POLITECHNIKA KRAKOWSKA im. Tadeusza Kościuszki
Wydział Inżynierii Elektrycznej i Komputerowej
Katedra Inżynierii Elektrycznej

Dariusz Cholewa

Rozprawa doktorska

Analiza pracy i sterowanie wielofazowych generatorów indukcyjnych klatkowych

Promotor rozprawy

dr hab. inż. Piotr Drozdowski, prof. PK

Kraków 2023

Za wszechstronną pomoc, wyczerpujące dyskusje i wielogodzinne spotkania w laboratorium, a także za zwyczajną życzliwość, składam serdeczne podziękowania mojemu promotorowi dr hab. inż. Piotrowi Drozdowskiemu, prof. PK

Dariusz Cholewa

Spis treści

1 Wstęp 5

1.1 Tematyka i zakres badań 5

1.2 Teza pracy 6

2 Właściwości wielofazowych maszyn indukcyjnych klatkowych 7

2.1 Charakterystyki mechaniczne wielofazowych silników indukcyjnych dla dwóch typów uzwojenia 7

2.2 Charakterystyki mechaniczne wielofazowych generatorów indukcyjnych i ustalony punkt pracy 11

2.3 Siła magnetomotoryczna uzwojenia wielofazowego 13

2.4 Indukowane napięcie generatora wielofazowego 17

3 Model matematyczny wielofazowej maszyny indukcyjnej klatkowej 20

3.1 Właściwości modelu matematycznego 20

3.2 Równania różniczkowe maszyny wielofazowej 21

4 Sterowanie dziewięciofazowego generatora indukcyjnego klatkowego 30

4.1 Sterowanie skalarne 30

4.2 Sterowanie wektorowe polowo zorientowane 32

4.3 Parametry badanego generatora dziewięciofazowego 36

4.4 Sygnały układu sterowania 38

4.5 Funkcja selektora - detekcja kolejności zasilania 39

4.6 Modulator szerokości impulsów PWM 41

4.7 Porównanie złożoności przedstawionych sposobów sterowania 41

5 Modelowanie układu generatora indukcyjnego w środowisku MATLAB/Simulink 42

5.1 Struktura badanego układu 42

5.2 Model maszyny indukcyjnej klatkowej 44

5.3 Modele pozostałych bloków 48

5.4 Model układu generacyjnego 51

5.5 Podsystem sterowania skalarnego 53

5.6 Podsystem sterowania wektorowego 54

6 Model laboratoryjny układu generacyjnego 57

6.1 Budowa stanowiska laboratoryjnego 57

6.2 Układ sterowania zbudowany przy użyciu mikrokontrolera czasu rzeczywistego 60

6.3 Układ pomiarowy 65

7 Badania układu generacyjnego 66

7.1 Praca w stanie ustalonym dla rożnych prędkości napędzania 66

7.2 Jakość stabilizacji napięcia obwodu prądu stałego przy zmianach obciążenia 73

7.3 Uruchomienie układu i wzbudzenie generatora 76

7.4 Zmiana kolejności zasilania podczas pracy 78

7.5 Praca z przerwaną fazą 81

7.6 Porównanie z trójfazowym generatorem synchronicznym wzbudzanym magnesami trwałymi 83

8 Podsumowanie 85

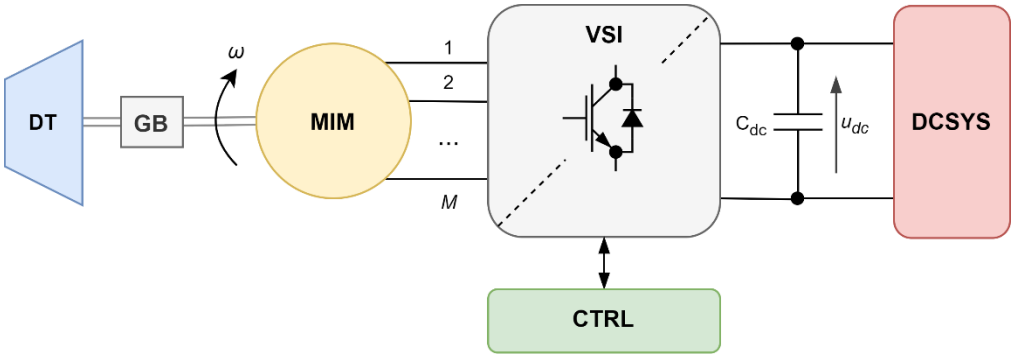
9 Wykaz oznaczeń 86

10 Spis literatury 88

1 Wstęp

1.1 Tematyka i zakres badań

Przedmiotem badań jest metodyka sterowania napięcia wytwarzanego przez wielofazowy generator indukcyjny klatkowy, o liczbie faz stojana M większej niż 3, pracujący w układzie przedstawionym na rys. 1.1-1, przy szerokim zakresie zmienności prędkości kątowej napędzania ω.



Rys. 1.1-1. Układ pracy wielofazowego generatora indukcyjnego klatkowego

Stojan wielofazowej maszyny indukcyjnej klatkowej **MIM** jest połączony z wielofazowym impulsowym falownikiem **VSI** pracującym jako prostownik PWM, wytwarzającym napięcie prądu stałego u_{dc} zasilające układ **DCSYS**. Urządzeniem napędzającym **DT** może być silnik wiatrowy, turbina wodna, silnik spalinowy lub silnik elektryczny w warunkach laboratoryjnych. Przeniesienie napędu zachodzi za pośrednictwem przekładni mechanicznej **GB**. Sterowanie jest realizowane przez układ **CTRL** za pośrednictwem przekształtnika **VSI**. Układ **DCSYS** może być autonomicznym odbiornikiem prądu stałego, przekształtnikiem zasilającym odbiornik trójfazowy, przekształtnikiem połączonym z systemem elektroenergetycznym lub urządzeniem współpracującym z innymi generatorami, np. w farmie wiatrowej.

Idea pracy **MIM** jako wielofazowego generatora sterowanego przekształtnikiem stojana **VSI** [3] powstała w oparciu o automatyczną regulację prędkości wielofazowego silnika indukcyjnego klatkowego przedstawioną w [10, 8, 12], a motywacją do zastosowania **MIM** jako generatora indukcyjnego były właściwości pracy silnika podczas hamowania odzyskowego przy różnych kolejnościach zasilania. Przełączanie kolejności prądów fazowych zmieniało liczbę par biegunów pola magnetycznego, a więc odpowiadające im prędkości idealnego biegu jałowego. W zakresach między tymi prędkościami sterowanie **MIM** odbywało się przez regulację częstotliwości i napięcia. Podczas pracy generatorowej stanowi to podstawę regulacji napięcia przy zmieniającej się prędkości i obciążeniu.

Regulacja napięcia u_{dc} odbywa się poprzez zmianę częstotliwości i amplitudy napięć fazowych stojana przy jednoczesnym przełączaniu kolejności prądów fazowych. Skokowa zmiana kolejności prądów odbywa się w wyznaczonych zakresach prędkości obrotowej generatora, co umożliwia uzyskanie zadanego napięcia wyjściowego przy szerokim zakresie zmiany prędkości, od wartości minimalnej wynoszącej około $\frac{1}{4}$ prędkości odniesienia Ω^0 (np. znamionowej Ω_N), do prędkości znamionowej Ω_N. W porównaniu do wielobiegowych maszyn indukcyjnych różnica polega na tym, że w prezentowanym rozwiązaniu jest tylko jedno uzwojenie maszyny, a nie kilka, co zwiększa wykorzystanie magnetowodu przy podobnych wymiarach. Trójfazowe lub wielofazowe maszyny indukcyjne pracujące jako generator przy pierwszej

kolejności napięć fazowych wytwarzają napięcie znamionowe przy prędkości nie mniejszej niż około $\frac{2}{3}$ prędkości Ω_N [4, 29, 2] przyjętej dla częstotliwości znamionowej f_N. Z [4, 29, 28] wynika natomiast, że dwustronnie zasilany generator indukcyjny może pracować z prędkością zmieniającą się w zakresie $(0{,}7..1{,}3)\Omega_N$. Zaproponowana w niniejszej pracy metoda pozwala na znaczne rozszerzenie zakresu prędkości dla danej wartości napięcia wyjściowego, wykorzystując możliwość skokowej zmiany kolejności prądów fazowych. Jak wspomniano, ten zakres prędkości wynosi od $0{,}25\Omega_N$ do $1{,}5\Omega_N$.

Ważną cechą wielofazowych maszyn indukcyjnych jest możliwość pracy z przerwanymi niektórymi fazami stojana spowodowanymi awarią maszyny lub przekształtnika **VSI** podczas pracy silnikowej [12, 13, 11, 21, 22] oraz generatorowej [30, 27]. W przypadku pracy generatorowej umożliwia to wytwarzanie napięcia o żądanej wartości pomimo awarii.

Celem rozprawy jest opracowanie i zbadanie takiego sposobu sterowania przekształtnika **VSI** współpracującego z generatorem **MIM**, aby uzyskać napięcie u_{dc} o żądanej wartości przy różnych prędkościach ω i zmiennym obciążeniu powodowanym przez **DCSYS**. Sprowadziło się to do sformułowania prawa sterowania układem regulacji automatycznej **CTRL**, budowy mikrokontrolerowego układu sterowania i przeprowadzenia badań laboratoryjnych. Zastosowano dwa sposoby sterowania: tzw. sterowanie skalarne polegające na regulacji napięcia i częstotliwości oraz sterowanie wektorowe polowo zorientowane. Obie metody porównano pod kątem jakości sterowania.

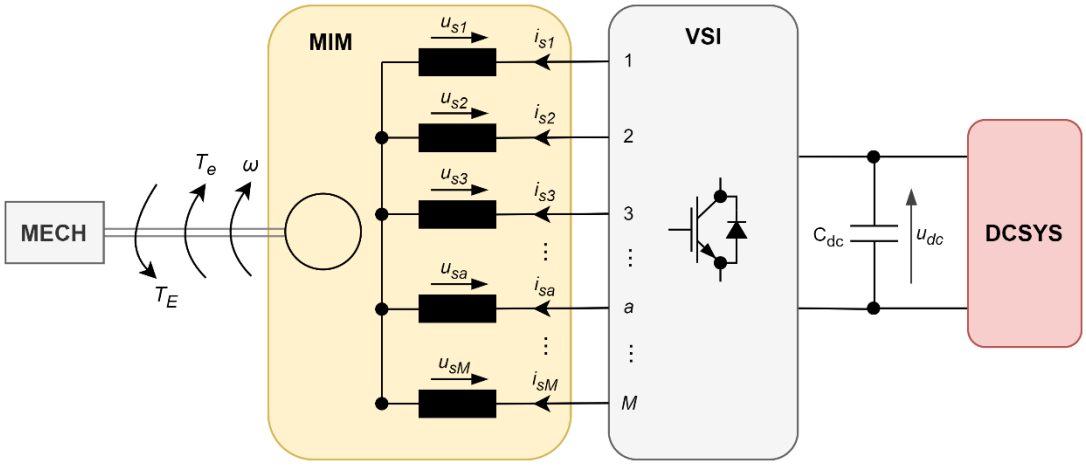
1.2 Teza pracy

Wielofazowa maszyna indukcyjna klatkowa sterowana za pomocą układu regulacji automatycznej może pracować jako prądnica, wytwarzając napięcie o żądanej wartości na zaciskach wyjściowych przekształtnika PWM włączonego na zaciski wielofazowego stojana, przy dużej zmienności prędkości napędzania oraz przy zmianach obciążenia.

2 Właściwości wielofazowych maszyn indukcyjnych klatkowych

2.1 Charakterystyki mechaniczne wielofazowych silników indukcyjnych dla dwóch typów uzwojenia

Wielofazowa maszyna indukcyjna **MIM** o liczbie faz $M > 3$ może pracować jako silnik lub prądnica. Ogólny układ połączeń przedstawiono na rys. 2.1-1. Przy pracy silnikowej falownik **VSI** i układ **DCSYS** bezpośrednio zasilają **MIM**, gdy obciążeniem (maszyną roboczą) jest układ mechaniczny **MECH**. Momentem napędzającym jest T_e, a momentem oporowym T_E. Prędkość maszyny roboczej ω_E jest równa prędkości ω maszyny wielofazowej.



*Rys. 2.1-1. Układ połączeń dla pracy silnikowej i prądnicowej wielofazowej maszyny indukcyjnej klatkowej **MIM***

Podczas pracy generatorowej **MECH** napędza **MIM** momentem obrotowym T_E z prędkością ω_E. Napięcie u_{dc} może być stabilizowane na zadanym poziomie za pomocą systemu regulacji automatycznej przez sterowanie **VSI** jako prostownika PWM. W tym przypadku **DCSYS** jest systemem obciążenia generatora, np. w postaci falownika trójfazowego pracującego na trójfazowy system elektroenergetyczny, przekształtnika magazynu energii elektrycznej, lub na potrzeby badań laboratoryjnych obciążenia rezystancyjnego regulowanego przekształtnikiem pomocniczym. Różne rozwiania tego zagadnienia można znaleźć w [3, 4, 5, 18, 24, 25, 26].

Dla układu M fazowego przedstawionego na rys. 2.1-1 prądy układu wielofazowego zasilają M uzwojeń stojana. Przy prądach monoharmonicznych opisanych za pomocą wektora (2.1-2) można uzyskać $M-1$ możliwych przesunięć fazowych pomiędzy sąsiednimi prądami. Przesunięcia fazowe są wielokrotnością m kąta $\frac{2\pi}{M}$ [13]. Zmiana przesunięcia fazowego powoduje zmianę kolejności (następstwa) prądów fazowych. Przy zmiennej pulsacji prądów $\omega_s(t) = 2\pi f_s(t)$ kąt fazowy wynosi

$$\vartheta_s = 2\pi \int_0^t f_s(\tau) d\tau + \vartheta_s(0) \tag{2.1-1}$$

gdzie: I_μ – amplituda wszystkich prądów i_{sa}, $m = 0, 1, 2, \ \ldots, \ (M-1)$ – numer porządkowy zmieniający następstwo prądów. Przy $m = 0$ prądy fazowe mają tak zwaną kolejność zerową, gdy wszystkie prądy mają tę samą wartość.

$$\begin{bmatrix} i_{s1} \\ i_{s2} \\ i_{s3} \\ \vdots \\ i_{sa} \\ \vdots \\ i_{sM} \end{bmatrix} = I_\mu \begin{bmatrix} \cos(\vartheta_s) \\ \cos\left(\vartheta_s - m\dfrac{2\pi}{M}\right) \\ \cos\left(\vartheta_s - 2m\dfrac{2\pi}{M}\right) \\ \vdots \\ \cos\left[\vartheta_s - (a-1)m\dfrac{2\pi}{M}\right] \\ \vdots \\ \cos\left[\vartheta_s - (M-1)m\dfrac{2\pi}{M}\right] \end{bmatrix}$$

(2.1-2)

Dla

$$m = m_{(+)} = 1, 2, \ \ldots, \ m_M$$

(2.1-3)

prądy fazowe występują w tzw. kolejności zgodnej, natomiast dla

$$m = m_{(-)} = M - m_{(+)} = M - 1, \ M - 2, \ \ldots, \ M - m_M$$

(2.1-4)

prądy fazowe występują w tzw. kolejności przeciwnej, przy czym dla nieparzystej liczby M jest $m_M = \frac{M-1}{2}$, a dla parzystej jest $m_M = \frac{M}{2} - 1$. Ogólnie

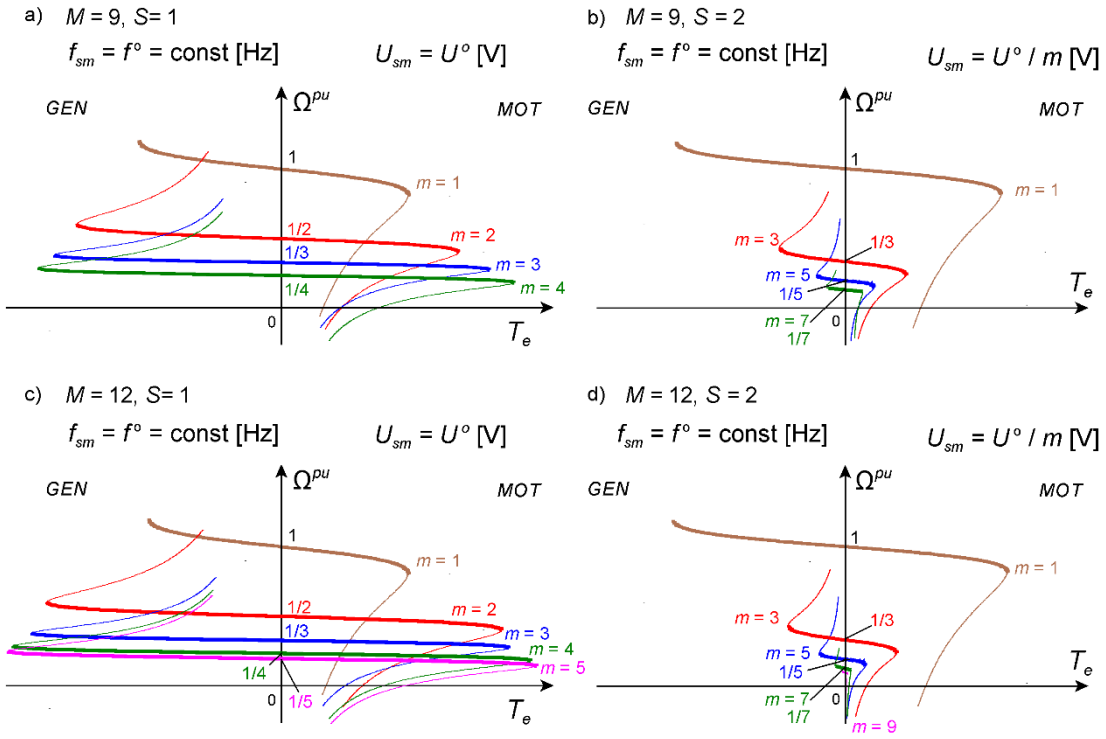
$$m_M = \frac{M - M \bmod 2}{2} - 1$$

(2.1-5)

Na przykład w systemie trójfazowym można utworzyć jedną kolejność zgodną i jedną przeciwną, oprócz kolejności zerowej. Dla $M = 6$ jest $m_M = 2$, a więc kolejności zgodne są dla $m = m_{(+)} = 1, 2$, a kolejności przeciwne dla odpowiednio $m = m_{(-)} = 5, 4$. Kolejności zerowe zachodzą dla $m = 0, 3$.

Charakterystyki mechaniczne wielofazowej maszyny indukcyjnej wykazują ćwiartki pracy silnikowej i generatorowej na płaszczyźnie mocy mechanicznej. Na rys. 2.1-2 pokazano dwie typowe rodziny charakterystyk mechanicznych wielofazowych silników indukcyjnych na przykładzie silników dziewięciofazowego i dwunastofazowego, zaczerpnięte z [13, 11]. Rodziny te charakteryzują dwa typy uzwojeń stojana. Pierwszy i drugi typ uzwojenia zostały odpowiednio oznaczone jako $S = 1$ i $S = 2$. Charakterystyki mechaniczne z rys. 2.1-2a i 2.1-2c są typowe dla **MIM** z tzw. uzwojeniem wielofazowym typu pierwszego, podczas gdy charakterystyki przedstawione na rys. 2.1-2b i 2.1-2d są typowe dla **MIM** z tzw. drugim typem uzwojenia. Wszystkie charakterystyki na rys. 2.1-2 dla danego m zostały określone dla tej samej częstotliwości prądu $f_{sm} = f^o$ i wartości skutecznej napięć fazowych U_{sm}. Dla pierwszego typu uzwojenia napięcie jest stałe $U_{sm} = U^o$, podczas gdy dla drugiego typu uzwojenia napięcie było zmniejszane odwrotnie proporcjonalnie do m, zapewniając ten sam poziom namagnesowania rdzenia

maszyny jak dla uzwojenia pierwszego typu. Prędkość względną Ω^{pu} na rys. 2.1-2 odniesiono do jednej prędkości Ω^{o}. Można dodać, że kształtowanie charakterystyk mechanicznych wielofazowego silnika indukcyjnego klatkowego z uzwojeniem pierwszego typu za pomocą przełączania kolejności zasilania zostało najprawdopodobniej po raz pierwszy przedstawione w [33].

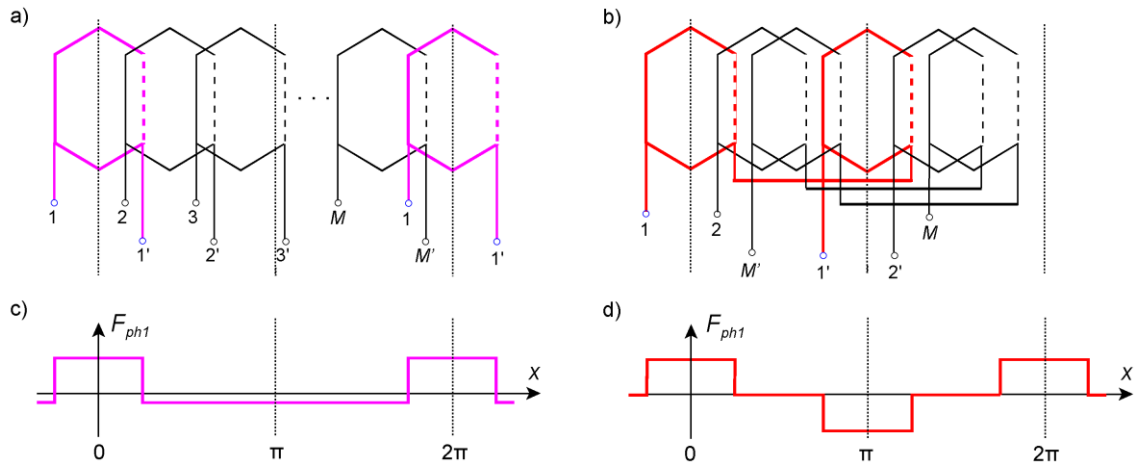


Rys. 2.1-2. Typowe charakterystyki mechaniczne wielofazowych silników indukcyjnych przy danej sekwencji zasilania m: a) silnik 9-fazowy z uzwojeniem stojana pierwszego typu, b) silnik 9-fazowy z uzwojeniem stojana drugiego typu, c) silnik 12-fazowy z uzwojeniem stojana pierwszego typu, d) silnik 12-fazowy z uzwojeniem stojana drugiego typu

Rodzina charakterystyk mechanicznych silnika wielofazowego z uzwojeniem pierwszego typu (rys. 2.1-2a), przy różnych wartościach m, najbardziej pasuje do obciążenia silnika stałą mocą, podczas gdy charakterystyki silnika z uzwojeniem drugiego typu (rys. 2.1-2b) pasują do obciążenia typu wentylatorowego.

Kształt i przebieg charakterystyk dla pracy generatorowej pokazuje, że przy różnych prędkościach tylko **MIM** z pierwszym typem uzwojenia umożliwia utrzymanie tego samego napięcia i częstotliwości poprzez przełączanie kolejności prądów fazowych. Maszyna wielofazowa z drugim rodzajem uzwojenia może pracować w praktyce z kolejnością prądów $m = 1$.

Oba typy uzwojeń wielofazowych mają symetryczną strukturę i różnią się wytwarzanym widmem harmonicznych siły magnetomotorycznej (SMM). Struktury tych uzwojeń zostały schematycznie pokazane na rys. 2.1-3a i 2.1-3b, wraz z odpowiadającymi im rozkładami sił magnetomotorycznych. Dla uproszczenia uzwojenia pojedynczej fazy zostały przedstawione w postaci pojedynczych cewek. Na rys. 2.1-3c i 2.1-3d pokazano rozkłady SMM o kształcie skokowym wytworzone przez pierwszą fazę (F_{ph1}). W rzeczywistości takie cewki zastępowane są przez grupy cewek rozmieszczonych w żłobkach stojana wytwarzających SMM dla danej fazy.



Rys. 2.1-3. Ilustracja dwóch rodzajów uzwojenia wielofazowego złożonego z pojedynczych cewek: a) struktura pierwszego typu uzwojenia (S = 1), gdzie fazy są pojedynczymi cewkami, b) struktura drugiego typu uzwojenia (S = 2) składającego się z pojedynczych cewek, c) F_{ph1} – rozkład SMM jednej fazy odpowiadający pierwszemu typowi uzwojenia, d) F_{ph1} – rozkład SMM jednej fazy odpowiadający drugiemu typowi uzwojenia (x – kąt maszyny wzdłuż szczeliny powietrznej)

Rozkład SMM uzwojenia jednej fazy można opisać szeregiem Fouriera

$$F_{pha}(x) = \sum_{\nu' \in H_{\nu'}} F_a^{(\nu')} = i_{sa} \frac{2}{\pi} N_{sa} \sum_{\nu' \in H_{\nu'}} \frac{k_{sa}^{(\nu')}}{\nu'} \cos \nu' p (x - x_a) \tag{2.1-6}$$

gdzie: $a = 1,2,3,\ldots,M$, i_{sa} - prąd uzwojenia fazy „a”, ν' - rząd harmonicznych przestrzennych należący do zbioru

$$\mathrm{H}_{\nu'} = \{\ S(k-1)+1;\quad k = 1,2,3,\ldots\ ; S = 1 \text{ lub } 2\} \tag{2.1-7}$$

x – kąt maszyny wzdłuż szczeliny powietrznej, x_a - położenie osi magnetycznej uzwojenia „a”, $k_{sa}^{(\nu')}$– współczynnik uzwojenia „a” dla danego ν'.

Rozkład SMM szeregowo połączonych uzwojeń fazowych o liczbie biegunów 2*p*, zasilanych prądem i_{sa} wzajemnie przesuniętych o kąt $\frac{2\pi}{pM}$, można opisać za pomocą zależności

$$F_{pha}(x) = i_{sa} \frac{2}{\pi p} \sum_{\nu' \in H_{\nu'}} W_s^{(\nu')} \cos \nu'(x' - x'_a)\ ; \qquad W_s^{(\nu')} = \frac{N_s k_s^{(\nu')}}{\nu'}\ ; \qquad x'_a = (a-1)\frac{2\pi}{M} \tag{2.1-8}$$

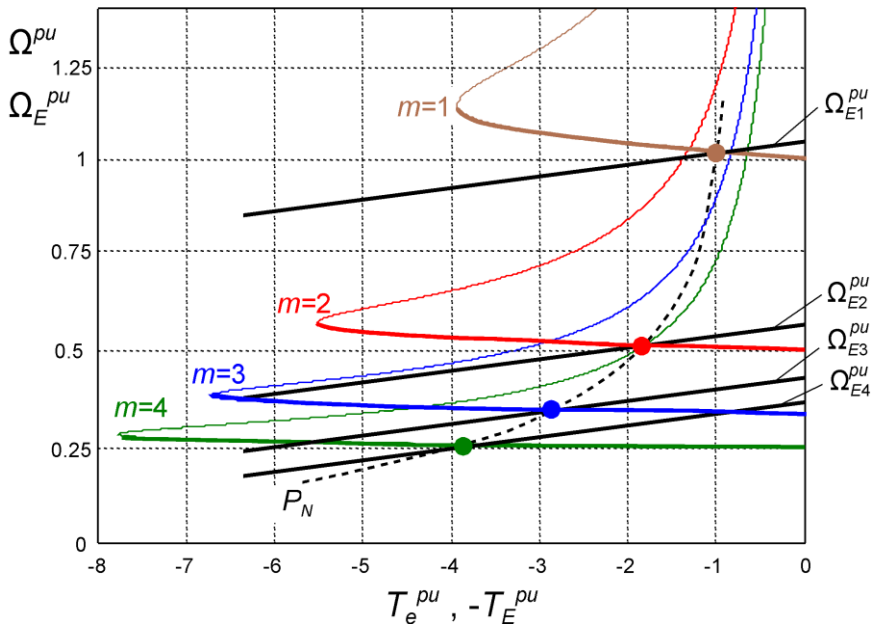
gdzie: $k_{sa}^{(\nu')} = k_s^{(\nu')}$ – współczynnik uzwojenia dla $\nu' = \frac{\nu}{p}$, $N_s = N_{sa}$– liczba zwojów wszystkich uzwojeń fazowych, $x' = px$.

SMM uzwojenia pierwszego typu ma asymetrię w odniesieniu do osi x (rys. 2.1-3c), podczas gdy SMM uzwojenia drugiego typu jest symetryczna (rys. 2.1-3d). Rzędy harmonicznych ν' uzwojenia pierwszego typu są liczbami nieparzystymi i parzystymi ($\mathrm{H}_{\nu'} = \{1,2,3,4,5,\ldots\}$), a rzędy harmonicznych uzwojenia drugiego typu są liczbami nieparzystymi ($\mathrm{H}_{\nu'} = \{1,3,5,7,9,11,\ldots\}$).

2.2 Charakterystyki mechaniczne wielofazowych generatorów indukcyjnych i ustalony punkt pracy

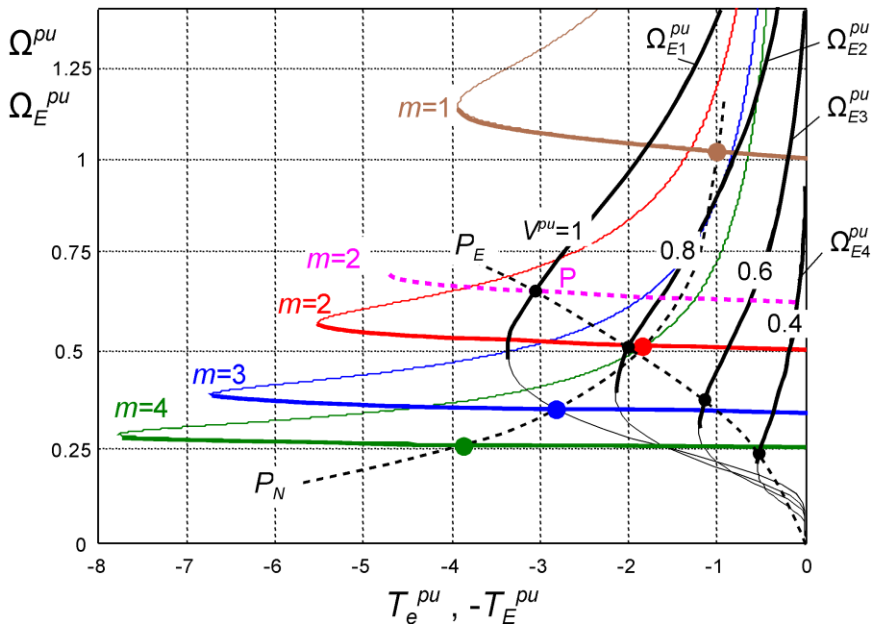
Wielofazowy generator indukcyjny może być napędzany przez różne silniki wytwarzające moment napędowy T_E wywołujący prędkość kątową napędzania ω_E. Dla celów laboratoryjnych może to być silnik obcowzbudny prądu stałego, a w praktycznych zastosowaniach turbina wiatrowa lub wodna. Ważną cechą turbin wiatrowych jest duża zmienność prędkości spowodowana obciążeniem i prędkością wiatru, podczas gdy turbiny wodne cechują się mniejszymi wahaniami prędkości.

Na rys. 2.2-1 przedstawiono przykład rodziny charakterystyk mechanicznych **MIM** $\Omega^{pu} = f(T_e^{pu})_{|m=1,2,3,4}$ przy pracy generatorowej oraz rodzinę charakterystyk mechanicznych napędzającego silnika obcowzbudnego Ω_{E1}^{pu}, Ω_{E2}^{pu}, Ω_{E3}^{pu}, $\Omega_{E4}^{pu} = f(-T_E{}^{pu})$ w tym samym układzie współrzędnych. Prędkości obu maszyn odniesiono do wartości Ω^0 równej prędkości idealnego biegu jałowego **MIM** przy m = 1, natomiast moment odniesiono do wartości T^o równej przyjętemu momentowi znamionowemu T_N.



Rys. 2.2-1. Charakterystyki mechaniczne dziewięciofazowego generatora indukcyjnego napędzanego silnikiem obcowzbudnym prądu stałego i punkty pracy ustalonej przy różnych kolejnościach zasilania

Ustalone punkty pracy występują na przecięciu charakterystyk mechanicznych **MIM** z charakterystykami silnika. Punkty te odpowiadają mocy P_N przyjętej za znamionową dla pracy generatorowej **MIM**. We wszystkich tych punktach, dla każdej wartości m, generator wytwarza praktycznie takie samo napięcie i częstotliwość.



Rys. 2.2-2. Charakterystyki mechaniczne dziewięciofazowego generatora indukcyjnego napędzanego turbiną wiatrową i punkty pracy ustalonej przy różnych kolejnościach zasilania (czarne linie pogrubione to stabilne części charakterystyk mechanicznych turbiny wiatrowej)

Dla generatora napędzanego turbiną wiatrową charakterystyki mechaniczne przedstawiono na rys. 2.2-2. Rodzina charakterystyk turbiny wiatrowej $\Omega_E^{pu} = f(-T_E^{pu})_{|V^{pu}}$ została opracowana dla różnych wartości względnych prędkości wiatru $V^{pu} = 1;\ 0{,}8;\ 0{,}6;\ 0{,}4$ na podstawie [3, 1, 5, 6, 7, 31, 34]. Czarne punkty na charakterystykach wskazują na pracę z maksymalną mocą turbiny P_E dla danej prędkości wiatru.

Praca generatora w punktach pomiędzy charakterystykami **MIM** odpowiadającymi danym kolejnościom zasilania m jest możliwa przy regulacji częstotliwości i napięcia. Największy zakres prędkości występuje pomiędzy charakterystykami dla $m = 1$ i $m = 2$. W tym zakresie należy wybrać odpowiednią prędkość obrotową generatora, przy której należy przełączyć sekwencję zasilania z $m = 2$ na $m = 1$ z rosnącą prędkością lub przełączając się z $m = 1$ na $m = 2$ z jej spadkiem. Takie przełączanie powoduje skokową zmianę charakterystyk mechanicznych generatora. Na przykład, gdy $m = 2$ przy prędkości generatora wynoszącej $\Omega_1^{pu} \approx 0{,}5$ częstotliwość wynosi $f_s^{pu} = m \cdot \Omega_1^{pu} \approx 1$, podczas gdy przy $\Omega_2^{pu} \approx 0{,}7$ częstotliwość należy zwiększyć do $f_s^{pu} = m \cdot \Omega_2^{pu} \approx 1{,}4$. W obu przypadkach występuje takie samo napięcie generatora, przy czym w punkcie P następuje przeciążenie maszyny (krzywa różowa na rys. 2.2-2). Powyżej tej prędkości następuje przełączenie na kolejność $m = 1$ i generator będzie pracować przy częstotliwości $f_s^{pu} \approx 0{,}7$. Ze wzrostem prędkości do $\Omega_3^{pu} \approx 1$ częstotliwość ta wzrasta do $f_s^{pu} \approx 1$. Aby prawidłowo ustawić zakresy działania, można zastosować różne metody, np. śledzenie punktu mocy maksymalnej [31, 35], odpowiedni wybór prędkości lub precyzyjne dopasowanie charakterystyk generatora i turbiny.

2.3 Siła magnetomotoryczna uzwojenia wielofazowego

Wpływ obu typów uzwojenia na właściwości wielofazowej maszyny indukcyjnej można określić analizując sumę fazowych SMM przy zasilaniu prądami monoharmonicznymi (2.1-2)

$$F_s(x) = I_\mu \frac{2}{\pi}\frac{N_s}{p}\sum_{a=1}^{M}\sum_{\nu^/\in H_{\nu^/}} \frac{k_s^{(\nu^/)}}{\nu^/}\cos\left[\vartheta_s - (a-1)m\frac{2\pi}{M}\right]\cos\nu^/\left[px - (a-1)\frac{2\pi}{M}\right]$$

(2.3-1)

Wyrażenie to można przedstawić w postaci sumy dwóch składników

$$F_s(x) = F_{s1}(x) + F_{s2}(x)$$

(2.3-2)

gdzie

$$F_{s1}(x) = \frac{1}{2}\sum_{a=1}^{M}\sum_{\nu^/\in H_{\nu^/}} \frac{2}{\pi p}W_s^{(\nu^/)}I_\mu\cos\left[\vartheta_s + (a-1)(\nu^/ - m)\frac{2\pi}{M} - \nu^/ px\right]$$
$$= \sum_{\nu^/=\nu^/_1=(n-1)M+m\in H_{\nu^/};\ n=1,2,3\ldots} F_{(\nu^/)}\cos(\vartheta_s - \nu^/ px)$$

(2.3-3)

$$F_{s2}(x) = \frac{1}{2}\sum_{a=1}^{M}\sum_{\nu^/\in H_{\nu^/}} \frac{2}{\pi p}W_s^{(\nu^/)}I_\mu\cos\left[\vartheta_s - (a-1)(\nu^/ + m)\frac{2\pi}{M} + \nu^/ px\right]$$
$$= \sum_{\nu^/=\nu^/_2=(n-1)M+M-m\in H_{\nu^/};\ n=1,2,3\ldots} F_{(\nu^/)}\cos(\vartheta_s + \nu^/ px)$$

(2.3-4)

Zgodnie z (2.1-7) rzędy harmonicznych SMM dane są zależnością $\nu^/ = S(a-1)+1$. $F_{s1}(x)$ przyjmuje wartości niezerowe dla $\nu^/ = \nu_1^/ = (n-1)M + m$, a $F_{s2}(x)$ dla $\nu^/ = \nu_2^/ = (n-1)M + M - m$. Obie SMM są w fazie przeciwnej. Przy stałej pulsacji ω_s, gdy $\vartheta_s = \omega_s t$, prędkości wirowania $\Omega = \frac{dx}{dt}$ składowych harmonicznych $F_{s1}(x)$ i $F_{s2}(x)$ wynoszą odpowiednio

$$\Omega_{\nu_1^/} = \frac{1}{p}\frac{\omega_s}{\nu_1^/}; \qquad \Omega_{\nu_2^/} = \frac{1}{p}\frac{\omega_s}{\nu_2^/}$$

(2.3-5)

Jedna z tych składowych SMM staje się dominująca, jeżeli dla $\nu^/ = \nu_1^/$ lub $\nu^/ = \nu_2^/$ a amplituda

$$F_{(\nu^/)} = \frac{M}{\pi p}W_s^{(\nu^/)}I_\mu$$

(2.3-6)

jest wówczas największa. W takim wypadku druga składowa oddziałuje pasożytniczo. Wypadkowa prędkość pola wirującego jest wówczas prędkością składowej dominującej $\Omega_{\nu_1/}$ lub $\Omega_{\nu_2/}$. Dla danej kolejności prądów $m = m_1$ przy $n = 1$ najmniejsze rzędy harmonicznych wynoszą $\nu_1^/ = m_1$, $\nu_2^/ = M - m_1$. Dla kolejności przeciwnych $m = m_2 = M - m_1$ zachodzi $\nu_1^/ = m_2 = M - m_1$, $\nu_2^/ = M - m_2 = m_1$. Przepływy $F_{s1}(x)$ i $F_{s2}(x)$ zamieniają się rolami.

Przy dominującej harmonicznej SMM rzędu $\nu_1^/ = m_1$ dla kolejności zasilania $m = m_1$ prędkość pola wirującego wynosi

$$\Omega_{01} = \frac{1}{p}\,\frac{\omega_s}{m_1}$$

(2.3-7)

Prędkość przeciwną uzyskuje się przy przeciwnej kolejności zasilania $m = m_2 = M - m_1$

$$\Omega_{02} = \frac{-1}{p}\,\frac{\omega_s}{M - m_2} = \frac{-1}{p}\,\frac{\omega_s}{m_1} = -\Omega_{01}$$

(2.3-8)

Różne zbiory rzędów harmonicznych (2.1-8) dla $S = 1$ i $S = 2$, wyznaczają wartości m kolejności zasilania jakie można stosować dla jednego i drugiego kierunku wirowania. Dowolnemu rzędowi harmonicznych $\nu^/ = S(a - 1) + 1$ odpowiada kolejność zasilania

$$m = \nu^/ \bmod M = \nu^/ - \left[\frac{\nu^/}{M}\right]^{\#} M$$

(2.3-9)

gdzie $\left[\frac{\nu^/}{M}\right]^{\#}$ to największa liczba całkowita nie większa niż $\frac{\nu^/}{M}$ (cecha liczby $\frac{\nu^/}{M}$).

Dla uzwojenia pierwszego typu $S = 1$, $\nu^/ = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, \ldots$ Na przykład przy liczbie faz M = 6 daje to odpowiednie kolejności zasilania (2.3-9) $m = \nu^/ \bmod 6 = 1, 2, 3, 4, 5, 0, 1, 2, 3 \ldots$ przy liczbie kolejności zgodnych $m_M = 2$. Kolejności $m = m_1 = 1, 2$ dają prędkości przyjęte za dodatnie (2.3-7), natomiast kolejności $m = m_2 = M - m_1 = 5, 4$ dają odpowiednio prędkości ujemne (2.3-8). Kolejność $m = 3$ jest w rzeczywistości kolejnością zerową $m = 0$. Dla liczby faz $M = 7$, $m_M = 3$, $m = \nu^/ \bmod 7 = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 0, 1, 2, \ldots$. Kolejności $m = 1, 2, 3$ dają prędkości dodatnie (2.3-7), a kolejności $m = 6, 5, 4$ dają prędkości odpowiednio ujemne (2.3-8).

Dla uzwojenia drugiego typu $S = 2$, $\nu^/ = 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, \ldots$. Przy liczbie faz $M = 6$ daje to odpowiednie kolejności zasilania (2.3-9) $m = \nu^/ \bmod 6 = 1, 3, 5, 1, 3, 5, 1, 3, 5, \ldots$, gdy kolejności użytecznych jest $m_M = 2$ dla $m = 1$ i $m = 5$. Kolejności te dają dwie wzajemnie przeciwne prędkości (2.3-7) i (2.3-8). Przy liczbie faz $M = 7$, $m = \nu^/ \bmod 7 = 1, 3, 5, 0, 2, 4, 6, 1, 3, \ldots$, $m_M = 3$. Kolejności $m = 1, 3, 5$ dają prędkości dodatnie (2.3-7), a kolejności $m = 6, 4, 2$ dają prędkości odpowiednio ujemne (2.3-8).

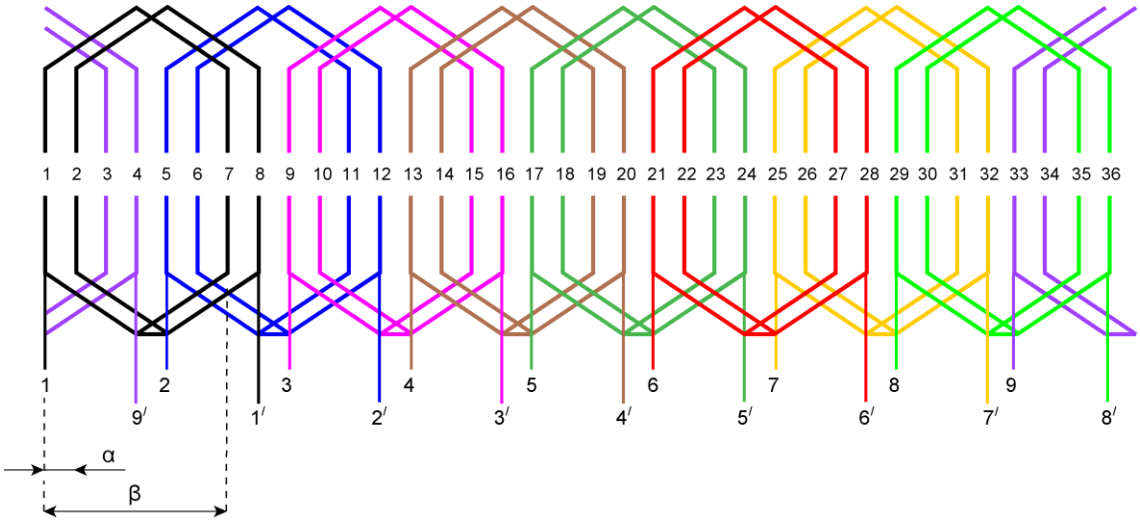
Liczba m_M (2.1-5) określa liczbę prędkości idealnego biegu jałowego **MIM**, jakie można uzyskać dla jednego kierunku wirowania. Prędkości te zostały opisane zależnościami (2.3-7, 2.3-8) dla

$$m = m_1 = S(k_m - 1) + 1_{|k_m = 1, 2, \ldots, m_M}$$

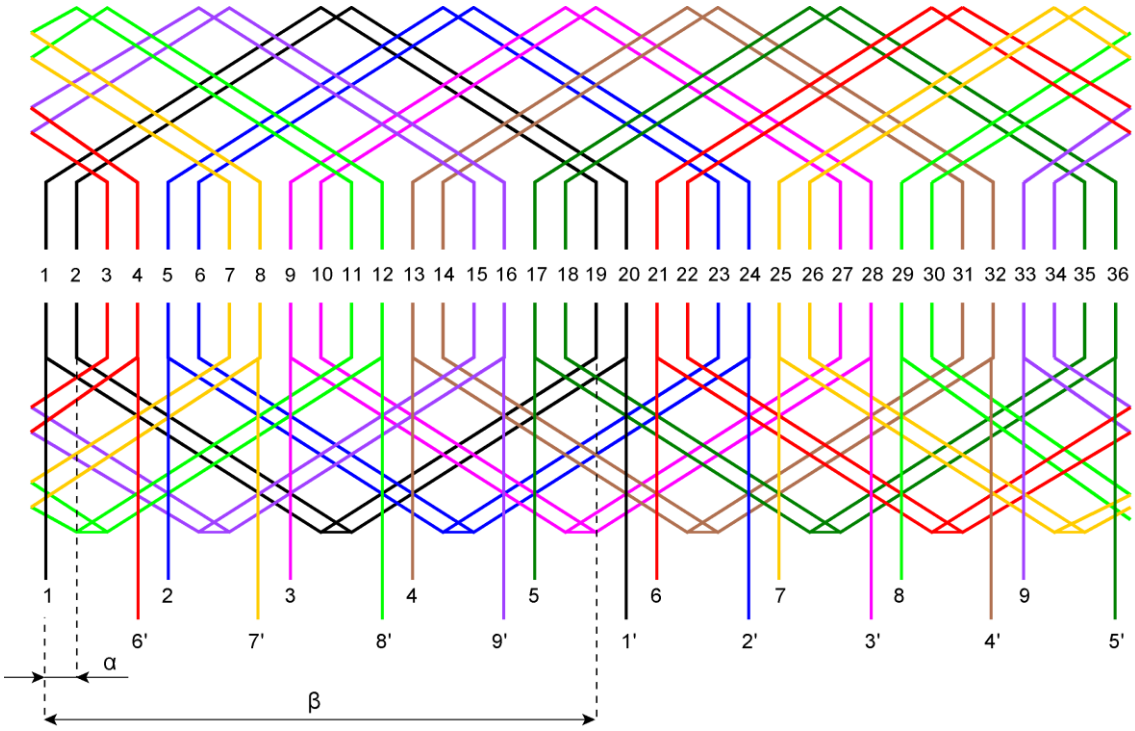
(2.3-1)

Zostało to szczegółowo objaśnione w [11, 14, 16, 17].

Przebiegi SMM wytwarzanej przez uzwojenia dziewięciofazowe ($M = 9$) pierwszego typu (rys. 2.3.1) i typu drugiego (rys. 2.3-2) przedstawiono odpowiednio na rys. 2.3-3 i 2.3-4, w celu zilustrowania zagadnień przedstawionych powyżej.



Rys. 2.3-1. Uzwojenie dziewięciofazowe pierwszego typu o parametrach: S = 1, M = 9, c_g = 2, α = 360/Z_s = 360/36 ≈ 10°, β = 6α = 60°; początki uzwojeń fazowych: 1, 2, 3..., końce uzwojeń fazowych: 1', 2', 3',...



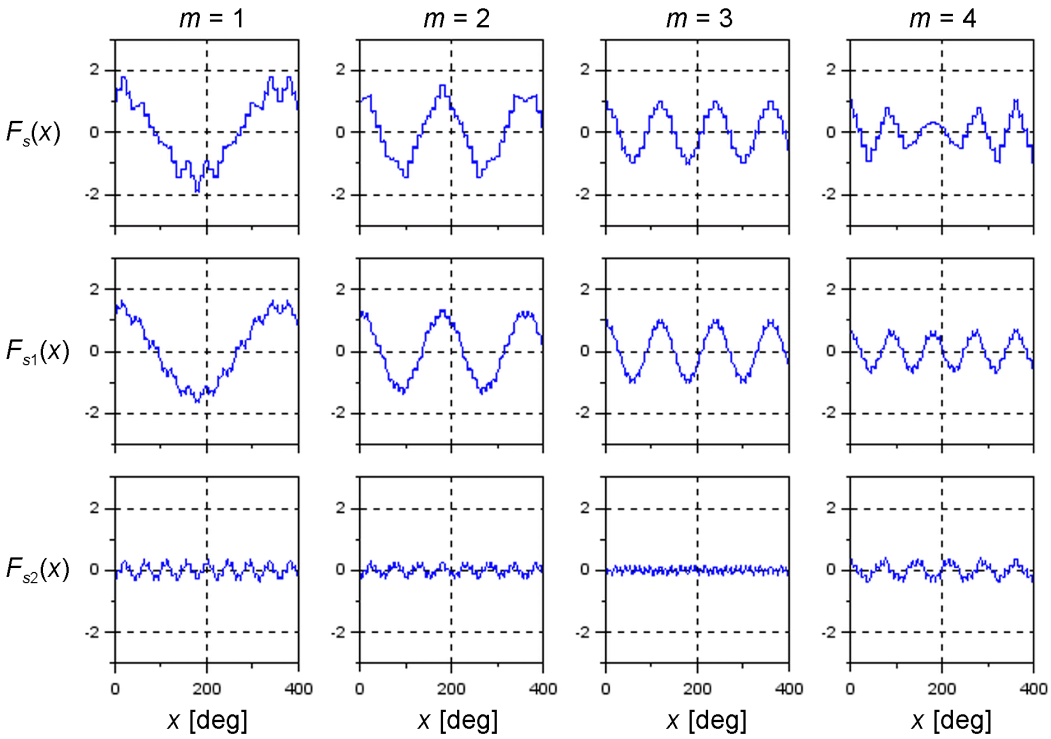
Rys. 2.3-2. Uzwojenie dziewięciofazowe drugiego typu o parametrach: S = 2, M = 9, c_g = 2, α = 360/Z_s = 360/36 ≈ 10°, β = 18α = 180°; początki uzwojeń fazowych: 1, 2, 3..., końce uzwojeń fazowych: 1', 2', 3',...

Obliczeń dokonano korzystając ze wzorów (2.3-2, 2.3-3, 2.3-4) oraz porównano wyniki z obliczeniami za pomocą wzoru ogólnego (2.3-1). Rzędy harmonicznych zadawano wzorem

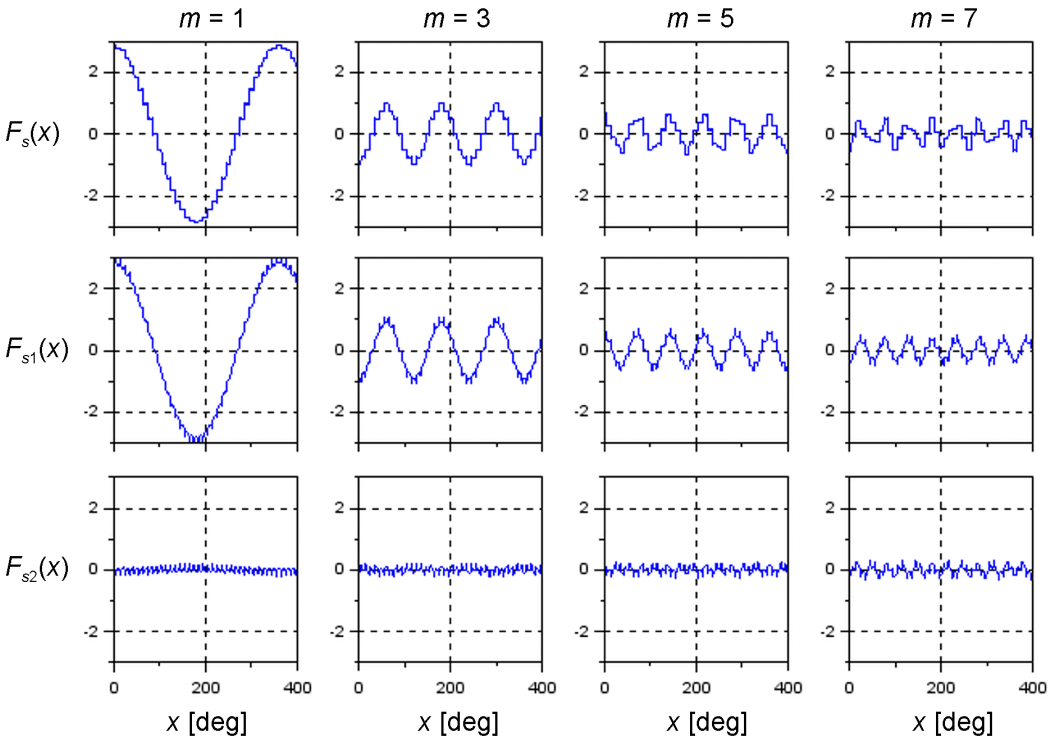
$\nu^{/} = S(k-1)+1$ dla $k = 1, 2, \ldots, 13$ w (2.3-1) oraz wzorami $\nu_1^{/} = SM(k-1)+m_1$, $\nu_2^{/} = SMk - m_1$ w (2.3-3) i (2.3-4) przy czym m_1 wyznaczano według (2.3-10). Współczynnik uzwojenia dla rzędów harmonicznych w $\nu^{/}$ dany jest wzorem

$$k_s^{(\nu^{/})} = \sin \nu^{/} \frac{\beta^{/}}{2} \frac{\sin c_g \nu^{/} \frac{\alpha^{/}}{2}}{c_g \sin \nu^{/} \frac{\alpha^{/}}{2}} \quad ; \quad \alpha^{/} = p\alpha \; ; \quad \beta^{/} = p\beta \tag{2.3-2}$$

Kąty α i β zostały oznaczone na rys. 2.3-1 i rys. 2.3-2. Liczba cewek w grupie tworzącej uzwojenie fazowe wynosiła $c_g = 2$. W przypadku typowych uzwojeń trójfazowych jest to liczba żłobków na biegun i fazę oznaczana zwykle literą q. Przebiegi SMM przedstawiono w jednostkach względnych przyjmując $I_\mu = 1$ A i $N_s = 1$. Dla uzwojenia pierwszego typu (rys. 2.3-1) numery kolejności wynosiły $m_1 = 1, 2, 3, 4$ dla dodatniego kierunku wirowania, natomiast dla uzwojenia drugiego typu (rys. 2.3-2) $m_1 = 1, 3, 5, 7$ dla dodatniego kierunku wirowania. Przeciwne kierunki wirowania otrzymuje się odpowiednio dla $m_2 = 9 - m_1$. Dla $m = m_1$ rzędy harmonicznych F_{s1} i F_{s2} są równe w tym samym czasie odpowiednio $\nu_1^{/} = m_1$ i $\nu_2^{/} = SM - m_1$. Zatem dominującym składnikiem wypadkowej SMM jest w tych przypadkach F_{s1}, ponieważ $\frac{k_s^{(\nu_1^{/})}}{\nu_1^{/}} > \frac{k_s^{(\nu_2^{/})}}{\nu_2^{/}}$, a F_{s2} oddziałuje pasożytniczo. Uwidocznione to zostało na rys. 2.3-3 i 2.3-4.



Rys. 2.3-3. Rozkłady SMM uzwojenia dziewięciofazowego pierwszego typu (S = 1) dla kolejności zasilania m = 1, 2, 3, 4



Rys. 2.3-4. Rozkłady SMM uzwojenia dziewięciofazowego drugiego typu (S = 2) dla kolejności zasilania m = 1, 3, 5, 7

Przedstawione przebiegi pokazują, że zmiana kolejności zasilania uzwojenia wielofazowego zmienia liczbę par biegunów wytwarzanych przez to uzwojenie. Przy kolejności zasilania m_1 i liczbie par biegunów uzwojenia fazowego p liczba par biegunów pola magnetycznego wynosi $p_1 = pm_1$.

2.4 Indukowane napięcie generatora wielofazowego

Wypadkowa siła magnetomotoryczna $F_s(x)$ wzniecona prądem magnesującym I_μ została opisana za pomocą zależności (2.3-1) lub w postaci (2.3-2). Tak więc indukcja magnetyczna w szczelinie powietrznej

$$B_\delta(x) = \frac{\mu_0}{\delta} F_s(x) \tag{2.4-1}$$

wzbudza napięcia w uzwojeniach **MIM**, gdzie: δ – uśredniona szerokość szczeliny powietrznej, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \frac{H}{m}$. Napięcia są pochodnymi czasowymi strumieni sprzężonych z uzwojeniami. Strumień sprzężony z uzwojeniem jest sumą strumieni sprzężonych z każdym zezwojem. Zamiast takiego sposobu można wyznaczyć strumień sprzężony z zastępczymi uzwojeniami sinusoidalnymi. Uzwojenie fazowe wytwarza SMM opisaną zależnościami (2.1-6, 2.1-8). Oznacza to, że SMM określona dla rzędu harmonicznych $\rho = \rho^/ p$ może być wytwarzana przez szeregowe połączenie elementarnych uzwojeń sinusoidalnych o poskoku $\frac{\pi}{\rho}$ i gęstości zwojów

$$g_a^{(\rho^/)}(x^/) = \frac{1}{i_{sa}} \frac{dF_a^{(\rho^/)}}{dx} = -\frac{2}{\pi} W_s^{(\rho^/)} \rho^/ \sin \rho^/ \left(x^/ - x_a^/\right) \tag{2.4-2}$$

gdzie: $W_s^{(\rho^/)} = \frac{N_s k_s^{(\rho^/)}}{\rho^/}$, $x_a^/ = (a-1)\frac{2\pi}{M}$.

Strumień sprzężony z uzwojeniem fazy „*a*" można obliczyć za pomocą wzoru [32]

$$\psi_a = \sum_{\rho^/ \in H_\rho^/} \psi_a^{(\rho^/)} = \sum_{\rho^/ \in H_\rho^/} r_c \int_{-l_c/2}^{l_c/2} \left\{ \int_{x_a^/ - \frac{\pi}{p\rho^/}}^{x_a^/} g_a^{(\rho^/)}(x^/) \left[\sum_{i=1}^{\rho^/} \left(\int_{x^/ + (i-1)\frac{2\pi}{p\rho^/}}^{x^/ + (i-1)\frac{2\pi}{p\rho^/} + \frac{\pi}{p\rho^/}} B_\delta(x_1^/)\, dx_1^/ \right) \right] dx^/ \right\} dz$$

(2.4-3)

gdzie: z – współrzędna wzdłuż osi maszyny, l_c – długość rdzenia stojana, r_c – promień otworu rdzenia stojana. Pochodna czasowa (2.4-3) dla rzędu harmonicznych $\rho^/$ określa jałowe napięcie indukowane w uzwojeniu fazowym

$$e_a^{(\rho^/)} = \frac{d\psi_a^{(\rho^/)}}{dt} = -E_\mu^{(\rho^/)} \sin(\omega_s t - \rho^/ x_a^/) \quad ; \quad E_\mu^{(\rho^/)} = \omega_s \frac{2M}{\pi} \frac{\mu_0}{\delta} r_c l_c \left(\frac{N_s k_s^{(\rho^/)}}{p\rho^/} \right)^2 I_\mu$$

(2.4-4)

Takie samo wyrażenie można uzyskać na podstawie schematu zastępczego wielofazowej maszyny indukcyjnej przedstawionego w [9]. Dla uproszczenia w (2.4-4) pominięto zależność od współrzędnej z (pominięcie skosu prętów wirnika). Przy pracy z kolejnością zasilania m_1 najmniejszy rząd harmonicznej pola wynosi $\rho^/ = m_1$. Przy prędkości Ω_1 generatora pulsacja napięcia wynosi $\omega_s = m_1\ p\ \Omega_1$. Zatem amplitudę napięcia indukowanego można opisać zależnością

$$E_\mu^{(m_1)} = p\ m_1\ \Omega_1 M \frac{2\mu_0 r_c l_c}{\pi\delta} \left(\frac{N_s k_s^{(m_1)}}{p m_1} \right)^2 I_\mu = p\ m_1\ \Psi_\mu^{(m_1)} \Omega_1$$

(2.4-5)

gdzie strumień magnesujący

$$\Psi_\mu^{(m_1)} = M \frac{2\mu_0 r_c l_c}{\pi\delta} \left(\frac{N_s k_s^{(m_1)}}{p m_1} \right)^2 I_\mu = L_\mu^{(m_1)} I_\mu$$

(2.4-6)

Rozważmy dla przykładu rdzeń stojana trójfazowego silnika indukcyjnego Sf112M-4 o mocy 4 kW, gdzie umieszczono uzwojenie dziewięciofazowe (rys. 2.3-1). Wirnik klatkowy ma 28 aluminiowych prętów. Indukowane napięcie zostało obliczone według (2.4-5) dla następujących parametrów: $M = 9$, $p = 1$, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\,\frac{\mathrm{H}}{\mathrm{m}}$, $r_c = 0{,}055\ \mathrm{m}$, $l_c = 0{,}12\ \mathrm{m}$, $\delta = 0{,}00056\ \mathrm{m}$ (z uwzględnieniem współczynnika Cartera), $N_s = 110$, $c_g = 2$. Dla $m_1 = 1$, $\Omega_1 = 100\pi \approx 314{,}16\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$, przy $I_\mu = 3{,}1\ \mathrm{A}$.
Podstawiając $\nu^/ = m_1$ współczynnik uzwojenia wynosi $k_s^{(1)} = 0{,}498$. Ostatecznie $\Psi_\mu^{(1)} = 0{,}79\ \mathrm{Wb}$, $L_\mu^{(m_1)} = 0{,}254\ \mathrm{H}$, $E_\mu^{(1)} = 248\ \mathrm{V}$, $U_s = \frac{E_\mu^{(1)}}{\sqrt{2}} = 175\ \mathrm{V}$.

Dla porównania dokonano obliczeń napięcia oryginalnej maszyny trójfazowej Sf112M-4 o danych znamionowych $P_N = 4\ \mathrm{kW}$, $U_N = 380\ \mathrm{V}\ (\Delta)$, $I_N = 8{,}9\ \mathrm{A}$, $cos\varphi = 0{,}82$, $n_N = 1440\ \frac{\mathrm{obr}}{\mathrm{min}}$.

Parametry obliczeń: $M = 3$, $\Omega_1 = 157{,}08\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$, $I_\mu = 3{,}1\ \mathrm{A}$, $N_s = 282$, $q = \frac{36}{2 \cdot 2 \cdot 3} = 3$, poskoki żłobkowe cewek grupy $y = 7, 9, 11$, współczynnik uzwojenia $k_s^{(1)} = 0{,}989$. Wyniki obliczeń: $\Psi_\mu^{(1)} = 1{,}7\ \mathrm{Wb}$, $L_\mu^{(m_1)} = 0{,}551\ \mathrm{H}$, $E_\mu^{(1)} = 536{,}6\ \mathrm{V}$, $U_s = \frac{E_\mu^{(1)}}{\sqrt{2}} = 379\ \mathrm{V}$. Przedstawione wzory dają wiarygodne wyniki przybliżone.

Regulację napięcia przez zmianę kolejności prądów fazowych objaśniono w uproszczeniu wykorzystując wzór (2.4-5). Dla prędkości znamionowej $\Omega_1 = \Omega_N$, przy $m_1 = 1$, indukowane napięcie wynosi $E_{\mu N}^{(1)} = E_N$. Jeśli prędkość generatora zmniejszy się *r* razy do $\Omega_1 = \frac{\Omega_N}{r}$ (np. *r* = 2, 3,...), to amplitudę napięcia można zwiększyć, przełączając kolejność zasilania na $m_1 = r$, a napięcie powróci do wartości E_N jak przy Ω_N i tej samej wartości I_μ. Gdy *r* nie jest liczbą całkowitą, to liczbę m_1 należy dobrać najbliżej wartości *r*.

Wielofazowa maszyna indukcyjna z uzwojeniem drugiego typu (rys. 2.3-2) może praktycznie pracować przy kolejności zasilania $m = 1$. Przy wyższych m współczynnik uzwojenia szybko maleje i napięcia nie da się w praktyce zmieniać za pomocą numeru kolejności m. Tego typu maszyna może być zaprojektowana z niemal sinusoidalnie rozłożonymi uzwojeniami, wykazując wszystkie zalety odporności na uszkodzenia wielofazowych maszyn indukcyjnych [12, 30, 21, 19, 20]. Nie będzie ona przedmiotem dalszych badań, gdyż może pracować przy ograniczonym zakresie zmiany prędkości, o czym wspomniano przy omówieniu charakterystyk przedstawionych na rys. 2.1-2.

3 Model matematyczny wielofazowej maszyny indukcyjnej klatkowej

W tym rozdziale przedstawiono model matematyczny wielofazowej maszyny indukcyjnej klatkowej wywodzący się z [11]. Model ten został omówiony w [13], gdzie m. in. przedyskutowano dopuszczalne uproszczenia dotyczące ograniczenia liczby uwzględnianych harmonicznych pola magnetycznego i ich wzajemnego oddziaływania. Konsekwencją tego był sposób modelowania przedstawiony w [15] jako uniwersalny model maszyny wielofazowej uwzględniający jej najważniejsze właściwości, a szczególnie możliwość pracy przy różnych kolejnościach zasilania i przy przerwanych fazach stojana, co zweryfikowano pomiarowo i przedstawiono w [10]. Równania różniczkowe tego modelu stanowiły bazę dla przedstawionego w [8] modelu zbudowanego w środowisku Simulink. Ten z kolei model umożliwia teoretyczne próby badawcze pracy silnikowej i generatorowej maszyny wielofazowej przy współpracy z przekształtnikami energoelektronicznymi i systemem elektroenergetycznym. Stał się on podstawą sformułowania prawa sterowania maszyną wielofazową jako generatorem indukcyjnym, stanowiąc bazę dla zrealizowania układu sterowania.

3.1 Właściwości modelu matematycznego

Przyjęto najprostszy model zapewniający uwzględnienie wszystkich najważniejszych cech wielofazowej maszyny indukcyjnej, w którym nie uwzględniono nieliniowości obwodu magnetycznego i ograniczono liczbę uwzględnianych harmonicznych przestrzennych siły magnetomotorycznej do tych, które wpływają na główne właściwości maszyny. Wymienione ograniczenia wynikały z konieczności osiągnięcia kompromisu pomiędzy złożonością modelu, wpływającą na ilość i jakość modelowanych zjawisk występujących w obiekcie rzeczywistym, a wielkością modelu wpływającą na sformułowanie prawa sterowania generatorem i złożoność modelu symulacyjnego.

Przedstawiony poniżej model matematyczny cechuje się następującymi właściwościami:

- możliwość modelowania maszyn o różnej liczbie faz stojana (w dalszej części opracowania wykorzystano model dziewięciofazowy),
- wzajemne oddziaływanie harmonicznych przestrzennych pola magnetycznego dające efekty użyteczne i pasożytnicze,
- implementacja w środowisku obliczeniowymi MATLAB/Simulink, w postaci komponentu biblioteki, posiadającego wyprowadzenia obwodu stojana oraz sygnałów wielkości mechanicznych (momentu lub prędkości), co umożliwia połączenie z modelami przekształtników energoelektronicznych, modelem sieci elektroenergetycznej oraz modelami układów mechanicznych.

3.2 Równania różniczkowe maszyny wielofazowej

Punktem wyjścia dla modelu matematycznego maszyny wielofazowej klatkowej, który stał się podstawą sformułowania zasady sterowania i zbudowania układu regulacji automatycznej generatora indukcyjnego, były równania różniczkowe opisujące maszynę w tzw. współrzędnych maszynowych lub naturalnych, zaczerpnięte z [11] i [13]. Poniżej przedstawiono przebieg przekształceń matematycznych.

Równania napięciowe we współrzędnych maszynowych zostały sformułowane dla obwodów elektrycznych M fazowego stojana i N fazowego wirnika, gdzie fazy wirnika stanowią oczka klatki. W zapisie macierzowym równania różniczkowe mają poniższą postać, przy czym indeks dolny „1" oznacza, że jest to pierwsza forma równań. Formom następnym, po przekształceniach, przypisane zostały indeksy kolejne.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}_{s1} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{s1} & \\ & \mathbf{R}_{r1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{s1} \\ \mathbf{I}_{r1} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{s1} & \mathbf{M}_{sr1} \\ \mathbf{M}_{sr1}^{T} & \mathbf{L}_{r1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{s1} \\ \mathbf{I}_{r1} \end{bmatrix} \tag{3.2-1}$$

Wektory napięć fazowych $\mathbf{U}_{s1}$ i prądów $\mathbf{I}_{s1}$ mają ten sam wymiar M. Wektor $\mathbf{I}_{r1}$ prądów oczkowych klatki wirnika ma wymiar N. Macierze rezystancji stojana $\mathbf{R}_{s1}$ **i** indukcyjności rozproszenia $\mathbf{L}_{\sigma s1}$ są zwykle diagonalne. Macierz rezystancji wirnika $\mathbf{R}_{r1}$ i macierz indukcyjności rozproszenia $\mathbf{L}_{r1}$ zawierają własne i wzajemne elementy wynikające z połączenia galwanicznego oczek klatki i sprzężeń magnetycznych. Macierze indukcyjności rozproszenia zostały włączone do macierzy $\mathbf{L}_{s1}$ i $\mathbf{L}_{r1}$. Największe znaczenie ma macierz indukcyjności wzajemnych $\mathbf{M}_{sr1}$ pomiędzy obwodami stojana i wirnika, gdyż główne właściwości maszyny wielofazowej zależą od jej współczynników będących funkcją kąta obrotu φ. Każda własna i wzajemna indukcyjność w macierzy $\mathbf{M}_{sr1}$ jest sumą indukcyjności harmonicznych zależną od liczy uwzględnianych harmonicznych przestrzennych pola magnetycznego.

Wektory napięcia i prądu stojana oraz wektor prądu wirnika w równaniach (3.2-1) mają ogólną postać

$$\mathbf{X}_1 = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_k \\ \vdots \\ x_K \end{bmatrix} \tag{3.2-2}$$

gdzie: $K = M$ jest liczbą faz stojana lub $K = N$ jest liczbą prętów (oczek) klatki wirnika. Zamiast x_k należy podstawić u_{sk} dla poszczególnych napięć fazowych stojana, i_{sk} dla poszczególnych prądów fazowych stojana oraz i_{rk} dla poszczególnych prądów oczkowych wirnika.

Drugą formę układu równań otrzymuje się po przekształceniu napięć i prądów fazowych do składowych symetrycznych za pomocą wyrażenia

$$\mathbf{X}_2 = \mathbf{S}_K \mathbf{X}_1 = \begin{bmatrix} x^{(0)} \\ \underline{x}^{(1)} \\ \underline{x}^{(2)} \\ \underline{x}^{(3)} \\ \vdots \\ \underline{x}^{(W)} \\ \vdots \\ \underline{x}^{(K-W)} \\ \vdots \\ \underline{x}^{(K-3)} \\ \underline{x}^{(K-2)} \\ \underline{x}^{(K-1)} \end{bmatrix}$$

(3.2-3)

gdzie $\mathbf{S}_K$ jest macierzą transformacji układu K fazowego do składowych symetrycznych

$$\mathbf{S}_K = \frac{1}{\sqrt{K}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & \underline{a}^1 & \underline{a}^2 & \underline{a}^3 & \cdots & \underline{a}^{(K-1)} \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a}^4 & \underline{a}^6 & \dots & \underline{a}^{2(K-1)} \\ 1 & \underline{a}^3 & \underline{a}^6 & \underline{a}^9 & \dots & \underline{a}^{3(K-1)} \\ 1 & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \underline{a}^{(K-1)} & \underline{a}^{2(K-1)} & \underline{a}^{3(K-1)} & \dots & \underline{a}^{(K-1)^2} \end{bmatrix}$$

(3.2-4)

przy czym $\underline{a} = e^{j\frac{2\pi}{K}}$.

Transformacja odwrotna przyjmuje postać

$$\mathbf{X}_1 = \mathbf{S}_K^* \mathbf{X}_2$$

(3.2-1)

gdzie gwiazdka w indeksie górnym oznacza liczbę lub macierz sprzężoną. Składowe symetryczne (3.2-3) są wektorami przestrzennymi związanymi ze stojanem lub z wirnikiem. Mają następujące właściwości:

- składowa symetryczna o numerze k stojana lub wirnika

$$\underline{x}^{(k)} = \frac{1}{\sqrt{K}}\left(1 \cdot x_1 + \underline{a}^k \cdot x_2 + \underline{a}^{2k} \cdot x_3 + \underline{a}^{3k} \cdot x_4 + \cdots + \underline{a}^{(K-1)k} \cdot x_K\right) = x_d^k + j x_q^k$$

(3.2-6)

  jest określona w prostokątnym układzie współrzędnych (*d*-*q*) związanym odpowiednio ze stojanem lub z wirnikiem,

- pomiędzy składowymi symetrycznymi w (3.2-3), np. $\underline{x}^{(W)}$ i $\underline{x}^{(K-W)}$, zachodzi związek

$$\underline{x}^{(K-W)} = \underline{x}^{(W)*}$$

(3.2-7)

Równania napięciowe maszyny wielofazowej w składowych symetrycznych przyjmują postać

$$\begin{bmatrix}\mathbf{U}_{s2}\\ \mathbf{0}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\mathbf{R}_{s2} & \\ & \mathbf{R}_{r2}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{I}_{s2}\\ \mathbf{I}_{r2}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\mathbf{L}_{s2} & \\ & \mathbf{L}_{r2}\end{bmatrix}\frac{d}{dt}\begin{bmatrix}\mathbf{I}_{s2}\\ \mathbf{I}_{r2}\end{bmatrix}+\frac{d}{dt}\begin{bmatrix}0 & \mathbf{M}_{sr2}(\varphi)\\ \mathbf{M}_{sr2}^{T}(\varphi) & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{I}_{s2}\\ \mathbf{I}_{r2}\end{bmatrix}$$

(3.2-8)

Moment elektromagnetyczny maszyny jest opisany zależnością

$$T_e=\mathbf{I}_{s2}^{*}\,\frac{\partial}{\partial\varphi}\mathbf{M}_{sr2}(\varphi)\,\mathbf{I}_{r2}$$

(3.2-9)

gdzie φ jest kątem mechanicznym obrotu wirnika.

Właściwości wielofazowej maszyny indukcyjnej zawarte są w strukturze macierzy indukcyjności wzajemnych uzwojeń stojana i wirnika $\mathbf{M}_{sr2}(\varphi)$. Macierz ta ma wymiar $M\times N$ i jest pełna. Jej elementy zależą od liczby uwzględnianych harmonicznych pola magnetycznego maszyny. Dyskusję na temat ograniczenia rozpatrywanych harmonicznych pola magnetycznego i ich wpływu na macierz $\mathbf{M}_{sr2}(\varphi)$ przedstawiono w [11] i [15]. Wynika z niej, że zbiór rzędów harmonicznych (2.1-7) można ograniczyć do minimalnej postaci zapewniając wszystkie najważniejsze właściwości maszyny wielofazowej. Jest on określony zależnością

$$\mathrm{H}_{\nu/}=\{1,\ 2(2-S),\ 3,\ 4(2-S),\ 5,\ \dots,\ 2m_M(2-S)$$

(3.2-10)

gdzie m_M jest wyznaczone przez (2.1-4) dla danej liczby faz M, a S = 1 lub 2 w zależności od typu uzwojenia stojana. Przy takim ograniczeniu uwzględnianych harmonicznych przestrzennych składową zerową $x^{(0)}$ należy pominąć, gdyż nie ma sprzężenia magnetycznego pomiędzy stojanem i wirnikiem dla tej składowej. Macierz indukcyjności wzajemnych $\mathbf{M}_{sr2}(\varphi)$ można przedstawić w postaci iloczynu macierzy

$$\mathbf{M}_{sr2}(\varphi)=\mathbf{M}_{0sr}\mathbf{N}_{sr}^{-1}\mathbf{K}_{R}(\varphi)$$

(3.2-11)

gdzie:

$$\mathbf{M}_{0sr}=\begin{bmatrix}L_p & & & & & & & & & & \\ & L_{2p} & & & & & & & & & \\ & & L_{3p} & & & & & & & & \\ & & & \ddots & & & & & & & \\ & & & & L_{m_Mp} & & & & & & \\ & & & & & L_{(M-m_M)p} & & & & & \\ & & & & & & \ddots & & & & \\ & & & & & & & L_{(M-3)p} & & & \\ & & & & & & & & L_{(M-2)p} & & \\ & & & & & & & & & L_{(M-1)p} & \end{bmatrix}$$

$$
\begin{bmatrix}
L_{(M-1)p} & & & & & & & & & & & \\
& L_{(M-2)p} & & & & & & & & & & \\
& & L_{(M-3)p} & & & & & & & & & \\
& & & \ddots & & & & & & & & \\
& & & & L_{(M-m_M)p} & & & & & & & \\
& & & & & L_{m_M p} & & & & & & \\
& & & & & & \ddots & & & & & \\
& & & & & & & L_{3p} & & & & \\
& & & & & & & & L_{2p} & & & \\
& & & & & & & & & L_{p} & &
\end{bmatrix}
$$

(3.2-12)

$$
\mathbf{N}_{sr}^{-1} = \mathrm{diag}\left[\frac{1}{\xi_p}, \frac{1}{\xi_{2p}}, \frac{1}{\xi_{3p}}, \dots, \frac{1}{\xi_{m_M p}}, \frac{1}{\xi_{(M-m_M)p}}, \dots, \frac{1}{\xi_{(M-3)p}}, \frac{1}{\xi_{(M-2)p}}, \frac{1}{\xi_{(M-1)p}},\right.
$$

$$
\left.\frac{1}{\xi_{(M-1)p}}, \frac{1}{\xi_{(M-2)p}}, \frac{1}{\xi_{(M-3)p}}, \dots, \frac{1}{\xi_{(M-m_M)p}}, \frac{1}{\xi_{m_M p}}, \dots, \frac{1}{\xi_{3p}}, \frac{1}{\xi_{2p}}, \frac{1}{\xi_p}\right]^T
$$

(3.2-13)

$$
\mathbf{K}_R(\varphi) = \mathrm{diag}\left[e^{jp\varphi}, e^{j2p\varphi}, e^{j3p\varphi}, \dots, e^{jm_M p\varphi}, e^{j(M-m_M)p\varphi}, \dots, e^{j(M-3)p\varphi}, e^{j(M-2)p\varphi}, e^{j(M-1)p\varphi},\right.
$$

$$
\left. e^{-j(M-1)p\varphi}, e^{-j(M-2)p\varphi}, e^{-j(M-3)p\varphi}, \dots, e^{-j(M-m_M)p\varphi}, e^{-jm_M p\varphi}, \dots, e^{-j3p\varphi}, e^{-j2p\varphi}, e^{-jp\varphi}\right]^T
$$

(3.2-14)

Współczynniki

$$
\xi_{\nu^/p} = \sqrt{\frac{M}{N}} N_s \frac{k_s^{(\nu^/)}}{k_r^{(\nu^/)} k_{skew}^{(\nu^/)}}
$$

(3.2-15)

są przekładniami pomiędzy wektorami prądów stojana i wirnika dla harmonicznych przestrzennych $\nu^/ = \frac{\nu}{p}$, które zostały określone w dolnych indeksach współczynników $\xi_{\nu^/p}$ w (3.2-13). N_s - liczba zwojów stojana, współczynnik uzwojenia stojana

$$
k_s^{(\nu^/)} = \sin \nu^/ \frac{\beta^/}{2} \frac{\sin c_g \nu^/ \frac{\alpha^/}{2}}{c_g \sin \nu^/ \frac{\alpha^/}{2}} \quad ; \quad \alpha^/ = p\alpha \; ; \quad \beta^/ = p\beta;
$$

(3.2-16)

współczynnik uzwojenia wirnika

$$
k_r^{(\nu^/)} = \sin\left(\nu^/ p \frac{\pi}{N}\right)
$$

(3.2-17)

współczynnik skosu

$$
k_{skew}^{(\nu^/)} = \frac{\sin\left(\nu^/ p \frac{\alpha_{skew}}{2}\right)}{\nu^/ p \frac{\alpha_{skew}}{2}}
$$

(3.2-18)

gdzie α_{skew} jest kątem skosu prętów klatki wirnika względem osi wału w radianach.

Wektory składowych symetrycznych napięć i prądów stojana mają postać

$$\mathbf{U}_{s2} = \left[\underline{u}_s^{(1)}, \underline{u}_s^{(2)}, \underline{u}_s^{(3)} \dots, \underline{u}_s^{(m_M)}, \underline{u}_s^{(m_M)*}, \dots, \underline{u}_s^{(3)*}, \underline{u}_s^{(2)*}, \underline{u}_s^{(1)*}\right]^T \tag{3.2-19}$$

$$\mathbf{I}_{s2} = \left[\underline{i}_s^{(1)}, \underline{i}_s^{(2)}, \underline{i}_s^{(3)} \dots, \underline{i}_s^{(m_M)}, \underline{i}_s^{(m_M)*}, \dots, \underline{i}_s^{(3)*}, \underline{i}_s^{(2)*}, \underline{i}_s^{(1)*}\right]^T \tag{3.2-20}$$

Wektory te są określone w stacjonarnym, prostokątnym układzie współrzędnych *α-β* związanym ze stojanem, gdzie składowe osi podłużnej *d* są oznaczone α, a składowe osi poprzecznej *q* są oznaczone β w odniesieniu do (3.2-6). Wektor składowych symetrycznych prądów wirnika $\mathbf{I}_{r2}$ ma wymiar dwa razy większy niż wektor prądów stojana. Jest on określony w układzie współrzędnych *d-q* związanym z wirnikiem, a numery składowych symetrycznych są wielokrotnościami liczby par biegunów p. Aby uzyskać układ równań różniczkowych maszyny określony w jednym układzie współrzędnych prostokątnych *α-β*, związanym ze stojanem, wektor ten przekształcono stosując poniższą operację

$$\begin{aligned}\mathbf{I}_{\mathrm{r2}}^{/} = \mathbf{N}_{\mathrm{sr}}^{-1}\mathbf{K}_{\mathrm{R}}(\varphi)\ \mathbf{I}_{\mathrm{r2}} = [\ & \underline{i}_r^{/(p)}, \underline{i}_r^{/(2p)}, \underline{i}_r^{/(3p)}, \dots,\ \underline{i}_r^{/(m_M p)},\ \underline{i}_r^{/((M-m_M)p)}, \dots, \underline{i}_r^{/((M-3)p)}, \\ & \underline{i}_s^{/((M-2)p)}, \underline{i}_s^{/((M-1)p)}, \underline{i}_s^{/((M-1)p)*}, \\ & \underline{i}_r^{/((M-2)p)*}, \underline{i}_r^{/((M-3)p)*}, \dots,\ \underline{i}_r^{/((M-m_M)p)*},\ \underline{i}_r^{/(m_M p)*}, \dots,\ \underline{i}_r^{/(3p)*}, \underline{i}_r^{/(2p)*}, \underline{i}_r^{/(p)*}\ ]^T\end{aligned} \tag{3.2-21}$$

W powyższym przekształceniu $\mathbf{K}_R(\varphi)$ jest macierzą przekształcenia ortogonalnego składowych symetrycznych prądów wirnika z układu *d-q* wirnika do układu *α-β* stojana, natomiast $\mathbf{N}_{sr}^{-1}$ jest macierzą odwrotności przekładni prądów stojana i wirnika.

Po dekompozycji układu równań (3.2-8) na część rzeczywistą i urojoną otrzymuje się macierzowy zapis równań napięciowych maszyny wielofazowej w postaci

$$\begin{bmatrix}\mathbf{U}_{s\alpha}\\ \mathbf{U}_{s\beta}\\ \mathbf{0}\\ \mathbf{0}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\mathbf{R}_s & & & \\ & \mathbf{R}_s & & \\ & & \mathbf{R}_r & \\ & & & \mathbf{R}_r\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{I}_{s\alpha}\\ \mathbf{I}_{s\beta}\\ \mathbf{I}_{r\alpha}\\ \mathbf{I}_{r\beta}\end{bmatrix} + \frac{d}{dt}\begin{bmatrix}\mathbf{\Psi}_{r\alpha}\\ \mathbf{\Psi}_{r\beta}\\ \mathbf{\Psi}_{r\alpha}\\ \mathbf{\Psi}_{r\beta}\end{bmatrix} + p\omega\begin{bmatrix}\mathbf{0}\\ \mathbf{0}\\ \mathbf{\Phi}_{r\beta}\\ -\mathbf{\Phi}_{r\alpha}\end{bmatrix} \tag{3.2-22}$$

Wektory napięć, prądów i strumieni skojarzonych stojana przyjmują postać

$$\mathbf{X}_{s\alpha} = \begin{bmatrix}x_{s\alpha}^{(1)}\\ x_{s\alpha}^{(2)}\\ x_{s\alpha}^{(3)}\\ \vdots\\ x_{s\alpha}^{(m_M)}\end{bmatrix};\quad \mathbf{X}_{s\beta} = \begin{bmatrix}x_{s\beta}^{(1)}\\ x_{s\beta}^{(2)}\\ x_{s\beta}^{(3)}\\ \vdots\\ x_{s\beta}^{(m_M)}\end{bmatrix} \tag{3.2-23}$$

gdzie

$$x_{s\alpha}^{(k)} = \Re(\underline{x_s}^k); \quad x_{s\beta}^{(k)} = \Im(\underline{x_s}^k)$$

(3.2-24)

oraz

$$\mathbf{X}_{r\alpha} = \begin{bmatrix} x_{r\alpha}^{(1)} \\ x_{r\alpha}^{(2)} \\ x_{r\alpha}^{(3)} \\ \vdots \\ x_{r\alpha}^{(m_M)} \\ x_{r\alpha}^{(m_M+1)} \\ \vdots \\ x_{r\alpha}^{(2m_M-2)} \\ x_{r\alpha}^{(2m_M-1)} \\ x_{r\alpha}^{(2m_M)} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{X}_{r\beta} = \begin{bmatrix} x_{r\beta}^{(1)} \\ x_{r\beta}^{(2)} \\ x_{r\beta}^{(3)} \\ \vdots \\ x_{r\beta}^{(m_M)} \\ x_{r\beta}^{(m_M+1)} \\ \vdots \\ x_{r\beta}^{(2m_M-2)} \\ x_{r\beta}^{(2m_M-1)} \\ x_{r\beta}^{(2m_M)} \end{bmatrix}$$

(3.2-25)

gdzie

$$x_{r\alpha}^{(k)} = \Re(\underline{x_r}^k); \quad x_{r\beta}^{(k)} = \Im(\underline{x_r}^k)$$

(3.2-26)

Podstawiając $\mathbf{U}$, $\mathbf{I}$, $\mathbf{\Psi}$ w miejsce $\mathbf{X}$ (3.2-23, 3.2-25) otrzymuje się zapis kolejnych wektorów napięć, prądów i strumieni skojarzonych z uzwojeniami stojana i wirnika.

Wektory $\mathbf{\Phi}_{r\alpha}, \mathbf{\Phi}_{r\beta}$ w (3.2-22) zależą od $\boldsymbol{\psi}_{r\alpha}$, $\boldsymbol{\psi}_{r\beta}$

$$\boldsymbol{\phi}_{r\alpha} = \mathbf{N}\boldsymbol{\psi}_{r\alpha}; \quad \boldsymbol{\phi}_{r\beta} = \mathbf{N}\boldsymbol{\psi}_{r\beta}$$

(3.2-27)

gdzie

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} 1 & & & & & & & & & & & \\ & 2 & & & & & & & & & & \\ & & 3 & & & & & & & & & \\ & & & \dots & & & & & & & & \\ & & & & m_M & & & & & & & \\ & & & & & m_M+1 & & & & & & \\ & & & & & & \dots & & & & & \\ & & & & & & & 2m_M-2 & & & & \\ & & & & & & & & 2m_M-1 & & & \\ & & & & & & & & & 2m_M & & \end{bmatrix}$$

(3.2-28)

Wektor strumieni skojarzonych stojana i wirnika

$$\begin{bmatrix} \mathbf{\Psi}_{s\alpha} \\ \mathbf{\Psi}_{s\beta} \\ \mathbf{\Psi}_{r\alpha} \\ \mathbf{\Psi}_{r\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_s & & \mathbf{M}_\sigma & \\ & \mathbf{L}_s & & \mathbf{M}_\beta \\ \mathbf{M}_\alpha^T & & \mathbf{L}_r & \\ & \mathbf{M}_\beta^T & & \mathbf{L}_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{s\alpha} \\ \mathbf{I}_{s\beta} \\ \mathbf{I}_{r\alpha} \\ \mathbf{I}_{r\beta} \end{bmatrix}$$

(3.2-29)

Macierze indukcyjności wzajemnych występujące w wyrażeniu (3.2-29) zostały określone poniżej

$$\mathbf{M}_\alpha = \begin{bmatrix} M_1 & & & & & & & & & M_{2m_M} \\ & M_2 & & & & & & & M_{2m_M-1} & \\ & & M_3 & & & & & M_{2m_M-2} & & \\ & & & \dots & & & \dots & & & \\ & & & & M_{m_M} & M_{m_M+1} & & & & \end{bmatrix}$$

(3.2-30)

gdzie:

$M_1 = L_1$
$M_2 = (2 - S)L_2$
$M_3 = L_3$
…
$M_{m_M} = (2 - S)L_{m_M}$
$M_{m_M+1} = L_{m_M+1}$
…
$M_{2m_M-2} = (2 - S)L_{2m_M-2}$
$M_{2m_M-1} = L_{2m_M-1}$
$M_{2m_M} = (2 - S)L_{2m_M}$

(3.2-31)

przy czym tzw. indukcyjność magnesująca dana jest wzorem

$$L_k = M \frac{2\mu_0 r_c l_c}{\pi\delta} \left(\frac{N_s k_s^k}{k} \right)^2$$

(3.2-32)

gdzie: k – indeks dolny wynikający z opisu indukcyjności w macierzy (3.2-30), $\mu_0 = 4\pi\ 10^{-7}\ \frac{H}{m}$, l_c – długość pakietu rdzenia stojana, r_c – promień pakietu rdzenia stojana, δ – wypadkowa długość szczeliny powietrznej uwzględniająca współczynniki Cartera stojana i wirnika.

$$\mathbf{M}_\beta = \mathbf{M}_\alpha \begin{bmatrix} 1 & & & & & & & & & -1 \\ & 1 & & & & & & & -1 & \\ & & 1 & & & & & -1 & & \\ & & & \dots & & & \dots & & & \\ & & & & 1 & -1 & & & & \end{bmatrix}$$

(3.2-33)

$$\mathbf{L}_s = \begin{bmatrix} L_{s1} & & & & \\ & L_{s2} & & & \\ & & L_{s3} & & \\ & & & \dots & \\ & & & & L_{s(m_M)} \end{bmatrix}$$

(3.2-34)

$$\mathbf{L}_r = \begin{bmatrix} L_{r1} & & & & & & & & & & & & \\ & (2-S)L_{r2} & & & & & & & & & & & \\ & & L_{r3} & & & & & & & & & & \\ & & & \dots & & & & & & & & & \\ & & & & (2-S)L_{r(m_M)} & & & & & & & & \\ & & & & & (2-S)L_{r(m_M+1)} & & & & & & & \\ & & & & & & \dots & & & & & & \\ & & & & & & & (2-S)L_{r(2m_M-2)} & & & & & \\ & & & & & & & & L_{r(2m_M-1)} & & & & \\ & & & & & & & & & (2-S)L_{r(2m_M)} & & & \end{bmatrix}$$

(3.2-35)

Indukcyjności całkowite stojana są określone wzorami

$$L_{sk} = L_{\sigma s} + M_k + M_{2m_M-k}$$
$$L_{s(m_M)} = L_{\sigma s} + M_{m_M} + M_{m_M+1}$$

(3.2-36)

dla $k = 1,2,3,\dots,m_M, m_M+1,\dots,2m_M-2\ 2m_M-1, 2m_M$, gdzie $L_{\sigma s}$ jest indukcyjnością rozproszenia uzwojenia fazowego stojana.

Indukcyjności całkowite wirnika przyjmują postać

$$L_{rk} = L_{\sigma rk} + \frac{M_{(k)}}{(k_{skew}^{(k)})^2}$$

(3.2-37)

gdzie indukcyjność rozproszenia klatki wirnika jest opisana wzorem

$$L_{\sigma r(k)} = \left[2L_G + 4L_B \sin^2(k\frac{\pi}{N})\right] \xi_{(k)}^2$$

(3.2-38)

w którym L_G - indukcyjność rozproszenia jednego segmentu pierścienia zwierającego klatki wirnika, L_B - indukcyjność rozproszenia jednego pręta klatki wirnika.

Macierz rezystancji stojana przy takich samych rezystancjach fazowych R_s jest diagonalna

$$\mathbf{R}_s = \begin{bmatrix} R_s & & & & \\ & R_s & & & \\ & & R_s & & \\ & & & \dots & \\ & & & & R_s \end{bmatrix}$$

(3.2-39)

Macierz rezystancji wirnika przyjmuje postać diagonalną

$$\mathbf{R}_r = \begin{bmatrix} R_{r1} & & & & & & & & & & & & \\ & (2-S)R_{r2} & & & & & & & & & & & \\ & & R_{r3} & & & & & & & & & & \\ & & & \dots & & & & & & & & & \\ & & & & (2-S)R_{r(m_M)} & & & & & & & & \\ & & & & & R_{r(m_M+1)} & & & & & & & \\ & & & & & & \dots & & & & & & \\ & & & & & & & (2-S)R_{r(2m_M-2)} & & & & & \\ & & & & & & & & R_{r(2m_M-1)} & & & & \\ & & & & & & & & & (2-S)R_{r(2m_M)} & & & \end{bmatrix}$$

(3.2-40)

gdzie

$$R_{r(k)} = [2R_G + 4R_B \sin^2\left(k\frac{\pi}{N}\right)]\xi_{(k)}^2$$

(3.2-41)

R_G - rezystancja jednego segmentu pierścienia zwierającego klatki, R_B - rezystancja jednego pręta klatki.

Równanie momentu elektromagnetycznego silnika, po przekształceniach, przyjmuje formę

$$\mathbf{T}_e = 2p\left[\mathbf{I}_{s\alpha}^T, \boldsymbol{I}_{s\beta}^T\right]\begin{bmatrix} 0 & -\mathbf{M}_T \\ \mathbf{M}_T & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \mathbf{I}_{r\alpha} \\ \mathbf{I}_{r\beta} \end{bmatrix}$$

(3.2-42)

gdzie

$$\mathbf{M}_T = \mathbf{M}_\beta \mathbf{N}$$

(3.2-43)

Najprostsze równanie ruchu mechanicznego ma postać

$$J\frac{d\omega}{dt} = T_e - T_m$$

(3.2-44)

gdzie: J – wypadkowy moment bezwładności silnika i maszyny roboczej zredukowany na wał silnika, ω – prędkość kątowa wału silnika, T_e – moment elektromagnetyczny silnika, T_m – moment oporowy maszyny roboczej.

Poprawność przedstawionego modelu matematycznego zweryfikowano pomiarowo, a wyniki zostały przedstawione w [10].

4 Sterowanie dziewięciofazowego generatora indukcyjnego klatkowego

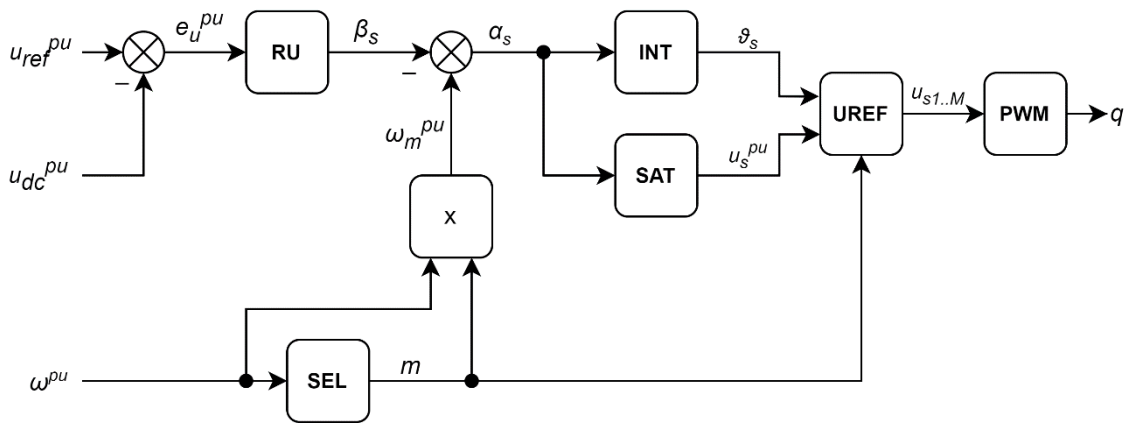
W rozdziale przedstawiono dwa sposoby sterowania dziewięciofazowego generatora indukcyjnego klatkowego, które zaprojektowano i zbadano:

- sterowanie skalarne z zachowaniem stałego stosunku napięcia do częstotliwości (U/f),
- sterowanie wektorowe, polowo zorientowane względem wektora strumienia wirnika (*Field Oriented Control*).

Przedstawione sposoby zaimplementowano do sterowania dziewięciofazowej maszyny indukcyjnej, jednak mogą być stosowane do sterowania generatorów o innej liczbie faz. Wybrane metody sterowania zaliczają się do najpowszechniej stosowanych dla maszyn indukcyjnych wielofazowych [21, 23, 25, 31].

4.1 Sterowanie skalarne

Ten sposób sterowania generatora powstał w oparciu o układu regulacji prędkości silnika wielofazowego, przedstawiony w [10] i [12], poprzez zamianę regulatora prędkości na regulator napięcia u_{dc} obwodu prądu stałego. Zaletą układu jest jego niewielki stopień skomplikowania. Na rys. 4.1-1 przedstawiono schemat strukturalny układu sterowania. W układzie tym występują sygnały sterujące i pomiarowe wyrażone w jednostkach względnych. Przyjęto trzy jednostki bazowe dla określenia sygnałów: U^o – napięcie, I^o – prąd, Ω^o – pulsacja (częstotliwość $f^o = \frac{\Omega^o}{2\pi}$), do których odniesiono wielkości mierzone i zadane. Parametry modelu matematycznego odniesiono do jednostek pochodnych: impedancji $Z^0 = \frac{U^0}{I^0}$, indukcyjności $L^0 = \frac{Z^0}{\Omega^0}$, natomiast strumienie magnetyczne odniesiono do $\psi^0 = \frac{U^0}{\Omega^0}$.



*Rys. 4.1-1. Struktura układu sterowania skalarnego: **RU** – regulator napięcia, **SEL** – selektor kolejności zasilania, **INT** – integrator wytwarzający sygnał fazy, **SAT** – blok ograniczenia (nasycenia) sygnału napięcia, **UREF** – generator sygnałów referencyjnych napięcia, **PWM** – modulator szerokości impulsów*

Sygnał wartości zadanej napięcia wyjściowego obwodu prądu stałego $u_{ref}^{pu} = \frac{u_{ref}}{U^0}$ podawany jest na węzeł sumacyjny, gdzie następuje wypracowanie sygnału uchybu regulacji napięcia, będącego różnicą

wartości zadanej i aktualnej $u_{dc}^{pu} = \frac{u_{dc}}{U^0}$

$$e_u^{pu} = u_{ref}^{pu} - u_{dc}^{pu}$$

(4.1-1)

Sygnał uchybu kierowany jest na wejście regulatora napięcia obwodu prądu stałego **RU** typu proporcjonalno-całkującego (PI), o nastawach K_{pu} i K_{iu}, którego sygnałem wyjściowym jest sygnał poślizgu bezwzględnego

$$\beta_s = K_{pu}\left(e_u^{pu}(t) + K_{iu}\int_0^t e_u^{pu}(\tau)\, d\tau\right)$$

(4.1-2)

podlegający ograniczeniu ustalającemu wartość maksymalną poślizgu bezwzględnego β_{max}, gdzie w stanie ograniczenia (nasycenia regulatora) wzmocnienie K_i części całkującej jest równe zeru. Wartość poślizgu β_s służy do wypracowania sygnału częstotliwości względnej stojana $\alpha_s = \frac{f_s}{f^0}$

$$\omega_m^{pu} = m\,\omega^{pu}$$

$$\alpha_s = \omega_m - \beta_s$$

(4.1-3)

W bloku **INT** sygnał α_s poddawany jest całkowaniu celem wypracowania sygnału fazy zadanego napięcia stojana

$$\vartheta_s = \Omega^0 \int_0^t \alpha_s(\tau)\, d\tau$$

(4.1-4)

Sygnał amplitudy napięcia względnego u_s^{pu} jest proporcjonalny do sygnału α_s z ograniczeniem wartości za pomocą operatora sat_0^1 w bloku **SAT**

$$u_s^{pu} = \mathrm{sat}_0^1(\alpha^{pu})$$

(4.1-5)

gdzie operator sat_0^1 zdefiniowany jest następująco

$$\mathrm{sat}_0^1(\alpha^{pu}) = \begin{cases} 1 & \text{dla } \alpha^{pu} > 1 \\ \alpha^{pu} & \text{dla } \alpha^{pu} \in < 0, 1 > \\ 0 & \text{dla } \alpha^{pu} < 0 \end{cases}$$

(4.1-6)

Wypracowane sygnały fazy i napięcia kierowane są na wejście generatora **UREF** zadanych sygnałów napięć fazowych stojana

$$\begin{bmatrix} u_{s1}^{pu} \\ u_{s2}^{pu} \\ u_{s3}^{pu} \\ \vdots \\ u_{s9}^{pu} \end{bmatrix} = u_s^{pu} \begin{bmatrix} \sin(\vartheta_s) \\ \sin\left(\vartheta_s - m\frac{2\pi}{9}\right) \\ \sin\left(\vartheta_s - 2m\frac{2\pi}{9}\right) \\ \vdots \\ \sin\left(\vartheta_s - 8m\frac{2\pi}{9}\right) \end{bmatrix} \tag{4.1-7}$$

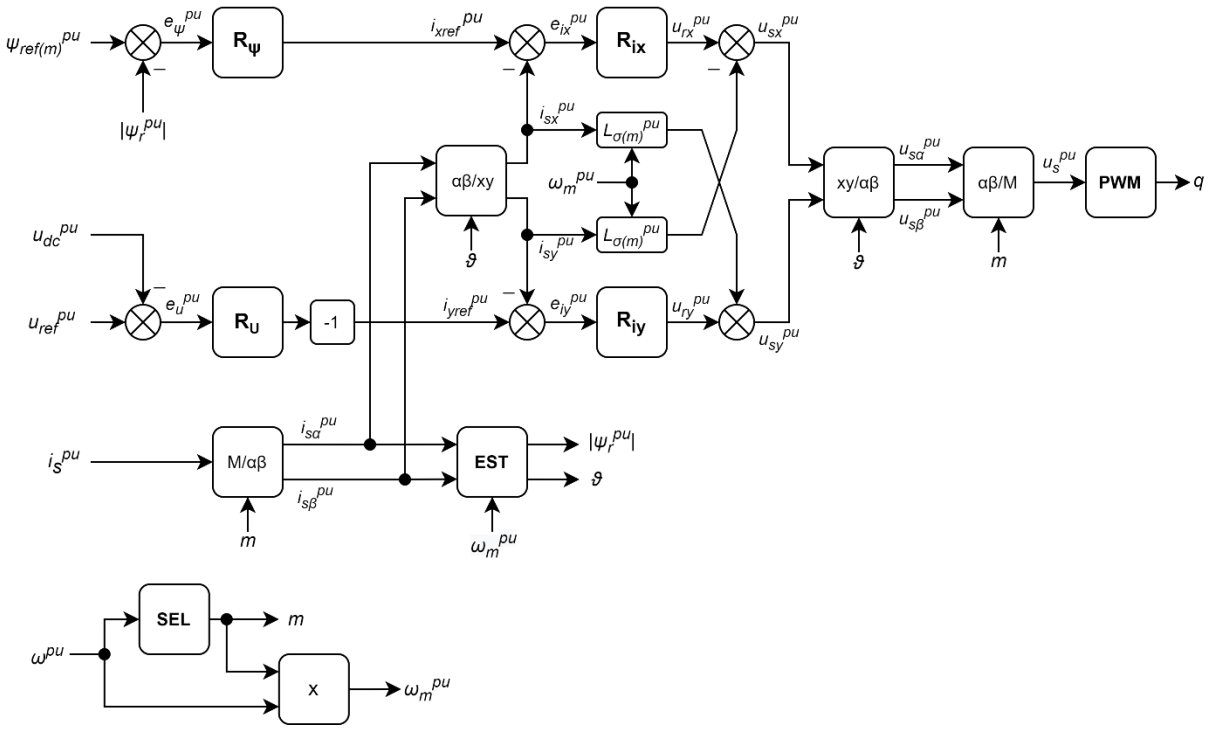
Układ sterowania o zbliżonej strukturze został szczegółowo przedstawiony w [10] dla pracy silnikowej maszyny wielofazowej.

Zadaniem selektora **SEL** jest wybór numeru m kolejności zasilania w zależności od prędkości generatora. Został on opisany dalej, gdyż wiąże się również ze sterowaniem wektorowym.

4.2 Sterowanie wektorowe polowo zorientowane

Zasada sterowania wektorowego maszyny wielofazowej opiera się na jej właściwości polegającej na tym, że przy zasilaniu (2.1-2) z kolejnością określoną numerem m dominujące znaczenie ma składowa symetryczna (3.2-3) o tym samym numerze [9, 11, 13]. Pozostałe składowe symetryczne pełnią rolę pasożytniczą, nie wpływając znacząco na sterowanie wektorowe.

Układ sterowania przedstawiony na rys. 4.2-1 składa się z wewnętrznej pętli regulacji prądu (**R**$_{ix}$**, R**$_{iy}$) oraz zewnętrznych pętli regulacji strumienia magnetycznego wirnika (**R**$_{\psi}$) i napięcia obwodu prądu stałego (**R**$_{U}$).



Rys. 4.2-1. Struktura układu sterowania wektorowego metodą polowo zorientowaną (FOC)

Transformacja prądów fazowych stojana do składowych ortogonalnych w stacjonarnym układzie współrzędnych *α-β* jest określona przekształceniem

$$\begin{bmatrix} i_{s\alpha}^{pu} \\ i_{s\beta}^{pu} \end{bmatrix} = \frac{2}{M} \begin{bmatrix} 1 & \cos\left(m\frac{2\pi}{M}\right) & \cos\left(2m\frac{2\pi}{M}\right) & \cdots & \cos\left((M-1)m\frac{2\pi}{M}\right) \\ 0 & \sin\left(m\frac{2\pi}{M}\right) & \sin\left(2m\frac{2\pi}{M}\right) & \cdots & \sin\left((M-1)m\frac{2\pi}{M}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s1}^{pu} \\ i_{s2}^{pu} \\ i_{s3}^{pu} \\ \vdots \\ i_{sM}^{pu} \end{bmatrix}$$

(4.2-1)

Transformacja prądów stojana z układu stacjonarnego *α-β* do układu ortogonalnego *x-y* skojarzonego z wektorem strumienia wirnika zachodzi zgodnie z przekształceniem

$$\begin{bmatrix} i_{sx}^{pu} \\ i_{sy}^{pu} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\vartheta) & \sin(\vartheta) \\ -\sin(\vartheta) & \cos(\vartheta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha}^{pu} \\ i_{s\beta}^{pu} \end{bmatrix}$$

(4.2-2)

Sygnały uchybu regulacji prądów stojana

$$e_{ix}^{pu} = i_{xref}^{pu} - i_{sx}^{pu}$$
$$e_{iy}^{pu} = i_{yref}^{pu} - i_{sy}^{pu}$$

(4.2-3)

Regulatory **R_{ix}, R_{iy}** prądu stojana typu proporcjonalno-całkującego (PI) o nastawach K_{pi} i K_{ii}

$$u_{rx}^{pu} = K_{pi}\left(e_{ix}^{pu}(t) + K_{ii}\int_0^t e_{ix}^{pu}(\tau)\,d\tau\right)$$
$$u_{ry}^{pu} = K_{pi}\left(e_{iy}^{pu}(t) + K_{ii}\int_0^t e_{iy}^{pu}(\tau)\,d\tau\right)$$

(4.2-4)

Sygnały napięć zadanych stojana z uwzględnieniem odprzęgania współrzędnych regulacji prądu

$$u_{sx}^{pu} = u_{rx}^{pu} - \omega_m^{pu}\, L_\sigma^{pu}\, i_{sy}^{pu}$$

$$u_{sy}^{pu} = u_{ry}^{pu} + \omega_m^{pu}\, L_\sigma^{pu}\, i_{sx}^{pu}$$

(4.2-5)

gdzie

$$L_\sigma^{pu} = \frac{L_s^{pu}\, L_r^{pu} - L_m^{pu\,2}}{L_r^{pu}}$$

(4.2-6)

Transformacja powrotna napięć przekształtnika w układzie skojarzonym z wektorem strumienia wirnika do układu stacjonarnego stojana

$$\begin{bmatrix} u_{s\alpha}^{pu} \\ u_{s\beta}^{pu} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\vartheta) & -\sin(\vartheta) \\ \sin(\vartheta) & \cos(\vartheta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{sx}^{pu} \\ u_{sy}^{pu} \end{bmatrix}$$

(4.2-7)

Transformacja powrotna napięć przekształtnika do układu fazowego

$$\begin{bmatrix} u_{s1}^{pu} \\ u_{s2}^{pu} \\ u_{s3}^{pu} \\ \vdots \\ u_{sM}^{pu} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \cos\left(m\frac{2\pi}{M}\right) & \sin\left(m\frac{2\pi}{M}\right) \\ \cos\left(2m\frac{2\pi}{M}\right) & \sin\left(2m\frac{2\pi}{M}\right) \\ \vdots & \vdots \\ \cos\left((M-1)m\frac{2\pi}{M}\right) & \sin\left((M-1)m\frac{2\pi}{M}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{s\alpha}^{pu} \\ u_{s\beta}^{pu} \end{bmatrix}$$

(4.2-8)

Sygnały uchybów regulacji strumienia i napięcia wynoszą odpowiednio

$$e_{\Psi}^{pu} = \Psi_{ref}^{pu} - \left|\Psi_{r}^{pu}\right|$$

$$e_{u}^{pu} = u_{ref}^{pu} - u_{dc}^{pu}$$

(4.2-9)

Regulator strumienia wirnika **R**$_{\psi}$ typu proporcjonalno-całkującego (PI) o nastawach $K_{p\psi}$ i $K_{i\psi}$

$$i_{xref}^{pu} = K_{p\psi}\left(e_{\psi}^{pu}(t) + K_{i\psi}\int_{0}^{t} e_{\psi}^{pu}(\tau)\, d\tau\right)$$

(4.2-10)

Regulator napięcia obwodu prądu stałego **R**$_{U}$ typu proporcjonalno-całkującego (PI) o nastawach K_{pu} i K_{iu}

$$i_{yref}^{pu} = -K_{pu}\left(e_{u}^{pu}(t) + K_{iu}\int_{0}^{t} e_{u}^{pu}(\tau)\, d\tau\right)$$

(4.2-11)

Wyjściami regulatorów są sygnały zadanych prądów stojana $i_{xref,}^{pu}$ i_{yref}^{pu} będące wejściami układu regulacji prądu (4.2-3).

Układ regulacji prądu oraz regulator strumienia wymagają wyznaczenia amplitudy i kąta strumienia wirnika. Równania estymatora strumienia wirnika bazują na równaniach modelu prądowego maszyny. Pozycja wirnika wyznaczana jest za pomocą całkowania mierzonego sygnału prędkości

$$\varphi = \Omega^{0}\int_{0}^{t} \omega_{m}^{pu}(\tau)\, d\tau$$

(4.2-12)

Transformacja prądów stojana z układu stacjonarnego *α-β* do układu ortogonalnego *d-q* skojarzonego z wirnikiem zachodzi zgodnie z przekształceniem

$$\begin{bmatrix} i_{sd}^{pu} \\ i_{sq}^{pu} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\vartheta) & \sin(\vartheta) \\ -\sin(\vartheta) & \cos(\vartheta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha}^{pu} \\ i_{s\beta}^{pu} \end{bmatrix}$$

(4.2-13)

Kalkulacja strumienia wirnika w układzie wirującym z wirnikiem

$$\psi_{rd}^{pu} = \frac{1}{T_{r(m)}} \Omega^0 \int_0^t L_{m(m)}^{pu}\, i_{sd}^{pu}(\tau)\, d\tau$$

$$\psi_{rq}^{pu} = \frac{1}{T_{r(m)}} \Omega^0 \int_0^t L_{m(m)}^{pu}\, i_{sq}^{pu}(\tau)\, d\tau$$

(4.2-14)

gdzie $T_{r(m)}$ jest stałą czasową wirnika

$$T_{r(m)} = \frac{L_{r(m)}}{R_{r(m)}}$$

(4.2-15)

Transformacja powrotna strumienia wirnika do układu współrzędnych stojana

$$\begin{bmatrix} \psi_{r\alpha}^{pu} \\ \psi_{r\beta}^{pu} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\vartheta) & -\sin(\vartheta) \\ \sin(\vartheta) & \cos(\vartheta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{rd}^{pu} \\ \psi_{rq}^{pu} \end{bmatrix}$$

(4.2-16)

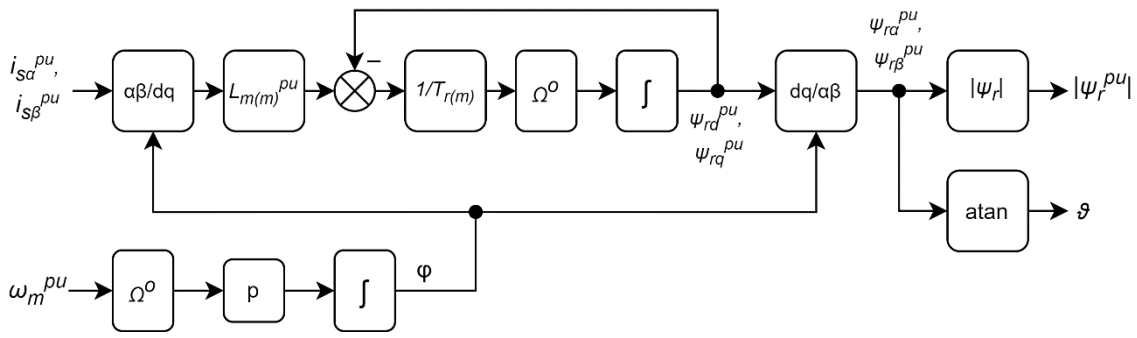
Kąt i moduł strumienia wirnika

$$\vartheta = \operatorname{atan}\left(\frac{\psi_{r\beta}^{pu}}{\psi_{r\alpha}^{pu}}\right)$$

(4.2-17)

$$\left|\psi_r^{pu}\right| = \sqrt{\psi_{r\alpha}^{pu\,2} + \psi_{r\beta}^{pu\,2}}$$

(4.2-18)



*Rys. 4.2-2. Schemat blokowy estymatora strumienia wirnika **EST***

Parametry estymatora $L_{m(m)}^{pu}$, $T_{r(m)}$ uzależnione są od parametrów maszyny, które ulegają zmianie wraz ze zmianą kolejności m.

Selektor kolejności zasilania **SEL** pracuje identycznie jak dla układu sterowania skalarnego.

4.3 Parametry badanego generatora dziewięciofazowego

Badanym generatorem wielofazowym była dziewięciofazowa maszyna indukcyjna klatkowa, zbudowana w oparciu o obwód magnetyczny trójfazowego silnika klatkowego Sf112M-4 z niezmienionym wirnikiem. W żłobkach stojana umieszczono uzwojenie dziewięciofazowe pierwszego typu ($S = 1$). Schemat uzwojenia przedstawiono na rys. 2.3-1, natomiast w tabeli 4.3-1 zamieszczono parametry konstrukcyjne tej maszyny zaczerpnięte z [11].

Parametr	Symbol	Wartość	Jednostka
Liczba faz stojana	M	9	-
Liczba prętów wirnika	N	28	-
Typ uzwojenia stojana	S	1	-
Liczba grup cewek na fazę	g	1	-
Liczba cewek w grupie	c_g	2	-
Liczba żłobków stojana	Q_s	36	-
Kąt wzajemny sąsiednich cewek grupy	α'	10	°
Kąt rozpiętości pojedynczej cewki	β'	60	°
Kąt skosu żłobków wirnika	$\alpha_{sk'}$	13,02	°
Liczba zwojów fazy stojana	N_s	110	-
Promień wewnętrzny otworu stojana	r_c	0,055	m
Długość pakietu	l_c	0,12	m
Grubość szczeliny z uwzględnieniem wsp. Cartera	δ	$5{,}06 \cdot 10^{-4}$	m
Rezystancja fazy stojana	R_s	1,3	Ω
Indukcyjność rozproszenia fazy stojana	$L_{\sigma s}$	0,0273	H
Rezystancja pręta klatki wirnika	R_B	$7{,}03 \cdot 10^{-5}$	Ω
Rezystancja wycinka pierścienia klatki	R_G	$0{,}12 \cdot 10^{-5}$	Ω
Indukcyjność rozproszenia pręta klatki	L_B	$6{,}4 \cdot 10^{-7}$	H
Indukcyjność rozproszenia wycinka pierścienia	L_G	$0{,}54 \cdot 10^{-8}$	H

Tabela 4.3-1. Parametry konstrukcyjne badanej maszyny indukcyjnej

Ze względu na możliwości techniczne stanowiska laboratoryjnego, ograniczono moc znamionową generatora i zmniejszono jego częstotliwość znamionową. Przyjęte wartości znamionowe (tabela 4.3-2) stanowią punkt odniesienia dla przedstawionych sposobów sterowania pomimo tego, że ustanowione zostały poniżej możliwości maszyny wynikających z danych konstrukcyjnych (tabela 4.3-1).

Parametr	Symbol	Wartość
Moc znamionowa (dla $\omega = \Omega_N$ oraz $m = 1$)	P_N	1 kW
Znamionowe napięcie fazowe	U_{sN}	67,5 V_{rms}
Znamionowy prąd fazowy	I_{sN}	5,3 A_{rms}
Częstotliwość znamionowa	f_{sN}	33,3 Hz
Liczba par biegunów	p	1

Tabela 4.3-2. Parametry znamionowe wybranego generatora 9-fazowego

Parametry modelu matematycznego generatora zostały wyznaczone z wykorzystaniem zależności (3.2-30, 3.2-33, 3.2-35, 3.2-40). W tabeli 4.3-3 przedstawiono wartości obliczonych parametrów.

Parametr	Symbol	Jednostka	***m* = 1**	***m* = 2**	***m* = 3**	***m* = 4**
Strumień magnetyczny wirnika	$\Psi_{r(m)}$	Wb	0,32	0,31	0,29	0,22
	$\Psi_{r(m)}^{pu}$	-	0,702	0,680	0,636	0,483
Indukcyjność magnesująca	$L_{m(m)}$	H	0,282	0,207	0,118	0,047
	$L_{m(m)}^{pu}$		4,636	3,398	1,937	0,773
Indukcyjność stojana	$L_{s(m)}$	H	0,317	0,238	0,145	0,084
	$L_{s(m)}^{pu}$		5,213	3,911	2,386	1,376
Indukcyjność wirnika	$L_{r(m)}$	H	0,286	0,218	0,133	0,058
	$L_{r(m)}^{pu}$		4,71	3,588	2,179	0,948
Rezystancja wirnika	$R_{r(m)}$	Ω	0,458	0,949	1,144	0,811
	$R_{r(m)}^{pu}$	-	0,036	0,075	0,09	0,064
Stała czasowa wirnika	$T_{r(m)}$	s	0,625	0,230	0,116	0,071

Tabela 4.3-3. Wybrane parametry schematu zastępczego generatora dziewięciofazowego dla różnych wartości sygnału kolejności m

4.4 Sygnały układu sterowania

Sygnały przedstawionych układów sterowania zdefiniowano w jednostkach względnych, przyjmując bazowe jednostki odniesienia (napięcie, prąd, pulsacja)

$$U^0 = \sqrt{2}\, U_{sN} = 95{,}5\ \mathrm{V}$$
$$I^0 = \sqrt{2}\, I_{sN} = 7{,}5\ \mathrm{A}$$
$$\Omega^0 = 2\pi f_{sN} = 209{,}4\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$$

(4.4-1)

Pochodne jednostki odniesienia (impedancja, indukcyjność, strumień magnetyczny)

$$Z^0 = \frac{U^0}{I^0} = \frac{95{,}5\ \mathrm{V}}{7{,}5\ \mathrm{A}} = 12{,}736\ \Omega$$
$$L^0 = \frac{Z^0}{\Omega^0} = \frac{12{,}736\ \Omega}{209{,}4\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}} = 0{,}061\ \mathrm{H}$$
$$\psi^0 = \frac{U^0}{\Omega^0} = \frac{95{,}5\ \mathrm{V}}{209{,}4\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}} = 0{,}456\ \mathrm{Wb}$$

(4.4-2)

Wartości chwilowe sygnałów układu sterowania (napięcie, prąd, pulsacja), wyrażone w jednostkach względnych, wynoszą

$$u_{dc}^{pu} = \frac{u}{U^0}$$
$$i_s^{pu} = \frac{i_s}{I^0}$$
$$\omega^{pu} = \frac{\omega}{\Omega^0}$$

(4.4-3)

Napięcie zadane układu regulacji w obwodzie prądu stałego przekształtnika

$$u_{ref} = \frac{\pi}{\sqrt{2}} U_{sN} = \frac{\pi}{\sqrt{2}} 67{,}5\ \mathrm{V} = 150\ \mathrm{V}$$

(4.4-4)

Sygnał napięcia zadanego obwodu prądu stałego (dla obu układów sterowania)

$$u_{ref}^{pu} = \frac{u_{ref}}{U^0} = \frac{150\ \mathrm{V}}{95{,}5\ \mathrm{V}} = 1{,}571$$

(4.4-5)

sygnał napięcia obwodu prądu stałego

$$u_{dc}^{pu} = \frac{u_{dc}}{U^0}$$

(4.4-6)

prędkość napędzania generatora

$$\omega^{pu} = \frac{\omega}{\Omega^0}$$

(4.4-7)

a także, dla układu sterowania wektorowego, dodatkowo prądy fazowe stojana generatora

$$i_{s1}^{pu} = \frac{i_{s1}}{I^0}$$
$$\dots$$
$$i_{s9}^{pu} = \frac{i_{s9}}{I^0}$$

(4.4-8)

Parametry względne układów sterowania jak rezystancja, indukcyjność oraz strumień magnetyczny, odniesione są do wielkości bazowych

$$R^{pu} = \frac{R}{Z^0}$$

$$L^{pu} = \frac{L}{L^0}$$

$$\Psi^{pu} = \frac{\Psi}{\Psi^0}$$

(4.4-9)

Wyjściami obu układów sterowania są sygnały logiczne q sterujące tranzystorami przekształtnika.

4.5 Funkcja selektora - detekcja kolejności zasilania

Dla zadanych przedziałów prędkości generatora należy dobrać najlepszą wartość kolejności prądów fazowych m tak, aby zapewnić utrzymanie napięcia wyjściowego na zadanym poziomie, przy jak najmniejszej zmianie częstotliwości prądów fazowych. Funkcję tę ma spełnić selektor **SEL**, dla którego stosowne przedziały prędkości i odpowiadające im numery m są zadawane z góry.

Dla maszyny dziewięciofazowej zdefiniowano cztery przedziały prędkości jednego kierunku wirowania, według (2.1-5) dla $M = 9$. Każdemu przedziałowi przyporządkowano określoną wartość numeru kolejności m. Uwzględniono jedynie kolejności $m_{(+)}$ odpowiadające dodatniemu kierunkowi wirowania wału generatora. Przedziały zostały określone dla trzech wartości granicznych

$$\omega_{12}^{pu} = \frac{1}{2}, \qquad \omega_{23}^{pu} = \frac{1}{3}, \qquad \omega_{34}^{pu} = \frac{1}{4}$$

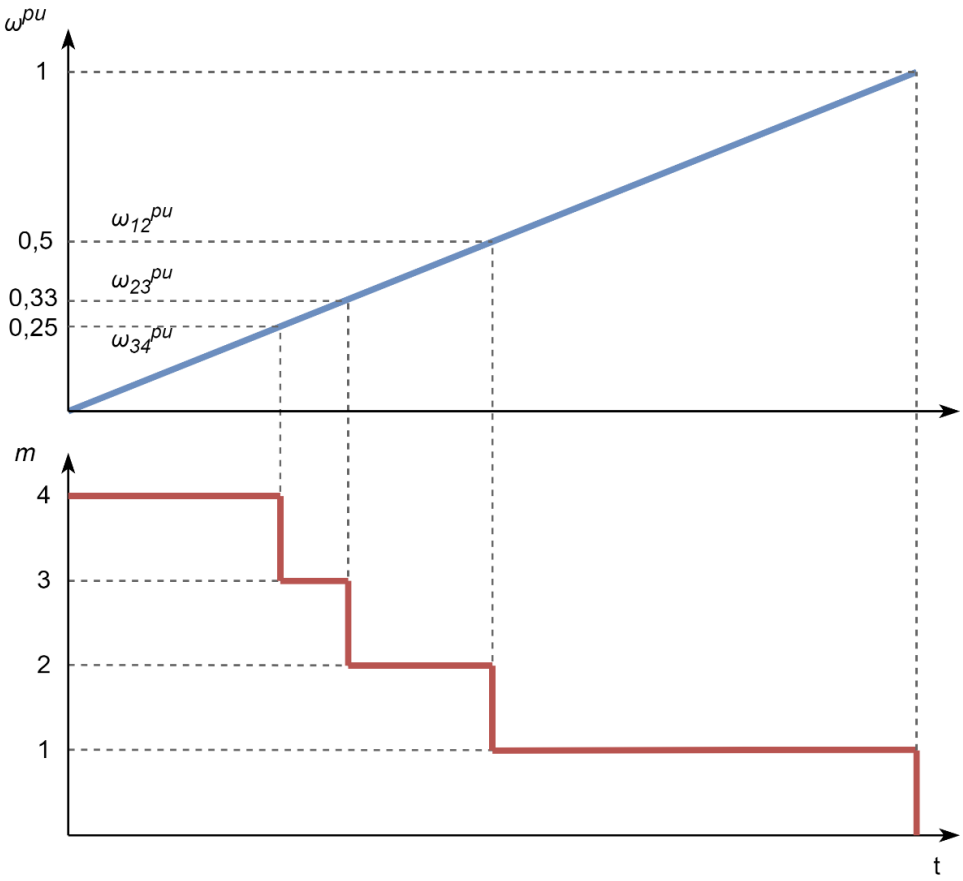
(4.5-1)

przy czym wartości te mogą być modyfikowane. Wartości określone przez (4.5-1) zapewniają pracę maszyny z częstotliwością mniejszą lub równą znamionowej. Przejścia pomiędzy przedziałami odbywają się z histerezą h. Selektor **SEL** został zrealizowany w formie tzw. skończonej maszyny stanów, gdzie stanem

maszyny jest sygnał m . W tabeli 4.5-1 zobrazowane zostało działanie takiej maszyny stanów wyprowadzającej wartości m' spośród wartości 1, 2, 3, 4, na podstawie wartości wejściowej m, dla generatora o liczbie faz $M = 9$.

Stan bieżący m	Warunek zmiany stanu	Kolejny stan m'
1	$\omega^{pu} < \omega_{12}^{pu} - h$	2
2	$\omega^{pu} \geq \omega_{12}^{pu}$	1
	$\omega^{pu} < \omega_{23}^{pu} - h$	3
3	$\omega^{pu} \geq \omega_{23}^{pu}$	2
	$\omega^{pu} < \omega_{34}^{pu} - h$	4
4	$\omega^{pu} \geq \omega_{34}^{pu}$	3

Tabela 4.5-1. Tabela obrazująca działanie maszyny stanów selektora kolejności zasilania m



Rys. 4.5-1. Sygnał wyjściowy m przy zmianie sygnału prędkości ω^{pu} i pominięciu histerezy (h=0)

4.6 Modulator szerokości impulsów PWM

W modulatorze PWM, na podstawie napięć zadanych (wektorowego lub skalarnego) układu sterowania zostają wytworzone sygnały logiczne q przeznaczone do sterowania tranzystorami przekształtnika. Wejściem modulatora są sygnały napięć fazowych $u_{s1}^{pu} \dots u_{s9}^{pu}$.

Modulator został zrealizowany w oparciu o metodę porównania przemiennego trójkątnego sygnału fali nośnej u_{tr} o amplitudzie równej 1, z falą sygnału sterującego $u_{s(n)}^{pu}$. Wynikiem porównania jest sygnał logiczny q_n decydujący o wysterowaniu każdego półmostka falownika

$$q_n(u_{s(n)}^{pu}, u_{tr}) = \begin{cases} 1, & \text{dla } u_{s(n)} - u_{tr} \geq 0 \\ 0, & \text{dla } u_{s(n)} - u_{tr} < 0 \end{cases} \tag{4.6-1}$$

$$q_{nA} = q_n$$
$$q_{nB} = \overline{q_n} \tag{4.6-2}$$

gdzie q_{nA} jest sygnałem sterującym tranzystor górny półmostka (połączony kolektorem z biegunem dodatnim obwodu napięcia stałego), q_{nB} jest sygnałem sterującym tranzystor dolny (połączony emiterem z biegunem ujemnym obwodu napięcia stałego), n - numer fazy przekształtnika.

4.7 Porównanie złożoności przedstawionych sposobów sterowania

Sterowanie skalarne cechuje się wyjątkową prostotą i niewielką złożonością obliczeń w stosunku do sterowania wektorowego. Oba algorytmy sterowania powinny wykazywać porównywalne właściwości podczas pracy w stanach ustalonych. Z założenia sterowanie wektorowe powinno cechować się lepszą jakością regulacji, tj. niższymi wartościami uchybów oraz krótszymi czasami zaniku stanów przejściowych w stanach nieustalonych. W tabeli 4.7-1 zestawiono porównanie złożoności obliczeń obu algorytmów sterowania.

Czynnik	**Sterowanie wektorowe (FOC)**	**Sterowanie skalarne (U/f)**
Transformacje współrzędnych	8 szt.	brak
Regulatory PI	4 szt.	1 szt.
Integratory	3 szt.	1 szt.
Pozostałe operacje (mnożenia, dodawania itp.)	znaczna liczba	niewielka liczba
Wykorzystanie operacji trygonometrycznych (cos, sin, atan)	znaczne	niewielkie
Zmiana parametrów i nastaw regulatorów podczas pracy	wymagana	opcjonalna

Tabela 4.7-1. Zestawienie obrazujące złożoność obliczeń obu metod sterowania

5 Modelowanie układu generatora indukcyjnego w środowisku MATLAB/Simulink

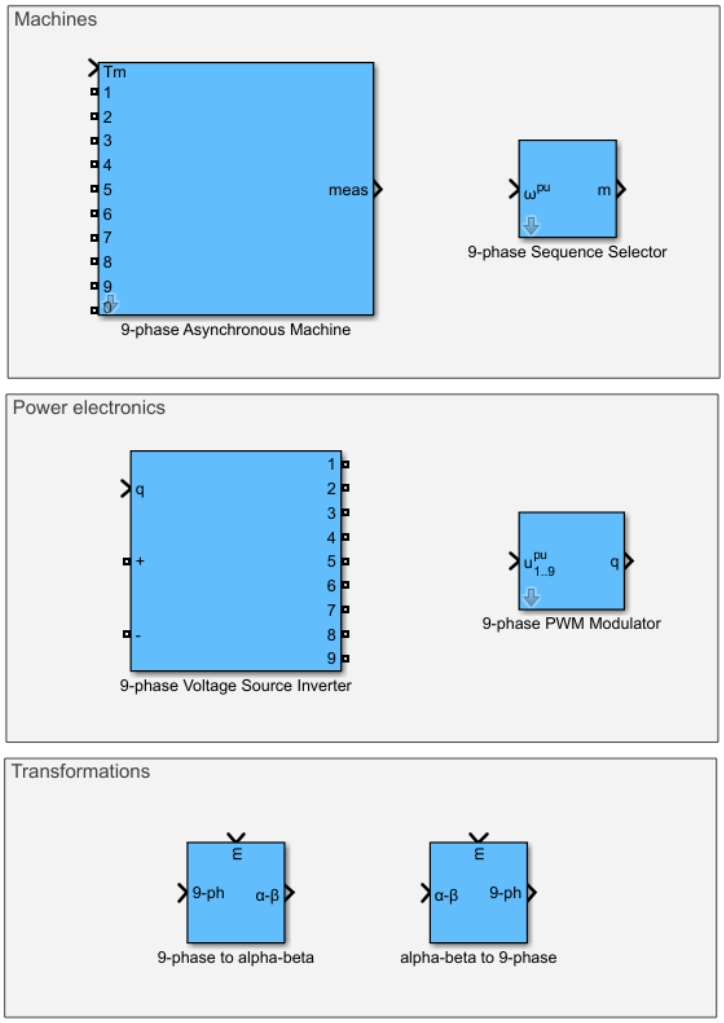
5.1 Struktura badanego układu

Celem przeprowadzenia wstępnych analiz pracy układu generacyjnego zbudowany został jego model symulacyjny. Takie podejście pozwoliło na wykonanie dużej ilości eksperymentów w relatywnie krótkim czasie, eliminując ryzyko usterek podczas prób układu laboratoryjnego. Model komputerowy może być rozbudowywany, np. w kierunku współpracy badanego układu z systemem elektroenergetycznym.

Równania różniczkowe maszyny w postaci macierzowej zostały zamienione na postać diagramów blokowych charakterystycznych dla środowiska Simulink pakietu MATLAB. Taka budowa modelu wnosi istotne korzyści, np. możliwość integracji maszyny z elementami środowiska, w szczególności z biblioteką „*Simscape Electrical*" służącą do modelowania układów elektrycznych. Otwiera to możliwości modelowania całości systemów generacyjnych i napędowych zawierających przekształtniki energoelektroniczne, tory przetwarzania i kondycjonowania sygnałów oraz układy regulacji. W skład biblioteki włączono wiele bloków pomocniczych przeznaczonych do szybkiego, wielokrotnego wykorzystania w budowanych modelach. Biblioteka została zbudowana w sposób uniwersalny, umożliwiając jej zastosowanie (po odpowiednich modyfikacjach) do układów o dowolnej liczbie faz. W dalszej części tego opracowania przedstawiony został wariant biblioteki przeznaczony do modelowania układów dziewięciofazowych.

W modelu wykorzystano nazewnictwo w języku angielskim. Poniżej wymieniono bloki stworzone dla potrzeb modelowania:

- Dziewięciofazowa maszyna indukcyjna klatkowa w konfiguracji gwiazdowej *(„9-phase Asynchronous Machine"*), według modelu matematycznego opisanego w rozdziale nr 3.
- Selektor kolejności (następstwa) faz z nastawianą wartością histerezy przełączeń (*„9-phase Sequence Selector"),* zrealizowany według zasady opisanej w rozdziale 4.5.
- Tranzystorowy przekształtnik napięcia o topologii falownika *(„9-phase Voltage Source Inverter"*).
- Modulator szerokości impulsów (*„9-phase PWM Modulator"*).
- Transformacja wielkości naturalnych (fazowych) do stacjonarnego układu ortogonalnego (*„9-phase to alpha-beta"*) oraz transformacja do niej odwrotna (*„alpha-beta to 9-phase"*).



Rys. 5.1-1. Zbiór komponentów biblioteki MATLAB/Simulink utworzonej celem modelowania układów 9-fazowych

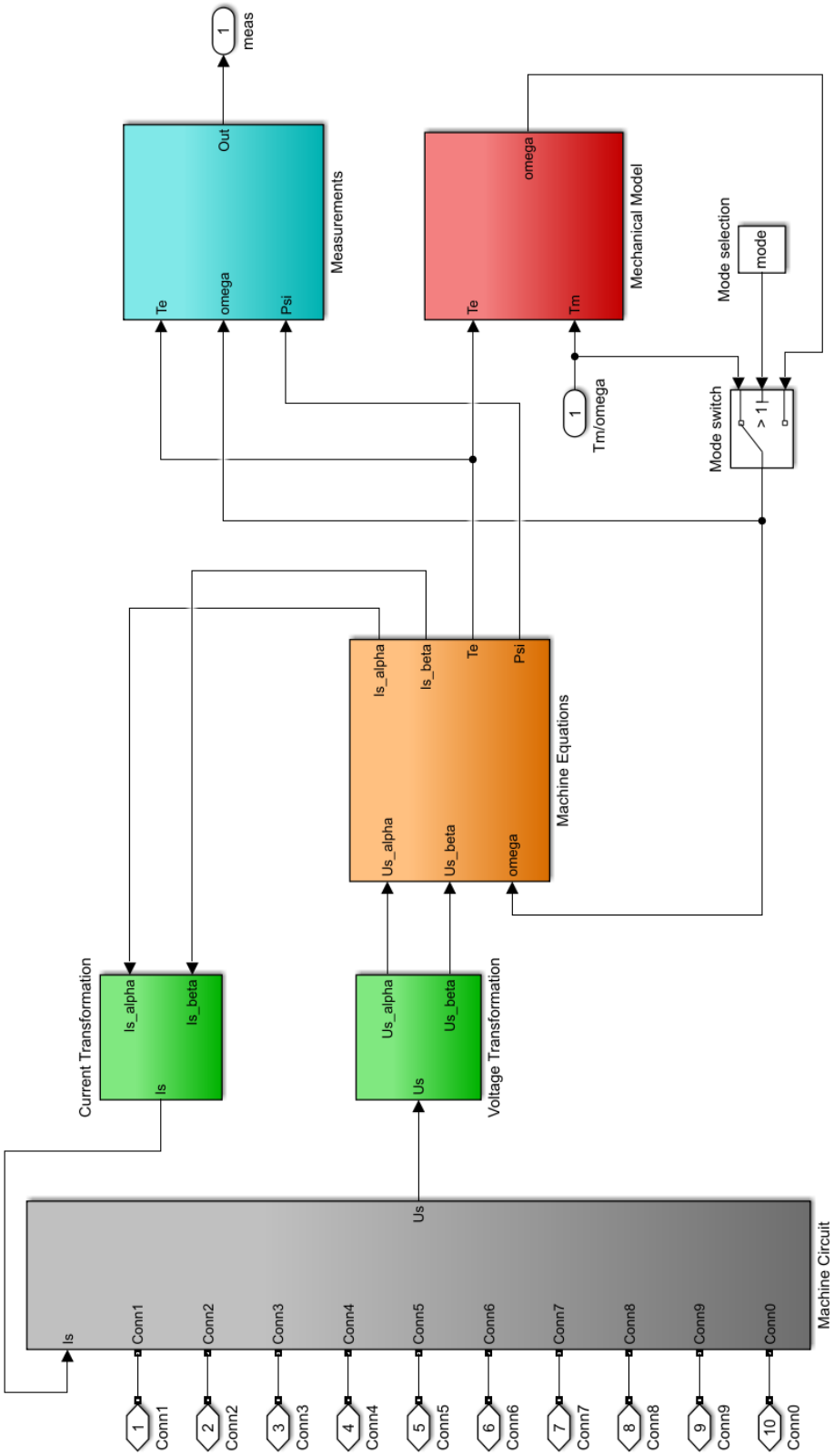
5.2 Model maszyny indukcyjnej klatkowej

Model wielofazowej maszyny indukcyjnej w postaci struktury właściwej dla Simulinka opiera się wprost na równaniach modelu matematycznego przedstawionych w rozdz. 3. Poprawność przedstawionego modelu została zbadana w [10] na przykładzie napędu z silnikiem dziewięciofazowym. We wspomnianej publikacji porównano rezultaty uzyskane za pomocą modelu symulacyjnego z wynikami pomiarów na stanowisku laboratoryjnym, zawierającym (identyczną z tą modelowaną) maszynę 9-fazową. Uzyskano wysoki poziom podobieństwa otrzymanych wyników. Na tej podstawie można orzec o poprawności prezentowanego modelu.

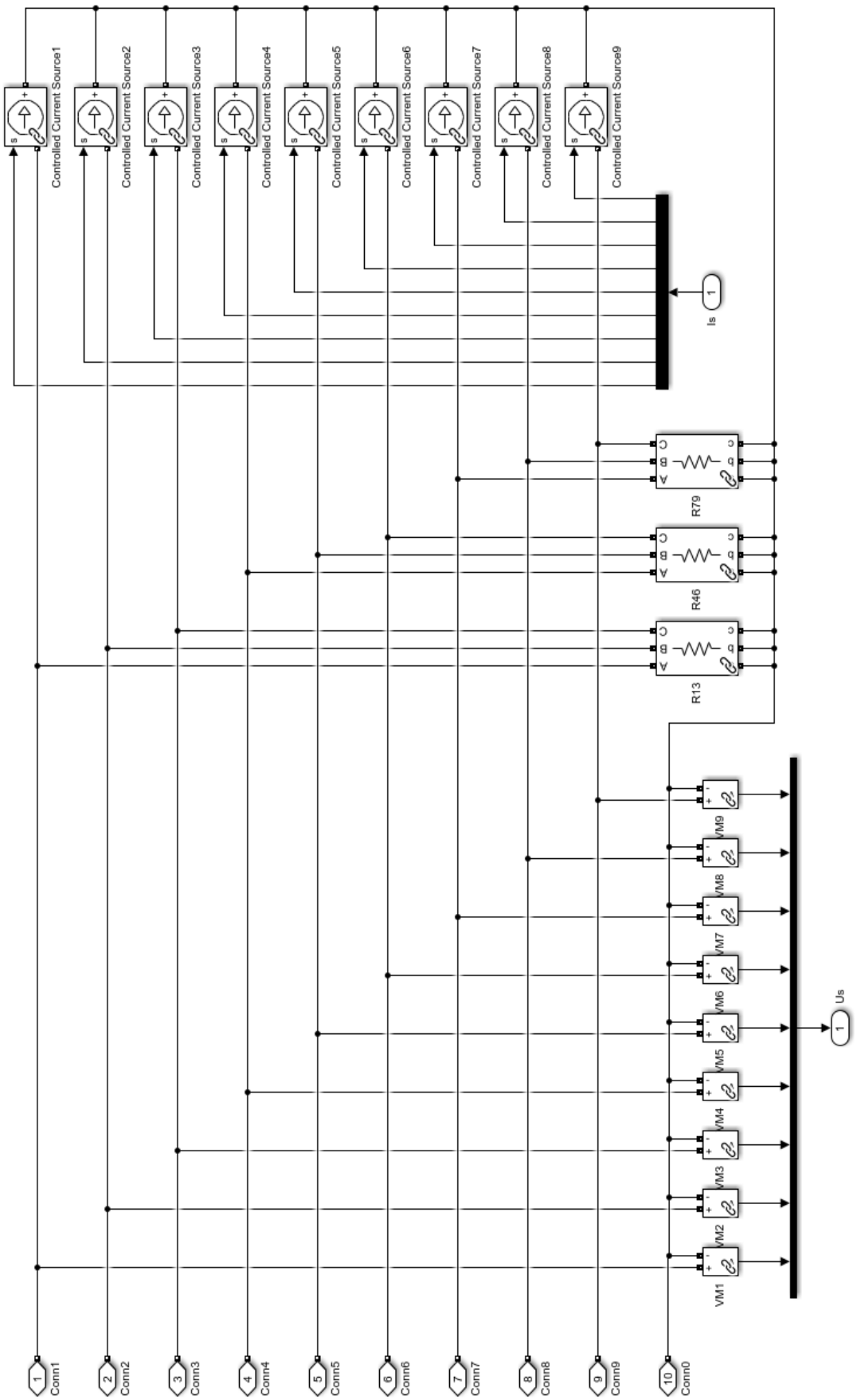
Przewidziane zostały dwie możliwości konfiguracji modelu maszyny:

- bez podsystemu układu mechanicznego i z wymuszeniem momentu elektromagnetycznego,
- z podsystemem układu mechanicznego (3.2-44) i z wymuszeniem prędkości.

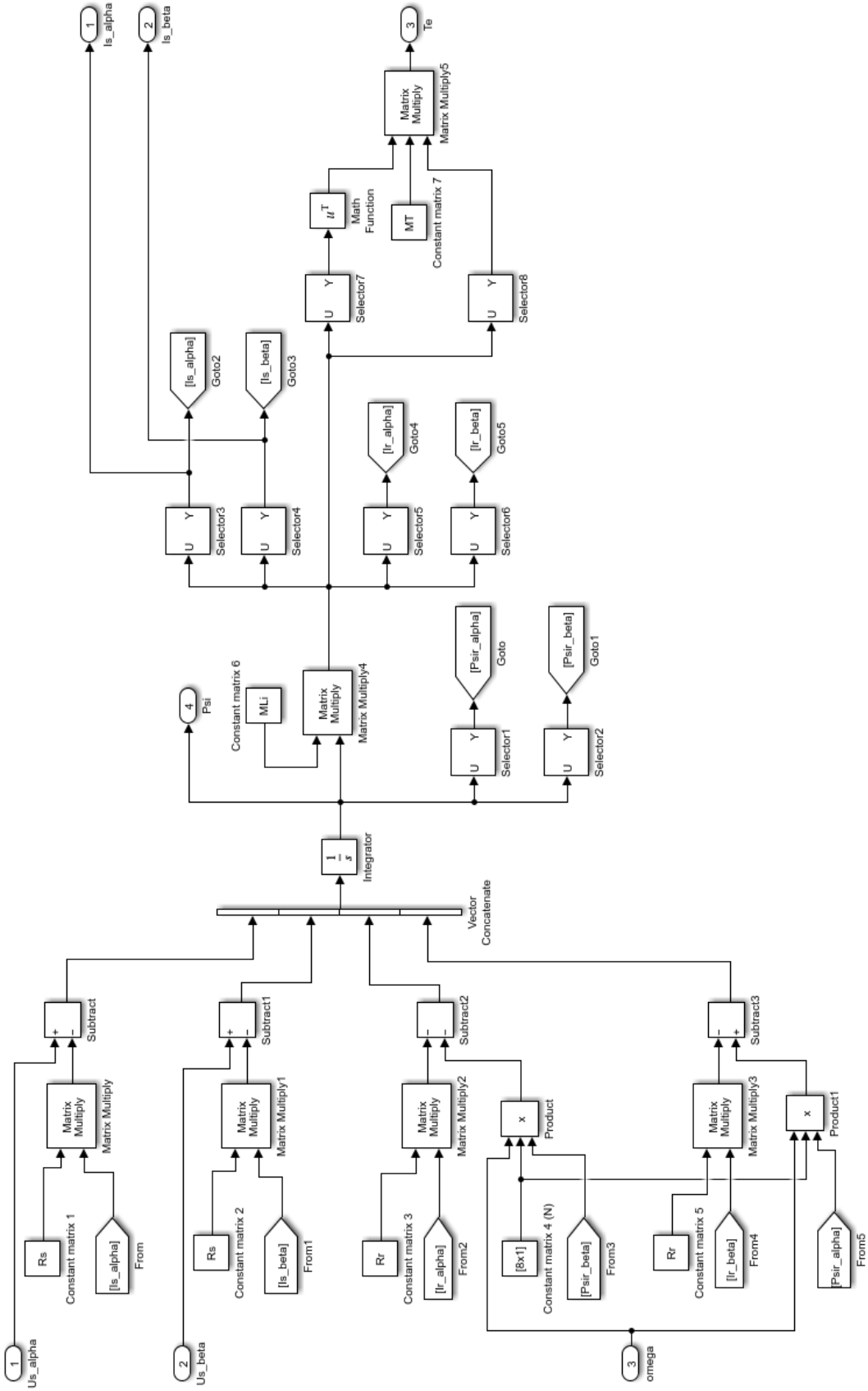
Dla symulacji układów generacyjnych o wymuszonej wartości prędkości napędzania generatora, szczególnie przydatny jest wariant drugi. Na rys. 5.2-1 przedstawiono strukturę wewnętrzną tego bloku (”*9-phase Asynchronous Machine*”), a na rys. 5.2-2 podsystem sprzęgający część obwodową („*Machine Circuit*”) oraz równaniową („*Machine Equations*”) modelu. Uzwojenia fazowe stojana modelowane są jako źródła prądowe („*Controlled Current Source*”) sterowane sygnałami prądów fazowych, będącymi zmiennymi stanu równań różniczkowych modelu. Sygnałami wejściowymi (wymuszeniami) dla równań modelu są napięcia fazowe maszyny. Bloki „*Current Transformation*” oraz „*Voltage Transformation*” z rys. 5.2-1 odpowiadają za transformację sygnałów prądów i napięć do składowych symetrycznych, według równań (3.2-3, 3.2-4, 3.2-5). Równania różniczkowe maszyny zostały skonstruowane w formie bloków Simulinka, co przedstawiono na rys. 5.2-3. Parametry modelu: rezystancję stojana, wirnika oraz indukcyjności wzajemne, przyjmują formę macierzy i są obliczane przez skrypt MATLABa, na podstawie danych konstrukcyjnych maszyny przedstawionych w tabeli 4.3-1. Ostatnim elementem jest model układu mechanicznego przedstawiony na rys. 5.2-4. Jego zastosowanie zależy od tego, czy model układu mechanicznego jest istotny (np. przy pracy silnikowej), czy też może być pominięty przy pracy ze stałą, określoną prędkością. Ten podsystem jest aktywowany przez przełącznik „*Mode switch*” sterowany parametrem „*mode*”. Dla pracy generatorowej model układu mechanicznego nie był wykorzystywany.



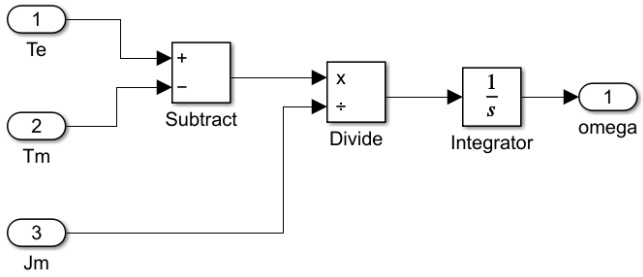
Rys. 5.2-1. Struktura wewnętrzna bloku 9-fazowej maszyny indukcyjnej klatkowej („9-phase Asynchronous Machine”)



Rys. 5.2-2. Struktura podsystemu części obwodowej 9-fazowej maszyny indukcyjnej klatkowej („Machine Circuit”)



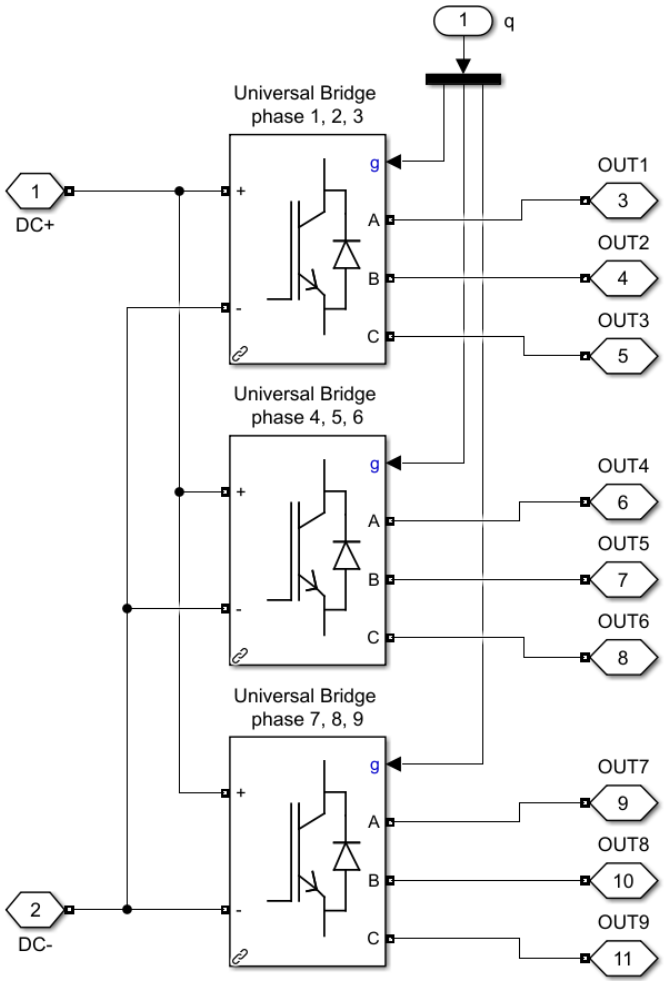
Rys. 5.2-3. Struktura wewnętrzna podsystemu równań różniczkowych modelu („Machine Equations”)



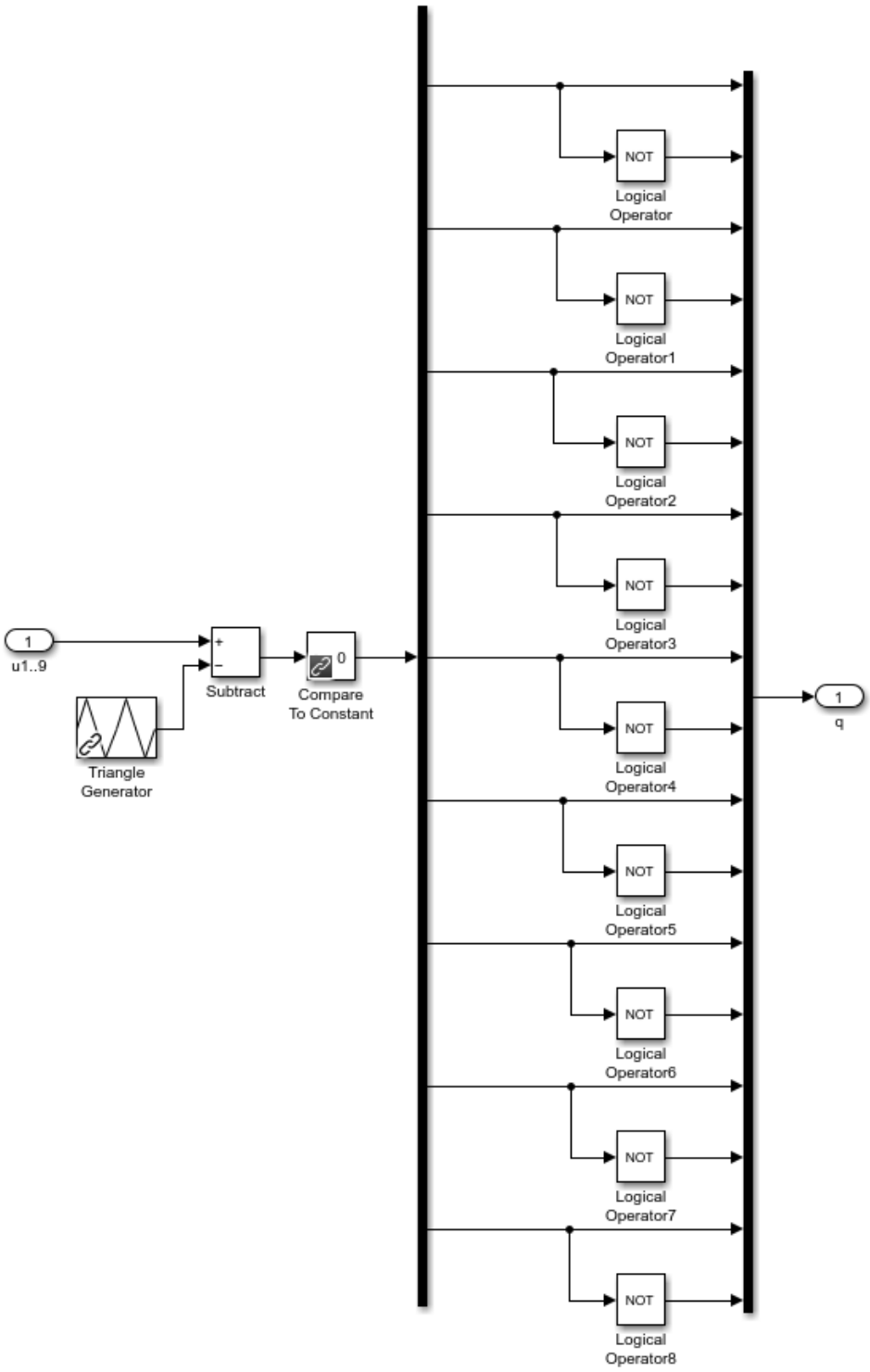
Rys. 5.2-4. Struktura wewnętrzna podsystemu części mechanicznej („Mechanical Model”)

5.3 Modele pozostałych bloków

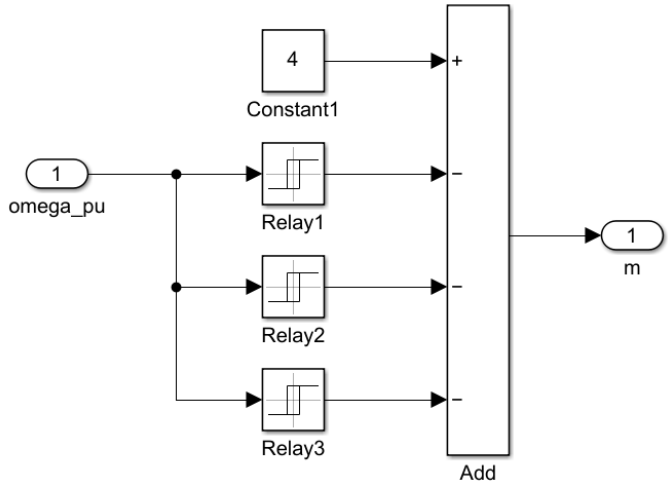
Model przekształtnika energoelektronicznego składa się z półmostków tranzystorowych tworzących kolejne fazy mostka o topologii falownika napięcia. Został on zbudowany na bazie trzech bloków typu „*Universal Bridge*” biblioteki „*Simscape Electrical*”, z których każdy zawiera trzy półmostki, tworząc w ten sposób układ dziewięciofazowy. Elementy półprzewodnikowe (tranzystory, diody) modelowane są jako idealnie, tj. bez uwzględnienia spadków napięć, czasów przełączania itp. Na rys. 5.3-1 przedstawiono schemat strukturalny modelu. Strukturę modulatora szerokości impulsów **PWM** przedstawiono na rys. 5.3-2. Natomiast selektor kolejności zasilania **SEL** został pokazany na rys. 5.3-3.



Rys. 5.3-1. Struktura wewnętrzna modelu dziewięciofazowego mostka tranzystorowego o topologii falownika napięcia („9-phase Voltage Source Inverter”)



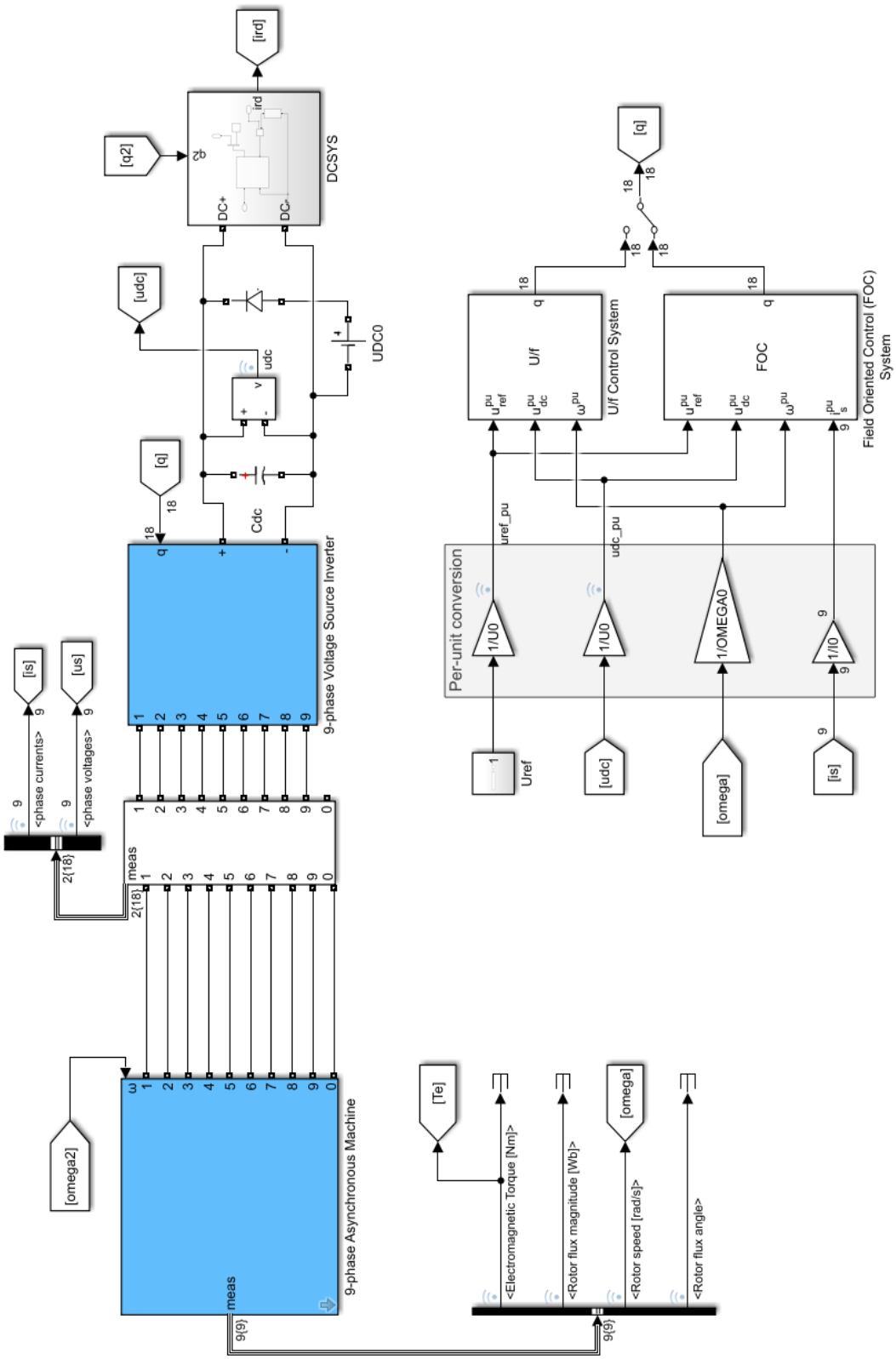
Rys. 5.3-2. Struktura wewnętrzna bloku dziewięciofazowego modulatora szerokości impulsów (PWM)



Rys. 5.3-3. Struktura wewnętrzna bloku selektora kolejności („9-phase Sequence Selector”)

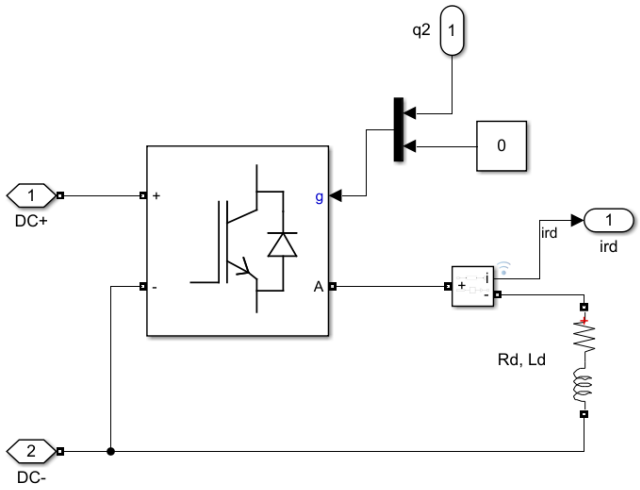
5.4 Model układu generacyjnego

Z wykorzystaniem powyższych komponentów utworzono model kompletnego układu generacyjnego, nawiązującego swoją strukturą do postaci ogólnej pokazanej na rys. 2.1-1. W ramach jednego modelu zaimplementowano dwa układy sterowania: skalarny oraz wektorowy, które zostały umieszczone w odpowiednich podsystemach. Wybór aktywnego układu odbywa się za pomocą przełącznika kierującego sygnały sterujące z wybranego układu sterowania na przekształtnik. Na rys. 5.4-1 przedstawiono schemat strukturalny modelu układu generacyjnego.



Rys. 5.4-1. Model układu generacyjnego z możliwością wyboru układu sterowania

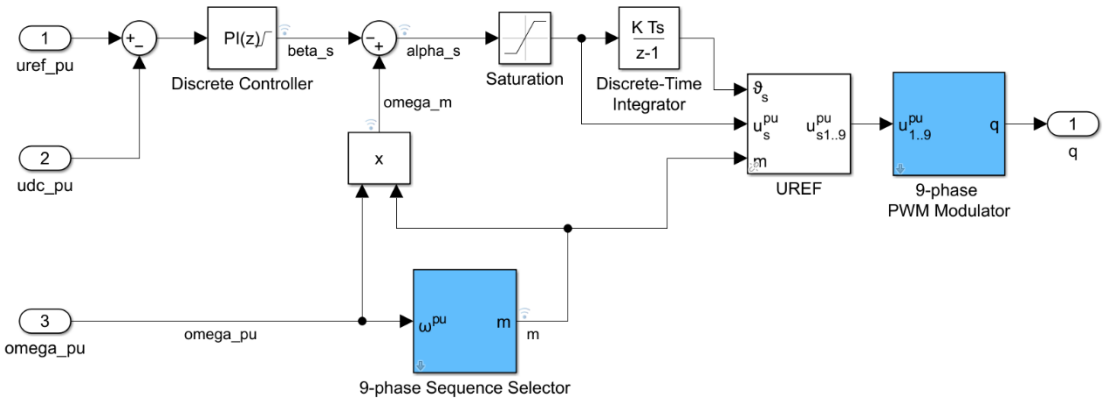
Układ **DCSYS**, pokazany symbolicznie na rys 2.1-1, został zbudowany w formie tranzystorowego przekształtnika obniżającego, sterującego napięciem rezystancji obciążenia. Strukturę wewnętrzną tego bloku pokazano na rys. 5.4-2.



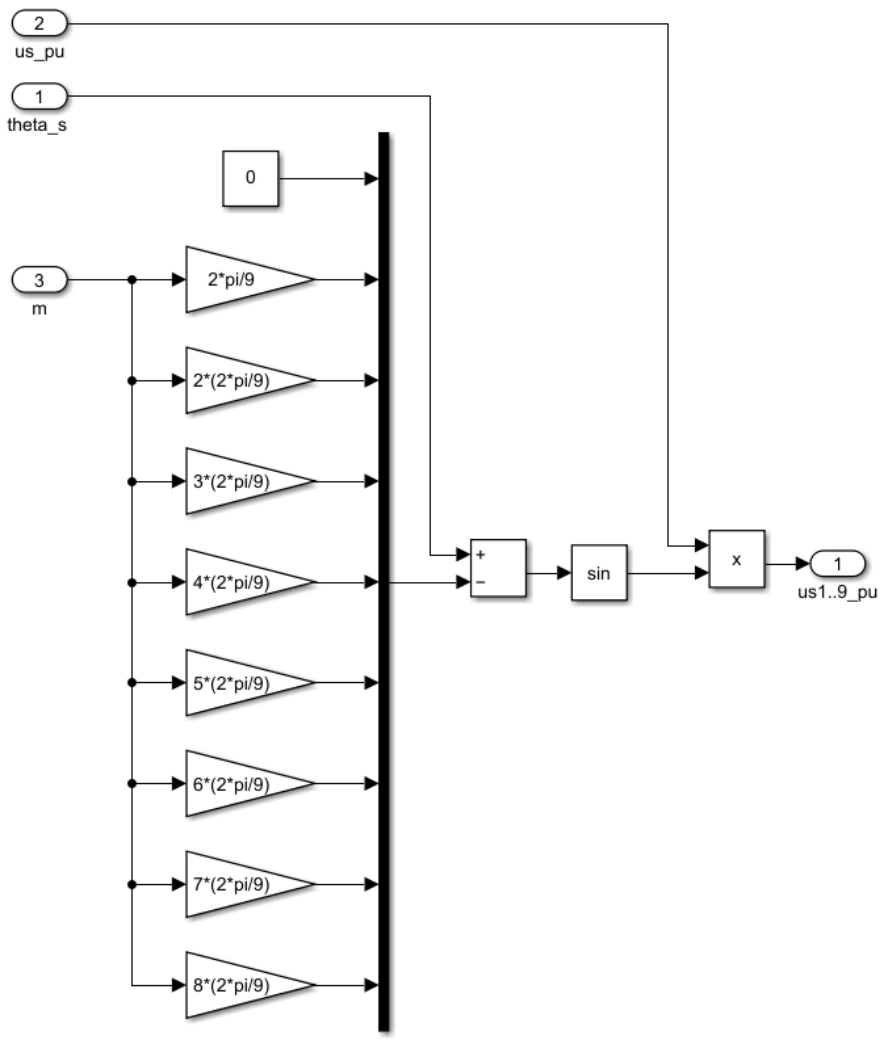
Rys. 5.4-2. Model przekształtnika obciążenia (DCSYS)

5.5 Podsystem sterowania skalarnego

Model układu sterowania skalarnego został zbudowany zgodnie z zasadą przedstawioną w rozdziale 4.1. Na rys. 5.5-1 oraz 5.5-2 przedstawiono budowę wewnętrzną bloków tego układu.



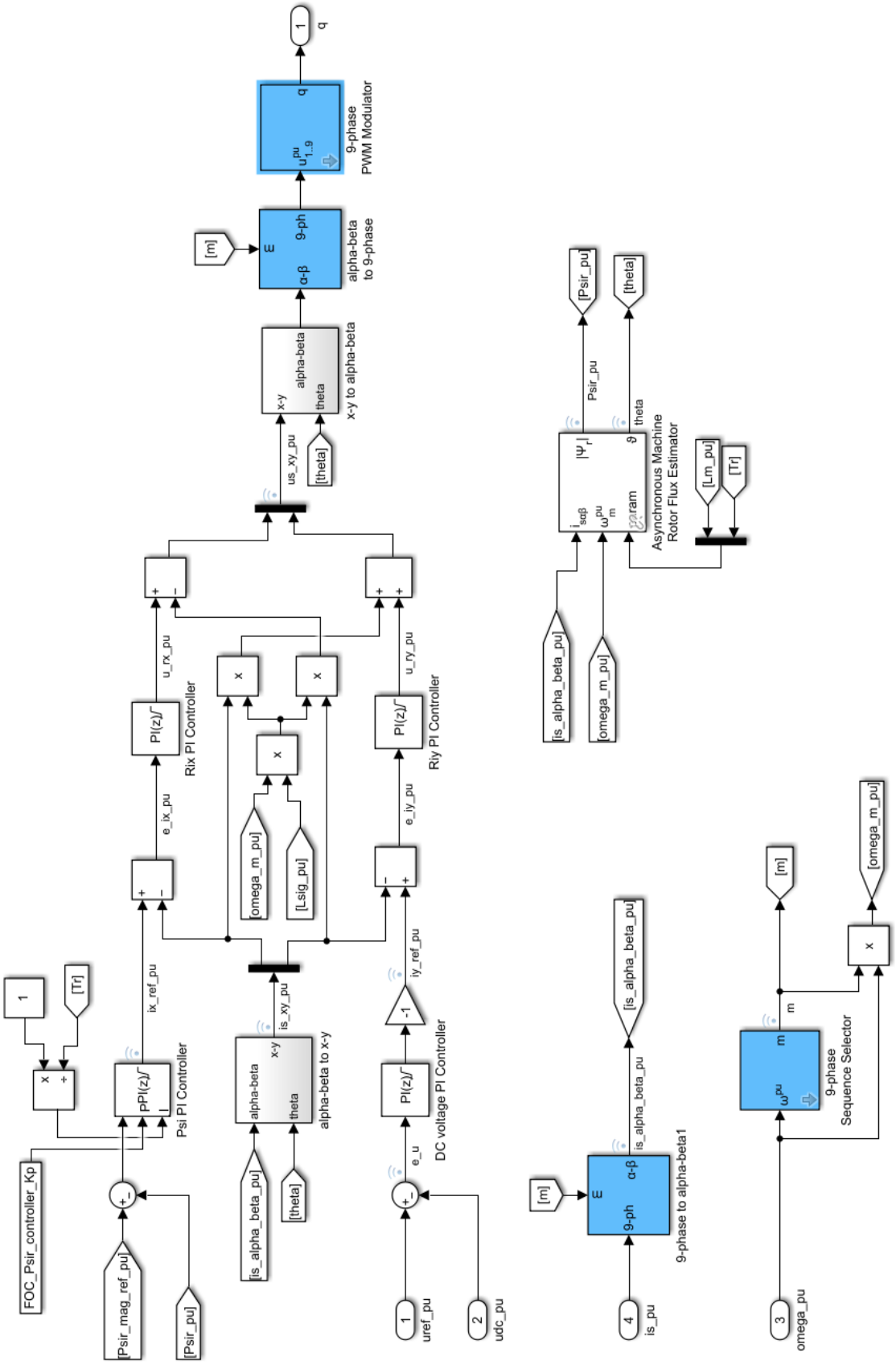
Rys. 5.5-1. Podsystem sterowania skalarnego („U/f Control System”)



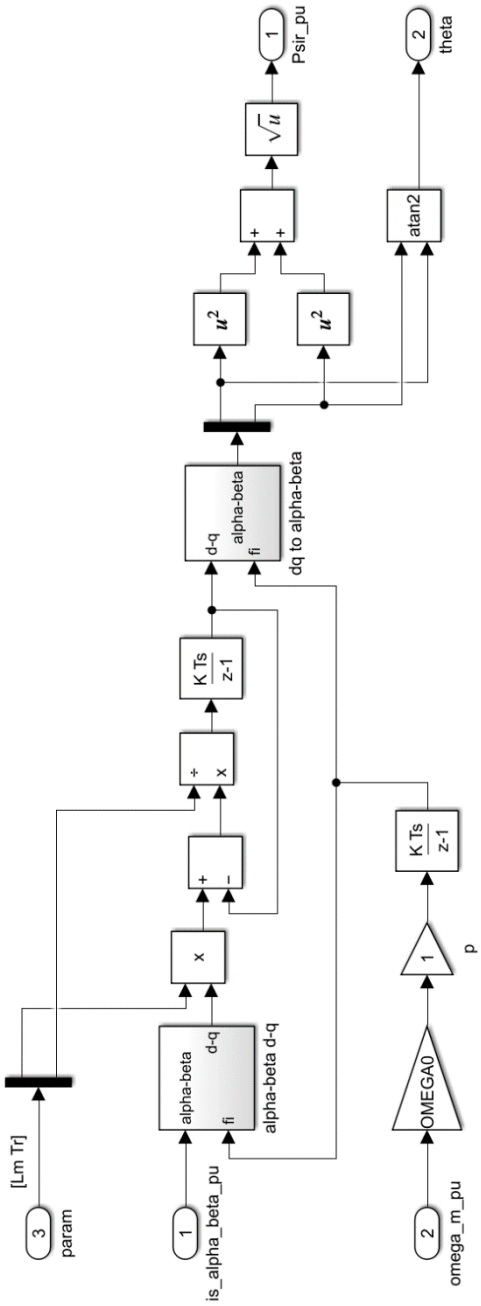
Rys. 5.5-2. Podsystem generatora sygnałów referencyjnych napięć stojana (UREF)

5.6 Podsystem sterowania wektorowego

Model układu sterowania wektorowego został zbudowany zgodnie z zasadą przedstawioną w rozdziale 4.2. Na rys. 5.6-1 oraz 5.6-2 przedstawiono budowę tego podsystemu.



Rys. 5.6-1. Podsystem sterowania wektorowego („Field Oriented Control System”)

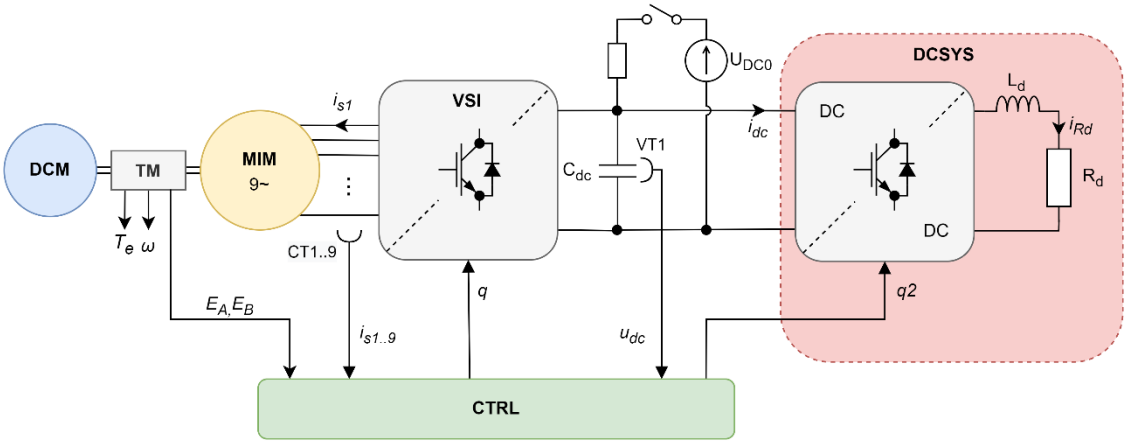


Rys. 5.6-2. Podsystem estymatora strumienia wirnika (EST) będący częścią podsystemu sterowania wektorowego („Field Oriented Control System”)

6 Model laboratoryjny układu generacyjnego

6.1 Budowa stanowiska laboratoryjnego

Na rys. 6.1-1 przedstawiono strukturę stanowiska przeznaczonego do badania układu wytwarzania energii elektrycznej przez wielofazowy generator indukcyjny. Generator napędzany jest przez silnik prądu stałego **DCM** za pośrednictwem momentomierza **TM** zainstalowanego pomiędzy maszynami. Obciążenie elektryczne stanowi układ **DCSYS**. W tabeli 6.1-1 przedstawiono wykaz zastosowanych podzespołów.



Rys. 6.1-1. Struktura stanowiska laboratoryjnego układu generacyjnego

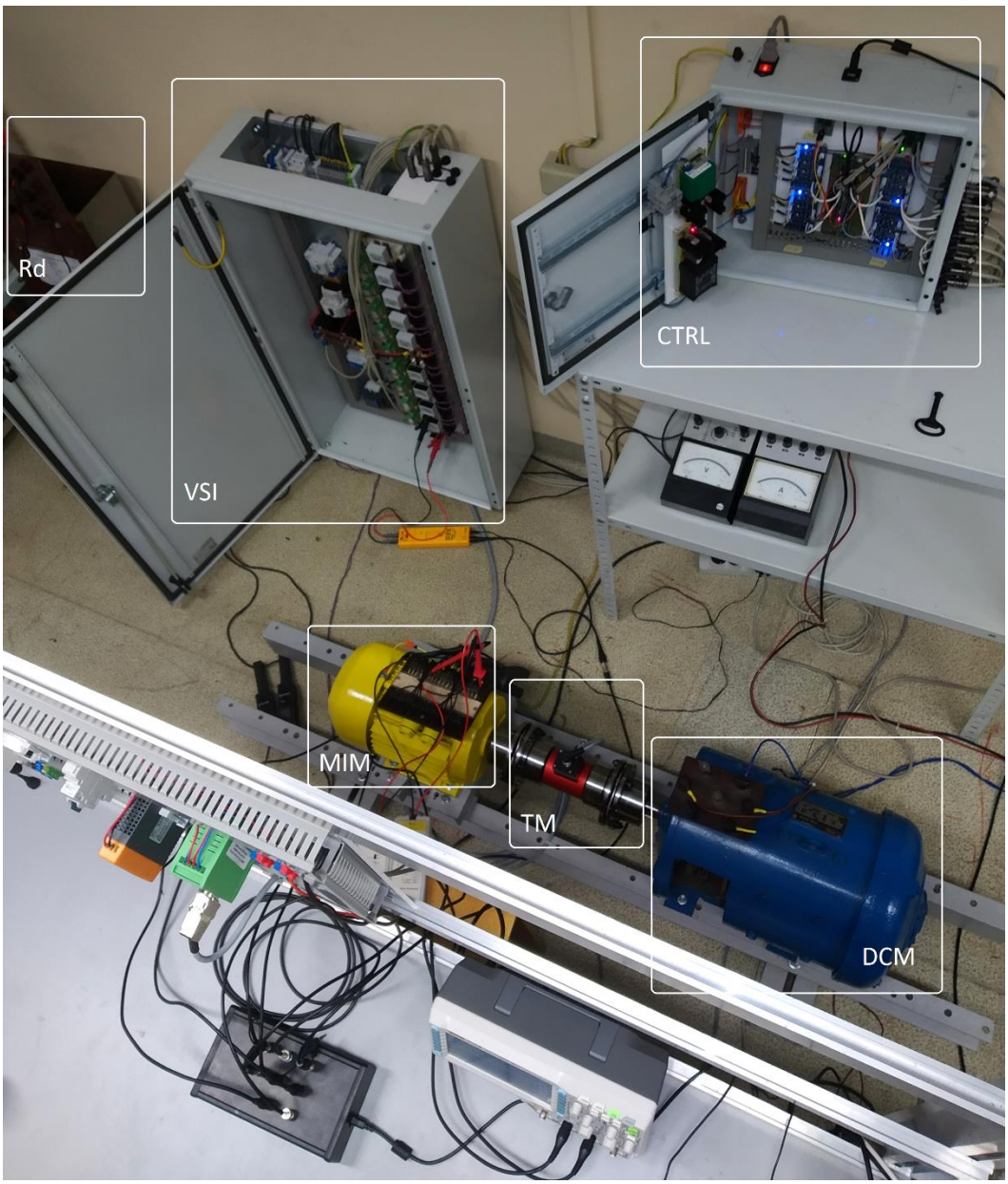
Symbol	Opis	Parametry
MIM	Dziewięciofazowy generator indukcyjny klatkowy	Wg tabel 4.3-1, 4.3-2
VSI	Przekształtnik generatora	-
CTRL	Układ sterowania	Wg rozdziału 4
DCSYS	Zespół obciążenia układu generacyjnego	-
TM	Przetwornik prędkości i momentu na wale generatora	DATAFLEX 32/300
DCM	Silnik napędowy prądu stałego	4,5 kW, 1460 obr./min.
C_{dc}	Kondensator obwodu prądu stałego	4400 µF / 450 V
CT1..CT9	Przetworniki pomiaru prądów fazowych generatora	ABB EL 25 P1
VT1	Przetwornik pomiaru napięcia obwodu prądu stałego	LEM LV 25-P
U_{DC0}	Źródło wstępnego ładowania obwodu napięcia prądu stałego	30 ÷ 150 V

R_d	Rezystancja układu obciążenia **DCSYS**	8,5 Ω
L_d	Indukcyjność układu obciążenia **DCSYS**	15 mH

Tabela 6.1-1. Wykaz elementów układu stanowiska laboratoryjnego

Źródło napięcia stałego U_{DC0} zapewnia początkowe naładowanie kondensatora $\mathrm{C_{dc}}$ umożliwiając rozruch układu i wzbudzenie generatora. Obciążenie generatora $\mathrm{R_d}$ włączone jest w obwód prądu stałego poprzez dodatkowy przekształtnik obniżający, który umożliwia regulację mocy obciążenia generatora. Układ momentomierza **TM** służył do pomiaru wartości chwilowych momentu, prędkości i mocy mechanicznej na wale generatora.

Przekształtnik generatora **VSI** został zbudowany z wykorzystaniem modułów tranzystorowych IGBT CM50DY-24H 50A/1200V w ilości 9 szt. Moduły mocy oraz kondensatory magazynujące energię zostały połączone szynami zbiorczymi, tworząc obwód napięcia stałego o niewielkiej indukcyjność pasożytniczej. Każdy z modułów jest miejscowo odsprzęgany kondensatorem foliowym (niskoindukcyjnym typu *„snubber”*) o pojemności $1\,\mu\mathrm{F}$. W celu pomiaru prądów fazowych przekształtnika i generatora zastosowano izolowane przetworniki prądowe ABB EL 25 P1. Napięcie obwodu prądu stałego mierzono za pomocą przetwornika LEM LV 25-P. Układy pomiarowe prądu i napięcia oraz sterowniki bramkowe tranzystorów zapewniły izolację galwaniczną układów sterowania od napięć występujących w obwodzie głównym. Pomiar prędkości na potrzeby sterowania (sygnały E_A, E_B) odbywa się z wykorzystaniem kwadraturowego enkodera inkrementalnego o rozdzielczości $720\,\frac{\mathrm{imp.}}{\mathrm{obr.}}$ zintegrowanego z momentomierzem **TM**. Na rys. 6.1-2 przedstawiono fotografię stanowiska laboratoryjnego wraz z oznaczeniem najważniejszych komponentów.



Rys. 6.1-2. Fotografia stanowiska laboratoryjnego

6.2 Układ sterowania zbudowany przy użyciu mikrokontrolera czasu rzeczywistego

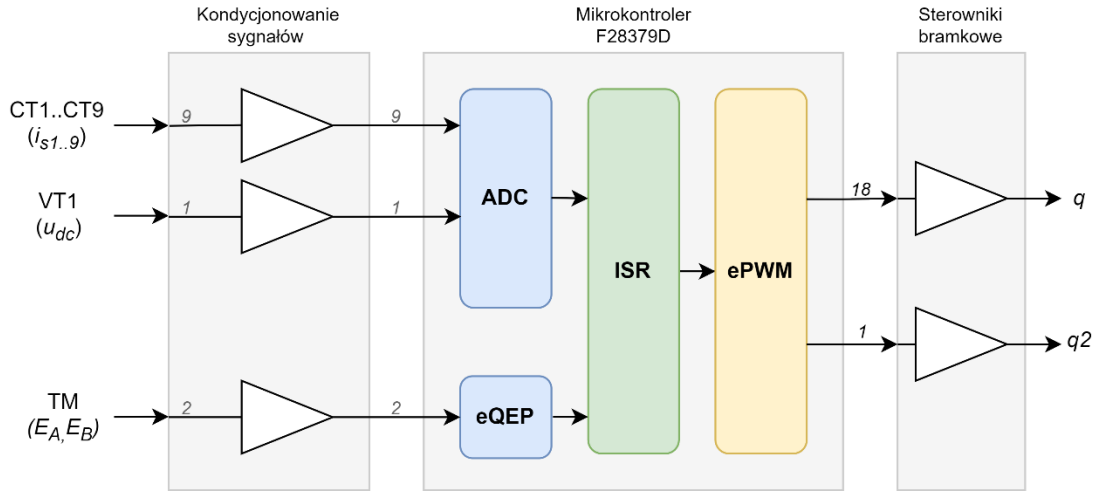
Zadaniem układu **CTRL** jest sterowanie układem generacyjnym metodą skalarną lub wektorową. Układ zrealizowano wykorzystując mikrokontroler czasu rzeczywistego rodziny C2000 (produkowany przez Texas Instruments Inc.), wraz z niezbędnymi układami elektronicznymi, jak układy kondycjonowania sygnałów pomiarowych, sterowników bramkowych tranzystorów. Do pomiarów wielkości elektrycznych (prądy, napięcia) wykorzystano galwanicznie izolowane przetworniki pracujące w oparciu o zjawisko Halla. Pomiar prędkości generatora odbywa się przy pomocy kwadraturowego enkodera inkrementalnego wbudowanego w momentomierz **TM**.

Ważniejsze cechy wybranego mikrokontrolera sygnałowego TMS320F28379D:

- Dwa 32-bitowe rdzenie C28x o taktowaniu 200 MHz.
- Jednostka obliczeń zmiennoprzecinkowych (FPU) pojedynczej precyzji zgodna z IEEE 754.
- 1 MB pamięci nieulotnej Flash, 204 KB pamięci operacyjnej RAM.
- Maksymalnie 169 wejść/wyjść cyfrowych (GPIO).
- 24 kanały modulatora szerokości impulsów (ePWM).
- Cztery przetworniki analogowo-cyfrowe (ADC) o rozdzielczości 12-bit (w trybie „single-ended”) lub 16-bit (w trybie „differential”).
- Trzy dekodery sygnałów impulsowego enkodera kwadraturowego (eQEP).

W związku z obszernością pełnej specyfikacji mikrokontrolera wymieniono głównie te właściwości, które wykorzystywano w opisywanej aplikacji, przy czym wykorzystano tylko pierwszy z dwóch dostępnych rdzeni oraz tylko część z wymienionych układów peryferyjnych. Pełna specyfikacja mikrokontrolera znajduje się w [36]. Oprogramowanie mikrokontrolera zostało napisane w języku C przy wykorzystaniu środowiska programistycznego dostarczonego przez producenta układu.

Na rys. 6.2-1 przedstawiono uproszczoną strukturę układu sterowania. Sygnały wejściowe: prądy fazowe generatora, napięcie obwodu prądu stałego, sygnały enkodera wprowadzane są do układu sterowania za pośrednictwem układów kondycjonowania sygnałów. Następnie trafiają do układów peryferyjnych mikrokontrolera: przetwornika analogowo-cyfrowego **ADC** (*Analog-Digital Converter*) oraz dekodera sygnałów kwadraturowych **eQEP** (*enhanced Quadrature Encoder Pulse*). Tranzystory przekształtnika sterowane są sygnałami wypracowanymi poprzez moduły **ePWM** za pośrednictwem sterowników bramkowych.



Rys. 6.2-1. Uproszczony schemat strukturalny układu sterowania

Na rys 6.2-2b przedstawiono cykl pracy modułu **ePWM** (*enhanced Pulse Width Modulator*). Jeden moduł odpowiada za sterowanie jednym półmostkiem przekształtnika. Licznik TBCTR pracuje w trybie zliczania CTRMODE naprzemiennie w górę i w dół (TB_COUNT_UPDOWN), wytwarzając trójkątny sygnał fali nośnej. Wyzwalanie **ADC** odbywa się sygnałem SOC (*Start of Conversion*) generowanym w chwilach, gdy stan licznika TBCTR osiąga wartość maksymalną (PRD) lub zerową (ZRO).

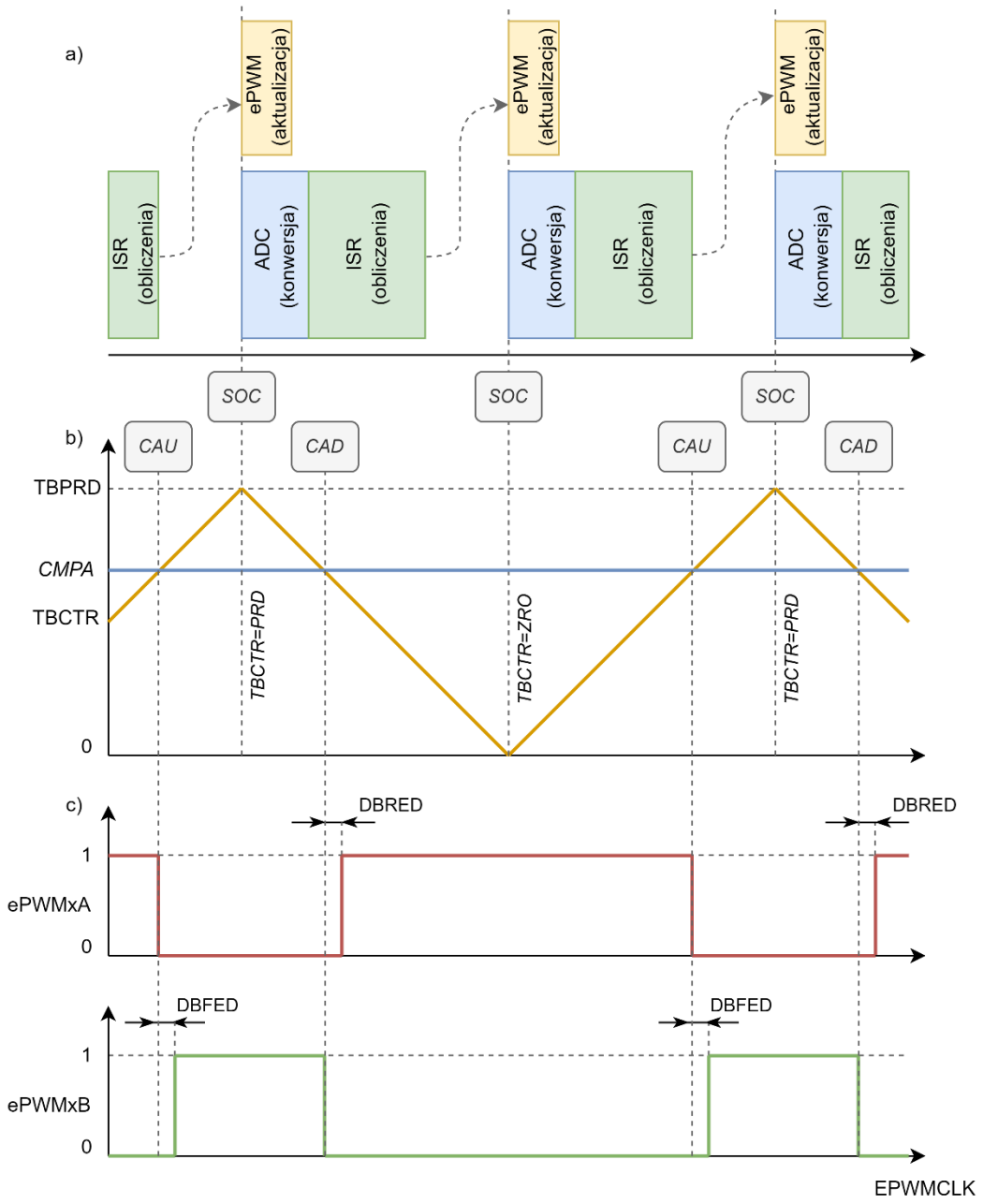
Na rys. 6.2-2 przedstawiono proces tworzenia sygnałów ePWMxA oraz ePWMxB sterujących tranzystorami przekształtnika. Modulacja szerokości impulsów realizowana jest poprzez zapisanie wartości rejestru CMPA modułu **ePWM** właściwego półmostka tranzystorowego przekształtnika sygnałem fali nośnej. W chwili zrównania wartości licznika TBCTR oraz rejestru CMPA następuje zmiana stanów sygnałów wyjściowych, uzależniona od aktualnego kierunku pracy licznika. W wypadku zliczania w dół (CAD) sygnał ePWMxA zmienia stan na wysoki, a w przypadku zliczania w górę (CAU) na niski. Sygnał ePWMxB jest logiczną odwrotnością sygnału ePWMxA. Wartości rejestrów DBFED i DBRED sterują licznikami opóźniającymi zbocza sygnałów, decydując o długości przedziału czasu martwego w sygnałach sterujących tranzystorami. Szczegółowy opis działania modułu **ePWM** można znaleźć w [38, 37].

Praca **ADC** synchronizowana jest z **ePWM,** dzięki czemu próbkowanie sygnałów realizowane jest synchronicznie z przełączaniem tranzystorów przekształtnika. Zapewnia to odtworzenie wartości średniej mierzonego sygnału oraz eliminuje konieczność stosowania filtrów antyaliasingowych. Wyzwalanie **ADC** zachodzi z częstotliwością dwukrotnie większą niż częstotliwość przełączania tranzystorów przekształtnika, tym samym częstotliwość próbkowania wynosi

$$f_s = 2f_{sw} \tag{6.2-1}$$

gdzie $f_{sw} = 3\ \mathrm{kHz}$.

Funkcja obsługi głównego przerwania programu mikrokontrolera **ISR** (*Interrupt Service Routine*) wyzwalana jest przez zdarzenie zakończenia konwersji **ADC**. W przerwaniu wykonywane są przede wszystkim obliczenia układu sterowania, a także obróbka sygnałów i funkcje zabezpieczeń od przekroczenia dopuszczalnych wartości prądów i napięć w obwodach układu generacyjnego. Funkcja obsługi przerwania aktualizuje rejestry CMPA modułów **ePWM**, tym samym realizując wysterowanie przekształtnika **VSI** zgodnie z obliczeniami algorytmu sterowania.



Rys. 6.2-2. Cykl pracy układu sterowania: a) diagram zdarzeń i przerwań, b) przebiegi układu licznikowego TBCTR modułu ePWM c) sygnały wyjściowe modułu ePWM

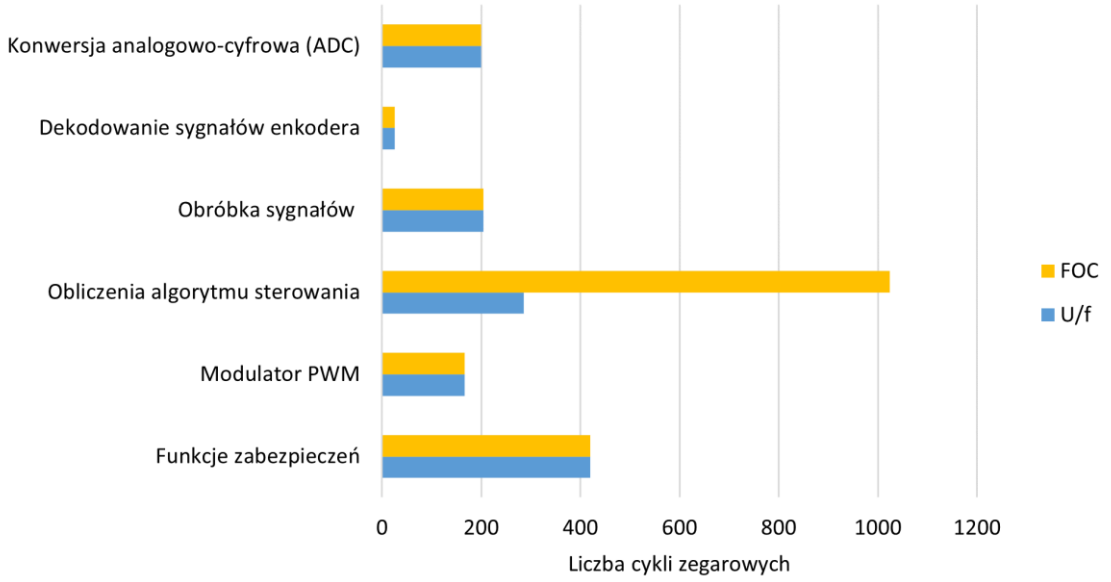
W programie mikrokontrolera zaimplementowano obie metody sterowania: wektorową (FOC) oraz skalarną (U/f), przy czym tylko jedna z nich może być aktywna. Obie metody różnią się ilością wykonywanych obliczeń, co skutkuje różnym obciążeniem procesora w zależności od dokonanego wyboru. W tabeli 6.2-1 zestawiono porównanie liczby cykli i czasów wykonania, natomiast na rys. 6.2-3 pokazano graficzne porównanie tych danych dla obu metod sterowania. Pomimo bardziej rozbudowanych obliczeń algorytmu sterowania wektorowego (FOC), sumaryczny czas wykonania obliczeń rośnie mniej niż dwukrotnie względem metody sterowania skalarnego (U/f).

Dla taktowania procesora zegarem $SYSCLK = 200\ \mathrm{MHz}$. Czas t_p wykonania kodu wymagającego n_{cls} cykli zegarowych wynosi

$$t_p = \frac{n_{cls}}{SYSCLK} = \frac{n_{cls}}{200 \cdot 10^6} \tag{6.2-2}$$

Zadanie	**Sterowanie wektorowe (FOC)**	**Sterowanie skalarne (U/f)**
Konwersja analogowo-cyfrowa (ADC)	200 cykli zegarowych	
Dekodowanie sygnałów enkodera (QEP)	25 cykli zegarowych	
Obróbka sygnałów (post-processing)	204 cykle zegarowe	
Obliczenia algorytmu sterowania	1024 cykle zegarowe	286 cykli zegarowych
Modulator PWM	166 cykli zegarowych	
Funkcje zabezpieczeń	420 cykli zegarowych	
Sumarycznie	**2039** cykli zegarowych	**1301** cykli zegarowych
Czas wykonania (wg 6.2-2)	**10,2 µs**	**6,5 µs**

Tabela 6.2-1. Liczba cykli zegarowych procesora oraz czasy wykonania dla poszczególnych bloków i dwóch metod sterowania (FOC, U/f)

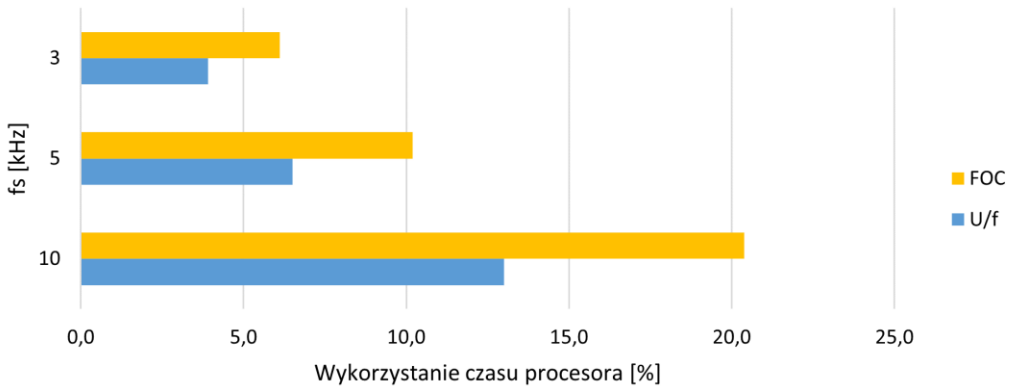


Rys. 6.2-3. Liczba cykli zegarowych procesora dla poszczególnych bloków i dwóch metod sterowania (FOC, U/f)

W tabeli 6.2-2 pokazano wykorzystanie czasu procesora dla różnych częstotliwości kluczowania przekształtnika z podziałem na dwie metody sterowania. Podane wyniki nie uwzględniają dodatkowych zadań procesora wykonywanych w tle. W praktyce można przyjąć bezpieczne założenie, że prezentowane obliczenia powinny angażować nie więcej niż 50% dostępnego czasu procesora. W każdym z przypadków pokazanym w tabeli 6.2-2 warunek ten jest spełniony z dużym marginesem.

Częstotliwość		**Wykorzystanie czasu procesora**	
Kluczowanie tranzystorów f_{sw}	Próbkowanie algorytmu f_s	Sterowanie wektorowe (FOC)	Sterowanie skalarne (U/f)
3 kHz	6 kHz	6,1%	3,9%
5 kHz	10 kHz	10,2%	6,5%
10 kHz	20 kHz	20,4%	13%

Tabela 6.2-2. Wykorzystanie czasu procesora dla różnych częstotliwości pracy przekształtnika i dwóch metod sterowania (FOC, U/f)



Rys. 6.2-4. Wykorzystanie czasu procesora dla różnych częstotliwości pracy przekształtnika i dwóch metod sterowania (FOC, U/f)

Zastosowany mikrokontroler umożliwia zaangażowanie dodatkowych jednostek obliczeniowych, takich jak np. TMU (*Trigonometric Math Unit*), którego zadaniem jest wspomaganie obliczeń trygonometrycznych. Został on wykorzystany w prezentowanym projekcie, np. podczas obliczeń transformacji współrzędnych. Wykorzystanie kolejnych możliwości procesora i optymalizacji może prowadzić do dalszej redukcji czasu obliczeń. Więcej na ten temat można znaleźć w [39].

6.3 Układ pomiarowy

Celem przeprowadzenia badań laboratoryjnych niezbędna była możliwość wykonania pomiarów i ich rejestracji dla ich późniejszego przetwarzania i analizy. Wykorzystano sprzęt pomiarowy wymieniony poniżej:

- Sondy prądowe CHAUVIN ARNOUX E27, E3N (10/100 A, 100 kHz).
- Napięciowe sondy różnicowe TESTEC TT-SI 9001 (70/700 V, 25 MHz).
- Momentomierz DATAFLEX 32/300 (60/300 Nm).
- Multimetry cyfrowe: SANWA PC7000, Fluke 177.
- Karta akwizycji danych National Instruments USB-6211 (16-bit AI, 250 kS/s).

Dane pozyskane z wykorzystaniem karty akwizycji danych były gromadzone i przetwarzane przy pomocy oprogramowania MATLAB. Wybrane wyniki pomiarów przedstawiono i omówiono w kolejnym rozdziale.

7 Badania układu generacyjnego

W rozdziale przedstawiono wybrane wyniki badań oraz ich omówienie. Pominięto prezentację wyników dla kolejności $m = 4$, ponieważ dla założonych wartości mocy nie było możliwe osiągnięcie zadanego napięcia. Maszyna wytwarza wówczas osiem biegunów przy dużej wartości prądu magnesującego, co przy niewielkim nawet obciążeniu powoduje przekroczenie prądu znamionowego generatora. Wykorzystano pozostałe trzy kolejności: $m = 1, 2, 3$.

7.1 Praca w stanie ustalonym dla rożnych prędkości napędzania

Pomiary wykonano dla 23 punktów pracy, w warunkach regulacji napięcia obwodu prądu stałego na wartość $U_{dc} = 150\ \mathrm{V}$ i zmianę obciążenia **DCSYS** na wyjściu stałoprądowym. W zależności od prędkości napędzania generatora wybrano odpowiednią kolejność zasilania m, według zasady przedstawionej w rozdziale 4.5. Pomiary dla prędkości odpowiadających granicy zmiany kolejności m (punkty 5 i 6 oraz 12 i 13 w tabeli 7.1-1) zostały wykonane dla dwóch kolejności m. Zmierzono wartości prędkości obrotowej n, momentu mechanicznego T_e, wartości średniej prądu rezystancji obciążenia I_{Rd} oraz wartości skutecznej prądu stojana I_s. Sygnał momentu mechanicznego T_e przetworzono za pomocą filtru dolnoprzepustowego aby ograniczyć zawartość składowej zmiennej. Na podstawie powyższych danych pomiarowych została obliczona moc mechaniczna P_1, dostarczana za pośrednictwem wału generatora oraz moc elektryczna P_2 wydzielana w rezystorze obciążenia R_d

$$P_1 = T_e\, n \frac{2\pi}{60}\ [\mathrm{W}]$$

$$P_2 = I_{Rd}^2\, R_d\ [\mathrm{W}]$$

(7.1-1)

Wynika stąd sprawność przetwarzania energii w układzie generacyjnym

$$\eta = \frac{P_2}{P_1}$$

(7.1-2)

Obliczona została przybliżona wartość średnia prądu w obwodzie prądu stałego płynącego pomiędzy przekształtnikiem **VSI** a obciążeniem **DCSYS**

$$I_d = \frac{P_2}{U_{dc}} = \frac{I_{Rd}^2\, R_d}{U_{dc}}\ [\mathrm{A}]$$

(7.1-3)

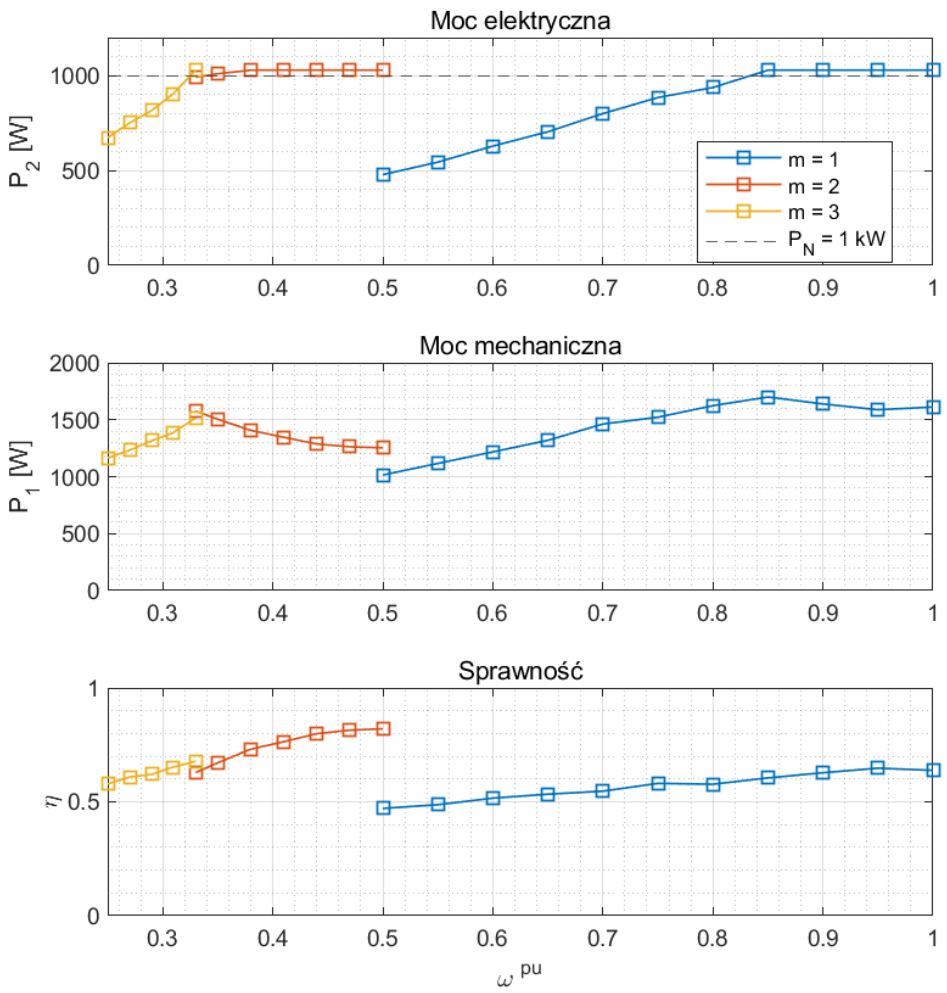
Obciążenie elektryczne generatora regulowane było przez **DCSYS** w taki sposób, aby moc elektryczna oraz prąd stojana generatora były utrzymywane w zakresie nieprzekraczającym wartości znamionowych. Pomiary wykonano dla sterowania wektorowego, pomijając sterowanie skalarne, gdyż w stanie ustalonym oba układy dają takie same wyniki, a więc przedstawienie obu pomiarów było zbędne. Można dodać, że pomiary tego samego generatora, pracującego pod kontrolą układu sterowania skalarnego, zostały przedstawione w [16]. Na podstawie wyników pomiarów zestawionych w tabeli 7.1-1, na rys. 7.1-1 i 7.1-2 przedstawiono charakterystyki mocy, sprawności i prądów w funkcji prędkości.

#	ω^{pu}	m	$n\left[\frac{\mathrm{obr}}{\mathrm{min}}\right]$	$T_e[\mathrm{Nm}]$	$P_1[\mathrm{W}]$	$I_{Rd}[\mathrm{A}]$	$P_2[\mathrm{W}]$	$I_s\ [\mathrm{A_{rms}}]$	$I_d[\mathrm{A}]$	η
1	0,25	3	500	22,2	1164	8,9	673	5,2	4,49	0,58
2	0,27	3	540	21,8	1233	9,4	751	5,3	5,01	0,61
3	0,29	3	580	21,7	1316	9,8	816	5,3	5,44	0,62
4	0,31	3	618	21,4	1383	10,3	902	5,2	6,01	0,65
5	**0,33**	**3**	**660**	**21,9**	**1517**	**11,0**	**1029**	**5,3**	**6,86**	**0,68**
6	0,33	2	660	22,8	1576	10,8	991	5,3	6,61	0,63
7	0,35	2	700	20,5	1504	10,9	1010	5,0	6,73	0,67
8	0,38	2	760	17,7	1406	11,0	1029	4,5	6,86	0,73
9	0,41	2	820	15,7	1346	11,0	1029	4,1	6,86	0,76
10	**0,44**	**2**	**880**	**14,0**	**1287**	**11,0**	**1029**	**3,8**	**6,86**	**0,80**
11	0,47	2	940	12,8	1262	11,0	1029	3,6	6,86	0,81
12	0,50	2	1000	12,0	1253	11,0	1029	3,4	6,86	0,82
13	0,50	1	1000	9,7	1015	7,5	478	5,2	3,19	0,47
14	0,55	1	1100	9,7	1116	8,0	544	5,2	3,63	0,49
15	0,60	1	1200	9,7	1218	8,6	629	5,2	4,19	0,52
16	0,65	1	1300	9,7	1319	9,1	704	5,2	4,69	0,53
17	0,70	1	1400	10,0	1462	9,7	800	5,2	5,33	0,55
18	0,75	1	1500	9,7	1522	10,2	884	5,2	5,90	0,58
19	0,80	1	1600	9,7	1624	10,5	937	5,2	6,25	0,58
20	**0,85**	**1**	**1700**	**9,5**	**1700**	**11,0**	**1029**	**5,1**	**6,86**	**0,61**
21	0,90	1	1800	8,7	1638	11,0	1029	4,8	6,86	0,63
22	0,95	1	1900	8,0	1588	11,0	1029	4,5	6,86	0,65
23	1,00	1	2000	7,7	1612	11,0	1029	4,3	6,86	0,64

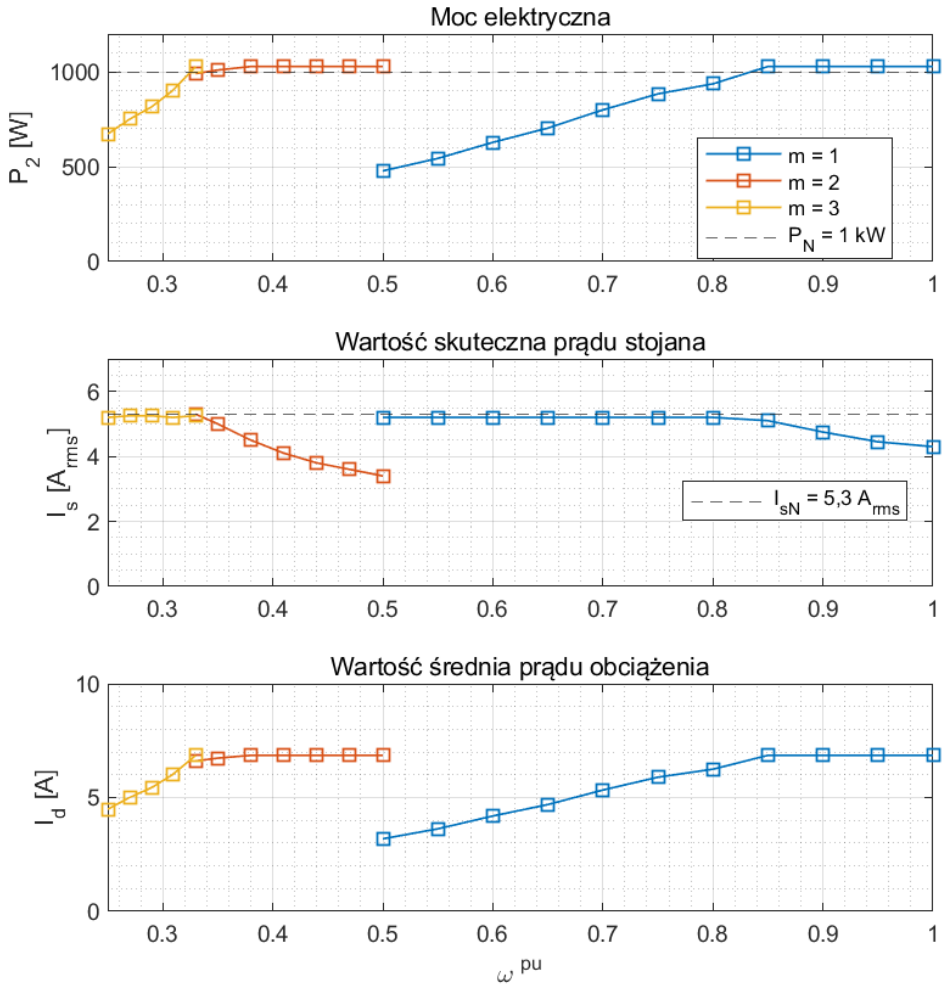
Tabela 7.1-1. Wyniki pomiarów dla 23 punktów pracy w stanie ustalonym układu generacyjnego

Na kolejnych trzech rysunkach przedstawiono przebiegi wybranych wielkości, podczas pracy generatora w stanie ustalonym, w wybranych punkach pracy określonych numerami w tabeli 7.1-1:

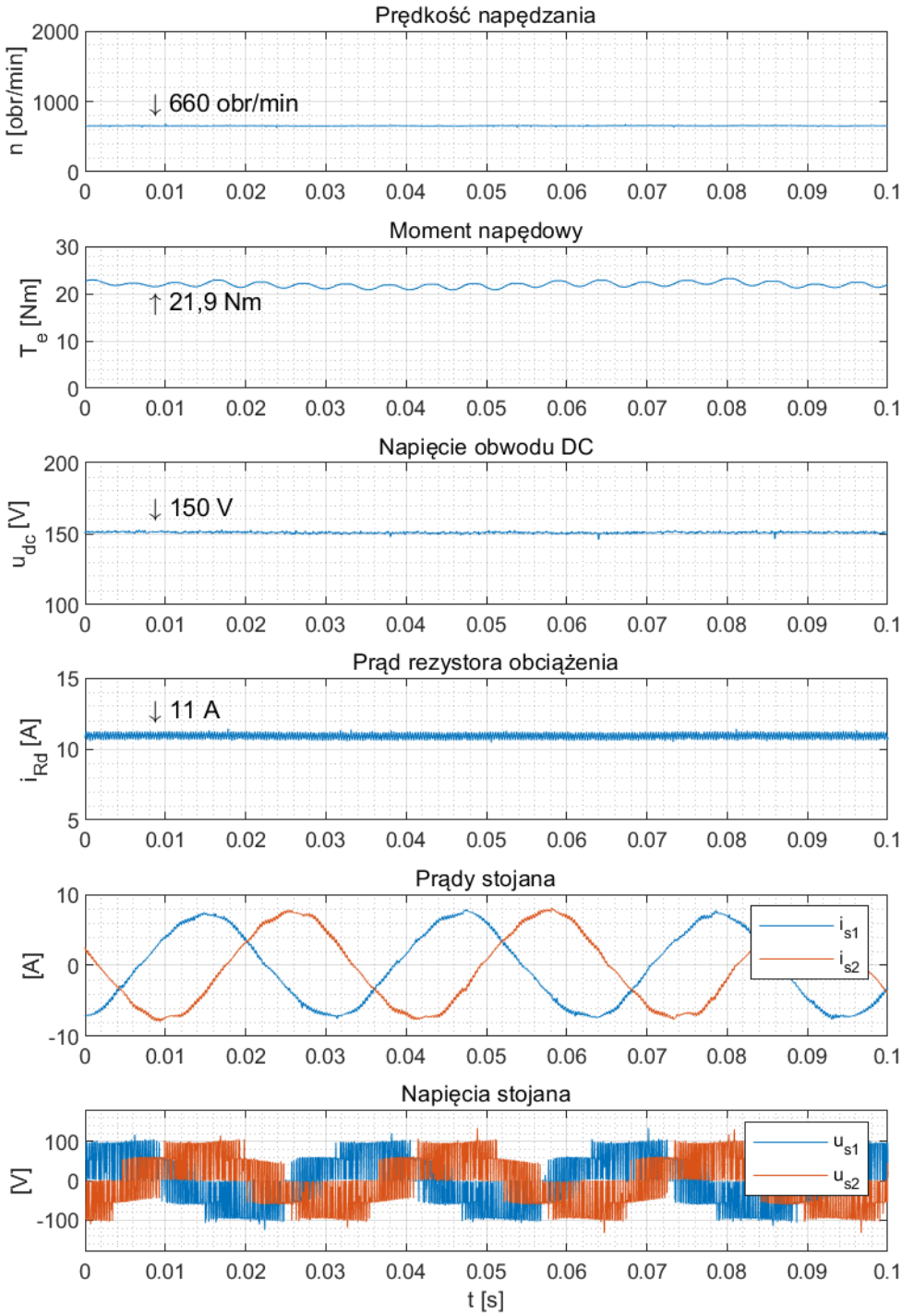
- nr 5 ($m = 3,\ \omega^{pu} = 0{,}33$) na rys. 7-1-3,
- nr 10 ($m = 2,\ \omega^{pu} = 0{,}44$) na rys. 7.1-4,
- nr 20 ($\mathrm{m} = 1,\ \omega^{\mathrm{pu}} = 0{,}85$) na rys. 7.1-5.



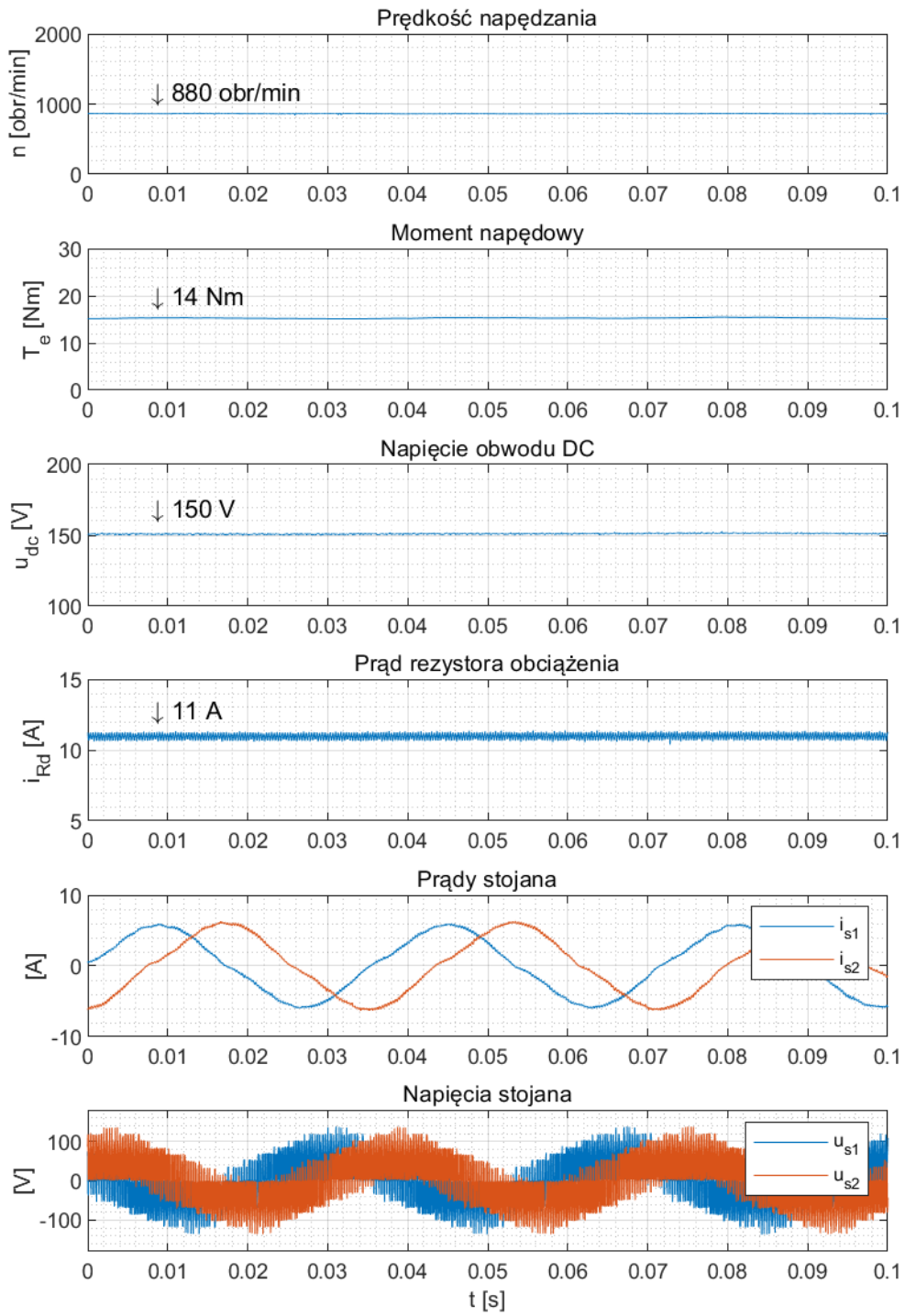
Rys. 7.1-1. Charakterystyki mocy i sprawności dla stanu ustalonego w wybranych punktach pracy układu, P_1 – mechaniczna moc wejściowa, P_2 - elektryczna moc wyjściowa, η – sprawność układu



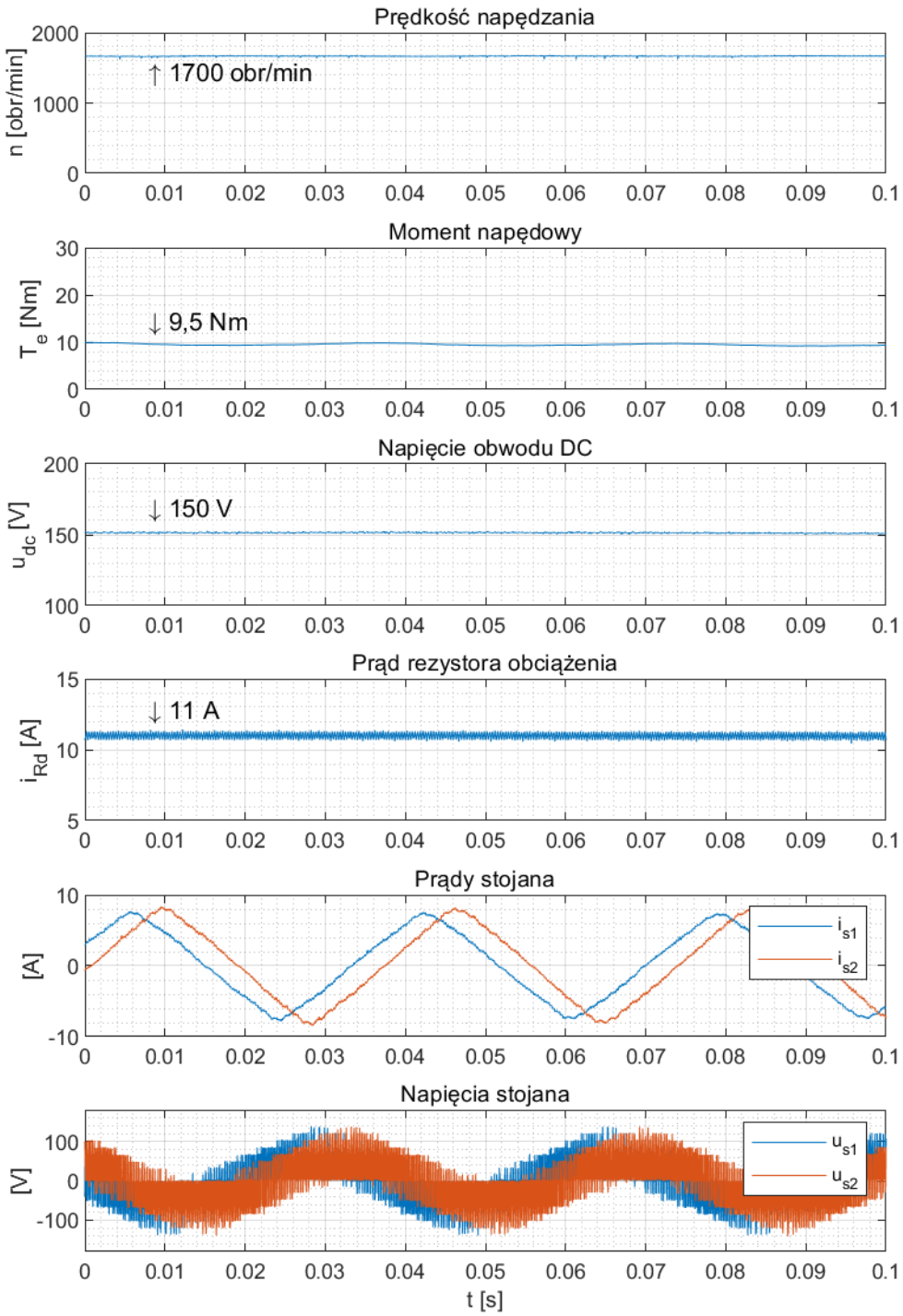
Rys. 7.1-2. Charakterystyki mocy i prądów dla stanu ustalonego w wybranych punktach pracy układu, P_2 - elektryczna moc wyjściowa, I_s – wartość skuteczna prądu fazowego stojana, I_d – wartość średnia prądu obciążenia DCSYS



Rys. 7.1-3. Przebiegi dla stanu ustalonego w punkcie pomiarowym numer 5



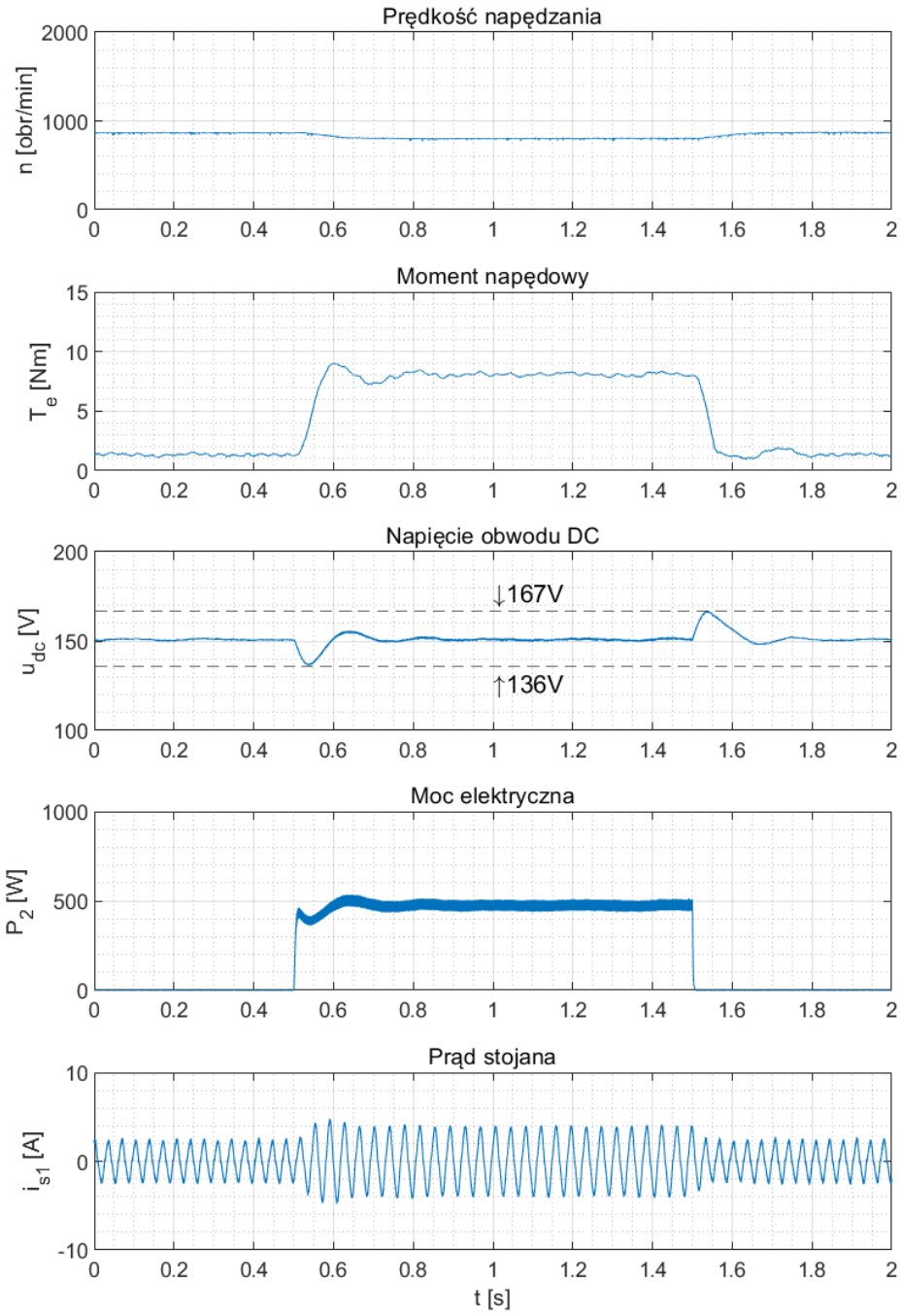
Rys. 7.1-4. Przebiegi dla stanu ustalonego w punkcie pomiarowym numer 10



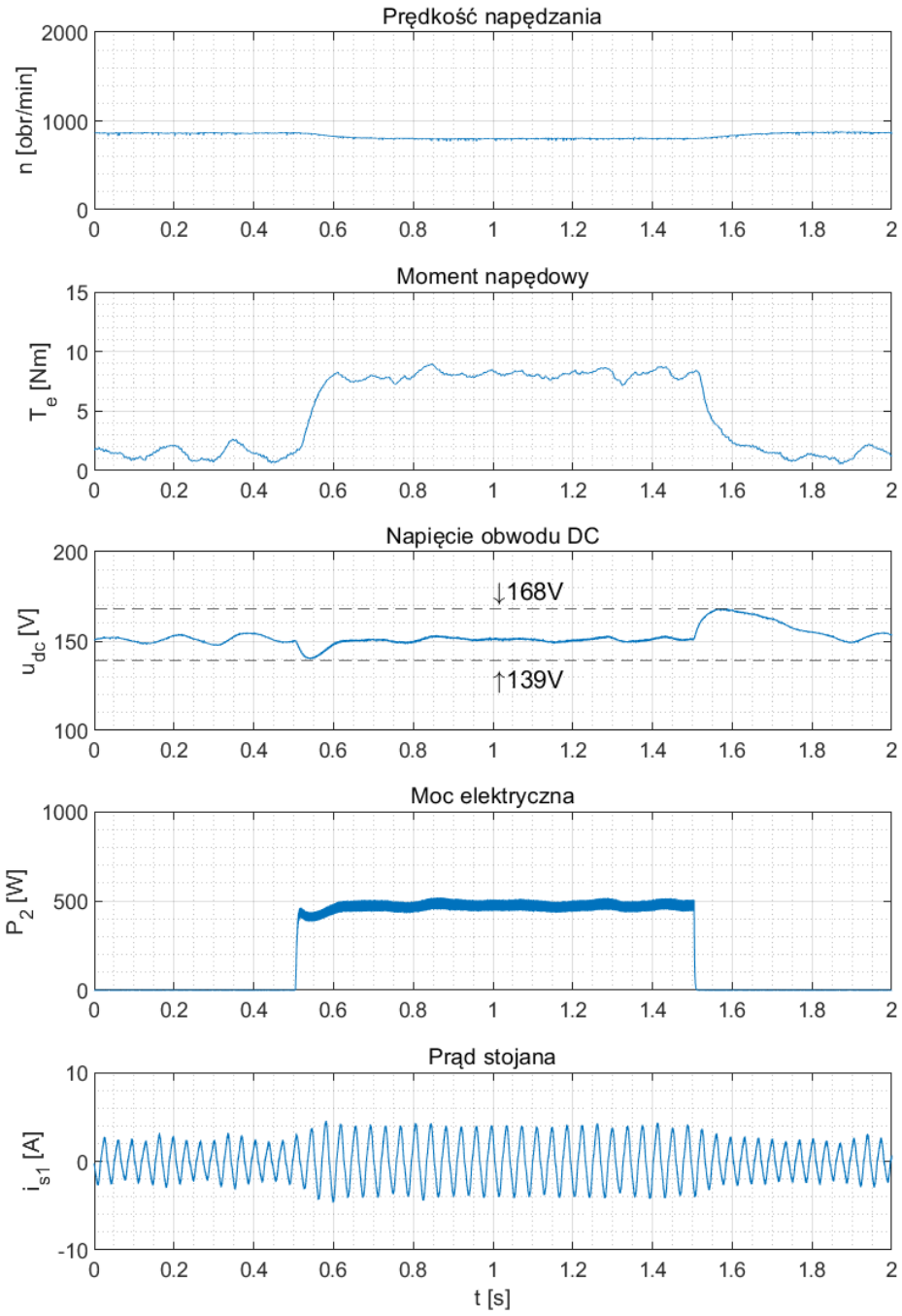
Rys. 7.1-5. Przebiegi dla stanu ustalonego w punkcie pomiarowym numer 20

7.2 Jakość stabilizacji napięcia obwodu prądu stałego przy zmianach obciążenia

Pomiary wykonano dla dwóch układów sterowania, celem porównania ich właściwości regulacyjnych w stanie nieustalonym. Zmierzone i zarejestrowane zostały przebiegi prędkości, momentu, napięcia obwodu prądu stałego, mocy elektrycznej i prądu stojana generatora. Jako początkowy punkt pracy wybrano kolejność $m = 2$, prędkość napędzania $\omega^{pu} = 0{,}44$ oraz moc elektryczną $P_2 = 0\ \mathrm{W}$. W chwili $t = 0{,}5\ \mathrm{s}$ nastąpiło skokowe obciążenie generatora mocą elektryczną $P_2 = \frac{1}{2}P_N = 500\ \mathrm{W}$. Po upływnie jednej sekundy, moc elektryczna została zmniejszona ponownie do zera. Na rys. 7.2-1 przedstawiono wyniki pomiarów dla sterowania wektorowego, a na rys. 7.2-2 dla sterowania skalarnego.



Rys. 7.2-1. Przebiegi prędkości, momentu, napięcia DC, mocy elektrycznej i prądu stojana dla sterowania wektorowego (FOC), podczas skokowej zmiany obciążenia generatora mocą elektryczną: zwiększenie P_2 do 500 W (t=0,5 s), następnie zmniejszenie P_2 do zera (t=1,5 s)

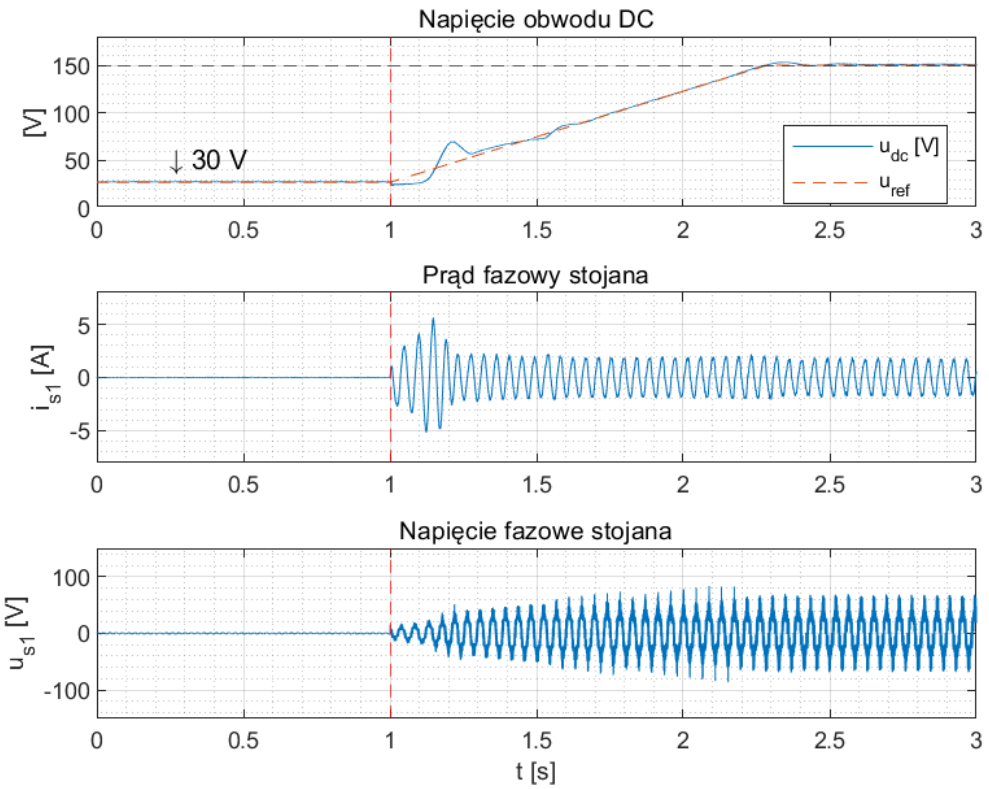


Rys. 7.2-2. Przebiegi prędkości, momentu, napięcia DC, mocy elektrycznej i prądu stojana dla sterowania skalarnego (U/f), podczas skokowej zmiany obciążenia generatora mocą elektryczną: zwiększenie P_2 do 500 W (t=0,5 s), następnie zmniejszenie P_2 do zera (t=1,5 s)

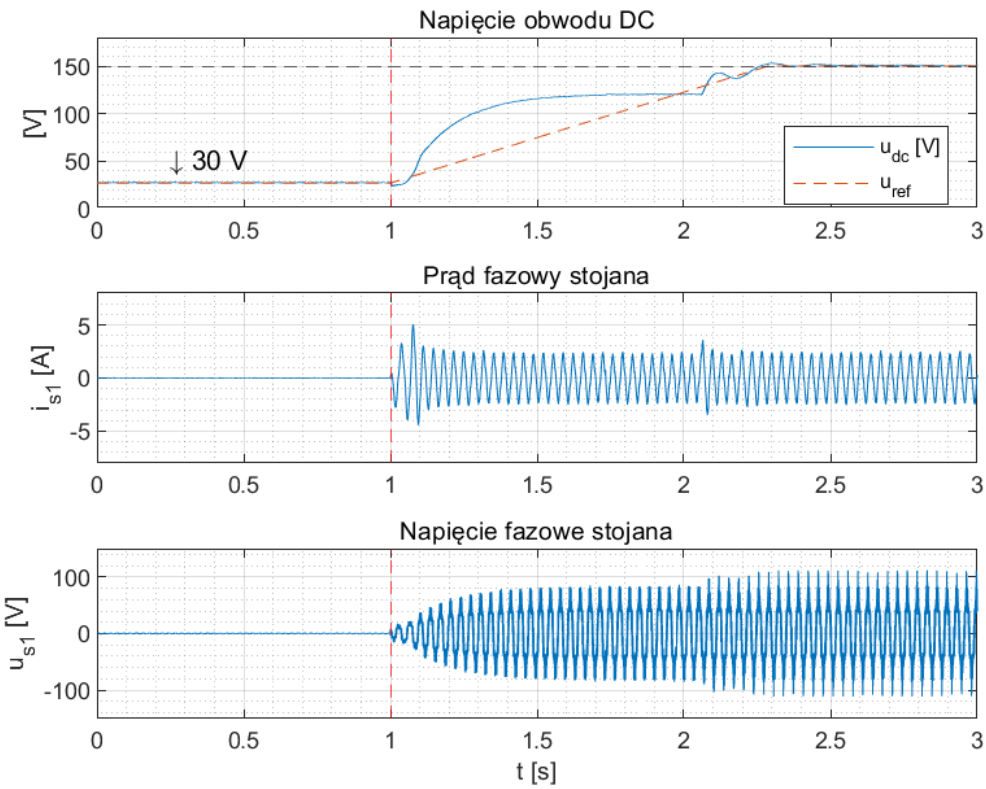
7.3 Uruchomienie układu i wzbudzenie generatora

Proces rozpoczynał się rozpędzeniem generatora do zadanej prędkości oraz naładowaniem kondensatora obwodu prądu stałego do wartości początkowej napięcia $U_{DC0} = 30\,\mathrm{V}$. W chwili $t_{en} = 1\ s$ następuje uruchomienie przekształtnika i rozpoczyna się proces przejściowy wzbudzania generatora. Po pewnym czasie uzyskiwana jest stabilizacja napięcia wyjściowego na zadanym poziomie $U_{ref} = 150\,\mathrm{V}$. Doświadczenie przebiegało przy braku obciążenia elektrycznego na wyjściu układu generacyjnego. Eksperyment wykonano dla trzech kolejności: $m = 1,\ m = 2,\ m = 3$. Zarejestrowano wybrane wielkości elektryczne: napięcie obwodu prądu stałego, prąd fazowy stojana generatora, napięcie fazowe stojana generatora. Wyniki zostały przedstawione w formie przebiegów czasowych:

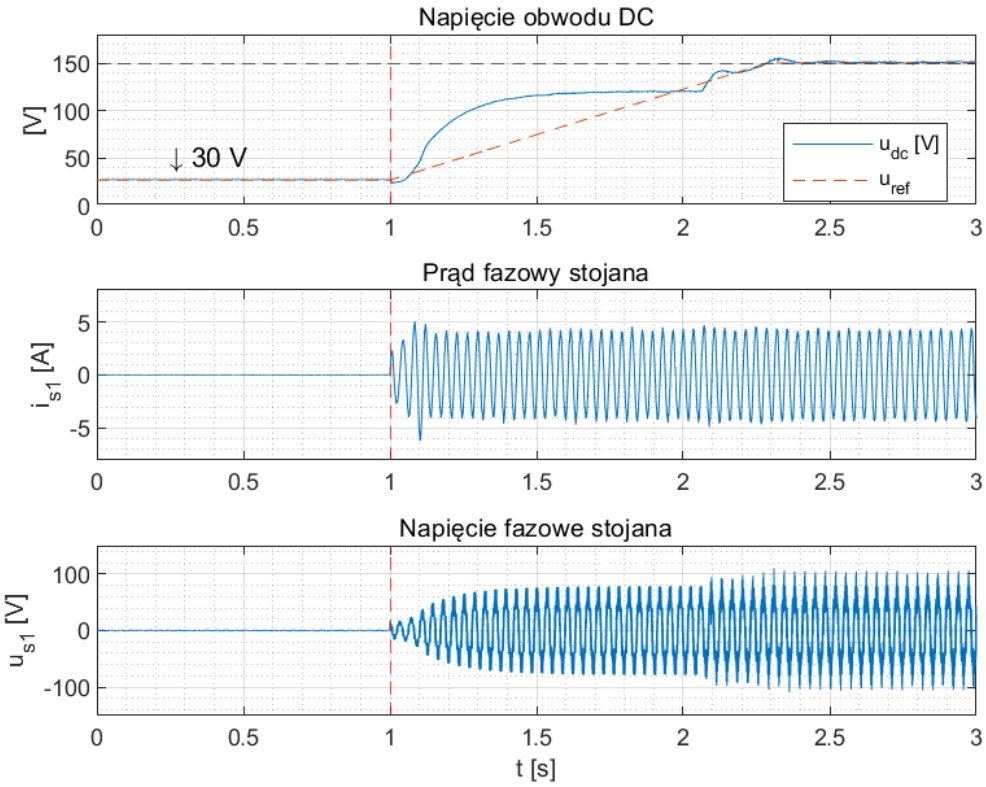
- na rys. 7.3-1 dla kolejności m=1 i prędkości $\omega_{pu} = 0{,}7$,
- na rys. 7.3-2 dla kolejności m=2 i prędkości $\omega_{pu} = 0{,}45$,
- na rys. 7.3-3 dla kolejności m=3 i prędkości $\omega_{pu} = 0{,}3$.



Rys. 7.3-1. Przebiegi w funkcji czasu dla procesu uruchomienia układu generacyjnego dla m=1 i ω^{pu}=0,7



Rys. 7.3-2. Przebiegi w funkcji czasu dla procesu uruchomienia układu generacyjnego dla m=2 i ω^{pu}=0,45



Rys. 7.3-3. Przebiegi w funkcji czasu dla procesu uruchomienia układu generacyjnego dla m=3 i ω^{pu}=0,3

Układ sterowania wektorowego umożliwia wzbudzenie generatora w szerokim zakresie prędkości pomimo niskiego poziomu napięcia początkowego U_{DC0} obwodu prądu stałego. Odbywa się to za sprawą efektywnego wykorzystania napięcia wstępnie naładowanego kondensatora C_{dc}.

7.4 Zmiana kolejności zasilania podczas pracy

Praca w szerokim zakresie prędkości ω^{pu} wymaga zmiany kolejności zasilania podczas pracy układu generacyjnego. Przełączenie tego parametru powoduje powstawanie stanów nieustalonych w układzie generacyjnym. Przejściowe udary prądów stojana i momentu elektromagnetycznego oddziałujące na układ mechaniczny, mogą powodować przyspieszone zużycie elementów eksploatacyjnych, np. łożysk. Dodatkowo, elektryczne stany nieustalone prądów stojana mogą prowadzić do zadziałania zabezpieczeń nadprądowych przekształtnika i w konsekwencji przerwania pracy układu generacyjnego.

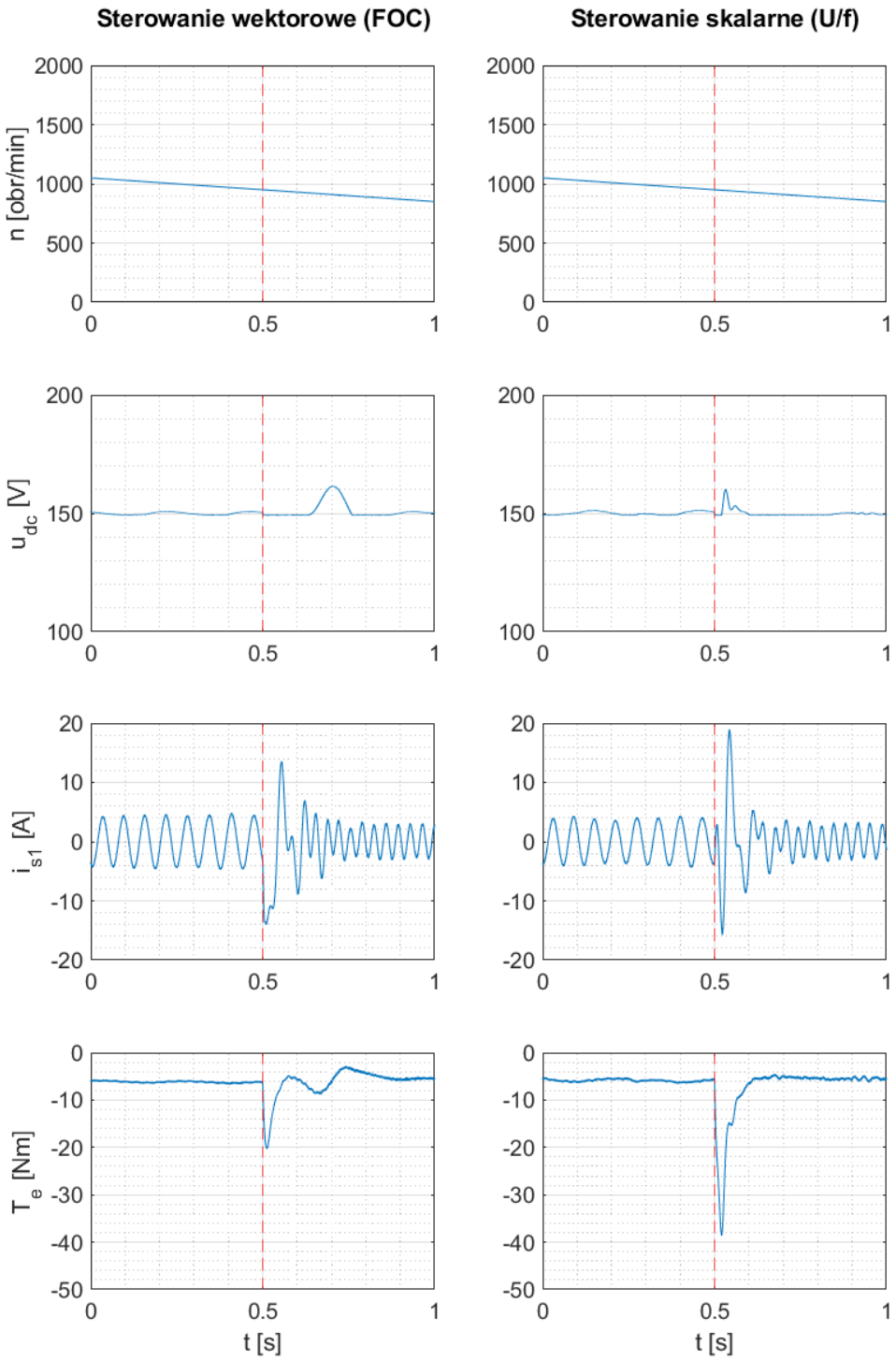
Poniżej zamieszczono wyniki badań symulacyjnych z wykorzystaniem modelu matematycznego. Obciążenie elektryczne generatora zależne było od prędkości napędzania $P_2 = \omega^{pu} P_N$. Rozważono dwa przypadki przełączeń: z kolejności $m = 1$ na $m = 2$, a następnie z $m = 2$ na $m = 3$, przy malejącej prędkości napędzania. W tabelach 7.4-1 oraz 7.4-2 zestawiono wartości maksymalne napięcia, prądu i momentu generatora, występujące podczas procesów przejściowych spowodowanych przełączeniem kolejności.

Parametr	**Chwilowe wartości maksymalne**	
	Sterowanie wektorowe (FOC)	**Sterowanie skalarne (U/f)**
Napięcie u_{dc}	160 V	160 V
Prąd fazowy i_{s1}	-13,8 A	-18,8 A
Moment elektromagnetyczny T_e	-20,1 Nm	-38,4 Nm

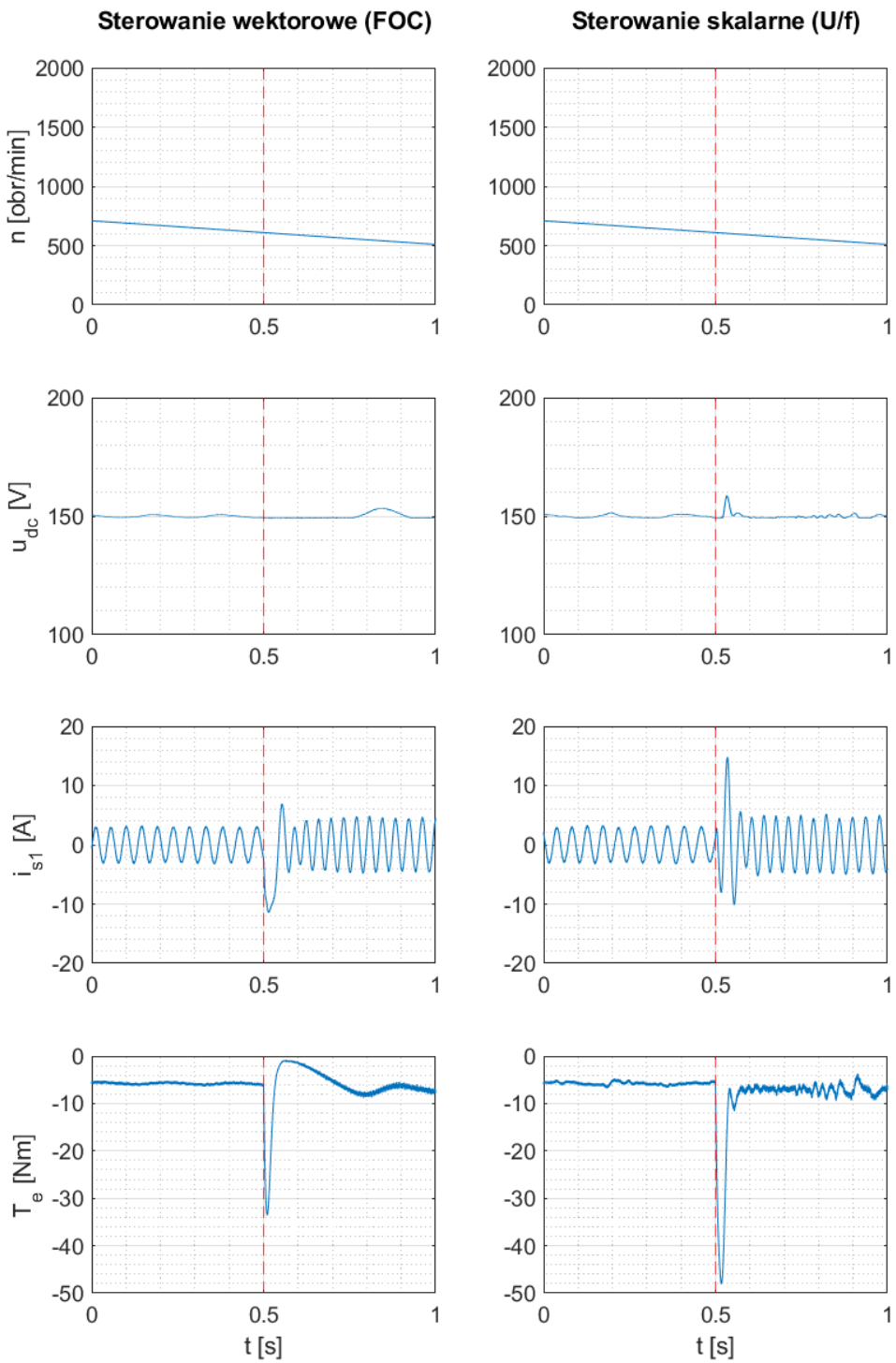
Tabela 7.4-1. Wartości maksymalne parametrów pracy generatora przy przełączeniu z kolejności m=1 na m=2

Parametr	**Chwilowe wartości maksymalne**	
	Sterowanie wektorowe (FOC)	**Sterowanie skalarne (U/f)**
Napięcie u_{dc}	153 V	159 V
Prąd fazowy i_{s1}	-11,3 A	14,6 A
Moment elektromagnetyczny T_e	-33,4 Nm	-48 Nm

Tabela 7.4-2. Wartości maksymalne parametrów pracy generatora przy przełączeniu z kolejności m=2 na m=3



Rys. 7.4-1. Przebiegi w funkcji czasu: prędkości, napięcia obwodu prądu stałego, prądu fazowego stojana, momentu elektromagnetycznego, dla przełączenia kolejności z m=1 na m=2 w chwili t=0,5 s

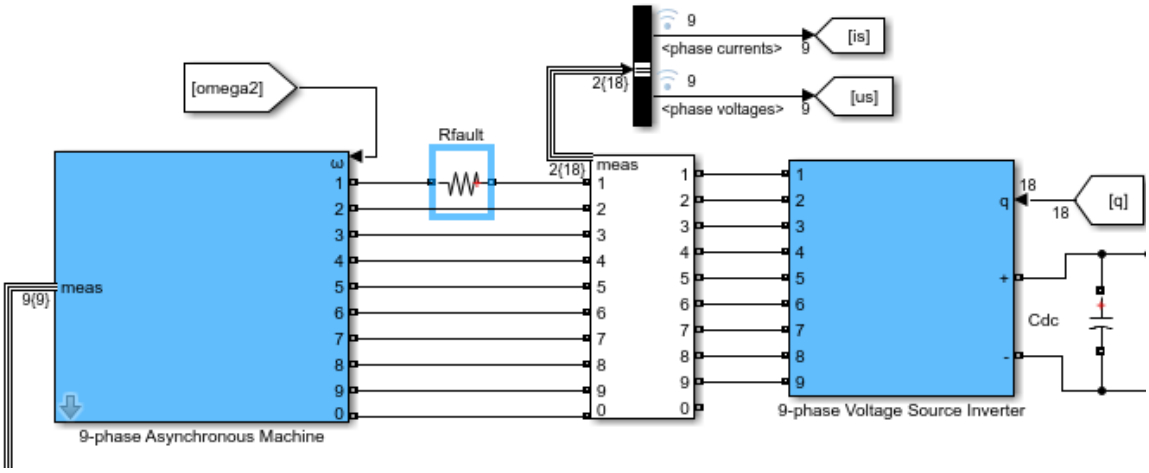


Rys. 7.4-2. Przebiegi w funkcji czasu: prędkości, napięcia obwodu prądu stałego, prądu fazowego stojana, momentu elektromagnetycznego, dla przełączenia kolejności z m=2 na m=3 w chwili t=0,5 s

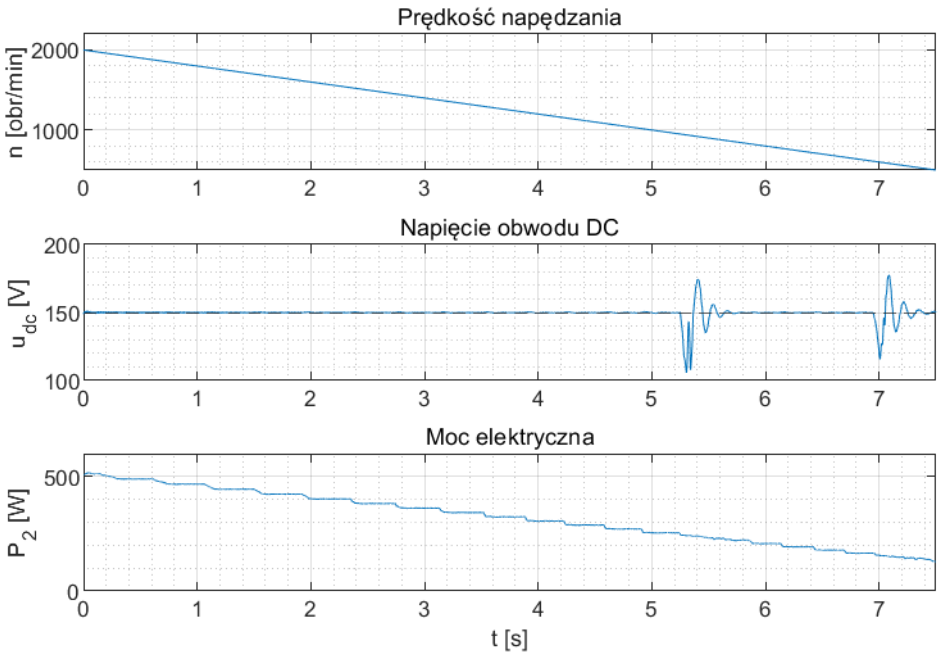
Z przedstawionych danych wynika, że sterowanie generatora metodą wektorową pozwala na zmniejszenie wartości szczytowej udaru momentu elektromagnetycznego średnio o połowę w porównaniu ze sterowaniem skalarnym.

7.5 Praca z przerwaną fazą

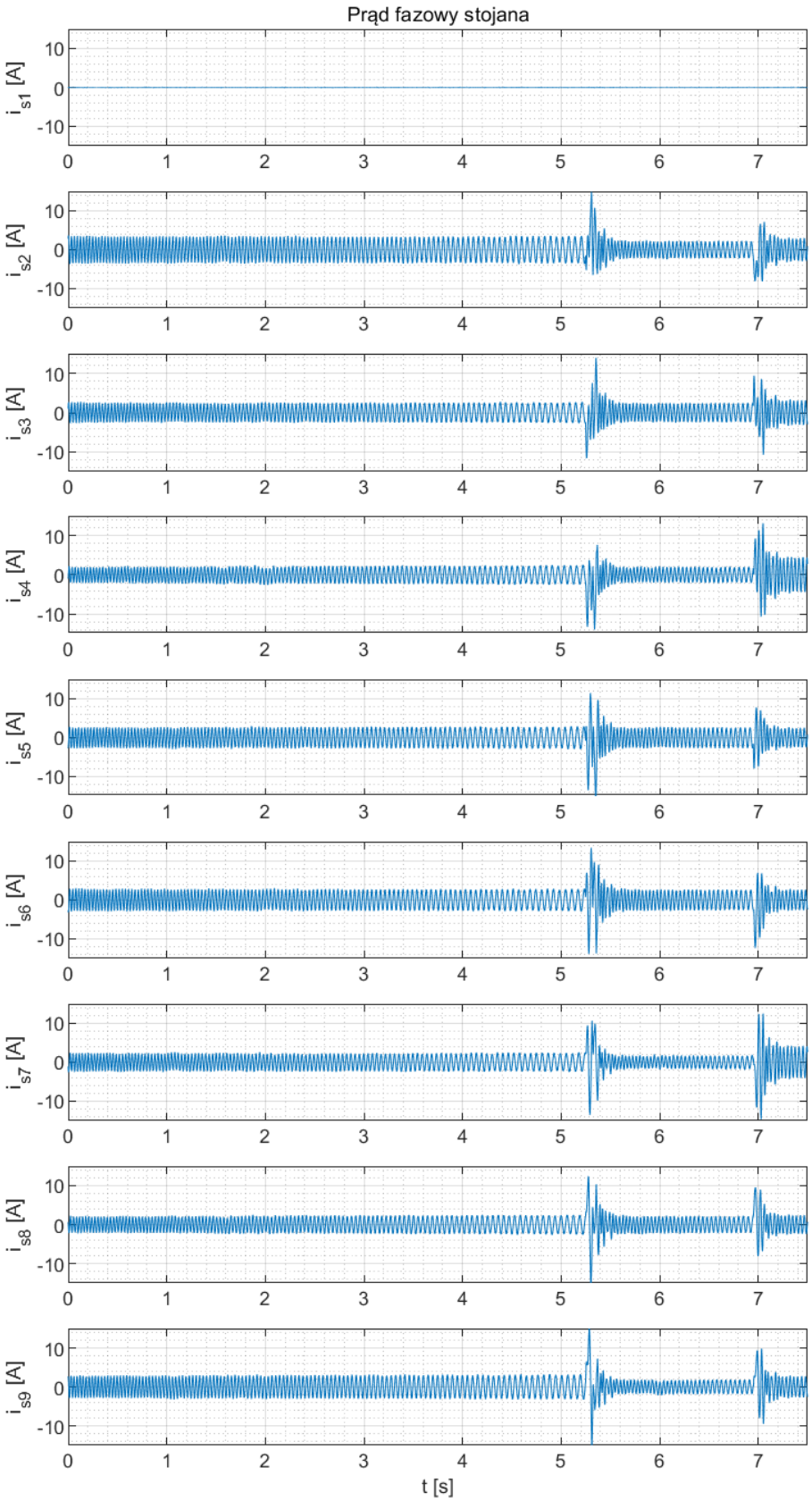
W odróżnieniu od układów trójfazowych, maszyna wielofazowa umożliwia pracę pomimo uszkodzenia jednej lub większej liczby faz generatora lub przekształtnika. Poniżej zamieszczono wyniki badań symulacyjnych z wykorzystaniem modelu matematycznego, obrazujące pracę generatora przy przerwaniu jednej fazy. Uszkodzenie zamodelowano poprzez wtrącenie rezystancji szeregowej pomiędzy przekształtnikiem a generatorem. Wartość rezystancji została dobrana na poziomie tysiąc krotności nominalnej rezystancji fazy stojana generatora. Generator został obciążony mocą elektryczną zależną od prędkości napędzania $P_2 = \frac{1}{2}\omega^{pu}P_N$. Ze względu na pracę z uszkodzeniem, maksymalna moc generatora została obniżona do połowy mocy znamionowej.



Rys. 7.5-1. Modyfikacja modelu stworzona w celu symulacji pracy z przerwą w pierwszej fazie



Rys. 7.5-2 Przebiegi prędkości, napięcia obwodu prądu stałego oraz mocy elektrycznej generatora



Rys. 7.5-3. Przebiegi prądów fazowych generatora przy pracy z przerwą w fazie pierwszej

Na rys. 7.5-3 prąd fazy pierwszej jest równy zeru, a pozostałe fazy generatora pracują normalnie, choć pomiędzy fazami występują pewne różnice w wartościach prądów. Pomimo uszkodzenia, generator wytwarza zadaną moc elektryczną a układ regulacji stabilizuje napięcie obwodu prądu stałego. Praca maszyny wielofazowej przy uszkodzeniach tego rodzaju została szerzej wyjaśniona na przykładzie aplikacji silnikowej w [12].

7.6 Porównanie z trójfazowym generatorem synchronicznym wzbudzanym magnesami trwałymi

Badany dziewięciofazowy generator indukcyjny klatkowy porównano z trójfazowym generatorem synchronicznym wzbudzanym magnesami trwałymi, który jest często stosowanym rozwiązaniem technicznym. W tym celu stworzono syntetyczny test porównawczy dwóch generatorów, których parametry zamieszczono w tabeli 7.6-1.

Parametr	**Generator indukcyjny (MIM)**	**Generator synchroniczny wzbudzany magnesami trwałymi (PMSG)**
Moc	1 kW	1 kW
Liczba faz	9	3
Znamionowe napięcie fazowe	67,5 V_{rms}	67,5 V_{rms}
Znamionowy prąd fazowy	5,3 A_{rms}	5,0 A_{rms}
Częstotliwość znamionowa	33,3 Hz	33,3 Hz
Liczba par biegunów p	1	1
Współczynnik mocy $cos\ \varphi$	<1	≈1

Tabela 7.6-1. Zestawienie parametrów obu typów generatorów

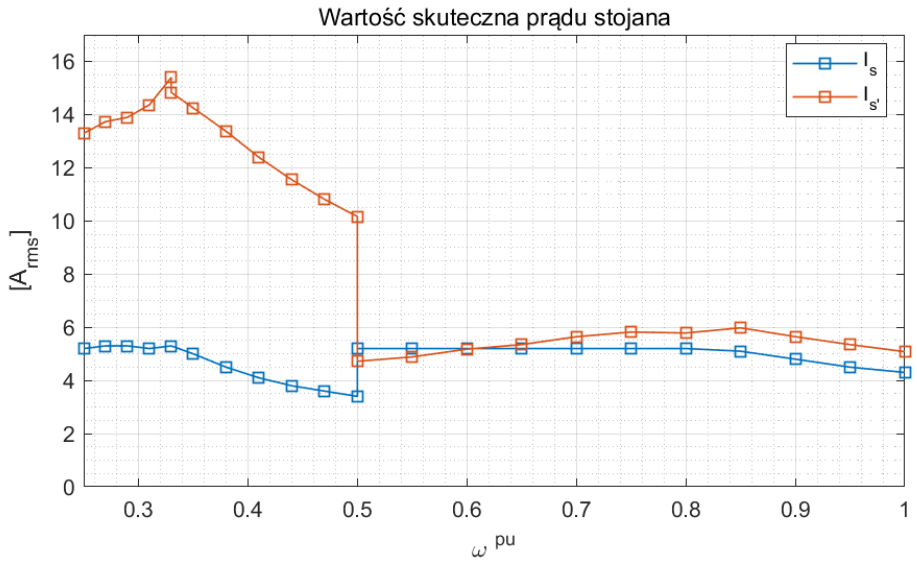
Przy założeniu że strumień generatora synchronicznego jest stały, napięcie indukowane stojana jest proporcjonalne do prędkości napędzania generatora. Dla zakładanej mocy elektrycznej P_2 (z pominięciem współczynnika sprawności) można obliczyć przybliżoną wartość skuteczną prądu stojana:

$$I_{s'} = \frac{P_2}{3 \cdot U_N \cdot \omega^{pu}} \tag{7.6-1}$$

W tabeli 7.6-2 zestawiono obliczony wg. (7.6-1) prąd stojana $I_{s'}$ generatora PM z prądem stojana 9-fazowego generatora indukcyjnego oznaczonym jako I_s, pochodzącym z wyników pomiarów przedstawionych w tabeli 7.1-1. Na rys. 7.6-1 pokazano charakterystykę wartości skutecznych prądów stojana dla obu generatorów w funkcji prędkości napędzania. W zakresie poniżej połowy prędkości znamionowej, wielofazowy generator indukcyjny cechuje się niższymi wartościami prądów fazowych, dla tej samej wartości wytwarzanej mocy elektrycznej.

#	ω^{pu}	m	$n\left[\frac{obr}{min}\right]$	$P_2[W]$	$I_s\ [A_{rms}]$	$I_{s'}\ [A_{rms}]$
1	0,25	3	500	673	5,2	13,3
2	0,27	3	540	751	5,3	13,7
3	0,29	3	580	816	5,3	13,9
4	0,31	3	618	902	5,2	14,4
5	0,33	3	660	1029	5,3	15,4
6	0,33	2	660	991	5,3	14,8
7	0,35	2	700	1010	5,0	14,3
8	0,38	2	760	1029	4,5	13,4
9	0,41	2	820	1029	4,1	12,4
10	0,44	2	880	1029	3,8	11,5
11	0,47	2	940	1029	3,6	10,8
12	0,50	2	1000	1029	3,4	10,2
13	0,50	1	1000	478	5,2	4,7
14	0,55	1	1100	544	5,2	4,9
15	0,60	1	1200	629	5,2	5,2
16	0,65	1	1300	704	5,2	5,3
17	0,70	1	1400	800	5,2	5,6
18	0,75	1	1500	884	5,2	5,8
19	0,80	1	1600	937	5,2	5,8
20	0,85	1	1700	1029	5,1	6,0
21	0,90	1	1800	1029	4,8	5,6
22	0,95	1	1900	1029	4,5	5,3
23	1,00	1	2000	1029	4,3	5,1

Tabela 7.6-2. Zestawienie wartości skutecznych prądów fazowych dla obu typów generatorów



Rys. 7.6-1. Charakterystyka wartości skutecznych prądów stojana obu generatorów w funkcji prędkości

8 Podsumowanie

W pracy przedstawiono wyniki analizy i badań wielofazowego generatora indukcyjnego wytwarzającego energię elektryczną przy dużej zmienności prędkości wirowania. Badania przeprowadzono na przykładzie generatora dziewięciofazowego skupiając się na takim sterowaniu, aby wytwarzane napięcie na szynie prądu stałego miało stałą wartość. Takie podejście ułatwia przetwarzanie tego napięcia do znormalizowanej postaci trójfazowej o stałej częstotliwości i amplitudzie oraz połączenie układu z innymi urządzeniami wymagającymi stabilizacji napięcia po stronie źródła energii. Opracowano dwa sposoby sterowania: skalarne i wektorowe polowo-zorientowane. Przy obu sposobach sterowania wykorzystano właściwość generatora indukcyjnego wielofazowego polegającą na skokowej zmianie napięcia przez przełączanie kolejności prądów w uzwojeniach fazowych, wiążącą się jednocześnie ze zmianą liczby biegunów wypadkowego pola magnetycznego. Przełączanie kolejności prądów dało możliwość regulacji napięcia w przedziałach prędkości odpowiadających danej kolejności zasilania uzwojenia stojana. Wskutek tego zakres prędkości, gdy możliwe było utrzymanie napięcia na zadanym poziomie, uległ poszerzeniu. Przedstawione rozwiązanie stworzyło nowe możliwości wykorzystania generatorów indukcyjnych wielofazowych na tle innych rozwiązań technicznych generatorów elektromaszynowych, np. generatorów indukcyjnych trójfazowych lub generatorów synchronicznych wzbudzanych magnesami trwałymi, napędzanych turbinami wiatrowymi lub wodnymi o zmiennej prędkości.

Czynności badawcze podzielono na etapy, które przedstawiono w kolejnych rozdziałach. W pierwszych rozdziałach przedstawiono fizykalnie zasadę działania generatora wielofazowego. Jednakże wstępne badania całego układu generacyjnego przeprowadzono w oparciu o model symulacyjny wielofazowej maszyny indukcyjnej opracowany dla pakietu MATLAB/Simulink oraz sformułowany układ sterowania skalarnego. Próby symulacyjne zostały potwierdzone pomiarowo, weryfikując wiarygodność modelu matematycznego i słuszność przyjętej koncepcji sterowania. Powstało przy tym pytanie, czy sterowanie wektorowe polowo-zorientowane może dać lepsze wyniki, zwłaszcza w stanach przejściowych przy przełączaniu kolejności zasilania. W tym celu opracowano układ sterowania, zbudowany w oparciu o mikrokontroler czasu rzeczywistego i przeprowadzono badania laboratoryjne, które wykazały przewagę tego sposobu nad sterowaniem skalarnym, generując znacząco mniejsze udary momentu elektromagnetycznego w stanach nieustalonych. Jeśli chodzi o stabilizację napięcia wyjściowego i jego szybkość regulacji, to różnice nie były znacząco lepsze na rzecz sterowania wektorowego. Dodatkowo sprawdzono, że przerwanie jednej fazy generatora wielofazowego umożliwia wytwarzanie napięcia o zadanej wartości. Innych stanów awaryjnych nie analizowano.

Duża zmienność prędkości generatora występuje w siłowniach małej mocy. Siłownie takie mogą być wykorzystane przez indywidualnych użytkowników lub mogą być składnikami farm wiatrowych lub małych elektrowni wodnych. Siłownie mogą być łączone na wyjściach prądu stałego, zasilając falownik wyjściowy lub mogą oddawać energię do magazynów energii. Dyskusja na temat zastosowań praktycznych, ich opłacalności i niezawodności może być prowadzona w przyszłości.

Na zakończenie można stwierdzić, że sformułowana teza rozprawy została wykazana, a przedstawione rozważania poszerzają wiedzę z zakresu wielofazowych maszyn indukcyjnych klatkowych i sposobów ich sterowania.

9 Wykaz oznaczeń

B_δ	indukcja magnetyczna w szczelinie powietrznej
C	pojemność
c_g	liczba cewek w grupie tworzącej uzwojenie fazy stojana
E	siła elektromotoryczna (EMF)
f_{sw}	częstotliwość kluczowania tranzystorów przekształtnika
f_s	częstotliwość próbkowania układu sterowania
F	siła magnetomotoryczna (MMF)
f_s	częstotliwość stojana
H_ν, H_ν,	zbiory harmonicznych przestrzennych MMF
i_{sa}	prąd uzwojenia fazowego o numerze „a”
I_μ	amplituda prądu fazowego stojana
l_c	długość pakietu stojana
L	indukcyjność
M	liczba faz stojana
m	numer porządkowy kolejności zasilania
m_M	liczebność kolejności zasilania dla jednego kierunku wirowania
n	prędkość obrotowa
N	liczba prętów wirnika
N_s	Liczba zwojów stojana
P	moc
p	liczba par biegunów
R	rezystancja
r_c	promień wewnętrzny otworu stojana
S	numer porządkowy typu uzwojenia stojana
t	czas
T_e, T_E, T_m	moment
T_r	stała czasowa wirnika

u	wartość chwilowa napięcia
U	wartość średnia lub skuteczna napięcia
V	prędkość wiatru
α	kąt wzajemny sąsiednich cewek grupy
β	kąt rozpiętości pojedynczej cewki
δ	grubość szczeliny
η	współczynnik sprawności
ϑ_s	kąt fazowy
μ_0	przenikalność magnetyczna próżni
ν, ν', ρ, ρ'	numery harmonicznych przestrzennych MMF
ψ	strumień magnetyczny
ω	wartość chwilowa prędkości
Ω	wartość prędkości stanu ustalonego

10 Spis literatury

[1] H. Amimeur, D. Aouzellag, R. Abdessemed, K. Ghedamsi, „Sliding mode control of a dual-stator induction generator for wind energy conversion systems", International Journal of Electrical Power & Energy Systems, vol. 42, pp. 60-70, Elsevier, 2012, DOI: https://doi.org/10.1016/j.ijepes.2012.03.024

[2] J. A. Baroudi, V. Dinavahi, A. M. Knight, „A review of power converter topologies for wind generators", IEEE International Conference on Electric Machines and Drives, San Antonio, TX, USA, 2005, DOI: https://doi.org/10.1109/IEMDC.2005.195763

[3] I. Boldea, "Variable Speed Generators", CRC Press, Taylor&Francis Group, 2nd edition, 2017, DOI: https://doi.org/10.1201/b19293

[4] Z. Chen, J. M. Guerrero, F. Blaabjerg, „A Review of the State of the Art of Power Electronics for Wind Turbines", IEEE Transactions on Power Electronics, vol. 24, pp. 1859–1875, 2009, DOI: https://doi.org/10.1109/TPEL.2009.2017082

[5] K. A. Chinmaya, G. K. Singh, „Modeling and experimental analysis of grid-connected six-phase induction generator for variable speed wind energy conversion system", Electric Power Systems Research, vol. 166, pp. 151-162, Elsevier, 2019, DOI: https://doi.org/10.1016/j.epsr.2018.10.007

[6] D. A. Ciupageanu, V. Berbece, M. Tîrșu, V. Galbura, „Modeling and Control of a Low Power Wind Turbine", 2018 International Conference on Development and Application Systems (DAS), Suceava, Romania, 2018, DOI: https://doi.org/10.1109/DAAS.2018.8396065

[7] D. A. Ciupageanu, G. Lazaroiu, L. Barelli, „Wind energy integration: Variability analysis and power system impact assessment", Energy, vol. 185, pp. 1183-1196, Elsevier, 2019, DOI: https://doi.org/10.1016/j.energy.2019.07.136

[8] D. Cholewa, P. Drozdowski, „Simulink Modeling of Multiphase Induction Motors", 14th Selected Issues of Electrical Engineering and Electronics (WZEE), Szczecin 2018, DOI: https://doi.org/10.1109/WZEE.2018.8749007

[9] P. Drozdowski, „Equivalent circuit and performance characteristics of 9-phase cage induction motors", International Conference on Electrical Machines ICEM'94, Paryż, 5-9 września 1994, vol. 1, pp. 118-123.

[10] P. Drozdowski, D. Cholewa, „Frequency Control of a 9-Phase Induction Motor at Switched Supply Sequence", International Symposium on Electrical Machines (SME), Andrychów, 10-13 czerwca 2018, DOI: https://doi.org/10.1109/ISEM.2018.8442620

[11] P. Drozdowski, „Kształtowanie charakterystyk i własności ruchowych wielofazowych silników indukcyjnych klatkowych", Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej im. Tadeusza Kościuszki, Kraków 2000.

[12] P. Drozdowski, D. Cholewa, „Natural Fault Tolerance of a Nine-Phase Induction Motor Drive Operating at Variable Frequency and Switched Supply Sequence", 2019 15th Selected Issues of Electrical Engineering and Electronics (WZEE), Zakopane, 8-10 grudnia 2019, DOI: https://doi.org/10.1109/WZEE48932.2019.8979746

[13] P. Drozdowski, „Speed control of multiphase cage induction motors incorporating supply sequence", Archives of Electrical Engineering, vol. 63(4), pp. 511-534, 2014, DOI: https://doi.org/10.2478/aee-2014-0036

[14] P. Drozdowski, „Synthesis elements of polyphase windings for cage induction motors", Archives of Electrical Engineering, vol. XL VIII(1-2), pp. 63-68, 1999.

[15] P. Drozdowski, „The universal mathematical model for multiphase cage induction motors", Maszyny Elektryczne – Zeszyty Problemowe, nr 3/2015 (107).

[16] P. Drozdowski, D. Cholewa, „Voltage Control of Multiphase Cage Induction Generators at a Speed Varying over a Wide Range", Energies, MDPI, vol. 14 (21), 7080, 2021, DOI: https://doi.org/10.3390/en14217080

[17] P. Drozdowski, G. Kostro, M. Ronkowski, „Wielofazowe silniki indukcyjne klatkowe: zalety i wady", Automatyka, Elektryka, Zakłócenia, vol. 5, nr 4 (18), pp. 42-46, 2014, DOI: http://dx.doi.org/10.17274/AEZ.2014.18.04

[18] M. J. Duran, F. Barrero, „Recent Advances in the Design, Modeling, and Control of Multiphase Machines - Part II", IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 63 (1), p. 459-468, January 2016, DOI: https://doi.org/10.1109/TIE.2015.2448211

[19] A. Gonzalez-Prieto, J. J. Aciego, I. Gonzalez-Prieto, M. J. Duran, „Automatic Fault-Tolerant Control of Multiphase Induction Machines: A Game Changer", Electronics, MDPI, 9 (6), 938, 2020, DOI: https://doi.org/10.3390/electronics9060938

[20] A. Gonzalez-Prieto, I. Gonzalez-Prieto, M. J. Duran, F. Barrero, „Efficient Model Predictive Control with Natural Fault-Tolerance in Asymmetrical Six-Phase Induction Machines", Energies, MDPI, 12 (20), 3989, 2019, DOI: https://doi.org/10.3390/en12203989

[21] I. Gonzalez-Prieto, M. J. Duran, P. Garcia-Entrambasaguas, M. Bermude, „Field-Oriented Control of Multiphase Drives with Passive Fault Tolerance", IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 67, pp. 7228-7238, September 2020, DOI: https://doi.org/10.1109/TIE.2019.2944056

[22] A. Gonzalez-Prieto, I. Gonzalez-Prieto, A. G. Yepes, M. J. Duran, J. Doval-Gandoy, „Symmetrical Six-Phase Induction Machines: A Solution for Multiphase Direct Control Strategies", 2021 22nd IEEE International Conference on Industrial Technology (ICIT), 10-12 March 2021, Valencia, Spain, DOI: https://doi.org/10.1109/ICIT46573.2021.9453649

[23] B. Jakubowski, K. Pieńkowski, „Analysis and synthesis of converter control system of autonomous induction generator with field oriented control", Archives of Electrical Engineering, vol. 62 (2), pp. 267-279, 2013, DOI: https://doi.org/10.2478/aee-2013-0021

[24] W. Jarzyna, „Warunki wyboru turbin i generatorów elektrowni wiatrowych", Rynek Energii, sierpień 2011, nr 4, vol. 95, s. 102-106.

[25] Y. Kumsuwan, W. Srirattanawichaikul, S. Premrudeepreechacharn, „A Simple Voltage and Frequency Control of VSI-Inverter-Fed Self-Excited Induction Generator Drive", 2009 ICCAS-SICE, 18-21 August 2009, Fukuoka, Japan.

[26] E. Levi, „Advances in Converter Control and Innovative Exploitation of Additional Degrees of Freedom for Multiphase Machines", IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 63 (1), pp. 433-448, January 2016, DOI: https://doi.org/10.1109/TIE.2015.2434999

[27] E. Levi, „Multiphase Electric Machines for Variable-Speed Applications", IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 55 (5), pp. 1893-1908, 2008, DOI: https://doi.org/10.1109/TIE.2008.918488

[28] L. Mengjie, W. Lingxiang, X. Zhen, „Control strategy of wide-speed-range doubly fed induction generator based on stator winding short circuited in low speed mode", 2017 36th Chinese Control Conference (CCC), 26-28 July 2017, Dalian, China, DOI: https://doi.org/10.23919/ChiCC.2017.8028813

[29] E. Muljadi, C. P. Butterfield, D. Handman, „Dual-Speed Wind Turbine Generation", National Renewable Energy Laboratory, AWEA Windpower '96, June 23-27 1996, Denver, Colorado.

[30] A. Pantea, A. Yazidi, F. Betin, S. Carrière, A. Sivert, B. Vacossin, H. Henao, G. A. Capolino, „Fault-Tolerant Control of a Low-Speed Six-Phase Induction Generator for Wind Turbines", IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 55 (1), January-February 2019, pp. 426–436, DOI: https://doi.org/10.1109/TIA.2018.2870385

[31] T. Ramos, M. F. Medeiros, R. Pinheiro, A. Medeiros, „Slip Control of a Squirrel Cage Induction Generator Driven by an Electromagnetic Frequency Regulator to Achieve the Maximum Power Point Tracking", Energies, MDPI, 12 (11), 2100, 2019, DOI: https://doi.org/10.3390/en12112100

[32] T. Sobczyk i P. Drozdowski, „Inductances of Electrical Machine Winding with a Nonuniform Air-gap", Archiv für Elektrotechnik, vol. 76, pp. 213-218, 1993, DOI: https://doi.org/10.1007/BF01573694

[33] T. Sobczyk, „Speed control of multiphase induction motors", 34 Intern. Wiss. Koll. TH, Ilmenau, 1989.

[34] J. I. Talpone, P.F. Puleston, M.G. Cendoya, J.A. Barrado-Rodrigo „A Dual-Stator Winding Induction Generator Based Wind-Turbine Controlled via Super Twisting Sliding Mode", Energies, MDPI, 12 (23), 4478, 2019, DOI: https://doi.org/10.3390/en12234478

[35] J. S. Thongam, P. Bouchard, H. Ezzaidi, M. Ouhrouche, „Wind Speed Sensorless Maximum Power Point Tracking Control of Variable Speed Wind Energy Conversion Systems", 2009 IEEE International Electric Machines and Drives Conference, 3-6 May 2009, Miami, FL, USA, DOI: https://doi.org/10.1109/IEMDC.2009.5075452

[36] "TMS320F2837xD Dual-Core Microcontrollers datasheet", Texas Instruments Inc., num. SPRS880O, February 2021.

[37] „TMS320F2837xD Dual-Core Microcontrollers Technical Reference Manual", Texas Instruments Inc., num. SPRUHM8I, September 2019.

[38] "Application note C2000 ePWM Developer's Guide", Texas Instruments Inc., num. SPRAD12A, February 2023.

[39] "Enhancing the Computational Performance of the C2000 Microcontroller Family", Texas Instruments Inc., num. SPRY288C, December 2021.