48

ÜBER

KNICKFESTIGKEIT.

ÜBER

KNICKFESTIGKEIT.

FORMELN UND TABELLEN

ZUR

BERECHNUNG VON AUFGABEN ÜBER

KNICKFESTIGKEIT.

FÜR DEN PRAKTISCHEN GEBRAUCH ZUSAMMENGESTELLT

VON

HANS GUZMANN

INGENIEUR, K. K. PROFESSOR AN DER STAATS-GEWERBESCHULE IN BIELITZ.

WIEN 1889.

SPIELHAGEN & SCHURICH.

VERLAGSBUCHHANDLUNG

I. KUMPFGASSE 7.

Bezeichnungen.

Für das Nachstehende gilt folgendes Bezeichnungs-Schema:

P, die Belastung in Kilogramm.

$F = \varphi \cdot d^2$, die Querschnittsfläche des Stabes in *cm*^{2}.

$J = \psi \cdot d^4$, das kleinste Trägheitsmoment des Stabquerschnittes.

l, die Länge des Stabes in *cm*.

d, die zur Axe des kleinsten Trägheitsmomentes senkrechte größte Querschnittsdimension.

$\lambda = \frac{l}{d}$, das sogenannte Längenverhältnis.

$\rho = \frac{J}{F} = r\, d^2$, der kleinste Trägheitsradius des Stabquerschnittes.

$$\left.\begin{array}{l} \gamma = \frac{F}{J} \cdot d^2 = \frac{1}{r} \\ \varphi = \frac{F}{d^2},\ \psi = \frac{J}{d^4} \end{array}\right\}$$ nur von der Querschnittsform abhängige Coëfficienten.

α, ein nur vom Materiale des Stabes abhängiger Coëfficient.

β, ein nur von der Befestigungsweise des Stabes abhängiger Coëfficient.

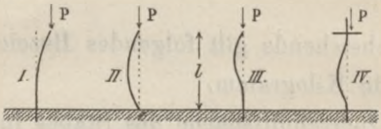
k_z u. k_d die zulässigen Maximalspannungen, oder die entsprechenden Tragcoëfficienten des Stabmateriales auf Zug, resp. Druck.

s_z u. s_d die durch die Belastung erzeugten Materialspannungen der äußersten Fasern.

$s_m = \frac{P}{F}$ die der Belastung entsprechende mittlere Spannung im Querschnitte, das „Druck-Äquivalent" Heinzerlings. Alle Spannungen pr. 1 *cm*^{2}.

σ, der „*Knickcoëfficient*“ oder Reductionscoëfficient, mit dem die einfache Drucktragkraft *zu dividieren ist*, um die Knick-Tragkraft des Stabes zu erhalten. Zugleich auch der Coëfficient, mit dem die aus der Belastung resultierende mittlere Querschnittsspannung *zu multiplicieren ist*, um die Maximalspannung der äußersten Fasern zu erhalten.

Die vier gebräuchlichsten und allbekannten Befestigungsarten für auf Knicken beanspruchte Stäbe, sind durch folgende Skizzen versinnlicht:



Alle im Nachfolgenden angeführten Formeln gelten — wenn nicht ausdrücklich anderes bemerkt ist — für die 2. Befestigungsart.

Allgemeines.

Man hat bekanntlich vornehmlich zwei Arten von Formeln für die Knickfestigkeit, nämlich:

A. Die *alten Knickformeln*, welche nur für schlanke Säulen gelten. Dahin gehören:
   a) die *rein theoretischen Knickformeln von Euler-Navier*,
   b) die *empirischen Knickformeln* v. E. *Hodgkinson* u. a.

B. Die *neuen oder modernen Knickformeln*, welche für alle Längenverhältnisse gelten, und theils rein theoretisch, theils auf theoretisch-empirischem Wege abgeleitet wurden.

Die in der Praxis vorkommenden Aufgaben über Knickfestigkeit, welche mittels der erwähnten Formeln gelöst werden müssen, lassen sich auf folgende drei Hauptfälle zurückführen:

1. *Berechnung der Tragkraft* eines prismatischen Stabes, der in Bezug auf Material, Länge, Querschnitt und Befestigungsweise vollkommen bestimmt ist.

2. Bestimmung der Maximalspannungen, welche bei gegebener Belastung, Befestigung, Querschnittsform und Länge, im Stabe auftreten.
3. Bestimmung des Querschnittes eines prismatischen Stabes, der in Bezug auf Material, Länge, Befestigungsweise und Belastung vollkommen gegeben ist.

Während nun die 1. und 2. Aufgabe direct und ohne Anstand gelöst werden können, ist die Lösung der 3. Aufgabe — welche gerade in der Praxis am häufigsten gestellt wird — bis jetzt eigentlich nur durch wiederholte Rechnung, also durch Probieren zu finden; indem man über den in Rechnung zu setzenden Festigkeitscoëfficienten (der sich ja mit der Größe, eventuell Form des Querschnittes und dem dadurch bedingten Längenverhältnisse ändert), im Unklaren ist, und nur durch Versuche zum Ziele kommt. Offenbar geht aber jede praktische Rechnung darauf aus, den unter den gegebenen Bedingungen zweckmäßigsten und rationellsten Querschnitt direct zu bestimmen.

Die alten Knickformeln lösen zwar die Aufgaben 1 und 3 direct und liefern ganz bestimmte theoretische Resultate. Es wird jedoch kaum einem Ingenieur beikommen, eine irgendwie bedeutendere, nach diesen Formeln berechnete Construction auszuführen, ohne die resultirenden Querschnittsdimensionen in Bezug auf die auftretenden Maximalspannungen einer Controlrechnung unterworfen zu haben — indem diese alten Knickformeln eigentlich nur die Bruchlast liefern, und durch Einführung eines Sicherheitscoëfficienten zwar eine sogenannte praktische Tragkraft angeben, dagegen aber kein Urtheil über die bei dieser Belastung entstehenden Spannungen gestatten: die wirkliche Sicherheit der Construction also nicht ermessen lassen.

Außerdem können diese alten Knickformeln bekanntlich nur dann angewendet werden, wenn das Verhältnis zwischen Stablänge und Querschnittsdimension eine gewisse Größe überschreitet — in der Weise nämlich, dass, so lange das Längenverhältnis unterhalb dieser Grenze bleibt, der Stab auf reine Druckfestigkeit zu rechnen ist, dagegen sofort auf Knickfestigkeit gerechnet werden muss, wenn dieses Grenzverhältnis überschritten wird.

Die angeführten Mängel der alten Knickformeln machten daher schon lange eine Formel wünschenswert, welche für jedes Längenverhältnis giltig und ähnlich wie die Druckformel construiert ist — zugleich aber der mit zunehmender Länge abnehmenden Tragkraft des Stabes, durch einen kleiner werdenden Tragcoëfficienten Rechnung trägt.

Die neuen oder modernen Knickformeln entsprechen wohl diesen Anforderungen — da sie für alle Längenverhältnisse verwendbar sind und unter gewissen Voraussetzungen ein unmittelbares Urtheil über die auftretenden Maximalspannungen gestatten. Aber die directe Lösung des 3. Problemes ist auch mit ihnen — wenigstens in der gewöhnlichen Gestalt — nicht möglich, sondern bis nun wieder nur auf dem Wege des Versuches zu erreichen.

Zweck und Ziel des vorliegenden Aufsatzes ist es nun:

1. aus den vorhandenen modernen Knickformeln durch Umwandlung eine neue zu schaffen, mittels deren der Stabquerschnitt für die gebräuchlichsten Querschnittsformen (natürlich nicht für jede beliebige Form) direct bestimmt werden kann, und
2. das sonst noch nothwendige rechnerische Versuchen und Probieren zu vereinfachen und dafür ein sehr schnell zum Ziele führendes praktisches Verfahren aufzustellen.

Die Schwarz-Rankine Knickformel und ihre Transformationen.

Eine der gebräuchlichsten modernen Knickformeln ist die sogenannte: Schwarz-Rankine Formel. Nach ihr ist die Tragkraft

$$P = \begin{cases} \dfrac{1}{\alpha \cdot \beta \cdot \dfrac{F}{J} \cdot l^2 + 1} \cdot k_d \cdot F \\[2ex] \dfrac{1}{\alpha \cdot \beta \cdot \dfrac{F}{J} \cdot l^2 - 1} \cdot k_z \cdot F \end{cases} \qquad (1.$$

Nach unserem Bezeichnungs-Schema ist:

α der Materialcoëfficient, dessen Größe für die einzelnen Materialien später festgesetzt wird.

β der Befestigungscoëfficient, dessen Werth für den hier in Betracht kommenden 2. Befestigungsfall wohl allgemein gleich Eins angenommen wird, weshalb obige Formeln (1. gewöhnlich ohne β geschrieben werden.

Mittels der Formeln (1. lässt sich die Hauptaufgabe 1.) direct in bekannter Weise lösen. Zur leichteren Durchführung der Rechnung empfiehlt es sich jedoch, diese Formeln (1. ein wenig zu transformieren, in der Weise nämlich, dass man das Längenverhältnis $\frac{l}{d} = \lambda$, und statt $\frac{F}{J}$ einen allgemeinen Querschnittscoëfficienten einführt.

Multipliciert und dividiert man im Nenner den 1. Summanden mit d^2, so erhält man:

$$P = \frac{1}{\alpha \cdot \beta \cdot \frac{F}{J} \cdot d^2 \cdot \frac{l^2}{d^2} \pm 1} \cdot k \cdot F.$$

Nun ist aber: $\frac{l^2}{d^2} = \lambda^2$, $\frac{F}{J} \cdot d^2 = \gamma$,

demnach $P = \frac{1}{\alpha \cdot \beta \cdot \gamma \cdot \lambda^2 \pm 1} \cdot k \cdot F$

oder
$$P = \begin{cases} \frac{1}{\alpha \cdot \beta \cdot \gamma \cdot \lambda^2 + 1} \cdot k_d \cdot F = \frac{k_d \cdot F}{\sigma_d} \\ \frac{1}{\alpha \cdot \beta \cdot \gamma \cdot \lambda^2 - 1} \cdot k_z \cdot F = \frac{k_z \cdot F}{\sigma_z} \end{cases} \quad \ldots \ldots (I.$$

Durch Anwendung dieser Formeln (I. und unter Benützung der in den Tabellen des Anhanges aufgenommenen Coëfficientenwerte, wird das Rechnungsverfahren bedeutend abgekürzt.

Ebenso lässt sich die 2. Hauptaufgabe mittels der Formeln (2., die allbekannt und nur Umkehrungen der Formeln (1. sind, direct lösen.

Diese Formeln lauten:

$$\begin{aligned} s_d &= (\alpha \cdot \beta \cdot \frac{F}{J} \cdot l^2 + 1) \frac{P}{F} \\ s_z &= (\alpha \cdot \beta \cdot \frac{F}{J} \cdot l^2 - 1) \frac{P}{F} \end{aligned} \quad \ldots \ldots (2.$$

oder in unserer Schreibweise:

$$\begin{aligned} s_d &= (\alpha \cdot \beta \cdot \gamma \cdot \lambda^2 + 1) \frac{P}{F} \\ s_z &= (\alpha \cdot \beta \cdot \gamma \cdot \lambda^2 - 1) \frac{P}{F} \end{aligned} \quad \ldots \ldots (II.$$

Behufs directer Lösung der 3. Hauptaufgabe muss die Formel (1., nach entsprechender Umgestaltung, für d als Unbekannte aufgelöst und so eine Formel geschaffen werden, welche die directe Berechnung der Querschnittsdimension d — und damit des Querschnittes selbst — gestattet; vorausgesetzt, dass seine Dimensionsverhältnisse, bezogen auf d, bekannt sind.

Diese Umwandlung soll nun zunächst vorgenommen werden.

Entwicklung der neuen Formel zur Berechnung von d.

Ursprüngliche Form für Druckspannung:

$$P = \frac{k \cdot F}{\alpha \cdot \beta \cdot \frac{F}{J} \cdot l^2 + 1}.$$

Zuerst Zähler und Nenner mit d^2 multipliciert, gibt:

$$P = \frac{k \cdot F \cdot d^2}{\alpha \cdot \beta \cdot \frac{F\,d^2}{J} \cdot l^2 + d^2}.$$

Nun den Zähler allein mit d^2 multipliciert und dividiert

$$P = \frac{k \cdot \frac{F}{d^2} \cdot d^4}{\alpha \cdot \beta \cdot \frac{F\,d^2}{J} \cdot l^2 + d^2}.$$

Setzt man in dieser Gleichung: $\frac{F}{d^2} = \varphi$ und $\frac{F\,d^2}{J} = \gamma$, so erhält man:

$$P = \frac{k \cdot \varphi \cdot d^4}{\alpha \cdot \beta \cdot \gamma \cdot l^2 + d^2}$$

und daraus:

$$P \cdot \alpha\beta\gamma l^2 + P \cdot d^2 = k\varphi d^4.$$

Diese Gleichung nach fallenden Potenzen von d geordnet

$$k\varphi d^4 - P \cdot d^2 - P \cdot \alpha\beta\gamma l^2 = 0.$$

Löst man diese Gleichung nach d^2 auf, so erhält man:

$$d^2 = \frac{P}{2k\varphi} + \sqrt{\left(\frac{P}{2k\varphi}\right)^2 + \frac{P}{k\varphi}\,\alpha\beta\gamma l^2}\text{ *)}$$

und wenn man $\frac{P}{2k\varphi}$ heraushebt:

$$d^2 = \frac{P}{2k\varphi}\left[1 + \sqrt{1 + \frac{4k}{P} \cdot \alpha\beta\gamma\varphi l^2}\right] \quad . \; . \; . \; . \; (III.$$

Aus d^2 findet man leicht d, und damit die übrigen Dimensionen des Querschnittes, wenn dessen Form, respective seine Dimensionsverhältnisse gegeben sind.

---

*) Diese Formel wurde schon an der früher hier bestandenen, bereits mit Ende des Schuljahres 1879/80 aufgelassenen bautechnischen Abtheilung, im Unterrichte über Baumechanik angewendet.

In Gleichung (III. haben wir also die gesuchte Formel zur directen Lösung der Hauptaufgabe 3, d. h. zur directen Bestimmung des Querschnittes eines auf Knicken beanspruchten Stabes, der in Bezug auf Material, Länge, Querschnittsform und Befestigung gegeben ist.

Bestimmung der Coëfficienten.

Nunmehr handelt es sich um die Bestimmung und Feststellung der Werte der einzelnen in den Knickformeln vorkommenden Coëfficienten.

Diese Coëfficienten zerfallen in 2 Gruppen. Die Coëfficienten der einen Gruppe sind rein theoretischer Natur, hängen nur von der Form des Stabquerschnittes ab und ergeben sich aus ihr mit mathematischer Nothwendigkeit. Sie sind also einfach nur zu rechnen, was keiner Schwierigkeit unterliegt.

Die Coëfficienten der andern Gruppe hängen aber von der Befestigungsart und dem Stabmateriale ab. Sie können leider nicht einfach gerechnet, sondern müssen zweckmäßig gewählt werden, was — besonders bei den Materialcoëfficienten — seine gewisse Schwierigkeit hat.

Eine übermäßige Subtilität wird freilich nicht nothwendig sein, da die Grenzen im allgemeinen fixiert sind, und der Einfluss kleiner Abweichungen nicht so bedeutend ist. Außerdem sind auch die durch eine nicht ganz richtige Annahme dieser Coëfficienten resultirenden Fehler viel geringer als die Fehler, welche durch die Benützung solcher mittlerer Festigkeits-Coëfficienten überhaupt — gegenüber den dem betreffenden Materiale meistens wirklich zukommenden — begangen werden.

Es findet hier das Umgekehrte statt, wie bei den zusammengesetzten Constructionen. Was nützt es in vielen Fällen bei diesen, die statischen Verhältnisse bis ins Kleinste zu verfolgen und zu berechnen, wenn bei der Ausführung, Benützung und bei der Annahme der Materialcoëfficienten Fehler begangen werden, die viel, viel größere Unterschiede im Resultate zur Folge haben, als eine ganz rohe statische Berechnung. – Was nützt es hier, bei der Knickfestigkeit, die praktischen Material- und die theoretischen Befestigungsfactoren auf's Munitiöseste zu bestimmen, wenn die Spannungsverhältnisse noch im Dunkel liegen und nicht genau berücksichtigt werden können?

Eine weitere, die Coëfficientenwerte betreffende Bemerkung sei hier noch eingeschaltet.

Als Prüfstein für den Wert einer Knickformel galten bis jetzt immer die Resultate der Versuche, die bis zum Bruche durchgeführt wurden. Aus den Resultaten dieser Versuche wurden dann Bruchformeln entwickelt, mittels deren die praktische Tragkraft durch Multiplication mit einem Sicherheitscoëfficienten bestimmt wird. So wertvoll nun auch die Bruchversuche selbstverständlich in vieler Beziehung sind, so werden sie wohl kaum das Dunkel erhellen, das über den Spannungsverhältnissen innerhalb der Elasticitätsgrenze lagert, können daher auch nicht maßgebend sein bezüglich dieser, für die gewöhnliche Praxis allein in Betracht kommenden Beanspruchungssphäre.

Es ist deshalb ganz und gar ungerechtfertigt, an den Bruchresultaten allein, die Genauigkeit einer Knickformel durch einfache Multiplication, respect. Division mit dem Sicherheitscoëfficienten zu controllieren.

Dieselbe Ansicht spricht auch Professor Lang — Riga in der Riga'er Industrie Zeitung 1883, Nr. 23 aus.

Dass die verschiedenen, an der Bruchgrenze gefundenen Coëfficienten, für eine geringere Beanspruchung entsprechend modificiert werden sollten, wird schon in Laissle und Schübler „Bau der Brückenträger", 3. Auflage, I. 56 — besonderes betont. Es ist ja auch begreiflich, dass bei einem vom Anfange an wenig belasteten Stabe, mit wachsender Länge, die Belastung in einem geringeren Grade abnehmen kann, als wenn der Stab schon anfangs stark belastet war, und bei größer werdender Länge die Maximalspannung der äußersten Fasern doch constant bleiben soll. Es ergibt sich also eigentlich für jedes Faserspannungsmaximum ein eigenes Abnahmegesetz für die mittlere Spannung im Querschnitt.

Die angeführten Gründe und Bemerkungen werden es rechtfertigen, wenn im Nachfolgenden die Wahl der Material- und Befestigungscoëfficienten mit einer gewissen Flüchtigkeit durchgeführt wird, die vielleicht nicht die Zustimmung Aller finden dürfte. Das Vorliegende soll ja aber nur dazu dienen, die Methode zu präcisieren, welche einfach, rasch und innerhalb praktischer Grenzen verlässlich zu einem Ziele führt, welches früher nur auf Umwegen zu erreichen war und eigentlich auch nur mehr oder weniger angenähert erreicht wurde.

Wir gehen nunmehr auf die Bestimmung, respective Wahl der verschiedenen Coëfficienten selbst über.

a) Bestimmung der Querschnitts-Coëfficienten φ, ψ, ρ, γ, r.

Da diese Coëfficienten rein theoretisch sind und ihre Berechnungsweise bekannt ist, so sind sie einfach nur in den Tabellen I—VII geordnet und zusammengestellt.

b) Bestimmung der Befestigungs-Coëfficienten β.

Wir nehmen, in Übereinstimmung mit den meisten Formeln, folgende Werte an.

Befestigung nach:	I.	II.	III.	IV.
Wert von β:	4	1	$^1/_2$	$^1/_4$

c) Bestimmung der Material-Coëfficienten α.

Was diese Coëfficienten betrifft, so sei auf das oben Erwähnte verwiesen, wodurch es gerechtfertigt sein mag, wenn wir uns auch hier an allgemein übliche Werte (siehe z. B. österreich. Ingenieur- und Architekten-Kalender von Sonndorfer und Melan; Ingenieur-Kalender von Rheinhard; Kalender für Eisenbahntechniker von Heussinger v. Waldegg) halten. Wir wählen deshalb für:

$$\text{Schmiedeeisen} \quad \alpha = \frac{1}{10000} = 0{\cdot}0001$$

$$\text{Gusseisen, Holz} \quad \alpha = \frac{1}{5000} = 0{\cdot}0002$$

Substituiert man diese Coëfficientenwerte in die allgemeine Knickformel, so erhält man Specialformeln, die in der Tabelle VIII übersichtlich zusammengestellt sind.

Setzt man nunmehr für γ die den verschiedenen Querschnitten entsprechenden Zahlenwerte und für λ die in der Praxis vorkommenden Längenverhältnisse ein, so erhält man schließlich Tabellen IX bis XVI mit den besonderen Knickcoëfficienten, die direct zur Berechnung der Tragkraft, respective Spannung eines bestimmten auf Knickfestigkeit beanspruchten Stabes benützt werden können. Außerdem kann man diese Tabellenwerte zur Construction von Diagrammen benützen, welche unter Umständen handsamer und übersichtlicher für die Berechnung sind, als Tabellen.

Um nicht zu ausgedehnte Tabellen zu erhalten, sollen im weitern nur der II. Befestigungsfall berücksichtigt und für diese Befestigungsart allein die Coëfficienten berechnet werden. Weiters soll nur der Coëfficient σ_d ermittelt werden, da er die kleinere Tragkraft und die grössere Spannung gibt.*)

*) Aus den in den Tabellen IX—XVI^b enthaltenen Werten von σ_d für die Befestigung II, lassen sich jedoch leicht die Werte von σ_d für die anderen Be-

Für Materialien, bei denen die Zugfestigkeit kleiner als die Druckfestigkeit ist, tritt aber der Fall ein, dass bei einem gewissen Längenverhältnisse die Zugspannung schon ihre zulässige Grenze erreicht hat, wenn die Druckspannung noch unter ihrer Grenze ist. Da dieses Grenzverhältnis um so niedriger liegen wird, je kleiner die Zugfestigkeit gegen die Druckfestigkeit ist — wie z. B. bei Gusseisen — so ist die Kenntnis dieses Verhältnisses von Wichtigkeit und soll dasselbe deshalb sofort bestimmt werden.

Bestimmung des Maximalverhältnisses λ

bei welchem für Gusseisen die Zugspannung die zulässige Grenze erreicht.

Setzt man allgemein $k_d = \mu \, . \, k_z$ oder $\mu = \frac{k_d}{k_z}$, so wird

$$(\alpha \beta \gamma \lambda^2 + 1) = \mu \, (\alpha \beta \gamma \lambda^2 - 1)$$

und daraus

$$\alpha \beta \gamma \lambda^2 \, (\mu - 1) = (\mu + 1)$$

endlich

$$\lambda^2 = \frac{1}{\alpha \beta \gamma} \, . \, \frac{\mu + 1}{\mu - 1} = \frac{1}{\alpha \beta \gamma} \, . \, \frac{k_d + k_z}{k_d - k_z} \quad . \; . \; . \; . \; (IV.$$

Für Gusseisen schwankt μ zwischen 2·0 und 2·5; es ergeben sich demnach folgende Werte für das Grenzverhältnis.

$\alpha = \frac{1}{5000}$	$\mu = 2{\cdot}0$	$\mu = 2{\cdot}5$
Befestigungsfall I, $\beta = 4$.	$\lambda = 61{\cdot}237 \sqrt{\frac{1}{\gamma}}$	$\lambda = 54{\cdot}006 \sqrt{\frac{1}{\gamma}}$
„ II, $\beta = 1$.	$\lambda = 122{\cdot}474 \sqrt{\frac{1}{\gamma}}$	$\lambda = 108{\cdot}012 \sqrt{\frac{1}{\gamma}}$
„ III, $\beta = 1/2$.	$\lambda = 173{\cdot}210 \sqrt{\frac{1}{\gamma}}$	$\lambda = 152{\cdot}753 \sqrt{\frac{1}{\gamma}}$
„ IV, $\beta = 1/4$.	$\lambda = 244{\cdot}948 \sqrt{\frac{1}{\gamma}}$	$\lambda = 216{\cdot}024 \sqrt{\frac{1}{\gamma}}$

Die nach diesen Formeln berechneten Grenzverhältnisse für Gusseisenstäbe von verschiedenen Querschnitten, sind in den Tabellen XVII—XIX zusammengestellt.

Diese Tabellen sind von großer Wichtigkeit. Sie zeigen z. B., dass hohle Gusseisensäulen mit einer Wanddicke von $1/_{60}$ des äußeren

festigungsarten bestimmen, indem man den betreffenden Tabellenwert um Eins vermindert, dann für die I., III. und IV. Befestigungsart mit 4, $1/_2$, $1/_4$ multipliciert und sodann wieder Eins hinzu addiert.

Durchmessers (wohl die äußerste Grenze, die bei Gusseisen denkbar ist) und bei einer Befestigung nach I, II, III, IV, ein Längenverhältnis von höchstens 24·6—40·2—69·5—98·3 haben dürfen. Da nun die Befestigungsfälle I und II für hohle Gusseisensäulen die praktisch allein durchführbaren sind, so folgt, dass hohle Gusseisensäulen mindestens $^1/_{25}$—$^1/_{40}$ der Höhe zur Dicke haben müssen.

Wäre also z. B. die Aufgabe gegeben: „Eine Gusseisensäule nach Fall I befestigt, soll aus gewissen Gründen ein Längenverhältnis $\lambda = 27$ haben" — so ist dies nicht durchführbar. Ebenso ist praktisch undurchführbar ein $\lambda = 45$ für Befestigung nach II.

Ist demnach die Querschnittsdimension bei einer gewissen Höhe vorgeschrieben, so kann — volle Ausnützung der Materialfestigkeit vorausgesetzt — nur durch eine entsprechende Befestigungsart abgeholfen werden, was aber bei hohlen Gusseisensäulen seine sehr engen Grenzen hat.

Ist das Längenverhältnis nicht direct oder unmittelbar gegeben, sondern erst durch Lösung der gestellten Aufgabe zu entwickeln (also immer bei der Hauptaufgabe III), so ist man im Unklaren, ob die Aufgabe möglich ist oder nicht — und muss man, um dies zu erfahren, eine längere, vielleicht wertlose Berechnung durchführen.

Dies zu vermeiden und schnell zu erkennen, ob bei einer gegebenen Combination von Querschnittsform, Länge, Belastung und Befestigungsart, eine praktische Lösung der gestellten Aufgabe möglich ist oder nicht, dazu dient die nachfolgend entwickelte Relation.

Für Zugspannung ist — wegen $F = \varphi \,.\, d^2$:

$$P = \frac{k_z \,.\, \varphi \,.\, d^2}{\alpha \beta \gamma \lambda^2 - 1}$$

Zähler und Nenner mit λ^2 multipliciert, gibt:

$$P = \frac{k_z \,.\, \varphi \,.\, d^2 \,.\, \frac{l^2}{d^2}}{\alpha \beta \gamma \lambda^4 - \lambda^2} = \frac{k_z \,.\, \varphi \,.\, l^2}{\alpha \beta \gamma \lambda^4 - \lambda^2}$$

daraus: $\frac{P}{l^2} = \frac{k_z \,.\, \varphi}{\alpha \beta \gamma \lambda^4 - \lambda^2}$ oder $\frac{l^2}{P} = \frac{\alpha \beta \gamma \lambda^4 - \lambda^2}{k_z \,.\, \varphi}$.

Nun ist aber $k_z = \frac{k_d}{\mu}$, also:

$$\frac{l^2}{P} = \mu \,.\, \frac{\alpha \beta \gamma \lambda^4 - \lambda^2}{k_d \,.\, \varphi}$$

und schließlich

$$\frac{k_d}{P} \,.\, l^2 = \mu \,.\, \frac{\alpha \beta \gamma \lambda^4 - \lambda^2}{\varphi}.$$

Soll nun die gegebene Aufgabe möglich sein, so muss:

$$\frac{k_d}{P} \cdot l^2 \overline{\gtrless} \mu \cdot \frac{\alpha \beta \gamma \lambda^4 - \lambda^2}{\varphi}$$

werden, wobei λ das Maximal-Längenverhältnis, respective das Grenzverhältnis bezeichnet. Dieser Ausdruck lässt sich jedoch noch sehr vereinfachen. Setzt man nämlich für λ den Wert nach Formel IV

$$\lambda^2 = \frac{\mu + 1}{\mu - 1} \cdot \frac{1}{\alpha \beta \gamma}$$

und reduciert, so erhält man:

$$\frac{k_d}{P} \cdot l^2 \overline{\gtrless} \frac{\mu (\mu + 1)}{(\mu - 1)^2} \cdot \frac{2}{\alpha \beta \gamma \varphi}.$$

Daraus ergibt sich, I. Befestigungsfall vorausgesetzt:

für $\mu = 2{\cdot}0 \quad \frac{\mu (\mu + 1)}{(\mu - 1)^2} \cdot \frac{2}{\alpha \beta \gamma \varphi} = 6 \cdot \frac{20000}{8} \cdot \frac{1}{\gamma \cdot \varphi} = 15000 \cdot \frac{1}{\gamma \varphi}$

für $\mu = 2{\cdot}5 \quad \frac{\mu (\mu + 1)}{(\mu - 1)^2} \cdot \frac{2}{\alpha \beta \gamma \varphi} = \frac{35}{9} \cdot \frac{20000}{8} \cdot \frac{1}{\gamma \varphi} = 9722{\cdot}2 \frac{1}{\gamma \varphi}$

und demnach:

$$\left.\begin{array}{ll} \text{für } \mu = 2{\cdot}0, & \frac{k_d}{P} \cdot l^2 \overline{\gtrless} 15000 \cdot \frac{1}{\gamma \varphi} \\ \text{für } \mu = 2{\cdot}5, & \frac{k_d}{P} \cdot l^2 \overline{\gtrless} 9722{\cdot}2 \cdot \frac{1}{\gamma \varphi} \end{array}\right\} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (\mathrm{V}.$$

Hat man also eine Gusseisensäule (vornehmlich bei einer Befestigung nach Fall I.) zu berechnen, so kann man mittels einer Controlrechnung nach obiger Formel (V. sofort ersehen, ob die Aufgabe ausführbar ist oder nicht.

Um diese Controlrechnung so viel als möglich abzukürzen, sind in Tabelle XX die Werte von $15000 \frac{1}{\gamma \varphi}$ und $9722{\cdot}2 \frac{1}{\gamma \varphi}$ für die verschiedenen bei Gusseisensäulen üblichen Querschnittsformen und die I. Befestigungsart zusammengestellt. Man hat dann nur den Wert von $\frac{k_d}{P} \cdot l^2$ zu berechnen und mit dem betreffenden Tabellenwerte in Tabelle XX zu vergleichen, um sofort zu wissen, ob die Aufgabe praktisch möglich oder nicht.*)

---

*) Für die im Beispiel Nro. 13 angegebenen Bedingungen wird:

$$\frac{k_d}{P} \cdot l^2 = \frac{1000 \cdot 600^2}{21000} = \frac{360000}{21} = 17143.$$

Der Wert von $\frac{\mu (\mu + 1)}{(\mu - 1)^2} \cdot \frac{2}{\alpha \beta \gamma \varphi}$ für die Verhältnisse des Beispieles Nro. 13) ergibt sich aus Tabelle XX mit nur

5438 bis 3525.

Hat nun die Controlrechnung ergeben, dass die Aufgabe unter der gewöhnlichen Annahme — für das normale k_d — nicht ausführbar ist, so wird man die Formel für Zugspannung k_z anwenden, um das d zu berechnen.

Die der Zugspannung entprechende Formel für d ergibt sich analog wie die für Druckspannung abgeleitete mit:

$$d^2 = \frac{P}{2\, k_z\, \varphi} \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{4\, k_z}{P} \,.\, \alpha\, \beta\, \gamma\, \varphi\, l^2} \right] \qquad \text{III.}^a$$

Für eine nach dieser Formel berechnete Gusseisensäule überschreitet die Zugspannnung k_z nicht die zulässige Grenze, und bleibt die Druckspannung k_d umsomehr unter der erlaubten Grenze, so dass eine solche Säule vollkommen sicher ist. Es ist begreiflich, dass eine in dieser Weise berechnete Säule auch schlanker sein kann, als nach den Tabellen XVII—XIX gestattet ist, indem ja das Verhältnis $\mu = \frac{k_d}{k_z}$ dann nicht zwischen 2·0 und 2·5 liegt, sondern kleiner als 2 ist, unter Umständen gleich Eins, ja selbst kleiner als Eins werden kann: also das Längenverhältnis λ theoretisch unbegrenzt ist. — Es ist aber weiters auch klar, dass eine solche Säule nicht rationell in Bezug auf Materialausnützung ist, weil ja nur die geringere Festigkeit des Materiales ausgenützt wird.

Mit Hilfe der Tabellen I—XX ist man nun im Stande, die eingangs dieses Aufsatzes erwähnten Aufgaben aus dem Gebiete der Knickfestigkeit, mit einer für die Praxis genügenden Genauigkeit und Verlässlichkeit, einfach, direct und schnell zu lösen. Die Benützung der Tabellen soll deshalb auch an mehreren Beispielen erläutert werden.

Die Feststellung der Tragcoëfficienten (k_d und k_z) respective der zulässigen Spannungen (s_d, s_z) kann entweder in der alten Weise geschehen, oder aber nach einer, der auf Grund der Wöhler-Spangenberg'schen Versuche, von Winkler, Weyrauch, Launhardt, Gerber entwickelten neuen Methoden vorgenommen werden.

Es ist deshalb die gestellte Aufgabe praktisch unausführbar.

Unter praktisch ausführbar ist hier verstanden, dass für k_d die für reine Druckfestigkeit zulässige Spannung eingesetzt werden kann. Lässt man einen geringeren Wert für k_d zu (ohne k_z zu reducieren), dann freilich ist wohl jede Aufgabe durchführbar.

Schlussbemerkungen.

Es seien hier noch folgende Bemerkungen gestattet.

Anregung zu dem vorliegenden Aufsatze gab eine Abhandlung in der Allgemeinen Bauzeitung (Förster-Köstlin) Jahrgang 1877, Seite 9—12, betitelt: „Diagramm der Druckäquivalente auf Ausbiegung (Knicken) beanspruchter schmiedeeisener, gusseisener und hölzerner Stäbe mit verschiedenen Querschnitten und ihre Anwendung zu deren Dimensionierung von Dr. Heinzerling, mit einem Zeichenblatt.“

Diese Abhandlung *) behandelt denselben Gegenstand wie der vorliegende Aufsatz, benützt aber die alte Knickformel und löst die Aufgabe 3 auch nicht direct.

Für alle Fälle reicht selbstverständlich auch die Formel (III nicht aus. Die Aufgabe z. B.

„Welcher Doppeltauträger erweist sich unter gegebenen Last- und Befestigungsverhältnissen und bei gegebener Länge als der rationellste?“ diese Aufgabe kann nicht direct, sondern auch nur durch Versuche gelöst werden. Ebenso können auch einige andere Fälle, welche deshalb unter die Übungsbeispiele aufgenommen sind, nicht direct gelöst werden. Das sind aber alles, so wie der obige, außergewöhnliche und so selten vorkommende Fälle, dass man sich bei ihnen auch ein wenig mehr Zeit nehmen kann.

In allen diesen Fällen werden sich — nach den durchgenommenen Rechnungsbeispielen zu urtheilen — die Tabellen als praktisch brauchbar erweisen.

---

*) Vorläufer obiger Abhandlung Heinzerlings finden sich in der deutschen Bauzeitung 1874 in 2 Aufsätzen desselben Verfassers, betitelt:

Druckäquivalente auf Ausbiegung (Knicken) beanspruchter Stäbe.

Berechnung auf Ausbiegung (Knicken) beanspruchter Stäbe (Stützen) mittels Druckäquivalenten.

Bei Lösung solcher Aufgaben ist der Arbeitsgang folgender:

Man bestimmt zuerst den für reine Druckfestigkeit nöthigen Querschnitt $F_d = \frac{P}{k_d}$.

Es ist nun klar, dass der gesuchte Knickquerschnitt grösser sein muss, als der so gefundene Druckquerschnitt. Wir haben also unter den in den Tabellen XIII—XVI^b aufgenommenen Querschnitten einen passend erscheinenden auszusuchen und mit ihm die Proberechnung zu machen, wie aus den durchgerechneten Beispielen zu ersehen ist.

Dieses Verfahren führt sehr schnell zum Ziele und gewinnt man in kurzer Zeit eine bedeutende Übersicht und Gewandtheit, so dass man innerhalb einer Viertelstunde wohl immer den gesuchten Querschnitt, respective Träger, finden wird.

Zum Schlusse sei noch auf die drei Anhänge und deren Übersichten, welche die Benützung der Tabellen (Anhang I), der Anwendungsbeispiele (Anhang II) und der Formeln (Anhang III) wesentlich erleichtern dürften, verwiesen.

Hiermit möge die vorliegende Arbeit, als ein Versuch, die bei der Lösung von Aufgaben aus dem Gebiete der Knickfestigkeit vorkommenden Berechnungen zu vereinfachen und auf ein Minimum zu reducieren — ohne der Genauigkeit Eintrag zu thun — dem nachsichtigen Urtheile der Fachgenossen empfohlen sein.

Bei Lösung solcher Aufgaben ist der Arbeitsgang folgender:

Man bestimmt zuerst den für reine Druckfestigkeit nöthigen Querschnitt $F_d = \frac{P}{k_d}$.

Es ist nun klar, dass der gesuchte Knickquerschnitt grösser sein muss, als der so gefundene Druckquerschnitt. Wir haben also unter den in den Tabellen XIII—XVII aufgenommenen Querschnitten einen passend erscheinenden auszusuchen und mit ihm die Probe-rechnung zu machen, wie aus den durchgerechneten Beispielen zu ersehen ist.

Dieses Verfahren führt sehr schnell zum Ziele und gewinnt man in kurzer Zeit eine bedeutende Uebersicht und Gewandtheit, so dass man innerhalb einer Viertelstunde wohl immer den gesuchten Querschnitt, respective Träger, finden wird.

Zum Schlusse sei noch auf die drei Anhänge und deren Uebersichten, welche die Benützung der Tabellen (Anhang I), der Anwendungsbeispiele (Anhang II) und der Formeln (Anhang III) wesentlich erleichtern dürften, verwiesen.

Hiermit möge die vorliegende Arbeit, als ein Versuch, die bei der Lösung von Aufgaben aus dem Gebiete der Knickfestigkeit vorkommenden Berechnungen zu vereinfachen und auf ein Minimum zu beschränken, — ohne der Genauigkeit Eintrag zu thun — dem nachsichtigen Urtheile der Fachgenossen empfohlen sein.

ANHANG I.

Tabellen.

Tabelle I.	Werte der Querschnittscoëfficienten $\varphi, \psi, \rho, \gamma, r$ für:	einfache volle Querschnitte,	
„ II.		Kreuzförmige „	
„ III.		Quadratische Ring- „	
„ IV.		Kreisförmige „ „	
„ V.		Winkel-Eisen	
„ VI.		Tau-Eisen	
„ VII.		Doppel-Tau-Eisen (Typen 1882)	
„ VIII.	Werte des Knickcoëfficienten σ für die 3 Hauptmaterialien.		
„ IX.	Specielle Werte d. Knickcoëfficienten bei den verschiedenen Längenverhältnissen für:	einfache volle Querschnitte	
„ X.		Kreuzförmige „	
„ XI.		Quadratische Ring- „	
„ XII.		Kreisförmige „ „	
„ XIII.		gleichschenklige Winkel-Eisen	
„ XIVa		ungleichschenklige „ „	$n = 1\cdot5$
„ XIVb		„ „ „	$n = 2\cdot0$
„ XV.		Tau-Eisen	
„ XVIa		Doppel-Tau-Eisen	
„ XVIb		„ „ „	
„ XVII.	Grenzwerte v. λ bei Gusseisen für	einfache volle u. kreuzförmige Querschn.	
„ XVIII.		Quadratische Ring-Querschnitte	
„ XIX.		Kreisförmige „ „	
„ XX.	Werte von $\frac{\mu(\mu+1)}{(\mu-1)^2} \cdot \frac{2}{\alpha\beta\gamma\varphi}$ für Gusseisenstützen und I. Befestigung.		

Tabelle I. **Werte der Querschnitts-Coëfficienten φ, ψ, ρ, γ, $\mathfrak{r}$ für die einfachen vollen Querschnitte.**

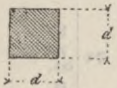
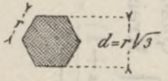
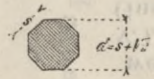
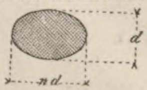
Querschnitte		$F = \varphi \cdot d^2$ $\varphi =$	$F = \varphi \cdot d^2$ $1/\varphi =$	$J = \psi \cdot d^4$ $\psi =$	$\rho = \frac{J}{F}$ $\rho = \mathfrak{r} \cdot d^2$	$\gamma = \frac{F}{J} d^2$ $\gamma = \frac{1}{\mathfrak{r}}$
Rechteck.		n	$1/n$	$\frac{n}{12}$ $0\cdot083\dot{3}\ n$	$1/_{12}\ d^2$ $0\cdot083\dot{3}\,d^2$	12·00
Quadrat.		1·0	1·0	$1/_{12}$ $0\cdot083\dot{3}$	$1/_{12}\ d^2$ $0\cdot083\dot{3}\ d^2$	12.00
Sechseck.		$\frac{\sqrt{3}}{2}$ 0·8661	1·1547	$\frac{5}{144} \cdot \sqrt{3}$ 0·0601	$\frac{10}{144} \cdot d^2$ $0\cdot0694 \cdot d^2$	14·40
Achteck.		0·8284	1·2074	0·0547	$0\cdot0661 \cdot d^2$	15·14
Kreis.		$\frac{\pi}{4}$ 0·7854	1·2732	$\frac{\pi}{64}$ 0·0491	$\frac{1}{16} \cdot d^2$ $0\cdot0625 \cdot d^2$	16·00
Ellipse		$\frac{\pi}{4} \cdot n$ $0\cdot7854 \cdot n$	$\frac{4}{\pi\, n}$ $\frac{1\cdot2732}{n}$	$\frac{\pi}{64} \cdot n$ $0\cdot0491 \cdot n$	$\frac{1}{16}\ d^2$ $0\cdot0625 \cdot d^2$	16·00

Tabelle II. **Werte der Querschnitts-Coëfficienten φ, ψ, ρ, γ, r, für kreuzförmige Querschnitte.**

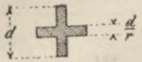
		$F = \varphi \cdot d^2$		$J = \psi \cdot d^4$	$\rho = \frac{J}{F} = \mathfrak{r}\, d^2$	$\gamma = \frac{F}{J} \cdot d^2$
		$\varphi = \frac{2r-1}{r^2}$	$\frac{1}{\varphi} =$	$\psi = \frac{1}{12} \frac{r^3+r-1}{r^4}$	$\rho = \frac{1}{12} \frac{r^3+r-1}{(2r-1)r^2}$	$\gamma = \frac{1}{\mathfrak{r}}$
r = 1	[Quadrat]	1·0	1·0	$^1/_{12}$ $0·083\dot{3}$	$^1/_{12}\ d^2$ $0·083\dot{3}\ d^2$	12·000
r = 3		$^5/_9$ 0·5555	$^9/_5$ 1·8000	$^{29}/_{972}$ 0·0298	$^{29}/_{540}\ d^2$ $0·0537\ d^2$	18 636
r = 5		$^9/_{25}$ 0·3600	$^{25}/_9$ $2·777\dot{7}$	$^{129}/_{7500}$ 0·0172	$^{129}/_{2700}\ d^2$ $0·047\dot{7}\ d^2$	20·928
r = 7		$^{13}/_{49}$ 0·2653	$^{49}/_{13}$ $3·777\dot{7}$	$^{349}/_{28812}$ 0·0086	$^{349}/_{7644}\ d^2$ $0·0456\ d^2$	21·963
r = 10		$^{19}/_{100}$ 0·1900	$^{100}/_{19}$ 5·2632	$^{1009}/_{12000}$ 0·0084	$^{1009}/_{53880}\ d^2$ $0·0443\ d^2$	22·596
r = ∞		$^1/_\infty$ 0·0000	∞ ∞	$^1/_\infty$ 0·0000	$^1/_{24}\ d^2$ $0·041\dot{6}\ d^2$	24·000

Tabelle III.

Werte der Querschnitts-Coëfficienten φ, ψ, ρ, γ, $\mathfrak{r}$ für quadratische Ring-Querschnitte.

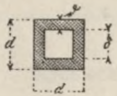
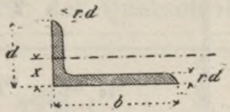
	$F = \varphi \cdot d^2$		$J = \psi \cdot d^4$	$\rho = \frac{J}{F} = \mathfrak{r} \cdot d^2$	$\gamma = \frac{F}{J} d^2 = \frac{1}{\mathfrak{r}}$
	$\varphi = \left[1 - \left(\frac{\delta}{d}\right)^2\right]$	$\frac{1}{\varphi} =$	$\psi = \frac{1}{12}\left[1 - \left(\frac{\delta}{d}\right)^4\right]$	$\rho = \frac{1}{12}\left[1 + \left(\frac{\delta}{d}\right)^2\right] d^2$	$\gamma = 12\left[\frac{1}{1 + \left(\frac{\delta}{d}\right)^2}\right]$
$\delta = 0$, $\frac{\delta}{d} = 0$ [volles Quadrat].	1·0	1·0	0·0833	0·0833 . d^2	12·000
Wanddicke $\mathfrak{d}$ = $= \frac{9}{20} \cdot \frac{\delta}{d} = \frac{1}{10}$	0·9900	1·0101	0·0833	0·0842 . d^2	11·883
$= \frac{4}{10}$ $= \frac{2}{10}$	0·9600	1·0416	0·0832	0·0866 . d^2	11·539
$= \frac{1}{4}$ $= \frac{5}{10}$	0·7500	1·3333	0·0781	0·1042 . d^2	9·600
$= \frac{1}{5}$ $= \frac{6}{10}$	0·6400	1·5625	0·0725	0·1133 . d^2	8·824
$= \frac{3}{20}$ $= \frac{7}{10}$	0·5100	1·9608	0·0633	0·1242 . d^2	8·053
$= \frac{1}{10}$ $= \frac{9}{10}$	0·3600	2·7777	0·0492	0·1366 . d^2	7·316
$= \frac{1}{20}$ $= \frac{9}{10}$	0·1900	5·2632	0·0287	0·1509 . d^2	6·630
$= \frac{1}{40}$ $= \frac{19}{20}$	0·0975	10·2564	0·0155	0·1585 . d^2	6·307
$= \frac{1}{60}$ $= \frac{29}{30}$	0·0655	15·2542	0·0106	0·1612 . d^2	6·203
$\delta = d$, $\frac{\delta}{d} = 1$ [Linien-Quadrat]	0·0000	∞	0 0000	0·1666 . d^2	6·000

Tabelle IV.

Werte der Querschnitts-Coëfficienten φ, ψ, ρ, γ, $\mathfrak{r}$ für Kreis-Ring-Querschnitte.

	$F = \varphi \cdot d^2$ $\varphi = \frac{\pi}{4}\left[1 - \left(\frac{\delta}{d}\right)^2\right]$	$\frac{1}{\varphi} =$	$J = \psi \cdot d^4$ $\psi = \frac{\pi}{64}\left[1 - \left(\frac{\delta}{d}\right)^4\right]$	$\rho = \frac{J}{F} = \mathfrak{r} \cdot d^2$ $\rho = \frac{1}{16}\left[1 + \left(\frac{\delta}{d}\right)^2\right] d^2$	$\gamma = \frac{F}{J} \cdot d^2 = \frac{1}{\mathfrak{r}}$ $\gamma = 16\left[\frac{1}{1 + \left(\frac{\delta}{d}\right)^2}\right]$
$\delta = 0$, $\frac{\delta}{d} = 0$ (Voller Kreis)	0·7854	1·2732	0·0491	0·0625 . d^2	16·000
Wandstärke $\mathfrak{b}$ = $^9/_{20}$, $\frac{\delta}{d}$ = $^1/_{10}$	0 7775	1·2861	0·0491	0·0631 . d^2	15·842
Wandstärke $\mathfrak{b}$ = $^4/_{10}$, = $^2/_{10}$	0·7540	1·3262	0 0490	0·0650 . d^2	15 385
Wandstärke $\mathfrak{b}$ = $^1/_4$, = $^5/_{10}$	0·5891	1·6977	0·0470	0·0781 . d^2	12 800
Wandstärke $\mathfrak{b}$ = $^1/_5$, = $^6/_{10}$	0·5027	1·9894	0·0427	0·0850 . d^2	11·765
Wandstärke $\mathfrak{b}$ = $^3/_{20}$, = $^7/_{10}$	0·4006	2·4965	0·0373	0·0931 . d^2	10·738
Wandstärke $\mathfrak{b}$ = $^1/_{10}$, = $^8/_{10}$	0·2827	3·5368	0 0290	0·1025 . d^2	9 755
Wandstärke $\mathfrak{b}$ = $^1/_{20}$, = $^9/_{10}$	0·1492	6·7012	0 0169	0·1131 . d^2	8·840
Wandstärke $\mathfrak{b}$ = $^1/_{40}$, = $^{19}/_{20}$	0·0766	13·0588	0·0091	0·1189 . d^2	8 410
Wandstärke $\mathfrak{b}$ = $^1/_{60}$, = $^{29}/_{30}$	0 0515	19·4175	0·0062	0·1209 . d^2	8·270
$\delta = d$, $\frac{\delta}{d} = 1$ (Kreislinie)	0 0000	∞	0·0000	0·1250 . d^2	8·000

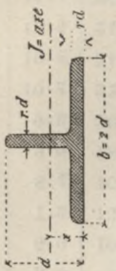
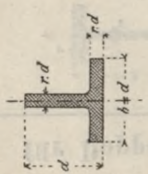
Tabelle V. **Werte der Querschnitts-Coëfficienten φ, ψ, ρ, γ, $\mathfrak{r}$ für Winkel-Eisen.**



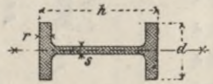
	r		$F = \varphi . d^2$ $\varphi = (1 + n - r)\, r$	$\frac{1}{\varphi}$	$J = \psi\, d^4$ $\psi =$	$\rho = \frac{J}{F}$ $\rho = \mathfrak{r} . d^2$	$\gamma = \frac{F}{J} \cdot d^2$ $\gamma = \frac{1}{\mathfrak{r}}$
Gleichschenklige Winkeleisen $\frac{b}{d} = n = 1 \cdot 0$	r = 0·08	$\varphi = (2 - r)\, r$	0·1536	6·510	0·0148	0·098 . d²	10·37
	r = 0·09		0·1719	5·817	0·0164	0·096 . d²	10 46
	r = 0·10		0·1900	5·263	0·0180	0·095 . d²	10·56
	r = 0·12		0·2256	4·433	0·0207	0·09[illegible] . d²	10·92
	r = 0·15		0·2775	3·604	0·0252	0·091 . d²	11·02
	r = 0·18		0·3276	3·053	0·0290	0·089 . d²	11·28
	r = 0·20		0·3600	2·778	0·0314	0·087 . d²	11·46
Ungleichschenklige Winkeleisen $\frac{b}{d} = n = 1 \cdot 5$	r = 0·12	$\varphi = (2 \cdot 5 - r)\, r$	0·2856	3·501	0·0237	0·083 . d²	12·07
	r = 0·14		0·3304	3·027	0·0269	0·081 . d²	12·28
	r = 0·15		0·3525	2·837	0·0284	0·081 . d²	12·39
	r = 0·16		0·3744	2·671	0·0300	0·080 . d²	12·50
	r = 0·18		0·4176	2·395	0 0329	0·079 . d²	12·68
	r = 0·20		0·4600	2·174	0·0356	0·077 . d²	12·91
Ungleichschenklige Winkeleisen $\frac{b}{d} = n = 2 \cdot 0$	r = 0·12	$\varphi = (3 - r)\, r$	0·3456	2·894	0·0254	0·074 . d²	13·59
	r = 0·14		0·4001	2·498	0·0289	0·072 . d²	13·84
	r = 0·15		0·4275	2·339	0·0306	0·072 . d²	13·97
	r = 0·16		0·4544	2·201	0·0322	0·071 . d²	14·09
	r = 0·18		0·5076	1·970	0·0354	0·070 . d²	14·33
	r = 0·20		0·5600	1·786	0·0384	0·069 . d²	14·52

Tabelle VI.

Werte der Querschnitts-Coëfficienten φ, ψ, ρ, γ, $\mathfrak{r}$ für Tau-Eisen.

Querschnittsverhältnisse			$F = \varphi . d^2$		$J = \psi . d^4$	$\rho = \frac{J}{F}$	$\gamma = \frac{F}{J} . d^2$
			$\varphi =$	$\frac{1}{\varphi}$	$\psi =$	$\rho = \mathfrak{r} . d^2$	$\gamma = \frac{1}{\mathfrak{r}}$
Breitbasige Taueisen b = 2d		r = 0·160	0·4514	2·2007	0·0322	0·0710 . d²	14·091
		r = 0·165	0·4678	2·1377	0·0331	0·0707 . d²	14·152
		r = 0·170	0·4811	2·0786	0·0385	0·0704 . d²	14·213
		r = 0·175	0·4944	2·0227	0·0346	0·0701 . d²	14·274
		r = 0·180	0·5076	1·9701	0·0354	0·0698 . d²	14·334
Hochkantige Taueisen b=d		r = 0·107	0·2026	4·9358	0·0091	0·0445 . d²	22·49
		r = 0·109	0·2061	4·8520	0·0092	0·0445 . d²	22·45
		r = 0·110	0·2079	4·8100	0·0093	0·0446 . d²	22·44
		r = 0·111	0·2097	4·7687	0·0094	0·0446 . d²	22·42
		r = 0·113	0·2132	4·6904	0·0095	0·0147 . d²	22·39
		r = 0·115	0·2168	4·6125	0·0097	0·0447 . d²	22·36
		r = 0·117	0·2203	4·5393	0·0100	0·0448 . d²	22·33

Werte der Querschnitts-Coëfficienten φ, ψ, ρ, γ, $\mathfrak{r}$ für Doppel-Tau-Querschnitte: Typen der öst. Ing.- u. Arch.-Vereines vom Jahre 1882.



					$F = \varphi \cdot d^2$			$J = \psi \cdot d^4$		$\rho = \frac{J}{F} = \mathfrak{r} \cdot d^2$		$\gamma = \frac{F}{J} \cdot d^2$
Nr.	d = *cm*	h = *cm*	r = *cm*	s = *cm*	F in cm^2	$\varphi =$	$\frac{1}{\varphi} =$	J in cm^4	$\psi =$	$\rho =$	$\rho = \mathfrak{r} d^2$	$\gamma = \frac{1}{\mathfrak{r}}$
8	5·2	8·0	0·60	0·40	9·00	0·3 3	3·004	14 10	0·0193	1·57	0·058 . d^2	17·24
10	6·0	10·0	0·70	0·45	12·30	0·342	2·927	25·87	0·0200	2·10	0·059 . d^2	17·02
13	7·2	13·0	0 85	0·55	18·50	0 369	2·721	52·51	0 0195	2·84	0·051 . d^2	19·51
16	8·4	16·0	0·95	0·65	25·10	0·356	2·811	94·16	0·0189	3·75	0·053 . d^2	18·80
18	9·0	18 0	1·10	0·70	30 90	0·382	2·620	134·09	0·0204	4·39	0·054 . d^2	18·46
20	9·6	20·0	1·20	0·80	37·10	0·403	2·484	177·70	0·0209	4·79	0·052 . d^2	19·23
22	10·2	22·0	1·30	0·90	44·00	0·423	2·365	231·12	0·0214	5·25	0 050 . d^2	19·80
24	10 8	24·0	1·45	0·95	51·40	0·441	2·269	305·95	0·0225	5·95	0·051 . d^2	19·60
24a	13·5	24·0	1·45	0·95	59·20	0·325	3·079	596·10	0·0180	10·11	0·055 . d^2	18·03
26	11·4	26·0	1·55	1·05	59·40	0·457	2·188	384·94	0·0228	6·48	0 050 . d^2	20·06
28	12·0	28·0	1·70	1·10	67·90	0·472	2·121	492·28	0·0236	7·24	0·050 . d^2	19·88
28a	15·0	28·0	1·70	1·10	78·10	0·347	2·881	958 95	0·0189	12·29	0·055 . d^2	18·32
30	12·6	30·0	1·80	1·20	77·00	0·485	2·061	603·92	0·0240	7 84	0·049 . d^2	20·24
32	13·2	32·0	1·90	1·30	86·80	0·500	2·007	724·69	0·0239	7·86	0·045 . d^2	22·16
35	14·1	35 0	2·10	1·40	102·30	0·515	1·943	988·17	0·0250	9·66	0·049 . d^2	20·59
40	15·6	40 0	2·40	1·60	131·20	0·539	1·855	1528·30	0·0258	11·46	0·047 . d^5	21·23

Tabelle VIII.

Werte des Knickcoëfficienten: $\sigma = \alpha \cdot \beta \cdot \gamma \cdot \lambda^2 \pm 1$ für die 3 Hauptmaterialien (Schmiedeeisen, Gusseisen, Holz) u. d. 4 Hauptbefestigungsarten.

Befestigungsart.	Schmiedeeisen $\alpha = 0 \cdot 0001$	Gusseisen und Holz $\alpha = 0 \cdot 0002$
I. Fall: $\beta = 4$	$\sigma_d = 0 \cdot 0004\ \gamma\ \lambda^2 + 1$ $\sigma_z = 0 \cdot 0004\ \gamma\ \lambda^2 - 1$	$\sigma_d = 0 \cdot 0008\ \gamma\ \lambda^2 + 1$ $\sigma_z = 0 \cdot 0008\ \gamma\ \lambda^2 - 1$
II. Fall: $\beta = 1$	$\sigma_d = 0 \cdot 0001\ \gamma\ \lambda^2 + 1$ $\sigma_z = 0 \cdot 0001\ \gamma\ \lambda^2 - 1$	$\sigma_d = 0 \cdot 0002\ \gamma\ \lambda^2 + 1$ $\sigma_z = 0 \cdot 0002\ \gamma\ \lambda^2 - 1$
III. Fall: $\beta = 1/2$	$\sigma_d = 0 \cdot 00005\ \gamma\ \lambda^2 + 1$ $\sigma_z = 0 \cdot 00005\ \gamma\ \lambda^2 - 1$	$\sigma_d = 0 \cdot 0001\ \gamma\ \lambda^2 + 1$ $\sigma_z = 0 \cdot 0001\ \gamma\ \lambda^2 - 1$
IV. Fall: $\beta = 1/4$	$\sigma_d = 0 \cdot 000025\ \gamma\ \lambda^2 + 1$ $\sigma_z = 0 \cdot 000025\ \gamma\ \lambda^2 - 1$	$\sigma_d = 0 \cdot 00005\ \gamma\ \lambda^2 + 1$ $\sigma_z = 0 \cdot 00005\ \gamma\ \lambda^2 - 1$

Tabelle IX.

Specielle Werte der Knick-Coëfficienten σ_d u. $\frac{1}{\sigma}$ bei verschiedenen Längenverhältnissen λ für einfache volle Querschnitte.

λ	Querschnitt: Quadrat, Rechteck.				Querschnitt: regelm. Sechseck.				Querschnitt: regelm. Achteck.				Querschnitt: Kreis, Ellipse.				λ
	Schmiedeeisen		Gusseisen, Holz		Schmiedeeisen		Gusseisen, Holz		Schmiedeeisen		Gusseisen, Holz		Schmiedeeisen		Gusseisen, Holz		
	$\sigma_d = 0·0012\,\lambda^2+1$	$\frac{1}{\sigma_d}$	$\sigma_d = 0·0024\,\lambda^2+1$	$\frac{1}{\sigma_d}$	$\sigma_d = 0·00144\,\lambda^2+1$	$\frac{1}{\sigma_d}$	$\sigma_d = 0·00288\,\lambda^2+1$	$\frac{1}{\sigma_d}$	$\sigma_d = 0·0015\,\lambda^2+1$	$\frac{1}{\sigma_d}$	$\sigma_d = 0·0030\,\lambda^2+1$	$\frac{1}{\sigma_d}$	$\sigma_d = 0·0016\,\lambda^2+1$	$\frac{1}{\sigma_d}$	$\sigma_d = 0·0032\,\lambda^2+1$	$\frac{1}{\sigma_d}$	
3	1·0108	0·989	1·0216	0·979	1·0130	0·989	1·0259	0·975	1·0136	0·987	1·0373	0·964	1·0144	0·976	1·0288	0·972	3
4	1·0192	0·981	1·0384	0·963	1·0230	0·977	1·0461	0·956	1·0242	0·976	1·0484	0·953	1·0256	0·966	1·0512	0·951	4
5	1·0300	0·971	1·0600	0·943	1·0360	0·965	1·0720	0·933	1·0379	0·964	1·0757	0·930	1·0400	0·962	1·0800	0·926	5
6	1·0432	0·959	1·0864	0·920	1·0518	0·951	1·1037	0·906	1·0545	0·948	1·1090	0·902	1·0576	0·946	1·1152	0·897	6
8	1·0768	0·929	1·1536	0·867	1·0922	0·916	1·1843	0·845	1·0969	0·912	1·1938	0·838	1·1024	0·905	1·2048	0·830	8
10	1·1200	0·893	1·2400	0·806	1·1440	0·874	1·2880	0·776	1·1514	0.869	1·3028	0·768	1·1600	0·862	1·3200	0·756	10
15	1·2700	0·787	1·5400	0·649	1·3240	0·755	1·6480	0·607	1·3407	0·746	1·6813	0·595	1·4600	0·685	1·9200	0·521	15
20	1·4800	0·676	1·9600	0·510	1·5760	0·635	2·1520	0·465	1·6056	0.623	2·2112	0·452	1·6400	0·610	2·2800	0·439	20
30	2·0800	0·481	3·1600	0·316	2·2960	0·436	3·5920	0·278	2·3626	0·423	3·7252	0·268	2·4400	0·410	3·8800	0·258	30
40	2·9200	0·342	4·8400	0.207	3·3040	0·303	5·6081	0·178	3·4224	0·292	5·8448	0·171	3·5600	0·281	6·1200	0·163	40
50	4·0000	0·250	7·0000	0·143	4·6000	0·217	8·2000	0·122	4·7850	0·209	8·5700	0·117	5·0000	0·200	9·0000	0·111	50
60	5·3200	0·188	9·5400	0·104	6·1840	0·162	11·3680	0·088	6·4504	0·155	11·9008	0·084	6·7600	0·148	12·5200	0·080	60
70	6·8800	0·145	12·7600	0·075	8·0560	0·124	15·1120	0·066	8·4186	0·119	15·8372	0·063	8·8400	0·113	16·6800	0·060	70
80	8·6800	0·115	16·3600	0·061	10·2160	0·098	19·4320	0·052	10·6896	0·094	20·3792	0·049	11·2400	0·089	21·4800	0·047	80

Tabelle X.

Specielle Werte der Knick-Coëfficienten σ_d u. $\frac{1}{\sigma_d}$ bei verschiedenen Längenverhältnissen λ für kreuzförmige Querschnitte.

λ	r = 3				r = 5			
	Schmiedeeisen		Gusseisen		Schmiedeeisen		Gusseisen	
	$\sigma_d = 0\cdot0018636\,\lambda^2 + 1$	$\frac{1}{\sigma_d}$	$\sigma_d = 0\cdot0037272\,\lambda^2 + 1$	$\frac{1}{\sigma_d}$	$\sigma_d = 0\cdot0020928\,\lambda^2 + 1$	$\frac{1}{\sigma_d}$	$\sigma_d = 0\cdot0041856\,\lambda^2 + 1$	$\frac{1}{\sigma_d}$
3	1·0168	0·984	1·0335	0·969	1·0188	0·982	1·0377	0·964
4	1·0298	0·971	1·0596	0·944	1·0335	0·968	1·0670	0·937
5	1·0466	0·956	1·0932	0·915	1·0523	0·950	1·1046	0·905
6	1·0689	0·937	1·1378	0·879	1·0753	0·930	1·1507	0·869
8	1·1193	0·893	1·2385	0·807	1·1339	0·882	1·2679	0·789
10	1·1864	0·843	1·3727	0·729	1·2093	0·827	1·4186	0·705
15	1·4193	0·705	1·8386	0·544	1·4709	0·680	1·9418	0·515
20	1·7454	0·573	2·4909	0·402	1·8371	0·544	2·6742	0·374
30	2·6772	0·374	4·3545	0·230	2·8835	0·347	4·7670	0·210
40	3·9818	0·251	6·9635	0·144	4·3485	0·230	7·6970	0·130
50	5·6590	0·177	9·3180	0·107	6·2320	0·161	11·4640	0·087
60	7·8890	0·127	14·7779	0·068	8·5341	0·117	16·0682	0·062
70	10·1316	0·099	19·2633	0·052	11·2547	0·089	21·5094	0·047
80	12·9270	0·077	24·8541	0·040	14·3939	0·069	27·7878	0·036

r = 7				r = 10				λ
Schmiedeeisen		Gusseisen		Schmiedeeisen		Gusseisen		
$\sigma_d = 0\cdot00219\,\lambda^2 + 1$	$\frac{1}{\sigma_d}$	$\sigma_d = 0\cdot00438\,\lambda^2 + 1$	$\frac{1}{\sigma_d}$	$\sigma_d = 0\cdot0022596\,\lambda^2 + 1$	$\frac{1}{\sigma_d}$	$\sigma_d = 0\cdot0045192\,\lambda^2 + 1$	$\frac{1}{\sigma_d}$	
1·0197	0·981	1·0394	0 962	1·0203	0·980	1·0407	0·961	3
1·0350	0·966	1·0700	0.935	1·0362	0·965	1·0723	0·933	4
1·0548	0·948	1·1095	0·901	1·0565	0·947	1·1130	0·900	5
1·0788	0·927	1·1577	0·864	1·0813	0·925	1·1627	0·860	6
1·1402	0·877	1·2803	0·781	1·1446	0·874	1·2892	0·776	8
1·2190	0·820	1·4380	0·695	1·2259	0·816	1·4519	0·689	10
1·4938	0·670	1·9855	0·504	1·5084	0·663	2·0168	0·496	15
1·8760	0·533	2·7520	0·363	1·9038	0·525	2·8077	0·356	20
2·9710	0.337	4·9420	0·202	3·0336	0·330	5·0673	0·197	30
4·5040	0·222	8·0080	0·125	4·6154	0·217	8·2307	0·122	40
6·4750	0·154	11·9500	0·084	6·6490	0·150	12·2980	0·081	50
8·8840	0·113	16·7680	0·060	9·1346	0·109	17·2691	0·058	60
11·7310	0·085	22·4620	0·045	12·0720	0·083	23·1441	0·043	70
15·0160	0·067	29·0320	0·034	15·4614	0·065	29·9229	0·033	80

Tabelle XI.

Specielle Werte der Knick-Coëfficienten σ_d u. $\frac{1}{\sigma_d}$ bei verschiedenen Längenverhältnissen λ für Quadrat-Ring-Querschnitte.

λ	$\frac{\delta}{d}=\frac{5}{10}$ Gusseisen $\sigma_d=0\cdot00192\,\lambda^2+1$	$\frac{1}{\sigma_d}$	$\frac{\delta}{d}=\frac{6}{10}$ Gusseisen $\sigma_d=0\cdot0017647\,\lambda^2+1$	$\frac{1}{\sigma_d}$	$\frac{\delta}{d}=\frac{7}{10}$ Gusseisen $\sigma_d=0\cdot001611\,\lambda^2+1$	$\frac{1}{\sigma_d}$	$\frac{\delta}{d}=\frac{8}{10}$ Gusseisen $\sigma_d=0\cdot001463\,\lambda^2+1$	$\frac{1}{\sigma_d}$	$\frac{\delta}{d}=\frac{9}{10}$ Gusseisen $\sigma_d=0\cdot001326\,\lambda^2+1$	$\frac{1}{\sigma_d}$	$\frac{\delta}{d}=\frac{9}{10}$ Schmiedeeisen $\sigma_d=0\cdot000663\,\lambda^2+1$	$\frac{1}{\sigma_d}$	$\frac{\delta}{d}=\frac{19}{20}$ Schmiedeeisen $\sigma_d=0\cdot0006307\,\lambda^2+1$	$\frac{1}{\sigma_d}$	$\frac{\delta}{d}=\frac{29}{30}$ Schmiedeeisen $\sigma_d=0\cdot0006203\,\lambda^2+1$	$\frac{1}{\sigma_d}$	λ
3	1·0173	0·983	1·0159	0·984	1·0145	0·986	1·0132	0·987	1·0119	0·988	1·0060	0·994	1·0057	0·994	1·0056	0·994	3
4	1·0307	0·970	1·0282	0·972	1·0258	0·975	1·0234	0·977	1·0212	0·979	1·0106	0·990	1·0101	0·990	1·0099	0·990	4
5	1·0480	0·954	1·0441	0·958	1·0403	0·961	1·0366	0·965	1·0332	0·968	1·0166	0·984	1·0158	0·985	1·0155	0·985	5
6	1·0691	0·935	1·0635	0·940	1·0580	0·945	1·0527	0·950	1·0477	0·954	1·0239	0·977	1·0227	0·978	1·0223	0·978	6
8	1·1229	0·891	1·1129	0·899	1·1031	0·907	1·0936	0·914	1·0849	0·922	1·0424	0·959	1·0404	0·961	1·0400	0·962	8
10	1·1920	0·840	1·1765	0·850	1·1611	0·861	1·1463	0·872	1·1326	0·883	1·0663	0·938	1·0631	0·941	1·0620	0·942	10
15	1·4320	0·698	1·3971	0·716	1·3625	0·734	1·3292	0·752	1·2984	0·770	1·1492	0·870	1·1419	0·876	1·1396	0·878	15
20	1·7680	0·565	1·7059	0·586	1·6444	0·608	1·5852	0·631	1·5304	0·653	1·2652	0·790	1·2523	0·799	1·2481	0·801	20
30	2·7280	0·367	2·5882	0·386	2·4499	0·408	2·3167	0·432	2·1934	0·456	1·5967	0·626	1·5676	0·638	1·5583	0·642	30
40	4·0720	0·246	3·8235	0·262	3·5776	0·279	3·3408	0·299	3·1216	0·320	2·0608	0·485	2·0091	0·498	1·9925	0·502	40
50	5·8000	0·172	5·4118	0·185	5·0275	0·199	4·6575	0·215	4·3150	0·232	2·6575	0·376	2·5768	0·388	2·5508	0·392	50
60	7·9120	0·126	7·3529	0·136	6·7996	0·147	6·2668	0·160	5·7736	0·173	3·3868	0·295	3·2705	0·306	3·2331	0·309	60
70	10·4080	0·096	9·6470	0·104	8·8939	0·112	8·1687	0·122	7·4974	0·133	4·2487	0·235	4·0904	0·244	4·0395	0·248	70
80	13·2880	0·075	12·2941	0·081	11·3104	0·088	10·3632	0·097	9·4864	0·105	5·2432	0·191	5·0365	0·199	4·9699	0·201	80

Tabelle XII.

Specielle Werte der Knick-Coëfficienten σ_d u. $\frac{1}{\sigma_d}$ bei verschiedenen Längenverhältnissen λ für Kreis-Ring-Querschnitte.

λ	$\frac{\delta}{d}=\frac{5}{10}$ Gusseisen $\sigma_d = 0.00256\,\lambda^2 + 1$	$\frac{1}{\sigma_d}$	$\frac{\delta}{d}=\frac{6}{10}$ Gusseisen $\sigma_d = 0.002353\,\lambda^2 + 1$	$\frac{1}{\sigma_d}$	$\frac{\delta}{d}=\frac{7}{10}$ Gusseisen $\sigma_d = 0.0021476\,\lambda^2 + 1$	$\frac{1}{\sigma_d}$	$\frac{\delta}{d}=\frac{8}{10}$ Gusseisen $\sigma_d = 0.001951\,\lambda^2 + 1$	$\frac{1}{\sigma_d}$
3	1·0230	0·972	1·0212	0·979	1·0193	0·981	1·0176	0·983
4	1·0410	0·961	1·0376	0·964	1·0344	0·967	1·0312	0·970
5	1·0640	0·940	1·0588	0·944	1·0537	0·949	1·0488	0·953
6	1·0922	0·916	1·0847	0·922	1·0773	0·928	1·0702	0·934
8	1·1638	0·859	1·1506	0·869	1·1374	0·879	1·1249	0·889
10	1·2560	0·796	1·2353	0·810	1·2148	0·829	1·1951	0·837
15	1·5785	0·634	1·5294	0·654	1·4832	0·674	1·4390	0 695
20	2·0240	0·494	1·9412	0·515	1·8590	0·538	1·7804	0 562
30	3·3040	0·303	3·1177	0·321	2·9328	0·341	2·7559	0·363
40	5·0960	0·196	4·7648	0·210	4·4362	0·225	4·1216	0·243
50	7·4000	0·135	6·8825	0·145	6·3690	0·157	5·8775	0·170
60	10·2160	0·098	9·4708	0·106	8·7314	0·115	8·0236	0·125
70	13·5440	0·074	12·5297	0·080	11·5232	0·087	10·5599	0·095
80	17·3840	0·057	16·0592	0·062	14·7446	0·068	13·4864	0·074

$\frac{\delta}{d}=\frac{9}{10}$ Gusseisen $\sigma_d = 0·001768\,\lambda^2 + 1$	$\frac{1}{\sigma_d}$	$\frac{\delta}{d}=\frac{9}{10}$ Schmiedeisen $\sigma_d = 0·000884\,\lambda^2 + 1$	$\frac{1}{\sigma_d}$	$\frac{\delta}{d}=\frac{19}{20}$ Schmiedeisen $\sigma_d = 0·000841\,\lambda^2 + 1$	$\frac{1}{\sigma_d}$	$\frac{\delta}{d}=\frac{29}{30}$ Schmiedeisen $\sigma_d = 0·000827\,\lambda^2 + 1$	$\frac{1}{\sigma_d}$	λ
1·0159	0·984	1·0080	0·992	1·0076	0·993	1·0074	0·993	3
1·0283	0·973	1 0141	0·986	1·0135	0·987	1·0132	0·987	4
1·0442	0·958	1·0221	0·978	1·0210	0·979	1·0207	0·980	5
1·0636	0·940	1·0318	0·969	1·0303	0·971	1·0298	0·971	6
1·1132	0·898	1·0566	0·946	1·0538	0·949	1·0529	0·950	8
1·1768	0·850	1·0884	0·919	1·0841	0·922	1·0827	0·924	10
1·3978	0·715	1·1989	0·834	1·1872	0·842	1·1861	0·843	15
1·7072	0·586	1·3536	0·739	1·3364	0·748	1·3308	0·751	20
2·5912	0·386	1·7956	0·557	1·7569	0·569	1·7443	0·573	30
3·8288	0·261	2·4144	0·414	2·3456	0·426	2·3232	0·430	40
5·4200	0·185	3·2100	0·312	3·1025	0·322	3·0675	0·326	50
7·3648	0·136	4.1824	0·239	4·0276	0·248	3·9772	0·251	60
9·6632	0·104	5·3316	0·188	5·1209	0·195	5·0523	0·198	70
12·3152	0·081	6·6576	0·166	6·3824	0·157	6·2928	0·159	80

Tabelle XIII.

Specielle Werte der Knick-Coëfficienten σ_d u. $\frac{1}{\sigma_d}$ bei verschiedenen Längenverhältnissen λ für gleichschenkelige Winkeleisen.

λ	r = 0·08		r = 0·09		r = 0·10		r = 0·12		r = 0·15		r = 0·18		r = 0·20		λ
	$\sigma_d = 0{\cdot}001037\,\lambda^2 + 1$	$\frac{1}{\sigma_d}$	$\sigma_d = 0{\cdot}001046\,\lambda^2 + 1$	$\frac{1}{\sigma_d}$	$\sigma_d = 0{\cdot}001055\,\lambda^2 + 1$	$\frac{1}{\sigma_d}$	$\sigma_d = 0{\cdot}0010915\,\lambda^2 + 1$	$\frac{1}{\sigma_d}$	$\sigma_d = 0{\cdot}0011016\,\lambda^2 + 1$	$\frac{1}{\sigma_d}$	$\sigma_d = 0{\cdot}0011284\,\lambda^2 + 1$	$\frac{1}{\sigma_d}$	$\sigma_d = 0{\cdot}0011457\,\lambda^2 + 1$	$\frac{1}{\sigma_d}$	
3	1·0093	0·991	1·0094	0·991	1·0095	0·991	1·0098	0·990	1·0099	0·990	1·0102	0·990	1·0103	0·990	3
4	1·0166	0·984	1.0167	0·984	1·0169	0·983	1·0175	0·983	1·0176	0·983	1·0181	0·982	1·0183	0·982	4
5	1·0259	0·975	1·0262	0·974	1·0264	0·974	1.0273	0·973	1·0275	0·973	1·0282	0·973	1·0286	0·972	5
6	1·0373	0·964	1·0377	0·964	1·0380	0·963	1·0393	0·962	1·0397	0·962	1·0406	0·961	1·0412	0·960	6
8	1·0664	0·938	1·0669	0·937	1·0676	0·937	1·0699	0·935	1·0705	0·934	1·0722	0·933	1·0733	0·932	8
10	1·1037	0·906	1·1046	0·905	1·1056	0·904	1·1092	0·902	1·1102	0·901	1·1128	0·899	1·1146	0·897	10
15	1·2333	0·811	1·2354	0·809	1·2375	0·808	1·2456	0·803	1·2479	0·801	1·2539	0·800	1·2578	0·795	15
20	1·4148	0·707	1·4184	0·705	1·4222	0·703	1·4366	0·696	1·4406	0·694	1·4514	0·698	1·4583	0·686	20
30	1·9333	0·517	1·9414	0·515	1·9500	0·513	1·9814	0·505	1·9914	0·502	2·0156	0·496	2·0311	0·492	30
40	2·6592	0·376	2·6736	0·374	2·6889	0·372	2·7464	0·364	2.7626	0·362	2·8058	0·356	2·8331	0·353	40
50	3·5925	0·278	3·6150	0·277	3·6389	0·275	3·7288	0·268	3·7540	0·266	3·8210	0·262	3·8643	0·259	50
60	4·7332	0·211	4·7656	0·210	4·8000	0·208	4·9294	0·203	4·9658	0·201	5·0622	0·198	5·1245	0·195	60
70	6·0813	0·164	6·1254	0.163	6·1722	0·162	6·3484	0·158	6·3978	0·156	6·5292	0·153	6·6139	0·151	70
80	7·6368	0·131	7·6944	0·130	7·7556	0·129	7·9856	0·125	8·0502	0·124	8·2218	0·122	8·3325	0·120	80

Tabelle XIVa

Specielle Werte der Knick-Coëfficienten σ_d u. $\frac{1}{\sigma_d}$ bei verschiedenen Längenverhältnissen λ für ungleichschenklige Winkeleisen: n = 1·5.

λ	r = 0·12		r = 0·14		r = 0·15	
	σ_d = 0·0012066 λ^2 + 1	$\frac{1}{\sigma_d}$	σ_d = 0·0012285 λ^2 + 1	$\frac{1}{\sigma_d}$	σ_d = 0·0012393 λ^2 + 1	$\frac{1}{\sigma_d}$
3	1·0109	0·9892	1·0111	0·9890	1·0112	0·9889
4	1·0193	0·9810	1·0197	0·9806	1·0198	0·9805
5	1·0302	0·9707	1·0307	0·9702	1·0310	0·9700
6	1·0434	0·9584	1·0442	0·9577	1·0446	0·9573
8	1·0772	0·9283	1·0788	0·9269	1·0793	0·9265
10	1·1207	0·8923	1·1229	0·8905	1·1239	0·8898
15	1·2715	0·8765	1·2764	0 7834	1·2788	0·7820
20	1·4827	0·6744	1·4914	0·6705	1·4957	0·6686
30	2·0860	0·4794	2·1056	0·4749	2·1154	0·4727
40	2·9306	0·3412	2·9656	0·3372	2·9829	0·3352
50	4·0166	0·2490	4·0722	0·2455	4·0983	0·2440
60	5·3439	0·1871	5·4235	0·1844	5·4615	0·1831
70	6·9125	0·1447	7·0196	0·1424	7·0726	0·1414
80	8·7225	0·1146	8·8785	0·1126	8·9315	0·1120

r = 0·16		r = 0·18		r = 0·20		λ
σ_d = 0·0012496 λ^2 + 1	$\frac{1}{\sigma_d}$	σ_d = 0·0012679 λ^2 + 1	$\frac{1}{\sigma_d}$	σ_d = 0·0012914 λ^2 + 1	$\frac{1}{\sigma_d}$	
1·0113	0·9889	1·0114	0·9887	1·0116	0·9885	3
1·0200	0·9804	1·0203	0·9801	1·0207	0·9797	4
1·0312	0·9698	1·0317	0·9693	1·0323	0·9687	5
1·0450	0·9569	1·0456	0·9564	1·0465	0·9556	6
1·0800	0·9259	1·0811	0·9250	1·0827	0·9236	8
1·1250	0·8889	1·1268	0·8874	1·1291	0·8856	10
1·2812	0·7805	1·2853	0·7780	1·2906	0·7748	15
1·4998	0·6668	1·5062	0·6639	1·5166	0·6593	20
2·1247	0·4706	2·1411	0·4671	2·1623	0·4625	30
2·9994	0·3334	3·0286	0·3302	3·0663	0·3261	40
4·1241	0·2425	4·1697	0·2398	4·2285	0·2365	50
5·4986	0·1819	5·5644	0·1797	5·6491	0·1770	60
7·1232	0·1404	7·2126	0·1386	7·3279	0·1364	70
8·9976	0·1114	9·1144	0·1097	9·2650	0·1079	80

Tabelle XIVb.

Specielle Werte der Knickcoëfficienten σ_d u. $\frac{1}{\sigma_d}$ bei verschiedenen Längenverhältnissen λ für Ungleichschenklige Winkeleisen: $n = 2{\cdot}0$.

λ	$r = 0{\cdot}12$		$r = 0{\cdot}14$		$r = 0{\cdot}15$		$r = 0{\cdot}16$		$r = 0{\cdot}18$		$r = 0{\cdot}20$		λ
	$\sigma_d = 0{\cdot}0013587\,\lambda^2 + 1$	$\frac{1}{\sigma_d}$	$\sigma_d = 0{\cdot}0013841\,\lambda^2 + 1$	$\frac{1}{\sigma_d}$	$\sigma_d = 0{\cdot}0013967\,\lambda^2 + 1$	$\frac{1}{\sigma_d}$	$\sigma_d = 0{\cdot}0014091\,\lambda^2 + 1$	$\frac{1}{\sigma_d}$	$\sigma_d = 0{\cdot}0014334\,\lambda^2 + 1$	$\frac{1}{\sigma_d}$	$\sigma_d = 0{\cdot}0014517\,\lambda^2 + 1$	$\frac{1}{\sigma_d}$	
3	1·0122	0·9880	1·0125	0·9877	1·0126	0·9876	1·0127	0·9875	1·0129	0 9873	1·0131	0·9871	3
4	1·0217	0·9788	1·0221	0·9784	1·0223	0·9782	1·0225	0·9780	1·0229	0·9776	1·0232	0·9773	4
5	1·0340	0·9671	1·0346	0·9665	1·0349	0·9663	1·0352	0·9660	1·0358	0·9654	1·0363	0·9650	5
6	1·0489	0·9534	1·0498	0·9526	1·0503	0·9521	1·0507	0·9518	1·0516	0·9509	1·0523	0·9503	6
8	1·0870	0·9200	1·0886	0·9186	1·0894	0·9180	1·0902	0·9173	1·0917	0·9160	1·0929	0·9150	8
10	1·1359	0·8803	1·1384	0·8784	1·1397	0·8774	1·1409	0·8765	1·1433	0·8746	1·1452	0·8732	10
15	1·3057	0·7659	1·3114	0·7625	1·3143	0·7601	1·3171	0·7592	1·3225	0·7561	1·3266	0·7538	15
20	1·5435	0·6479	1·5536	0·6436	1·5587	0·6415	1·5636	0·6395	1·5734	0·6356	1·5807	0·6326	20
30	2·2228	0·4499	2·2457	0·4453	2·2570	0·4431	2·2682	0·4409	2·2901	0·4367	2·3066	0·4335	30
40	3·1739	0·3151	3·2146	0·3111	3·2347	0·3091	3·2546	0·3073	3·2934	0·3036	3·3228	0·3010	40
50	4·3968	0·2274	4·4603	0·2242	4·4917	0·2226	4·5228	0·2211	4·5835	0·2182	4·6293	0·2160	50
60	5·8913	0·1697	5·9829	0·1671	6·0281	0·1659	6·0728	0·1646	6·1602	0·1623	6·2262	0·1606	60
70	7 6576	0·1306	7·7822	0·1285	7·8438	0·1275	7·9047	0·1265	8·0237	0·1246	8·1135	0·1232	70
80	9·6957	0·1031	9·8584	0·1014	9·9388	0·1006	10·0182	0·0998	10·1738	0·0983	10·2910	0·0972	80

Tabelle XV.

Specielle Werte der Knick-Coëfficienten σ_d u. $\frac{1}{\sigma_d}$ bei verschiedenen Längenverhältnissen λ für Tau-Eisen.

λ	Breitbasige Tau-Eisen : b = 2 d										Hochkantige Tau-Eisen : b = d				λ
	r = 0·160		r = 0·165		r = 0·170		r = 0·175		r = 0·180		r = 0·107		r = 0·117		
	$\sigma_d = 0{\cdot}0014091\lambda^2+1$	$\frac{1}{\sigma_d}$	$\sigma_d = 0{\cdot}0014152\lambda^2+1$	$\frac{1}{\sigma_d}$	$\sigma_d = 0{\cdot}0014213\lambda^2+1$	$\frac{1}{\sigma_d}$	$\sigma_d = 0{\cdot}0014274\lambda^2+1$	$\frac{1}{\sigma_d}$	$\sigma_d = 0{\cdot}0014334\lambda^2+1$	$\frac{1}{\sigma_d}$	$\sigma_d = 0{\cdot}0022486\lambda^2+1$	$\frac{1}{\sigma_d}$	$\sigma_d = 0{\cdot}0022326\lambda^2+1$	$\frac{1}{\sigma_d}$	
3	1·0127	0·9875	1·0127	0·9875	1·0128	0·9874	1·0129	0·9873	1·0129	0·9873	1·0202	0·9802	1·0201	0·9803	3
4	1·0225	0·9780	1·0226	0·9779	1·0227	0·9778	1·0228	0·9777	1·0229	0·9776	1·0360	0·9653	1·0357	0·9655	4
5	1·0352	0·9660	1·0354	0·9658	1·0355	0·9657	1·0357	0·9655	1·0358	0·9654	1·0562	0·9468	1·0558	0·9471	5
6	1·0507	0·9518	1·0510	0·9515	1·0512	0·9513	1·0514	0·9511	1·0516	0·9509	1·0810	0·9251	1·0804	0·9256	6
8	1·0902	0·9173	1·0906	0·9169	1·0910	0·9166	1·0914	0·9163	1·0917	0·9160	1·1439	0·8742	1·1429	0·8749	8
10	1·1409	0·8765	1·1415	0·8760	1·1421	0·8756	1·1427	0·8751	1·1433	0·8746	1·2249	0·8164	1·2233	0·8174	10
15	1·3171	0·7592	1·3184	0·7585	1·3198	0·8877	1·3212	0·7569	1·3225	0·7561	1·5059	0·6640	1·5023	0·6656	15
20	1·5636	0·6395	1·5661	0·6385	1·5685	0·6375	1·5710	0·6365	1·5734	0·6356	1·8994	0·5265	1·8930	0·5282	20
30	2·2682	0·4409	2·2737	0·4398	2·2792	0·4388	2·2846	0·4377	2·2901	0·4367	3·0237	0·3306	3·0094	0·3323	30
40	3·2546	0·3073	3·2644	0·3063	3·2741	0·3054	3·2838	0·3045	3·2934	0·3036	4·5978	0·2175	4·5722	0·2187	40
50	4·5228	0·2211	4·5381	0·2203	4·5533	0·2196	4·5684	0·2189	4·5835	0·2182	6·6215	0·1510	6·5815	0·1519	50
60	6·0728	0·1643	6·0948	0·1641	6·1167	0·1635	6·1385	0·1629	6·1602	0·1623	9·0950	0·1100	9·0374	0·1106	60
70	7·9047	0·1265	7·9346	0·1260	7·9644	0·1256	7·9941	0·1251	8·0237	0·1246	12·0182	0·0832	11·9398	0·0837	70
80	10·0182	0·0998	10·0575	0·0994	10·0964	0·0990	10·1352	0·0986	10·1738	0·0983	15·3911	0·0650	15·2887	0·0654	80

Tabelle XVIa.

Specielle Werte der Knick-Coëfficienten σ_d u. $\frac{1}{\sigma_d}$ bei verschiedenen Längenverhältnissen λ für Doppel-Tau-Eisen: Typen des österr. Ing.- u. Arch.-Vereins vom Jahre 1882.

λ	Nr. 8		Nr. 10		Nr. 13		Nr. 16	
	$\sigma_d = 0·001726\,\lambda^2 + 1$	$\frac{1}{\sigma_d}$	$\sigma_d = 0·001712\,\lambda^2 + 1$	$\frac{1}{\sigma_d}$	$\sigma_d = 0·001825\,\lambda^2 + 1$	$\frac{1}{\sigma_d}$	$\sigma_d = 0·00188\,\lambda^2 + 1$	$\frac{1}{\sigma_d}$
3	1·0155	0·985	1·0154	0·985	1·0164	0·984	1·0169	0·983
4	1·0276	0·973	1·0274	0·973	1·0292	0·972	1·0301	0.971
5	1·0432	0·959	1·0428	0·959	1·0456	0·956	1·0470	0·955
6	1·0621	$0·941_5$	1·0616	0·942	1·0657	0·938	1·0677	0·937
8	1·1105	$0·900_5$	1.1096	0·901	1·1168	0·895	1·1203	0·893
10	1·1726	0·853	1·1712	0·854	1·1825	0·846	1·1880	0·842
15	1·3884	0·720	1·3852	0·722	1·4106	0·709	1·4230	0·703
20	1·6904	0·592	1·6848	0·593	1·7300	0·578	1·7520	0·571
30	2·5534	0·392	2·5408	0·394	2·6425	0·378	2·6920	$0·371_5$
40	3·7616	0·266	3·7392	0·267	3·9200	0·255	4·0080	0·250
50	5·3150	0·188	5·2800	0·189	5·5625	0·180	5·7000	0·175
60	7·2136	0·139	7·1632	0·140	7·5700	0·132	7·7680	0·129
70	9·4874	0·105	9·3888	$0·106_5$	9·9425	0·101	10·2120	0·098
80	12·0464	0·083	11·9568	0·084	12·6800	0 079	13·0320	0·077

Nr. 18		Nr. 20		Nr. 22		Nr. 24		λ
$\sigma_d = 0·001845\,\lambda^2 + 1$	$\frac{1}{\sigma_d}$	$\sigma_d = 0·001923\,\lambda^2 + 1$	$\frac{1}{\sigma_d}$	$\sigma_d = 0·00198\,\lambda^2 + 1$	$\frac{1}{\sigma_d}$	$\sigma_d = 0·001961\,\lambda^2 + 1$	$\frac{1}{\sigma_d}$	
1·0166	0·984	1·0173	0·983	1·0178	$0·982_5$	1·0176	0·983	3
1·0295	0·971	1·0308	0·970	1·0317	0·969	1·0318	0·970	4
1·0461	0·956	1·0481	0·954	1·0495	0·953	1·0490	0·953	5
1·0664	0·938	1·0692	0·935	1·0713	0·934	1·0706	0·934	6
1·1181	0·894	1·1231	0·890	1·1267	0·888	1·1255	$0·888_5$	8
1·1845	0·844	1·1923	0·839	1·1980	0·835	1·1961	0·836	10
1·4151	0·707	1·4327	0·698	1·4455	0·692	1·4412	0·694	15
1·7380	0 575	1·7692	0·564	1·7920	0·559	1·7844	0·560	20
2·6605	0·376	2·7307	0·366	2·7820	0·359	2·7649	0·362	30
3·9520	0·253	4·0768	0·245	4·1680	0·240	4·1376	0·242	40
5·6125	0·178	5·8075	0·172	5·9500	0·168	5·9025	0·169	50
7·6420	0·131	7·9228	0·126	8·1280	0·123	8·0596	0·124	60
10·0405	0·100	10·4227	0·096	10·7020	0·093	10·6089	0·094	70
12·8080	0·078	13·3072	0·075	13·6720	0·073	13·5504	0·074	80

Tabelle XVI b.

Specielle Werte der Knick-Coëfficienten σ_d u. $\frac{1}{\sigma_d}$ bei verschiedenen Längenverhältnissen λ

Doppel-Tau-Eisen: Typen des öster. Ing.- u. Arch.-Vereins vom Jahre 1882.

λ	Nro. 24a $\sigma_d = 0·001835\,\lambda^2 + 1$	$\frac{1}{\sigma_d}$	Nro. 26 $\sigma_d = 0·002299\,\lambda^2 + 1$	$\frac{1}{\sigma_d}$	Nro. 28 $\sigma_d = 0·001988\,\lambda^2 + 1$	$\frac{1}{\sigma_d}$	Nro. 28a $\sigma_d = 0·001832\,\lambda^2 + 1$	$\frac{1}{\sigma_d}$
3	1·0165	0·984	1·0207	0·980	1·0179	0·982	1·0165	0·984
4	1·0294	0·971$_5$	1·0368	0·964$_5$	1·0318	0·969	1·0293	0·971$_5$
5	1·0456	0·956	1·0575	0·946	1·0497	0·953	1·0458	0·956
6	1·0657	0·938	1·0828	0·923$_5$	1·0716	0·933	1·0660	0·938
8	1·1168	0·895	1·1471	0·872	1·1272	0·887	1·1172	0·895
10	1·1835	0·845	1·2299	0·813	1·1988	0·834	1·1832	0 845
15	1·4106	0·709	1·5173	0·659	1·4473	0·691	1·4112	0·709
20	1·7300	0·578	1·9169	0·522	1·7952	0·557	1·7328	0·577
30	2·6515	0·377	3·0691	0·326	2·7892	0·358$_5$	2·6488	0·377$_5$
40	3·9360	0·254	4·6784	0.214	4·1808	0·239	3·9312	0·254
50	5·5625	0.180	6·7475	0·148	5·9700	0·167$_5$	5·5810	0·179
60	7·5700	0·132	9·2764	0·108	8·1568	0·123	7·5952	0·132
70	9·9425	0·100$_5$	12·2651	0·081$_5$	10·7412	0·093	9·9768	0·100
80	12·6800	0·079	15·7136	0.064	13·7232	0·073	12·7248	0·079

λ	Nro. 30 $\sigma_d = 0·002024\,\lambda^2 + 1$	$\frac{1}{\sigma_d}$	Nro. 32 $\sigma_d = 0·002062\,\lambda^2 + 1$	$\frac{1}{\sigma_d}$	Nro. 35 $\sigma_d = 0·002899\,\lambda^2 + 1$	$\frac{1}{\sigma_d}$	Nro. 40 $\sigma_d = 0·002123\,\lambda^2 + 1$	$\frac{1}{\sigma_d}$
3	1·0182	0·982	1·0186	0·982	1·0261	0·975	1·0191	0·981
4	1·0324	0·969	1·0330	0·968	1·0464	0·956	1·0340	0·967
5	1·0506	0·952	1·0516	0·951	1. 0725	0·932	1·0531	0·950
6	1·0729	0·932	1·0742	0·931	1·1044	0·905$_5$	1·0764	0·929
8	1·1295	0·885	1·1320	0·883	1·1855	0·843$_5$	1·1359	0·880
10	1·2024	0·832	1·2062	0·829	1 2899	0·775	1·2123	0·825
15	1·4554	0·687	1·4640	0·683	1·6523	0·605	1·4777	0·677
20	1 8096	0·554	1·8248	0·548	2·1596	0·463	1·8492	0·541
30	2·8216	0·354	2·8558	0·350	3·6091	0·277	2·9107	0·344
40	4·2384	0·236	4·2992	0·233	5·6384	0·177	4·3968	0·223
50	6·0600	0·165	6·1550	0·162$_5$	8·2475	0·121	6·3075	0·158$_5$
60	8·2864	0·121	8·4232	0·119	11·4364	0 087	8·6428	0·116
70	10·9176	0·092	11·1038	0·090	15·2051	0·066	11·4027	0·087
80	13·9536	0·072	14·1968	0·070	19·5536	0·051	14·5872	0·069

Tabelle XVII.

Grenzwerte des Längenverhältnisses λ,

bei welchem

für Gusseisen die Zugspannung ihr zulässiges Maximum erreicht.

Einfache, volle und kreuzförmige Querschnitte.

Querschnitt		$\frac{1}{\gamma}$	$\sqrt{\frac{1}{\gamma}}$	Werthe von $\lambda_m = \sqrt{\frac{1}{\alpha\beta\gamma}} \cdot \frac{\mu+1}{\mu-1}$ $\left(\mu = \frac{s_d}{s_z}\right)$							
				I. Befestigung $\beta=4$		II. Befestigung $\beta=1$		III. Befestigung $\beta=1/2$		IV. Befestigung $\beta=1/4$	
				$\mu = 2\cdot0$	$\mu = 2\cdot5$	$\mu = 2\cdot0$	$\mu = 2\cdot5$	$\mu = 2\cdot0$	$\mu = 2\cdot5$	$\mu = 2\cdot0$	$\mu = 2\cdot5$
		0·0833	0·289	17·7	15·6	35·4	31·2	50·1	44·1	70·8	63·4
		0·0694	0·264	16·1	14·2	32·3	28·5	45·6	40·3	64·5	56·9
		0·0661	0·257	15·7	13·9	31·5	27·8	44·5	39·3	63·0	55·5
		0·0625	0·250	15·3	13·5	30·6	27·0	33·3	38·2	61·2	54·0
	r = 3	0·0537	0·232	14·2	12·5	28·4	25·0	40·1	35·4	56·8	50·1
	r = 5	0·0478	0·219	13·4	11·9	26·8	23·8	37·9	33·7	53·5	47·6
	r = 7	0·0456	0·214	13·1	11·5	26·2	23·1	37·0	32·6	52·3	46·1
	r = 10	0·0443	0·210	12·9	11·4	25·8	22·7	36·4	32·1	51·5	45·4

Tabelle XVIII.

Grenzwerte des Längenverhältnisses λ,

bei welchem

für Gusseisen die Zugspannung ihr zulässiges Maximum erreicht.

Quadrat-Ring-Querschnitte.

Querschnitt	$\frac{1}{\gamma}$	$\sqrt{\frac{1}{\gamma}}$	Werte von $\lambda_m = \sqrt{\frac{1}{\alpha\beta\gamma} \cdot \frac{\mu+1}{\mu-1}}$ $\left[\mu = \frac{k_d}{k_z}\right]$							
			I. Befestigung $\beta = 4$		II. Befestigung $\beta = 1$		III. Befestigung $\beta = 1/2$		IV. Befestigung $\beta = 1/4$	
			$\mu = 2{\cdot}0$	$\mu = 2{\cdot}5$	$\mu = 2{\cdot}0$	$\mu = 2{\cdot}5$	$\mu = 2{\cdot}0$	$\mu = 2{\cdot}5$	$\mu = 2{\cdot}0$	$\mu = 2{\cdot}5$
										
$\frac{\delta}{d} = 5/10$	0·1042	0·323	19·8	17 4	39·5	34·9	55·9	49·3	79·0	69·7
$= 6/10$	0·1133	0·337	20·6	18·1	41·1	36·3	58 3	51·4	82·2	72·6
$= 7/10$	0·1242	0·352	21·6	19·0	43·2	38·1	61·0	53·8	86·3	76·1
$= 8/10$	0·1367	0·370	22·6	20·0	45·3	39·9	64·0	56·5	90·5	79·8
$= 9/10$	0·1508	0·388	23·8	21·0	47·6	41·9	67·3	59 3	95·1	93·9
$= 19/20$	0·1585	0·398	24·4	21·6	48·8	43·1	69·0	61·0	97·5	86·2
$= 29/30$	0 1612	0·401	24·6	21·7	49·2	43·4	69·5	61·3	98·3	86·7

Tabelle XIX.

Grenzwerte des Längenverhältnisses λ,

bei welchem

für Gusseisen die Zugspannung ihr zulässiges Maximum erreicht.

Kreis-Ring-Querschnitte.

Querschnitt	$\frac{1}{\gamma}$	$\sqrt{\frac{1}{\gamma}}$	Werte von $\lambda_m = \sqrt{\frac{1}{\alpha\beta\gamma}} \cdot \frac{\mu+1}{\mu-1}$ $\left[\mu = \frac{k_d}{k_z}\right]$ I. Befestigung $\beta = 4$		II. Befestigung $\beta = 1$		III. Befestigung $\beta = 1/2$		IV. Befestigung $\beta = 1/4$	
			$\mu = 2 \cdot 0$	$\mu = 2 \cdot 5$	$\mu = 2 \cdot 0$	$\mu = 2 \cdot 5$	$\mu = 2 \cdot 0$	$\mu = 2 \cdot 5$	$\mu = 2 \cdot 0$	$\mu = 2 \cdot 5$
$\frac{\delta}{d} = 5/10$	0·0781	0·279	17·1	15·1	34·2	30·2	48·4	42·7	68·5	60·4
$= 6/10$	0·0850	0·292	17 9	15·7	35·7	31·5	50·5	44·5	71·4	63·0
$= 7/10$	0·0931	0·305	18·7	16·5	37·4	33·0	52·8	46·6	74·7	65·9
$= 8/10$	0·1025	0·320	19·6	17·3	39·2	34·6	55·5	48·9	78·4	69·2
$= 9/10$	0·1131	0·336	20·6	18·2	41·2	36·3	58·2	51·4	82·4	72·6
$= 19/20$	0·1189	0·345	21·1	18·6	42·2	37·2	59·7	52·7	84·5	74·5
$= 29/30$	0·1209	0·348	21·3	18·8	42·6	37·6	60·2	53·1	85·2	75·1

Tabelle XX. **Werte des Ausdruckes $\frac{\mu(\mu+1)}{(\mu-1)^2} \cdot \frac{2}{\alpha\beta\gamma\varphi}$ für Gusseisenstützen und I. Befestigungsart.**

Querschnitt. Voll. Kreuzförmig.	$\frac{\mu(\mu+1)}{(\mu-1)^2} \cdot \frac{2}{\alpha\beta\gamma\varphi}$ $\mu = 2{\cdot}0$	$\mu = 2{\cdot}5$	Querschnitt	$\frac{\mu(\mu+1)}{(\mu-1)^2} \cdot \frac{2}{\alpha\beta\gamma\varphi}$ $\mu = 2{\cdot}0$	$\mu = 2{\cdot}5$	Querschnitt	$\frac{\mu(\mu+1)}{(\mu-1)^2} \cdot \frac{2}{\alpha\beta\gamma\varphi}$ $\mu = 2{\cdot}0$	$\mu = 2{\cdot}5$
	1250	810	$\delta = 1/10$	1275	826	$\delta = 1/10$	1217	789
	$\frac{1250}{n}$	$\frac{810}{n}$	$= 2/10$	1353	877	$= 2/10$	1293	838
	1202	779	$= 5/10$	2083	1350	$= 5/10$	1989	1289
	1196	775	$= 6/10$	2656	1721	$= 6/10$	2537	1644
	1194	774	$= 7/10$	3652	2367	$= 7/10$	3486	2260
	$\frac{1194}{n}$	$\frac{774}{n}$	$= 8/10$	5694	3691	$= 8/10$	5438	3525
r = 3	1450	940	$= 9/1$	11908	7718	$= 9/10$	11384	7378
r = 5	1991	1290	$= 19/20$	24391	15809	$= 19/20$	23291	15096
r = 7	2586	1676	$= 29/30$	36885	23907	$= 29/30$	35222	22829
r = 10	3494	2265						

ANHANG II.

Anwendungs-Beispiele.

A. Nr. 1—6. Beispiele über Aufgabe I und II zur Darlegung der Anwendung der Tabellen und der Formeln I und II.

B. Nr. 7—12. Beispiele über Aufgabe III, die sich direct lösen lassen, zur Darlegung der Anwendung der Formel III und der Tabellen.

a) Nr. 7—9. Beispiele über einfache volle Querschnitte.

b) Nr. 10. Beispiele über Ring-Querschnitte, wenn die Formel III unmittelbar benützt werden kann.

c) Nr. 11. Beispiele über Ring-Querschnitte, wenn die Formel III erst entsprechend umgewandelt werden muss.

d) Nr. 12. Beispiele über kreuzförmige Querschnitte, wo die directe Lösung nur durch Näherungsformel möglich ist.

C. Nr. 13—17. Beispiele über Aufgabe III, die sich nicht direct lösen lassen, sondern nur durch versuchen und probieren: Winkel-, Tau- und Doppeltau-Eisen.

A) Beispiele über Aufgabe I und II zur Darlegung der Anwendung der Tabellen und der Formeln I und II.

Beispiel 1.

Eine 5·0 *m* hohe Buchenholz-Säule von kreisrundem Querschnitt ($d = 25$ *cm*) ist nach Fall II befestigt. Welche Last kann sie tragen, wenn sie starken Erschütterungen ausgesetzt ist?

Nach Formel I : $P = \frac{k_d}{\sigma_d} \cdot F$, zu berechnen.

$k_d = 70\ kg$ pr. $1\ cm^2$. $F = \frac{\pi}{4} \cdot 25^2 = 491\ cm^2$. $\lambda = \frac{500}{25} = 20$.

Für diesen Fall ist nach Tabelle IX $\sigma_d = 2{\cdot}28$ und $\frac{1}{\sigma_d} = 0{\cdot}439$.

Demnach $\mathbf{P} = 0{\cdot}439 \cdot 70 \cdot 491 = 15088$, rund **15100** *kg*.

Beispiel 2.

Ein 4·8 *m* hoher Eichenholz-Ständer von quadratischem Querschnitte ($d = 30$ *cm*) ist nach Fall II befestigt. Welche Last kann er tragen, wenn er keinen Erschütterungen ausgesetzt ist?

Nach Formel I : $P = \frac{k_d}{\sigma_d} \cdot F$, zu berechnen.

$k_d = 100\ kg$ pr. $1\ cm^2$. $F = 30^2 = 900\ cm^2$. $\lambda = \frac{480}{30} = 16$.
$\gamma = 12{\cdot}0$ nach Tabelle I.
$\sigma = 0{\cdot}0008 \cdot \gamma \cdot \lambda^2 + 1$ nach Tabelle VIII. $\sigma = 0{\cdot}0008 \cdot 12 \cdot 256 + 1 = 3{\cdot}4576$.

$\mathbf{P} = \frac{100}{3{\cdot}4576} \cdot 900 = 26030$, rund **26000** *kg*.

Beispiel 3.

Wie viel trägt ein 3·5 *m* langes schmiedeeisernes Gasleitungsrohr von 56 *mm* Lichtweite und 70 *mm* äußerem Durchmesser, wenn es nach Fall III befestigt ist? Nach Formel I : $P = \frac{k_d}{\sigma_d} \cdot F$, zu berechnen.

$\lambda = \frac{350}{7} = 50$. $k_d = 700\ kg$ pr. $1\ cm^2$.

$F = 0{\cdot}2827 \cdot 7^2 = 13{\cdot}85\ cm^2$ nach Tabelle IV.
$\sigma_d = 0{\cdot}00005 \cdot \gamma \cdot \lambda^2 + 1 = 0{\cdot}00005 \cdot 9{\cdot}755 \cdot 50^2 + 1 = 2{\cdot}22$ nach Tabelle IV.

Oder nach Tabelle XII für Befestigung II in Guseisen $\sigma = 5{\cdot}88$ und daraus für Befestigung III in Schmiedeseisen

$$\sigma_d = \left(\frac{5{\cdot}88 - 1}{2}\right) \times {}^1/_2 + 1 = 2{\cdot}22.$$

$$P = \frac{13{\cdot}85 \,.\, 700}{2{\cdot}22} = 4368, \text{ rund } \mathbf{4370}\ kg.$$

Beispiel 4.

Eine 4·5 *m* hohe und 15 *cm* starke cylindrische Säule aus Eichenholz ist nach Fall II befestigt und hat unter Erschütterungen eine Last von 3500 *kg* zu tragen. Welche Maximalspannung wird auftreten? Nach Formel II : $s_d = \frac{P}{F} \,.\, \sigma_d$ zu berechnen.

$$\lambda = \frac{450}{15} = 30 \,.\, F = \frac{\pi}{4} \,.\, d^2.$$

Für reine Druckfestigkeit würde die Spannung sein:

$s = \frac{P}{F} = \frac{P}{\frac{\pi}{4} \,.\, d^2} = 19{\cdot}8$ *kg*. In Tabelle IX, Horizontalreihe für $\lambda = 30$, finden wir für Gusseisen und Holz $\sigma_d = 3{\cdot}88$.

Für Knickfestigkeit ist also die Maximal-Druckspannung $s_d = 19{\cdot}8 \,.\, 3{\cdot}88 =$ **76·8** *kg*. Diese Spannung ist gegen die gebräuchliche Annahme von 65—70 *kg* pr. 1 cm^2 ein wenig zu groß bei Erschütterungen.

Beispiel 5.

Eine gusseiserne Strebe von 1·35 *m* Länge und kreisförmigem Querschnitte ($d = 4{\cdot}5$ *cm*, $r = 3$) ist nach Fall II befestigt und trägt 1500 *kg* Last. Wie groß ist die Maximal-Spannung pr. 1 cm^2.

Nach Formel II : $s_d = \frac{P}{F} \,.\, \sigma_d$ zu berechnen.

$\lambda = \frac{135}{45} = 30.\quad F = {}^5/_9 \,.\, d^2 = 11{\cdot}25\ cm^2$ nach Tabelle II.

Für diesen Fall gibt Tabelle X $\sigma_d = 4{\cdot}355$.

Demnach $s_d = 4{\cdot}355 \,.\, \frac{1500}{11{\cdot}25} =$ **580** *kg*.

Beispiel 6.

Welche Druckspannung erleidet eine 3·6 *m* hohe, cylindrische Gusseisensäule, nach Fall I befestigt, von 18 *cm* äußerem und 14·4 *cm* innerem Durchmesser, wenn sie 20000 *kg* zu tragen hat?

Nach Formel II : $s_d = \frac{P}{F} \cdot \sigma_d$ zu berechnen.

$$\lambda = \frac{360}{18} = 20. \quad F = 0{\cdot}2827 \cdot d^2, \quad \frac{1}{F} = \frac{3{\cdot}537}{d^2} \text{ nach Tabelle IV.}$$

Nach Tabelle XII ist für Befestigung II $\sigma_d = 1{\cdot}78$ und daraus für Befestigung I $\sigma_d = (1{\cdot}78 - 1) \times 4 + 1 = 4{\cdot}12$.

$$\text{Demnach } s_d = \frac{3{\cdot}537}{18^2} \cdot 20000 \cdot 4{\cdot}12 = \mathbf{900}\ kg \text{ pr. } 1\ cm^2.$$

B) Beispiele über Aufgabe III, die sich direct lösen lassen, als Anwendung der Formel III und der Tabellen.

a) Beispiele über einfache volle Querschnitte.

Beispiel 7.

Wie stark muss eine 4·0 *m* hohe, im Querschnitte quadratische Eichensäule werden, welche nach Fall I befestigt ist und 5000 *kg* tragen soll?

Nach Formel III zu berechnen: $d^2 = \frac{P}{2k\varphi}\left[1 + \sqrt{1 + \frac{4k}{P} \cdot \alpha\beta\gamma\varphi l^2}\right]$

$k_d = 70\ kg, \quad \alpha = 0{\cdot}0002, \quad \beta = 4, \quad \gamma = 12{\cdot}0, \quad \varphi = 1.$

$$d^2 = \frac{5000}{2 \cdot 70}\left[1 + \sqrt{1 + \frac{4 \cdot 70}{5000} \cdot \frac{2 \cdot 4 \cdot 12 \cdot 400^2}{10000}}\right] = 368{\cdot}78,$$

$$d = \sqrt{368{\cdot}78} = 19{\cdot}2\ cm = 192\ mm.$$

Beispiel 8.

Wie stark muss eine 5·4 *m* hohe, im Querschnitte kreisförmige schmiedeeiserne Stütze werden, welche nach Fall IV befestigt ist und 4000 *kg* mit Erschütterungen zu tragen hat?

Nach Formel III zu berechnen: $d^2 = \frac{P}{2k\varphi}\left[1 + \sqrt{1 + \frac{4k}{P} \cdot \alpha\beta\gamma\varphi l^2}\right]$

$k = 700\,kg, \ \alpha = 0{\cdot}0001, \ \beta = 1/4, \ \gamma = 16{\cdot}0, \ \varphi = 0{\cdot}7854, \ 1/\varphi = 1{\cdot}2732.$

$$d^2 = \frac{4000}{2 \cdot 700} \cdot 1{\cdot}2732\left[1 + \sqrt{1 + \frac{4 \cdot 700}{4000} \cdot \frac{16 \cdot 0{\cdot}7854 \cdot 540^2}{4 \cdot 10000}}\right] = 33,$$

$$d = \sqrt{33} = 5{\cdot}75\ cm = \mathbf{57{\cdot}5}\ mm.$$

Beispiel 9.

Welche Schenkellänge muss ein 4 0 *m* langes, gleichschenkliges Winkeleisen (r = 0·10) erhalten, welches nach Fall II befestigt ist und durch eine Last von 8400 *kg* auf Knickfestigkeit beansprucht wird?

Nach Formel III zu berechnen: $d^2 = \frac{P}{2\,k\,\varphi}\left[1 + \sqrt{1 + \frac{4\,k}{P} \cdot \alpha\beta\gamma\varphi l^2}\right]$

$k = 700\,kg$, $\alpha = 0{\cdot}0001$, $\beta = 1$, $\gamma = 10{\cdot}5$, $\varphi = 0{\cdot}19$, $1/\varphi = 5{\cdot}263$, Tabelle V.

$$d^2 = \frac{8400}{2.700} \cdot 5{\cdot}263\left[1 + \sqrt{1 + \frac{4\,700}{8400} \cdot \frac{10{\cdot}555 \,.\, 0{\cdot}19 \,.\, 400^2}{10000}}\right] = 139{\cdot}43,$$

$$d = \sqrt{139{\cdot}43} = 11{\cdot}8\,cm = \mathbf{118}\,mm$$

b) Beispiele über Ring-Querschnitte, wenn die Formel III unmittelbar benützt werden kann.

Beispiel 10.

Welchen äußeren Durchmesser muss eine 6·0 *m* hohe, im Querschnitt kreisringförmige (Wanddicke $^1/_{10}$) gusseiserne Säule erhalten, welche nach Fall I befestigt und 21000 *kg* tragen soll?

Nach Formel III zu berechnen: $d^2 = \frac{P}{2\,k\,\varphi}\left[1 + \sqrt{1 + \frac{4\,k}{P} \cdot \alpha\beta\gamma\varphi l^2}\right]$

$k = 1000\,kg$, $\alpha = 0{\cdot}0002$, $\beta = 4{\cdot}0$, $\gamma = 9{\cdot}755$, $\varphi = 0{\cdot}2827$, $1/\varphi = 3{\cdot}537$.

$$d^2 = \frac{21000}{2.1000} \cdot 3{\cdot}537\left[1 + \sqrt{1 + \frac{4.1000}{21000} \cdot \frac{2.4 \,.\, 9{\cdot}755 \,.\, 0{\cdot}2827 \,.\, 600^2}{10000}}\right]$$

$d^2 = 496{\cdot}94$. $d = \sqrt{496{\cdot}94} = 22{\cdot}3\,cm = \mathbf{223}\,mm$.

Mit diesem äußeren Durchmesser ergibt sich ein Längenverhältnis: $\lambda = \frac{600}{22{\cdot}3} = 27$.

Nach Tabelle XIX ist dieses Verhältnis aber größer als das zulässige Maximal-Längenverhältnis von gusseisernen Säulen, deren Querschnitt ein Kreisring von $^1/_{10}$ Wanddicke ist.

Es folgt daraus, dass die Säule mit diesem Verhältnisse nicht ausführbar ist. Sie muss daher auf Zugspannung berechnet werden. (Siehe die Anmerkung auf Seite 12.)

Berechnung der obigen Säule auf Zugspannung.

Zu berechnen n. Form. III[a]: $d^2 = \frac{P}{2 k_z \varphi}\left[-1+\sqrt{1+\frac{4 k_z}{P} . \alpha\beta\gamma\varphi . l^2}\right]$

$k = 400$ *kg* auf Zug, $\alpha = 0{\cdot}0002$, $\beta = 4{\cdot}0$, $\gamma = 9{\cdot}755$, $\varphi = 0{\cdot}2827$, $^1/\varphi = 3{\cdot}537$.

$$d^2 = \frac{21000}{2 . 1000} . 3{\cdot}537\left[-1+\sqrt{1+\frac{4 . 400}{21000} . \frac{2 . 4 . 9{\cdot}755 . 0{\cdot}2827 . 600^2}{10000}}\right]$$

$d^2 = 635{\cdot}35$. $d = \sqrt{635{\cdot}35} = 25{\cdot}2\ cm = \mathbf{252}\ mm$.

Bestimmung der auftretenden Druckspannung.

Zu berechnen nach Formel II: $s_d = (\alpha\,\beta\,\gamma\,\lambda^2 + 1)\ \frac{P}{F}$

$$s_d = \left[0{\cdot}0002 . 4 . 9{\cdot}755 . \left(\frac{600}{25{\cdot}2}\right)^2 + 1\right] \frac{21000}{0{\cdot}2827 . 635{\cdot}35} = \mathbf{633{\cdot}7}\ kg.$$

Diese Druckspannung ist also weit unter der zulässigen Druckspannung $k_d = 1000$ *kg*.

c) Beispiele über Ring-Querschnitte, wenn die Formel III erst entsprechend umgewandelt werden muss.

Hierher gehört die Aufgabe, die Wanddicke einer hohlen Säule zu bestimmen, wenn deren Länge, Außendurchmesser, Befestigungsart und Beanspruchung gegeben sind.

Zu diesem Behufe muss die Formel III entsprechend umgewandelt werden.

Schreiben wir Formel III in der Form: $P = \frac{k . \varphi . d^4}{\alpha\,\beta\,\gamma\,l^2 + d^2}$, so ergibt sich für eine Säule von quadratischem Ring-Querschnitt, wenn wir statt φ und γ die Werte aus der Tabelle III einsetzen

$$P = \frac{k . d^4 . \left(\frac{d^2 - \delta^2}{d^2}\right)}{\alpha\,\beta\,l^2 . 12\left(\frac{d^2}{d^2 + \delta^2}\right) + d^2}$$

$P = \frac{k\,(d^2 - \delta^2)\,(d^2 + \delta^2)}{12\,\alpha\,\beta\,l^2 + (d^2 + \delta^2)} = \frac{k\,(d^4 - \delta^4)}{12\,\alpha\,\beta\,l^2 + (d^2 + \delta^2)}$, daraus nach Potenzen von δ geordnet und reduciert:

$$\delta^4 + \frac{P}{k} . \delta^2 + \frac{P}{k}\,(12\,\alpha\,\beta\,l^2 + d^2) - d^4 = 0, \text{ demnach}$$

$$\delta^2_{\square} = -\frac{P}{2k} + \sqrt{\left(\frac{P}{2k}\right)^2 - \frac{P}{k}(12\,\alpha\,\beta\,l^2 + d^2) + d^4} \quad . \; . \; . \; \text{VI.}$$

Für eine Säule von kreisförmigem Ring-Querschnitt ergibt sich in ähnlicher Weise:

$$\delta^2_{\bigcirc} = -\frac{2\,P}{\pi\,.\,k} + \sqrt{\left(\frac{2\,P}{\pi\,.\,k}\right)^2 - \frac{4}{\pi}\,.\,\frac{P}{k}(16\,\alpha\,\beta\,l^2 + d^2) + d^4} \quad . \; . \; \text{VII.}$$

Dies sind die 2 Formeln für die directe Berechnung der Innenweite hohler Säulen.

Die Wanddicke ergibt sich dann leicht aus: Wanddicke $= \frac{d - \delta}{2}$

Beispiel 11.

Eine hohle runde Gusseisensäule von 4·5 *m* Höhe, soll aus architektonischen Gründen ein Längenverhältnis $\lambda = 15$ erhalten. Welche Wanddicke muss sie erhalten, wenn sie nach Fall I befestigt ist und 150000 *kg* zu tragen hat?

Nach Formel

$$\delta^2_{\bigcirc} = -\frac{2\,P}{\pi\,k} + \sqrt{\left(\frac{2\,P}{\pi\,k}\right)^2 - \frac{4}{\pi}\,.\,\frac{P}{k}(16\,\alpha\,\beta\,l^2 + d^2) + d^4}$$

zu berechnen.

$k = 1000\,kg, \quad \alpha\beta = 0{\cdot}0008, \quad d = \frac{450}{15} = 30\,cm.$

$$\delta^2 = -\frac{2}{\pi}\,.\,\frac{150000}{1000} +$$

$$+ \sqrt{\left(\frac{2}{\pi}\,.\,\frac{150000}{1000}\right)^2 - \frac{4}{\pi}\,.\,\frac{150000}{1000}(16\,.\,0{\cdot}0008\,.\,450^2 + 30^2) + 30^4}$$

$$\delta^2 = 294{\cdot}63, \quad \delta = 17{\cdot}2\,cm = \mathbf{172}\,mm.$$

$$\text{Wanddicke}\,\frac{d - \delta}{2} = \frac{300 - 172}{2} = \mathbf{64}\,mm.$$

Für quadratischen Ringquerschnitt ergibt sich $\delta = 234$ *mm* und Wanddicke $= 33$ *mm*.

d) Beispiele über kreuzf. Querschnitte, wo die directe Lösung nur durch Näherungsformel möglich ist.

Hierher gehört die directe Bestimmung des Verhältnisses r für einen kreuzf. Querschnitt wenn P, d, l, k und die Befestigungsweise gegeben sind.

Auch in diesem Falle muss die Formel III entsprechend umgewandelt werden.

Schreiben wir Formel III in der Form: $P = \frac{k \cdot \varphi \cdot d^2}{\alpha \beta \gamma \lambda^2 + 1}$, so ergibt sich für eine Säule von kreuzf. Querschnitte, wenn wir statt φ und γ die Werte aus der Tabelle II einsetzen:

$$P = \frac{k \cdot d^2 \cdot \frac{2r - 1}{r^2}}{\alpha \beta \lambda^2 \cdot 12 \left[\frac{(2r - 1) r^2}{r^3 + r - 1}\right] + 1}$$

Wollte man die Formel in dieser Form nach r auflösen, so würde man auf eine Gleichung 5. Grades kommen, die wohl nicht praktisch wäre. Um dies zu vermeiden, möge es gestattet sein, in der nachfolgenden Weise zu kürzen. Der Erfolg wird zeigen, dass die so erhaltene Näherungsformel „ersten Grades" vollkommen ausreicht, um direct das r so genau zu bestimmen, wie es für die Praxis nothwendig ist.

Es ist absichtlich ein Beispiel gewählt worden, wo r sehr klein ist, wie es in der Praxis kaum vorkommt. Es ist begreiflich, dass dann bei größerem r die Abweichung, resp. der Fehler noch kleiner wird.

Die Kürzung, respect. Reduction der Formel ergibt sich wie folgt:

$$P = \frac{k \cdot d^2 \cdot \frac{2r - 1}{r^2}}{\alpha \beta \lambda^2 \cdot 12 \left[\frac{(2r - 1) r^2}{r^3 + r - 1}\right] + 1} = \frac{k \cdot d^2 \cdot \frac{2r}{r^2}}{\alpha \beta \lambda^2 \cdot 12 \left[\frac{2r \cdot r^2}{r^3 + r}\right] + 1} =$$

$$= \frac{k \cdot d^2 \cdot \frac{2}{r}}{12 \alpha \beta \lambda^2 \left[\frac{2r^2}{r^2 + 1}\right] + 1} = \frac{k \cdot d^2 \cdot 2}{12 \alpha \beta \lambda^2 \left[\frac{2r^3}{r^2}\right] + r}$$

$$P = \frac{2 \cdot k \cdot d^2}{12 \alpha \beta \lambda \cdot 2r + r} = \frac{k \cdot d^2}{(12 \alpha \beta \lambda^2 + 0{\cdot}5)\, r}.$$

Aus dieser letzten Näherungsformel ergibt sich r mit:

$$r = \frac{k}{P} \cdot \frac{d^2}{12 \alpha \beta \lambda^2 + 0{\cdot}5} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{VIII.}$$

Beispiel 12.

Welche Rippenstärke muss die in Beispiel 11 angeführte Gusseisensäule erhalten, wenn sie kreuzf. Querschnitt haben soll?

$P = 150000\ kg$, $k = 1000\ kg$, $d = 30\ cm$, $\alpha\beta = 0{\cdot}0008$, $\lambda = 15$.

$$r = \frac{1000}{150000} \cdot \frac{30^2}{12 \,.\, 0{\cdot}0008 \,.\, 15^2 + 0{\cdot}5} = 2{\cdot}256, \text{ rund } 2{\cdot}3$$

$$\text{demnach Rippenstärke} = \frac{30}{2{\cdot}3} = 13{\cdot}3\ cm = \mathbf{133}\ mm.$$

C) Beispiele über Aufg. III, die sich nicht direct lösen lassen, sondern nur durch versuchen und probieren.

Beispiel 13.

Ein 4 *m* hohes, gleichschenkliges Winkeleisen nach II befestigt, soll bei einem Längenverhältnis von $\lambda = 40$, 6000 *kg* tragen. Welches Profil am besten?

Zunächst ist der Querschnitt für reine Druckfestigkeit zu bestimmen.

$$F_d = \frac{6000}{700} = 8{\cdot}57\ cm^2, \text{ rund } 8{\cdot}6\ cm^2$$

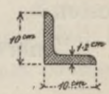
Für Knickfestigkeit ist daher ein Winkel von größerem Querschnitt nothwendig.

In Tabelle XIII, Horizontalreihe $\lambda = 40$ finden wir σ_d schwankend von $2{\cdot}66 - 2{\cdot}83$, also σ_d im Mittel rund $2{\cdot}75$.

Diesem Werte von σ_d entspricht am nächsten das 4. Winkeleisen $r = 0{\cdot}12$.

Wegen $d = 10\ cm$ ist nach Tabelle V:

$$F = 022{\cdot}56 \,.\, 10^2 = 22{\cdot}56\ cm^2$$



Für dieses Winkeleisen ist nach Tabelle XIII: $\sigma_d = 2{\cdot}7464$ daher der nothwendige Querschnitt $F = 2{\cdot}7464 \,.\, 8{\cdot}57 = 23{\cdot}54\ cm^2$

Da der obige Winkelquerschnitt ($F = 22{\cdot}56\ cm^2$) nur um $0{\cdot}98\ cm^2$ kleiner ist als der nothwendige Querschnitt ($F = 23{\cdot}54\ cm^2$), so kann das obige Winkeleisen beibehalten werden.

Beispiel 14.

Ein 6 *m* hohes, ungleichschenkliges Winkeleisen ($n = 2{\cdot}0$) nach II befestigt, soll bei einem Längenverhältnis von $\lambda = 50$, 9000 *kg* tragen. Welches Profil?

Für reine Druckfestigkeit ist der Querschnitt:

$$F_d = \frac{9000}{700} = 13{\cdot}0\ cm^2$$

Für Knickfestigkeit daher ein Winkeleiseu von größerem Querschnitte nothwendig.

In Tabelle XIV^b Horizontalreihe $\lambda = 50$ finden wir σ_d schwankend von 4·40 bis 4·63, also σ_d im Mittel rund 4·52.

1. Annahme: $r = 0{\cdot}15$, $\sigma_d = 4{\cdot}492$. Nach Tabelle V ist $F = 0{\cdot}4275 \,.\, 12^2 = 61{\cdot}6\ cm^2$. Der nothwendige Querschnitt ist $F_d \,.\, \sigma_d = 13{\cdot}0 \,.\, 4{\cdot}492 = 58{\cdot}4\ cm^2$.

Da der obige Winkelquerschnitt um 3·2 cm^2 zu groß ist, so nehmen wir das nächst kleinere Profil.

2. Annahme: $r = 0{\cdot}14$ mit $\sigma_d = 4{\cdot}46$.

Nach Tabelle V ist der entsprechende Querschnitt:

$$F = 0{\cdot}4004 \,.\, 12^2 = 57{\cdot}66\ cm^2$$

Der nothwendige Querschnitt ist:

$$F_d \,.\, \sigma_d = 13 \,.\, 4{\cdot}46 = 57{\cdot}98\ cm^2.$$

Da der nothwendige Querschnitt nur um 0·32 cm^2 größer als als der vorhandene ist, so ist die Übereinstimmung eine praktisch vollkommen genügende.

Beispiel 15.

Ein Doppeltau-Träger (als Stütze) von 4 *m* Höhe, nach Fall II befestigt, soll 6000 *kg* Last tragen. Welches Profil (Type 1882) am besten?

Zuerst Querschnitt für reine Druckfestigkeit bestimmen:

$$F_d = \frac{6000}{700} = 8{\cdot}57\ cm^2.$$

Für Knickfestigkeit demnach größerer Querschnitt nothwendig.

1. Annahme. Träger Nr. 18.

$$\lambda = \frac{400}{9} = 44{\cdot}4, \qquad \sigma_d = 4{\cdot}0, \qquad \text{nothwendiger Querschnitt:}$$

$$F = 8{\cdot}57 \,.\, 4 = 34{\cdot}3\ cm^2.$$

Dieses Profil passt nicht, da $F_{18} = 30{\cdot}9\ cm^2$, also um 3·4 cm^2 zu klein ist.

2. Annahme. Träger Nr. 20.

$$\lambda = \frac{400}{9 \cdot 6} = 40, \quad \sigma_d = 4 \cdot 1, \quad \text{nothwendiger Querschnitt:}$$

$$F = 8 \cdot 57 \,.\, 4 \cdot 1 = 35 \cdot 1 \; cm^2.$$

Dieses Profil passt, da $F_{20} = 37 \cdot 1 \; cm^2$, also nur um $2 \cdot 0 \; cm^2$ zu groß ist.

Beispiel 16.

Ein Doppeltau-Träger (als Stütze) von 6 *m* Höhe, nach Fall II befestigt, soll 6000 *kg* Last tragen. Welches Profil (Type 1882) am besten?

Querschnitt für reine Druckfestigkeit $F_d = \frac{6000}{700} = 8 \cdot 57 \; cm^2$.

1. Annahme. Träger Nr. 24.

$$\lambda = \frac{600}{10 \cdot 8} \; 55 \cdot 5, \quad \sigma_d = 6 \cdot 62, \quad \text{nothwendiger Querschnitt:}$$

$$F = 8 \cdot 57 \,.\, 6 \cdot 62 = 56 \cdot 7 \; cm^2.$$

Dieses Profil passt nicht, da $F_{24} = 51 \cdot 4 \; cm^2$, um $5 \cdot 3 \; cm^2$ zu klein ist.

2. Annahme. Träger Nr. 26.

$$\lambda = \frac{600}{11 \cdot 4} = 52 \cdot 63, \quad \sigma_d = 7 \cdot 2, \quad \text{nothwendiger Querschnitt:}$$

$$F = 8 \cdot 57 \,.\, 7 \cdot 2 = 61 \cdot 7 \; cm^2.$$

Dieses Profil passt, da $F_{26} = 59 \cdot 4$, nur um $2 \cdot 3 \; cm^2$ zu klein ist.

Beispiel 17.

Ein Doppeltauträger (als Stütze) von 6 *m* Höhe, nach Fall II befestigt, soll 21000 *kg* tragen. Welches Profil (Type 1882) am besten?

Querschnitt für reine Druckfestigkeit $F_d = \frac{21000}{700} = 30 \; cm^2$.

1. Annahme. Träger Nr. 28 a.

$$\lambda = \frac{600}{15} = 40, \quad \sigma_d = 4 \cdot 0, \quad \text{nothwendiger Querschnitt}$$

$$F = 30 \,.\, 4 = 120 \; cm^2.$$

Dieses Profil passt nicht, da $F_{28a} = 78 \cdot 1 \; cm^2$ ist, also um $42 \; cm^2$ zu klein.

2. Annahme. Träger Nr. 40.

$$\lambda = \frac{600}{15 \cdot 6} = 37, \quad \sigma_d = 4 \cdot 3, \quad \text{nothwendiger Querschnitt}$$

$$F = 30 \,.\, 4 \cdot 3 = 129 \ cm^2.$$

Dieses Profil passt, da $F_{40} = 131 \cdot 2 \ cm^2$ ist, also nur um $2 \cdot 2 \ cm^2$ zu groß.

ANHANG III.

Formeln.

Formel I: Zur Berechnung der Tragkraft einer Stütze, die in Bezug auf Material, Querschnitt, Länge und Befestigung vollkommen bestimmt ist.

$$\left.\begin{aligned} P &= \frac{1}{\alpha\beta\gamma\lambda^2 + 1} \cdot k_d \cdot F = \frac{k_d \cdot F}{\sigma_d} \\ P &= \frac{1}{\alpha\beta\gamma\lambda^2 - 1} \cdot k_z \cdot F = \frac{k_z \cdot F}{\sigma_z} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad \text{I.}$$

Formel II: Zur Berechnung der Maximalspannungen in einer Stütze, die in Bezug auf Querschnitt, Länge, Belastung und Befestigung vollkommen bestimmt ist.

$$\left.\begin{aligned} s_d &= (\alpha\beta\gamma\lambda^2 + 1) \cdot \frac{P}{F} \\ s_z &= (\alpha\beta\gamma\lambda^2 - 1) \cdot \frac{P}{F} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad \text{II.}$$

Formel III: Zur Bestimmung des Querschnittes einer Stütze, die in Bezug auf Material, Länge, Belastung und Befestigungsweise vollkommen gegeben ist.

$$d^2 = \frac{P}{2 k_d \varphi}\left[1 + \sqrt{1 + \frac{4 k_d}{P} \cdot \alpha\beta\gamma\varphi l^2}\right] \quad \ldots\ldots \quad \text{III.}$$

Formel IIIa: Zur Bestimmung des Querschnittes einer Gusseisenstütze, wenn $\frac{k_d}{P} \cdot l^2 > \frac{\mu(\mu + 1)}{(\mu - 1)^2} \cdot \frac{2}{\alpha\beta\gamma\varphi}$ ist, wenn also auf Zugspannung gerechnet werden muss.

$$d^2 = \frac{P}{2 k_z \varphi}\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{4 k_z}{P} \cdot \alpha\beta\gamma\varphi l^2}\right] \quad \ldots\ldots \quad \text{IIIa.}$$

Formel IV: Zur Bestimmung des Maximallängenverhältnisses λ, bei welchem für Gusseisen die Zugspannung die zulässige Grenze erreicht. $\left(\mu = \frac{k_d}{k_z}\right)$

$$\lambda^2 = \frac{1}{\alpha\beta\gamma} \cdot \frac{k_d + k_z}{k_d - k_z} = \frac{1}{\alpha\beta\gamma} \cdot \frac{\mu + 1}{\mu - 1} \quad \ldots\ldots\ldots \quad \text{IV.}$$

F o r m e l V: Zur Controlrechnung, ob bei einer gegebenen Combination von Querschnittsform, Länge und Belastung einer nach Fall I befestigten Gusseisenstütze, eine praktische Lösung nach Formel III möglich ist. Dies ist der Fall, wenn für

$$\left.\begin{array}{ll} \mu = 2{\cdot}0, & \frac{k_d}{P} \cdot l^2 \leqq 15000 \frac{1}{\gamma \varphi} \\ \mu = 2{\cdot}5, & \frac{k_d}{P} \cdot l^2 \leqq 9722{\cdot}2 \frac{1}{\gamma \varphi} \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad \mathrm{V.}$$

Findet dies nicht statt, dann ist nach Formel IIIa auf Zugspannung zu rechnen.

F o r m e l VI: Zur Bestimmung der Innenweite (respective Wanddicke) einer hohlen Säule, deren Querschnitt ein quadratischer Ring ist, wenn Länge, Außendurchmesser, Befestigungsart und Beanspruchung gegeben sind.

$$\delta^2_{\square} = -\frac{P}{2\,k} + \sqrt{\left(\frac{P}{2\,k}\right)^2 - \frac{P}{k}\,(12\,\alpha\,\beta\,l^2 + d^2) + d^4} \quad \ldots \quad \mathrm{VI.}$$

$$\text{Wanddicke} = \frac{d - \delta}{2}.$$

F o r m e l VII: Zur Bestimmung der Innenweite (respective Wanddicke) einer hohlen Säule, deren Querschnitt ein Kreis-Ring ist, wenn Länge, Außendurchmesser, Befestigungsart und Beanspruchung gegeben sind.

$$\delta^2_{\bigcirc} = -\frac{2\,P}{\pi\,k} + \sqrt{\left(\frac{2\,P}{\pi\,k}\right)^2 - \frac{4\,P}{\pi\,k}\,(16\,\alpha\,\beta\,l^2 + d^2) + d^4} \quad \ldots \quad \mathrm{VII.}$$

$$\text{Wanddicke} = \frac{d - \delta}{2}.$$

F o r m e l VIII: Zur Bestimmung der Rippenstärke einer Säule von kreuzförmigem Querschnitte, wenn P, d, l, k und die Befestigungsweise gegeben sind.

$$r = \frac{k}{P} \cdot \frac{d^2}{12\,\alpha\,\beta\,\lambda^2 + 0{\cdot}5} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad \mathrm{VIII.}$$

Berichtigung.

Seite 7, Zeile 5 von unten: statt Munitiöseste lies Minutiöseste.

Seite 12, Fußnote, Zeile 1 und 3: statt Beispiel 13 lies Beispiel 10.

Seite 48, Kopf der Tabelle XVII ganz rechts oben: statt $\left(\mu = \frac{s_d}{s_z}\right)$ lies $\left(\mu = \frac{k_d}{k_z}\right)$

K. k. Hofbuchdruckerei Karl Prochaska in Teschen.