern oder zu vergrößern ist, wenn die Entfernung um 100 m größer oder kleiner als 1 km ist.

Lösung: Nach obiger Formel ist

$$k_n = \frac{V_n k_m}{V_m} = \frac{2000 \cdot 100}{2800} = 72.$$

Auf die Strecke 2,5—1,0 km = 1,5 km wird der Kapitalisierungsfaktor um $100 - 72 = 28$ kleiner, auf 1 km mithin um $\frac{28}{1,5} = 18,7$ oder auf 100 m um 1,87.

In einer Entfernung von 3,5 km vom Orte ist hiernach der Kapitalisierungsfaktor zu $k_n = 100 - 1,87 \cdot \frac{3500 - 1000}{100} = 100 - 47 = \text{rd. } 53$ anzunehmen. Liegt aber die gleiche Bodenklasse nur 500 vom Orte entfernt, so wird $k_n = 100 + 1,87 \cdot \frac{1000 - 500}{100} = \text{rd. } 110$.

Bei Kapitalentschädigungen für eine Fläche von 1 a mit 0,28 M. Schätzungswert würde hiernach zu zahlen sein: in der Entfernung

⁶⁾ Rothkegel und Herzog: Das Verfahren der Reichsfinanzverwaltung bei der Bewertung landw. Betriebe. Berlin 1928. Parey, S. 52. Dr. ing. Hans Fluck macht in der Broschüre: Pauschal- und Punktiverfahren für die Bonitierungen in der Schweiz beachtenswerte Vorschläge. Verfasser verwirft die Verwertung von Kaufpreisen und glaubt an Hand von landwirtschaftlichen Bodenklassenübersichten, ähnlich den s. Zt. von Settegast aufgestellten, zu brauchbaren Verhältniszahlen des Reinertrags zu gelangen.

von 500 m in Geld $0,28 \times 110 = 30,80$ M.; in der Entfernung von 1000 m nur $0,28 \times 100 = 28,00$ M.; in 2500 m Entfernung $0,28 \times 72 = 20,20$ M. und in 3500 m Entfernung $0,28 \times 53 = 14,84$ M.

Diese Berechnung der Kapitalisierungsfaktoren macht selbstverständlich keinen Anspruch auf unbedingte Richtigkeit, aber sie gibt doch einen erwünschten Anhalt dafür, daß der Kapitalisierungsfaktor mit der Entfernung vom Orte veränderlich ist.

Aufgabe II: Wie hoch stellen sich die Verkehrs- oder gemeinen Werte der Bodenklasse A VI für die Entfernungen 500 m und 3500 m, wenn diese wie in Aufgabe I bei 1 km Entfernung zu 2800 M. und bei 2,5 km zu 2000 M. aus zuverlässigen Kaufpreisen ermittelt worden sind?

Lösung: Nach der Formel $V_n = k_n B_m$ errechnen sich die gemeinen Werte für 500 m Entfernung zu $110 \times 28 = 3080$ M.; für 3500 m Entfernung zu $53 \times 28 = \text{rd. } 1450$ M.

Aufgabe III: Um wieviel Prozent des gemeinen Wertes ändert sich dieser für die Bodenklasse A VI, wenn sich die Entfernung vom Orte um 100 m verringert bzw. vergrößert?

Lösung: Bezeichnet p die gefragte Änderung in Prozenten, so ist beim Übergang von m km nach n km nach obigen Formeln der gemeine Wert in der Entfernung von n km.

$$V_n = V_m \pm p V_m \frac{n - m}{100} \text{ und es ist}$$

$$p = \pm \frac{V_m - V_n}{V_m (n - m)} \cdot 100 \text{ oder in Zahlen } \pm p = \frac{(2800 - 2000) 100}{2800 (2500 - 1000)}$$

$$p = \pm 0,019 = \pm 1,9\%$$

Beim Übergang von 1000 m auf 3500 m beträgt hiernach die Minderung des gemeinen Wertes $\frac{2800 \cdot 1,9}{100} \cdot \frac{3500 - 1000}{100} = 1350$ M. und der gemeine Wert wird $V_n = 2800 - 1350 = 1450$ M. wie in Aufgabe II.

Aufgabe IV: Es ist nur ein Verkehrswert $V_n = 3600$ M./ha für eine vorläufig als A IV angesprochene Bodenklasse in der Entfernung von 2000 m vom Orte bekannt, und es wird gefragt: wie groß ist der Verkehrswert dieser Klasse in einer mittleren Entfernung von 1000 m?

Lösung: Man entnimmt aus der zeichnerischen Darstellung bei Z. IV den von der Reichsfinanzverwaltung angenommenen Prozentsatz für eine Wertminderung, der für guten Boden etwa zu 1,33% zutreffen wird. Für den gefragten Verkehrswert V_m in 1000 m Entfernung ist alsdann

$$V_m - \frac{V_m \cdot 1,33}{100} \cdot \frac{2000 - 1000}{100} = 3600 \text{ oder } V_m = 4150 \text{ M.}$$

IV. Die Bewertung des Grund und Bodens und die Entfernung der Grundstücke vom Wirtschaftshofe.

(1) Der Entfernungseinfluß. Es leuchtet ohne weiteres ein, daß für die einzelnen Bodenklassen gefundenen Werte, die auf eine mittlere Entfernung vom Dorfe bezogen sind, für größere oder kleinere Entfernungen der Abänderung bedürfen, indem diese Normal-Werte entsprechend

vermindert oder vergrößert werden. Diese Abzüge bzw. Zuschläge werden vereinigt in dem Begriff des Entfernungseinflusses. In erster Linie ist die von der Karte abgegriffene horizontale Entfernung für den Entfernungseinfluß bestimmend; es kommt aber noch hinzu die Wegebeschaffenheit und die Steigung in den Wegen, und endlich ist der Entfernungseinfluß ein verschiedener je nach der Betriebsgröße. Nach dieser richtet sich nicht nur der Anspann (Pferde oder Kühe), sondern es fällt auch sehr ins Gewicht, ob mit bezahlten Hilfskräften ganz oder teilweise gewirtschaftet wird oder mit zur Familie gehörenden Kräften. Der Großbesitz muß bei der Bewirtschaftung entlegener Ackerschläge mit dem erhöhten Arbeitsaufwand, ganz abgesehen von dem größeren Betriebskapital für vermehrte Zugkräfte und stärkeren Abnutzung der Wagen und Geschirre rechnen. Der erhöhte Arbeitsaufwand aber führt nicht nur zu einer merkbaren Minderung des Reinertrages und damit des landwirtschaftlichen Verkehrswerts, sondern schon bei 3—4 km vom Hofe ist die Ackerwirtschaft bei mittlerem Boden nur ungenügend rentabel und bei etwa 5 km ist der Reinertrag durch den Arbeitsaufwand in der Regel völlig aufgezehrt. Das hat zur Folge, daß bei entfernteren Schlägen von der sonst üblichen Fruchtfolge abgegangen und zu extensivem Betrieb, d. h. zum Futterbau (Feldgrasgemenge und Luzerne) übergegangen wird. Bei großen Gütern finden wir deshalb durchweg Vorwerke als an sich selbständige Nebengewirtschaften. Beim Mittelbesitz von 30—50 ha ist der Arbeitsaufwand schon wesentlich geringer, weil nur zum Teil bezahlte Kräfte verwendet werden, und dem Kleinbauern wird die Minderung des Reinertrags durch die Entfernung noch weniger fühlbar, weil er mit eigenen Kräften arbeitet, die erst dadurch vollbeschäftigt werden, daß auch entferntere Grundstücke vom Hofe aus bewirtschaftet werden, d. h. eine Vermehrung des Arbeitsaufwandes tritt hierdurch überhaupt nicht ein.

(2) Schon hieraus erhellt, daß es eine Unmöglichkeit ist, für eine der Umlegung unterliegenden Gemarkung mit stark wechselnden Betriebsgrößen einen einheitlichen Maßstab für den Entfernungseinfluß aufzustellen. Die Literatur berichtet zwar von vielen älteren und neueren Versuchen zur Ableitung des Entfernungseinflusses in % des Reinertrags für je 100 m Entfernung. Diese Angaben haben aber nur einen sehr bedingten Wert, weil nicht gesagt wird, für welche Betriebsgröße und Ackerklasse sie gelten sollen; oft beziehen sie sich auch nur auf eine Fruchtart, nicht aber auf ganze Fruchtfolgen. Am bekanntesten und ältesten sind die Untersuchungen von v. Thünen in seinem Werk: „Der isolierte Staat“, die er Mitte des vorigen Jahrhunderts auf seinem Gute Tellow in Mecklenburg beim Anbau von Roggen angestellt hat. Das Ergebnis war folgendes:

Ertrag je ha:

25,1 hl	22,6 hl	20,1 hl	17,6 hl	15,1 hl
17,5 Dztr	15,8 Dztr	14,0 Dztr	12,5 Dztr	10,5 Dztr

Landrente je ha in Mark

Entfernung vom Hofe	<i>M.</i>		<i>M.</i>		<i>M.</i>		<i>M.</i>	
<i>m</i>	<i>M.</i>		<i>M.</i>		<i>M.</i>		<i>M.</i>	
0	23,43		19,26		15,09		10,89	
		4,77		4,23		3,90		3,54
978	18,66		15,03		11,19		7,35	
		4,41		4,26		3,90		3,54
1956	14,25		10,77		7,29		3,81	
		4,62		4,26		3,90		3,54
2934	9,63		6,51		3,39		0,27	
		4,59		4,23				
3912	5,04		2,28					
		4,62						
4890	0,42							
Mehr an Arbeitsaufwand je 100 m	2,0 %		2,2 %		2,6 %		3,3 %	4,8 %

Hiernach verläuft die Landrente für Roggen in geneigten geraden Linien, die man erhält, indem man den größten und kleinsten Reinertrag als Ordinaten mit der zugehörigen Entfernung als Abszisse aufträgt. Mit verminderter Ertragsfähigkeit des Ackers wächst der Prozentsatz für den Arbeitsaufwand so zwar, daß die Rente bei geringwertigem Boden schon bei etwa 2 km Entfernung gleich Null wird, dagegen in gutem Boden erst bei etwa 5 km.

Strebel gibt in Fühlings Landw. Zeitg. 1909 in der Abhandlung: Einfluß der Grundstücksentfernung etc. aus einem Rechenbeispiel von Wagner die Reinertragsminderung für Rübenbau zu 2,1% je 100 m an. Diese Prozentsätze sind jedoch bei einer 6—10jährigen Fruchtfolge etwa auf die Hälfte zu reduzieren.

Nach der „Technischen Instruktion für Ökonomiekommissare“ von Oesten lassen sich aus den dort durchgeführten Reinertragsberechnungen für Acker folgende Abstufungen der Wertsinderung für je 100 m Entfernung ableiten:

in guten Ackerklassen	in mittleren Ackerkl.	in geringen Ackerkl.
1,0—1,2%	1,2—1,6%	1,8—2,4%

Bei Rothkegel u. Herzog: Das Verfahren der Reichsfinanzverwaltung bei der Bewertung landwirtschaftlicher Betriebe (Berlin 1928, Paul Parey) sind nach dem Reichsspitzenbetrieb für das Reichsbewertungsgesetz folgende Wertsinderungen je 100 m Entfernung vorgesehen:

	1,0—1,5%	1,6—2,3%	2,4—3,0%
oder je km	10—15 %	16—23 %	24—30 %

Dabei wird unterstellt, daß bei Feldwegen bis zu einer Entfernung von 500 m vom Hofe (und bei Kunststraßen bis zu 800—900 m) keine

Wertänderung eintritt, und daß erst von 500 m ab von dem Spitzenwert der betr. Ackerklasse eine prozentuale Wertminderung je km Entfernungszuwachs abzuziehen ist. Stuft man die Prozente für gute, mittlere und geringe Böden entsprechend ab und trägt man hiermit nach Bodenwerten von 10 bis 100 M. je ha ein Diagramm auf, so erhält man zunächst einen Überblick über die Entfernungen vom Hofe, bei denen der Bodenwert je nach der Güte des Bodens durch den Entfernungsaufwand (und zwar in der Ebene bei mittlerer Wegebeschaffenheit) aufgezehrt und gleich Null wird. Der verminderte Bodenwert einer Ackerklasse läßt sich für jede beliebige Entfernung aus dem Diagramm ablesen. Für den Bodenwert von 80 P.⁷⁾ er-

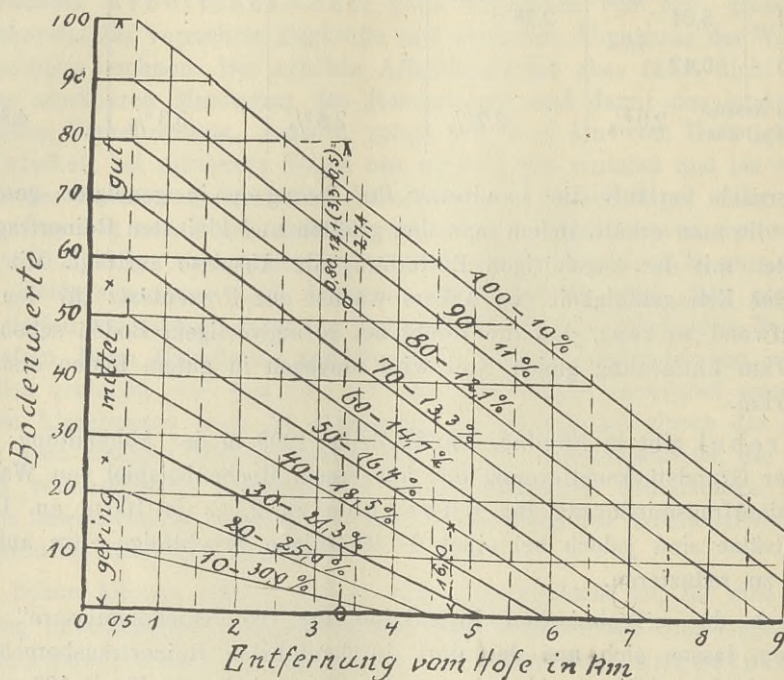


Fig. 1.

gibt sich z. B. der verminderte Bodenwert bei 3,3 km Entfernung zu 53,0 P. Für $3,3 - 0,5 = 2,8$ km errechnet sich eine Wertminderung von $\frac{80 \cdot 12,1}{100} \cdot 2,8 = 27,1$ P., so daß ein Bodenwert von $80 - 27,1 = 52,9$ P. verbleibt.

Alle diese Untersuchungen und Angaben beziehen sich aber auf große Güter in ebener oder fast ebener Lage, und wenn auch das Reichsbewertungsgesetz von Prozentsätzen ausgeht, die einigermaßen mit den nach Oesten abgeleiteten übereinstimmen, so sind diese Prozentsätze doch im Hügel- und Bergland nur behelfsweise anwendbar und ebensowenig bei der Umlegung einer Gemarkung mit vorwiegend oder gar ausschließlich bäuerlichen Besitzverhältnissen.

⁷⁾ P. = Punkte = Hunderteile des Reichsspitzenbetriebes.

Für Wiesen ist der Entfernungsaufwand nur etwa halb so groß wie im Acker.

(3) In Süddeutschland, wo man bei den Flur- und Feldbereinigungen zum Teil mit landwirtschaftlichen Verkehrswerten als Tauschwerten arbeitet, die mit dem Entfernungseinfluß aus den Bodenwerten abgeleitet werden, ist man denn auch bei der rechnerischen Ermittlung des Entfernungseinflusses durchaus selbständig vorgegangen und zwar unter Berücksichtigung der Wegebeschaffenheit und der Steigungsverhältnisse. Die Ausführungsvorschriften zum bayerischen Flurbereinigungs-gesetz vom 5. VIII. 1922 verbreiten sich am eingehendsten über das Verfahren, wie man zu den landwirtschaftlichen Verkehrswerten gelangt. Im Gegensatz zu anderen Ländern (z. B. zu Preußen), wo es üblich ist, bei der Schätzungseinleitung nach dem besten Boden zu fragen, besteht für Bayern die Vorschrift, in dem Boden, der seiner Beschaffenheit und Güte nach am meisten in der betr. Gemarkung vorkommt, den Hauptmustergrund in einer mittleren Entfernung zu wählen, der den Ausgangspunkt für die übrigen Mustergründe bildet. Für den Hauptmustergrund wird außer dem Bodenwert auch der landwirtschaftliche Verkehrswert ermittelt, woran sich dann die Abstufung der Bodenwerte der übrigen Klassen und die Festsetzung ihrer landwirtschaftlichen Verkehrswerte für mittlere Entfernung anschließt. Wenn es auch gelingen mag, für einen häufig vorkommenden Boden in mittlerer Entfernung nach Kaufpreisen der Vorkriegszeit einen Verkehrswert zu finden, der auf allseitige Zustimmung rechnen kann und diesen mit dem Bodenwert in Beziehung zu bringen, so bleibt doch die Einführung des Entfernungseinflusses als Mittel zur Errechnung der Verkehrs- und Tauschwerte entfernterer Bodenklassen ein gewagtes Rechenexempel. Es kommt hinzu, daß der Entfernungseinfluß als für alle Bodenklassen sich gleichbleibend erachtet wird, ungeachtet der oben mitgeteilten Untersuchungen, die sämtlich zu dem Schlusse kommen, daß der Entfernungseinfluß in Prozenten des Bodenwertes für geringwertige Böden ungefähr doppelt so groß ist wie bei guten Böden und absolut genommen auf etwa die Hälfte herabsinkt. Der Entfernungseinfluß je km soll aus zwei Verkehrswerten ein und derselben Bodenklasse in möglichst weit entfernt von einander liegenden Feldlagen errechnet werden, der sich aus dem Unterschied der Verkehrswerte und dem Entfernungsunterschied je km ergibt. Um nun zu Entfernungsklassen zu gelangen, sollen nach den für Bayern gegebenen Vorschriften die Anzahl der Fahrten ermittelt werden, die bei ortsüblicher Bewirtschaftung einer Ackerfläche von etwa 25 a notwendig werden. Es wird davon ausgegangen, daß jede Einzelstrecke einer Gesamtzuegung im Vergleich zu den Fahrten in der Ebene umso öfter zurückzulegen sei, je größer die Steigung und je schlechter die Wegebeschaffenheit ist. Die horizontale Länge der Einzelstrecke soll demgemäß bei Steigungen auf ein Vielfaches gebracht werden, und es wird durch Addition der ideellen Längen der

Einzelstrecken schließlich die ideelle Gesamtdistanz der Zuwegung erhalten, auf die alsdann der Entfernungseinfluß je km zu verteilen ist. Dieses sehr umständliche Verfahren ist aber allein schon deshalb anfechtbar, weil nicht die Fahrten der Einzelstrecken maßgebend sind, sondern für Düngereinfuhr bergan ist die steilste Einzelstrecke des ganzen Wegezugs für die ohne Überanstrengung der Zugtiere zulässige Nutzlast bestimmend. Außerdem sind die Nutzlasten abhängig von den Zugkräften (Pferde oder Kühe) und den in der Gegend üblichen Wagengewichten. Es ist auch nicht einerlei, ob der Dünger bergan und die Ernte bergab gefahren wird, oder umgekehrt. Aber diese Fuhren sind auch nicht allein für den Entfernungseinfluß maßgebend, denn es sind auch viele Fuhren mit leerem Wagen oder leichten Ackergeräten, sowie Gänge auszuführen und es ist noch keineswegs ausgemacht, welchen prozentualen Anteil diesen an dem Entfernungseinfluß zukommt.

Die Zonenbildung und Darstellung der Zonengrenzen auf der Karte, die sich umso näher rücken je größer der Entfernungseinfluß ist, ist nur eine Frage der Zweckmäßigkeit.

Für die Wiesen wird der Entfernungseinfluß etwa halb so groß angenommen wie für den Acker, was auch im Reichsbewertungsgesetz geschieht.

(4) Die Anwendung des gleichen Entfernungseinflusses auf Groß-, Mittel- und Kleinbesitz bringt Härten und Bindungen für die Wahl der Abfindung mit sich, die im Verein mit dem mangelnden Vertrauen in die Richtigkeit der vielfach willkürlichen und anfechtbaren Ermittlung des Entfernungseinflusses einer an sich so sehr wünschenswerten starken Zusammenlegung nicht günstig sind. Die Unsicherheit steigert sich aber noch erheblich, wenn nicht nur der Hauptort als Wirtschaftszentrum, sondern deren 4—5 und mehr in Betracht kommen. Man stelle sich nur vor, es sei eine an der Gemarkungsgrenze liegende Feldlage neu einzuteilen, in der neben Beteiligten, die im Hauptort wohnen, noch solche aus 2 Nachbarorten begütert. Hier wird es zur Unmöglichkeit, einheitliche landwirtschaftliche Verkehrswerte bzw. Tauschwerte auf Grund von den stark von einander abweichenden Entfernungseinflüssen aufzustellen.

Aber auch in einfachen Fällen mit nur einem Wirtschaftszentrum gestaltet sich die Abrechnung zwischen Einlage und Abfindung ungemein kompliziert und für den Beteiligten unkontrollierbar, weil fortgesetzt eine andere Bewertung ein und derselben Bodenklasse nötig wird und die Zahl der Klassenwerte bis zu 100 anwächst (vergl. Gädeke, Zeitschr. f. v. W. 1929 S. 121), ganz zu schweigen von Sonderfällen, in denen der besondere Verkehrswert für den Umtausch maßgebend ist und besondere Verkehrswertklassen gebildet werden.

(Forts. folgt)

Bücherschau.

Darstellende Geometrie von Dr. Horst von Sanden, o. Professor an der Technischen Hochschule Hannover. Mit 114 Abbildungen im Anhang, VIII u. 111 S. Teubners Mathematische Leitfäden Band 2, Leipzig und Berlin, B. G. Teubner.

Die zugleich laufende Sammlung; Teubners Technische Leitfäden enthält bereits ein Werk über „Darstellende Geometrie“ von M. Großmann (Bd. 2 und 3 dieser Sammlung, 1922 und 1921 (in 2. Auflage) erschienen, Besprechung: diese Zeitschrift 1923 S. 384 und 1916 S. 265).

Diese vorzüglichen Bände und die sonst bekannten Lehrbücher über Darstellende Geometrie finden durch die vorliegende Schrift eine eigenartige Ergänzung dadurch, daß der Verfasser „als Zweck der Beschäftigung mit Darstellender Geometrie die Ausbildung der Raumschauung unbeschwert von jeder geometrischen Systematik in den Vordergrund rückt, da es dem Anfänger oft leichter fällt, nach bestimmten Konstruktionsregeln zu zeichnen, als aus der fertigen Zeichnung eine wirklich klare Vorstellung von der räumlichen Situation zu bekommen.“

Angesichts des vorgeschriebenen knappen Umfanges konnte nur eine Einführung in die Denk- und Anschauungsweisen der Darstellenden Geometrie an einer Reihe von Beispielen unter dem Gesichtspunkt gegeben werden, daß die durchdringende Bearbeitung von Einzelaufgaben — wie in jedem Zweig von Angewandter Mathematik — erfolgreicher ist als die Kenntnisnahme allgemeiner Theoreme ohne Erkenntnis ihrer Bedeutung und Erprobung für den Einzelfall. Nach überzeugender Klarlegung der Notwendigkeit, von räumlichen Gegenständen außer photographischen auch zeichnerische Abbildungen zu besitzen, wird sogleich zur Zwei- und Mehrtafelprojektion übergegangen, und die Darstellung von Punkten, Geraden und Ebenen sowie die Beziehungen zwischen ihnen werden systematisch unter fortwährender starker Beanspruchung des Raumschauungsvermögens entwickelt. Die Anforderungen an diese innere Kraft werden dadurch besonders erhöht, daß die im — für sich gehefteten — Anhang beigegebenen Abbildungen nur ein geringes Maß von Hilfslinien erhalten haben, so daß der Leser zu dauernden räumlichen Ergänzungsvorstellungen gezwungen wird.

Im 2. und 3. Kapitel werden die Ellipse und die Kegelschnitte als ebene Darstellungsmittel räumlicher Vorgänge knapp und klar unter Heranziehung analytischer Entwicklungen behandelt. Dann folgen im 4. bis 8. Kapitel Drehkörper, Durchdringungen und Umrisse, Röhrenflächen, Schraubenlinien und Schraubenflächen. Den Schluß bilden gedrängte Abrisse über Axonometrie und Zentralperspektive.

Sind auch die jedem Kapitel beigelegten zahlreichen und interessanten Beispiele und Aufgaben vielfach maschinentechnischer und wenig geodätischer Art, so kann das Werk doch auch dem studierenden Kreise der Vermessungsingenieure empfohlen werden, da es in geschickter Weise die Entwicklung und Festigung der inneren Raumschauung durch fruchtbringende Verknüpfung von Anschauung und Denken unter Heranziehung analytischer Methoden fördert.

Brennecke.

Analytische Geometrie von Dr. Ludwig Bieberbach, o. ö. Professor an der Universität Berlin, Mitglied der Preußischen Akademie der Wissenschaften. Mit 39 Figuren im Text, IV und 120 S. Teubners mathematische Leitfäden Bd. 29. Leipzig und Berlin 1930 B. G. Teubner.

Diese Schrift ist von besonderer und bedeutungsvoller Eigenart. Sie gründet ihre Betrachtungen von vornherein auf den Vektorbegriff und zieht dabei weitgehend die neuere lineare Algebra heran. Zunächst wird unter Berufung auf das durch den Schulunterricht gewonnene „mathematische Anschauungsvermögen“ der Begriff des Vektors eingeführt, dann werden seine Eigenschaften tiefergehend analysiert und die „Axiome der linearen Vektormannigfaltigkeit“ aufgestellt. Die besondere Methodik wird an der Behandlung der Geraden und der Ebene in vektorieller Parameterdarstellung entwickelt und ihre erstaunlich elegante Leistungsfähigkeit in zahlreichen Anwendungen der Elementargeometrie (Satz des Menelaos, Ceva, Pappus, Pascal) bewiesen.

Ebene und räumliche Geometrie sind nicht getrennt behandelt; vielmehr öffnet die Darstellung den Eingang zum n -dimensionalen Raum gleich zu Beginn.

Der weitere Aufbau folgt den metrischen Grundbegriffen. Länge eines Vektors, Winkel zweier Vektoren, inneres Vektorprodukt, Orthogonalität, Inhalt von Parallelogrammen, Volumen von Parallelipeden werden als Vektorfunktionen dargestellt und Anwendungen auf zahlreiche Beispiele gebracht, wobei die außerordentlich methodische Übersichtlichkeit, die die Beweise elementar geometrischer Sätze z. B. diejenigen von den merkwürdigen Punkten des Dreiecks erhalten, hervorzuheben ist.

Einem Abriß der Determinantentheorie und Theorie der linearen Gleichungen folgt die Einführung des Vektorproduktes mit wiederum zahlreichen Beweiswendungen bekannter Sätze (Kos.Satz der sphärischen Trigonometrie, heronische Dreiecksformel).

Es werden dann Bewegungen, Umlegungen und Abbildungen in der Ebene besprochen und für die räumlichen Bewegungen das Matrizenkalkül benutzt.

Den Schluß des Bändchens bildet eine Diskussion der Kurven und Flächen zweiter Ordnung insbesondere hinsichtlich ihrer metrischen und affinen Einteilung.

Zwei weitere Bände der vorliegenden Sammlung über „Projektive Geometrie“ und „Einleitung in die höhere Geometrie“ sollen die Fortsetzung bilden.

Wieweit die Vektoranalysis sich auf dem Gebiete der Geodäsie, insbesondere dem der Ausgleichsrechnung das Feld erobern wird, steht noch offen. Zweifellos ist aber die Beschäftigung mit den Grundregeln dieser neuartigen Rechnungsart für den Geodäten — im besonderen für den jüngeren — eine Notwendigkeit, und ihm kann dieser Band seiner vielen und ausgezeichneten Vorzüge wegen durchaus empfohlen werden.

Brennecke.

Neue Karten des Reichsamts für Landesaufnahme — Zweigstelle Landesaufnahme Sachsen —.

Das Reichsamt für Landesaufnahme — Zweigstelle Landesaufnahme Sachsen — hat die nachstehend genannten Karten nach Neubearbeitung (Berichtigung usw.) neu herausgegeben: **Meßtischblätter 1 : 25 000, dreifarbig**, Nr. 43 Bad Lausick, Nr. 45 Leisnig, Nr. 64 Deutschenbora, Nr. 75 (2942) Langenleuba (sächs./thür. Grenzblatt). Preis für 1 Blatt je 1.20 RM. Die Blätter sind mit Gitter, Zeichenerklärung usw. ausgestattet. Alle amtlichen topographischen und geologischen Karten sind durch die amtliche Hauptvertriebsstelle — G. A. Kaufmanns Buchhandlung in Dresden-A. 1, Seestraße 3 — und auch durch jede andere Buchhandlung zu beziehen. Kartenverzeichnisse mit Preisangaben und Kartenübersichten für alle Kartenwerke können sowohl vom Reichsamt für Landesaufnahme — Zweigstelle Landesaufnahme Sachsen — in Dresden-N. 15, als auch von der Amtlichen Hauptvertriebsstelle bezogen werden.

Mitteilungen der Geschäftsstelle.

Personalnachrichten.

Bayern. Vom 1. Sept. an im R.St.: Geheimrat Josef Ritter von Bigler, Präsident des Landesvermessungsamts, Christian Schrott, R.V.R. I. Kl.; ernannt zum Präsidenten des Landesvermessungsamts: Ministerialrat Anton Hible; veretzt an das Meß.N. Nabburg R.V.R. Ludwig Bösch; gestorben: R.V.R. I. Kl. Johann Treutlein, R.V.R. Friedrich Sauerheimer.

Inhalt:

Wissenschaftliche Mitteilungen: Die Aufgaben des Büros für die Hauptnivelements und Wasserstandsbeobachtungen im preußischen Ministerium für Landwirtschaft, Domänen und Forsten, von Gronwald. — Die Fehlerformeln des ebenen Dreiecks, von Werkmeister. — Die Determinante als Hilfsmittel bei Flächenberechnungen, von Mittelstaedt. — Die Einschätzung des Bodens und ihre Auswertung im preußischen Umlegungsverfahren, von Deubel. — **Bücherschau.** — **Neue Karten des Reichsamts für Landesaufnahme, Zweigstelle Landesaufnahme Sachsen.** — **Mitteilungen der Geschäftsstelle.**