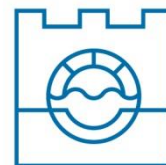


Politechnika Krakowska im. Tadeusza Kościuszki



Wydział Inżynierii Środowiska i Energetyki

**Katedra Procesów Ciepłych, Ochrony Powietrza i Utylizacji
Odpadów**



**Analityczno-numeryczne metody modelowania rurowych
krzyżowo-prądowych wymienników ciepła o złożonym
systemie przepływowym**

Rozprawa doktorska
mgr inż. Katarzyna Węglarz

Promotor:
prof. dr hab. inż. Dawid Taler

Promotor pomocniczy:
dr inż. Karol Kaczmarski

Kraków, 2023

Spis treści

Wykaz ważniejszych oznaczeń.....	5
1. Wstęp.....	8
2. Dotychczasowy stan zagadnienia.....	9
3. Cel i zakres pracy.....	19
4. Teza pracy.....	20
5. Równania różniczkowe opisujące zmiany temperatury gazu, cieczy i ścianki w rurowych wymiennikach krzyżowo-prądowych.....	21
6. Opis analityczno-numerycznej metody I.....	25
7. Opis analityczno-numerycznej metody II.....	29
8. Dwubiegowy wymiennik rurowy krzyżowo-współprądowy.....	39
8.1. Model analityczny ścisły dwubiegowego wymiennika rurowego krzyżowo-współprądowego.....	39
8.2. Model numeryczny dwubiegowego wymiennika rurowego krzyżowo-współprądowego.....	46
8.3. Porównanie wyników otrzymanych za pomocą modelu numerycznego i analitycznego ścisłego.....	48
9. Dwubiegowy wymiennik rurowy krzyżowo-przeciwprądowy.....	64
9.1. Model analityczny ścisły.....	64
9.1.1. Efektywność wymiennika.....	75
9.1.2. Wyznaczanie rozkładu temperatury pary i spalin z wykorzystaniem rozwiązania ścisłego...77	
9.2. Model numeryczny dwubiegowego wymiennika rurowego krzyżowo-przeciwprądowego.....	78
10. Model numeryczny czterobiegowego wymiennika rurowego krzyżowo-przeciwprądowego – metoda II.....	82
10.1. Charakterystyka przegrzewacza pary świeżej SH3.....	83
10.2. Temperatury ścianek rur.....	87
10.3. Numeryczny model przepływowy przegrzewacza.....	89
10.4. Wyniki obliczeń temperatury pary, spalin i ścianek rur oraz rozkładu ciśnienia w przegrzewaczu.....	93

10.5. Wyznaczanie temperatury pary i średniej temperatury spalin za przegrzewaczem z wykorzystaniem metody ϵ -NTU i metody P-NTU do wyznaczania efektywności przegrzewacza.....	98
10.5.1. Przegrzewacz krzyżowo-przeciwprądowy o czterech biegach potraktowany jako wymiennik przeciwprądowy.....	99
10.5.2. Metoda P-NTU.....	101
10.5.3. Czterobiegowy krzyżowo-przeciwprądowy przegrzewacz pary obliczany jako krzyżowo-prądowy wymiennik ciepła.....	103
11. Wnioski	105
Literatura	107
Streszczenie.....	111
Summary	113

Wykaz ważniejszych oznaczeń

A_o	pole powierzchni zewnętrznej rury, m^2
B_L, C_L	stałe odniesione do całej rury o długości L , -
C^*	stosunek strumienia pojemności cieplnej płynu przepływającego na zewnątrz rur do strumienia ciepła płynu przepływającego wewnątrz rur, -, $C^* = \frac{N_{wL}}{N_{aL}}$
c_p	ciepło właściwe pary przy stałym ciśnieniu, $J/(kg \cdot K)$
\bar{c}_p	średnie ciepło właściwe w zadanym przedziale temperatury przy stałym ciśnieniu, $J/(kg \cdot K)$
d_{in}, d_o	wewnętrzna i zewnętrzna średnica rury, m
D_i, E_i	stałe dla i -tej objętości kontrolnej, -
h_a, h_w	odpowiednio współczynnik wnikania ciepła od strony płynu przepływającego na zewnątrz i wewnątrz rur, $W/(m^2 \cdot K)$
h_o	zredukowany (ekwiwalentny) współczynnik wnikania ciepła dla powierzchni ożebrowanej odniesiony do pola zewnętrznej powierzchni rury gładkiej (bez żeber), $W/(m^2 \cdot K)$
k	współczynnik przenikania ciepła odniesiony do zewnętrznego pola powierzchni rury gładkiej (bez żeber), $W/(m^2 \cdot K)$
L	długość rury w wymienniku ciepła, m
\dot{m}_a, \dot{m}_w	odpowiednio strumień masy płynu przepływającego na zewnątrz i wewnątrz rur, kg/s
n	liczba objętości skończonych na długości rury, -
N_a, N_w	liczba jednostek wymiany ciepła odpowiednio dla płynu przepływającego na zewnątrz i wewnątrz rur, -
$N_{a,i}, N_{w,i}$	liczba jednostek wymiany ciepła odpowiednio dla płynu przepływającego na zewnątrz i wewnątrz rur dla i -tej objętości skończonej, -
N_{aL}, N_{wL}	liczba jednostek wymiany ciepła odpowiednio dla płynu przepływającego na zewnątrz i wewnątrz rur odniesiona do całej długości rury, -
p_1, p_2	poprzeczna i wzdłużna podziałka rozstawienia rur, m
\dot{q}_o	gęstość strumienia ciepła na zewnętrznej powierzchni rur, W/m^2

\dot{Q}_w	strumień ciepła obliczony od strony płynu przepływającego wewnątrz rur (płynu w), W
r_{in}, r_o	odpowiednio promień wewnętrznej i zewnętrznej powierzchni rur, m
s	grubość ścianki rury, m
T'_a, T'_w	temperatura płynu przepływającego wewnątrz i na zewnątrz rur na wlocie do wymiennika ciepła, °C
T''_a, T'''_a	temperatura płynu a za pierwszym i drugim rzędem rur, °C
$\bar{T}''_a, \bar{T}'''_a$	średnia temperatura na długości rury płynu a za pierwszym i drugim rzędem rur, °C
$T''_{a,i}, T'''_{a,i}, T'''_{a,i}$	temperatura płynu a dla i -tej objętości skończonej na wlocie do wymiennika, za pierwszym rzędem rur oraz za drugim rzędem rur, °C
T_{ma}	średnia temperatura płynu a na grubości jednego rzędu rur, °C
T_a, T_w	temperatura płynu a przepływającego prostopadle do osi rur i płynu w przepływającego wewnątrz rur, °C
$T_{w,i}, T_{w,i+1}$	temperatura płynu w na wlocie i wylocie z i -tej objętości skończonej, °C
$U_{o,i}$	współczynnik przenikania ciepła dla i -tej objętości skończonej odniesiony do pola zewnętrznej powierzchni rury gładkiej, W/(m ² ·K)
w_a, w_w	prędkość przepływu płynu a i płynu w , m/s
x, y	współrzędne kartezjańskie, m
x_l, y_l	lokalne współrzędne kartezjańskie, m
x_l^+, y_l^+	lokalne bezwymiarowe współrzędne kartezjańskie, -
Symbole greckie	
$\Delta A_{o,i}$	pole zewnętrznej powierzchni i -tej objętości skończonej, m ²
$\Delta x_l, \Delta y_l$	wymiary objętości skończonej, odpowiednio w kierunku osi x i y , m
$\Delta x_l^+, \Delta y_l^+$	bezwymiarowa długość i szerokość objętości kontrolnej, -
ε_l	efektywność pierwszego rzędu rur, -
ε_c	efektywność jednorzędowego krzyżowo-prądowego wymiennika ciepła z niemieszającymi się czynnikami, -
ε_r	efektywność dwubiegowego krzyżowo-prądowego wtórnego przegrzewacza pary, -

λ_w współczynnik przewodzenia ciepła materiału rur, W/(m·K)

ρ_a, ρ_w odpowiednio gęstość płynu a i w , kg/m³

Indeksy dolne

a płyn przepływający prostopadle do osi rur

$calc, exp$ obliczony i wyznaczony eksperymentalnie

L wielkość odniesiona do całej długości rury

m wartość średnia

w płyn przepływający wewnątrz rur

Indeksy górne

' przed pierwszym rzędem rur

" za pierwszym rzędem rur

''' za drugim rzędem rur

- wartość średnia

1. Wstęp

Do obliczeń cieplnych wymienników ciepła stosowana jest zwykle metoda średniej logarytmicznej różnicy temperatury, metoda ε -NTU lub P-NTU (ang. Number of Transfer Units). [6, 10, 14, 15, 16 17, 18, 22, 25, 26, 36, 44, 51, 53, 56, 60, 61] Są to uproszczone metody obliczeń stosowane do ograniczonej liczby konstrukcji wymienników. Poważnym ograniczeniem w stosowaniu tych metod w warunkach rzeczywistych jest założenie o stałości ciepła właściwego i innych właściwości termofizycznych czynników. W obliczeniach metodą średniej logarytmicznej różnicy temperatury (ang. LMTD – Logarithmic Mean Temperature Difference) wymienników o złożonym układzie hydraulicznym różniącym się od prostego wymiennika przeciwprądowego wymagana jest znajomość współczynników poprawkowych, które zwykle prezentowane są w książkach w postaci wykresów. Należy jednak zaznaczyć, że współczynniki poprawkowe wyznaczone zostały dla ograniczonej konstrukcji wymienników [15, 26, 36, 61]. Podobna sytuacja występuje przy obliczaniu wymienników za pomocą metody ε -NTU lub P-NTU. Liczba wykresów i wzorów, za pomocą których można wyznaczyć efektywność ε lub P jest ograniczona do najczęściej stosowanych rodzajów wymienników i ich układów przepływowych. W przypadku wymienników o złożonych układach przepływowych oraz wymienników wysokotemperaturowych, takich jak przegrzewacze pary w kotłach energetycznych, dokładność wymienionych inżynierskich metod obliczeń jest niewystarczająca. Istnieje potrzeba opracowania nowych metod obliczeniowych odpowiednich do obliczeń wymienników o złożonej budowie z uwzględnieniem zmiany właściwości czynników w funkcji temperatury.

W pracy zostaną przedstawione dwie metody analityczno-numeryczne do obliczania krzyżowo-prądowych wymienników ciepła. W obydwu metodach rury wymiennika podzielone zostaną na mniejsze elementy. W metodzie pierwszej do obliczania temperatury czynnika przepływającego wewnątrz i na zewnątrz powtarzalnego elementu wymiennika wykorzystane zostaną rozwiązania analityczne otrzymane dla rurowego wymiennika krzyżowo-prądowego. W metodzie drugiej przyjęto założenie upraszczające polegające na przyjęciu stałej temperatury na długości powtarzalnego elementu rury, gdy obliczana jest temperatura płynu przepływającego prostopadle do osi rur. Zaproponowane w niniejszej rozprawie metody mogą być stosowane do obliczeń projektowych i eksploatacyjnych wymienników krzyżowo-prądowych o dowolnej liczbie biegów i rzędów rur. Wymienniki mogą być wykonane z rur

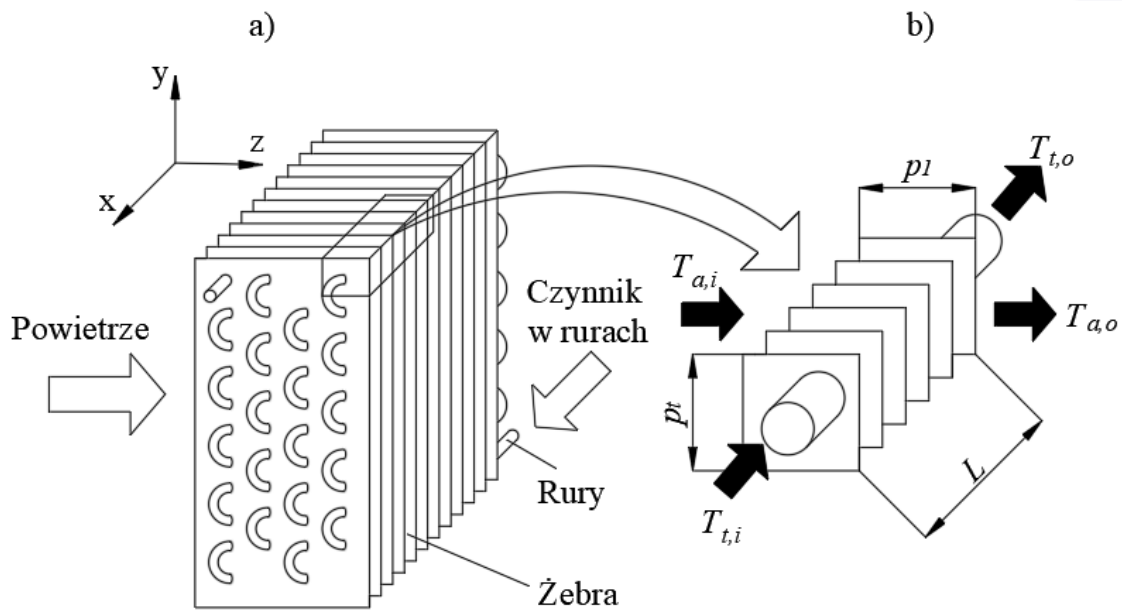
gładkich (bez żeber), ożebrowanych indywidualnie lub z żebrami ciągłymi (wymienniki lamelowe). Zaletą obydwu metod jest możliwość otrzymania wyników o wysokiej dokładności, nawet przy podziale wymiennika na niewielką liczbę obszarów kontrolnych. Obydwie metody nie wymagają obliczeń iteracyjnych, co gwarantuje krótki czas obliczeń komputerowych. Dzięki temu opracowane modele matematyczne wymienników mogą być stosowane w charakterze obserwatora w układach automatycznej regulacji.

2. Dotychczasowy stan zagadnienia

Najczęściej do obliczeń wymienników ciepła stosowana jest metoda bazująca na średniej logarytmicznej różnicy temperatur czynników oraz metoda ε -NTU, pomimo wspomnianych wyżej wad tych metod. Przykładem obliczania wymiennika za pomocą metody ε -NTU może być praca [52]. W artykule tym modelowany był parowacz służący do schładzania powietrza w instalacji klimatyzacyjnej. Uwzględniono, że z powietrza wykrapla się para wodna na rurach wymiennika oraz że wewnątrz rur zachodzi podgrzewanie czynnika do temperatury nasycenia, a następnie jego odparowanie i przegrzew. Z tego względu wymiennik podzielono na trzy części: podgrzewacz, parowacz oraz przegrzewacz, do obliczania których zastosowana została metoda ε -NTU.

Z uwagi na różnorodność konstrukcji rurowych wymienników ciepła oraz ich złożone układy przepływowe w literaturze opracowanych zostało wiele różnych metod, które odznaczają się różną dokładnością i skalą ogólności.

Przybliżona metoda obliczeń rurowych krzyżowo-prądowych wymienników ciepła przedstawiona została w pracach [7, 28, 29]. Wymiennik ciepła dzieli się na powtarzalne elementy (objętości kontrolne), dla których zapisuje się równanie bilansu energii (Rys. 2.1).



Rys. 2.1. Wymiennik ciepła z żebrami ciągłymi (wymiennik (wymiennik lamelowy) (a) oraz powtarzalny element wymiennika (b)

Oznaczenia, które zostały przyjęte na rysunku:

L^e – długość obszaru kontrolnego, p_l – podziałka wzdłużna rozstawienia rur, p_t – podziałka poprzeczna, $T_{a,i}$ – temperatura powietrza na wlocie do obszaru kontrolnego, $T_{a,o}$ – temperatura powietrza na wylocie z objętości kontrolnej, $T_{t,i}$ – temperatura cieczy na wlocie do obszaru kontrolnego, $T_{t,o}$ – temperatura cieczy na wylocie z obszaru kontrolnego.

Strumień ciepła oddawany przez ciecz w rurach \dot{Q}_t^e i odbierany przez powietrze \dot{Q}_a^e w obszarze kontrolnym e określone są wzorami:

$$\dot{Q}_t^e = -\dot{C}_t^e (T_{t,o}^e - T_{t,i}^e) \quad (2.1)$$

$$\dot{Q}_a^e = -\dot{C}_a^e (T_{a,o}^e - T_{a,i}^e) \quad (2.2)$$

gdzie: \dot{C}_t^e i \dot{C}_a^e – strumień pojemności cieplnej płynu przepływającego w rurze i poprzecznie do osi rur, $T_{t,o}^e$ i $T_{t,i}^e$ – temperatura płynu przepływającego w rurze na wylocie i wlocie z obszaru kontrolnego, $T_{a,o}^e$ i $T_{a,i}^e$ – temperatury płynu przepływającego poprzecznie do osi rur na wlocie i wylocie z obszaru kontrolnego.

Strumienie pojemności cieplnej \dot{C}_t^e i \dot{C}_a^e zdefiniowane są następująco:

$$\dot{C}_t^e = \dot{m}_t^e c_{p,t}^e \quad (2.3)$$

$$\dot{C}_a^e = \Delta \dot{m}_a^e c_{p,a}^e \quad (2.4)$$

gdzie: $c_{p,t}^e$ i $c_{p,a}^e$ – ciepło właściwe przy stałym ciśnieniu płynu przepływającego w rurze i powietrza; $\dot{m}_t^e = \dot{m}_t$ – strumień masy płynu przepływający przez pojedynczą rurę; $\Delta \dot{m}_a^e = \dot{m}_a/n$ – strumień masy powietrza przepływający przez pojedynczy obszar kontrolny; \dot{m}_a – strumień masy powietrza przypadający na pojedynczą rurę tj. strumień powietrza przepływający przez pole powierzchni $p_t L$; L – długość rury (długość wymiennika); n – liczba objętości kontrolnych na długości rury.

Przyjmując stałą temperaturę płynu przepływającego wewnątrz rury na długości objętości kontrolnej L^e równą

$$T_t^e = \frac{T_{t,i}^e + T_{t,o}^e}{2} \quad (2.5)$$

oblicza się temperaturę powietrza $T_{a,o}^e$ na wylocie z obszaru kontrolnego przy założeniu, że temperatura wlotowa powietrza $T_{a,i}^e$ jest znana. Po rozwiązaniu równania różniczkowego opisującego temperaturę powietrza wyznacza się efektywność cieplną fragmentu wymiennika znajdującego się w obszarze kontrolnym z następującego wzoru

$$\Gamma^e = \frac{\dot{Q}_a^e}{\dot{Q}_{a,max}^e} = \frac{\dot{C}_a^e (T_{a,o}^e - T_{a,i}^e)}{\dot{C}_a^e (T_{t,i}^e - T_{a,i}^e)} = \frac{T_{a,o}^e - T_{a,i}^e}{T_{t,i}^e - T_{a,i}^e} \quad (2.6)$$

Podstawiając obliczoną temperaturę powietrza $T_{a,o}^e$ na wylocie z obszaru kontrolnego wyznaczono efektywność Γ^e w funkcji liczby jednostek wymiany NTU_a^e od strony powietrza

$$\Gamma^e = 1 = e^{-NTU_a^e} = 1 - \exp\left(-\frac{k_{A^e} A^e}{\dot{C}_a^e}\right) \quad (2.7)$$

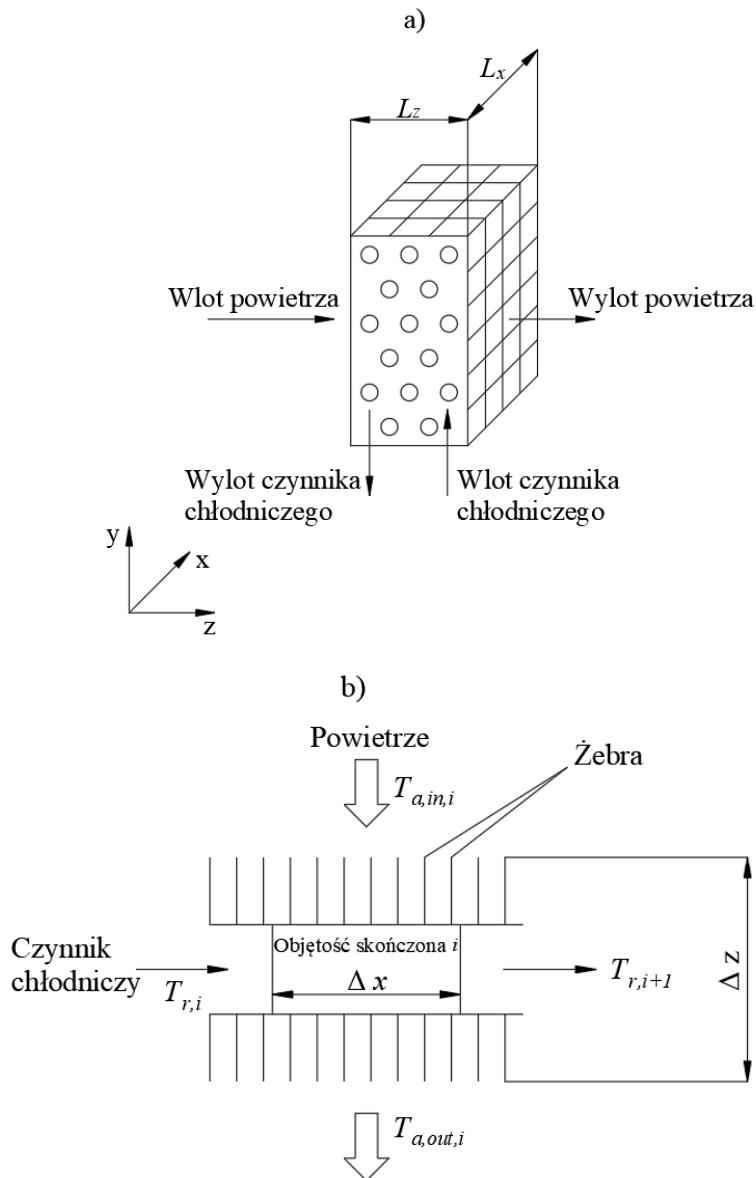
gdzie $NTU_a^e = k_{A^e} A^e / \dot{C}_a^e$.

Po obliczeniu efektywności ze wzoru (2.7) wyznacza się temperaturę $T_{a,i}^e$ ze wzoru (2.6).

W pracy [29] podane są schematy blokowe do iteracyjnego obliczania temperatur $T_{a,o}^e$ i $T_{t,o}^e$. Po obliczeniu temperatur we wszystkich węzłach wyznacza się efektywność wymiennika ε tak, jak w metodzie ε -NTU.

Stosując zaproponowaną metodę, autorzy wyznaczyli efektywność wielu różnych wymienników stosowanych w technice chłodniczej [7, 28, 29].

Inną metodę obliczeń wymienników krzyżowo-prądowych przedstawił Bensafi i in. w pracy [4]. Krzyżowo-prądowy wymiennik ciepła, podobnie jak w pracach [7, 28, 29], został podzielony na mniejsze powtarzalne elementy (i) (Rys. 2.2).



Rys. 2.2. Podział krzyżowo-prądowego rurowego wymiennika ciepła na powtarzalne elementy (a); schemat jednego elementu (b)

Na powyższym rysunku przyjęto następujące oznaczenia: $T_{a,in,i}$ – temperatura powietrza na wlocie do obszaru kontrolnego, $T_{a,out,i}$ – temperatura powietrza na wylocie z objętości kontrolnej, $T_{r,i}$ – temperatura czynnika chłodniczego na wlocie do

obszaru kontrolnego, $T_{r,i+1}$ – temperatura czynnika chłodniczego na wylocie z obszaru kontrolnego.

Algorytm obliczeniowy wymiennika bazuje na podstawowych równaniach stosowanych w metodzie średniej logarytmicznej różnicy temperatur czynników. Przyjmując, że ciecz r przepływająca w rurach ma temperaturę wyższą od temperatury powietrza, przepływającego poprzecznie do osi rur, strumienie ciepła $\Delta\dot{Q}_i$ przekazywane od ścianki rury do powietrza i od czynnika wewnątrz rury do ścianki rury określone są następującymi wzorami:

$$\Delta\dot{Q}_i = h_a \Delta A_o (T_{wi} - T_{ai}) = \dot{M}_a \Delta H_{ai} \quad (2.8)$$

$$\Delta\dot{Q}_i = h_r \Delta A_i (T_{ri} - T_{wi}) = \dot{M}_r \Delta H_{ri} \quad (2.9)$$

Z porównania (2.8) i (2.9) otrzymuje się

$$h_r \Delta A_i (T_{ri} - T_{wi}) = h_a \Delta A_o (T_{wi} - T_{ai}) \quad (2.10)$$

skąd można wyznaczyć temperaturę ścianki T_{wi}

$$T_{wi} = \frac{h_r \Delta A_i T_{ri} + h_a \Delta A_o T_{ai}}{h_a \Delta A_o + h_r \Delta A_i} \quad (2.11)$$

Strumień ciepła wymieniany między czynnikami można również określić dla pojedynczej objętości skończonej i za pomocą wzoru wykorzystującego średnią logarytmiczną różnicę temperatur czynników

$$\Delta\dot{Q}_i = F_c \Delta T_{LMi} U_i \Delta A_i \quad (2.12)$$

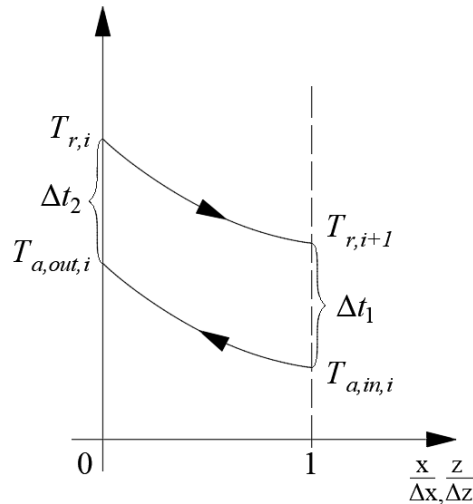
gdzie średnia logarytmiczna różnica temperatur czynnika i powietrza określona jest wyrażeniem

$$\Delta T_{LMi} = \frac{\Delta t_1 - \Delta t_2}{\ln \left(\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} \right)} \quad (2.13)$$

Różnice temperatury Δt_1 i Δt_2 oblicza się ze wzorów (Rys. 2.3)

$$\Delta t_1 = T_{r,i+1} - T_{a,in,i} \quad (2.14)$$

$$\Delta t_2 = T_{r,i} - T_{a,out,i} \quad (2.15)$$



Rys. 2.3. Zmiany temperatury czynnika r przepływającego w rurach i powietrza przepływającego poprzecznie do osi rur w obrębie jednej objętości skończonej

Oznaczenia Δx i Δz na rysunku 2.3 określają wymiary objętości skończonej w kierunku osi x i z (Rys. 2.2)

We wzorach (2.8) – (2.15) przyjęto następujące oznaczenia:

ΔA_o – pole powierzchni zewnętrznej rury w obszarze kontrolnym (i), m^2

ΔA_i – pole powierzchni wewnętrznej rury w obszarze kontrolnym (i), m^2

F_c – współczynnik korekcyjny uwzględniający, że dany element wymiennika nie jest wymiennikiem przeciwprądowym

h_a – współczynnik wnikania ciepła od strony powietrza, $W/(m^2 \cdot K)$

ΔH_{ai} – przyrost entalpii powietrza w obszarze kontrolnym, J/kg

h_r – współczynnik wnikania ciepła na wewnętrznej powierzchni rur, $W/(m^2 \cdot K)$

ΔH_{ri} – spadek entalpii płynu wewnątrz rury w obszarze kontrolnym, J/kg

\dot{M}_a – strumień masy powietrza przepływającego przez obszar kontrolny, kg/s

\dot{M}_r – strumień masy płynu przepływającego wewnątrz rury, kg/s

Δt_1 – różnica między temperaturą wylotową $T_{r,i+1}$ płynu r , a temperaturą wlotową powietrza $T_{a,in,i}$, K

Δt_2 – różnica między temperaturą wlotową $T_{r,i}$ płynu r , a temperaturą wylotową powietrza $T_{a,out,i}$, K

T_{ai} – temperatura powietrza na wlocie do obszaru kontrolnego, K

T_{ri} – temperatura płynu r na wlocie do rury, K

T_{wi} – temperatura ścianki w obszarze kontrolnym, K

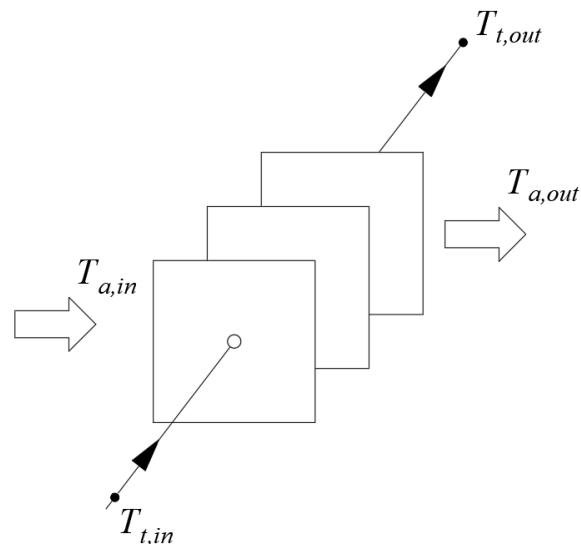
ΔT_{LMi} – średnia logarytmiczna różnica temperatur czynników, K

U_i – współczynnik przenikania ciepła odniesiony do pola powierzchni wewnętrznej rury, $W/(m^2 \cdot K)$

$\Delta \dot{Q}_i$ – strumień ciepła wymieniany między czynnikami w obszarze kontrolnym (i), W.

Podobna metoda do przedstawionej w pracy [4] stosowana jest do obliczania wymienników lamelowych w pracach [37, 38]. Wadą opisaną wyżej metody jest stosowanie średniej logarytmicznej różnicy temperatury w obliczeniach krzyżowo-prądowego elementu wymiennika. Średnią logarytmiczną różnicę temperatury czynników można bez jakiegokolwiek korekty stosować tylko dla wymiennika współprądowego lub przeciwprądowego, a nie dla wymiennika krzyżowo-prądowego. Przy dłuższych elementach, na które podzielony został wymiennik, błędy wyznaczania temperatury czynników za pomocą tej metody mogą być zauważalne.

W metodach przedstawionych w pracach [3, 55] wykorzystuje się metodę ε -NTU (efektywność – liczba jednostek wymiany). Cały wymiennik dzieli się na objętości skończone, podobnie jak w metodach [37, 38] omówionych wcześniej. Rysunek 2.4 przedstawia pojedynczą komórkę obliczeniową.



Rys. 2.4. Schemat pojedynczego obszaru kontrolnego (objętości skończonej), w którym znajdują się trzy żebra.

Dzięki zastosowaniu metody ε -NTU można wyznaczyć średnią temperaturę płynu a na całej szerokości objętości skończonej. W pojedynczej objętości skończonej można uwzględnić kilkanaście lub kilkadziesiąt żebrowań.

Przyjmując, że strumień pojemności cieplnej \dot{C}_t płynu przepływającego wewnątrz rury jest większy od strumienia pojemności cieplnej \dot{C}_a płynu przepływającego przez pojedynczą komórkę poprzecznie do osi rury, tj. $\dot{C}_a = \dot{C}_{min}$, efektywność cieplną zdefiniowaną jako

$$\varepsilon = \frac{\dot{C}_a(T_{a,in} - T_{a,out})}{\dot{C}_a(T_{a,in} - T_{t,in})} = \frac{T_{a,in} - T_{a,out}}{T_{a,in} - T_{t,in}} \quad (2.16)$$

oblicza się ze wzoru [26, 44]

$$\varepsilon = \frac{1 - \exp[-C^*(1 - e^{-NTU})]}{C^*} \quad (2.17)$$

gdzie:

$$NTU = \frac{k_{\Delta A} \Delta A}{\dot{C}_{min}} \quad (2.18)$$

$$C^* = \frac{\dot{C}_{min}}{\dot{C}_{max}} = \frac{\dot{C}_a}{\dot{C}_t} \quad (2.19)$$

Strumienie pojemności cieplnej dla pojedynczej komórki określone są wzorami

$$\dot{C}_t = \dot{m}_t c_{pt} \quad (2.20)$$

$$\dot{C}_a = \Delta \dot{m}_a c_{pa} \quad (2.21)$$

gdzie:

$$\Delta \dot{m}_a = \frac{\dot{m}_a}{n} \quad (2.22)$$

Symbol \dot{m}_t oznacza strumień masy płynu przepływającego wewnątrz pojedynczej rury, a \dot{m}_a strumień masy płynu przepływającego poprzecznie do osi rur przypadający na jedną rurę (na jedną podziałkę poprzeczną). Po obliczeniu efektywności cieplnej ze wzoru (2.17), wyznacza się temperaturę powietrza $T_{a,out}$ na wylocie z obszaru kontrolnego (Rys. 2.4). W pracy [55] przyjęto, że strumień pojemności cieplnej \dot{C}_t jest większy od strumienia \dot{C}_a . W praktyce może się zdarzyć, że występuje sytuacja odwrotna tj. $\dot{C}_a > \dot{C}_t$. Sytuacja taka może wystąpić, gdy długość obszaru kontrolnego

jest duża lub wewnątrz rury płynie gaz, lub para wodna a na zewnątrz ciecz. Jeżeli $\dot{C}_a > \dot{C}_t$ to $\dot{C}_{min} = \dot{C}_t$ i do obliczania efektywności stosuje się inny wzór [26, 44, 53]

$$\varepsilon = 1 - \exp \left[\frac{1}{C^*} (e^{-C^*NTU} - 1) \right] \quad (2.23)$$

Sprawność ε we wzorze (2.23) określona jest wówczas wyrażeniem

$$\varepsilon = \frac{\dot{C}_t(T_{t,out} - T_{t,in})}{\dot{C}_t(T_{a,in} - T_{t,in})} = \frac{T_{t,out} - T_{t,in}}{T_{a,in} - T_{t,in}} \quad (2.24)$$

We wzorach (2.23) - (2.24) przyjęto następujące oznaczenia

$$C^* = \frac{\dot{C}_{min}}{\dot{C}_{max}} = \frac{\dot{C}_t}{\dot{C}_a} \quad (2.25)$$

$$NTU = \frac{k_{\Delta A} \Delta A}{\dot{C}_{min}} = \frac{k_{\Delta A} \Delta A}{\dot{C}_t} \quad (2.26)$$

Po obliczeniu efektywności ze wzoru (2.23) wyznacza się temperaturę $T_{t,out}$ z wyrażenia (2.24).

Wykorzystując zaproponowaną metodę, opracowano model lamelowego wymiennika ciepła przedstawionego w pracy [25]. Moc wymiennika ciepła, tj. strumień ciepła przekazywany od wody do powietrza obliczony za pomocą omawianej metody różnił się od mocy obliczonej przez McQuistona od 0,6 do 11%. Podobną metodę do opisanej wyżej przedstawił Bansal i Purkayastha [3].

Pewną wadą opracowanej w pracach [3, 25] procedury obliczania wymienników lamelowych są różne wzory na efektywność cieplną elementu wymiennika w zależności od wartości \dot{C}_a i \dot{C}_t . Komplikuje to program obliczeniowy, gdyż przy różnych obciążeniach wymiennika może się zdarzyć, że $\dot{C}_a > \dot{C}_t$ lub odwrotnie.

Do obliczeń rurowych krzyżowo-prądowych wymienników ciepła stosowane są metody numeryczne takie jak metoda różnic skończonych czy metoda objętości kontrolnej. W pracach [42, 43, 44, 46] przedstawiono metody modelowania lamelowych wymienników ciepła w stanach ustalonych. Równania różniczkowe opisujące pole temperatury powietrza, ścianek rur oraz cieczy przepływającej wewnątrz rur rozwiązane zostały metodą objętości skończonej. Cały wymiennik ciepła dzieli się na objętości kontrolne, wewnątrz których wyznaczana jest temperatura powietrza, ścianki rury oraz cieczy. Po zapisaniu równań zachowania energii dla wszystkich

objętości kontrolnych otrzymuje się nieliniowy układ równań algebraicznych. Do rozwiązania układu równań zastosowano iteracyjną metodę Gaussa-Seidela [33]. Wadą takiego podejścia jest długi czas obliczeń komputerowych z uwagi na dużą liczbę iteracji potrzebną do uzyskania rozwiązania w metodzie Gaussa-Seidela.

Korzeń i Taler [20] modelowali dwubiegowy dwurzędowy wymiennik lamelowy (chłodnicę samochodową) w stanach nieustalonych. Do rozwiązania równań różniczkowych dla powietrza, ścianki rury i cieczy zastosowana została metoda różnic skończonych. Do wyznaczania nieustalonego pola temperatury w żebrach osadzonych na rurach owalnych zastosowana została bilansowa metoda elementów skończonych.

W ostatnich kilkunastu latach do obliczeń wymienników ciepła w stanach ustalonych stosowane jest modelowanie CFD (ang. Computational Fluid Dynamics). Zwykle z uwagi na zbyt małą moc obliczeniową komputerów wyznaczone jest tylko ciśnienie, prędkość i temperatura po stronie powietrza. Przepływ powietrza od strony powietrza modelowany był jako laminarny lub turbulentny [5, 8, 39]. W przypadku turbulentnego przepływu powietrza wykorzystywane były różne modele turbulencji. Wadą metod CFD jest duża niepewność otrzymanych wyników. W zależności od gęstości siatki, objętości elementów skończonych i zastosowanego modelu turbulencji otrzymuje się często znacznie różniące się wyniki. Dobrą zgodność wyników modelowania CFD z wynikami badań eksperymentalnych otrzymuje się, rozwiązując bezpośrednio równania zachowania masy, pędu i energii dla przepływu turbulentnego (ang. DNS – Direct Numerical Simulation) [27].

Nagaosa modelował fragment wymiennika lamelowego o przestawnym układzie rur metodą DNS. Z uwagi na długi czas obliczeń komputerowych modelowany był tylko fragment wymiennika obejmujący 6 rur (4 rzędy rur). Symulację komputerową przeprowadzono dla 2 liczb Reynoldsa równych 4000 i 6000. Obliczenia przepływu i wymiany ciepła dla takiego fragmentu wymiennika dla zadanej liczby Reynoldsa trwały $3 \cdot 10^6$ s, tj. około 34 dni, co stanowi poważną wadę metody DNS. Porównanie wyników otrzymanych za pomocą metody DNS z wynikami badań przeprowadzonych przez Wang i Chua [57, 58] wskazuje na wysoką dokładność metody DNS.

3. Cel i zakres pracy

Celem pracy jest opracowanie uproszczonych metod do analityczno-numerycznego modelowania rurowych krzyżowo-prądowych wymienników ciepła o złożonym układzie przepływowym. Tego typu wymienniki szeroko stosowane są w ogrzewnictwie, klimatyzacji, w kotłach odzysknicowych za turbinami gazowymi jako powietrzne chłodnice wody w chłodniach kominowych i wentylatorowych oraz jako chłodnice samochodowe.

W obydwu metodach cały wymiennik dzieli się na objętości skończone tj. obszary kontrolne, w których temperatura płynu w rurze i temperatura powietrza określone są ścisłymi wzorami analitycznymi. Zakłada się przy tym, że temperatura płynu w rurze i powietrza zmienia się w kierunku ich przepływu. W metodzie drugiej temperatura powietrza w objętości skończonej wyznaczana jest przy założeniu, że temperatura płynu wewnątrz rury w danym obszarze kontrolnym jest stała i równa średniej arytmetycznej z temperatur płynu na wlocie i wylocie z tego obszaru. Dzięki temu uzyskuje się proste rozwiązania analityczne do obliczania temperatury płynu wewnątrz rur i powietrza przepływającego poprzecznie. Zaletą obydwu metod jest ich nieiteracyjny charakter. Metody umożliwiają modelowanie wymienników ciepła w zakresie laminarnym, przejściowym lub turbulentnym po stronie cieczy. Od strony powietrza współczynniki wnikania ciepła mogą być różne na każdym rzędzie rur. Proponowane metody obliczeń przepływowo-ciepłnych wymienników są bardzo szybkie. Czas obliczeń komputerowych wymienników ciepła nawet o bardzo złożonej konstrukcji jest bardzo krótki. Metody umożliwiają również obliczanie przegrzewaczy pary w kotłach energetycznych. Należy podkreślić, że cechą charakterystyczną przegrzewaczy jest duża zmienność ciepła właściwego pary oraz innych właściwości fizycznych wraz z temperaturą, szczególnie przy ciśnieniu pary większym od ciśnienia krytycznego. Takie metody obliczeniowe jak metoda średniej logarytmicznej różnicy temperatur czy metoda ε -NTU lub P-NTU mogą być niezbyt dokładne w obliczeniach tego typu wymienników, gdyż bazują na założeniu o stałych lub niewiele zmieniających się z temperaturą i ciśnieniem właściwościach fizycznych czynników.

Najpierw dokładność obydwu metod oceniono na przykładzie modelowania dwubiegowego krzyżowo-współprądowego wymiennika ciepła przy założeniu stałych właściwości fizycznych czynników. Rozkłady temperatury pary i spalin lub wody i powietrza wyznaczone za pomocą zaproponowanych metod porównane zostały

z rozwiązaniami analitycznymi ścisłym, które wyprowadzone zostały w rozprawie. Następnie zastosowanie obydwu metod przedstawiono na przykładzie dwubiegowego przegrzewacza pary w kotle energetycznym zainstalowanym w bloku o mocy elektrycznej równej 910 MW. Obliczenia przeprowadzono przy założeniu stałych i zależnych od temperatury właściwości fizycznych obydwu czynników. Opracowane zostały również modele matematyczne przegrzewaczy pary w kotle o ciśnieniu nadkrytycznym, w tym model czterobiegowego krzyżowo-przeciwprądowego przedostatniego stopnia przegrzewacza pary świeżej. Obliczenia przeprowadzono dla rzeczywistych przegrzewaczy w kotle o mocy rzędu 910 MW, uwzględniając skład chemiczny spalane go węgla oraz współczynnik nadmiaru powietrza na wylocie z komory paleniskowej kotła. Wyniki obliczeń porównano z wynikami pomiarów przeprowadzonych na rzeczywistym obiekcie.

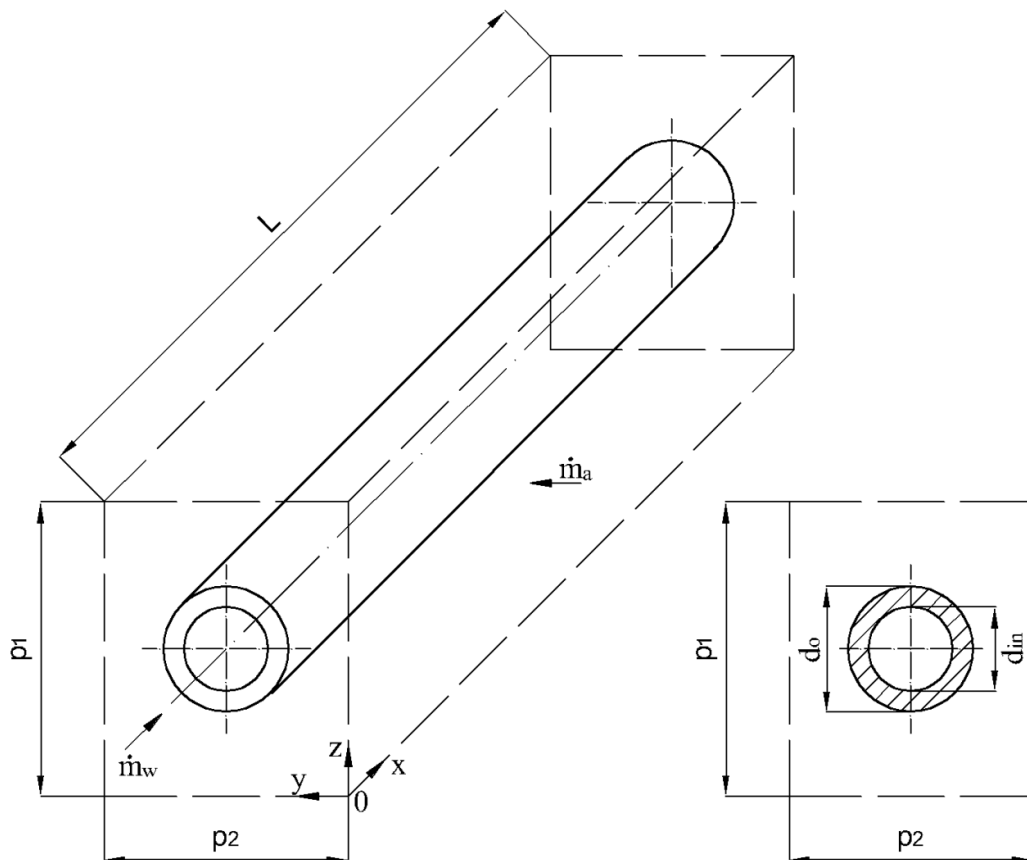
4. Teza pracy

Sformułowano następującą tezę: **opracowane dwie analityczno-numeryczne metody mogą być zastosowane do obliczania wysokotemperaturowych wymienników ciepła o złożonym układzie przepływowym charakteryzującymi się wieloma biegami i rzędami rur z uwzględnieniem zależnych od temperatury ciepł właściwych obydwu czynników, dzięki czemu podwyższa się dokładność modelowania wymienników.**

Słuszność postawionej tezy pokazano na przykładzie obliczania dwubiegowych i czterobiegowych wielorzędowych przegrzewaczy pary. Dokładność zaproponowanych metod oceniono poprzez porównanie temperatur czynników przepływających wewnątrz i na zewnątrz rur ze ścisłymi rozwiązaniami analitycznymi dla przypadków, gdy ciepła właściwe czynników i współczynniki wnikania ciepła są stałe i niezależne od temperatury. Wyniki obliczeń przegrzewaczy w parowym kotle nadkrytycznym porównano również z wynikami pomiarów, stwierdzając dobrą zgodność obliczonych i zmierzonych temperatur pary i spalin.

5. Równania różniczkowe opisujące zmiany temperatury gazu, cieczy i ścianki w rurowych wymiennikach krzyżowo-prądowych

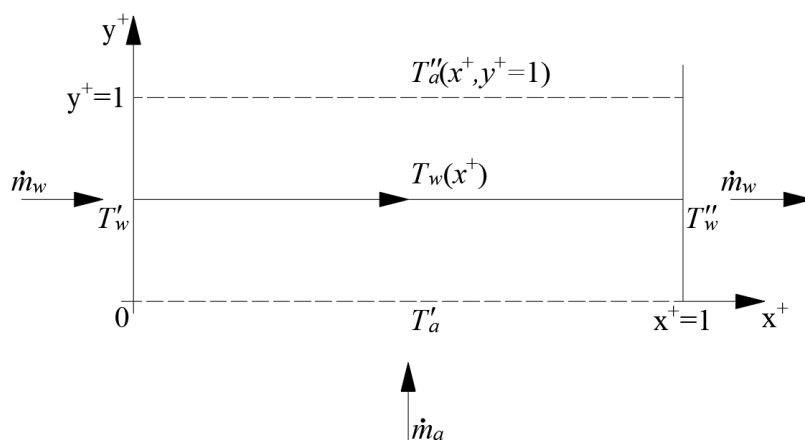
Wyprowadzone zostaną wzory na rozkład temperatury czynnika w przepływającego wewnątrz rur oraz czynnika a przepływającego na zewnątrz prostopadle do osi rur (Rys. 5.1). Układ rur w wymienniku jest szeregowy. Odległość między sąsiednimi rurami w jednym rzędzie wynosi p_1 , t.j. podziałka poprzeczna do kierunku przepływu czynnika a jest równa p_1 . Podziałka wzdłużna rozstawienia rur wynosi p_2 . Strumienie masy \dot{m}_a i \dot{m}_w odniesione są do pojedynczej rury. Przyjmuje się ponadto, że temperatura czynnika a przed rurą jest stała i wynosi T'_a , a temperatura czynnika w na wlocie do rury jest równa T'_w (Rys. 5.2).



Rys. 5.1. Schemat pojedynczej rury wymiennika

Na rysunku 5.1 przedstawiono pojedynczą rurę wymiennika. Zastosowano następujące oznaczenia: x, y, z – kartezjański układ współrzędnych, L – długość rury w wymienniku, p_1, p_2 – podziałka poprzeczna i wzdłużna rozstawienia rur

w wymienniku, d_{in} , d_o – średnica wewnętrzna i zewnętrzna rury, \dot{m}_a , \dot{m}_w – strumień masy płynu a i w przypadające na jedną rurę.



Rys. 5.2. Schemat przepływu pojedynczej rury w wymienniku

Rysunek 5.2 prezentuje schemat przepływu pojedynczej rury w wymienniku. Zastosowane oznaczenia: $x^+ = x/L$, $y^+ = y/p_2$ – współrzędne kartezjańskie bezwymiarowe, T'_a , T''_a – temperatura płynu a przed i za rurą, T'_w , T''_w – temperatura płynu w na wlocie i wylocie z rury, \dot{m}_a , \dot{m}_w – strumień masy płynu a i w przypadające na jedną rurę.

Rozkład temperatury czynnika w i czynnika a wyznacza się z następującego układu równań

$$\frac{dT_w(x^+)}{dx^+} = -N_{wL}[T_w(x^+) - T_{am}(x^+)] \quad , \quad 0 \leq x^+ \leq 1 \quad (5.1)$$

$$\frac{\partial T_a}{\partial y^+} = N_{aL}[T_w(x^+) - T_a(x^+, y^+)] \quad , \quad 0 \leq x^+ \leq 1 \quad , \quad 0 \leq y^+ \leq 1 \quad (5.2)$$

gdzie symbol T_{am} oznacza średnią temperaturę czynnika a na grubości p_2 jednego rzędu rur

$$T_{am} = \int_{y^+=0}^1 T_a(x^+, y^+) dy^+ \quad (5.3)$$

Warunki brzegowe mają postać

$$T_w|_{x^+=0} = T'_w \quad (5.4)$$

$$T_a|_{y^+=0} = T'_a \quad (5.5)$$

Rozwiązując układ równań (5.1)-(5.2) z warunkami brzegowymi (5.4)-(5.5) otrzymuje się wyrażenie do obliczania rozkładu temperatury czynnika w wzdłuż drogi jego przepływu oraz temperaturę T'_a czynnika a za rurą

$$T_w(x^+) = T'_a + (T'_w - T'_a) \exp(-B_L x^+) \quad (5.6)$$

$$T''_a(x^+) = T'_a + (T'_w - T'_a)(1 - e^{-N_{aL}})e^{-B_L x^+} \quad (5.7)$$

gdzie

$$B_L = \frac{N_{wL}}{N_{aL}}(1 - e^{-N_{aL}}) \quad (5.8)$$

Liczby jednostek wymiany N_{wL} i N_{aL} są określone następującymi wzorami

$$N_{wL} = \frac{k A_o}{\dot{m}_w \bar{c}_{pw}} \quad (5.9)$$

$$N_{aL} = \frac{k A_o}{\dot{m}_a \bar{c}_{pa}} \quad (5.10)$$

gdzie:

$A_o = \pi d_o L$ – pole zewnętrznej powierzchni rury bez żeber, m²

k – współczynnik przenikania ciepła, W/(m² K)

\bar{c}_{pw} – średnie ciepło właściwe w przedziale temperatury od T'_w do T''_w , J/(kg K)

\bar{c}_{pa} – średnie ciepło właściwe w przedziale temperatury od T'_a do T''_a , J/(kg K)

Współczynnik przenikania ciepła k odniesiony do zewnętrznej powierzchni rury bez żeber określony jest wzorem

$$\frac{1}{k} = \frac{r_o}{r_{in}} \frac{1}{h_{in}} + \frac{r_o}{\lambda_w} \ln \frac{r_o}{r_{in}} + \frac{1}{h_e} \quad (5.11)$$

gdzie ekwiwalentny współczynnik wnikania ciepła h_e odniesiony do zewnętrznej powierzchni rury gładkiej bez żeber określony jest wzorem

$$h_e = h_a \left[\frac{A_{bf}}{A_{bo}} + \frac{A_f}{A_{bo}} \eta(h_a) \right] \quad (5.12)$$

We wzorze (5.12) przyjęto następujące oznaczenia

$$A_{bo} = \pi d_o s, \quad A_{bf} = \pi d_o (s - \delta_f), \quad A_f = \frac{1}{2} \pi (d_f^2 - d_o^2) + \pi d_f \delta_f \quad (5.13)$$

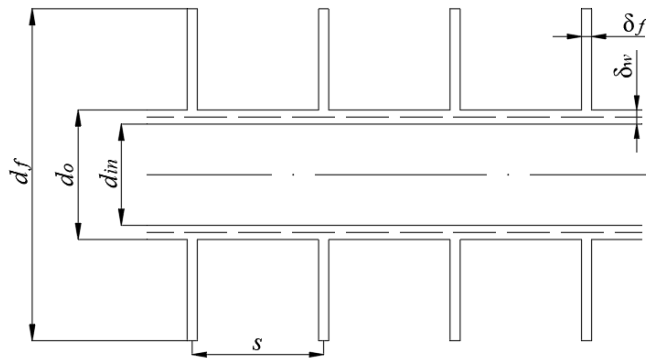
gdzie:

A_{bo} – zewnętrzne pole powierzchni rury bez żeber na długości jednej podziałki s , m^2

A_{bf} – zewnętrzne pole powierzchni rury między sąsiednimi żebrami (na długości jednej podziałki s), m^2

A_f – pole powierzchni pojedynczego żebra, m^2 .

W przypadku rur nieożebrowanych $h_e = h_o$. Dla wymiennika jednorzędowego można znaleźć ściśle rozwiązania analityczne układu równań (5.1)-(5.2). Natomiast w przypadku wymiennika dwurzędowego wzory analityczne stają się złożone. Jeżeli wymiennik ma dużo rzędów rur i biegów to znalezienie rozwiązań analitycznych do obliczania temperatur obydwu czynników jest praktycznie niemożliwe. Z tego względu w rozprawie zaproponowane zostaną dwie metody analityczno-numeryczne umożliwiające obliczanie wymienników ciepła o złożonych układach przepływowych z uwzględnieniem zależnych od temperatur ciepł właściwych czynników.

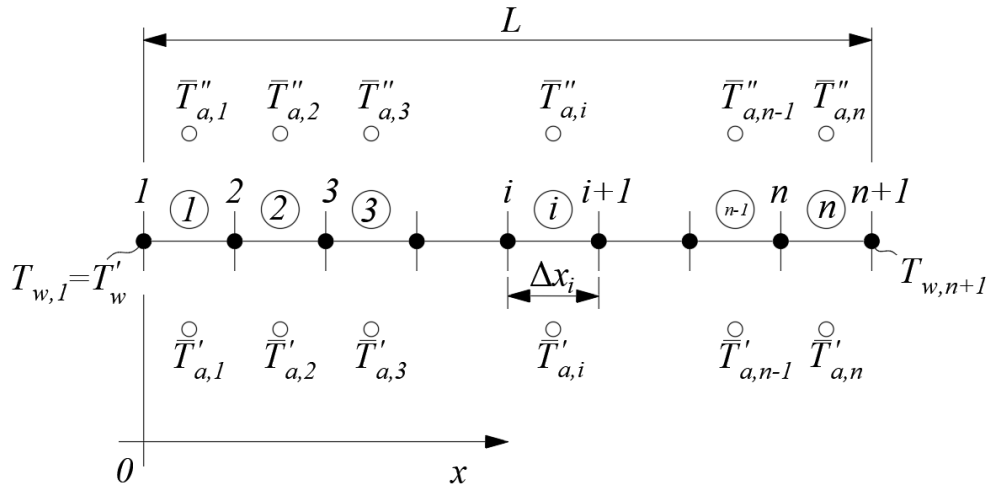


Rys. 5.3. Schemat rury z żebrami okrągłymi

Na rysunku 5.3 przedstawiono schemat rury o średnicy zewnętrznej d_o i średnicy wewnętrznej d_{in} razem ze średnicą żebra d_f . Symbole δ_f oraz δ_w oznaczają odpowiednio grubość żebra i grubość ścianki rury, natomiast s oznacza podziałkę rozstawienia żeber.

6. Opis analityczno-numerycznej metody I

W niniejszym rozdziale zostanie zaprezentowana analityczno-numeryczna metoda I do wyznaczania temperatury czynników i ścianek rur w krzyżowo-prądowych wymiennikach ciepła. Rozpatrywana będzie pojedyncza rura, która podzielona zostanie na n objętości kontrolnych (Rys. 6.1).



Rys. 6.1. Schemat ilustrujący podział rury na n objętości kontrolnych, cyfry w kółkach oznaczają numery objętości skończonych

Równania różniczkowe dla płynu przepływającego wewnątrz rury i prostopadle do jej osi mają następującą postać [47, 49]

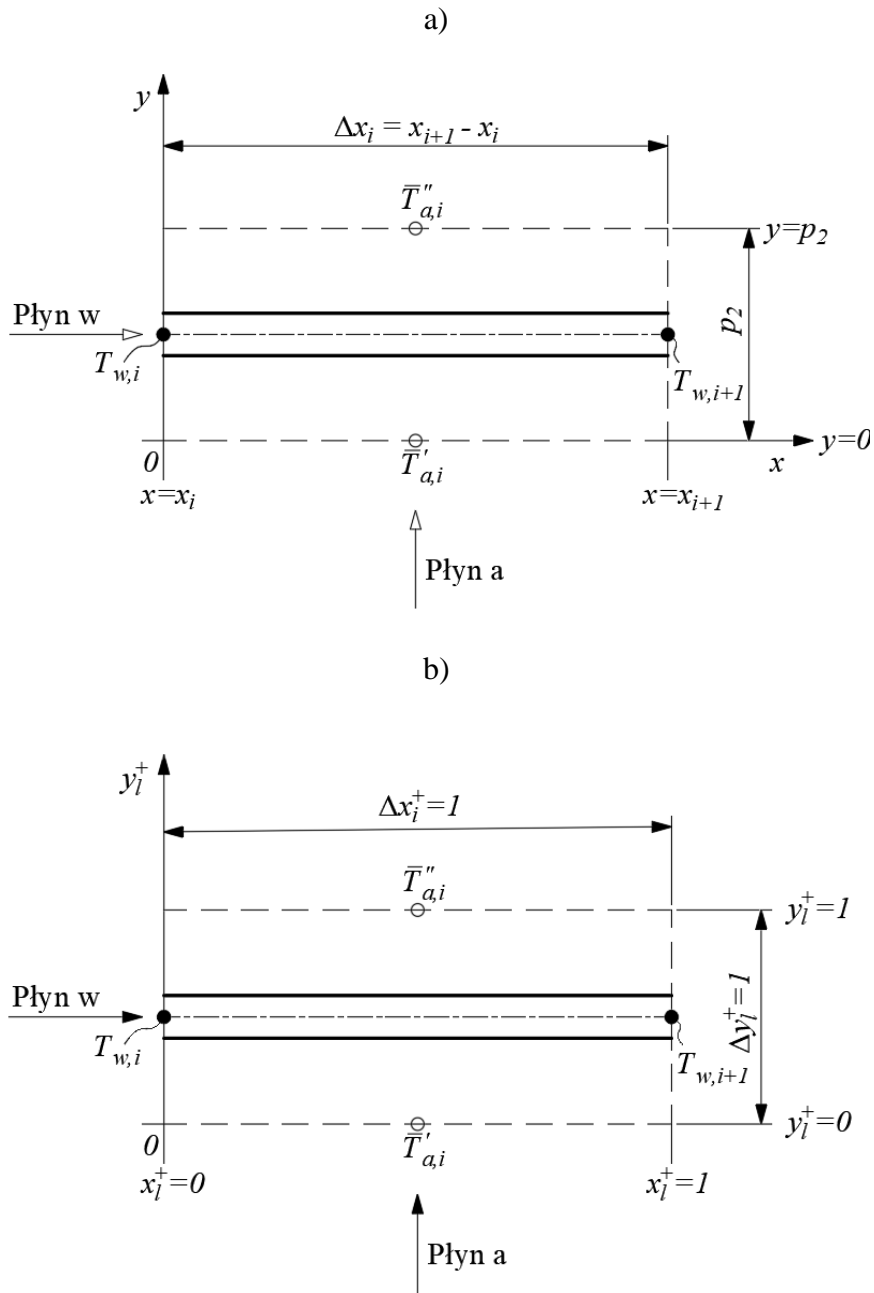
$$\frac{dT_w(x_l^+)}{dx_l^+} = N_{w,i}[T_w(x_l^+) - T_{am}(x_l^+)] \quad , \quad 0 \leq x_l^+ \leq 1 \quad (6.1)$$

$$\frac{\partial T_a(x_l^+, y_l^+)}{\partial y_l^+} = N_{a,i}[T_w(x_l^+) - T_a(x_l^+, y_l^+)] \quad , \quad 0 \leq x_l^+ \leq 1 \quad , \quad 0 \leq y_l^+ \leq 1 \quad (6.2)$$

Temperatura średnia T_{am} płynu a na grubości jednego rzędu rur, tj. na szerokości jednej podziałki p_2 dla i -tej objętości kontrolnej określona jest wzorem

$$T_{am}(x_l^+) = \int_0^1 T_a(x_l^+, y_l^+) dy_l^+ \quad , \quad 0 \leq x_l^+ \leq 1 \quad (6.3)$$

Lokalny układ współrzędnych przedstawiony jest na rysunku 6.2.



Rys. 6.2. Pojedyncza objętość skończona; a) w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) , b) w lokalnym układzie współrzędnych kartezjańskich (x_i^+, y_i^+) dla i -tej objętości skończonej, $x_i^+ = (x - x_i)/\Delta x_i$, $y_i^+ = (y - y_i)/p_2$, $\Delta x_i = x_{i+1} - x_i$, $\Delta y_i = p_2$, $i = 1, \dots, n$.

Lokalne współrzędne zdefiniowane są następująco:

$$x_i^+ = \frac{x - x_i}{\Delta x_i}, \quad x_i \leq x \leq x_{i+1}, \quad y_i^+ = \frac{y - y_i}{\Delta y_i}, \quad y_i \leq y \leq y_{i+1}$$

$$\Delta x_i = x_{i+1} - x_i, \quad \Delta y_i = p_2, \quad i = 1, \dots, n$$

$$\Delta x_i^+ = x_{i+1}^+ - x_i^+, \quad \Delta y_i^+ = \Delta y_i / p_2 = 1$$
(6.4)

Wymiar objętości skończonej w kierunku osi y , tj. W kierunku przepływu gazu, jest równy podziałce wzdłużnej p_2 . W przypadku parzystego podziału rury na objętości kontrolne, długość objętości kontrolnej wynosi $\Delta x = L/n$, gdzie n jest liczbą objętości skończonych na długości rury L . Liczby jednostek wymiany ciepła $N_{w,i}$ i $N_{a,i}$ dla i -tej objętości skończonej odnoszącej się do jednej rury określa się następująco:

$$N_{w,i} = \frac{k_{o,i} \Delta A_{o,i}}{\dot{m}_w \bar{c}_{pw,i}} , \quad N_{a,i} = \frac{k_{o,i} \Delta A_{o,i}}{\Delta \dot{m}_{a,i} \bar{c}_{pa,i}} \quad (6.5)$$

gdzie powierzchnia zewnętrzna rury gładkiej (nie zawierającej żeber) na długości jednej komórki Δx_i określona jest wzorem

$$\Delta A_{o,i} = \pi d_o \Delta x_i \quad (6.6)$$

Dla równomiernego podziału rury wymiennika na objętości skończone o długości $\Delta x = L/n$ wzór (6.6) przyjmuje postać

$$N_{a,i} = \frac{k_{o,i} \Delta A_o}{\dot{m}_a \bar{c}_{pa,i}} , \quad \Delta A_{o,i} = \pi d_o \Delta x = A_o/n \quad (6.7)$$

$$A_o = \pi d_o L , \quad \Delta \dot{m}_{a,i} = \dot{m}_a/n$$

Symbol \dot{m}_w oznacza strumień masy płynu w płynącego wewnątrz jednej rury, a \dot{m}_a oznacza strumień masy płynu a odniesiony do jednej rury o długości L , tj. strumień masy przepływający przez wolny przekrój poprzeczny o polu powierzchni $p_1 L$. Symbol p_1 oznacza podziałkę poprzeczną (prostopadłą do kierunku przepływu płynu a) rozstawienia rur w jednym rzędzie. Poniższe wzory definiują strumienie masy \dot{m}_w , \dot{m}_a i $\Delta \dot{m}_{a,i}$

$$\dot{m}_w = \frac{\pi d_{in}^2}{4} w_w|_{x^+=0} \rho_w(T'_w) , \quad \text{kg/s} \quad (6.8)$$

$$\dot{m}_{a,i} = p_1 L w_a|_{y^+=0} \rho_a(T'_a) , \quad \text{kg/s} \quad (6.9)$$

$$\Delta \dot{m}_{a,i} = p_1 \Delta x_i w_a|_{y^+=0} \rho_a(T'_a) , \quad \text{kg/s} \quad (6.10)$$

gdzie: $w_w|_{x^+=0}$ – prędkość płynu w w m/s, $\rho_w(T'_w)$ – gęstość płynu w na wlocie do rury w kg/m^3 ; $w_a|_{y^+=0}$ – prędkość płynu a w m/s, $\rho_a(T'_a)$ – gęstość płynu a przed rurą w kg/m^3 .

Temperatury płynów w i a są znane na wlocie do objętości kontrolnej, tj. warunki brzegowe są następujące

$$T_w|_{x_l^+=0} = T_{w,i} \quad (6.11)$$

$$T_a|_{y_l^+=0} = \bar{T}'_{a,i} \quad (6.12)$$

gdzie: $T_{w,i}, ^\circ\text{C}$ – temperatura płynu na wlocie do komórki i , $\bar{T}'_{a,i}, ^\circ\text{C}$ – średnia temperatura płynu a przed rurą na długości jednej objętości skończonej ($x_{i+1} - x_i$).

Rozwiązując układ równań (6.1) i (6.2) z warunkami brzegowymi (6.11) i (6.12) otrzymuje się:

- temperaturę T_w płynu w przepływającego wewnątrz rur

$$T_w(x_l^+) = \bar{T}'_{a,i} + (T_{w,i} - \bar{T}'_{a,i}) \exp\left\{-\frac{N_{w,i}}{N_{a,i}} [1 - \exp(-N_{a,i})] x_l^+\right\} \quad (6.13)$$

$$x_i \leq x \leq x_{i+1}, \quad 0 \leq x_l^+ \leq 1$$

- temperaturę T_a'' płynu a za rurami, tj. dla współrzędnej $y_l^+ = 1$

$$T_a''(x_l^+) = \bar{T}'_{a,i} + (T_{w,i} - \bar{T}'_{a,i}) [1 - \exp(-N_{a,i})] \exp\left\{-\frac{N_{w,i}}{N_{a,i}} [1 - \exp(-N_{a,i})] x_l^+\right\} \quad (6.14)$$

$$x_i \leq x \leq x_{i+1}, \quad 0 \leq x_l^+ \leq 1$$

Średnia temperatura $\bar{T}_a(x_l^+)$ płynu a na długości podziałki wzdłużnej p_2 (średnia temperatura na grubości jednego rzędu rur) wyznaczona za pomocą wzoru (6.3) ma następującą postać

$$\bar{T}_a(x_l^+) = T_w(x_l^+) - \frac{1}{N_{a,i}} [T_w(x_l^+) - \bar{T}'_{a,i}] [1 - \exp(-N_{a,i})] \quad (6.15)$$

$$x_i \leq x \leq x_{i+1}, \quad 0 \leq x_l^+ \leq 1$$

Zależności (6.13) i (6.14) są używane do wyznaczenia temperatury $T_{w,i+1}$ płynu w na wlocie z objętości skończonej i temperatury $\bar{T}''_{a,i}$ płynu a za danym rzędem rur.

Podstawiając $x_l^+ = 1$ do wyrażenia (6.13), otrzymuje się temperaturę płynu w na wylocie z i -tej objętości skończonej

$$T_{w,i+1} = \bar{T}'_{a,i} + (T_{w,i} - \bar{T}'_{a,i}) \exp \left\{ -\frac{N_{w,i}}{N_{a,i}} [1 - \exp(-N_{a,i})] \right\}, \quad i = 1, \dots, n \quad (6.16)$$

Temperatura $\bar{T}''_{a,i}$ jest określona jako

$$\begin{aligned} \bar{T}''_{a,i} &= \int_0^1 T''_a(x_l^+) dx_l^+ = \\ &= \bar{T}'_{a,i} + (T_{w,i} - \bar{T}'_{a,i}) \frac{N_{a,i}}{N_{w,i}} \left\{ 1 - \exp \left[-\frac{N_{w,i}}{N_{a,i}} (1 - \exp(-N_{a,i})) \right] \right\} \\ & \quad i = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (6.17)$$

W przypadku wymienników przeciwprądowych procedura musi być zmodyfikowana. W wymienniku przeciwprądowym znana jest temperatura $T_{w,i+1}$ na wylocie z objętości skończonej, natomiast szukana jest temperatura $T_{w,i}$. Przekształcenie zależności (6.13) daje następujący rezultat

$$T_{w,i} = \bar{T}'_{a,i} + \frac{T_{w,i+1} - \bar{T}'_{a,i}}{\exp \left\{ -\frac{N_{w,i}}{N_{a,i}} [1 - \exp(-N_{a,i})] \right\}}, \quad i = n, \dots, 1 \quad (6.18)$$

Obliczenia przeciwprądowego wymiennika ciepła zaczynają się od wlotu płynu a i wylotu płynu w .

7. Opis analityczno-numerycznej metody II

W niniejszym rozdziale przedstawiona zostanie nowa przybliżona metoda modelowania rurowych krzyżowo-prądowych, rurowych krzyżowo-współprądowych i krzyżowo-przeciwprądowych wymienników ciepła. Metoda jest analityczno-numeryczna, dzięki czemu długość elementarnych obszarów kontrolnych, na które dzieli się wymiennik ciepła, może być większa w porównaniu z metodą różnic lub objętości skończonych.

Wszystkie rury w wymienniku o długości L_x dzielone są na objętości kontrolne (skończone) o długości Δx_i (Rys. 7.1). Długość pojedynczego obszaru kontrolnego wynosi

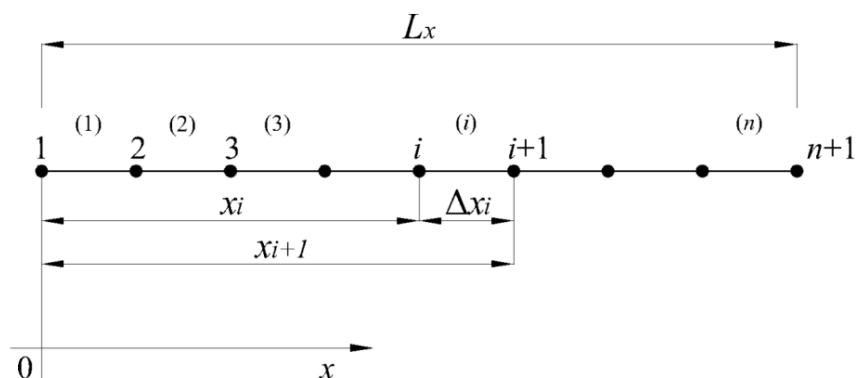
$$\Delta x_i = x_{i+1} - x_i \quad (7.1)$$

Suma długości wszystkich objętości kontrolnych musi być równa długości rury L_x , tj.

$$\sum_{i=1}^n \Delta x_i = L_x \quad (7.2)$$

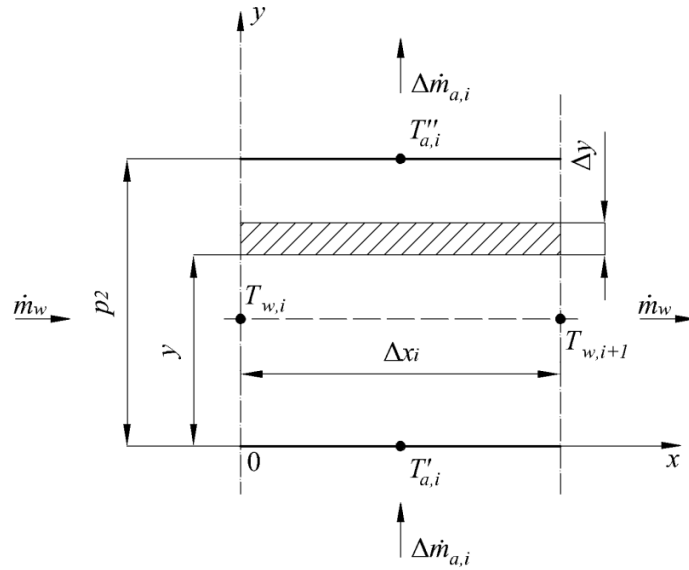
W przypadku objętości kontrolnych o jednakowej długości

$$\Delta x = \frac{L_x}{n} \quad (7.3)$$



Rys. 7.1. Podział rury na n objętości kontrolnych

Poprzeczna podziałka rozmieszczenia rur w wymienniku wynosi p_1 , a wzdłużna p_2 . Wymiennik rurowy ma budowę dyskretną, charakteryzującą się nagrzewaniem lub ochładzaniem czynnika przepływającego poprzecznie tylko na szerokości rur. Przyjmuje się, że w przestrzeni międzyrurowej temperatura płynu przepływającego poprzecznie do osi rur się nie zmienia, tzn. nie ma przepływu ciepła w obszarze płynu w kierunku równoległym do osi rur. W celu uproszczenia analizy matematycznej wymiennika rurowego zakłada się, że temperatura płynu (gazu) zmienia się na całej szerokości podziałki p_2 (Rys. 7.2).



Rys. 7.2. Schemat objętości kontrolnej o długości Δx_i i szerokości p_2

Strumień masy płynu przepływającego wewnątrz rury wynosi \dot{m}_w , a strumień masy czynnika przepływającego poprzecznie $\Delta \dot{m}_{a,i}$

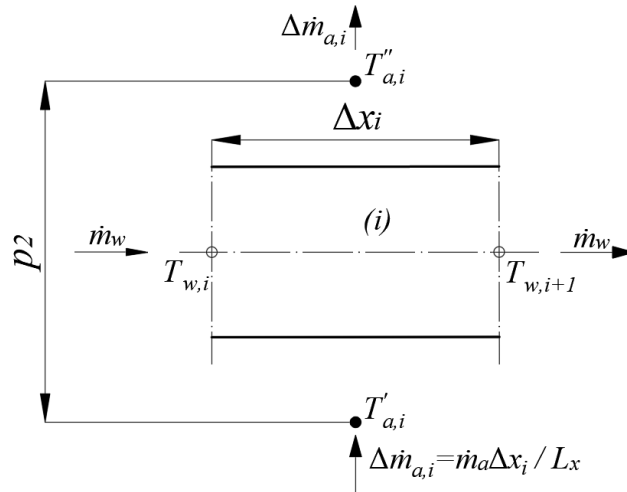
$$\Delta \dot{m}_{a,i} = p_1 \Delta x_i w_i \rho_{a,i} = p_1 \Delta x_i w_{i+1} \rho_{a,i+1} \quad (7.4)$$

W przypadku równej długości objętości kontrolnych $\Delta \dot{m}_{a,i}$ wynosi

$$\Delta \dot{m}_{a,i} = \frac{\dot{m}_a}{n} \quad (7.5)$$

gdzie \dot{m}_a jest strumieniem gazu przypadającym na jedną rurę przepływającym przez wlotowy przekrój poprzeczny o wymiarach $p_1 L_x$.

Na rysunku 7.3 zaprezentowano schemat objętości kontrolnej wraz z zaznaczonymi temperaturami płynu $T_{w,i}$ i $T_{w,i+1}$ przepływającego wewnątrz rur oraz temperaturami $T'_{a,i}$ i $T''_{a,i}$.

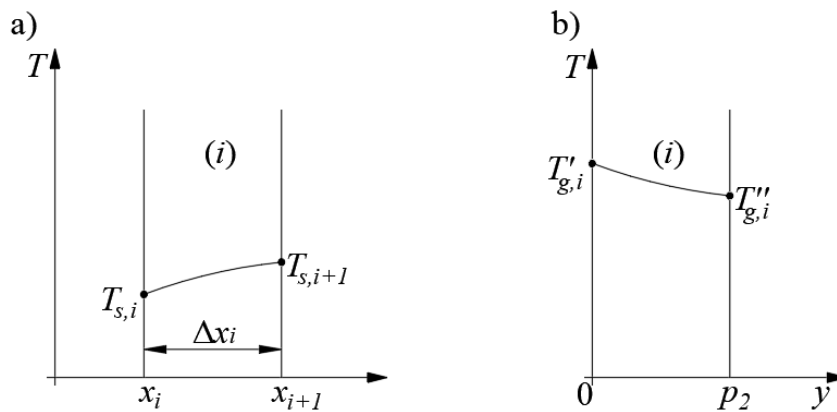


Rys. 7.3. Schemat objętości kontrolnej

W celu uproszczenia analizy przyjmuje się, że temperatura cieczy w obszarze jednej objętości kontrolnej $x_i \leq x \leq x_{i+1}$ jest stała i wynosi (Rys. 7.2 i 7.3)

$$\bar{T}_{w,i} = \frac{T_{w,i} + T_{w,i+1}}{2} \quad (7.6)$$

Poglądowe zmiany temperatury obydwu czynników przedstawiono na rysunku 7.4.



Rys. 7.4. Zmiany temperatury cieczy na długości Δx_i i temperatury gazu na szerokości jednej podziałki p_2 ; a) temperatura cieczy, b) temperatura gazu

Zwykle wewnątrz rur przepływa ciecz i zmiany jej temperatury na długości Δx_i są niewielkie (Rys. 7.4a). Temperatura gazu zmienia się na szerokości jednej podziałki

p_2 od temperatury $T'_{a,i}$ do $T''_{a,i}$ (Rys. 7.2 i Rys. 7.4). Symbol $\bar{T}_{w,i}$ oznacza średnią temperaturę płynu w obszarze kontrolnym o długości Δx_i i szerokości równej podziałce rozstawienia rur p_2 . Przyjmuje się, że temperatura gazu (spalin) jest wyższa od temperatury pary przepływającej wewnątrz rur.

Równanie zachowania energii dla elementarnego obszaru kontrolnego o wymiarach $\Delta x_i \Delta y$ ma następującą postać

$$\Delta \dot{m}_{a,i} c_{pa,i} \Big|_0^{T_a|y} T_a|y = k \Delta x_i \Delta y (T_a|y - \bar{T}_{w,i}) + \Delta \dot{m}_{a,i} c_{pa,i} \Big|_0^{T_a|y+\Delta y} T_a|y+\Delta y \quad (7.7)$$

Wprowadzając średnie ciepło właściwe gazu $\bar{c}_{pa,i}$ w przedziale temperatury od $T_a|y+\Delta y$ do $T_a|y$, które jest określone wzorem

$$\bar{c}_{pa,i} = \frac{c_{pa,i} \Big|_0^{T_a|y+\Delta y} T_a|y+\Delta y - c_{pa,i} \Big|_0^{T_a|y} T_a|y}{T_a|y+\Delta y - T_a|y} \quad (7.8)$$

równanie (7.7) można zapisać w postaci

$$\Delta \dot{m}_{a,i} \bar{c}_{pa,i} (T_a|y - T_a|y+\Delta y) + k \Delta x_i \Delta y (\bar{T}_{w,i} - T_a|y) = 0 \quad (7.9)$$

Zapisując równanie (7.9) w postaci

$$\Delta \dot{m}_{a,i} \bar{c}_{pa,i} \frac{T_a|y+\Delta y - T_a|y}{\Delta y} + k \Delta x_i (T_a|y - \bar{T}_{w,i}) = 0 \quad (7.10)$$

i przyjmując, że $\Delta y \rightarrow 0$ otrzymuje się

$$\Delta \dot{m}_{a,i} c_{pa} (T_a) \frac{\partial T_a}{\partial y} + k \Delta x_i (T_a - \bar{T}_{w,i}) = 0 \quad (7.11)$$

Równanie różniczkowe (7.11) rozwiązane zostanie metodą rozdzielania zmiennych przy warunku brzegowym (Rys. 7.2)

$$T_a|_{y=0} = T'_{a,i} \quad (7.12)$$

Zakładając, że ciepło właściwe gazu wewnątrz objętości kontrolnej można przybliżyć następującym wzorem

$$\bar{c}_{pa,i} = \frac{c_{pa}(T'_{a,i}) + c_{pa}(T''_{a,i})}{2} \quad (7.13)$$

równanie (7.11) zapisane zostanie w postaci

$$\frac{\partial(T_a - \bar{T}_{w,i})}{\partial y} = -\frac{k \Delta x_i}{\Delta \dot{m}_{a,i} \bar{c}_{pa,i}} (T_a - \bar{T}_{w,i}) \quad (7.14)$$

Równania (7.11) i (7.14) są identyczne, gdyż średnia temperatura płynu $\bar{T}_{w,i}$ wewnątrz rury w i -tym obszarze kontrolnym jest stała.

Po rozdzieleniu zmiennych równanie (7.14) przyjmuje następującą postać

$$\frac{\partial(\bar{T}_{w,i} - T_a)}{(\bar{T}_{w,i} - T_a)} = -\frac{k \Delta x_i}{\Delta \dot{m}_{a,i} \bar{c}_{pa,i}} \partial y \quad (7.15)$$

Po obustronnym scałkowaniu równania (7.15) otrzymuje się

$$\int \frac{\partial(\bar{T}_{w,i} - T_a)}{\bar{T}_{w,i} - T_a} = -\frac{k \Delta x_i}{\Delta \dot{m}_{a,i} \bar{c}_{pa,i}} \int \partial y + C \quad (7.16)$$

$$\ln(\bar{T}_{w,i} - T_a) = -\frac{k \Delta x_i}{\Delta \dot{m}_{a,i} \bar{c}_{pa,i}} y + C \quad (7.17)$$

Rozwiązanie (7.17) można zapisać w postaci

$$\bar{T}_{w,i} - T_a = \exp C \exp\left(-\frac{k \Delta x_i}{\Delta \dot{m}_{a,i} \bar{c}_{pa,i}} y\right) \quad (7.18)$$

Oznaczając $C_1 = \exp C$ wyrażenie (7.18) przyjmuje postać

$$T_a = \bar{T}_{w,i} - C_1 \exp\left(-\frac{k \Delta x_i}{\Delta \dot{m}_{a,i} \bar{c}_{pa,i}} y\right) \quad (7.19)$$

Z warunku brzegowego (7.12) otrzymuje się

$$C_1 = \bar{T}_{w,i} - T'_{a,i} \quad (7.20)$$

Po podstawieniu (7.20) do (7.19) otrzymuje się wzór opisujący rozkład temperatury gazu na szerokości jednej podziałki wzdłużnej p_2

$$T_a = \bar{T}_{w,i} - (\bar{T}_{w,i} - T'_{a,i}) \exp\left(-\frac{k \Delta x_i}{\Delta \dot{m}_{a,i} \bar{c}_{pa,i}} y\right), \quad 0 \leq y \leq p_2 \quad (7.21)$$

Temperaturę gazu $T''_{a,i}$ na wylocie z objętości kontrolnej otrzymuje się podstawiając $y = p_2$ do wzoru (7.21)

$$T''_{a,i} = \bar{T}_{w,i} - (\bar{T}_{w,i} - T'_{a,i}) \exp\left(-\frac{k \Delta x_i p_2}{\Delta \dot{m}_{a,i} \bar{c}_{pa,i}}\right), \quad i = 1, \dots, n \quad (7.22)$$

Pole powierzchni wymiany ciepła ΔA_i dla pojedynczego obszaru kontrolnego wynosi

$$\Delta A_i = p_2 \Delta x_i \quad (7.23)$$

W wymienniku rurowym pole zewnętrznej powierzchni rury o długości Δx_i wynosi

$$\Delta A_z = P_z \Delta x_i \quad (7.24)$$

W przypadku wymiennika wykonanego z rur okrągłych o średnicy zewnętrznej d_z zewnętrzny obwód rury wynosi $P_z = \pi d_z$, a pole powierzchni rury w obszarze kontrolnym

$$\Delta A_{z,i} = \pi d_z \Delta x_i \quad (7.25)$$

Po zamianie wyrazu $p_2 \Delta x_i$ we wzorze (7.22) przez wyrażenie (7.25) otrzymuje się

$$T''_{a,i} = \bar{T}_{w,i} - (\bar{T}_{w,i} - T'_{a,i}) \exp(-\Delta N_{a,i}) \quad (7.26)$$

gdzie:

$$\Delta N_{a,i} = \frac{k \Delta A_{z,i}}{\Delta \dot{m}_{a,i} \cdot \bar{c}_{pa,i}} , \quad \bar{T}_{w,i} = \frac{T_{w,i} + T_{w,i+1}}{2} \quad (7.27)$$

W przypadku, gdy ciepło właściwe gazu \bar{c}_{pa} i prędkość gazu przed rurą jest stała na całej długości rury, to wzór (7.27) przyjmuje postać

$$\Delta N_a = \frac{k_z \Delta A_z}{\dot{m}_a \bar{c}_{pa}} \quad (7.28)$$

Równanie (7.26) wykorzystywane jest w modelu numerycznym wymiennika do obliczania temperatury gazu za danym rzędem rur.

W iteracyjnej procedurze obliczeniowej temperatura gazu $T''_{a,i}$ na wylocie z obszaru kontrolnego obliczana jest ze wzoru (7.26). W każdej objętości kontrolnej (skończonej) znana jest temperatura $T'_{a,i}$ oraz temperatura $T_{w,i}$. Poszukiwana jest temperatura gazu $T''_{a,i}$ oraz temperatura płynu przepływającego w rurze $T_{w,i+1}$ na wylocie z obszaru kontrolnego. Temperatura $T_{w,i+1}$ płynu przepływającego wewnątrz rury nie jest znana i obliczana jest iteracyjnie. Najpierw przyjmuje się temperaturę $T_{w,i+1}$ na wylocie z objętości kontrolnej i oblicza się średnią temperaturę $\bar{T}_{w,i}$ oraz strumień ciepła $\Delta \dot{Q}_{w,i}$ przejmowany przez płyn przepływający wewnątrz rur

$$\Delta \dot{Q}_{w,i} = \dot{m}_w \bar{c}_{pw,i} (T_{w,i+1} - T_{w,i}) \quad (7.29)$$

Następnie ze wzoru (7.26) oblicza się temperaturę gazu $T''_{a,i}$ na wylocie z objętości kontrolnej i strumień ciepła $\Delta \dot{Q}_{a,i}$

$$\Delta \dot{Q}_{a,i} = k_{z,i} \Delta A_{z,i} (\bar{T}_{a,i} - \bar{T}_{w,i}) \quad (7.30)$$

Temperaturę $T_{w,i+1}$ dobiera się tak, aby spełniony był warunek

$$\varepsilon_{Q,i} \equiv \Delta \dot{Q}_{w,i} - \Delta \dot{Q}_{a,i} = 0 \quad (7.31)$$

Wadą iteracyjnej procedury wyznaczania temperatur $T''_{a,i}$ i $T_{w,i+1}$ jest duży czas obliczeń komputerowych.

W niniejszej pracy doktorskiej przedstawiona zostanie nowa metoda wyznaczania temperatur $T''_{a,i}$ i $T_{w,i+1}$, która nie wymaga obliczeń iteracyjnych. Dla każdej objętości kontrolnej rozwiązuje się liniowe równanie algebraiczne (7.31) względem $T_{w,i+1}$. Po podstawieniu wzorów (7.29) i (7.30) do (7.31) otrzymuje się następujące równanie

$$\dot{m}_w \bar{c}_{pw,i} (T_{w,i+1} - T_{w,i}) = k_{z,i} \Delta A_{z,i} (\bar{T}_{a,i} - \bar{T}_{w,i}) \quad (7.32)$$

gdzie $\bar{T}_{w,i} = (T_{w,i} + T_{w,i+1})/2$.

Temperatura średnia spalin $\bar{T}_{a,i}$ na szerokości jednej podziałki poprzecznej p_2 określona jest wzorem

$$\begin{aligned} \bar{T}_{a,i} &= \frac{1}{p_2} \int_0^{p_2} T_{a,i}(y) dy = \\ &= \frac{1}{p_2} \int_0^{p_2} \left[\bar{T}_{w,i} - (\bar{T}_{w,i} - T'_{a,i}) \exp\left(-\frac{k \Delta x_i}{\Delta \dot{m}_{a,i} \bar{c}_{pa,i}} y\right) \right] dy \end{aligned} \quad (7.33)$$

Po obliczeniu całki we wzorze (7.33) otrzymuje się

$$\bar{T}_{a,i} = \frac{1}{p_2} \left[p_2 \bar{T}_{w,i} - (\bar{T}_{w,i} - T'_{a,i}) \left(-\frac{\Delta \dot{m}_{a,i} \bar{c}_{pa,i} p_2}{k \Delta x_i} \right) \left(-\frac{k \Delta x_i}{\Delta \dot{m}_{a,i} \bar{c}_{pa,i}} y \right) \Big|_0^{p_2} \right] \quad (7.34)$$

skąd po przekształceniach jest

$$\begin{aligned} \bar{T}_{a,i} &= -(\bar{T}_{w,i} - T'_{a,i}) \frac{1}{\Delta N_{a,i}} [1 - \exp(-\Delta N_{a,i})] = \\ &\bar{T}_{w,i} - \left(\frac{T_{w,i} + T_{w,i+1}}{2} - T'_{a,i} \right) \frac{1}{\Delta N_{a,i}} [1 - \exp(-\Delta N_{a,i})] \end{aligned} \quad (7.35)$$

Po podstawieniu wyrażenia (7.35) na średnią temperaturę spalin $\bar{T}_{a,i}$ do równania (7.32) otrzymuje się następujące liniowe równanie algebraiczne względem $T_{w,i+1}$

$$\dot{m}_w \bar{c}_{pw,i} (T_{w,i+1} - T_{w,i}) = k_{z,i} \Delta A_{z,i} \left(T'_{a,i} - \frac{T_{w,i} + T_{w,i+1}}{2} \right) \frac{1}{\Delta N_{a,i}} [1 - \exp(-\Delta N_{a,i})] \quad (7.36)$$

Po kolejnych przekształceniach wzoru (7.36) otrzymuje się

$$2 \dot{m}_w \bar{c}_{pw,i} (T_{w,i+1} - T_{w,i}) \Delta N_{a,i} = k_{z,i} \Delta A_{z,i} (2T'_{a,i} - T_{w,i} - T_{w,i+1}) [1 - \exp(-\Delta N_{a,i})] \quad (7.37)$$

$$2 \frac{\dot{m}_w \bar{c}_{pw,i}}{k_{z,i} \Delta A_{z,i}} (T_{w,i+1} - T_{w,i}) \Delta N_{a,i} = (2T'_{a,i} - T_{w,i} - T_{w,i+1}) [1 - \exp(-\Delta N_{a,i})] \quad (7.38)$$

$$2 \frac{\Delta N_{a,i}}{\Delta N_{w,i}} (T_{w,i+1} - T_{w,i}) = (2T'_{a,i} - T_{w,i} - T_{w,i+1}) [1 - \exp(-\Delta N_{a,i})] \quad (7.39)$$

$$\begin{aligned} 2 \frac{\Delta N_{a,i}}{\Delta N_{w,i}} T_{w,i+1} - 2 \frac{\Delta N_{a,i}}{\Delta N_{w,i}} T_{w,i} \\ = (2T'_{a,i} - T_{w,i}) [1 - \exp(-\Delta N_{a,i})] - T_{w,i+1} [1 - \exp(-\Delta N_{a,i})] \end{aligned} \quad (7.40)$$

$$\begin{aligned} T_{w,i+1} \left\{ 2 \frac{\Delta N_{a,i}}{\Delta N_{w,i}} + [1 - \exp(-\Delta N_{a,i})] \right\} \\ = (2T'_{a,i} - T_{w,i}) [1 - \exp(-\Delta N_{a,i})] + 2 \frac{\Delta N_{a,i}}{\Delta N_{w,i}} T_{w,i} \end{aligned} \quad (7.41)$$

$$T_{w,i+1} = \frac{2 \frac{\Delta N_{a,i}}{\Delta N_{w,i}} T_{w,i} + (2T'_{a,i} - T_{w,i}) [1 - \exp(-\Delta N_{a,i})]}{2 \frac{\Delta N_{a,i}}{\Delta N_{w,i}} + [1 - \exp(-\Delta N_{a,i})]} \quad (7.42)$$

W obliczeniach całego wymiennika najpierw w każdej objętości skończonej oblicza się temperaturę $T_{w,i+1}$. Następnie oblicza się średnią temperaturę czynnika przepływającego wewnątrz rur na długości jednego obszaru kontrolnego $\bar{T}_{w,i} = (T_{w,i} + T_{w,i+1})/2$. Znając temperaturę $\bar{T}_{w,i}$, wyznacza się temperaturę spalin $T''_{a,i}$ ze wzoru (7.26). W zaproponowanej metodzie nie stosuje się iteracji, dzięki czemu jest ona bardzo szybka. Do obliczeń temperatury czynników na wylotach z obszaru kontrolnego stosowane są proste wzory analityczne (7.26) i (7.42).

W przypadku wymienników krzyżowo-przeciwprądowych obliczenia temperatury czynnika przepływającego wewnątrz rur przebiega od wylotu wymiennika

do jego wlotu. Z bilansu energii (7.40) wyznaczana jest temperatura $T_{w,i}$, gdyż temperatura $T_{w,i+1}$ przyjmowana jest jako znana. Z rozwiązania równania (7.41) względem $T_{w,i}$ otrzymuje się

$$T_{w,i} = \frac{T_{w,i+1} \left\{ 2 \frac{\Delta N_{a,i+1}}{\Delta N_{w,i+1}} + [1 - \exp(-\Delta N_{a,i+1})] \right\} - 2T'_{a,i} [1 - \exp(-\Delta N_{a,i+1})]}{2 \frac{\Delta N_{a,i+1}}{\Delta N_{w,i+1}} - [1 - \exp(-\Delta N_{a,i+1})]} \quad (7.43)$$

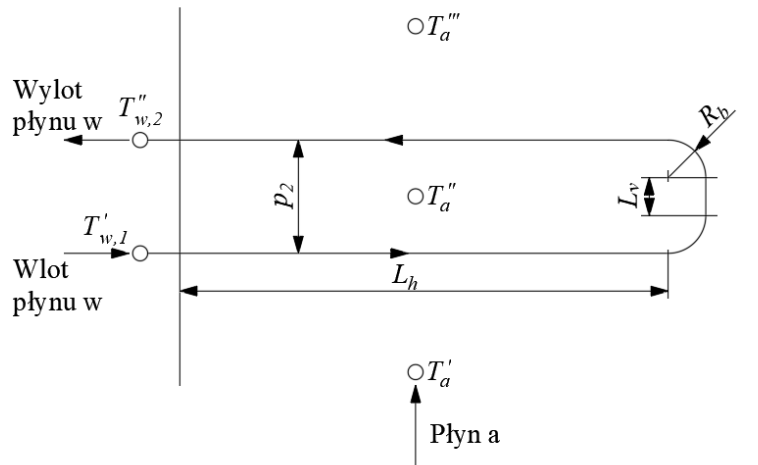
Obliczenia wymiennika krzyżowo-przeciwprądowego rozpoczyna się, przyjmując wartość temperatury T_w na wylocie z wymiennika. Temperaturę tę zmienia się tak, aby temperatura T_w czynnika przepływającego wewnątrz rury na wlocie do wymiennika była równa znanej temperaturze wlotowej. Z matematycznego punktu widzenia rozwiązuje się nieliniowe równanie algebraiczne względem temperatury czynnika w na wlocie do wymiennika. Najprostszą metodą, jaką można zastosować do rozwiązania równania algebraicznego, jest metoda przeszukiwania przedziałów.

8. Dwubiegowy wymiennik rurowy krzyżowo-współprądowy

W niniejszym rozdziale przedstawiony zostanie model analityczny ścisły oraz model numeryczny. Model analityczny wykorzystany zostanie do oceny dokładności modelu numerycznego dla przypadku gdy ciepła właściwe czynników są stałe i nie zależą od położenia i temperatury.

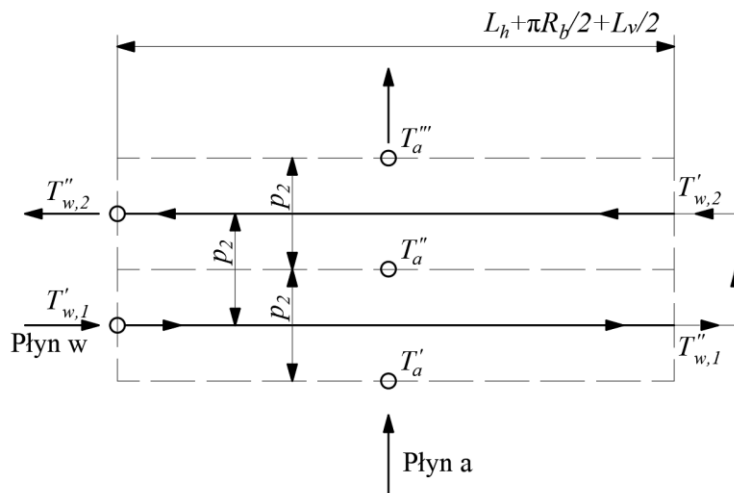
8.1. Model analityczny ścisły dwubiegowego wymiennika rurowego krzyżowo-współprądowego

Zostanie zaprezentowany model analityczny ścisły dwubiegowego rurowego krzyżowo-współprądowego wymiennika ciepła. Schemat tego wymiennika został przedstawiony na rysunku 8.1. Wewnątrz rur przepływa woda lub para albo też inny czynnik oznaczony ogólnie symbolem w . Na zewnątrz wymiennika, prostopadle do osi rur przepływa gaz lub ciecz, które oznaczone są symbolem a .



Rys. 8.1. Dwubiegowy rurowy krzyżowo-współprądowy wymiennik ciepła

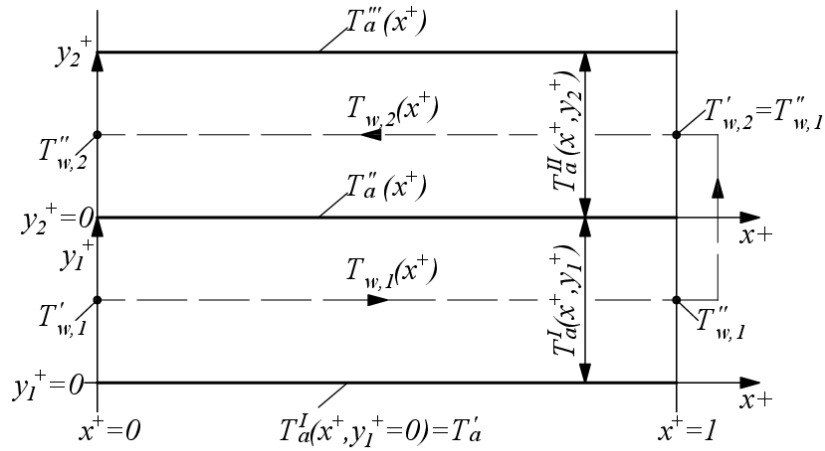
Rzeczywisty wymiennik dwubiegowy (przegrzewacz pary) przedstawiony na rysunku 8.1 zastąpiony został modelem uproszczonym (Rys. 8.2), w którym występują tylko dwa biegi bez odcinka rury równoległego do kierunku przepływu czynnika a .



Rys. 8.2. Uproszczony model rzeczywistego wymiennika ciepła przedstawionego na Rys. 8.1

W uproszczonym wymienniku ciepła występują tylko dwie proste rury (dwa proste biegi) o długości równej połowie całkowitej długości rury w rzeczywistym wymienniku ciepła. Należy podkreślić, że płyn może przepływać równolegle w jednym biegu przez kilka lub kilkadziesiąt rur. Wszystkie równoległe rury traktowane są jako jedna rura o polu powierzchni równej sumie pól powierzchni wszystkich równoległych rur. Współczynniki wnikania ciepła na wewnętrznej i zewnętrznej powierzchni rury obliczane są jednak jak dla pojedynczej rury.

Schemat obliczeniowy dwubiegowego, dwurzędowego wymiennika ciepła o krzyżowo-współprądowym układzie przepływowym przedstawiono na rysunku 8.3.



Rys. 8.3. Dwubiegowy rurowy krzyżowo-współprądowy wymiennik ciepła

Równania różniczkowe dla płynu w i a w pierwszym rzędzie rur mają następującą postać (Rys. 8.3)

$$\frac{dT_{w,1}(x^+)}{dx^+} = -N_{wL}[T_{w,1}(x^+) - T_{ma}^I(x^+)] \quad , \quad 0 \leq x^+ \leq 1 \quad (8.1.1)$$

$$\frac{\partial T_a^I(x^+, y_1^+)}{\partial y_1^+} = N_{aL}[T_{w,1}(x^+) - T_a^I(x^+, y_1^+)] \quad , \quad 0 \leq x^+ \leq 1, \quad 0 \leq y_1^+ \leq 1 \quad (8.1.2)$$

Średnia temperatura T_{ma}^I na grubości pierwszego rzędu rur zdefiniowana jest następująco

$$T_{ma}^I = \int_0^1 T_a^I(x^+, y_1^+) dy_1^+ \quad (8.1.3)$$

Warunki brzegowe na wlocie płynu w i płynu a w pierwszym rzędzie rur mają następującą postać

$$T_{w,1}|_{x^+=0} = T'_{w,1} \quad (8.1.4)$$

$$T_a^I|_{y_1^+=0} = T'_a \quad (8.1.5)$$

Kolejność rozwiązywania układu równań (8.1.1)-(8.1.2) jest następująca: najpierw z równania (8.1.2) metodą rozdzielania zmiennych wyznacza się temperaturę płynu a , a następnie z równania (8.1.1) temperaturę płynu w . Temperatura płynu w w rurze pierwszego rzędu jest dana wyrażeniem

$$T_{w,1}(x^+) = T'_a + (T'_{w,1} - T'_a) \exp(-B_L x^+) , \quad 0 \leq x^+ \leq 1 \quad (8.1.6)$$

gdzie symbol B_L oznacza

$$B_L = \frac{N_{wL}}{N_{aL}} [1 - \exp(-N_{aL})] \quad (8.1.7)$$

Temperatura płynu w na wylocie z rury pierwszego rzędu określona jest wyrażeniem

$$T''_{w,1} = T_{w,1}|_{x^+=1} = T'_a + (T'_{w,1} - T'_a) \exp(-B_L) \quad (8.1.8)$$

Temperatura płynu a T'_a w pierwszym rzędzie rur dana jest wzorem

$$T'_a(x^+, y_1^+) = T_{w,1}(x^+) - [T_{w,1}(x^+) - T'_a] \exp(-N_{aL}^I y_1^+) \quad (8.1.9)$$

$$0 \leq x^+ \leq 1, \quad 0 \leq y_1^+ \leq 1$$

Temperatura $T''_a(x^+)$ płynu a za pierwszym rzędem rur i średnia temperatura \bar{T}''_a płynu a na grubości pierwszego rzędu określona jest następującym wzorem

$$T''_a = T'_a(x^+, y_1^+) |_{y_1^+=0} = T'_a + (T'_{w,1} - T'_a) [1 - \exp(-N_{aL})] \exp(-B_L x^+) \quad (8.1.10)$$

$$0 \leq x^+ \leq 1$$

$$\bar{T}''_{a,i} = \int_0^1 T''_a(x^+) dx^+ = T'_a + \frac{N_{aL}}{N_{wL}} (T'_{w,1} - T'_a) [1 - \exp(-B_L)] \quad (8.1.11)$$

Równania różniczkowe opisujące rozkład temperatury płynu w i płynu a w drugim rzędzie rur mają następującą postać

$$\frac{dT_{w,2}(x^+)}{dx^+} = N_{wL} [T_{w,2}(x^+) - T_{ma}^{II}(x^+)] \quad , \quad 0 \leq x^+ \leq 1 \quad (8.1.12)$$

$$\frac{\partial T_a^{II}(x^+, y_2^+)}{\partial y_2^+} = N_{aL} [T_{w,2}(x^+) - T_a^{II}(x^+, y_2^+)] \quad (8.1.13)$$

$$0 \leq x^+ \leq 1, \quad 0 \leq y_2^+ \leq 1$$

Średnia temperatura płynu *a* T_{ma}^{II} na grubości drugiego rzędu rur jest określona następującym wyrażeniem

$$T_{ma}^{II} = \int_0^1 T_a^{II}(x^+, y_2^+) dy_2^+ \quad (8.1.14)$$

Warunki brzegowe dla płynu *w* i płynu *a* na wlocie do drugiego rzędu rur są następujące (Rys. 8.3)

$$T_{w,2}|_{x^+=1} = T_{w,1}'' \quad (8.1.15)$$

$$T_a^{II}|_{y_2^+=0} = T_a''(x^+) \quad (8.1.16)$$

Uwzględniając, że temperatura $T_{w,1}''$ w warunku brzegowym (8.1.15) jest określona wzorem (8.1.8) rozwiązanie równania (8.1.12) ma postać

$$T_{w,2}(x^+) = T_a' + (T_{w,1}' - T_a') \exp(B_L x^+ - 2B_L) + \frac{C_L}{2B_L} [\exp(-B_L x^+) - \exp(B_L x^+ - 2B_L)] \quad (8.1.17)$$

gdzie stała C_L jest określona następującym wzorem

$$C_L = B_L (T_{w,1}' - T_a') (1 - e^{-N_{aL}}) \quad (8.1.18)$$

Temperatura $T_{w,2}''$ na wylocie z rury usytuowanej w drugim rzędzie obliczana jest ze wzoru

$$T_{w,2}'' = T_{w,2}|_{x^+=0} = T_{am}' + (T_{w,1}' - T_{am}') \left[\frac{1}{2} (1 - e^{-N_{aL}}) (1 - e^{-2B_L}) + e^{-2B_L} \right] \quad (8.1.19)$$

Temperatura płynu a $T_a^{II}(x_1^+, y_2^+)$ jest funkcją współrzędnej x_1^+ i y_2^+ . Po scałkowaniu równania (8.1.13) przy warunku brzegowym (8.1.16) otrzymuje się

$$T_a^{II}(x_1^+, y_2^+) = [1 - \exp(-N_{aL}y_2^+)]T_{w,2}(x^+) + T_a''(x^+) \exp(-N_{aL}y_2^+) \quad (8.1.20)$$

Temperatura płynu a za drugim rzędem rur $T_a^{II}(x_1^+, y_2^+ = 1)$ określona jest wzorem

$$\begin{aligned} T_a'''(x^+) &= T_a^{II}(x_1^+, y_2^+) |_{y_2^+=1} \\ &= [1 - \exp(-N_{aL})]T_{w,2}(x^+) + T_a''(x^+) \exp(-N_{aL}) \end{aligned} \quad (8.1.21)$$

gdzie $T_a'''(x^+)$ jest określona równaniem (8.1.10) a temperatura $T_{w,2}(x^+)$ równaniem (8.1.17).

Średnia temperatura $(\bar{T}_{a,i}''')^e$ za drugim rzędem rur na długości jednej objętości skończonej $(x_{i+1} - x_i)$ określona jest wzorem

$$\begin{aligned} (\bar{T}_{a,i}''')^e &= \frac{1}{x_{i+1}^+ - x_i^+} \int_{x_i^+}^{x_{i+1}^+} T_a'''(x^+) dx^+ \\ &= T_a' \\ &+ \frac{(T_{w,1}' - T_a')}{x_{i+1}^+ - x_i^+} \left\{ \frac{[1 - \exp(-N_{aL})]^2}{2B_L} [e^{-B_L x_i^+} - e^{-B_L x_{i+1}^+} \right. \\ &- e^{-B_L x_{i+1}^+ - 2B_L} + e^{B_L x_{i+1}^+ - 2B_L}] \frac{1 - \exp(-N_{aL})}{B_L} [e^{B_L x_{i+1}^+ - 2B_L} \\ &- e^{B_L x_i^+ - 2B_L}] + \frac{N_{aL}}{N_{wL}} e^{-N_{aL}} [e^{-B_L x_i^+} - e^{B_L x_{i+1}^+}] \left. \right\} \end{aligned} \quad (8.1.22)$$

Średnia temperatura płynu a za drugim rzędem rur tj. za całym wymiennikiem obliczana jest z następującego wzoru

$$\bar{T}_a''' = \int_0^1 T_a'''(x_a^+) dx^+ \quad (8.1.23)$$

Podstawiając wyrażenie (8.1.21) do (8.1.23) i przeprowadzając przekształcenia otrzymuje się

$$\bar{T}_a''' = T_a' + \left\{ \frac{(1 - e^{-B_L})^2(1 - e^{-N_{aL}})^2}{2B_L} + \frac{e^{-2B_L}(e^{B_L} - 1(1 - e^{-N_{aL}}))}{B_L} + \frac{N_{aL}}{N_{wL}}(1 - e^{-B_L})e^{-N_{aL}} \right\} (T_{w,1}' - T_a') \quad (8.1.24)$$

Wyrażenie (8.1.24) na średnią temperaturę płynu a za drugim rzędem rur można otrzymać korzystając ze wzoru (8.1.22) po uwzględnieniu, że $x_i^+ = 0$ i $x_{i+1}^+ = 1$. Następnie wyznaczono wzory na efektywność wymiennika ciepła według metody P-NTU. Efektywność wymiennika ciepła P_w dla płynu w przepływającego wewnątrz rur jest dana wzorem

$$P_w = \frac{\dot{m}_w c_w (T_{w,1}' - T_{w,2}'')}{\dot{m}_w c_w (T_{w,1}' - T_a')} = 1 - \frac{1}{2} (1 - e^{-N_{aL}})(1 - e^{-2B_L}) = e^{-2B_L} = \frac{(1 + e^{-N_{aL}})(1 - e^{-2B_L})}{2} \quad (8.1.25)$$

Efektywność P_a obliczana dla powietrza ma postać

$$P_a = \frac{\dot{m}_a c_a (\bar{T}_a''' - T_a')}{\dot{m}_a c_a (T_{w,1}' - T_a')} = \frac{N_{aL}}{N_{wL}} \left[\frac{(1 - e^{-B_L})^2(1 - e^{-N_{aL}})}{2} + e^{-2B_L}(e^{B_L} - 1) + (1 - e^{-B_L})e^{-N_{aL}} \right] \quad (8.1.26)$$

Wzór (8.1.26) można przekształcić do prostszej postaci

$$P_a = \frac{N_{aL}}{N_{wL}} \frac{(1 + e^{-N_{aL}})(1 - e^{-2B_L})}{2} \quad (8.1.27)$$

Ze wzoru (8.1.25) wynika, że strumień ciepła przekazywany od strony płynu w (moc cieplna wymiennika) określony jest wzorem

$$\dot{Q}_w = \dot{m}_w c_w (T_{w,1}' - T_{w,2}'') = P_w \dot{m}_w c_w (T_{w,1}' - T_a') \quad (8.1.28)$$

Podobnie, ze wzoru (8.1.26) otrzymuje się

$$\dot{Q}_a = \dot{m}_a c_a (\bar{T}_a''' - T_a') = P_a \dot{m}_a c_a (T'_{w,1} - T_a') \quad (8.1.29)$$

Z warunku równości strumieni ciepła \dot{Q}_w i \dot{Q}_a

$$\dot{Q}_w = \dot{Q}_a \quad (8.1.30)$$

otrzymuje się po podstawieniu (8.1.28) i (8.1.29) do (8.1.30) następującą równość

$$P_w \dot{m}_w c_w (T'_{w,1} - T_a') = P_a \dot{m}_a c_a (T'_{w,1} - T_a') \quad (8.1.31)$$

Z równości (8.1.31) wynika, że

$$P_w N_a = P_a N_w \quad (8.1.32)$$

Można sprawdzić, że po uwzględnieniu wzorów (8.1.25) i (8.1.27) w (8.1.32) lewa i prawa strona równania (8.1.32) są sobie równe.

Analityczne wzory ściśle wyprowadzone w podrozdziale 8.1.1 wykorzystane zostaną do oceny dokładności modeli numerycznych bazujących na zaproponowanych metodach I i II.

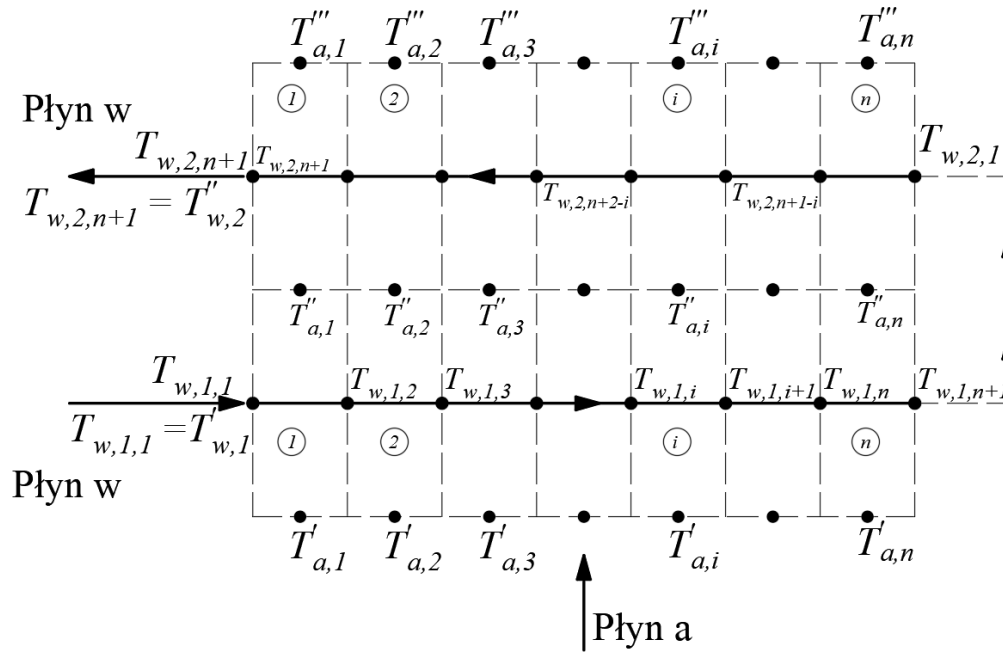
8.2. Model numeryczny dwubiegowego wymiennika rurowego krzyżowo-współprądowego

Przegrzewacze pary należą do krytycznych elementów kotłów energetycznych. Około 40% awaryjnych wyłączeń kotłów jest spowodowanych uszkodzeniem przegrzewaczy pary [11]. Wynika to z wysokiej temperatury pary i spalin, co powoduje wysokie temperatury ścianek rur. Na wewnętrznych powierzchniach rur często odkłada się warstwa zgorzeliny lub tlenków żelaza. Zarówno warstwa zgorzeliny, jak i warstwa tlenków mają niską przewodność cieplną, co powoduje znaczny wzrost temperatury ścianek rur przegrzewacza i może prowadzić do przedwczesnej awarii. Z tego powodu modelowaniu matematycznemu przegrzewaczy pary poświęcono wiele uwagi.

Taler i inni [50] modelowali przegrzewacze w kotle na parametry nadkrytyczne z przepływem krzyżowym lub krzyżowo-przeciwprądowym jako wymienniki współprądowe lub przeciwprądowe. Takie podejście skraca czas obliczeń przegrzewaczy, ale kosztem zmniejszenia dokładności uzyskanych wyników. Modelowanie matematyczne przegrzewaczy w kotle fluidalnym pracującym

w warunkach nieustalonych przeprowadzono w pracy [24]. Trzybiegowy przegrzewacz pary wykonany był z podwójnych rur typu omega o skomplikowanej geometrii przekroju poprzecznego. Trojan i Taler [54] w modelu matematycznym przegrzewacza uwzględnili obecność kamienia kotłowego lub tlenków żelaza na wewnętrznej powierzchni rur oraz osadów popiołu na zewnętrznej powierzchni rur. Termiczne i przepływowe parametry pracy cylindrycznego przegrzewacza z okrągłymi lamelami badano w pracy [2]. W artykule [13] modelowano pracę przegrzewacza pary w stanie ustalonym i nieustalonym z wykorzystaniem symulacji CFD. Wymiana ciepła w rurach przegrzewacza z warstwą łusek tlenkowych na wewnętrznej powierzchni rury była badana numerycznie przez Qi i in. [34].

W modelowanym przegrzewaczu jego wymiary, ciśnienia i temperatury wlotowe spalin i pary oraz strumienie masy spalin i pary są typowe dla wtórnych przegrzewaczy pary stosowanych w kotłach nadkrytycznych w blokach energetycznych o mocy elektrycznej rzędu 900 MW. W przekroju kanału spalinowego znajdują się 44 panele rurowe (grodzie, płaty). Każdy panel jest dwubiegowym przegrzewaczem. W każdym biegu para przepływa równolegle przez 20 rur o średnicy zewnętrznej $d_{out} = 0,0603$ m i grubości ścianki $s = 0,0045$ m. Długość pojedynczej rury w przegrzewaczu wynosi $L = 20,874$ m. Temperatura spalin przed przegrzewaczem wynosiła $T'_a = 977^\circ\text{C}$, a temperatura pary na wlocie do przegrzewacza $T'_{w,1} = 501,61^\circ\text{C}$. Ciśnienie pary na wlocie do przegrzewacza wynosiło 60,025 bara, a na wylocie 59,3 bara. Ciepło właściwe pary przy średnich wartościach ciśnienia i temperatury w przegrzewaczu wynosiło $c_{pw} = 2,3524$ kJ/(kg·K). Współczynnik przewodzenia ciepła materiału rury wynosi $\lambda = 31$ W/(m·K). Współczynniki przenikania ciepła po stronie spalin i pary przyjęto jako $\alpha_a = 60,8$ W/(m²·K) i $\alpha_w = 1500$ W/(m²·K). Liczby jednostek wymiany ciepła wynoszą $N_{wL} = 0,15773$ i $N_{aL} = 0,18308$ po stronie pary i spalin. Rozkład temperatury pary i spalin w przegrzewaczu wyznaczono za pomocą zaproponowanych metod numerycznych oraz dokładnej metody analitycznej, tak aby można było ocenić dokładność opracowanych metod przybliżonych. Podział pierwszego i drugiego biegu przegrzewacza na objętości skończone przedstawiono na rysunku 8.4.



Rys. 8.4. Podział rur przegrzewacza wtórnego na objętości skończone

Na rysunku przyjęto następujące oznaczenia: $T'_{a,i}$, $T''_{a,i}$, $T'''_{a,i}$, $i = 1, \dots, n$ – średnie temperatury spalin na długości i -tej objętości skończonej odpowiednio przed pierwszym rzędem rur, za pierwszym rzędem rur oraz za drugim rzędem rur; $T_{w,1,i}$ $i = 1, \dots, n + 1$ – temperatura pary w pierwszym rzędzie rur na wlocie do objętości skończonej; $T_{w,2,i}$ $i = 1, \dots, n + 1$ – temperatura pary w drugim rzędzie rur na wlocie do objętości skończonej.

8.3. Porównanie wyników otrzymanych za pomocą modelu numerycznego i analitycznego ścisłego

Do obliczeń przyjęto następujące dane: temperatura pary na wlocie do przegrzewacza $501,61^{\circ}\text{C}$, temperatura spalin na wlocie przegrzewacza 977°C , liczba jednostek wymiany ciepła dla pary $N_s = 0,1577$ i dla spalin $N_g = 0,1831$. Porównanie temperatur pary i spalin obliczonych metodą numeryczną I i II z metodą analityczną ścisłą przeprowadzono dla różnych liczb objętości skończonych n równych: 3, 5, 10.

Wyniki obliczeń przegrzewacza dwubiegowego współprądowego za pomocą metody numerycznej I i II oraz metody analitycznej ścisłej dla podziału rury na $n = 3$ objętości skończone przedstawiono w tabelach 8.3.1 i 8.3.2 dla metody I oraz

w tabelach 8.3.3 i 8.3.4 dla metody II. Obydwie metody dają bardzo dobre wyniki pomimo niewielkiej liczby objętości skończonych na długości jednego biegu. Różnice względne między temperaturą pary otrzymaną za pomocą metod numerycznych i metody analitycznej ściślej obliczano za pomocą wzoru

$$\begin{aligned} e_{T_{w1,i}} &= \frac{T_{w1,i}^{ex} - T_{w1,i}^{aprox}}{T_{w1,i}^{ex}} \cdot 100\%, & i = 2, \dots, n + 1 \\ e_{T_{w2,i}} &= \frac{T_{w2,i}^{ex} - T_{w2,i}^{aprox}}{T_{w2,i}^{ex}} \cdot 100\%, & i = 1, \dots, n + 1 \end{aligned} \quad (8.3.1)$$

gdzie:

$e_{T_{w1,i}}$ i $e_{T_{w2,i}}$ – względna różnica między rozwiązaniem numerycznym i analitycznym ściśłym wyrażona w % odpowiednio dla pierwszego i drugiego rzędu rur,

$T_{w1,i}^{ex}$ i $T_{w2,i}^{ex}$ – temperatury pary w węzłach objętości skończonych obliczone za pomocą metody ściślej wyrażone w °C odpowiednio dla pierwszego i drugiego rzędu rur,

$T_{w1,i}^{aprox}$ i $T_{w2,i}^{aprox}$ – temperatury pary w węzłach objętości skończonych obliczone za pomocą zaproponowanej metody wyrażone w °C odpowiednio dla pierwszego i drugiego rzędu rur.

W podobny sposób obliczano różnicę względną między rozwiązaniem numerycznym i ściśłym dla spalin.

$$\begin{aligned} e_{T_{a,i}''} &= \frac{(T_{a,i}'')^{ex} - (T_{a,i}'')^{aprox}}{(T_{a,i}'')^{ex}} \cdot 100\%, & e_{T_{a,i}'''} &= \frac{(T_{a,i}''')^{ex} - (T_{a,i}''')^{aprox}}{(T_{a,i}''')^{ex}} \cdot 100\% \\ & & i &= 1, \dots, n \end{aligned} \quad (8.3.2)$$

Symbol $e_{T_{a,i}''}$ oznacza względną różnicę między średnią temperaturą spalin za i -tą objętością skończoną w pierwszym rzędzie rur obliczoną za pomocą wzoru ściśłego i temperaturą średnią obliczoną za pomocą metody numerycznej. Symbol $e_{T_{a,i}'''}$ oznacza względną różnicę między średnią temperaturą spalin za i -tą objętością skończoną w drugim rzędzie rur obliczoną za pomocą wzoru ściśłego i temperaturą średnią obliczoną za pomocą metody numerycznej.

Z analizy wyników przedstawionych w tabelach 8.1-8.4 widać, że w przypadku metody I wszystkie różnice względne obliczone z dokładnością do trzech miejsc po przecinku są równe zero. W przypadku metody II różnice względne określone wzorami (8.1) i (8.2) dla pary i spalin są również bardzo małe. Maksymalna bezwzględna wartość różnic temperatury pary i spalin obliczonych za pomocą wzoru ścisłego i metodą numeryczną II nie przekracza 0,003%.

Jeżeli liczba objętości skończonych na długości pojedynczego biegu przegrzewacza podniesiona zostanie do $n = 5$ (Tabele 8.5 – 8.8) to wszystkie różnice względne (ich bezwzględne wartości) obliczone za pomocą wzorów (8.1) i (8.2) są równe zero dla metody I, a dla metody II nie przekraczają wartości 0,001%.

Wyniki obliczeń dla metody I i II dla liczby objętości kontrolnych na długości jednego biegu $n = 10$ przedstawiono w tabelach 8.9 - 8.12. Z analizy wyników przedstawionych w tabelach widać, że dokładność obliczeń numerycznych wzrasta wraz z liczbą objętości skończonych, gdyż dla $n = 10$ wartości różnic względnych obliczone za pomocą wzorów (8.1) i (8.2) są równe zero.

Tabela 8.1. Temperatura pary w pierwszym i drugim rzędzie rur wyznaczona za pomocą metody I i metody analitycznej ścisłej dla $n=3$

Nr węzła i	Współrzędna bezwymiarowa x_i^+	Pierwszy rząd		Różnica względna $e_{T_w}, \%$	Drugi rząd		Różnica względna $e_{T_w}, \%$
		Metoda przybliżona	Metoda analityczna		Metoda przybliżona	Metoda analityczna	
		I			I		
1	0	-	-	-	610,699	610,697	0,000
2	1/3	523,908	523,908	0,000	596,494	596,493	0,000
3	2/3	545,159	545,159	0,000	581,411	581,410	0,000
4	1	565,414	565,414	0,000	565,414	565,414	0,000

Tabela 8.2. Temperatura spalin za pierwszym i drugim rzędem rur wyznaczona za pomocą metody I i metody analitycznej ściślej $n=3$

Nr węzła i	Współrzędna bezwymiarowa x_i^+	Pierwszy rząd		Różnica względna $e_{T_a}, \%$	Drugi rząd		Różnica względna $e_{T_a}, \%$
		Metoda przybliżona I	Metoda analityczna		Metoda przybliżona I	Metoda analityczna	
1	0-1/3	899,347	899,347	0,000	849,877	849,880	0,000
2	1/3-2/3	902,989	902,989	0,000	850,461	850,463	0,000
3	2/3-1	906,461	906,461	0,000	850,752	850,751	0,000
Średnia temperatura spalin		$(\bar{T}_a'')^{aprox}$	$(\bar{T}_a'')^{ex}$	$e_{\bar{T}_a''}$	$(\bar{T}_a''')^{aprox}$	$(\bar{T}_a''')^{ex}$	$e_{\bar{T}_a'''}$
		902,932	902,932	0,000	850,363	850,365	2,35 $\cdot 10^{-4}$

Tabela 8.3. Temperatura pary w pierwszym i drugim rzędzie rur wyznaczona za pomocą metody II i metody analitycznej ściślej dla $n=3$

Nr węzła i	Współrzędna bezwymiarowa x_i^+	Pierwszy rząd		Różnica względna $e_{T_w}, \%$	Drugi rząd		Różnica względna $e_{T_w}, \%$
		Metoda przybliżona II	Metoda analityczna		Metoda przybliżona II	Metoda analityczna	
1	0	-	-	-	610,715	610,697	-0,003
2	1/3	523,912	523,908	-0,001	596,509	596,493	-0,003
3	2/3	545,167	545,159	-0,001	581,424	581,410	-0,002
4	1	565,426	565,414	-0,002	565,426	565,414	-0,002

Tabela 8.4. Temperatura spalin za pierwszym i drugim rzędem rur wyznaczona za pomocą metody II i metody analitycznej ścisłej $n=3$

Nr węzła i	Współrzędna bezwymiarowa x_i^+	Pierwszy rząd		Różnica względna $e_{T_a}, \%$	Drugi rząd		Różnica względna $e_{T_a}, \%$
		Metoda przybliżona II	Metoda analityczna		Metoda przybliżona II	Metoda analityczna	
1	0-1/3	899,333	899,347	0,002	849,858	849,880	0,003
2	1/3-2/3	902,976	902,989	0,001	850,442	850,463	0,002
3	2/3-1	906,449	906,461	0,001	850,734	850,751	0,002
Średnia temperatura spalin		$(\bar{T}_a'')^{aprox}$	$(\bar{T}_a'')^{ex}$	$e_{\bar{T}_a''}$	$(\bar{T}_a''')^{aprox}$	$(\bar{T}_a''')^{ex}$	$e_{\bar{T}_a'''}$
		902,919	902,932	1,44 $\cdot 10^{-3}$	850,345	850,365	2,35 $\cdot 10^{-3}$

Tabela 8.5. Temperatura pary w pierwszym i drugim rzędzie rur wyznaczona za pomocą metody I i metody analitycznej ścisłej dla $n=5$

Nr węzła i	Współrzędna bezwymiarowa x_i^+	Pierwszy rząd		Różnica względna $e_{T_w}, \%$	Drugi rząd		Różnica względna $e_{T_w}, \%$
		Metoda przybliżona I	Metoda analityczna		Metoda przybliżona I	Metoda analityczna	
1	0,0	-	-	-	610,698	610,697	0,000
2	1/5	515,117	515,117	0,000	602,278	602,278	0,000
3	2/5	528,240	528,240	0,000	593,548	593,547	0,000
4	3/5	540,990	540,990	0,000	584,499	584,498	0,000
5	4/5	553,378	553,378	0,000	575,123	575,123	0,000
6	1,0	565,414	565,414	0,000	565,414	565,414	0,000

Tabela 8.6. Temperatura spalin za pierwszym i drugim rzędem rur wyznaczona za pomocą metody I i metody analitycznej ściślej $n=5$

Nr węzła i	Współrzędna bezwymiarowa x_i^+	Pierwszy rząd		Różnica względna $e_{T_a}, \%$	Drugi rząd		Różnica względna $e_{T_a}, \%$
		Metoda przybliżona I	Metoda analityczna		Metoda przybliżona I	Metoda analityczna	
1	0,0-1/5	898,602	898,602	0,000	849,735	849,736	0,000
2	1/5-2/5	900,830	900,830	0,000	850,155	850,156	0,000
3	2/5-3/5	902,994	902,994	0,000	850,470	850,471	0,000
4	3/5-4/5	905,097	905,097	0,000	850,680	850,681	0,000
5	4/5-1,0	907,139	907,139	0,000	850,785	850,786	0,000
Średnia temperatura spalin		$(\bar{T}_a'')^{aprox}$	$(\bar{T}_a'')^{ex}$	$e_{\bar{T}_a''}$	$(\bar{T}_a''')^{aprox}$	$(\bar{T}_a''')^{ex}$	$e_{\bar{T}_a'''}$
		902,932	902,932	0,000	850,365	850,366	1,18 $\cdot 10^{-4}$

Tabela 8.7. Temperatura pary w pierwszym i drugim rzędzie rur wyznaczona za pomocą metody II i metody analitycznej ściślej dla $n=5$

Nr węzła i	Współrzędna bezwymiarowa x_i^+	Pierwszy rząd		Różnica względna $e_{T_w}, \%$	Drugi rząd		Różnica względna $e_{T_w}, \%$
		Metoda przybliżona II	Metoda analityczna		Metoda przybliżona II	Metoda analityczna	
1	0,0	-	-	-	610,704	610,697	-0,001
2	1/5	515,118	515,117	0,000	602,284	602,278	-0,001
3	2/5	528,242	528,240	0,000	593,553	593,547	-0,001
4	3/5	540,993	540,990	-0,001	584,504	584,498	-0,001
5	4/5	553,382	553,378	-0,001	575,128	575,123	-0,001
6	1,0	565,418	565,414	-0,001	565,418	565,414	-0,001

Tabela 8.8. Temperatura spalin za pierwszym i drugim rzędem rur wyznaczona za pomocą metody II i metody analitycznej ścisłej $n=5$

Nr węzła i	Współrzędna bezwymiarowa x_i^+	Pierwszy rząd		Różnica względna $e_{T_a}, \%$	Drugi rząd		Różnica względna $e_{T_a}, \%$
		Metoda przybliżona II	Metoda analityczna		Metoda przybliżona II	Metoda analityczna	
1	0,0-1/5	898,597	898,602	0,001	849,728	849,736	0,001
2	1/5-2/5	900,825	900,830	0,001	850,148	850,156	0,001
3	2/5-3/5	902,989	902,994	0,001	850,463	850,471	0,001
4	3/5-4/5	905,092	905,097	0,000	850,673	850,681	0,001
5	4/5-1,0	907,135	907,139	0,000	850,778	850,786	0,001
Średnia temperatura spalin		$(\bar{T}_a'')^{approx}$	$(\bar{T}_a'')^{ex}$	$e_{\bar{T}_a''}$	$(\bar{T}_a''')^{approx}$	$(\bar{T}_a''')^{ex}$	$e_{\bar{T}_a'''}$
		902,928	902,932	4,87 $\cdot 10^{-4}$	850,358	850,366	9,41 $\cdot 10^{-4}$

Tabela 8.9. Temperatura pary w pierwszym i drugim rzędzie rur wyznaczona za pomocą metody I i metody analitycznej ścisłej dla $n=10$

Nr węzła i	Współrzędna bezwymiarowa x_i^+	Pierwszy rząd		Różnica względna $e_{T_w}, \%$	Drugi rząd		Różnica względna $e_{T_w}, \%$
		Metoda przybliżona I	Metoda analityczna		Metoda przybliżona I	Metoda analityczna	
1	0,0	-	-	-	610,697	610,697	0,000
2	1/10	508,412	508,412	0,000	606,526	606,526	0,000
3	2/10	515,117	515,117	0,000	602,278	602,278	0,000
4	3/10	521,726	521,726	0,000	597,952	597,952	0,000
5	4/10	528,240	528,240	0,000	593,549	593,547	0,000
6	5/10	534,661	534,661	0,000	589,063	589,063	0,000
7	6/10	540,990	540,990	0,000	584,499	584,498	0,000
8	7/10	547,229	547,229	0,000	579,852	579,852	0,000
9	8/10	553,378	553,378	0,000	575,123	575,123	0,000
10	9/10	559,440	559,440	0,000	570,311	570,311	0,000
11	1,0	565,414	565,414	0,000	565,414	565,414	0,000

Tabela 8.10. Temperatura spalin za pierwszym i drugim rzędem rur wyznaczona za pomocą metody I i metody analitycznej ściślej $n=10$

Nr węzła i	Współrzędna bezwymiarowa x_i^+	Pierwszy rząd		Różnica względna $e_{T_a}, \%$	Drugi rząd		Różnica względna $e_{T_a}, \%$
		Metoda przybliżona I	Metoda analityczna		Metoda przybliżona I	Metoda analityczna	
1	0,0-1/10	898,037	898,037	0,000	849,617	849,617	0,000
2	1/10-2/10	899,167	899,167	0,000	849,854	849,854	0,000
3	2/10-3/10	900,281	900,281	0,000	850,064	850,064	0,000
4	3/10-4/10	901,379	901,379	0,000	850,248	850,248	0,000
5	4/10-5/10	902,461	902,461	0,000	850,405	850,405	0,000
6	5/10-6/10	903,527	903,527	0,000	850,536	850,536	0,000
7	6/10-7/10	904,578	904,578	0,000	850,641	850,641	0,000
8	7/10-8/10	905,615	905,615	0,000	850,720	850,720	0,000
9	8/10-9/10	906,636	906,636	0,000	850,772	850,772	0,000
10	9/10-1,0	907,643	907,643	0,000	850,798	850,799	0,000
Średnia temperatura spalin		$(\bar{T}_a'')^{aprox}$	$(\bar{T}_a'')^{ex}$	$e_{\bar{T}_a''}$	$(\bar{T}_a''')^{aprox}$	$(\bar{T}_a''')^{ex}$	$e_{\bar{T}_a'''}$
		902,932	902,932	0,000	850,366	850,366	0,000

Tabela 8.11. Temperatura pary w pierwszym i drugim rzędzie rur wyznaczona za pomocą metody II i metody analitycznej ściślej dla $n=10$

Nr węzła i	Współrzędna bezwymiarowa x_i^+	Pierwszy rząd		Różnica względna $e_{T_w}, \%$	Drugi rząd		Różnica względna $e_{T_w}, \%$
		Metoda przybliżona II	Metoda analityczna		Metoda przybliżona II	Metoda analityczna	
1	0,0	-	-	-	610,698	610,697	0,000
2	1/10	508,412	508,412	0,000	606,527	606,526	0,000
3	2/10	515,117	515,117	0,000	602,279	602,278	0,000
4	3/10	521,726	521,726	0,000	597,953	597,952	0,000
5	4/10	528,240	528,240	0,000	593,549	593,547	0,000
6	5/10	534,662	534,661	0,000	589,064	589,063	0,000
7	6/10	540,991	540,990	0,000	584,500	584,498	0,000

8	7/10	547,230	547,229	0,000	575,853	579,852	0,000
9	8/10	553,379	553,378	0,000	575,124	575,123	0,000
10	9/10	559,441	559,440	0,000	570,312	570,311	0,000
11	1,0	565,514	565,414	0,000	565,415	565,414	0,000

Tabela 8.12. Temperatura spalin za pierwszym i drugim rzędem rur wyznaczona za pomocą metody II i metody analitycznej ścisłej $n=10$

Nr węzła i	Współrzędna bezwymiarowa x_i^+	Pierwszy rząd		Różnica względna e_{T_a} , %	Drugi rząd		Różnica względna e_{T_a} , %
		Metoda przybliżona II	Metoda analityczna		Metoda przybliżona II	Metoda analityczna	
1	0,0-1/10	898,036	898,037	0,000	849,615	849,617	0,000
2	1/10-2/10	899,166	899,167	0,000	849,852	849,854	0,000
3	2/10-3/10	900,280	900,281	0,000	850,062	850,064	0,000
4	3/10-4/10	901,377	901,379	0,000	850,246	850,248	0,000
5	4/10-5/10	902,459	902,461	0,000	850,402	850,405	0,000
6	5/10-6/10	903,526	903,527	0,000	850,534	850,536	0,000
7	6/10-7/10	904,577	904,578	0,000	850,693	850,641	0,000
8	7/10-8/10	905,614	905,615	0,000	850,718	850,720	0,000
9	8/10-9/10	906,635	906,636	0,000	850,771	850,772	0,000
10	9/10-1,0	907,642	907,643	0,000	850,797	850,799	0,000
Średnia temperatura spalin		$(\bar{T}_a'')^{aprox}$	$(\bar{T}_a'')^{ex}$	$e_{\bar{T}_a''}$	$(\bar{T}_a''')^{aprox}$	$(\bar{T}_a''')^{ex}$	$e_{\bar{T}_a'''}$
		902,931	902,932	1,1 $\cdot 10^{-4}$	850,369	850,366	-3,5 $\cdot 10^{-4}$

Należy zwrócić uwagę, że temperatury pary przedstawione w tabelach 8.1, 8.3, 8.5, 8.7, 8.9 i 8.11 reprezentują średnią wartość temperatury pary w dwudziestu rurach tworzących pojedynczy bieg. Przegrzewacz wtórny tworzą 44 płyty (panele) rozmieszczone równomiernie na szerokości komory paleniskowej. W każdym płacie para przepływa równolegle przez 20 rur. Również temperatura spalin przedstawiona w tabelach 8.2, 8.4, 8.6, 8.8, 8.10 i 8.12 przedstawia średnie temperatury spalin na szerokości danej komórki za dwudziestoma rurami pierwszego i drugiego biegu.

Średnie temperatury spalin \bar{T}_a'' i \bar{T}_a''' na całej szerokości przegrzewacza za pierwszym i drugim biegiem obliczono ze wzorów:

$$\bar{T}_a'' = \frac{\sum_{i=1}^n \bar{T}_{a,i}''}{n}, \quad \bar{T}_a''' = \frac{\sum_{i=1}^n \bar{T}_{a,i}'''}{n} \quad (8.3.3)$$

gdzie:

$\bar{T}_{a,i}''$ – średnia temperatura spalin za pierwszym biegiem na długości i -tej objętości skończonej,

$\bar{T}_{a,i}'''$ – średnia temperatura spalin za drugim biegiem na długości i -tej objętości skończonej.

Z analizy wartości średnich temperatur spalin za pierwszym \bar{T}_a'' i drugim \bar{T}_a''' rzędem rur obliczonych za pomocą metody I, które przedstawione są w tabelach 8.2, 8.6 i 8.10 odpowiednio dla $n=3$, $n=5$ i $n=10$ widać, że różnice między temperaturami średnimi obliczonymi za pomocą wzoru analitycznego ścisłego i za pomocą zaproponowanej metody numerycznej są pomijalnie małe i nie przekraczają wartości 0,001%. Również w przypadku metody II zgodność średnich temperatur spalin za pierwszym i drugim rzędem rur obliczonych za pomocą metody analitycznej ścisłej i zaproponowanej metody numerycznej (Tabele 8.4, 8.8 i 8.12) jest bardzo dobra, podobnie jak w przypadku metody I.

Średnie temperatury spalin za pierwszym i drugim rzędem rur obliczone za pomocą metody I i II dla $n=3$, $n=5$ i $n=10$ zestawione w tabelach 8.13 i 8.14 pokazują, że już przy $n=3$ otrzymane wartości tylko nieznacznie różnią się między sobą. Nawet przy tak niewielkiej liczbie objętości skończonych na długości jednego biegu równej $n=3$ dokładność prezentowanych metod numerycznych jest bardzo dobra, co stanowi dużą zaletę opracowanych metod. Czas obliczeń komputerowych jest bardzo krótki, co umożliwia zastosowanie opracowanych metod w trybie online, np. w układach monitorowania sprawności kotła lub stopnia zanieczyszczenia poszczególnych stopni przegrzewaczy.

Obliczona za pomocą zaproponowanych metod temperatura pary na wylocie z przegrzewacza wtórnego jest bardzo zbliżona do temperatury projektowej producenta kotła (Tabela 8.15).

Tabela 8.13. Średnie temperatury spalin za pierwszym i drugim rzędem rur wyznaczone za pomocą metody I

Liczba objętości skończonych n	Średnia temperatura spalin \bar{T}_a'' za pierwszym rzędem rur w °C	Średnia temperatura spalin \bar{T}_a''' za drugim rzędem rur w °C
3	902,932	850,363
5	902,932	850,365
10	902,932	850,366

Tabela 8.14. Średnie temperatury spalin za pierwszym i drugim rzędem rur wyznaczone za pomocą metody II

Liczba objętości skończonych n	Średnia temperatura spalin \bar{T}_a'' za pierwszym rzędem rur w °C	Średnia temperatura spalin \bar{T}_a''' za drugim rzędem rur w °C
3	902,919	850,345
5	902,928	850,358
10	902,931	850,369

Tabela 8.15. Temperatura wylotowa pary z analizowanego przegrzewacza w funkcji liczby objętości skończonych n

Liczba objętości skończonych n	Temperatura wylotowa pary w °C – metoda I	Temperatura wylotowa pary w °C - metoda II
3	610,699	610,715
5	610,698	610,704
10	610,697	610,698

Z analizy wyników przedstawionych w tabeli 8.15 widać, że metoda I i II daje bardzo podobne wyniki dla różnej liczby objętości skończonych na długości rur. Już przy $n=3$ otrzymuje się prawie identyczne wyniki jak przy $n=10$.

W celu oceny dokładności wyznaczonych temperatur pary i spalin zostaną obliczone średnie temperatury pary i spalin za pierwszym i drugim biegiem przegrzewacza metodą ϵ -NTU (ang. Effectiveness-Number of Transfer Units).

W pojedynczym biegu przegrzewacza para przepływa równolegle przez 20 rur w jednym z 44 równoległych paneli. Pojedynczy bieg przegrzewacza można zatem traktować jak jednobiegowy wymiennik krzyżowo-prądowy z 20 równoległymi rurami w płaszczyźnie pionowej i 44 rurami równooddalonymi w płaszczyźnie poziomej.

Do obliczania średniej temperatury pary i spalin na wylocie z przegrzewacza można stosować dwa różne podejścia. W pierwszym podejściu każdy bieg przegrzewacza traktowany jest jako jednorurowy wymiennik krzyżowo-prądowy. Dla tego typu wymienników są dwa wzory do obliczania efektywności wymiennika ε w funkcji liczby jednostek wymiany ciepła NTU w zależności, który spośród dwóch strumieni pojemności cieplnych $\dot{m}_a \bar{c}_{pa}$ i $\dot{m}_w \bar{c}_{pw}$ jest większy.

Biorąc pod uwagę, że współczynnik pojemności cieplnej pary jest mniejszy od współczynnika pojemności cieplnej spalin, równanie na efektywność pierwszego biegu przegrzewacza jest następujące [26, 45]

$$\varepsilon_I = \frac{\bar{T}'_a - \bar{T}''_a}{\bar{T}'_a - T'_{w,1}} = \frac{1}{C^*} \{1 - \exp[C^*(e^{-N_{aL}} - 1)]\} \quad (8.3.4)$$

gdzie liczba jednostek wymiany ciepła N_{aL} oraz iloraz strumieni pojemności cieplnych C^* są zdefiniowane następująco

$$N_{aL} = \frac{k_o A_o}{\dot{m}_a \bar{c}_{pa}} \quad (8.3.5)$$

$$C^* = \frac{\dot{m}_a \bar{c}_{pa}}{\dot{m}_w \bar{c}_{pw}} = \frac{N_{wL}}{N_{aL}} \quad (8.3.6)$$

Po podstawieniu danych otrzymuje się następujące wartości C^* , N_{aL} i efektywności cieplnej dla pierwszego biegu przegrzewacza ε_I : $C^* = 0,15773/0,18308 = 0,8615$, $N_{aL} = 0,18308$, $\varepsilon_I = 0,1558$. Z równania (8.3.4) otrzymuje się

$$\bar{T}''_a = \bar{T}'_a - \varepsilon_I(\bar{T}'_a - T'_{w,1}) \quad (8.3.7)$$

Po podstawieniu danych do równania (8.3.7) otrzymuje się średnią temperaturę spalin za pierwszym biegiem przegrzewacza $\bar{T}''_a = 902,934$ °C.

Z analizy wyników przedstawionych w tabelach 8.13 i 8.14 widać, że różnica względna pomiędzy średnią temperaturą spalin za pierwszym biegiem przegrzewacza \bar{T}_a'' uzyskaną za pomocą obydwu proponowanych metod i wartością temperatury wyznaczoną za pomocą wzoru (8.3.7) jest niewielka. W przypadku metody I niezależnie od liczby objętości skończonych średnia temperatura spalin za pierwszym rzędem rur wynosi $\bar{T}_a'' = 902,932$ °C. Różnica względna wynosi tylko: $e = 100(902,934 - 902,932)/902,934 = 0,00022\%$.

W przypadku metody II różnice między średnią temperaturą $\bar{T}_a'' = 902,934$ °C otrzymaną ze wzoru (8.3.7) są również bardzo małe. Dla $n=3$ różnica względna e wynosi $e = 100(902,934 - 902,919)/902,934 = 0,0017\%$.

Temperaturę pary wylotowej w pierwszym biegu wyznaczono przy warunku jednakowego strumienia ciepła przekazywanego od spalin do pary w pierwszym rzędzie rur

$$\dot{m}_w \bar{c}_{pw} (T_{w,1,n+1} - T'_{w,1}) = \dot{m}_a \bar{c}_{pa} (\bar{T}'_a - \bar{T}_a'') \quad (8.3.8)$$

Rozwiązanie równania (8.3.8) względem $T_{w,1,n+1}$ ma następującą postać

$$T_{w,1,n+1} = T'_{w,1} + C^* (\bar{T}'_a - \bar{T}_a'') \quad (8.3.9)$$

Po podstawieniu danych do równania (8.3.9) otrzymano: $T_{w,1,n+1} = 565,418$ °C. Obliczono również średnią temperaturę spalin za drugim rzędem rur, wykorzystując wzór ścisły (8.1.27) na efektywność analizowanego przegrzewacza

$$\varepsilon_r = \frac{\dot{m}_a \bar{c}_a (\bar{T}'_a - \bar{T}_a''')}{\dot{m}_a \bar{c}_a (\bar{T}'_a - T'_{w,1})} = \frac{(1 + e^{-NaL})(1 - e^{-2B_L})}{2C^*}$$

gdzie $B_L = C^*(1 - e^{-NaL})$.

Przekształcając powyższe równanie otrzymuje się

$$\bar{T}_a''' = \bar{T}'_a - \varepsilon_r (T'_a - T'_{w,1}) \quad (8.3.10)$$

Po podstawieniu danych do wzoru na efektywność przegrzewacza otrzymuje się: $\varepsilon_r = 0,26635$. Temperatura spalin za drugim rzędem rur, wyznaczona ze wzoru (8.3.10) wynosi $\bar{T}_a''' = 850,381^\circ\text{C}$. Względne różnice między temperaturami spalin wyznaczonymi ze wzoru (8.3.10) a temperaturami spalin obliczonymi za pomocą metody I lub II są bardzo małe. Największa różnica względna występuje dla metody II dla $n = 3$: $e = 100(850,381 - 850,345)/850,381 = 0,0042\%$.

Z bilansu ciepła dla całego przegrzewacza można wyznaczyć temperaturę pary $T_{w,2}''$ na wylocie z przegrzewacza

$$T_{w,2}'' = T_{w,1}' + C^*(\bar{T}_a' - \bar{T}_a''') \quad (8.3.11)$$

Po podstawieniu danych do wzoru (8.3.11) otrzymuje się temperaturę pary na wylocie z przegrzewacza $T_{w,2}'' = 610,697^\circ\text{C}$. Porównując temperaturę pary wyznaczoną ze wzoru (8.3.11) z wartościami temperatury pary na wylocie z przegrzewacza obliczonymi za pomocą metody I i II widać, że różnice są znikomo małe nawet przy liczbie objętości skończonych na długości jednego biegu równej $n=3$. Maksymalna różnica względna występuje dla metody II dla $n=3$: $e = 100(610,697 - 610,715)/610,697 = -0,0029\%$. Jest to jednak bardzo mała różnica.

W celu oceny dokładności wyników przedstawionych w tabelach 8.1-8.15 obliczono również średnie temperatury spalin za pierwszym i drugim rzędem rur oraz temperaturę pary na wylocie z pierwszego i drugiego biegu, stosując przybliżone równanie efektywności jednobiegowego krzyżowego wymiennika rurowego, w którym oba płyny są niezmieszane [26, 44]. Biorąc pod uwagę, że w jednym panelu (grodzi) znajduje się 20 rur w kierunku przepływu spalin, przez które równolegle przepływa para, a w kierunku prostopadłym do przepływu spalin (na szerokości kanału spalinowego) 44 panele, pojedynczy ciąg przegrzewacza można traktować jako krzyżowy wymiennik ciepła.

$$\varepsilon_c = 1 - \exp\left\{\frac{N_{al}^{0,22}}{C^*} [\exp(-C^* N_{al}^{0,78}) - 1]\right\} \quad (8.3.12)$$

Wzór (8.3.12) przybliża wzór ścisły do obliczania efektywności jednobiegowego krzyżowo-prądowego wymiennika ciepła o niemieszających się czynnikach [36]. Podstawiając $C^* = 0,15773/0,18308 = 0,8615$ i $N_{aL} = 0,18308$ do wzoru (8.3.12) otrzymuje się $\varepsilon_c = 0,15093$. Podstawiając wyznaczoną wartość ε_c do wyrażenia (8.3.7), średnia temperatura spalin za pierwszym rzędem rur wynosi $\bar{T}_a'' = 905,248$ °C. Względna różnica pomiędzy średnią temperaturą spalin za pierwszym biegiem przegrzewacza uzyskaną przy zastosowaniu zaproponowanych metod I i II (Tabela 8.13 i 8.14), a wartością uzyskaną przy zastosowaniu wzoru (8.3.12) na efektywność cieplną jest niewielka i wynosi $e = 100(905,248 - 902,919)/905,248 = 0,2573\%$ dla metody II przy $n=3$. Przy podziale jednego biegu na $n=5$ i $n=10$ wartości względne różnic są podobne. Należy podkreślić, że różnice między wynikami otrzymanymi przy zastosowaniu wzoru (8.3.12) oraz własnych metod numerycznych I i II są niewielkie. Wzór (8.3.12) jest przybliżeniem wzoru ścisłego o dużo bardziej złożonej postaci [36].

Średnia temperatura pary na wylocie z pierwszego biegu, określona za pomocą wzoru (8.3.9), wynosi $T_{w,1,n+1} = 563,427$ °C. Względna różnica między temperaturą pary na wylocie z pierwszego biegu, wyznaczoną za pomocą proponowanej metody, a temperaturą pary obliczoną za pomocą efektywności podanej równaniem (8.3.12) jest równa $e = 100(565,414 - 563,427)/656,414 = 0,3514\%$. Średnią temperaturę spalin za przegrzewaczem można również wyznaczyć stosując efektywność (8.3.12), zakładając, że temperatura spalin na wlocie do drugiego biegu jest równa średniej temperaturze spalin za pierwszym biegiem. Założenie to można przyjąć biorąc pod uwagę, że temperatura spalin za pierwszym rzędem rur obliczona za pomocą metody I dla $n=5$ zmienia się w zakresie od $T_{a,1}'' = 898,602$ °C do $T_{a,5}'' = 907,139$ °C (tabela 8.6).

Średnią temperaturę spalin za przegrzewaczem oblicza się za pomocą wzoru na efektywność dla drugiego biegu

$$\varepsilon_c = \frac{\bar{T}_a'' - \bar{T}_a'''}{\bar{T}_a'' - T_{w,1,n+1}} \quad (8.3.13)$$

Równanie na średnią temperaturę spalin za przegrzewaczem otrzymuje się przez przekształcenie równania (8.3.13)

$$\bar{T}_a''' = \bar{T}_a'' - \varepsilon_c(\bar{T}_a'' - T_{w,1,n+1}) \quad (8.3.14)$$

Podstawiając $\bar{T}_a'' = 905,248 \text{ }^\circ\text{C}$, $\varepsilon_c = 0,15093$, $T_{w,1,n+1} = 563,427 \text{ }^\circ\text{C}$ do równania (8.3.15) otrzymuje się $\bar{T}_a''' = 853,656 \text{ }^\circ\text{C}$. Różnica względna pomiędzy średnią temperaturą spalin za przegrzewaczem obliczona z wykorzystaniem efektywności podanej równaniem (8.3.13) a temperaturą obliczoną zaproponowaną metodą I wynosi $e = 100(853,656 - 850,365)/850,365 = 0,387\%$. Temperaturę pary na wylocie z drugiego biegu wyznaczono z warunku, że strumień ciepła odbieranego ze spalin w drugim biegu jest równy strumieniowi ciepła dostarczanego do pary.

$$\dot{m}_w \bar{c}_{pw}(T_{w,2}'' - T_{w,1,n+1}) = \dot{m}_a \bar{c}_{pa}(\bar{T}_a'' - \bar{T}_a''') \quad (8.3.15)$$

Rozwiązaniem równania (8.3.15) względem $T_{w,2}''$ jest

$$T_{w,2}'' = T_{w,1,n+1} + C^*(\bar{T}_a'' - \bar{T}_a''') \quad (8.3.16)$$

Podstawiając $T_{w,1,n+1} = 563,427 \text{ }^\circ\text{C}$, $C^* = 0,8615$, $\bar{T}_a'' = 905,248 \text{ }^\circ\text{C}$ i $\bar{T}_a''' = 853,656 \text{ }^\circ\text{C}$ do równania (8.3.16) otrzymuje się temperaturę pary na wylocie z przegrzewacza $T_{w,2}'' = 607,876 \text{ }^\circ\text{C}$. Względna różnica pomiędzy temperaturą pary za przegrzewaczem obliczoną z wykorzystaniem efektywności podanej w równaniu (8.3.13) a temperaturą obliczoną zaproponowaną metodą I wynosi $e = 100(607,876 - 610,698)/610,698 = -0,462 \%$.

Podobne różnice temperatury w obliczonych temperaturach spalin i pary za pomocą wzoru (8.3.12) na efektywność cieplną wymiennika krzyżowo-prądowego i temperaturami spalin oraz pary otrzymuje się dla metody II.

Przedstawiony przykład obliczenia przegrzewacza w dużym kotle energetycznym pokazuje, podobnie jak inne przykłady, że proponowane metody I i II obliczania wymienników ciepła są proste i dokładne. Nawet przy podziale wymienników ciepła na niewielką liczbę elementów skończonych dokładność obliczeń jest bardzo dobra. Temperatury obu płynów, jak również temperatury ścianek rur, mogą być obliczane w dowolnym punkcie, a nie tylko w węzłach objętości skończonych, na które podzielony jest wymiennik ciepła. W przypadku metody II temperaturę spalin

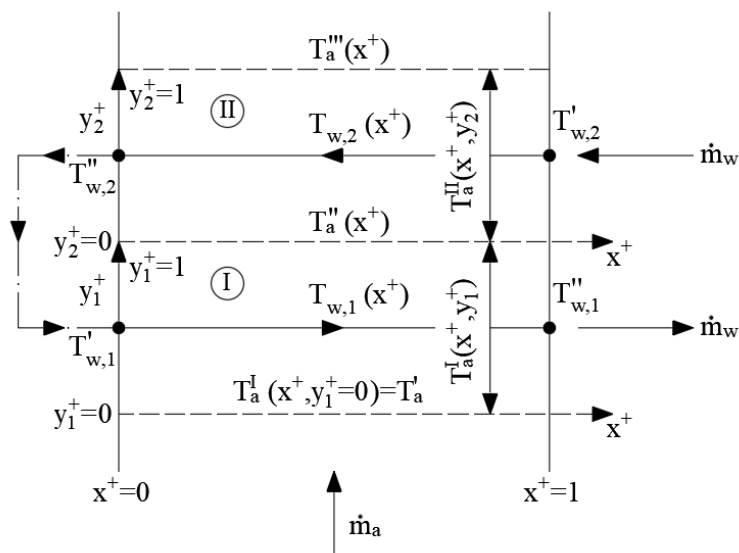
i pary oblicza się w węzłach. Zaletą II metody jest również bardzo wysoka dokładność oraz prosta postać wzorów obliczeniowych.

9. Dwubiegowy wymiennik rurowy krzyżowo-przeciwprądowy

W niniejszym rozdziale opracowano ścisły i przybliżony model matematyczny wymiennika rurowego dwubiegowego o krzyżowo-prądowym przepływie czynników. W pierwszej kolejności opracowano model analityczny ścisły. Model matematyczny przybliżony zbudowany został z wykorzystaniem metody pierwszej zaproponowanej w pracy. W celu oceny dokładności modelu numerycznego wykorzystano rozwiązanie analityczne ścisłe.

9.1. Model analityczny ścisły

W tym podrozdziale przedstawiono model analityczny ścisły dwubiegowego wymiennika rurowego krzyżowo-przeciwprądowego, którego układ przepływowy przedstawiono na rysunku 9.1.



Rys. 9.1. Schemat dwubiegowego wymiennika ciepła o krzyżowym przepływie czynników

Równania różniczkowe dla drugiego biegu (pierwszego rzędu rur) wymiennika opisującego zmiany temperatury $T_{w,1}$ czynnika przepływającego wewnątrz rur oraz

temperatury T_a^I czynnika przepływającego prostopadle do osi rur mają następującą postać

$$\frac{dT_{w,1}(x^+)}{dx^+} = -N_{wL}^I [T_{w,1}(x^+) - T_{ma}^I(x^+)] \quad , \quad 0 \leq x^+ \leq 1 \quad (9.1.1)$$

$$\frac{\partial T_a^I}{\partial y_1^+} = N_{aL}^I [T_{w,1}(x^+) - T_a^I(x^+, y_1^+)] \quad , \quad 0 \leq x^+ \leq 1, \quad 0 \leq y_1^+ \leq 1 \quad (9.1.2)$$

gdzie średnia temperatura gazu na grubości pierwszego rzędu rur zdefiniowana jest następująco

$$T_{ma}^I = \int_{y_1^+=0}^1 T_a^I(x^+, y_1^+) dy_1^+ \quad (9.1.3)$$

Na wlocie do drugiego biegu zadana jest temperatura $T'_{w,1}$, która wyznaczona zostanie w trakcie budowy modelu matematycznego wymiennika. Temperatura spalin T'_a przed wymiennikiem jest znana. Warunki brzegowe przyjmują postać:

$$T_{w,1}|_{x^+=0} = T'_{w,1} \quad (9.1.4)$$

$$T_a^I|_{y_1^+=0} = T'_a \quad (9.1.5)$$

Temperatura spalin T'_a jest stała na długości wymiennika. Równania różniczkowe i warunki brzegowe dla pierwszego biegu (drugiego rzędu rur) są następujące:

$$\frac{dT_{w,2}(x^+)}{dx^+} = N_{wL}^{II} [T_{w,2}(x^+) - T_{ma}^{II}(x^+)] \quad , \quad 0 \leq x^+ \leq 1 \quad (9.1.6)$$

$$\frac{\partial T_a^{II}}{\partial y_2^+} = N_{aL}^{II} [T_{w,2}(x^+) - T_a^{II}(x^+, y_2^+)] \quad (9.1.7)$$

$$0 \leq x^+ \leq 1, \quad 0 \leq y_2^+ \leq 1$$

gdzie średnia temperatura na grubości drugiego rzędu rur obliczana jest ze wzoru:

$$T_{ma}'' = \int_{y_2^+ = 0}^1 T_a''(x^+, y_2^+) dy_2^+ \quad (9.1.8)$$

$$T_{w,2}|_{x^+=1} = T'_{w,2} \quad (9.1.9)$$

$$T_a''|_{y_2^+=0} = T_a''(x^+) \quad (9.1.10)$$

Temperatura $T'_{w,2}$ zadana jest na wlocie wymiennika. Symbol $T_a''(x^+)$ oznacza temperaturę spalin za drugim biegiem (Rys. 9.1).

Rozwiązanie równań (9.1.1) i (9.1.2) przy warunkach brzegowych (9.1.4) i (9.1.5)

$$T_{w,1}(x^+) = T'_a + (T'_{w,1} - T'_a) \exp(-B_L x^+) \quad (9.1.11)$$

gdzie:

$$B_L = \frac{N_{wL}}{N_{aL}} (1 - e^{-N_{aL}}) \quad (9.1.12)$$

Temperatura spalin za pierwszym rzędem rur określona jest wzorem

$$T_a''(x^+) = T'_a + (T'_{w,1} - T'_a) e^{-B_L x^+} (1 - e^{-N_{aL}}) \quad (9.1.13)$$

Następnie wyznaczona zostanie temperatura płynu w rurach oraz temperatura gazu przepływającego poprzecznie do osi rur. Najpierw rozwiązane zostanie równanie (9.1.7). Równanie (9.1.7) można zapisać w postaci:

$$\frac{\partial [T_{w,2}(x^+) - T_a''(x^+, y_2^+)]}{\partial y_2^+} = -N_{aL} [T_{w,2}(x^+) - T_a''(x^+, y_2^+)] \quad (9.1.14)$$

Po rozdzieleniu zmiennych w równaniu (9.1.14) otrzymuje się

$$\frac{\partial [T_{w,2}(x^+) - T_a^{II}(x^+, y_2^+)]}{T_{w,2}(x^+) - T_a^{II}(x^+, y_2^+)} = -N_{al} \partial y_2^+ \quad (9.1.15)$$

Scałkowanie równania (9.1.15) daje

$$\ln [T_{w,2}(x^+) - T_a^{II}(x^+, y_2^+)] = -N_{al} y_2^+ + C_1 \quad (9.1.16)$$

$$T_{w,2}(x^+) - T_a^{II}(x^+, y_2^+) = C_2 e^{-N_{al} y_2^+} \quad (9.1.17)$$

gdzie:

$$C_2 = e^{C_1} \quad (9.1.18)$$

Po uwzględnieniu warunku brzegowego (9.1.10) otrzymuje się

$$T_a^{II}(x^+, y_2^+) = T_{w,2}(x^+) - [T_{w,2}(x^+) - T_a^{II}(x^+)] e^{-N_{al} y_2^+} \quad (9.1.19)$$

Temperaturę średnią gazu na grubości drugiego rzędu rur oblicza się za pomocą wzoru (9.1.8). Po podstawieniu wyrażenia (9.1.19) do (9.1.8) otrzymuje się:

$$T_{ma}^{II} = T_{w,2}(x^+) \left(y_2^+ + \frac{1}{N_{al}} e^{-N_{al} y_2^+} \right) \Big|_0^1 - T_a^{II}(x^+) \frac{1}{N_{al}} e^{-N_{al} y_2^+} \Big|_0^1 = \quad (9.1.20)$$

$$T_{w,2}(x^+) \left(1 + \frac{1}{N_{al}} e^{-N_{al}} - \frac{1}{N_{al}} \right) - \left[T_a^{II}(x^+) \frac{1}{N_{al}} (e^{-N_{al}} - 1) \right]$$

$$T_{ma}^{II} = T_{w,2}(x^+) \left[1 - \frac{1}{N_{al}} (1 - e^{-N_{al}}) \right] + T_a^{II}(x^+) \frac{1 - e^{-N_{al}}}{N_{al}} \quad (9.1.21)$$

$$T_{ma}^{II} = T_{w,2}(x^+) \left[1 - \frac{1 - e^{-N_{al}}}{N_{al}} \right] + T_a^{II}(x^+) \frac{1 - e^{-N_{al}}}{N_{al}} \quad (9.1.22)$$

Wyrażenie (9.1.22) można zapisać w postaci

$$T_{ma}^{II} = T_{w,2}(x^+) \left[1 - \frac{B_L}{N_{wL}} \right] + T_a^{II}(x^+) \frac{B_L}{N_{wL}} \quad (9.1.23)$$

gdzie B określone jest wzorem (9.1.12).

Po podstawieniu do równania (9.1.6) wyrażenia (9.1.23) otrzymuje się:

$$\frac{dT_{w,2}}{dx^+} = N_{wL} \left[T_{w,2}(x^+) - T_{w,2}(x^+) \left(1 - \frac{B_L}{N_{wL}} \right) - T_a''(x^+) \frac{B_L}{N_{wL}} \right] \quad (9.1.24)$$

Po przekształceniach równanie (9.1.24) przyjmuje następującą postać:

$$\frac{dT_{w,2}}{dx^+} = B_L T_{w,2}(x^+) - B_L T_a''(x^+) \quad (9.1.25)$$

Po podstawieniu temperatury $T_a''(x^+)$ za pierwszym rzędem rur określonej wzorem (9.1.13) do równania (9.1.25) otrzymuje się:

$$\frac{dT_{w,2}}{dx^+} = B_L T_{w,2}(x^+) - B_L [T_a' + (T_{w,1}' - T_a') e^{-B_L x^+} (1 - e^{-N_{aL}})] \quad (9.1.26)$$

$$\frac{dT_{w,2}}{dx^+} = B_L T_{w,2}(x^+) - B_L T_a' - B_L (T_{w,1}' - T_a') (1 - e^{-N_{aL}}) e^{-B_L x^+} \quad (9.1.27)$$

Wprowadzając oznaczenie

$$C_3 = B_L (T_{w,1}' - T_a') (1 - e^{-N_{aL}}) \quad (9.1.28)$$

równanie (9.1.27) upraszcza się do postaci

$$\frac{dT_{w,2}}{dx^+} = B_L T_{w,2}(x^+) - B_L T_a' - C_3 e^{-B_L x^+} \quad (9.1.29)$$

Równanie (9.1.29) zostanie rozwiązane metodą uzmienniania stałej. Najpierw zostanie rozwiązane następujące równanie jednorodne

$$\frac{dT_{w,2}}{dx^+} = B_L T_{w,2}(x^+) \quad (9.1.30)$$

Po rozdzieleniu zmiennych

$$\frac{dT_{w,2}}{T_{w,2}} = B_L dx^+ \quad (9.1.31)$$

i scałkowaniu równania (9.1.31) otrzymuje się

$$\ln T_{w,2} = B_L x^+ + C_4 \quad (9.1.32)$$

$$T_{w,2}(x^+) = C_5 e^{B_L x^+} \quad (9.1.33)$$

gdzie stała C_5 wynosi

$$C_5 = e^{C_4} \quad (9.1.34)$$

Po uzmiennieniu stałej C_5 w rozwiązaniu (9.1.33) rozwiązanie na rozkład temperatury pary w drugim rzędzie rur przyjmuje postać

$$T_{w,2}(x^+) = C_5(x^+) e^{B_L x^+} \quad (9.1.35)$$

Po podstawieniu (9.1.35) do równania niejednorodnego (9.1.29) otrzymuje się

$$\frac{dC_5}{dx^+} = -B_L T'_a e^{-B_L x^+} - C_3 e^{-2B_L x^+} \quad (9.1.36)$$

Stałą C_5 otrzymuje się całkując równanie (9.1.36)

$$C_5(x^+) = T'_a e^{-B_L x^+} + \frac{C_3}{2B_L} e^{-2B_L x^+} + C_6 \quad (9.1.37)$$

Podstawiając (9.1.37) do (9.1.35) otrzymuje się wyrażenie na temperaturę płynu w drugim rzędzie rur (pierwszym biegu) wymiennika

$$T_{w,2}(x^+) = \left[T'_a e^{-B_L x^+} + \frac{C_3}{2B_L} e^{-2B_L x^+} + C_6 \right] e^{B_L x^+} \quad (9.1.38)$$

Stałą C_6 wyznacza się z warunku brzegowego (9.1.9)

$$T'_a + \frac{C_3}{2B_L} e^{-B_L} + C_6 e^{B_L} = T'_{w,2} \quad (9.1.39)$$

Rozwiązaniem równania (9.1.39) jest

$$C_6 = (T'_{w,2} - T'_a) e^{-B_L} - \frac{C_3}{2B_L} e^{-2B_L} \quad (9.1.40)$$

Podstawiając stałą C_6 do wzoru (9.1.38) otrzymuje się po przekształceniach następujące wyrażenie na temperaturę płynu $T_{w,2}(x^+)$ w drugim rzędzie rur

$$T_{w,2}(x^+) = T'_a + \frac{C_3}{2B_L} [e^{-B_L x^+} - e^{-2B_L + B_L x^+}] + (T'_{w,2} - T'_a) e^{-B_L(1-x^+)} \quad (9.1.41)$$

Zauważając, że temperatura płynu na wlocie do pierwszego rzędu rur jest równa temperaturze płynu na wylocie z drugiego rzędu rur, otrzymuje się następujące równanie do wyznaczenia temperatury $T'_{w,1}$

$$T'_{w,1} = T''_{w,2} \quad (9.1.42)$$

gdzie $T''_{w,2} = T_{w,2}(x^+ = 0)$

Podstawienie $T''_{w,2}$ do równania (9.1.42) daje

$$T'_{w,1} = T'_a + \frac{C_3}{2B_L} (1 - e^{-2B_L}) + (T'_{w,2} - T'_a) e^{-B_L} \quad (9.1.43)$$

Uwzględniając C_3 określone wzorem (9.1.28) do równania (9.1.44) otrzymuje się

$$T'_{w,1} = T'_a + \frac{T'_{w,1} - T'_a}{2} (1 - e^{-2B_L})(1 - e^{-NaL}) + (T'_{w,2} - T'_a) e^{-B_L} \quad (9.1.44)$$

Po uporządkowaniu wyrazów równanie (9.1.44) upraszcza się do postaci

$$(T'_{w,1} - T'_a) = \frac{T'_{w,1} - T'_a}{2} (1 - e^{-2BL})(1 - e^{-NaL}) + (T'_{w,2} - T'_a)e^{-BL} \quad (9.1.45)$$

Przekształcając równanie (9.1.45) do postaci $(T'_{w,1} - T'_a)$ otrzymuje się

$$(T'_{w,1} - T'_a)[2 - (1 - e^{-NaL})(1 - e^{-2BL})] = 2(T'_{w,2} - T'_a)e^{-BL} \quad (9.1.46)$$

Rozwiązaniem równania algebraicznego (9.1.46) jest temperatura płynu na wlocie do pierwszego rzędu rur

$$T'_{w,1} = T'_a + \frac{2(T'_{w,2} - T'_a)e^{-BL}}{2 - (1 - e^{-2BL})(1 - e^{-NaL})} \quad (9.1.47)$$

Po podstawieniu wyrażenia (9.1.47) na $T'_{w,1}$ do wzoru (9.1.11) i podstawieniu $x^+ = 1$ otrzymuje się temperaturę płynu $T''_{w,1}$ na wylocie z pierwszego rzędu

$$T'_{w,1} = T_{w,1}(x^+) |_{x^+=1} = T'_a + \frac{2(T'_{w,2} - T'_a)e^{-BL}}{2 - (1 - e^{-2BL})(1 - e^{-NaL})} \quad (9.1.48)$$

Po podstawieniu wyrażenia (9.1.47) na $T'_{w,1}$ do wzoru (9.1.11) otrzymuje się

$$T_{w,1}(x^+) = T'_a + \frac{2(T'_{w,2} - T'_a)e^{-BL(1+x^+)}}{2 - (1 - e^{-2BL})(1 - e^{-NaL})} \quad (9.1.49)$$

Temperaturę spalin za pierwszym rzędem rur $T''_a(x^+)$ otrzymuje się podstawiając wyrażenie (9.1.47) na $T'_{w,1}$ do wzoru (9.1.13)

$$T''_a(x^+) = T'_a + \frac{2(T'_{w,2} - T'_a)(1 - e^{-NaL})}{2 - (1 - e^{-2BL})(1 - e^{-NaL})} e^{-BL(1+x^+)} \quad (9.1.50)$$

Znając $T'_{w,1}$ określone wzorem (9.1.47) można obliczyć stałą C_3 ze wzoru (9.1.28), a następnie temperaturę $T_{w,2}$ ze wzoru (9.1.38) oraz temperaturę gazu T''_a ze wzoru (9.1.19).

Temperaturę gazu w drugim rzędzie rur określa wzór (9.1.19), który zapisany zostanie w postaci

$$T_a''(x^+, y_2^+) = (1 - e^{-N_{aL}y_2^+})T_{w,2}(x^+) + T_a'' e^{-N_{aL}y_2^+} \quad (9.1.51)$$

Wzór na temperaturę gazu za drugim rzędem rur $T_a'''(x^+)$ otrzymuje się ze wzoru (9.1.51) po podstawieniu $y_2^+ = 1$

$$T_a'''(x^+) = (1 - e^{-N_{aL}})T_{w,2}(x^+) + T_a'' e^{-N_{aL}} \quad (9.1.52)$$

Temperatura średnia gazu za drugim rzędem rur na długości przedziału $[x_i^+, x_{i+1}^+]$ zdefiniowana jest następująco

$$\begin{aligned} (\bar{T}_{a,i})^e &= \frac{1}{x_{i+1}^+ - x_i^+} \int_{x_i^+}^{x_{i+1}^+} T_a'''(x^+) dx^+ \\ &= \frac{1}{x_{i+1}^+ - x_i^+} \int_{x_i^+}^{x_{i+1}^+} [(1 - e^{-N_{aL}})T_{w,2}(x^+) + T_a'' e^{-N_{aL}}] dx^+ \\ &= (1 - e^{-N_{aL}}) \frac{1}{x_{i+1}^+ - x_i^+} \int_{x_i^+}^{x_{i+1}^+} T_{w,2}(x^+) dx^+ + e^{-N_{aL}} \frac{1}{x_{i+1}^+ - x_i^+} \int_{x_i^+}^{x_{i+1}^+} T_a''(x^+) dx^+ \\ &= (1 - e^{-N_{aL}})(\bar{T}_{w,2,i})^e + e^{-N_{aL}}(\bar{T}_{a,i})^e \end{aligned} \quad (9.1.53)$$

Średnia temperatura czynnika przepływającego w drugim rzędzie na długości jednego przedziału $[x_i^+, x_{i+1}^+]$ określona jest wzorem

$$(\bar{T}_{w,2,i})^e = \frac{1}{x_{i+1}^+ - x_i^+} \int_{x_i^+}^{x_{i+1}^+} T_{w,2}(x^+) dx^+ \quad (9.1.54)$$

Podstawienie wyrażenia (9.1.41) do wzoru (9.1.54) daje

$$\begin{aligned}
(\bar{T}_{w,2,i})^e &= \frac{1}{x_{i+1}^+ - x_i^+} \int_{x_i^+}^{x_{i+1}^+} \left\{ T'_a + \frac{C_3}{2B_L} [e^{-B_L x^+} - e^{-2B_L + B_L x^+}] \right. \\
&\quad \left. + (T'_{w,2} + T'_a) e^{-B_L(1-x^+)} \right\} dx^+
\end{aligned} \tag{9.1.55}$$

Po obliczeniu całki we wzorze (9.1.55) otrzymuje się

$$\begin{aligned}
(\bar{T}_{w,2,i})^e &= T'_a + \frac{1}{x_{i+1}^+ - x_i^+} \left\{ \frac{C_3}{2B_L^2} [e^{-B_L x_i^+} - e^{-B_L x_{i+1}^+} - e^{-2B_L + B_L x_{i+1}^+}] \right. \\
&\quad \left. + e^{-2B_L + B_L x_i^+} \right\} + \frac{T'_{w,2} + T'_a}{B_L} [e^{-B_L(1-x_{i+1}^+)} - e^{-B_L(1-x_i^+)}]
\end{aligned} \tag{9.1.56}$$

Po prostych przekształceniach wzór (9.1.56) przyjmuje postać

$$\begin{aligned}
(\bar{T}_{w,2,i})^e &= T'_a + \frac{1}{x_{i+1}^+ - x_i^+} \frac{C_3}{2B_L^2} [e^{-B_L x_i^+} (1 + e^{-2B_L(1-x_i^+)}) \\
&\quad - e^{-B_L x_{i+1}^+} (1 + e^{-2B_L(1-x_{i+1}^+)})] \\
&\quad + \frac{T'_{w,2} + T'_a}{B_L(x_{i+1}^+ - x_i^+)} [e^{-B_L(1-x_{i+1}^+)} - e^{-B_L(1-x_i^+)}]
\end{aligned} \tag{9.1.57}$$

Stałą C_3 określoną wzorem (9.1.28) występującą we wzorze (9.1.57) można przekształcić z uwzględnieniem wzoru (9.1.47) na $T'_{w,1}$ do postaci

$$C_3 = \frac{2B_L e^{-B_L} (1 - e^{-N_{al}}) (T'_{w,2} - T'_a)}{2 - (1 - e^{-2B_L})(1 - e^{-N_{al}})} \tag{9.1.58}$$

Średnia temperatura gazu $(\bar{T}''_{a,i})^e$ za pierwszym rzędem rur na długości przedziału $[x_i^+, x_{i+1}^+]$ określona jest wzorem

$$\begin{aligned}
(\bar{T}''_{a,i})^e &= \frac{1}{x_{i+1}^+ - x_i^+} \int_{x_i^+}^{x_{i+1}^+} T''_a(x^+) dx^+ \\
&= \frac{1}{x_{i+1}^+ - x_i^+} \int_{x_i^+}^{x_{i+1}^+} \left[T'_a + \frac{2(T'_{w,2} - T'_a)(1 - e^{-N_{al}})}{2 - (1 - e^{-2B_L})(1 - e^{-N_{al}})} e^{-B_L(1+x^+)} \right] dx^+
\end{aligned} \tag{9.1.59}$$

Po przeprowadzeniu całkowania we wzorze (9.1.59) otrzymuje się

$$(\bar{T}_{a,i}'')^e = T_a' + \frac{2(T_{w,2}' - T_a')(1 - e^{-N_{al}})}{2 - (1 - e^{-2B_L})(1 - e^{-N_{al}})} \frac{e^{-B_L(1+x_i^+)} - e^{-B_L(1+x_{i+1}^+)}}{B_L(x_{i+1}^+ - x_i^+)} \quad (9.1.60)$$

Średnią temperaturę gazu \bar{T}_{al}'' za pierwszym rzędem rur na całej długości L wymiennika otrzymuje się ze wzoru (9.1.60) po podstawieniu $x_i^+ = 0$ i $x_{i+1}^+ = 1$

$$\bar{T}_{al}'' = T_a' + \frac{2(T_{w,2}' - T_a')(1 - e^{-N_{al}})}{2 - (1 - e^{-2B_L})(1 - e^{-N_{al}})} \frac{e^{-B_L} - e^{-2B_L}}{B_L} \quad (9.1.61)$$

Wzór (9.1.53) na średnią temperaturę spalin $(\bar{T}_{a,i}''')^e$ można przekształcić uwzględniając wyrażenie (9.1.57) na $(\bar{T}_{w,2,i})^e$ oraz wzór (9.1.59) na $(\bar{T}_{a,i}'')^e$

$$\begin{aligned} (\bar{T}_{a,i}''')^e &= T_a' + (T_{w,2}' - T_a') \frac{(1 - e^{-N_{al}})}{x_{i+1}^+ - x_i^+} \times \\ &\left[\frac{e^{-B_L}(1 - e^{-N_{al}})}{B_L[2 - (1 - e^{-2B_L})(-e^{-N_{al}})]} \left(e^{-B_L x_i^+} - e^{-B_L x_{i+1}^+} - e^{B_L x_{i+1}^+ - 2B_L} + e^{B_L x_i^+ - 2B_L} \right) + \right. \\ &\quad \left. \frac{1}{B_L} \left(e^{-B_L(1-x_{i+1}^+)} - e^{-B_L(1-x_i^+)} \right) \right] + \\ &(T_{w,2}' - T_a') e^{-N_{al}} \left[\frac{2N_{al} e^{-B_L}}{N_{wL}[2 - (1 - e^{-2B_L})(1 - e^{-N_{al}})]} \frac{e^{-B_L x_i^+} - e^{-B_L x_{i+1}^+}}{x_{i+1}^+ - x_i^+} \right] \end{aligned} \quad (9.1.62)$$

gdzie

$$B_L = \frac{N_{wL}}{N_{al}} (1 - e^{-N_{al}})$$

Temperaturę średnią gazu \bar{T}_{al}''' za wymiennikiem otrzymuje się podstawiając $x_i^+ = 0$ oraz $x_{i+1}^+ = 1$ do wzoru (9.1.62)

$$\begin{aligned} \bar{T}_{aL}''' &= T_a' + (T_{w,2}' - T_a')(1 - e^{-N_{aL}}) \times \\ &\left[\frac{e^{-B_L}(1 - e^{-N_{aL}})}{B_L[2 - (1 - e^{-2B_L})(-e^{-N_{aL}})]} (1 - e^{-B_L})^2 + \frac{1}{B_L}(1 - e^{-B_L}) \right] + \\ &(T_{w,2}' - T_a')e^{-N_{aL}} \left[\frac{N_{aL}}{N_{wL}} \frac{2(1 - e^{-B_L})e^{-B_L}}{[2 - (1 - e^{-2B_L})(1 - e^{-N_{aL}})]} \right] \end{aligned} \quad (9.1.63)$$

Wzór (9.1.63) można uprościć do postaci

$$\begin{aligned} \bar{T}_{aL}''' &= T_a' + (T_{w,2}' - T_a')(1 - e^{-N_{aL}}) \frac{N_{aL}}{N_{wL}} \left\{ \frac{e^{-B_L}(1 - e^{-N_{aL}})(1 - e^{-B_L})}{[2 - (1 - e^{-2B_L})(1 - e^{-N_{aL}})]} + \right. \\ &\left. 1 + \frac{2e^{-N_{aL}}e^{-B_L}}{[2 - (1 - e^{-2B_L})(1 - e^{-N_{aL}})]} \right\} \end{aligned} \quad (9.1.64)$$

Po przekształceniach wzoru (9.1.64) otrzymuje się

$$\bar{T}_{aL}''' = T_a' + (T_{w,2}' - T_a') \frac{1}{C^*} \frac{(1 - e^{-2B_L})(1 + e^{-N_{aL}})}{2 - (1 - e^{-2B_L})(1 - e^{-N_{aL}})} \quad (9.1.65)$$

gdzie

$$C^* = \frac{\dot{m}_a c_{pa}}{\dot{m}_w c_{pw}} = \frac{N_{wL}}{N_{aL}}$$

9.1.1. Efektywność wymiennika

Efektywność wymiennika P_w od strony wody określona jest wzorem

$$P_w = \frac{\dot{m}_w c_{pw} (T_{w,1}'' - T_{w,2}')}{\dot{m}_w c_{pw} (T_a' - T_{w,2}')} = \frac{T_{w,1}'' - T_{w,2}'}{T_a' - T_{w,2}'} \quad (9.1.66)$$

Po podstawieniu wzoru (9.1.48) na $T_{w,1}''$ do (9.1.66) otrzymuje się

$$P_w = 1 - \frac{2e^{-2B_L}}{2 - (1 - e^{-2B_L})(1 - e^{-N_{aL}})} \quad (9.1.67)$$

Wzór można przekształcić do postaci

$$P_w = \frac{(1 - e^{-2BL})(1 + e^{-N_{aL}})}{2 - (1 - e^{-2BL})(1 - e^{-N_{aL}})} \quad (9.1.68)$$

Efektywność wymiennika P_a określona jest wzorem

$$P_a = \frac{\dot{m}_a c_{pa} (T'_a - \bar{T}'_{aL})}{\dot{m}_a c_{pa} (T'_a - T'_{w,2})} = \frac{T'_a - \bar{T}'_{aL}}{T'_a - T'_{w,2}} \quad (9.1.69)$$

Po podstawieniu (9.1.65) do (9.1.69) otrzymuje się

$$P_a = \frac{1}{C^*} \frac{(1 - e^{-2BL})(1 + e^{-N_{aL}})}{2 - (1 - e^{-2BL})(1 - e^{-N_{aL}})} \quad (9.1.70)$$

Łatwo można sprawdzić poprawność wzorów (9.1.68) i (9.1.70) na P_w i P_a sprawdzając, czy zachodzi równość strumienia ciepła przekazywanego od płynu przepływającego poprzecznie do osi rur, do płynu przepływającego wewnątrz rur

$$P_a N_{wL} = P_w N_{aL} \quad (9.1.71)$$

Wyprowadzone wzory na efektywność umożliwiają szybkie wyznaczenie temperatur wylotowych czynników. Ze wzoru (9.1.69) na P_a otrzymuje się zależność do obliczania średniej temperatury spalin za wymiennikiem

$$\bar{T}'_{aL} = T'_a - P_a (T'_a - T'_{w,2}) \quad (9.1.72)$$

Jeżeli znana jest średnia temperatura spalin \bar{T}'_{aL} , to temperaturę pary na wylocie z wymiennika można wyznaczyć z równości strumienia cieplnego oddawanego przez spaliny i przejmowanego przez parę

$$\dot{m}_w c_{pw} (T''_{w,1} - T'_{w,2}) = \dot{m}_a c_{pa} (T'_a - \bar{T}'_{aL}) \quad (9.1.73)$$

Z równania (9.1.73) wyznacza się temperaturę pary $T''_{w,1}$ na wylocie z wymiennika

$$T''_{w,1} = T'_{w,2} + \frac{\dot{m}_a c_{pa}}{\dot{m}_w c_{pw}} (T'_a - \bar{T}'''_{aL}) = T'_{w,2} + C^* (T'_a - \bar{T}'''_{aL}) \quad (9.1.74)$$

Temperaturę pary $T''_{w,1}$ na wylocie z wymiennika można alternatywnie wyznaczyć z wyrażenia (9.1.66) na efektywność wymiennika od strony pary

$$T''_{w,1} = T'_{w,2} + P_w (T'_a - T'_{w,2}) \quad (9.1.75)$$

Wyznaczając P_w z wyrażenia (9.1.71) i podstawiając je do wzoru (9.1.75) otrzymuje się

$$T''_{w,1} = T'_{w,2} + \frac{P_a N_{wL}}{N_{aL}} (T'_a - T'_{w,2}) = T'_{w,2} + P_a C^* (T'_a - T'_{w,2}) \quad (9.1.76)$$

Z wyrażenia (9.1.69) na P_a wyznacza się temperaturę T'_a

$$T'_a - T'_{w,2} = \frac{T'_a - \bar{T}'''_{aL}}{P_a} \quad (9.1.77)$$

Podstawienie wyrażenia (9.1.77) do (9.1.76) daje wzór (9.1.74).

9.1.2. Wyznaczanie rozkładu temperatury pary i spalin z wykorzystaniem rozwiązania ścisłego

Do obliczeń rozkładu temperatury pary i spalin przyjęto następujące dane:

- temperatura spalin przed przegrzewaczem $T'_a = 977 \text{ }^\circ\text{C}$,
- temperatura pary na wlocie do przegrzewacza $T'_{w,2} = 501,61 \text{ }^\circ\text{C}$,
- liczba jednostek ciepła od strony spalin $N_{aL} = 0,18308$,
- liczba jednostek ciepła od strony pary $N_{wL} = 0,15773$.

Temperatura pary $T''_{w,1}$ na wylocie z przegrzewacza oraz średnia temperatura spalin za przegrzewaczem \bar{T}'''_{aL} obliczone za pomocą wzorów analitycznych ścisłych wynoszą:

$$T''_{w,1} = 613,0415 \text{ }^\circ\text{C} ,$$

$$\bar{T}'''_{aL} = 847,6594 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Obliczono również efektywności wymiennika od strony pary i spalin:

$$P_w = 0,2344002,$$

$$P_a = 0,2720725.$$

Temperatura pary $T''_{w,1}$ na wylocie z przegrzewacza oraz średnia temperatura spalin za przegrzewaczem \bar{T}'''_{aL} obliczone z wykorzystaniem wzorów na efektywności wymiennika P_w i P_a wynoszą:

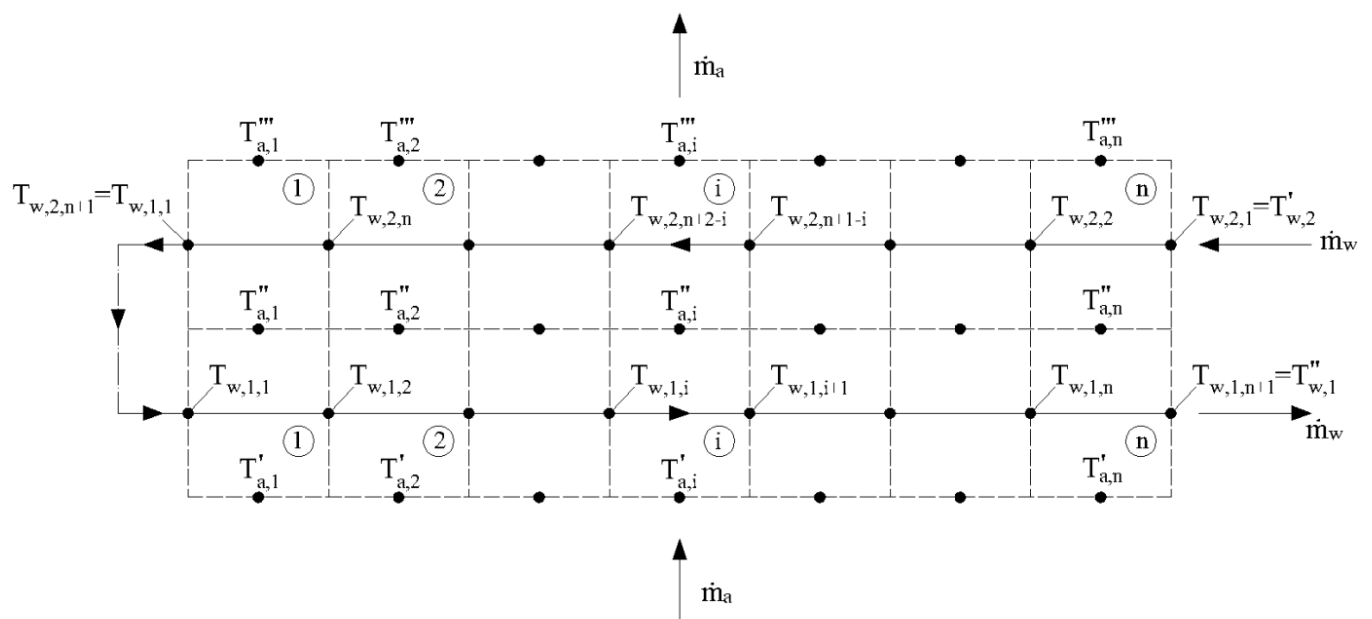
$$T''_{w,1} = 613,0415 \text{ } ^\circ\text{C} ,$$

$$\bar{T}'''_{aL} = 847,6594 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Obliczanie temperatur wylotowych czynników z wykorzystaniem wzorów na efektywności P_w i P_a jest prostsze od obliczeń rozkładów temperatury czynników w całym wymienniku. Nie ma jednak informacji dotyczącej rozkładu temperatury pary i spalin na długości i głębokości całego wymiennika.

9.2. Model numeryczny dwubiegowego wymiennika rurowego krzyżowo-przeciwprądowego

Podział dwubiegowego przegrzewacza krzyżowo-przeciwprądowego na objętości skończone przedstawiono na rysunku 9.2.



Rys. 9.2. Podział dwubiegowego przegrzewacza krzyżowo-przeciwprądowego na objętości skończone

Temperatury obu płynów w przegrzewaczu pary przedstawionym na rys. 9.2 wyznaczono za pomocą zaproponowanej metody I oraz ścisłej metody analitycznej. Temperatury spalin i pary na wlotach do przegrzewacza mają następujące wartości $T'_a = 977^\circ\text{C}$ i $T'_w = 501,61^\circ\text{C}$. Liczba jednostek wymiany ciepła dla spalin wynosiła $N_w = 0,1577$ i dla pary $N_a = 0,1831$.

Zmiany temperatury pary na długości pierwszego biegu wyznaczone za pomocą metody II przedstawiono w tabeli 9.1, a w tabeli 9.2 w drugim biegu. Rozkład temperatury spalin za pierwszym i drugim rzędem rur pokazano odpowiednio w tabelach 9.3 i 9.4.

Tabela 9.1. Rozkład temperatury pary w $^\circ\text{C}$ w pierwszym biegu (drugim rzędzie rur) w funkcji bezwymiarowej współrzędnej $x^+ = x/L_x$

$n = 6$			$n = 10$		
$x_i^+ = \frac{x_i}{L_x}$	Rozwiązanie analityczne ściśle	Metoda II	$x_i^+ = \frac{x_i}{L_x}$	Rozwiązanie analityczne ściśle	Metoda II
1,0	501,6100	501,6100	1,0	501,6100	501,6101
5/6	511,4310	511,4311	9/10	507,5352	507,5353
4/6	520,9833	520,9835	8/10	513,3628	513,3630
3/6	530,2725	530,2728	7/10	519,0941	519,0943
2/6	539,3039	539,3042	6/10	524,7303	524,7305
1/6	549,0827	548,0831	5/10	530,2725	530,2728
0,0	556,6140	556,6144	4/10	535,7220	535,7222
-	-	-	3/10	541,0797	541,0800
-	-	-	2/10	546,3469	546,3472
-	-	-	1/10	551,5246	551,5250
-	-	-	0,0	556,6140	556,6143

Tabela 9.2. Rozkład temperatury pary w °C w drugim biegu (pierwszym rzędzie rur) w funkcji bezwymiarowej współrzędnej $x^+ = x/L_x$

$n = 6$			$n = 10$		
$x_i^+ = \frac{x_i}{L_x}$	Rozwiązanie analityczne ścisłe	Metoda II	$x_i^+ = \frac{x_i}{L_x}$	Rozwiązanie analityczne ścisłe	Metoda II
0,0	556,6140	556,6470	0,0	556,6140	556,6453
1/6	566,5922	566,6250	1/10	562,6296	562,6606
2/6	576,3337	576,3661	2/10	568,5593	568,5899
3/6	585,8439	585,8760	3/10	574,4041	574,4343
4/6	895,1284	595,1602	4/10	580,1652	580,1951
5/6	604,1926	604,2240	5/10	585,8439	585,8735
1,0	613,0415	613,0726	6/10	591,4413	591,4706
-	-	-	7/10	596,9587	596,9875
-	-	-	8/10	602,3971	602,4256
-	-	-	9/10	607,7576	607,7858
-	-	-	1,0	613,0415	613,0693

Tabela 9.3. Średnia temperatura spalin w °C na długości objętości skończonej ($x_{i+1}^+ - x_i^+$) za pierwszym rzędem rur

$n = 6$			$n = 10$		
$x_i^+ - x_{i+1}^+$	Rozwiązanie analityczne ścisłe	Metoda II	$x_i^+ - x_{i+1}^+$	Rozwiązanie analityczne ścisłe	Metoda II
0,0-1/6	907,5081	907,5103	0,0-1/10	907,1745	907,1785
1/6-2/6	909,1575	909,1597	1/10-2/10	908,1737	908,1776
2/6-3/6	910,7678	910,7701	2/10-3/10	909,1586	909,1625
3/6-4/6	912,3400	912,3422	3/10-4/10	910,1294	910,1332
4/6-5/6	913,8747	913,8770	4/10-5/10	911,0863	911,0901
5/6-1,0	915,3730	915,3753	5/10-6/10	912,0295	912,0333
-	-	-	6/10-7/10	912,9593	912,9630
-	-	-	7/10-8/10	913,8757	913,8794
-	-	-	8/10-9/10	914,7790	914,7827
-	-	-	9/10-1,0	915,6694	915,6730

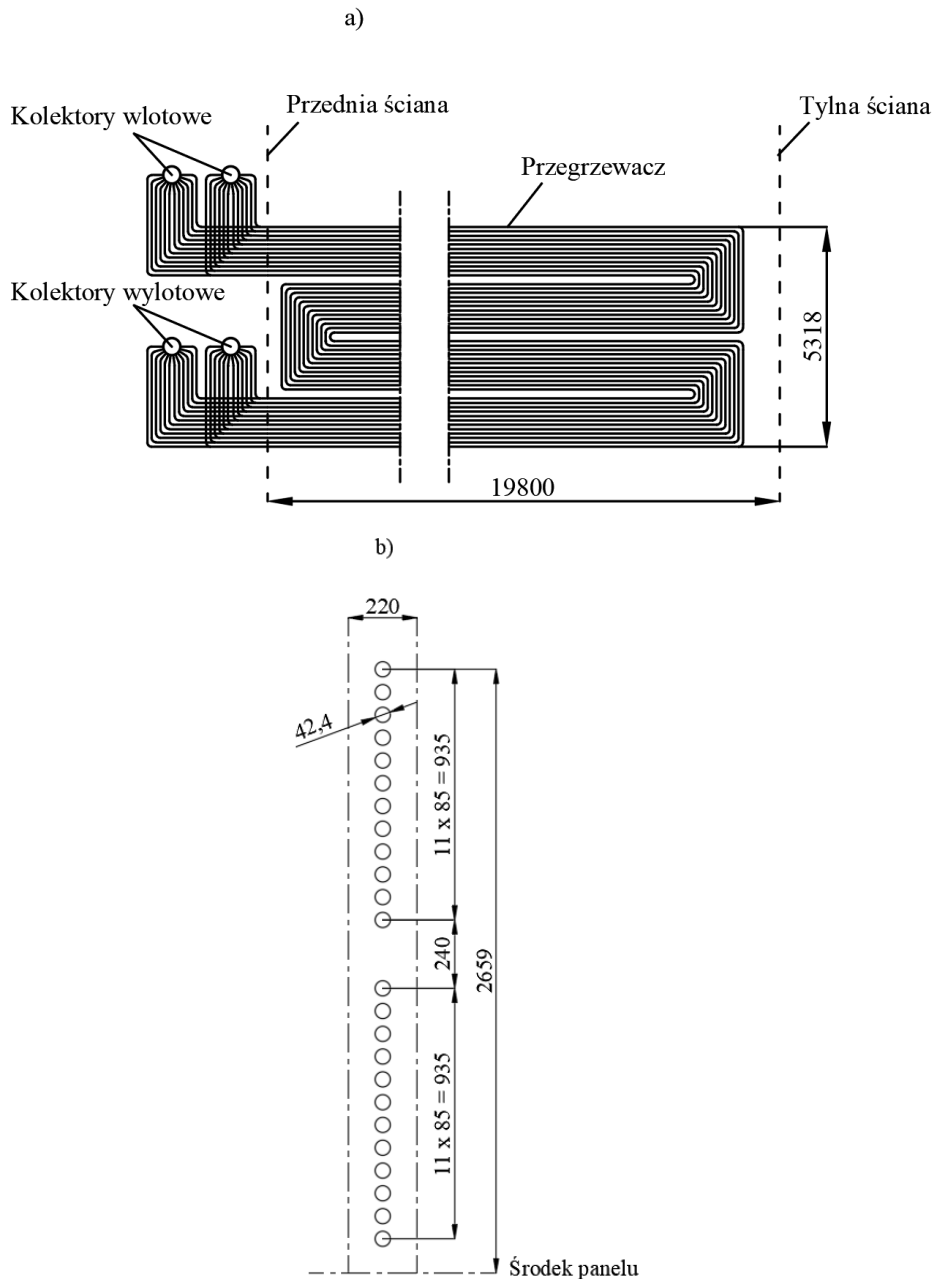
Tabela 9.4. Średnia temperatura spalin w °C na długości objętości skończonej ($x_{i+1}^+ - x_i^+$) za drugim rzędem rur

$n = 6$			$n = 10$		
$x_i^+ - x_{i+1}^+$	Rozwiązanie analityczne ścisłe	Metoda II	$x_i^+ - x_{i+1}^+$	Rozwiązanie analityczne ścisłe	Metoda II
0,0-1/6	848,0938	848,0818	0,0-1/10	848,1017	848,0988
1/6-2/6	848,0194	847,9814	1/10-2/10	848,0750	848,0535
2/6-3/6	847,8705	847,8187	2/10-3/10	848,0214	847,9858
3/6-4/6	847,6473	847,5940	3/10-4/10	847,9410	847,8956
4/6-5/6	847,3492	847,3074	4/10-5/10	847,8339	847,7832
5/6-1,0	846,9764	846,9590	5/10-6/10	847,6999	847,6483
-	-	-	6/10-7/10	847,5391	847,4912
-	-	-	7/10-8/10	847,3513	847,3118
-	-	-	8/10-9/10	847,1365	847,1102
-	-	-	9/10-1,0	846,8949	846,8864

Wyniki zestawione w tabelach 9.1-9.4 pokazują, że proponowana metoda charakteryzuje się wysoką dokładnością. Już przy podziale na 6 lub 10 komórek zgodność pomiędzy temperaturami pary i spalin wyznaczonymi za pomocą zaproponowanej metody II i metody analitycznej ścisłej jest bardzo dobra. Temperatury pary i spalin na wylocie mogą być również obliczane z wykorzystaniem wzoru na efektywność przegrzewacza pary. Wartość efektywności P_w obliczonej za pomocą wzoru (9.1.68) jest równa $P_w = 0,2344$, a średnie temperatury wylotowe spalin i pary wynoszą odpowiednio: $T_{al}''' = 847,6594$ °C i $T_{w,1}'' = 613,0415$ °C. Średnia temperatura spalin za przegrzewaczem obliczona jako średnia arytmetyczna z temperatur spalin w węzłach wynosi: $\bar{T}_{al}''' = 847,6237$ °C dla $n = 6$ objętości skończonych i $\bar{T}_{al}''' = 847,6265$ °C dla $n = 10$ objętości skończonych. Średnie temperatury spalin za przegrzewaczem obliczone za pomocą przedstawionej metody przybliżonej są prawie identyczne z temperaturami obliczonymi z wykorzystaniem wzoru na efektywność wymiennika.

10. Model numeryczny czterobiegowego wymiennika rurowego krzyżowo-przeciwprądowego – metoda II

W niniejszym rozdziale przedstawiony zostanie model matematyczny czterobiegowego krzyżowo-przeciwprądowego przedostatniego stopnia przegrzewacza pary świeżej. Przegrzewacz zainstalowany jest w kotle o ciśnieniu nadkrytycznym w bloku o mocy elektrycznej około 900 MW. Rzeczywisty przegrzewacz pary przedstawiono na rysunku 10.1.

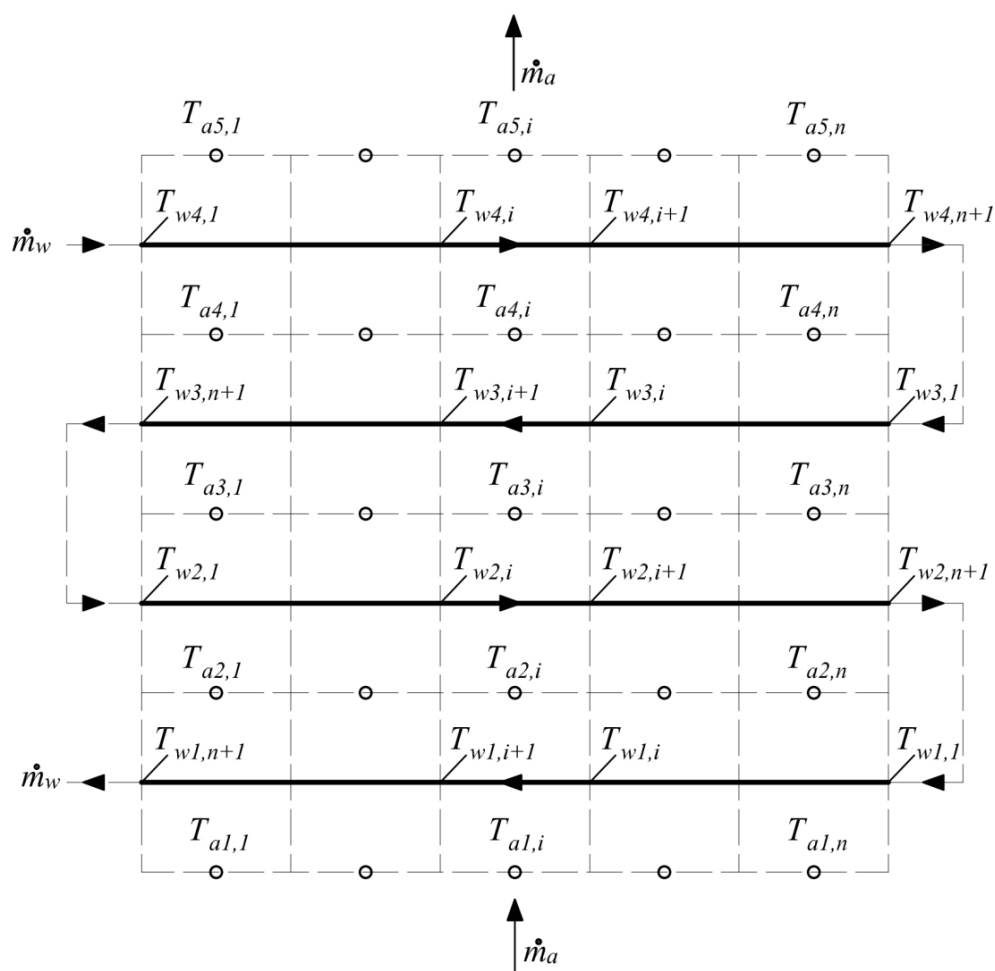


Rys. 10.1. Schemat czterobiegowego przegrzewacza pary świeżej; a) widok boczny pojedynczego panelu z czterema biegami, z 12 równoległymi rurami w każdym biegu, b) schemat rozmieszczenia rur w połowie panelu (druga połowa jest identyczna)

W modelu obliczeniowym przegrzewacza (rys. 10.2) przyjęto jednakową długość rur z każdym biegu. Długość rury w pojedynczym biegu obliczono dzieląc całkowitą długość wszystkich rur w przegrzewaczu przez $12 \times 88 = 1056$ rur.

10.1. Charakterystyka przegrzewacza pary świeżej SH3

Układ przepływowy rozpatrywanego przegrzewacza z podziałem na objętości skończone przedstawiono na rys. 10.2. Każda rura przegrzewacza została podzielona na n objętości skończonych (objętości kontrolnych). Obliczenia przegrzewacza przeprowadzono dla znanych z pomiaru strumieni przepływu masy pary \dot{m}_w i spalin \dot{m}_a . Na wlocie do przegrzewacza zadano również zmierzone wartości ciśnienia $p_{w4,1} = p'_w$ i temperatury pary $T_{w4,1} = T'_w$. Temperatura spalin na wlocie do przegrzewacza T'_a jest jednakowa i równa wartości zmierzonej, tj. $T_{a1,i} = T'_a$ dla $i = 1, \dots, n$. Obliczenia rozpoczyna się od pierwszego rzędu rur, ponieważ znana jest temperatura spalin na wlocie przegrzewacza, który jest wymiennikiem krzyżowo-przeciwprądowym.



Rys. 10.2. Podział modelu przegrzewacza SH3 na objętości skończone

Na rysunku 10.2 przyjęto następujące oznaczenia: $T_{a1,i}$ – temperatura spalin na wlocie do pierwszego rzędu rur w i -tej objętości skończonej; $T_{a2,i}$, $T_{a3,i}$, $T_{a4,i}$, $T_{a5,i}$ – temperatura spalin za pierwszym, drugim, trzecim i czwartym rzędem rur w i -tej objętości skończonej; $T_{w1,i}$, $T_{w2,i}$, $T_{w3,i}$, $T_{w4,i}$ – temperatury pary w i -tej objętości skończonej w pierwszym, drugim, trzecim i czwartym rzędzie rur.

Obliczenia przegrzewacza przedstawionego na rysunku 10.2 można przeprowadzić na dwa różne sposoby w zależności od dostępnych danych. Jeśli znana jest temperatura pary na wylocie $T_{w1,n+1} = T_w''$, można przemieszczać się w kierunku przeciwnym do przepływu pary, rozpoczynając obliczenia od temperatury $T_{w1,i}$ na wylocie z pierwszego rzędu rur (czwartego biegu) przegrzewacza. Następnie temperatura pary na wylocie z drugiego rzędu rur jest znana z obliczeń pierwszego rzędu rur, czyli do obliczeń przyjmuje się następujący warunek brzegowy $T_{w2,n+1} =$

$T_{w1,1}$. Temperaturę pary $T_{w2,i}$ w węzłach $i = n, \dots, 1$ oblicza się kolejno, przechodząc od prawej strony przegrzewacza do lewej. W trzecim rzędzie rur przyjmuje się, że $T_{w3,n+1} = T_{w2,1}$, gdzie temperatura $T_{w2,1}$ została uzyskana z obliczeń drugiego rzędu rur. Dla czwartego biegu przyjmuje się następujący warunek brzegowy $T_{w4,n+1} = T_{w3,1}$. Obliczając kolejno temperatury w węzłach $i = n, \dots, 1$, znajduje się temperaturę pary $T_{w4,1}$ na wlocie do przegrzewacza. Współczynnik wnikania ciepła po stronie spalin wyznaczany jest z warunku równości obliczonej $T_{w1,n+1}^{calc}$ i zmierzonej $T_{w1,n+1}^{meas}$ temperatury pary na wylocie z przegrzewacza, czyli z warunku $T_{w1,n+1}^{calc} = T_{w1,n+1}^{meas}$. Temperatura $T_{w1,n+1}^{calc}$ może być wyznaczona w każdym kroku iteracyjnym z wyrażenia na sprawność wymiennika ciepła P_a dla danego współczynnika wnikania ciepła α_a po stronie spalin. Do wyznaczenia sprawności przegrzewacza P_a zastosowano metodę P-NTU. Sprawność P_a wyznaczono za pomocą wzoru podanego w [53]. Współczynnik wnikania ciepła od strony spalin wstępnie dobrany z wykorzystaniem wzoru na efektywność przegrzewacza P_a uściślony został za pomocą opracowanego numerycznego modelu przegrzewacza.

W drugim przypadku, gdy temperatura pary $T_{w1,n+1}$ na wylocie z przegrzewacza nie jest znana, określenie temperatury pary $T_{w4,1}$ na wlocie do przegrzewacza przebiega w następujący sposób. Najpierw oblicza się współczynnik wnikania ciepła α_a po stronie spalin z wykorzystaniem metody P-NTU. Do obliczenia współczynnika wnikania ciepła można wykorzystać wzory podane w standardowej metodzie CKTI [19, 32, 51]. Wzory podane w wyżej wymienionej literaturze uwzględniają składową radiacyjną i konwekcyjną współczynnika wnikania ciepła. Wyznaczanie temperatury pary $T_{w4,1}$ odbywa się iteracyjnie. Temperatura pary $T_{w1,n+1}$ jest tak dobrana, aby temperatura obliczona proponowaną metodą $T_{w4,1}^{calc}$ i temperatura znana z pomiarów $T_{w4,1}^{set}$ były sobie równe. Symbol $T_{w4,1}^{set}$ oznacza projektową lub zmierzona temperaturę pary na wlocie do przegrzewacza.

W pojedynczym panelu (płacie) z czterema biegami para przepływa równolegle przez 12 rur. Wysokość pojedynczego panelu wynosi 5318 mm. W pojedynczym panelu na jego wysokości znajduje się $4 \times 12 = 48$ rurek. Biorąc pod uwagę, że w przegrzewaczu jest 88 paneli, para przepływa równolegle przez $12 \times 88 = 1056$ rur. Podziałka poprzeczna rozstawu paneli wynosi $s_1 = 220$ mm, a podziałka wzdłużna rozstawu rur w panelu wynosi $s_2 = 85$ mm. Średnica zewnętrzna rur przegrzewacza

wynosi $d_{out} = 2r_{out} = 42,4$ mm, a średnica wewnętrzna wynosi $d_{in} = 2r_{in} = 29,8$ mm. Współczynnik przewodzenia ciepła materiału, z którego wykonane są rury, jest równy $25,76$ W/(m · K). Długość rur w każdym biegu przegrzewacza wynosi $L = 20,085$ m. Długość ta wynika z podzielenia długości wszystkich rur w panelu znajdujących się w obszarze spalin przez $12 \times 4 = 48$. Obliczenia temperatury pary, temperatury spalin, temperatury ścianki rury i ciśnienia pary przeprowadzono dla pojedynczej rury przegrzewacza podzielonego na $n = 10$ objętości skończonych.

W kotle spalano węgiel kamienny o następujących udziałach masowych poszczególnych składników: C = 52,6%, H₂O = 20,8%, H₂ = 3,64%, S = 0,9% i N₂ = 0,79%. Strumień przepływu masy wynosił $\dot{m}_f = 92,94$ kg/s dla węgla kamiennego, a współczynnik nadmiaru powietrza na wylocie z komory spalania był równy $n_{air} = 1,407$. Wartość współczynnika nadmiaru powietrza została tak dobrana, aby obliczone i zmierzone strumienie przepływu masy spalin były sobie równe i wynosiły: $\dot{m}_a^{sup} = 999,4$ kg/s. Temperatury pary i spalin wyznaczone podczas pomiarów prowadzonych przy pełnym obciążeniu kotła równym $\dot{m}_w^{sup} = 637,12$ kg/s były następujące: temperatura pary na wlocie do przegrzewacza $T_{w4,1} = 465,6$ °C, temperatura pary na wylocie z przegrzewacza $T_{w1,n+1} = 526,83$ °C, średnia temperatura spalin przed przegrzewaczem $T'_a = 731,65$ °C, średnia temperatura spalin za przegrzewaczem $T''_a = 596,57$ °C. Ciśnienia pary na wlocie i wylocie z przegrzewacza wynosiły odpowiednio $p_{in} = 29,6025$ MPa i $p_{out} = 29,2175$ MPa. Przyjęto, że chropowatość bezwzględna wewnętrznej powierzchni rur przegrzewacza wynosi $R_a = 0,45$ mm. Współczynnik wnikania ciepła na wewnętrznej powierzchni rur $\alpha_{w,i}^j$ obliczano z następującego wzoru Dittus'a-Boelter'a [9, 23]

$$Nu_a = 0,021Re^{0,8}Pr^{0,4} \quad (10.1)$$

Współczynnik wnikania ciepła $\alpha_{w,i}^j$ może zostać dokładnie obliczony przy użyciu dokładniejszych korelacji szeroko stosowanych w literaturze z zakresu wymiany ciepła [12, 40, 48].

Współczynnik wnikania ciepła na wewnętrznej powierzchni rur obliczony z korelacji (10.1) wynosił $\alpha_w = 4586,5$ W/(m² · K). Współczynnik wnikania ciepła od strony spalin wyznaczono na podstawie zmierzonych temperatur pary tak, aby obliczona i zmierzona temperatura pary na wylocie z przegrzewacza były sobie równe.

Wyznaczona w ten sposób wartość współczynnika wnikania ciepła od strony spalin wynosiła $\alpha_a = 98,8 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$.

10.2. Temperatury ścianek rur

Temperatura $T_{t,i}^j(r_z)$ rury na powierzchni zewnętrznej w i -tej komórce w j -tym rzędzie określona jest następującym wzorem

$$T_{t,i}^j(r_z) = \bar{T}_{w,i}^j + \dot{q}_{z,i}^j \left(\frac{r_z}{r_w} \frac{1}{\alpha_w} + \frac{r_z}{\lambda} \ln \frac{r_z}{r_w} \right), \quad i = 1, \dots, n, \quad j = 1, \dots, 4 \quad (10.2)$$

gdzie gęstość strumienia ciepła na zewnętrznej powierzchni rury dana jest wyrażeniem

$$\dot{q}_{z,i}^j = k_z (\bar{T}_{a,i}^j - \bar{T}_{w,i}^j) = k_z \left(\bar{T}_{a,i}^j - \frac{T_{w,i}^j + T_{w,i+1}^j}{2} \right) \quad (10.3)$$

Średnia temperatura spalin na grubości j -tego rzędu rur w i -tej komórce obliczona zostanie z następującego wzoru

$$\bar{T}_{a,i}^j = \int_0^1 T_{a,i}^j(y_j^+) dy_j^+ \quad (10.4)$$

W celu obliczenia średniej temperatury $\bar{T}_{a,i}^j$ wyznaczony zostanie najpierw rozkład temperatury na grubości j -tego rzędu rur z rozwiązania następującego zagadnienia brzegowego

$$\frac{dT_{a,i}^j}{dy_j^+} = \Delta N_{a,i}^j [\bar{T}_{w,i}^j - T_{a,i}^j(y_j^+)] \quad (10.5)$$

$$T_{a,i}^j(y_j^+) \Big|_{y_j^+=0} = T'_{a,i} \quad (10.6)$$

Zapisując równanie (10.5) w postaci

$$-\frac{d[\bar{T}_{w,i}^j - T_{a,i}^j(y_j^+)]}{dy_j^+} = \Delta N_{a,i}^j [\bar{T}_{w,i}^j - T_{a,i}^j(y_j^+)] \quad (10.7)$$

a następnie rozdzielając zmienne otrzymuje się

$$\frac{d[-\bar{T}_{w,i}^j + T_{a,i}^j(y_j^+)]}{-\bar{T}_{w,i}^j - T_{a,i}^j(y_j^+)} = -\Delta N_{a,i}^j dy_j^+ \quad (10.8)$$

Po obustronnym scałkowaniu równanie przyjmuje postać

$$\ln[T_{a,i}^j(y_j^+) - \bar{T}_{w,i}^j] = -\Delta N_{a,i}^j dy_j^+ + C \quad (10.9)$$

$$T_{a,i}^j(y_j^+) - \bar{T}_{w,i}^j = \exp[-\Delta N_{a,i}^j y_j^+ + C] \quad (10.10)$$

$$T_{a,i}^j(y_j^+) - \bar{T}_{w,i}^j = C_1 \exp(-\Delta N_{a,i}^j y_j^+) \quad (10.11)$$

gdzie: $C_1 = \exp(C)$.

Z warunku brzegowego (10.6) wyznacza się stałą C_1 .

$$T'_{a,i} - \bar{T}_{w,i}^j = C_1 \quad (10.12)$$

Po podstawieniu (10.12) do rozwiązania (10.11) otrzymuje się

$$T_{a,i}^j(y_j^+) - \bar{T}_{w,i}^j = (T'_{a,i} - \bar{T}_{w,i}^j) \exp(-\Delta N_{a,i}^j y_j^+) \quad (10.13)$$

$$T_{a,i}^j(y_j^+) = \bar{T}_{w,i}^j + [(T'_{a,i})' - \bar{T}_{w,i}^j] \exp(-\Delta N_{a,i}^j y_j^+) \quad (10.14)$$

Temperaturę spalin za i -tą komórką wyznacza się ze wzoru (10.14) po podstawieniu $y_j^+ = 1$

$$(T_{a,i}^j)'' = \bar{T}_{w,i}^j + [(T_{a,i}^j)' - \bar{T}_{w,i}^j] \exp(-\Delta N_{a,i}^j), \quad i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, 4 \quad (10.15)$$

Średnia całkowita temperatura spalin w i -tej komórce na grubości j -tego rzędu obliczana jest następująco

$$\bar{T}_{a,i}^j = \int_0^1 T_{a,i}^j(y_j^+) dy_j^+ = \bar{T}_{w,i}^j - \frac{1}{\Delta N_{a,i}^j} [(T_{a,i}^j)' - \bar{T}_{w,i}^j] \exp(-\Delta N_{a,i}^j y_j^+) \Big|_0^1 \quad (10.16)$$

$$\bar{T}_{a,i}^j = \bar{T}_{w,i}^j + \frac{1}{\Delta N_{a,i}^j} [(T_{a,i}^j)' - \bar{T}_{w,i}^j] [1 - \exp(-\Delta N_{a,i}^j)] \quad (10.17)$$

Znając średnią temperaturę spalin na grubości danego rzędu, można obliczyć temperaturę ścianki rur.

10.3. Numeryczny model przepływowy przegrzewacza

Rozkład ciśnienia w przegrzewaczu wzdłuż drogi przepływu pary wyznaczony zostanie z równania zachowania pędu. Równanie zachowania pędu dla ustalonego jednowymiarowego przepływu płynu w kanale ma następującą postać [50].

$$w \frac{\partial w}{\partial s} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p_w}{\partial s} - g \sin \varphi - \frac{\xi}{d_h} \frac{w|w|}{2} \quad (10.18)$$

gdzie:

w – prędkość przepływu płynu, m/s

p – ciśnienie statyczne, Pa

s – współrzędna przechodząca przez środek ciężkości przekroju poprzecznego kanału, o zwrocie zgodnym ze zwrotem wektora prędkości, m

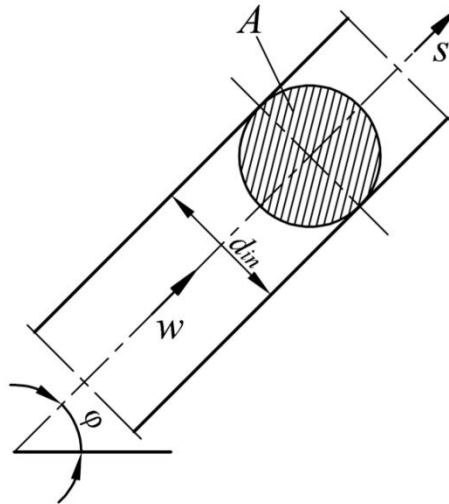
ρ – gęstość przepływającego płynu, kg/m³

g – przyspieszenie ziemskie, m/s²

φ – kąt nachylenia osi kanału do płaszczyzny poziomej, rad

ξ – współczynnik tarcia Darcy-Weisbacha, -

d_h – średnica hydrauliczna, m.



Rys. 10.3. Przepływ pary przez rurę przegrzewacza o średnicy wewnętrznej d_{in} nachylonej do poziomu pod kątem φ .

W składowej przedstawiającej składową spadku ciśnienia spowodowaną tarciem występuje wartość bezwzględna prędkości, aby uwzględnić zwrot wektora prędkości. Należy przy tym zaznaczyć, że spadek ciśnienia występuje w kierunku przepływającego płynu. Równanie zachowania pędu (10.18) można zapisać również w funkcji strumienia masy przepływającego płynu \dot{m}

$$\frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{\dot{m}^2}{\rho A} \right) = -A \left(\frac{\partial p}{\partial s} + \rho g \sin \varphi + \frac{\xi}{d_h} \frac{\dot{m} |\dot{m}|}{2 \rho A^2} \right) \quad (10.19)$$

gdzie A – pole przekroju poprzecznego kanału, m^2

Równanie (10.18) można zapisać w postaci

$$-\frac{\partial p}{\partial s} = \rho \left[w \frac{\partial w}{\partial s} + g \sin \varphi + \frac{\xi}{d_h} \frac{w |w|}{2} \right] \quad (10.20)$$

Pierwszy wyraz w nawiasie kwadratowym w równaniu (10.20) reprezentuje spadek ciśnienia spowodowany zmianą prędkości przepływającego płynu, drugi grawitacyjny spadek ciśnienia, a trzeci spadek ciśnienia spowodowany tarciem. Równanie (10.20)

rozwiązane zostanie metodą różnic skończonych. Równanie różniczkowe (10.20) przybliżone zostanie następującym równaniem różnicowym

$$\frac{p_{i+1} - p_i}{\Delta s} = -\rho_i \left[w_i \frac{w_{i+1} - w_i}{\Delta s} + g \sin \varphi_i + \frac{\xi_i w_i |w_i|}{d_h} \frac{1}{2} \right] \quad (10.21)$$

Indeks i odnosi się do wlotu do objętości skończonej, a indeks $i+1$ do wylotu. Założono, że średnie wartości gęstości płynu oraz prędkości przepływu przybliżono odpowiednimi wartościami na wlocie do komórki. Ciśnienie na wylocie z objętości skończonej wyznaczone z rozwiązania równania (10.21) ma następującą postać

$$p_{i+1} = p_i - \rho_i \Delta s \left[w_i \frac{w_{i+1} - w_i}{\Delta s} + g \sin \varphi_i + \frac{\xi_i w_i |w_i|}{d_h} \frac{1}{2} \right] \quad (10.22)$$

Prędkość przepływu płynu w_i na wlocie do i -tej komórki (objętości skończonej) oblicza się ze wzoru

$$w_i = \frac{\dot{m}}{\rho_i A_i} \quad (10.23)$$

Należy zwrócić uwagę, że w stanie ustalonym $\dot{m} = \text{const}$.

We wzorze (10.22) uwzględnione są tylko straty ciśnienia spowodowane tarcieniem. Na kolanach występują również straty lokalne, które należy uwzględnić we wzorze (10.22).

Spadki ciśnienia na oporach miejscowych uwzględniane są zwykle na granicy dwóch objętości skończonych. Na przykład dla modelowanego przegrzewacza czterobiegowego występują dwa kolana 90° przy przepływie pary z jednego biegu do drugiego. Aby uwzględnić spadek ciśnienia $p_{w4,n+1} - p_{w3,1}$, oblicza się sumę spadku ciśnienia na obydwu kolanach.

$$p_{w4,n+1} - p_{w3,1} = \sum_{j=1}^2 \zeta_j \frac{\rho_j w_j^2}{2} \quad (10.24)$$

Po uwzględnieniu, że ciśnienie $p_{w4,n+1}$ znane jest z obliczeń pierwszego biegu przegrzewacza, obliczane jest ciśnienie $p_{w3,1}$ na wlocie do drugiego biegu (za drugim kolanem).

$$p_{w3,1} = p_{w4,n+1} - \sum_{j=1}^2 \zeta_j \frac{\rho_j W_j^2}{2} \quad (10.25)$$

gdzie: ζ_j – współczynnik lokalnych strat ciśnienia.

Podobnie postępujemy dla kolan między biegiem drugim a trzecim oraz między biegiem trzecim a czwartym. Wartości współczynników ζ_j można znaleźć dla wielu elementów w pracach [19, 31, 41, 73].

Współczynnik tarcia Darcy-Weisbacha występujący we wzorze (10.20) można obliczyć za pomocą wzoru Churchilla zmodyfikowanego przez Rennelsa i Hudsona [44].

$$\xi = \left[\left(\frac{64}{Re} \right)^{12} + \frac{1}{(A+B)^{3/2}} \right]^{1/12}, \quad 500 < Re < 10^8 \quad (10.26)$$

gdzie:

$$A = \left[0,8687 \ln \frac{1}{\frac{0,883 (\ln Re)^{1,282}}{Re^{1,007}} + 0,27\varepsilon - \frac{110\varepsilon}{Re}} \right]^{16} \quad (10.27)$$

$$B = \left(\frac{13269}{Re} \right)^{16} \quad (10.28)$$

Symbol ε w równaniu (10.26) na współczynnik strat tarcia oznacza chropowatość względną wewnętrznej powierzchni rury, zdefiniowanej jako $\varepsilon = R_a/d_{in}$, gdzie R_a oznacza chropowatość bezwzględną zdefiniowaną jako średnia wysokość nierówności na wewnętrznej powierzchni rur [40].

Opisana metoda została zastosowana do wyznaczenia rozkładu temperatury pary i spalin oraz spadku ciśnienia wewnątrz rur w czterobiegowym przegrzewaczu krzyżowo-przeciwprądowym o ciśnieniu nadkrytycznym.

10.4. Wyniki obliczeń temperatury pary, spalin i ścianek rur oraz rozkładu ciśnienia w przegrzewaczu

Wyniki obliczeń przegrzewacza (rys.10.1 i rys 10.2) przedstawiono na rysunkach 10.4, 10.5 i 10.6. Na rysunku 10.4 przedstawiono rozkład temperatury pary i temperatury ścianki rury we wszystkich czterech biegach przegrzewacza. Współrzędna x jest równa zero na wlocie do przegrzewacza, a L oznacza długość rury przegrzewacza. Przyrosty temperatury pary w poszczególnych rzędach rur są następujące:

- $\Delta T_w^I = 526,83 - 506,55 = 20,28$ K dla pierwszego rzędu rur tj. czwartego biegu przegrzewacza,
- $\Delta T_w^{II} = 506,55 - 489,96 = 16,59$ K dla drugiego rzędu rur tj. trzeciego biegu przegrzewacza,
- $\Delta T_w^{III} = 489,96 - 476,56 = 13,4$ K dla trzeciego rzędu rur tj. drugiego biegu przegrzewacza,
- $\Delta T_w^{IV} = 476,56 - 465,6 = 10,96$ K dla czwartego rzędu rur tj. pierwszego biegu przegrzewacza.

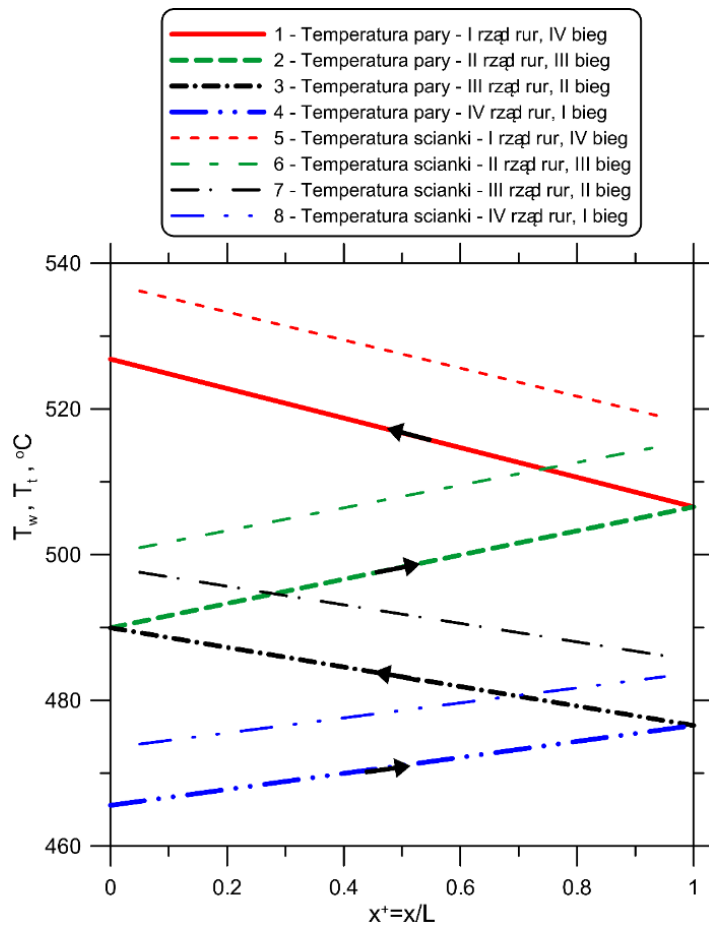
Z analizy przedstawionych wyżej wyników widać, że największy przyrost temperatury występuje w pierwszym rzędzie rur, tj. w czwartym biegu przegrzewacza. Pomimo że w pierwszym rzędzie rur temperatura pary jest najwyższa, to różnica temperatury między spalinami na wlocie do przegrzewacza a parą jest najwyższa w całym przegrzewaczu. Skutkuje to dużym podgrzaniem pary na długości pierwszego rzędu rur przegrzewacza. W wyniku schładzania się spalin na kolejnych rzędach rur przyrost temperatury pary w ostatnim czwartym rzędzie jest najmniejszy i wynosi 10,96 K.

Średnie różnice temperatur pomiędzy zewnętrzną powierzchnią rury a parą na długości poszczególnych rzędów rur wynoszą: $\Delta T_{w,t}^I = 10,86$ K w pierwszym rzędzie rur, $\Delta T_{w,t}^{II} = 9,72$ K w drugim rzędzie rur, $\Delta T_{w,t}^{III} = 8,61$ K w trzecim rzędzie rur i $\Delta T_{w,t}^{IV} = 7,55$ K w czwartym rzędzie rur. Można zauważyć (Rys. 10.4), że najwyższa

temperatura pary występuje w pierwszym rzędzie rur (czwarty bieg), a najniższa w czwartym rzędzie rur (pierwszy bieg). Różnica temperatur pomiędzy zewnętrzną powierzchnią rury a parą maleje w kolejnych rzędach rur, gdyż najwyższa różnica temperatur pomiędzy spalinami a parą występuje w pierwszym rzędzie rur, a najniższa w czwartym rzędzie rur. Ma to również wpływ na zmniejszenie strumienia ciepła na zewnętrznej powierzchni rur, który jest przekazywany ze spalin do pary. Obliczone zostały również średnie gęstości strumienia ciepła przekazywane od spalin do pary w poszczególnych rzędach rur. Gęstości strumienia w poszczególnych rzędach rur są następujące:

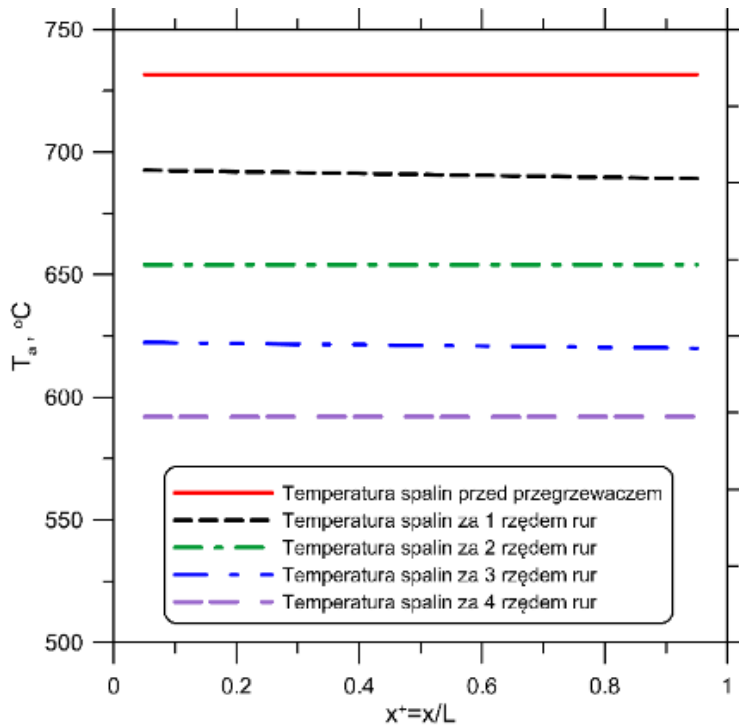
- $\dot{q}^I(r_{out}) = 18153,9 \text{ W/m}^2$ w pierwszym rzędzie rur,
- $\dot{q}^{II}(r_{out}) = 16086,3 \text{ W/m}^2$ w drugim rzędzie rur,
- $\dot{q}^{III}(r_{out}) = 14383,7 \text{ W/m}^2$ w trzecim rzędzie rur,
- $\dot{q}^{IV}(r_{out}) = 12515,7 \text{ W/m}^2$ w czwartym rzędzie rur.

Otrzymane wartości strumieni ciepła wskazują, że najwięcej ciepła przejmuje pierwszy rząd rur, a najmniej rząd czwarty. Przyrost temperatury pary w pierwszym rzędzie rur jest największy z uwagi na największą gęstość strumienia ciepła w pierwszym rzędzie rur.



Rys. 10.4. Zmiany temperatury pary $T_w(x^+)$ i zewnętrznej powierzchni rury $T_t(x^+, r_{out})$ na długości przegrzewacza

Wartości strumienia ciepła obliczono w środku długości rury. Obliczona i zmierzona temperatura pary na wylocie pierwszego rzędu rur (czwarty bieg) wynosi $T_{w1,n+1} = 526,83 \text{ }^\circ\text{C}$. Temperatury te są takie same, ponieważ temperatura pary na wylocie z pierwszego rzędu rur została przyjęta jako dane wejściowe do obliczeń. Obliczona temperatura pary na wlocie do przegrzewacza $T_{w4,1} = 465,60 \text{ }^\circ\text{C}$ jest identyczna ze zmierzoną temperaturą $465,6 \text{ }^\circ\text{C}$.



Rys. 10.5. Rozkład temperatury spalin $T_a(x^+)$ na długości przegrzewacza

Rysunek 10.5 przedstawia rozkłady temperatury spalin na długości przegrzewacza za poszczególnymi rzędami rur. Z analizy wyników przedstawionych na rysunku 10.5 wynika, że temperatury spalin za poszczególnymi rzędami rur różnią się nieznacznie na szerokości przegrzewacza. Różnice temperatury spalin w punktach $x^+ = 0,05$ i $x^+ = 0,95$ za poszczególnymi rzędami rur są niewielkie i wynoszą: 3,48 K, -0,03 K, 2,31 K i 0,04 K odpowiednio za pierwszym, drugim, trzecim i czwartym rzędem rur. W obliczeniach jako temperaturę spalin na wlocie do przegrzewacza przyjęto zmierzoną temperaturę spalin wynoszącą 731,65 °C. Średnia temperatura spalin za przegrzewaczem obliczona proponowaną metodą wynosi $\bar{T}_a'' = 592,09$ °C, natomiast zmierzona temperatura wynosiła 596,57°C. Względna różnica e_T pomiędzy temperaturą spalin za przegrzewaczem obliczoną i zmierzoną w przegrzewaczu odniesiona do zmierzonego spadku temperatury spalin na przegrzewaczu wynosi $e_T = 100(592,09 - 596,57)/(731,65 - 596,57) = 100(-4,48/135,08) = -3,32\%$.

Obliczony od strony spalin strumień ciepła wynosi

$$\begin{aligned} \dot{Q}_a &= \dot{m}_a^{sup} \left(c_{pa} \Big|_{0^\circ\text{C}}^{T_a'} \bar{T}_a' - c_{pa} \Big|_{0^\circ\text{C}}^{T_a''} \bar{T}_a'' \right) (\bar{T}_a' - \bar{T}_a'') = 172378,48 \text{ kW} \\ &= 172,37848 \text{ MW} \end{aligned} \quad (10.29)$$

podczas gdy strumień ciepła obliczony od strony pary jest równy

$$\begin{aligned} \dot{Q}_w &= \dot{m}_w^{sup} (i_w' - i_w'') = \dot{m}_w^{sup} [i_w(\bar{p}_w, T_w') - i_w(\bar{p}_w, T_w'')] = \\ &= 637,12(3202,4838 - 2929,6513) = 173827,04 \text{ kW} = 173,82704 \text{ MW} \end{aligned} \quad (10.30)$$

We wzorze (10.30) symbol $\bar{p}_w = (296,025 + 292,175)/2 = 294,1 \text{ bar} = 29,41 \text{ MPa}$ oznacza średnie ciśnienie pary w przegrzewaczu.

We wzorach (10.29) i (10.30) przyjęto oznaczenia:

\dot{m}_a^{sup} , \dot{m}_w^{sup} – strumień masy spalin i pary w przegrzewaczu,

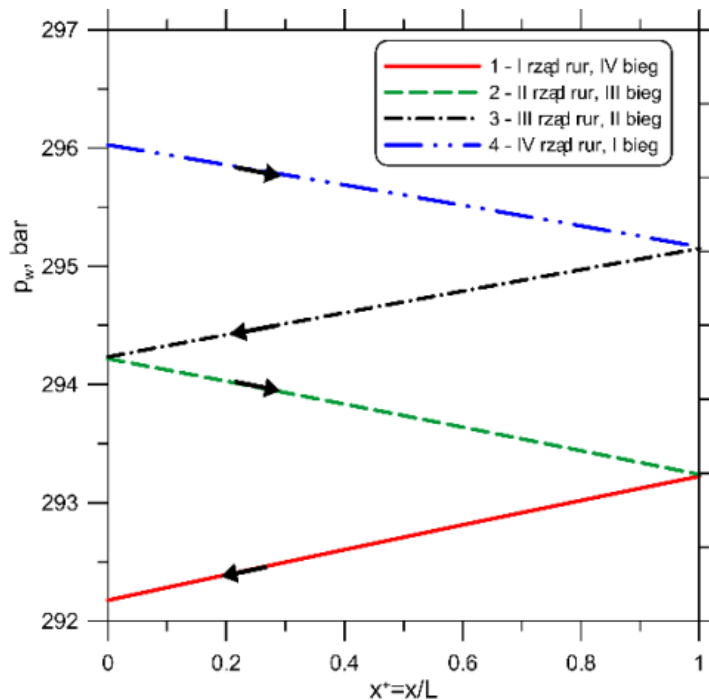
\bar{T}_a' , \bar{T}_a'' – średnia temperatura spalin przed i za przegrzewaczem.

Różnica względna pomiędzy \dot{Q}_a i \dot{Q}_w wynosi:

$$\varepsilon_{\dot{Q}} = \frac{\dot{Q}_w - \dot{Q}_a}{\dot{Q}_w} 100\% = \frac{173827,04 - 172378,48}{173827,04} 100\% = 0,83\% \quad (10.31)$$

Niska wartość różnicy względnej świadczy o bardzo dobrej dokładności numerycznego modelu przegrzewacza.

Na rysunku 10.6 przedstawiono zmianę ciśnienia pary w przegrzewaczu wzdłuż drogi przepływu pary.



Rys. 10.6. Rozkład ciśnienia pary wzdłuż drogi jej przepływu w przegrzewaczu

Ciśnienie pary na wlocie do przegrzewacza wynosiło $p_{w4,1} = 296,025$ bar, a na wylocie $p_{w1,n+1} = 292,175$ bar. Obliczony spadek ciśnienia pary w przegrzewaczu jest równy zmierzonemu spadkowi ciśnienia pary $(p_{w4,1} - p_{w1,n+1}) = (296,025 - 292,175) = 3,85$ bar, ponieważ bezwzględna chropowatość powierzchni rur przegrzewacza została tak dobrana, aby obliczone i zmierzone ciśnienia wylotowe pary były takie same. Z analizy wyników przedstawionych na rysunkach 10.4-10.6 widać, że opracowany model numeryczny czterobiegowego krzyżowo-przeciwprądowego przegrzewacza pary charakteryzuje się dobrą dokładnością.

10.5. Wyznaczanie temperatury pary i średniej temperatury spalin za przegrzewaczem z wykorzystaniem metody ε -NTU i metody P-NTU do wyznaczania efektywności przegrzewacza

Wzory na efektywności różnych wymienników ciepła można wyznaczyć za pomocą metody ε -NTU i P-NTU przy założeniu, że ciepło właściwe obydwu płynów są niezależne od temperatury i ciśnienia. Wykorzystując wzory na efektywność cieplną wymiennika, można wyznaczyć tylko temperatury średnie obydwu płynów na wylocie z wymiennika. Ciepło właściwe pary, szczególnie przy ciśnieniu nadkrytycznym, zależy od temperatury, jak i ciśnienia, a ciepło właściwe spalin zależy od temperatury, co sprawia, że temperatury czynników obliczone za pomocą metody ε -NTU i P-NTU mogą się różnić od temperatur rzeczywistych. Za pomocą metody ε -NTU i P-NTU nie jest możliwe wyznaczenie lokalnych temperatur pary, spalin i ścianek rur. Wzory lub wykresy do wyznaczania efektywności wymiennika ε lub P dostępne są w literaturze dla ograniczonej liczby rodzajów wymienników i ich układów przepływowych. W niniejszym podrozdziale wyznaczona zostanie temperatura pary na wylocie z przegrzewacza oraz temperatura spalin za przegrzewaczem za pomocą trzech różnych wzorów. Najpierw wyznaczone zostaną temperatury wylotowe spalin i pary przy założeniu, że czterobiegowy krzyżowo-przeciwprądowy przegrzewacz pary jest wymiennikiem przeciwprądowym. Następnie obliczona zostanie efektywność P za pomocą metody P-NTU z uwzględnieniem rzeczywistego układu przepływowego przegrzewacza. W trzeciej metodzie wyznaczania temperatur wylotowych pary i spalin

wykorzystuje się przybliżony wzór na efektywność jednobiegowego wymiennika krzyżowo-prądowego.

10.5.1. Przegrzewacz krzyżowo-przeciwpływowy o czterech biegach potraktowany jako wymiennik przeciwpływowy

Z uwagi na cztery biegi występujące w analizowanym przegrzewaczu można go potraktować jako wymiennik przeciwpływowy. Efektywność cieplna zdefiniowana jest następująco

$$\varepsilon = \frac{T'_a - \bar{T}''_a}{T'_a - T'_w} \quad (10.32)$$

gdzie:

T'_a, \bar{T}''_a – średnia temperatura spalin na wlocie i wylocie z przegrzewacza w °C

T'_w – temperatura pary na wlocie do przegrzewacza w °C.

Efektywność wymiennika przeciwpływowego określona jest następującym wzorem [35, 45]

$$\varepsilon = \frac{1 - \exp[-(1 - C^*)NTU_a]}{1 - C^* \exp[-(1 - C^*)NTU_a]} \quad (10.33)$$

gdzie $C^* = \dot{C}_{min}/\dot{C}_{max}$ jest ilorazem minimalnego do maksymalnego strumienia pojemności cieplnej.

Liczby jednostek wymiany ciepła NTU_a i NTU_w zdefiniowane są następująco

$$NTU_a = \frac{k_{out}A_{out}}{\dot{m}_a \bar{c}_{pa}} \quad (10.34)$$

$$NTU_w = \frac{k_{out}A_{out}}{\dot{m}_w \bar{c}_{pw}} \quad (10.35)$$

gdzie:

k_{out} – współczynnik przenikania ciepła odniesiony do zewnętrznej powierzchni rury, W/(m² K)

A_{out} – pole zewnętrznej powierzchni rury, m²

\dot{m}_a – strumień masy spalin, kg/s

\dot{m}_w – strumień masy pary, kg/s

\bar{c}_{pa} , \bar{c}_{pw} – średnie ciepła właściwe spalin i pary obliczane jako średnia arytmetyczna z wartości ciepł właściwych obliczanych w temperaturze wlotowej i wylotowej odpowiednio spalin i pary, J/(kg K)

Uwzględniając, że minimalnym strumieniem pojemności cieplnej jest strumień pojemności od spalin, to C^* obliczane jest z wyrażenia:

$$C^* = \frac{\dot{m}_a \bar{c}_{pa}}{\dot{m}_w \bar{c}_{pw}} = \frac{NTU_w}{NTU_a} \quad (10.36)$$

Temperatura spalin wyznaczona ze wzoru (10.32) ma postać

$$\bar{T}_a'' = T_a' - \varepsilon(T_a' - T_w') \quad (10.37)$$

Z równości strumienia ciepła przekazywanego od spalin do pary

$$\dot{m}_a \bar{c}_{pa}(T_a' - \bar{T}_a'') = \dot{m}_w \bar{c}_{pw}(T_w'' - T_w') \quad (10.38)$$

otrzymuje się wyrażenie do obliczania temperatury pary na wylocie z przegrzewacza

$$T_w'' = T_w' + C^*(T_a' - \bar{T}_a'') \quad (10.39)$$

Do obliczeń przyjęto następujące dane:

$$T_a' = 731,65 \text{ }^\circ\text{C},$$

$$T_w' = 465,6 \text{ }^\circ\text{C},$$

$$\dot{m}_a = 1002,23 \text{ kg/s},$$

$$\dot{m}_w = 637,12 \text{ kg/s},$$

$$\bar{c}_{pa} = 1234,5 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K}),$$

$$\bar{c}_{pw} = 4374,4 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K}),$$

$$\alpha_a = 98,4 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}),$$

$$\alpha_w = 4586,5 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}),$$

$$\lambda = 25,76 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K}),$$

$$k_o = 92,91 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}),$$

$$A_o = 11300,86 \text{ m}^2,$$

$$NTU_a = 0,8617,$$

$$NTU_w = 0,3826,$$

$$C^* = 0,4439.$$

Po podstawieniu C^* i NTU_a do wzoru (10.33) otrzymuje się $\varepsilon = 0,5251$.

Ze wzoru (10.37) otrzymuje się średnią temperaturę spalin na wylocie z przegrzewacza $\bar{T}_a'' = 591,96$ °C, natomiast ze wzoru (10.39) otrzymuje się temperaturę wylotową pary $T_w'' = 527,61$ °C..

10.5.2. Metoda P-NTU

Temperaturę spalin i pary za przegrzewaczem wyznaczono również za pomocą metody P-NTU. Efektywność P_a wymiennika czterobiegowego przeciwprądowego od strony spalin określona jest wzorem

$$P_a = \frac{T_a' - \bar{T}_a''}{T_a' - T_w'} \quad (10.40)$$

Efektywność cieplna P_a w funkcji NTU_a oraz bezwymiarowego ilorazu strumieni pojemności cieplnych C^* określona jest wzorem (10.41) [39, 64]

$$P_a = \frac{1}{C^*} \left(1 - \frac{1}{\zeta} \right) \quad (10.41)$$

gdzie C^* zdefiniowane jest wzorem (10.36). Symbol ζ we wzorze (10.41) oznacza następujące wyrażenie

$$\zeta = \frac{K}{2} \left(1 - \frac{K}{2} + \frac{K^2}{4} \right) + K \left(1 - \frac{K}{2} \right) \left[1 - \frac{C^*}{8} K \left(1 - \frac{K}{2} \right) e^{2KC^*} \right] + e^{4KC^*} \left(1 - \frac{K}{2} \right)^3 \quad (10.42)$$

gdzie K obliczane jest z następującej zależności

$$K = 1 - \exp \left(-\frac{NTU_a}{4} \right) \quad (10.43)$$

Średnia temperatura spalin za przegrzewaczem obliczana jest ze wzoru

$$\bar{T}_a'' = T_a' - P_a(T_a' - T_w') \quad (10.44)$$

Temperaturę pary na wylocie z przegrzewacza, oblicza się ze wzoru (10.39). Przeprowadzając obliczenia dla tych samych danych jak w przypadku założenia, że przegrzewacz można traktować jako wymiennik przeciwprądowy, otrzymuje się następujące wyniki:

$$P_a = 0,5206, \bar{T}_a'' = 593,16^\circ\text{C}, T_w'' = 527,08^\circ\text{C}.$$

Różnica względna między efektywnością P_a określoną wzorem (10.41) i efektywnością obliczaną ze wzoru (10.33) wynosi

$$e_e = 100(P_a - \varepsilon)/P_a = 100(0,5206 - 0,5251)/0,5206 = -0,86\%.$$

Niewielkie różnice otrzymuje się również dla temperatury spalin i pary na wylocie z przegrzewacza. Wynoszą one odpowiednio:

$$\varepsilon_{\bar{T}_a''} = 100[(\bar{T}_a'')^{Th} - (\bar{T}_a'')^{prz}]/(\bar{T}_a'')^{Th} = 100(593,16 - 591,96)/593,16 = 0,2\%,$$

$$\varepsilon_{T_w''} = 100[(T_w'')^{Th} - (T_w'')^{prz}]/(T_w'')^{Th} = 100(527,08 - 527,61)/527,08 = -0,1\%.$$

$(\bar{T}_a'')^{Th}$, $(T_w'')^{Th}$ – odpowiednio temperatura spalin i temperatura pary obliczona przy wyznaczaniu sprawności wg. wzoru przedstawionego w książce [64],

$(\bar{T}_a'')^{prz}$, $(T_w'')^{prz}$ – odpowiednio temperatura spalin i temperatura pary obliczona przy założeniu, że przegrzewacz można potraktować jako wymiennik przeciwprądowy.

Z przeprowadzonego porównania widać, że jeżeli liczba rzędów rur jest równa lub większa od 4, to rurowy krzyżowo-przeciwprądowy przegrzewacz pary można potraktować jako przeciwprądowy wymiennik ciepła. Również przegrzewacze krzyżowo-przeciwprądowe o większej liczbie rzędów rur niż 4, można traktować jako wymienniki przeciwprądowe. Należy jednak zwrócić uwagę, że zarówno metoda ε -NTU jak i metoda P-NTU nie pozwalają obliczyć lokalnej temperatury pary, spalin i ścianki rury. W dużych kotłach energetycznych długość rur przegrzewaczy jest duża i temperatura pary znacznie różni się w każdym biegu. Z uwagi na wysoki koszt stali stopowych każdy bieg przegrzewacza może być wykonany z innego gatunku stali. W ostatnim biegu temperatura pary i ścianki rury jest najwyższa, co pociąga za sobą konieczność wykonania tego biegu ze stali o większej zawartości składników stopowych. W celu właściwego doboru gatunku stali na dany bieg przegrzewacza niezbędne jest opracowanie modelu numerycznego przegrzewacza.

10.5.3. Czterobiegowy krzyżowo-przeciwprądowy przegrzewacz pary obliczany jako krzyżowo-prądowy wymiennik ciepła

Z uwagi na równoległy przepływ pary w jednym biegu przez 12 rur oraz 88 równoległych płatów rozmieszczonych na szerokości komory, pojedynczy bieg przegrzewacza można traktować jako wymiennik krzyżowo-prądowy o niemieszających się czynnikach. Ścisłe wzory na efektywność wymiennika krzyżowo-prądowego podane są między innymi w pracach [1, 26]. We wzorze podanym przez Baclica efektywność wymiennika krzyżowo-prądowego wyrażona jest poprzez zmodyfikowane funkcje Bessela, a wzorze wyprowadzonym przez Nusselta i cytowanym w pracy [26] występują szeregi zawierające silnie występujące w mianownikach wyrazów w szeregach nieskończonych. Obydwie postacie wzorów wymagają obliczeń komputerowych i zastosowania programów bibliotecznych do obliczania funkcji Bessela. Dobrym przybliżeniem wzorów ścisłych jest podane niżej wyrażenie [35, 64]

$$\varepsilon_c = 1 - \exp \left\{ \frac{NTU_a^{0,22}}{C^*} [\exp(-C^*NTU_a^{0,78}) - 1] \right\} \quad (10.45)$$

w którym efektywność wymiennika krzyżowo-prądowego zdefiniowana jest następująco

$$\varepsilon_c = \frac{\bar{T}'_a - \bar{T}''_a}{\bar{T}'_a - T''_{w,1}} \quad (10.46)$$

Po podstawieniu danych do wzoru (10.45) otrzymano następującą wartość efektywności: $\varepsilon_c = 0,5092$. Średnia temperatura spalin wyznaczona ze wzoru (10.46) wynosi $\bar{T}''_a = 596,17$ °C. Temperatura pary na wylocie z przegrzewacza, obliczona za pomocą wzoru (10.39) wynosi $T''_w = 525,75$ °C. Zgodność z wynikami otrzymanymi za pomocą opracowanego modelu numerycznego jest bardzo dobra. Efektywność ε_c obliczana była dla całego przegrzewacza, który złożony jest z 4 biegów, w których para płynie w dwóch różnych kierunkach. Pomimo tego, zastosowanie wzoru (10.45) daje bardzo dobre wyniki. Można to wytłumaczyć równomiernym rozkładem temperatury spalin na długości przegrzewacza za każdym rzędem rur (10.4). Średnią temperaturę spalin za każdym rzędem rur można by obliczać, wyznaczając efektywność cieplną każdego rzędu rur. Najpierw zostałyby wyznaczona średnia temperatura spalin za

pierwszym rzędem, a następnie kolejno za następnymi rzędami. W przypadku wymiennika przeciwprądowego oddzielne obliczanie efektywności dla każdego rzędu rur nie jest możliwe bez iteracyjnego wyznaczania spalin za każdym rzędem rur, gdyż dla pierwszego rzędu rur znana jest temperatura wlotowa spalin, ale brak jest temperatury wlotowej pary.

Wadą wyznaczania temperatur czynników z wykorzystaniem dostępnych w literaturze wzorów na efektywność wymiennika jest, jak już wspomniano, brak możliwości wyznaczenia rozkładu temperatury pary i ścianek rur wzdłuż drogi przepływu pary.

Wyniki obliczeń średniej temperatury pary i spalin za przegrzewaczem z wykorzystaniem różnych wzorów na efektywność cieplną przegrzewacza porównano z temperaturą pary i spalin wyznaczonymi za pomocą opracowanego modelu numerycznego przegrzewacza w tabeli 10.1.

Tabela 10-1. Porównanie temperatury pary i spalin

	Średnia temperatura pary T_w'' na wylocie z wymiennika, w °C	Średnia temperatura spalin \bar{T}_a'' za wymiennikiem, w °C
Model numeryczny opracowany w rozprawie	526,83	592,09
Przegrzewacz pary potraktowany jako wymiennik przeciwprądowy	527,61	591,96
Przegrzewacz pary jako wymiennik krzyżowo- prądowy czterobiegowy	527,08	593,16
Przegrzewacz pary potraktowany jako krzyżowo-prądowy wymiennik ciepła o niemieszających się czynnikach	525,75	596,17

Z analizy wyników przedstawionych w tabeli 10.1. widać, że zaproponowana metoda numeryczna obliczania krzyżowo-prądowych wymienników ciepła oraz dostępne w literaturze wzory na efektywność cieplną wymienników dają podobne wyniki. Należy jednak zaznaczyć, że zaproponowane w rozprawie metody umożliwiają obliczenia wymienników krzyżowo-prądowych o złożonych układach przepływowych z uwzględnieniem zależności ciepła właściwego od temperatury. Przy obliczaniu efektywności wymienników ciepła przyjmuje się natomiast stałe ciepła właściwe obydwu czynników, niezależne od temperatury i położenia. Ponadto za pomocą opracowanego modelu numerycznego można wyznaczać lokalną temperaturę pary i ścianek rur wzdłuż drogi przepływu pary. Dzięki temu opracowany model numeryczny może być wykorzystywany do doboru gatunków stali na poszczególne biegi wymiennika.

11. Wnioski

W rozprawie przedstawione zostały dwie nowe metody obliczeń rurowych krzyżowo-prądowych wymienników ciepła. Cały wymiennik ciepła dzieli się na obszary kontrolne (objętości skończone), dla których sporządza się równania bilansu ciepła. W metodzie I rozkład temperatury obydwu czynników w każdej objętości kontrolnej jest wyrażony za pomocą analitycznych wzorów ścisłych. Dzięki temu temperaturę obydwu czynników można obliczyć w dowolnym punkcie objętości skończonej, jak i całego wymiennika. W metodzie II obliczane są temperatury tylko na wylocie z danej objętości kontrolnej. Obydwie metody umożliwiają bez iteracyjne obliczanie całego wymiennika. Do osiągnięcia bardzo dobrej dokładności obliczeń temperatur liczba objętości kontrolnych na długości wymiennika może być niewielka, od kilku do kilkunastu. W metodzie I liczba objętości skończonych może być mniejsza niż w metodzie II. Z kolei zaletą metody II są prostsze wzory obliczeniowe.

Rozkłady temperatury obydwu czynników w dwubiegowych wymiennikach krzyżowo-prądowych wyznaczone zostały za pomocą metody analitycznej ścisłej. Obydwie metody przetestowane zostały poprzez porównanie obliczeń dwubiegowych rurowych wymienników współ- i przeciwpądowych. Wyniki uzyskane za pomocą zaproponowanych metod numerycznych są prawie identyczne z temperaturami uzyskanymi za pomocą ścisłych rozwiązań analitycznych.

Druga z opracowanych metod zastosowana została do obliczeń czterobiegowego krzyżowo-przeciwprądowego przegrzewacza pary świeżej trzeciego stopnia w kotle o parametrach nadkrytycznych. Temperatury pary i spalin na wylocie z przegrzewacza bardzo dobrze zgadzają się z wynikami pomiarów.

Obydwie opracowane metody mogą być stosowane do obliczeń wymienników rurowych krzyżowo-współprądowych, krzyżowo-przeciwprądowych i wymienników o przepływie mieszanym wykonanych z rur gładkich lub ożebrowanych. Schemat przepływowy wymiennika może być bardzo złożony. Obydwie metody mogą być zastosowane do projektowania wymienników rurowych krzyżowo-prądowych lub do obliczeń eksploatacyjnych istniejących już wymienników.

Literatura

1. Baclic, B.S., *A simplified formula for cross-flow heat exchanger*, Transactions of the ASME, Journal of Heat transfer 1978, 100, 746-747.
2. Bang, Y.M., Park, S.R., Cho, C.P., Cho, M., Park, S., *Thermal and flow characteristics of a cylindrical superheater with circular fins*. Appl Therm Eng. 2020, 181, 115895. <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2020.115895>.
3. Bansal, P. K., Purkayastha, B., *An NTU- ϵ model for alternative refrigerants*. Int J. Refrig. 1998, 21, 381-397. [https://doi.org/10.1016/S0140-7007\(00\)00091-8](https://doi.org/10.1016/S0140-7007(00)00091-8).
4. Bensafi, A., Borg, S., Parent, D., *CYRANO: a computational model for the detailed design of plate-fin-and-tube heat exchangers using pure and mixed refrigerants*. Int J. Refrig 1997, 20, 218-228. [https://doi.org/10.1016/S0140-7007\(96\)00052-7](https://doi.org/10.1016/S0140-7007(96)00052-7).
5. Bezaatpoura, M., Rostamzadehb, H., *Heat transfer enhancement of a fin-and-tube compact heat exchanger by employing magnetite ferrofluid flow and an external magnetic field*. Applied Thermal Engineering 2020, 164, 114462. <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2019.114462>.
6. Brandt, F., *Wärmeübertragung in Dampferzeugern und Wärmeaustauschern*, FDBR – Fachverband Dampfkessel-, Behälter – und Rohrleitungsbau E.V., 1985.
7. Cabezas-Gómez, L., Saiz-Jabardo, J. M., Navarro, H. A., Lopes Barbieri, P. E., *New thermal effectiveness data and formulae for some cross-flow arrangements of practical interest*. International Journal of Heat and Mass Transfer 2014, 69, 237-246. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2013.10.022>.
8. Chen, H. T., Ma, W. X., Lin, P.Y., *Natural convection of plate finned tube heat exchangers with two horizontal tubes in a chimney: Experimental and numerical study*. International Journal of Heat and Mass Transfer 2020, 147, 118948. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2019.118948>.
9. Dittus, F. W., Boelter, L. M. K., *Heat transfer in automobile radiators of the tubular type*. The University of California Publications on Engineering 2 1930, 443-461, Reprinted in Int. Commun. Heat Mass 12 1985, 3-22.
10. Fogiel, M. (Edytor), *The heat transfer problem solver*, Research and Education Association, Piscataway, New Jersey, 1999.
11. French, D., *Metallurgical failures in fossil fired boilers*. 2nd ed. New York: John Wiley & Sons; 1993
12. Gnielinski, V., *Heat Transfer in Pipe Flow*, rozdział G1 w VDI Heat Atlas, second edition, wyd. VDI – Springer, Berlin-Heidelberg 2010, s. 693-699.
13. Granda, M., Trojan, M., Taler, D., *CFD analysis of steam superheater operation in steady and transient state*. Energy 2020, 199, 117423. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2020.117423>.
14. Hewitt, G.F., Shires, G.L., Bott, T.R., *Process heat transfer*, CRC Press I Begell House, Boca Raton 1994.
15. Hobler, T., *Ruch ciepła i wymienniki*, Wydanie szóste, WNT, Warszawa 1986.
16. Holman, J., *Heat transfer*, 9th ed., McGraw Hill, New York 2002.
17. Idelchik, I.E., *Handbook of Hydraulic Resistance*, 4th ed. Revised and Augmented, Research Institute for Gas Purification, Begell, Moscow, Russia, 2008.
18. Incropera, F., DeWitt, D., Bergman, T., Lavine, S., *Introduction to heat transfer*, McGraw Hill, New York 2001.
19. Kagan, G.M., *Thermal calculation of boilers. Normative method*. NPO CKTI; 1998.

20. Korzeń, A., Taler, D., *Modeling of transient response of a plate fin and tube heat exchanger*, International Journal of Thermal Sciences 2015, 92, 188-198. <https://doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2015.01.036>.
21. Li, C.H., *A New simplified formula for cross-flow heat exchange effectiveness*, Transactions of the ASME, Journal of Heat transfer 1987,109, 521-522.
22. Lienhard IV, J.H., Lienhard V, J.H., *A heat transfer*, Dover Publications, Mineola, New York, 2011.
23. Lokshin, V. A., Peterson, D. F., Schwarz, A. L., *Standard methods of hydraulic design for power boilers*, Hemisphere Publishing Corporation, Washington, 1988.
24. Madejski, P., Taler, D., Taler, J., *Modeling of transient operation of steam superheater in CFB boiler*. Energy 2019, 182, 965-74. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2019.06.093>.
25. McQuiston, F.C., Parker, J.D., Spitler, J.D., *Heating, ventilating, and air conditioning. Analysis and design*, Wiley, Hoboken 2005.
26. Mills, A. F., *Basic heat & mass transfer*. Prentice Hall, Upper Saddle River, 1999.
27. Nagaosa, R. S., *Turbulence model-free approach for predictions of air flow dynamics and heat transfer in a fin-and-tube exchanger*. Energy Conversion and Management 2017, 142, 414-425. <https://doi.org/10.1016/j.enconman.2017.03.063>.
28. Navarro, H. A., Cabezas-Gómez, L. *A new approach for thermal performance calculation of cross-flow heat exchangers*. International Journal of Heat and Mass Transfer 2005, 48, 3880-3888. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2005.03.027>.
29. Navarro, H. A., Cabezas-Gómez, L., Bastos Zoghbi Filho, J. R, Ribatski, G., Saiz-Jabardo, J. M., *Effectiveness - NTU data and analysis for air conditioning and refrigeration air coils*, Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, 2010, 32, 218-226. <https://doi.org/10.1590/S1678-58782010000300004>.
30. Nicole, F. J. L., *Mean temperature difference for heat exchanger design*, Council for Scientific and Industrial Research, Special Report Chem. 223, Pretoria, South Africa, 1972.
31. Norma PN-EN ISO 21920-1:2022-06]. EN ISO 1302:2002/prA2, *Geometrical Product Specifications (GPS) - Indication of surface texture in technical product documentation - Amendment 2: Indication of material ratio requirements (ISO 1302:2002/DAM 2:2010)*
32. Orłowski, P., Dobrzański, W., Szwarc, E., *Kotły parowe. Konstrukcja i obliczenia*. WNT, Warszawa 1979.
33. Press, W.H., Teukolsky, S.A., Vetterling, W.T., Flannery, B.P., *Numerical recipes in Fortran 77, The art of scientific computing*, Cambridge University Press, Cambridge 2006
34. Qi, J., Zhou, K., Huang, J., Si, X., *Numerical simulation of the heat transfer of superheater tubes in power plants considering oxide scale*. Int J Heat Mass Tran 2018, 122, 929-38. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2018.01.119>.
35. Rennels, D.C., Hudson, H.M., *Pipe flow. A practical and comprehensive guide*, AIChE, Wiley, Hoboken 2012.
36. Shah, R. K., Sekulić, D. P., *Fundamentals of Heat Exchanger Design.*, Jonh Wiley & Sons, Hoboken, New Jersey, 2003
37. Singh, V., Aute, V., Radermacher, R., *A heat exchanger model for air-to-refrigerant fin-and-tube heat exchanger with arbitrary fin sheet* . International Journal of Refrigeration 2009, 32, 1724-1735. <https://doi.org/10.1016/j.ijrefrig.2009.05.011>.

38. Singh, V., Aute, V., Radermahr, R., *Numerical approach for modeling air-to-refrigerant fin-and-tube heat exchanger with tube-to-tube heat transfer*. International Journal of Refrigeration 2008, 31, 1414-1425. <https://doi.org/10.1016/j.ijrefrig.2008.03.013>.
39. Sun, Ch., Lewpiriyawong, N., Khoo, K. L., Zeng, S., Lee, P. S., *Thermal enhancement of fin and tube heat exchanger with guiding channels and topology optimisation*. Int J Heat Mass Tran 2018, 127 (Part C), 1001-1013. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2018.08.093>.
40. Taler, D., *A new heat transfer correlation for transition and turbulent fluid flow in tubes*. International Journal of Thermal Sciences 2016, 108, 108-122. <https://doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2016.04.022>.
41. Taler, D., *Dynamika rurowych wymienników ciepła*, AGH Uczelniane Wydawnictwa Naukowo-Dydaktyczne, Kraków 2009.
42. Taler, D., *Mathematical modeling and control of plate fin and tube heat exchangers*. Energy Conversion and Management 2015, 96, 452-462. <https://doi.org/10.1016/j.enconman.2015.03.015>.
43. Taler, D., *Mathematical modeling and experimental study of heat transfer in a low-duty air-cooled heat exchanger*. Energy Conversion and Management 2018, 159, 232-243. <https://doi.org/10.1016/j.enconman.2018.01.018>.
44. Taler, D., *Numerical modelling and experimental testing of heat exchangers*, Springer, Berlin 2019.
45. Taler, D., *Obliczenia i badania eksperymentalne wymienników ciepła*. Wydawnictwo PK, Kraków 2016.
46. Taler, D., Taler, J., *Prediction of heat transfer correlations in a low-loaded plate-fin-and-tube heat exchanger based on flow-thermal tests*. Applied Thermal Engineering 2019, 148, 641-649. <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2018.11.060>.
47. Taler, D., Taler, J., *New analytical-numerical method of simple modelling of tubular cross-flow heat exchangers with complicated flow arrangement*, Pres'19, Proceedings of the 22th Conference on Process Integration, Modelling and Optimisation for Energy Saving and Pollution Reduction, 20-23 October 2019, Agios Nikolaos, Crete, Greece
48. Taler, D., Taler, J., *Simple heat transfer correlations for turbulent tube flow*. E3S Web of Conferences 2017, 13, 02008. <https://doi.org/10.1051/e3sconf/20171302008>.
49. Taler, D., Taler, J., Wrona, K., *New analytical-numerical method of simple modelling of tubular cross-flow heat exchangers with complicated flow arrangement*. Energy 2021, 228, 120633. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2021.120633>.
50. Taler, J., Zima, W., Ochoń, P., Grądziel, S., Taler, D., Cebula, A., et al., *Mathematical model of a supercritical power boiler for simulating rapid changes in boiler thermal loading*. Energy 2019, 175, 580-92. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2019.03.085>.
51. Taler, J. (edytor), *Procesy cieplne i przepływowe w dużych kotłach energetycznych. Modelowanie i monitoring*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2011.
52. Theerakulpisut, S., Priprem, S., *Modeling cooling coils*, Int. Comm. Heat Mass Transfer 1998, 25, 127-137.
53. Thulukkanam, K., *Heat Exchanger Design Handbook*, Second Edition, CRC Press, Boca Raton 2013.

54. Trojan, M., Taler, D., *Thermal simulation of superheaters taking into account the processes occurring on the side of the steam and flue gas*. Fuel 2015, 150, 75-87. <https://doi.org/10.1016/j.fuel.2015.01.095>.
55. Vardhan, A., Dhar, P. L., *A new procedure for performance prediction of air conditioning coils*. Int. J. Refrig. 1998, 21, 77-83.
56. VDI-Gesellschaft Verfahrenstechnik und Chemieingenieurwesen Editor, *VDI Heat Atlas Second Edition*, Springer, Berlin – Heidelberg, 2010.
57. Wang, C.C., Chui, K.Y., *Heat transfer and friction characteristics of plain fin-and-tube heat exchangers, part I: New experimental data*, Int J Heat Mass Transfer 2000, 43, 2681-91. [https://doi.org/10.1016/S0017-9310\(99\)00332-4](https://doi.org/10.1016/S0017-9310(99)00332-4).
58. Wang, C.C., Chui, K.Y., *Heat transfer and friction characteristics of plain fin-and-tube heat exchangers, part II: Correlation*, Int J Heat Mass Transfer 2000, 43, 2693-700. [https://doi.org/10.1016/S0017-9310\(99\)00333-6](https://doi.org/10.1016/S0017-9310(99)00333-6).
59. Wang, W., Wang, F., Kong, Y., Yang, L., Niu, Y., Du, X., Li, A., *Anti-freezing performance of air-cooled heat exchanger with different water entry patterns*. Applied Therm Eng 2021, 182, 116066. <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2020.116066>.
60. Webb, R.L., *Principles of enhanced heat transfer*, Wiley, New York 1994.
61. Wiśniewski, S., Wiśniewski, T.S., *Wymiana ciepła*, Wydanie trzecie zmienione, WNT, Warszawa 1994.

Streszczenie

Przegrzewacze stosowane są w kotłach parowych zarówno o ciśnieniu mniejszym, jak i większym od ciśnienia krytycznego pary wodnej. Poprzez znaczne podwyższenie temperatury pary ponad temperaturę nasycenia przy danym ciśnieniu, istotnie wzrasta sprawność wytwarzania energii elektrycznej w bloku parowym. Z uwagi na wysoką temperaturę pary i rur przegrzewaczy, szczególnie w ostatnim stopniu przegrzewacza, ulegają one często awarii z uwagi na przegrzanie materiału rur. Około 40% awarii kotłów spowodowane jest uszkodzeniami rur przegrzewacza. Dokładne wyznaczenie temperatury rur przegrzewacza jest ważne również z uwagi na koszty budowy przegrzewacza. W kotłach o parametrach nadkrytycznych temperatura pary w poszczególnych stopniach przegrzewacza zawarta jest w przedziale od ok. 400 °C do 600-650 °C. Pierwsze stopnie przegrzewacza pary świeżej mogą więc być wykonane ze stali niskostopowych, a ostatnie stopnie w zależności od końcowej temperatury pary świeżej, ze stali ferrytyczno-martenzytycznych o zawartości od 9 do 12% chromu lub ze stali austenitycznej o zawartości chromu ok. 18% i niklu 8-12%. Ze względu na wysokie koszty stali stopowych często każdy bieg przegrzewacza wykonany jest z innej stali stopowej tak, aby spełniony był warunek nieprzekraczania dopuszczalnej temperatury materiału rur dla danego gatunku stali. Wyznaczenie przebiegu temperatury pary wzdłuż drogi jej przepływu, tj. wzdłuż każdego biegu przegrzewacza, umożliwia dobór właściwego gatunku stali na dany bieg.

W pracy przedstawiono dwie metody analityczno-numeryczne wyznaczania rozkładu temperatury pary, rur i spalin w przegrzewaczach.

Pierwsza metoda bazuje na rozwiązaniu ścisłym dla jednorzędowego wymiennika krzyżowo-prądowego. Przegrzewacz dzielony jest na objętości skończone, wewnątrz których temperatura pary i spalin określona jest analitycznymi wzorami ścisłymi. Temperatura pary, ścianek rur i spalin może być obliczona w dowolnym punkcie przegrzewacza. Liczba objętości skończonych na długości jednego biegu może być niewielka, aby uzyskać bardzo dobrą dokładność wyznaczania temperatur pary i spalin oraz ścianek rur.

W metodzie drugiej, podobnie jak w metodzie pierwszej, przegrzewacz dzielony jest na objętości skończone. Temperaturę pary i spalin wyznacza się jednak tylko na wylocie z objętości kontrolnej, a temperaturę ścianki w środku objętości kontrolnej. Z modelu matematycznego przegrzewacza, bazującego na metodzie drugiej, wyznaczane są temperatury pary, spalin i rur w węzłach objętości skończonych. Przy

niewielkiej liczbie objętości skończonych na długości rur, mniejszej od czterech, dokładność wyznaczania temperatur czynników i rury jest nieco mniejsza niż w metodzie pierwszej.

Obydwie metody nie wymagają obliczeń iteracyjnych, dzięki czemu czas obliczeń komputerowych przegrzewacza jest bardzo krótki, rzędu kilku sekund. W obydwu metodach można łatwo uwzględnić zależność ciepła właściwego pary, jak i innych właściwości pary od ciśnienia i temperatury. Jest to szczególnie ważna zaleta prezentowanych metod w przypadku przegrzewaczy o nadkrytycznym ciśnieniu pary, w których ciepło właściwe pary bardzo silnie zależy od ciśnienia i temperatury.

Dokładność obydwu opracowanych metod zweryfikowano poprzez ich porównanie z metodami analitycznymi ścisłymi. Opracowano modele matematyczne analityczne ścisłe i numeryczne przegrzewaczy dwubiegowych krzyżowo-współprądowych oraz przegrzewaczy dwubiegowych krzyżowo-przeciwprądowych dla stałego ciepła właściwego pary i spalin, niezależnych od temperatury. Temperatury pary, spalin i ścianek rur wyznaczone za pomocą modeli numerycznych bazujących na metodzie pierwszej i drugiej praktycznie nie różnią się od temperatur wyznaczonych za pomocą rozwiązań analitycznych ścisłych. Opracowany został również model matematyczny przegrzewacza pary świeżej trzeciego stopnia w kotle parowym o nadkrytycznym ciśnieniu pary, z uwzględnieniem zależności ciepła właściwego pary od ciśnienia i temperatury oraz zależności ciepła właściwego spalin od temperatury. Jest to wymiennik czterobiegowy krzyżowo-przeciwprądowy. Wyniki obliczeń temperatur pary i spalin za przegrzewaczem porównano z wynikami pomiarów przeprowadzonych na kotle rzeczywistym oraz ze średnimi temperaturami pary i spalin za przegrzewaczem wyznaczonymi z wykorzystaniem metody P-NTU. Uzyskano bardzo dobrą zgodność temperatur pary i spalin wyznaczonych za pomocą modelu przegrzewacza bazującego na metodzie II z odpowiednimi temperaturami zmierzonymi i obliczonymi za pomocą metody P-NTU. Przedstawione w pracy metody mogą być stosowane w obliczeniach projektowych i eksploatacyjnych przegrzewaczy. Mogą być z powodzeniem wykorzystywane w układach monitorowania pracy kotłów do wyznaczania trudnych do zmierzenia temperatur pary i spalin oraz ścianek rur.

Summary

Analytical-numerical methods for modelling tubular cross-flow heat exchangers with a complex flow system

Superheaters are used in steam boilers with both lower and higher pressures than the critical pressure of steam. By significantly raising the temperature of the steam above the saturation temperature at a given pressure, the efficiency of power generation in the steam unit is significantly increased. Due to the high temperature of steam and superheater tubes, especially in the last superheater stage, they often fail due to overheating the tube material. Superheater tube damages cause about 40% of boiler failures. Accurate determination of superheater tube temperatures is also important because of the cost of superheater construction. In supercritical boilers, the steam temperature in each superheater stage ranges from about 400 °C to 600-650 °C. Thus, the first stages of the fresh steam superheater can be made of low-alloy steels, and the last stages, depending on the final temperature of the live steam, can be made of ferritic-martensitic steels with 9-12% chromium or austenitic steels with about 18% chromium and 8-12% nickel. Due to the high cost of alloy steels, each superheater pass is often made of different alloy steel so that the condition of not exceeding the allowable tube material temperature for a given steel grade is met. Determining the variation of the steam temperature along the path of its flow, i.e. along each superheater pass, makes it possible to select the suitable steel grade for a given pass.

The paper presents two analytical-numerical methods for determining the temperature distribution of steam, tubes and flue gas in superheaters.

The first method is based on the exact solution for a single-row cross-flow heat exchanger. The superheater is divided into finite volumes, inside which the temperature of the steam and flue gas is determined by exact analytical formulas. The steam, tube wall and flue gas temperature can be calculated at any point in the superheater. The number of finite volumes along a single pass can be small to determine steam, flue gas and tube wall temperatures accurately.

In the second method, as in the first method, the superheater is divided into finite volumes. However, the steam and flue gas temperatures are determined only at the outlet of the control volume and the wall temperature at the centre of the control volume. Based on the second method, the steam, flue gas and tube temperatures at the nodes of the finite volumes are determined from the mathematical model of the

superheater. With a few finite volumes along the length of the tubes, less than four, the accuracy of determining the temperatures of the fluids and the tube is slightly lower than in the first method.

Both methods do not require iterative calculations, making superheater computer calculation time very short, on the order of a few seconds. In both methods, the dependence of the specific heat of the steam and other steam properties on pressure and temperature can be easily taken into account. This is a particularly important advantage of the presented methods for superheaters with supercritical steam pressure, in which the specific heat of steam depends very strongly on pressure and temperature.

The accuracy of the two developed methods was verified by comparing them with exact analytical methods. Exact analytical and numerical mathematical models were developed for two-pass cross-co-current superheaters and two-pass cross-counter-current superheaters for the constant specific heat of the steam and flue gas, independent of temperature. Steam, flue gas, and tube wall temperatures determined by numerical models based on the first and second methods are no different from those determined by exact analytical solutions. A mathematical model of a third-stage live steam superheater in a supercritical steam boiler has also been developed, including the pressure and temperature dependence of the specific heat of the steam and the temperature dependence of the specific heat of flue gas. It is a four-pass cross-counter-current heat exchanger. The results of calculations of steam and flue gas temperatures after the superheater were compared with the results of measurements carried out on the actual boiler and with the average steam and flue gas temperatures after the superheater. Very good agreement was obtained between the steam and flue gas temperatures determined using the superheater model based on the second method and the corresponding temperatures measured and calculated using the P-NTU method. The average steam and flue gas temperatures downstream of the superheater determined by the numerical model were compared with the results obtained by the P-NTU method. The methods presented in this paper can be used in superheaters' design and performance calculations. They can be successfully used in boiler operation monitoring systems to determine difficult-to-measure steam and flue gas temperatures and tube walls.