

ex

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000299610

Theorie

Handbuches und der Pufferpapier

besondere Rücksicht auf das Handrücken



X
2.445

Höhere Ingenieur-Wissenschaften.

(Zweiter Band.)

Theorie

des

Erddruckes und der Futtermauern,

mit

besonderer Rücksicht auf das Bauwesen.

Von

Georg Rebhann,

o. ö. Professor für Baumechanik und Brückenbau am k. k. polytechnischen Institute zu Wien,
k. k. Baurath, Ritter des kais. österr. Franz Joseph-Ordens, Doctor der Philosophie und
Magister der freien Künste zu Giessen, etc.

Zusant. sub Litt. D. I. No. 331.

Mit in den Text eingedruckten Holzschnitten.



WIEN.

Druck und Verlag von Carl Gerold's Sohn.

1871.

X

Abhandlung über die Theorie der
(Zweiter Band)

Theorie



II 7832

~~~~~  
Uebersetzungsrecht vorbehalten.  
~~~~~

Georg Rebhann



WIEN

VORREDE.

Das vorliegende Buch bildet den zweiten Band des Werkes über höhere Ingenieurwissenschaften, von welchem der erste Band, enthaltend: die „Theorie der Holz- und Eisen-Constructionen“, im Jahre 1855 erschienen ist.

Nicht nur zum Gebrauche für die Vorlesungen des Verfassers an der hiesigen technischen Hochschule bestimmt, wird dieser zweite Band auch den in der Praxis sich bewegenden Ingenieuren nützliche Dienste leisten.

Neues, Verbessertes und Vervollständigtes in der Theorie des Erddruckes und der Futtermauern gelangt nämlich hiermit zur Veröffentlichung, und namentlich sind es die grafischen Darstellungen der bezüglichen Eigenschaften und Resultate, worauf die Aufmerksamkeit gelenkt wird.

Die Spitze der Neuerungen bildet der auf den activen Erddruck Bezug nehmende Satz, dass es ein Prisma vom grössten Drucke, von welchem seither immer die Rede war, eigentlich gar nicht gibt, vielmehr alle in einem gegebenen Falle am

Füsse der Stützwand zusammenlaufend und an diese sich anlehnend gedachten Erdprismen einen und denselben Erddruck ausüben.

In analoger Weise gilt dies auch in Bezug auf den passiven Erddruck oder den Widerstand der Erde gegen eine daran gepresste Wand. Hier fällt nämlich die bisherige Annahme eines Prisma's vom kleinsten passiven Drucke hinweg, indem nachgewiesen wird, dass alle in einem gegebenen Falle am Fusse der Wand zusammenlaufend und an diese sich anlehnend gedachten Erdprismen einen und denselben Widerstand gegen das Anpressen der Wand leisten.

Wohl aber gibt es jederzeit ein Bruch- oder gefährliches Erdprisma, das unter allen sonstigen Erdprismen zunächst der Gefahr des Lostrennens, somit des Herabstürzens, beziehungsweise Zurückschiebens ausgesetzt ist. Es ist dies übereinstimmend mit dem Verhalten fester, elastischer Körper, bei welchen in Folge ihrer Beanspruchung ebenfalls Bruch- oder gefährliche Stellen entstehen. Es zeigt sich zwar schliesslich, dass das Bruch- oder gefährliche Erdprisma mit demjenigen gleichbedeutend ist, welches man bisher als Erdprisma vom grössten, beziehungsweise kleinsten Drucke (je nachdem entweder der active oder der passive Erddruck in Betracht kommt) bezeichnete, indessen kann dieses Ergebniss dem Werthe der neuen Darstellung keinen Abbruch thun, weil dieselbe jedenfalls mehr sachgemäss ist, und zudem die irrige Vorstellung beseitiget, wozu die älteren Methoden Anlass geben.

Nach diesen wird man nämlich zu der Ansicht verleitet, als würde das Prisma vom grössten, beziehungsweise kleinsten Drucke wirklich einen grösseren, beziehungsweise kleineren Druck ausüben, als alle übrigen Erdprismen, was jedoch keineswegs

stattfindet und füglich nicht stattfinden kann, weil in einem gegebenen Falle die Wand, hinter welcher das Erdreich aufgeschichtet ist, nur einen bestimmten Druck erleidet, dessen Rückwirkung nicht nur mit dem Drucke des Bruch- oder gefährlichen Erdprisma's, sondern auch mit jenem aller sonstigen Erdprismen, die auf die ganze Wand drücken, im Gleichgewichte sein muss.

Von den grafischen Darstellungen sind insbesondere diejenigen hervorzuheben, welche — gestützt auf die jeweilig zusammengehörigen zwei neuen, eben so einfachen wie merkwürdigen und besonders praktisch benützbaren Hauptregeln (177) und (178), (288) und (289), (472) und (473), (481) und (482) — allgemein zeigen, wie man das Bruch- oder gefährliche Erdprisma, so wie die Grösse des Erddruckes selbst ganz leicht construiren kann, und zwar sowohl in Bezug auf den activen, als auch in Bezug auf den passiven Erddruck, dann nicht nur ohne, sondern auch mit Berücksichtigung des Reibungswiderstandes an der Stützwand.

Die überall geschehene Zurückführung der Wirkung des Erddruckes auf jene einer tropfbaren Flüssigkeit von einem gewissen specifischen Gewichte ist geeignet, die Vorstellung über jene Wirkung zu erleichtern; zu diesem Verfahren gab übrigens auch das Bestreben Veranlassung, die bezüglichen Endresultate in einfache und für die Ausübung bequeme Formeln und Tabellen zu bringen.

In den Untersuchungen über die Stabilität der Futtermauern wurden neben den Berechnungen gleichfalls grafische Methoden angegeben, übrigens auch die Festigkeitsverhältnisse der Mauersteine berücksichtigt, so wie die nöthigen Bemerkungen über die Mittellinie des Druckes im Mauerwerke beigefügt.

Indem der Verfasser diesen zweiten Band der Oeffentlichkeit übergibt, hat er behufs der vollständigen Erfüllung seiner, in der Vorrede zu dem ersten Bande gemachten Zusage noch in Absicht, die Theorie der Gewölbe nachfolgen zu lassen.

Wien, im December 1870.

Der Verfasser.

INHALTS - UEBERSICHT.

Erste Abtheilung.

Theorie des Erddruckes	1
Vorbemerkungen	2

Erstes Hauptstück.

Eigentlicher oder activer Erddruck	24
---	----

Erster Abschnitt.

Allgemeiner Fall bezüglich des activen Erddruckes an eine ebene Stützwand	24
---	----

Erstes Capitel.

Vorgang bei der Bestimmung des activen Erddruckes. Neues und älteres Verfahren	25
--	----

Zweites Capitel.

Cohäsionshöhe des Erdreiches	51
------------------------------------	----

Zweiter Abschnitt.

Activer Erddruck an eine Stützwand ohne Rücksicht auf die Reibung zwischen derselben und der Erde	80
---	----

Erstes Capitel.

Erddruck an eine um den Winkel ε gegen das Loth geneigte Stützwand von der Höhe H , wenn das anliegende Erdreich eine horizontale Oberfläche im gleichen Niveau mit der Wandkrone hat ..	83
--	----

Zweites Capitel.

Erddruck an eine um den Winkel ε geneigte Stützwand von der Höhe H , wenn das anliegende Erdreich, von der Wandkrone an, nach der natürlichen Böschung ansteigt	141
---	-----

Drittes Capitel.

Erddruck an eine verticale Stützwand von der Höhe H , wenn das anliegende Erdreich, von der Wandkrone an, nach einer beliebigen Böschung ansteigt, welche mit der natürlichen Erdböschung den Winkel δ einschliesst.....	151
---	-----

Viertes Capitel.

Erddruck an eine um den Winkel ε geneigte Stützwand von der Höhe H , wenn das anliegende Erdreich, von der Wandkrone an, nach einer beliebigen Böschung ansteigt, welche mit der natürlichen Böschung den Winkel δ einschliesst	168
--	-----

Fünftes Capitel.

Allgemeine Regeln zur Bestimmung der gefährlichen oder Bruchböschung und des Druckes eines gestützten Erdreiches bei einer beliebigen Gestalt der Oberfläche desselben. Grafische Auflösung..	180
---	-----

Sechstes Capitel.

Wirkung des Erddruckes an eine Stützwand, wenn das horizontale Plateau des Erdreiches höher liegt, als die Wandkrone.....	240
---	-----

Dritter Abschnitt.

Activer Erddruck an eine Stützwand mit Rücksicht auf die Reibung zwischen derselben und der Erde.....	304
---	-----

Erstes Capitel.

Allgemeine Regeln zur Bestimmung der gefährlichen oder Bruchböschung und des Druckes eines gestützten cohäsionslosen Erdreiches bei beliebiger Gestalt der Oberfläche desselben mit Rücksichtnahme auf die Reibung an der Stützwand. Grafische Auflösung.	307
---	-----

Zweites Capitel.

Druck eines cohäsionslosen Erdreiches an eine um den Winkel ε geneigte Stützwand von der Höhe H , wenn dasselbe eine horizontale Oberfläche im gleichen Niveau mit der Wandkrone hat.....	328
---	-----

Drittes Capitel.

Druck eines cohäsionslosen Erdreiches an eine um den Winkel ε geneigte Stützwand von der Höhe H , wenn dasselbe von der Wandkrone an nach der natürlichen Böschung ansteigt	349
---	-----

Viertes Capitel.

Erddruck an eine um den Winkel ε geneigte Stützwand von der Höhe H , wenn das anliegende Erdreich, von der Wandkrone an, nach einer beliebigen Richtung ansteigt, welche mit der natürlichen Böschung den Winkel δ einschliesst	353
--	-----

Fünftes Capitel.

Wirkung des Erddruckes an eine Stützwand, wenn das horizontale Plateau höher liegt, als die Wandkrone	369
---	-----

Zweites Hauptstück.

Passiver Erddruck oder Widerstand der Erde	387
--	-----

Erster Abschnitt.

Allgemeiner Fall bezüglich des passiven Erddruckes gegen eine ebene Wand	387
--	-----

Zweiter Abschnitt.

Passiver Erddruck gegen eine Wand ohne Rücksicht auf die Reibung zwischen derselben und der Erde.....	402
---	-----

Erstes Capitel.

Passiver Erddruck an eine um den Winkel ε gegen das Loth geneigte Wand von der Höhe H , wenn das anliegende Erdreich eine horizontale Oberfläche im gleichen Niveau mit der Wandkrone hat ..	404
--	-----

Zweites Capitel.

Allgemeine Regeln zur Bestimmung der gefährlichen oder Bruchböschung und des passiven Druckes eines hinter einer Wand aufgeschichteten Erdreiches bei beliebiger Gestalt der Oberfläche desselben. Grafische Auflösung	426
--	-----

Dritter Abschnitt.

Passiver Erddruck gegen eine Wand mit Rücksicht auf die Reibung zwischen derselben und dem Erdreiche ..	433
---	-----

Erstes Capitel.

Allgemeine Regeln zur Bestimmung der gefährlichen oder Bruchböschung und des passiven Druckes von cohäsionslosem Erdmaterialie gegen eine Wand bei beliebiger Gestalt der Oberfläche des Erdreiches unter Mitberücksichtigung der Reibung zwischen demselben und der Wand. Grafische Auflösung.....	434
---	-----

Zweites Capitel.

Passiver Druck eines cohäsionslosen Erdreiches gegen eine um den Winkel ε geneigte Wand von der Höhe H , wenn dasselbe eine horizontale Oberfläche im gleichen Niveau mit der Wandkrone hat.	437
--	-----

Zweite Abtheilung.

Theorie der Futtermauern	443
Vorbemerkungen	445

Erster Abschnitt.

Stabilität der Futtermauern ausserhalb des Fundamentes.....	446
---	-----

Erstes Capitel.

Stabilität der Futtermauern gegen Umsturz	449
---	-----

Zweites Capitel.

Stabilität der Futtermauern gegen Gleiten	491
---	-----

Drittes Capitel.

Stabilität der Futtermauern in Bezug auf die Festigkeit der Mauersteine	504
---	-----

Zweiter Abschnitt.

Stabilität der Futtermauern mit Rücksicht auf ihr Fundament.....	532
Schlussbemerkungen	542



Erste Abtheilung.

Theorie des Erddruckes.

Vorbemerkungen.

§. 1.

Eigenschaften des Erdreiches. Unter Erdreich oder Erde im weitesten Sinne versteht man Dammerde, Sand, Lehm und Schotter, auch zusammengeworfene Fels- oder sonstige Steintrümmer. Zwischen den einzelnen Theilchen des Erdreichs findet ein Aneinanderhaften statt. Der Zusammenhalt ist zwar nicht so gross, wie bei den eigentlich festen Körpern, er setzt indessen jedenfalls Verschiebungskräften, wenn solche auftreten, einen gewissen Widerstand entgegen, welcher im Allgemeinen von folgenden drei Ursachen herrührt:

1. Von der Adhäsion, mit welcher die sich berührenden Erdtheilchen an einander haften.

2. Von der Cohäsion, womit dieselben unter einander zusammenhängen.

3. Von der Reibung zwischen den auf einander gelagerten Erdtheilchen in Folge ihrer rauhen Oberfläche, sowie ihrer gegenseitigen Lagerung, und zwar nach Massgabe des Druckes, mit welchem sie aneinander gepresst werden.

Die Adhäsion ist so geringfügig, dass sie nicht besonders in Betracht gezogen zu werden braucht, es bleiben daher nur die Widerstände in Folge der Cohäsion und der Reibung zu berücksichtigen übrig.

Die Cohäsion ist je nach der Erdgattung und dem Zustande derselben (locker oder gestossen, trocken, feucht oder durchnässt) verschieden.

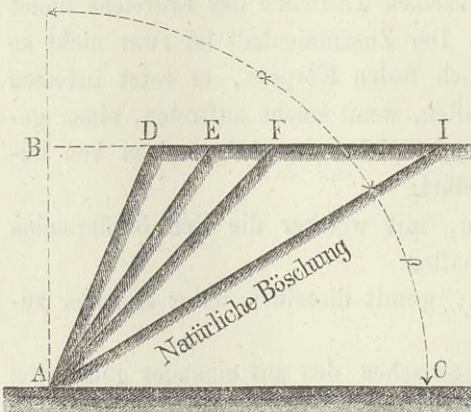
Dammerde und Lehm haben verhältnissmässig die bedeutendste Cohäsion, namentlich im verdichteten Zustande. Bei dem Sande ist dieselbe nur gering, und bei reinem Schotter oder zusammengeworfenen Steintrümmern geradezu gleich Null zu setzen.

Auch die Reibungsverhältnisse sind nach der Erdgattung und dem Zustande, in welchem sich solche befindet, mehr oder weniger verschieden. So z. B. ist der fragliche Reibungswiderstand bei dem Flussschotter wegen seiner glatten Steine ein geringerer, als bei dem eckig gestalteten Schlägelschotter.

§. 2.

Natürliche Böschung und Grösse der Cohäsion des Erdreiches. Wird auf einer Bodenfläche \overline{AC} (Fig 1) Erde

Fig. 1.



aufgeschüttet, so bemerkt man, dass — falls diese Bodenfläche rauh genug ist, um ein Ausrutschen der Erde darauf zu verhindern — im Grenzzustande des Gleichgewichtes eine gewisse steilste Erdböschung \overline{AD} sich bildet; so dass unter einer steileren Böschung ein Gleichgewichtszustand in dem freistehenden, un-

geböhlzten Erdkörper nicht mehr möglich ist.

Die gedachte steilste Böschung wird offenbar von den Reibungs- und Cohäsionswiderständen abhängen, welche sich der Verschiebung der Erdtheilchen entgegensetzen. Je grösser diese Widerstände sind, desto steiler wird die erwähnte Böschung sein, und umgekehrt.

Bleibt die aufgeschüttete Erdmasse den Einflüssen der Temperatur und des Wetters ausgesetzt, so wird die Cohäsion an der Böschungsfläche \overline{AD} allmählig zerstört, daher nach einer gewissen

Zeit ein Theil der Erde abrutschen und sich eine neue Böschung \overline{AE} bilden, welche weniger steil, als die anfängliche ist. Die Ursache hievon ist leicht einzusehen. Gesetzt es sei anfänglich trockenes, später nasses Wetter vorhanden, hierauf folge Frost, dann Thauwetter und endlich wieder Trockenheit. Zunächst wird das Wasser in die Zwischenräume der Erdmasse an der Böschungsfäche bis auf eine gewisse Tiefe eindringen, sodann gefrieren, wobei es ein grösseres Volumen annimmt und die Erdtheilchen dasselbst mehr oder weniger aus ihrem Zusammenhange bringt, wornach schliesslich, wenn Thauwetter und darauf folgend wieder Trockenheit eintritt, die Cohäsion der Erdtheilchen an, und zum Theile unter der Böschungsfäche derart zerstört oder verringert wird, dass sich dieselben auf der anfänglichen Böschungsfäche nicht mehr erhalten können, sondern bis zur Erreichung einer weniger steilen Böschung abrutschen müssen. Wiederholen sich solche Einflüsse, so werden sich nach und nach immer minder steile Böschungen \overline{AE} , \overline{AF} u. s. w. herausstellen, bis endlich eine solche Böschung \overline{AJ} entsteht, auf welcher sich die Erdtheilchen schon vermöge des alleinigen Reibungswiderstandes im Gleichgewichte erhalten, und daher, ohne ein gewaltsames Zuthun, nicht weiter abrutschen können.

Diese besondere Böschung nennt man die natürliche Böschung des Erdreiches. Der entsprechende Böschungswinkel $CAI = \beta$ ist offenbar der Reibungswinkel für die Reibung von Erde auf Erde.

Nennt man den diessfälligen Reibungs - Coefficienten f , so hat man daher:

$$\text{tang } \beta = \frac{\overline{AB}}{\overline{BI}} = f. \dots \dots \dots (1)$$

Mitunter ist es zweckmässiger, statt β die Ergänzung zu einem Rechten, nämlich den $\sphericalangle BAI$, welcher α heissen soll, einzuführen.

Hiernach erhält man:

$$\left. \begin{aligned} (\alpha + \beta) &= 90^\circ, f = \text{tang } \beta = \text{cotg } \alpha \\ \text{tang } \alpha &= \frac{\overline{BI}}{\overline{AB}} = \frac{1}{f} \dots \dots \dots \end{aligned} \right\} (2)$$

Die natürliche Böschung wird sich in allen jenen Fällen gleich anfänglich genau oder fast genau einstellen, in welchen keine oder nahezu keine Cohäsion zwischen den Erdtheilchen stattfindet, wie z. B. bei reinem Schotter, trockenem Sande. Dagegen kann Dammerde und Lehm, besonders im ungestampften Zustande, in welchem die Cohäsion bedeutend ist, eine sehr steile Böschung annehmen, welche die natürliche weit überragt.

Was überhaupt die Cohäsion des Erdreichs, nämlich die Widerstandsfähigkeit gegen die Trennung seiner Theile in der Richtung der Trennungsfläche, betrifft, so soll dieselbe per Quadrateinheit dieser letzteren mit c bezeichnet werden, so dass man für ein cohäsionsloses Materiale $c = 0$ zu setzen hat.

Es ist hier am Platze, diejenigen Methoden anzudeuten, nach welchen man bestrebt gewesen ist, sowohl die Reibungs- als auch die Cohäsionsverhältnisse von Erdarten in directer Weise zu bestimmen.

Handelt es sich um ein ganz oder fast cohäsionsloses Erdmateriale, so kann man entweder sogleich die natürliche Böschung desselben, also den Reibungswinkel, oder aber zuerst den Reibungscoefficienten, und erst hieraus jenen Winkel bestimmen. Ersteres Verfahren hat Martony*) eingeschlagen, zu welchem Zwecke er einen parallelepipedischen, oben offenen Kasten mit horizontal gestelltem Boden und beweglicher Vorderwand gebrauchte.

Um die natürliche Böschung zu finden, „wurde die Erde“ — so sagt Martony, pag. 82 — „mit Schaufeln in den Kasten geworfen, und dabei darauf gesehen, dass diese gestreut, und die Anschüttung lagenweise emporsteigend gemacht wurde; sobald die Anschüttung rückwärts die Höhe des Kastens erreicht hatte, und

*) Versuche über den Seitendruck der Erde, ausgeführt auf höchsten Befehl des Herrn General-Genie-Directors, Erzherzog Johann, kaiserliche Hoheit, und verbunden mit einer theoretischen Abhandlung über diesen Gegenstand nach Coulomb und Français nebst einer Nachweisung älterer Versuche dieser Art von Carl Martony de Köszezh, Major im k. k. Ingenieur-Corps. Wien. Aus der k. k. Hof- und Staats-Aerarial-Druckerei. 1828.

die gebildete Böschung sich gegen den vorderen Rand des Kastens verlief, wurden auf dem oberen Rande der Anschüttung noch einige Schaufeln Erde sachte gelegt, und mittelst einer gehobelten Latte vorwärts gestrichen. War die gebildete Böschung wirklich jene, welche die Theorie für die natürliche, d. h.: für die den Reibungswinkel bestimmende annimmt; so konnte sich die abgestrichene Erde auf der gebildeten Böschung nicht erhalten, sondern gleitete bis zu dem Fusse derselben hinab, ohne eine Veränderung an dieser Böschung dadurch zu bewirken. Mittelst der beiden Lineale“ — welcher sich nämlich Martony zur Abmessung bediente — „wurde sonach die Anlage der so gefundenen Böschung genau gemessen und gezeichnet. Man erhält nie den wahren Winkel der natürlichen Böschung, wenn man die Erde ohne die beschriebene Vorsicht aufwirft, weil durch den Fall der geworfenen Erde der ruhenden eine Bewegung mitgetheilt wird, durch welche auch solche Erde, welche in Ruhe geblieben wäre, mit abgerissen wird, und die Böschung sich sanfter bildet, als sie nach der Voraussetzung sein sollte.“

Obgleich nicht in Abrede gestellt wird, dass durch den beschriebenen Vorgang, bei Aufwendung der nöthigen Umsicht, Resultate erzielt werden dürften, welche sehr oft der Wahrheit nahe liegen, so darf denn doch nicht übersehen werden, dass, auch abgesehen von dem Einflusse der in dem betrachteten Falle allerdings nur gering vorausgesetzten Cohäsion, die Reibung des Erdreiches an den Seitenwänden des Kastens immerhin eine störende Einwirkung verursachen und hiedurch die schliesslich als natürliche Erdböschung angesehene Neigung etwas zu steil erhalten werden kann. Ohne Zweifel würde man besser ganz ohne Zuhilfenahme eines Kastens vorgehen, nämlich das Erdreich bloss auf einer rauhen Grundfläche aufschütten, oben horizontal abstreichen, sonst aber vollkommen frei halten, um es so nach allen Seiten hin abfallen zu lassen. Ausser der von Martony für derartige Versuche mit Recht empfohlenen Vorsicht ist übrigens auch nothwendig, die endgiltige Beobachtung nicht augenblicklich zu machen, sondern hiezu einige Zeit verstreichen zu lassen, um

wahrzunehmen, ob nicht von der entstandenen Böschung nachträglich noch einiges abrollt, was anfänglich durch die, wenn auch schwache Cohäsion zwischen den Erdtheilchen, zurückgehalten wurde. Selbstverständlich muss man darauf sehen, dass ein solches nachträgliches Abrollen nicht etwa durch gewaltsame Einwirkungen von aussen her begünstigt werde.

Hagen*) hat sich ebenfalls mit Versuchen über den Seitendruck der Erde beschäftigt; er wählte hiezu, um durch die Cohäsion des Materiales nicht beirrt zu werden, insbesondere feinen staubartigen Sand, wie er bei Berlin gewöhnlich vorkommt, in vollkommen trockenem Zustande, dann auch Streusand und Schrot. Auf Seite 20 des gedachten Buches sagt er über den Winkel der natürlichen Böschung Folgendes:

„Es entsteht die Frage, auf welche Art man diesen Winkel unmittelbar messen kann, denn seine Grösse stellt sich sehr verschieden dar. Schüttet man nämlich diesen Sand in einen Kasten, dem die eine Seitenwand fehlt, so dass sich hier die Böschung darstellt und man lässt vorsichtig längere Zeit hindurch kleine Sandmassen darüber fließen, so finden die einzelnen Körnchen noch immer Unebenheiten, in welche sie gerade passen und indem sie hier liegen bleiben, so wird die Böschung merklich steiler und sie nimmt eine Neigung von 58 auch wohl von 57 Graden**) gegen das Loth an; man kann sie auch noch steiler machen, wenn man eine Platte darauf legt und fest andrückt, und alsdann den Kasten noch leise neigt. In diesem Falle ist die Ablagerung der Körnchen aber keineswegs zufällig, wie sie bei der Aufschüttung in den beschriebenen Versuchen war, sondern man hat künstlich eine recht dichte und geschlossene Oberfläche erzeugt. Wenn man andererseits den Kasten mit einer beweglichen Wand versieht, und letztere nach der Füllung fortnimmt, so stürzt keineswegs die

*) Handbuch der Wasserbaukunst von Dr. G. Hagen, geheimem Oberbaurath und Mitglied der Akademie der Wissenschaften in Berlin. 2. Theil. 1. Band. Königsberg in Preussen bei den Gebrüdern Bornträger. 1844.

**) Nämlich beim Streusande.

ganze Sandmasse, die sich über der Dossirung befindet, plötzlich und mit grosser Erschütterung heraus. Dieses geschieht nur mit demjenigen Prisma, welches den stärksten Druck ausübt: ihm folgen minder schnell andere Sandmassen und zuletzt rieseln die Körnchen wieder leise herab, und lagern sich wieder sehr steil übereinander. Der untere Theil der Böschung, über den mehr Sand herüberfliesst, als über den oberen, nimmt jedesmal eine steilere Neigung an, als der letzte. Der obere Theil, der am meisten noch die natürliche Ablagerung der Körnchen beibehält, zeigt schon eine Neigung von 60 Graden, oder eine noch grössere, besonders, wenn die Aufschüttung ebenso sanft, und ohne allen Druck der Erschütterung gemacht war, wie dieses bei den Versuchen über den Seitendruck wirklich geschah. Es ist indessen auch in diesem Falle die Oberfläche schon verändert worden: ich schüttete daher den Sand noch sehr vorsichtig in ein Gefäss und bemühte mich, dasselbe möglichst gleichmässig bis zum Rande zu füllen, worauf ich es sehr leise abstrich und dadurch eine horizontale Oberfläche der Schüttung darstellte; nunmehr neigte ich das Gefäss, auf einem passenden Gestelle, nach einer Seite und beobachtete die Oberfläche. Die Körnchen hatten sich offenbar ursprünglich in der Art übereinander gelagert, dass sie sich in der Richtung nach unten gehörig stützten, bei der veränderten Stellung des Gefässes trat indessen die Tendenz zu einer seitwärts gerichteten Bewegung ein, gegen welche keine vollständige Unterstützung stattfand; und so geschah es gewöhnlich, dass bei einer Neigung von 65 Graden gegen das Loth sich schon eine kleine stossweise Bewegung zeigte, die aber jedesmal spätestens bei 63 Graden eintrat. Diese erste sehr kleine Bewegung war es aber, die bei den Versuchen über den Seitendruck des Sandes schon die Wand fortstoss, und sie muss daher auch bei der Bestimmung der Reibung berücksichtigt werden.“

„Ich versuchte es demnächst, noch die Grösse der Reibung bei diesem Sande auf andere Art zu bestimmen, nämlich durch Messung des Zuges, der erforderlich ist, um eine gewisse Sandmasse über die andere fortzuschieben. Dieser Weg ist auch sonst

schon versucht worden, doch hat er, so viel bekannt, zu keinem Resultate geführt, indem fremdartige Umstände dabei einen zu bedeutenden Einfluss behalten.“

„Man füllte nämlich einen Kasten mit Sand und legte auf selbigen einen eben so grossen, oder wenigstens eben so breiten Kasten, der jedoch weder oben noch unten einen Boden hatte. Nachdem der letztere gleichfalls mit Sand angefüllt war, so versuchte man ihn fortzuziehen, oder man liess ihn von selbst herabgleiten, indem der untere Kasten seitwärts geneigt wurde. Es drückte indessen die Füllung des oberen Kastens keineswegs mit ihrem ganzen Gewichte auf die des unteren, vielmehr wurde sie zum Theile auch von den Wänden des oberen getragen, und sonach mass man nicht die Reibung zwischen Sand und Sand, sondern grossentheils die zwischen Holz und Holz.“

„Ich änderte den Apparat in der Art ab, dass ich dem beweglichen Kasten nur eine geringe Höhe gab und ihn alsdann mit einem losen Boden bedeckte, auf dem Gewichte aufgestellt waren. Die letzteren übten in Verbindung mit der dünnen Sandschicht den Druck gegen die untere Sandfläche aus, und nur ein sehr kleiner Theil dieses Druckes konnte bei der geringen Höhe der oberen Wände sich auf diese übertragen. Ferner berührte der obere Kasten den unteren gar nicht, sondern ruhte vorn und hinten auf Walzen, wodurch jede merkliche fremde Reibung entfernt wurde. An dem beweglichen Kasten war ein Seidenfaden befestigt, der über eine Rolle lief und die Wagschale trug: in die letztere floss feiner Sand hinein, der die Vermehrung des Zuges bewirkte.“

„Der Wagen nahm jedesmal zuerst eine unmerkliche Bewegung an, deren Eintritt man nicht genau wahrnehmen konnte, und wodurch er etwa um $\frac{1}{4}$ Linie sich fortbewegte, alsdann aber zeigten sich einige plötzliche Stösse. Bei dem ersten derselben sperrte ich den Sandzufluss in die Schale ab und wog diese nebst ihrem Inhalte.“

Auf diese Weise hatte Hagen den Reibungscoefficienten und hieraus den natürlichen Böschungswinkel des, seinen Versuchen

unterzogenen Füllungsmateriales, und zwar durchschnittlich für Streusand mit $\alpha = 64^{\circ} 55'$ und für den feinen, staubartigen, weissen Sand mit $\alpha = 56\frac{1}{2}$ Graden gefunden.

Die von Hagen gemachte Ausstellung in Beziehung auf ein ähnliches älteres Verfahren, bei welchem die zwei Versuchskästen mit den verticalen Wänden sich berührten, und hiedurch die gleitende Reibung zwischen Holz und Holz in's Spiel kam, hat ihre volle Berechtigung, daher dieselbe auch rücksichtlich derjenigen Versuche, welche von Martony mit Hilfe eines solchen Kastenapparates vorgenommen wurden, ihre Geltung hat.

Martony hat indessen seinen Apparat vorzugsweise nur für stark cohärirende Erde benützt, um die Cohäsionsgrösse c hiefür zu finden. Auf diese letztere hat aber, wie man sehen wird, der dem Apparate anklebende Mangel jedenfalls einen bloss unwesentlichen Einfluss, daher — um auf die Bestimmung der fraglichen Erdcohesion überzugehen — zunächst dasjenige angeführt zu werden verdient, was Martony in seinem Buche, pag. 87, hierüber sagt, nämlich:

„Der Vorgang bei der Erhebung der Cohäsion fest gestossener Erde war folgender:“

„Ein Cubikfuss, und wenn es nöthig war auch deren zwei, lockerer Erde, wurden zuerst gewogen, und nur diese Erde zu dem Versuche verwendet. Der auf dem Tischblatte befestigte Kasten wurde mit lockerer Erde gefüllt, und diese mit kleinen Stösseln gut gestossen, womit man so lange fortfuhr, bis der Kasten eben voll war. Hierauf setzte man den beweglichen Kasten dergestalt auf, dass die Seitenwände desselben genau auf die des unteren passten. Diejenige bereits festgestossene Erde, welche sich in dem Raum des oberen *) Kastens befand, wurde an der Oberfläche wieder aufgelockert, damit sich die folgende Anschüttung damit gut verbinden konnte; und nun wurde auch der obere Kasten lagenweise mit lockerer Erde gefüllt, und jede Lage gut gestossen.“

*) Offenbar ein Schreibfehler, indem es hier heissen muss „unteren“.

„Nachdem die Anschüttung auf diese Art bewerkstelligt worden war, beschwerte man die Wagschale so lange mit Gewichten, bis die obere Anschüttung von der unteren dadurch losgerissen wurde. Das verwendete Gewicht (Bleischrote gegen Ende des Versuches) sammt dem Gewichte der Wagschale hatte die Cohäsion der Erde und die Reibung auf der abgerissenen Fläche zu überwinden. Der Zapfen der Rolle war bei diesem Apparate in Bezug auf den Durchmesser derselben so klein, dass man die Reibung an demselben vernachlässigen konnte. Um die Cohäsion rein zu finden, musste die Reibung auf der abgerissenen Fläche erhoben werden. Zu diesem Ende wurde der obere Kasten in seine erste Lage zurückgeschoben und die geleerte Wagschale neuerdings mit Gewichten beschwert, bis der Kasten in eine fortgesetzte Bewegung gebracht wurde, und daher die Reibung überwunden war. Das zuletzt gefundene Gewicht von dem ersteren abgezogen, gab die Cohäsion der Erde auf der Grundlage des beweglichen Kastens, und konnte auf die Einheit der Fläche berechnet werden. Man erhob sodann das Gewicht der in dem beweglichen Kasten enthaltenen festgestossenen Erde, berechnete aus dem gefundenen Gewichte jenes für die Einheit des Körpers, und fand aus dem Vergleiche der Gewichte im lockeren und gestossenen Zustande die Verdichtung, welche die Erde durch das Stossen erhalten hatte, bei welcher ihr die erhobene Cohäsion zukam.“

Hieraus ist vor Allem zu entnehmen, dass nach dem Vorgange Martony's das Resultat für den Cohäsionswiderstand zwischen den Erdtheilchen stets aus der Differenz zweier erhobenen Gewichte abgeleitet wurde, von denen allerdings jedes einen unrichtigen Werth dadurch bekommen musste, weil dabei, wie bereits oben angedeutet, wegen der unmittelbaren Berührung der Versuchskästen auch die Reibung zwischen Holz und Holz in's Spiel kam. Insoferne aber in einem solchen Falle der jedem der beiden Gewichte anklebende Fehler, wenn auch nicht ganz genau, doch jedenfalls sehr nahe, ein und derselbe sein muss, und dieserwegen das Resultat für die Differenz der beobachteten Gewichte durch jene Fehler nur unwesentlich beeinflusst werden

kann, haben die bezüglichen Versuchsergebnisse Martony's immerhin einen besonderen Werth, weshalb hier Veranlassung genommen wird, die vorzüglichsten in der angedeuteten Beziehung in der nachfolgenden Tabelle aufzuführen.

I. Tabelle.

Post-Nr.	Versuchs-Erdreich	Erdgewicht pr. Cubikfuss in Pfunden*).		Cohäsion der gestampften Erde pr. \square Fuss in Pfunden	Natürliche Böschung der lockeren Erde	
		locker	gestampft		tg α	α
1	Dammerde	staubartig 79·6	89·9	96·8	—	—
2	„	natürlich feucht 70·7	94·4	100·0	1·10	47° 44'
3	Lehmerde	staubtrocken 85·0	89·6	93·7	1·21	50° 26'
4	„	etwas feucht 77·7	107	166·6	1·21	50° 26'

Hieraus geht hervor, dass durch Anstampfen verdichtete Damm- und Lehmerde eine sehr bedeutende Cohäsion anzunehmen fähig ist.

Ausser der besprochenen directen Bestimmung der Cohäsionsgrösse c aus Versuchen, gibt es noch, wie man später sehen wird, indirecte Methoden, welche selbst bei nur wenig cohäirendem Erdreiche angewendet werden können. Ja eine derselben gibt sogar Veranlassung, gleichzeitig auch den natürlichen Böschungswinkel zu bestimmen.

Indem man sich vorläufig auf diese Bemerkungen beschränkt, wird hier nur noch eine Tabelle beigefügt, aus welcher die bei-

*) Die Daten sind auf Wiener Mass und Gewicht bezogen, welche Bemerkung auch für die Folge gilt, insoferne nicht ausdrücklich andere Mass- und Gewichtseinheiten zu Grunde gelegt werden.

läufigen Werthe des natürlichen Böschungswinkels α für lockeres Erdmateriale, und des mit g bezeichneten absoluten Gewichtes pr. Cubikfuss nach Massgabe verschiedener Zustände, in denen das Erdreich sich befindet, entnommen werden können.

II. Tabelle.

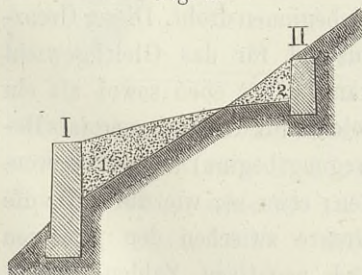
Erdreich		Natürliche Böschung		Gewicht eines Cubikfusses in Pfunden g	Anmerkung
		α	$\text{tg } \alpha$		
Damm-erde	locker, trocken oder etwas feucht	48°—52°	1·1—1·3	70—80	In Ermanglung ausreichender Erfahrungsergebnisse sind manche Daten nur abschätzungsweise ermittelt worden.
	trocken und gestossen	48°—52°	1·1—1·3	90—100	
	locker, mit Wasser gesättigt	55°—60°	1·4—1·7	100—106	
Sand	trocken oder etwas feucht	53°—56°	1·3—1·5	93—100	
	mit Wasser gesättigt	60°—63°	1·7—2·0	110—115	
Lehm	geschlämmt, trocken oder etwas feucht	48°—52°	1·1—1·3	85—88	
	gestossen	48°—52°	1·1—1·3	95—107	
	mit Wasser gesättigt	55°—60°	1·4—1·7	110—115	
Reiner Schotter		48°—55°	1·1—1·4	90—100	

§. 3.

Erddruck auf eine Stützwand. Wenn Erdreich hinter einer Wand aufgeschichtet ist, so kann diese in so lange keinen Druck erleiden, als ihre Neigung nicht steiler, als diejenige wird, nach welcher sich das Erdreich vermöge der Cohäsions- und Reibungswiderstände auch ohne Stützwand noch im Gleichgewichte erhalten kann. Im Gegenfalle wird auf die Wand ein Druck ausgeübt werden, welchem dieselbe den nöthigen Widerstand entgegensetzen muss, wenn ein Absturz des Erdreiches verhindert werden soll.

In der Regel werden gemauerte Stützwände zur Ausführung gebracht, und dieselben allgemein „Futtermauern“ genannt. Hierbei pflegt man bei Strassen und Eisenbahnen zwischen Stütz- und Wandmauern zu unterscheiden. Wird nämlich die Fahr-

Fig. 2.



bahn, wie in der Figur 2 dargestellt ist, zum Theile (in 1) aufgedämmt, und zum Theile (in 2) in die Berglehne eingeschnitten, so nennt man, falls beiderseits Futtermauern angeordnet werden, jene in I, welche der Wirkung des Erddruckes und der auf der Bahn entstehenden zufälligen Belastung ausgesetzt ist, eine Stützwandmauer, die andere in II aber, welche den Absturz der eingeschnittenen Berglehne zu verhindern hat, eine Wandmauer.

§. 4

Activer und passiver Erddruck, oder Druck und Widerstand der Erde. Wenn, wie in der Fig. 3, hinter einer Wand AC , welche mit dem Boden AB in A eine charnierartige Verbindung haben soll, anliegende Erde sich befindet, und man stellt sich vor, dass diese Wand mittelst eines Gewichtes Q , das an einer über eine feste Rolle E laufenden Schnur hängt, im

Fig. 3.

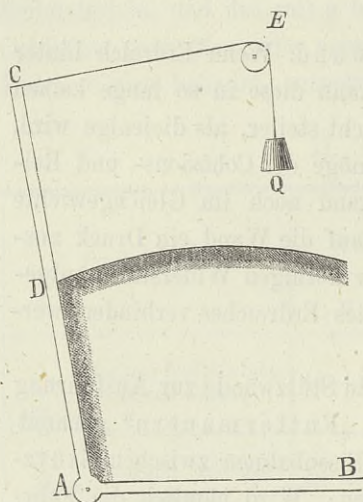
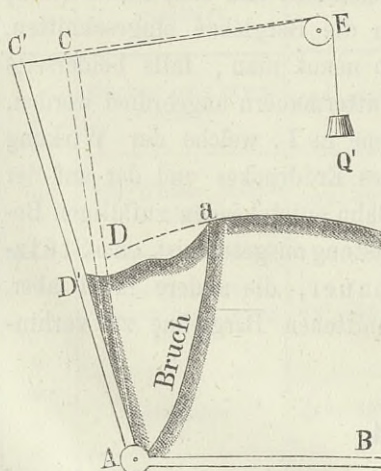


Fig. 4.



Q' eine Bruchfläche \widehat{Aa} im Erdreiche entstehen, und der abstürzende Erdkörper ADa die Stützwand zum Ausweichen nach vorwärts bringen. Da in diesem Falle der Eindruck gleichsam activ wirkt, während sich die Stützwand passiv verhält, so kann man Ersteren den activen Erddruck nennen; welcher, wie man erkennt,

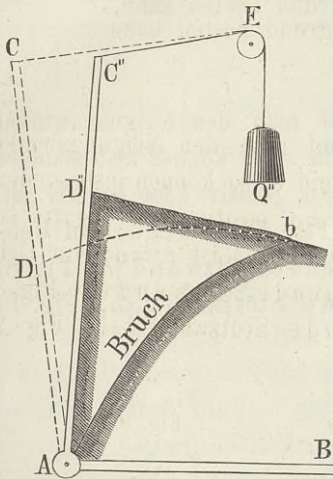
Gleichgewichte sich befindet, so leuchtet wohl auf den ersten Anblick ein, dass es innerhalb gewisser Grenzen unendlich viele Gewichte geben werde, welche der geforderten Bedingung entsprechen. Diese Grenzen sind durch Gewichte, etwa Q' und Q'' bestimmt, wovon das eine ein Minimum und das andere ein Maximum ist.

Es wird nämlich ein kleinstes Gewicht Q' (Fig. 4) geben, das den Einen Grenzzustand des Gleichgewichtes und zwar in dem Augenblicke bezeichnet, in welchem der

Uebergang zur Bewegung in dem, in der Figur angedeuteten Sinne zu beginnen droht. Dieser Grenzzustand für das Gleichgewicht kann daher eben sowol als ein solcher für die Bewegung (als Bewegungsbeginn) angesehen werden; etwa so, wie die Nulle die Grenze zwischen den positiven und negativen Zahlen bildet, und eben so gut als Anfangsglied für das Positive, wie als solches für das Negative gilt. Jedenfalls wird bei der geringsten Verkleinerung des Gewichtes

geradezu in demjenigen Grenzzustande des Gleichgewichtes auftritt, dem das Minimalgewicht Q' entspricht. Vermehrt man das Minimalgewicht Q' allmähig, so wird die Stützwand immer mehr und mehr an das Erdreich angepresst, und es muss auch jetzt noch insolange Gleichgewicht bestehen, bis man das Maximalgewicht Q'' erreicht hat, bei dem

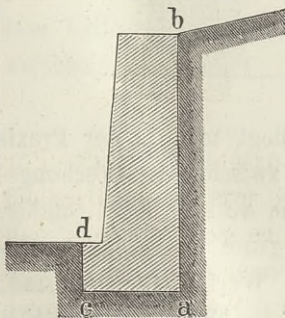
Fig. 5.



der andere Grenzzustand des Gleichgewichtes eintritt, so dass jetzt, wie in der Figur 5 angedeutet, die Bewegung im entgegengesetzten Sinne zu beginnen droht. Bei der geringsten Vermehrung des Gewichtes Q'' wird neuerdings eine Bruchfläche im Erdreiche (etwa \widehat{Ab}) sich bilden, und der Erdkörper ADb durch die nach rückwärts ausweichende Stützwand verschoben. Indem in diesem Falle die Stützwand gewissermassen activ, das Erdreich aber passiv sich ver-

hält, so kann man den hier auftretenden Gegendruck der Erde auch den passiven Erddruck nennen, welcher offenbar aus dem Maximalgewichte Q'' zu beurtheilen ist. Augenscheinlich ist

Fig. 6.



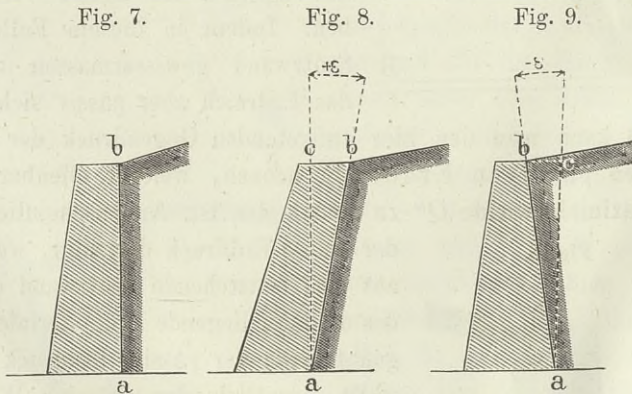
der active Erddruck derjenige, welcher auf eine feststehende Stützwand durch das dahinter liegende Erdmateriale ausgeübt wird; der passive Erddruck aber stellt eigentlich den grössten Widerstand der Erde vor, auf welchen man rechnen kann, wenn eine Stützwand von Aussen her mit Gewalt an das Erdreich angepresst wird. Daher kann man auch, anstatt den Erddruck „activ“ und „passiv“ zu nennen, gemeinhin die Be-

zeichnungen „Druck“ und „Widerstand“ der Erde wählen.

Diese beiden Wirkungen kommen in der That bei den Futtermauern in Betracht. Eine solche Mauer (Figur 6) erleidet nämlich an ihrer Rückwand ab offenbar den activen Erddruck, während ihr Fundament an den Vorgrund bei cd angepresst wird, so dass das Feststehen des Ganzen auch von dem passiven Erddrucke innerhalb der Fundamenthöhe \overline{cd} , d. h. von dem Widerstande abhängig ist, den dieser Vorgrund leisten kann.

§. 5.

Lage der Stützwand. Nennt man den Neigungswinkel der Stützwand gegen das Loth allgemein ε , so können insbesondere drei Fälle eintreten, je nachdem $\varepsilon = 0$, positiv oder negativ ist. Für eine verticale Stützwand (\overline{ab} Fig. 7) ist $\varepsilon = 0$; im Uebrigen soll der Winkel ε für eine liegende Stützwand (\overline{ab} Fig. 8) als positiv, für eine überhängende Stützwand (\overline{ab} , Fig. 9) aber als negativ gelten.



Die Böschung einer Wandfläche pfllegt man in der Praxis durch das Verhältniss anzugeben, welches zwischen der Böschungsanlage \overline{bc} (Fig. 8, 9) und der Wandhöhe \overline{ac} stattfindet, daher, wie man sieht, die trigonometrische Tangente des Neigungswinkels ($\operatorname{tg} \varepsilon$) bewerthet. Die gangbarsten Werthe für $\operatorname{tg} \varepsilon$ sind: 0, $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{5}$ und $\frac{1}{4}$. Die folgende Tabelle III enthält hiefür die entsprechenden Winkelmasse, so wie die correspondi-

renden Grössen von $\cos \varepsilon$ und $\frac{1}{\cos \varepsilon}$, weil auch diese letzteren später benöthigt werden.

III. Tabelle.

$\operatorname{tg} \varepsilon$	ε	$\cos \varepsilon$	$\frac{1}{\cos \varepsilon}$	$\operatorname{tg} \varepsilon$	ε	$\cos \varepsilon$	$\frac{1}{\cos \varepsilon}$
0	0	1	1	$\frac{1}{8}$	7° 7' 30"	0.9923	1.0078
$\frac{1}{12}$	4° 45' 49"	0.9965	1.0035	$\frac{1}{6}$	9° 27' 44"	0.9864	1.0138
$\frac{1}{10}$	5° 42' 38"	0.9950	1.0050	$\frac{1}{5}$	11° 18' 36"	0.9806	1.0198
$\frac{1}{9}$	6° 20' 25"	0.9938	1.0062	$\frac{1}{4}$	14° 2' 11"	0.9701	1.0308

§. 6.

Reibung zwischen dem Erdreiche und der Stützwand. Da diese Reibung als Widerstand auftritt, so nimmt sie jedenfalls einen Einfluss auf die Wirkung des Erddruckes.

Der bezüglich Reibungscoefficient soll μ und der dazu gehörige Reibungswinkel ϱ genannt,

$$\text{also } \mu = \operatorname{tg} \varrho \dots \dots \dots (3)$$

gesetzt werden. Ist eine solche Reibung nicht in Rechnung zu bringen, so hat man $\mu = \varrho = 0$. Wird sie eben so gross angenommen, wie die Reibung zwischen den Erdtheilchen, so ist $\mu = f$, somit $\varrho = \beta = (90^\circ - \alpha)$ und $\operatorname{tg} \varrho = \operatorname{cotg} \alpha$. Diese zwei Fälle sind, wie sich ergeben wird, die zumeist beachtenswerthen.

§. 7.

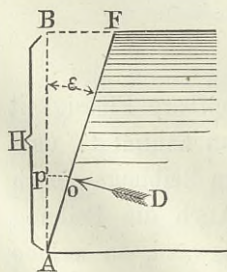
Tropfbare Flüssigkeiten. Eine tropfbare Flüssigkeit besteht aus einzelnen Theilchen, von denen man annimmt, dass sie einem gegenseitigen Verschieben weder einen Reibungs-, noch einen Cohäsions-Widerstand entgegensetzen. Auch die Reibung zwischen einer solchen Flüssigkeit und der Stützwand, an welche sie anliegt, wird als verschwindend betrachtet. Wenn daher ange-

nommen wird, dass hinter einer Stützwand anliegend Wasser oder eine andere tropfbare Flüssigkeit sich befindet, so kann vorhergesehen werden, dass die bekannten hydrostatischen Gesetze auch aus der Theorie des Erddruckes sich sogleich ergeben müssen, falls man hierin sämtliche Reibungs- und Cohäsionswiderstände gleich Null setzt. Durch diese Bemerkung ist man im Stande, die Richtigkeit der Untersuchungen über den Erddruck, und zwar in jedem Stadium derselben, wenigstens einigermaßen zu kontrolliren; indem man überall nachsieht, ob nach Weglassung der sämtlichen Reibungs- und Cohäsionswiderstände in der That die hydrostatischen Gesetze zum Vorschein kommen. Selbstverständlich gibt dieses Merkmal keinen untrüglichen Beweis für die Richtigkeit der bezüglichen Theorie des Erddruckes; allein Eines ist demungeachtet über allen Zweifel erhaben, nämlich: dass jede solche Theorie, welche das vorangedeutete Merkmal nicht an sich trägt, zu verwerfen sein wird.

Weiter ist klar, dass, weil bei einer tropfbaren Flüssigkeit kein Unterschied zwischen der Grösse des activen und jener des passiven Druckes bestehen kann, auch in der Theorie des Erddruckes ein solcher Unterschied unter der Bedingung wird wegfallen müssen, sobald man — auf die tropfbaren Flüssigkeiten übergehend — wieder die Reibungs- und Cohäsionswiderstände verschwinden lässt.

Aus diesen Gründen, und weil, wie sich später zeigen wird, die Wirkung des Erddruckes mit jener einer tropfbaren Flüssigkeit

Fig. 10.



in einfacher Weise verglichen werden kann, ist es zweckmässig, vorerst auf die hydrostatischen Gesetze Bezug zu nehmen.

Befindet sich hinter einer um den Winkel ϵ geneigten Stützwand von der Höhe H (Fig. 10) eine tropfbare Flüssigkeit, welche das Gewicht w per Cubikeinheit hat, so ist der Normaldruck D auf diese Wand für jede Einheit ihrer Länge (letztere normal auf die Ebene der Figur gedacht) bekanntlich:

$$D = \text{Wandfläche} \times \frac{1}{2} \text{ Druckhöhe} \times w$$

$$= \overline{AF} \times \text{Länge } l \times \frac{1}{2} H \times w;$$

daher wegen $\overline{AF} = \frac{H}{\cos \varepsilon}$:

$$D = \frac{1}{2} \frac{H^2}{\cos \varepsilon} w \dots \dots \dots (4).$$

Der Mittelpunkt des Druckes, d. h. der Angriffspunkt für die Resultirende aus den sämtlichen Pressungen, welche die einzelnen Wandelemente erleiden, liegt diesfalls in dem dritten Theile der Druckhöhe von der Basis an gerechnet; es ist daher:

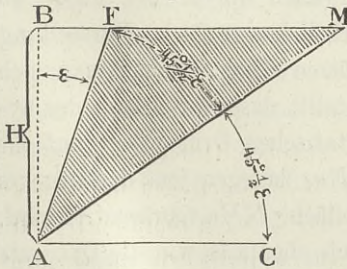
$$\overline{Ao} = \frac{1}{3} \overline{AF} = \frac{1}{3} \frac{H}{\cos \varepsilon}, \text{ und } \overline{Ap} = \frac{1}{3} H \dots (5),$$

wenn op horizontal gezogen ist.

Wie aus der Formel (4) zu ersehen, wird die Grösse des hydrostatischen Druckes unter sonst gleichen Umständen für $\varepsilon = 0$, also für eine verticale Stützwand am kleinsten, mit der Zunahme von ε aber immer grösser, wobei es übrigens keinen Unterschied macht, ob ε positiv oder negativ, d. h. ob die Stützwand liegend oder überhängend angeordnet ist.

Grafisch kann man den hydrostatischen Druck durch das

Fig. 11.



Gewicht des in der Figur 11 schraffirten Flüssigkeitsprismas AFM ausdrücken, dessen Rückseite \overline{AM} so gelegen ist, dass hiedurch der Winkel $CAF = (90 - \varepsilon)$ halbirt, also $\sphericalangle CAM = \sphericalangle FAM = (45^\circ - \frac{1}{2} \varepsilon)$ und $\overline{AF} = \overline{FM}$ wird. Denn dieses Gewicht ist:

$$\frac{1}{2} w \cdot \overline{AB} \cdot \overline{FM} = \frac{1}{2} w \cdot \overline{AB} \cdot \overline{AF} = \frac{1}{2} w \frac{H^2}{\cos \varepsilon},$$

somit in der That gleich dem hydrostatischen Drucke D nach der Formel (4).

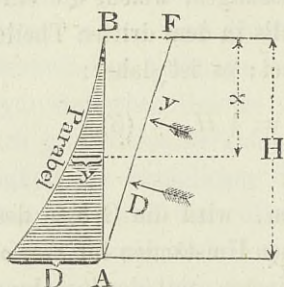
Grafische Darstellungen anderer Art ergeben sich aus der Betrachtung des Gesetzes, nach welchem der hydrostatische Druck mit der Druckhöhe sich verändert. Ist nämlich (Fig. 12) D der

Druck auf die Druckhöhe H , und y jener auf die Druckhöhe x , so hat man offenbar:

$$D = \frac{1}{2} w \frac{H^2}{\cos \varepsilon} \quad \text{und} \quad y = \frac{1}{2} w \frac{x^2}{\cos \varepsilon}, \quad \text{also:}$$

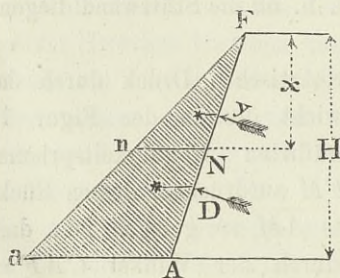
$$y : D = x^2 : H^2 \quad \text{und} \quad y = D \frac{x^2}{H^2},$$

Fig. 12.



welche Relation als die Gleichung einer gemeinen Parabel angesehen werden kann, wobei die Druckhöhen die Abscissen und die Druckgrößen die Ordinaten, erstere vertical und letztere horizontal situirt, vorstellen, wie dieses thatsächlich in Fig. 12 angedeutet ist. In demselben Verhältnisse, wie die Ordinaten y mit den Abscissen x zunehmen, wächst daher der hydrostatische Druck mit der Druckhöhe,

Fig. 13.



wodurch das Veränderungs-Gesetz anschaulich gemacht ist.

Zu dem gleichen Zwecke kann man auch die in der Figur 13 ersichtliche grafische Darstellung benutzen, bei welcher man sich vorstellt, dass die Grösse des hydrostatischen Druckes D auf die

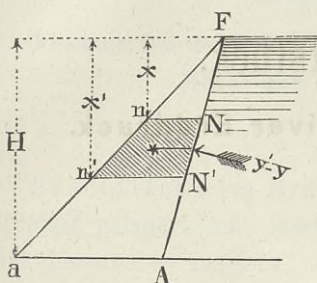
Höhe H durch die Dreiecksfläche AFa , dagegen jene des Druckes y auf die Höhe x durch die Dreiecksfläche NFn repräsentirt wird, weil diese beiden Dreiecksflächen sich ebenfalls wie die Quadrate der Höhen verhalten, wobei die bezüglichen Grundlinien \overline{Aa} und \overline{Nn} horizontal gezogen sind.

Der Mittelpunkt für den Druck in der jeweiligen Druckhöhe liegt stets in dem dritten Theile derselben von ihrem unteren Ende an gerechnet, also geradezu in dem Niveau des Schwerpunktes derjenigen Dreiecksfläche, welche als Repräsentant des Druckes gilt. In der obigen Figur sind die Schwerpunkte der

dortigen zwei Dreiecksflächen von den Höhen H und x mit Sternchen (*) angezeigt.

Aus der letzterwähnten grafischen Darstellung ergibt sich zugleich, dass der hydrostatische Druck, welcher auf den Wandstreifen $\overline{NN'}$ (Fig. 14) zwischen den Druckhöhen x und x' stattfindet und aus der Differenz der zu diesen Höhen gehörigen Druckwerthe y und y' besteht, stets proportional ist: der Differenz der dazu gehörigen Constructions-Dreiecke, also dem Flächenraume des vorliegenden Trapezes $NN'nn'$; ferner, dass der Mittelpunkt des Druckes ($y' - y$) in demselben Niveau liegt, in welchem der Schwerpunkt dieses Trapezes (auch hier mit * bezeichnet) situirt ist.

Fig. 14.



§. 8.

Halbflüssige Körper. Darunter pflegt man solche Körper zu verstehen, deren Theilchen unter einander keine oder fast keine Cohäsion haben, daher einer gegenseitigen Verschiebung nur den jeweiligen Reibungswiderstand entgegensetzen. Von den Erdgattungen kann man daher namentlich den reinen Sand und Schotter dazu rechnen. Von anderen Körpern solcher Art sind beispielsweise Streusand, Schrotkugeln, Hirsekörner u. s. w. zu nennen. Die Bezeichnung „halbflüssig“ kommt offenbar daher, weil derlei Körper, den Uebergang von den eigentlichen festen zu den tropfbar flüssigen bildend, in Bezug auf ihr Verhalten dazwischen einzureihen sind.

Erstes Hauptstück.

Eigentlicher oder activer Erddruck.

§. 9.

Theilung der Untersuchungen. Wie aus dem §. 4 hervorgeht, hat man zwischen dem eigentlichen oder activen Erddrucke, und dem Widerstande der Erde oder dem passiven Erddrucke zu unterscheiden. Indem die Untersuchungen über Letzteren dem zweiten Hauptstücke vorbehalten bleiben, wird in dem gegenwärtigen Hauptstücke insbesondere der active Erddruck behandelt.

Erster Abschnitt.

Allgemeiner Fall bezüglich des activen Erddruckes auf eine ebene Stützwand.

§. 10.

Umstände, welche als allgemeine angenommen werden. In Bezug auf die Lage der Stützwand, auf die Form der Oberfläche des dahinter anliegenden Erdreiches, auf die Gewicht-, Reibungs- und Cohäsionsverhältnisse desselben, so wie auf die Grösse der Reibung zwischen Erde und Stützwand, werden vorerst keinerlei einschränkende Voraussetzungen gemacht, so dass die diesfälligen Umstände als ganz allgemeine aufzufassen

sind. Hiebei soll die Stützwand selbst an der dem Erddrucke ausgesetzten Seite eben sein, und auf vollkommen fester, unnachgiebiger Basis stehend angenommen werden.

Erstes Capitel.

Vorgang bei der Bestimmung des activen Erddruckes.

Neues und älteres Verfahren.

§. 11.

Bruchfläche im Erdkörper. Ist Erdreich hinter einer Stützwand gelagert, und lässt man diese letztere ausweichen, so stürzt dasselbe — insofern es sich vermöge der im Innern auftretenden Cohäsions- und Reibungswiderstände ohne Stützwand nicht zu erhalten vermag — zum Theile ab; es entsteht nämlich, wie schon in der Figur 4 angedeutet, eine Bruchfläche \overline{Aa} .

Ungeachtet mancher Bemühungen ist es bisher nicht gelungen, über die genaue Form der Bruchfläche vollständig in's Klare zu kommen. Nur in dem Einen Falle, den Scheffler in der fraglichen Beziehung einer eingehenden Untersuchung unterzogen (siehe Crelle's Journal für Baukunst, Band XXX, Seite 198), war dieses möglich.

Die Voraussetzungen Scheffler's hiebei sind folgende:

Homogenität und Cohäsionslosigkeit der Erde, horizontale und unbegrenzte Oberfläche der Erdmasse hinter der Stützwand, und absolute Glattheit dieser Letzteren, so dass eine Reibung zwischen der Wand und der Erde nicht in Rechnung kommt.

Unter diesen besonderen Voraussetzungen ergibt sich als Resultat, dass die Bruchfläche wirklich eine Ebene, normal auf das Profil der Erdmasse stehend, sei.

Werden diese Voraussetzungen nicht gemacht, so wäre man natürlicher Weise, vom wissenschaftlichen Standpunkte aus, im Allgemeinen nicht mehr berechtigt, die Bruchfläche gleichfalls als vollkommen eben anzunehmen; indessen zeigt die Erfahrung, dass eine solche Annahme als Annäherung zur Wahrheit in den

meisten praktischen Fällen immerhin zugelassen werden darf, wie dieses auch alle Fachmänner, welche sich bisher mit dem Gegenstande beschäftigten, gelten liessen.

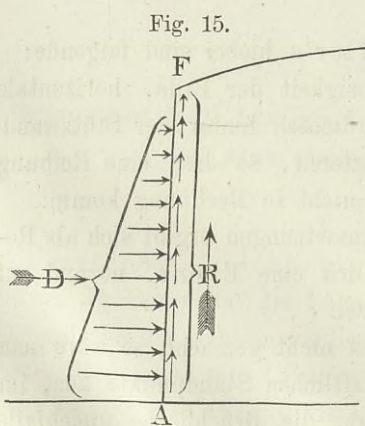
Aus diesem Grunde, und weil dermalen wohl nichts anderes übrig bleibt, wird in dem vorliegenden Buche die Annahme einer ebenen Bruchfläche beibehalten, in der Voraussetzung, dass die Erdmasse homogen sei, und diese nebst der Stützwand eine unbegrenzte Ausdehnung (normal auf das Profil gedacht) einnehme.

Die sämmtlichen auf die Wirkung des Erddruckes Bezugnehmenden Berechnungen werden stets für die Einheit der Erdkörper- und Stützwandlänge durchgeführt werden, wobei die Vorstellung zu verbinden ist, dass diese Länge überall auf der Ebene der dem Texte beigefügten Querprofil-Zeichnungen normal steht.

§. 12.

Ueber die Grösse und die Richtung des activen Erddruckes und des Widerstandes der Stützwand. Der active Erddruck ist nach den Erklärungen im §. 4 für den durch die dortige Figur 4 erläuterten Grenzzustand des Gleichgewichtes zu bestimmen.

In diesem Zustande erleidet jedes Wandelement einen gewissen unendlich kleinen Normaldruck, und alle diese Druckelemente setzen sich zu einer Resultirenden D (Figur 15) zusammen, deren Grösse zugleich den normalen Widerstand der Stützwand angibt. Ausserdem tritt aber nach der Wandrichtung \overline{AF} die durch den Normaldruck D entstehende Reibung nach den in der Figur angedeuteten Richtungspfeilen als Widerstand gegen das



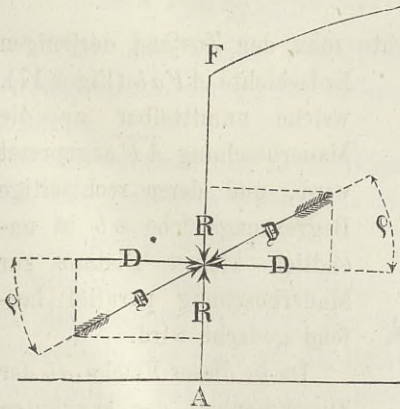
Herabsinken der Erdmasse auf. Die Resultirende dieses Reibungswiderstandes sei R .

Wenn in dem, in Rede stehenden Grenzzustande des Gleichgewichtes die ganze mögliche Reibungsgrösse absorbiert wird, so hat man mit Rücksicht auf die Gleichung (3) offenbar:

$$R = \mu D = D \operatorname{tg} \varrho \dots \dots \dots (6).$$

Denkt man sich die Wand weggenommen, anstatt derselben aber zur ungeänderten Erhaltung des Gleichgewichtes der Erdmasse die sämtlichen Theilchen derselben, welche früher an die Wand angepresst wurden, künstlich durch Kräfte gehalten, welche überall den bezüglichlichen normalen und den Reibungswiderstand der Wandelemente ersetzen, und geht man bei dieser Betrachtung sogleich auf die beiderseitigen Resultirenden D und R über, so erhält man zur Versinnlichung des Gleichgewichtszustandes die Figur 16. Jetzt kann man die beiden Wandwiderstände D und R zu einer Hauptresultirenden \mathfrak{D} (siehe linke Seite der Figur 16) zusammensetzen, und das Ganze so ansehen, wie wenn

Fig. 16.



die Stützwand, einschliesslich der Reibungswirkung, ursprünglich einen Widerstand entgegengesetzt hätte, welcher der Grösse und der Richtung nach durch die vorgefundene Hauptresultierende \mathfrak{D} dargestellt ist. Augenscheinlich ist wegen $\frac{R}{D} = \mu = \operatorname{tg} \varrho$, der Winkel, welchen \mathfrak{D} mit D einschliesst, geradezu gleich dem Reibungswinkel ϱ ; somit bestehen folgende Relationen:

tionen:

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{D} &= \sqrt{D^2 + R^2} = \frac{D}{\cos \varrho} = \frac{R}{\sin \varrho}, \\ D &= \sqrt{\mathfrak{D}^2 - R^2} = \mathfrak{D} \cos \varrho = R \operatorname{cotg} \varrho, \\ R &= \sqrt{\mathfrak{D}^2 - D^2} = \mathfrak{D} \sin \varrho = D \operatorname{tg} \varrho \end{aligned} \right\} (7).$$

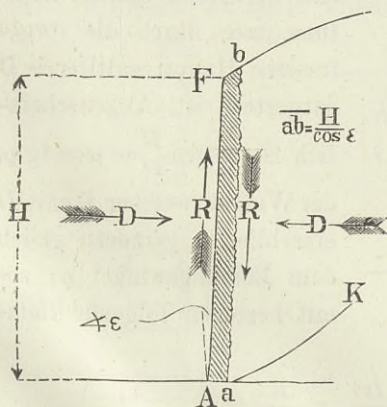
Gleich gross, aber entgegengesetzt gerichtet, wie der combinirte Wandwiderstand \mathfrak{D} , muss, vermöge des vorausgesetzten Gleichgewichtes, die Resultirende des Erddruckes sein, daher diese letztere so anzunehmen ist, wie sie auf der rechten Seite der Figur 16 mittelst des Pfeiles \mathfrak{D} angedeutet erscheint. Selbstverständlich kann man diesen Erddruck \mathfrak{D} ebenfalls in die zwei Seitenkräfte D und R zerlegen, von denen die erste normal gegen die Stützwand, die andere aber längs der Wandböschung nach abwärts wirkt.

Wird die Reibung zwischen dem Erdreiche und der Stützwand ausser Acht gelassen, also $\mu = \rho = 0$ gesetzt, so verschwindet die Reibungsgrösse R , und es bleiben dann nur die auf die Wand normal wirkende Kraft und die Gegenkraft, nämlich rechtseitig D als Erddruck und linkseitig D als Wandwiderstand, übrig.

Rücksichtlich der Giltigkeit der in den Gleichungen (6) und (7) ausgedrückten Gesetze ist jedoch noch eine nähere Untersuchung anzuknüpfen.

Zu diesem Behufe betrachte man den Zustand derjenigen

Fig. 17.



Erdsschichte $AFab$ (Figur 17), welche unmittelbar an die Mauerböschung \overline{AF} angepresst wird, und deren rechtseitige Begrenzungsfläche \overline{ab} in unendlich kleiner Distanz zur Mauerböschung parallel laufend gedacht wird.

Da in dieser Fläche \overline{ab} der Zusammenhalt der erwähnten Erdschichte mit der dahinter gelegenen Erdmasse vorhanden ist, so kann der an der Wand

auftretende Reibungswiderstand niemals grösser werden, als der Maximalwiderstand ist, den jener Zusammenhalt zu leisten vermag.

Dieser Maximalwiderstand besteht aus der Summe zweier Einzelwiderstände, welche aus der Reibung und aus der Cohäsion zwischen den Erdtheilchen in der Fläche \overline{ab} , und zwar in dem Augenblicke einer daselbst entstehenden Trennung entspringen würden. Der Reibungswiderstand wäre dann fD , der Cohäsionswiderstand aber $c \cdot \overline{ab} \cdot 1 = c \cdot \frac{H}{\cos \varepsilon}$, wenn (wie im §. 2) c das Mass der Cohäsion für die Quadrateinheit in der Trennungsfläche \overline{ab} bedeutet, und die ganze Rechnung, im Sinne der Schlussbemerkung des §. 11, für die Einheit der Stützwand und Erdkörperlänge durchgeführt wird.

Der ausgesprochenen Bedingung gemäss erhält man jetzt die Relation:

$$R \overline{\leq} fD + \frac{cH}{\cos \varepsilon} \dots \dots \dots (8)$$

und hieraus, wenn die Gleichung (6) möglich sein soll, wegen $R = \mu D$, die weitere:

$$\mu \overline{\leq} f + \frac{cH}{D \cos \varepsilon} \dots \dots \dots (9).$$

Nur unter diesen Verhältnissen wird im Grenzzustande des Gleichgewichtes der ganze Reibungswiderstand an der Stützwand absorbirt.

Ist zwischen den Erdtheilchen eine Cohäsion nicht vorhanden, also $c = 0$, so erhält man die Bedingung:

$$\mu \overline{\leq} f, \text{ oder } \varrho \overline{\leq} \beta \dots \dots \dots (10),$$

d. h. es darf dann der Coefficient, beziehungsweise der Winkel, für die Reibung zwischen der Stützwand und der Erde nicht grösser sein, als jener für die Reibung zwischen den Erdtheilchen, widrigenfalls man nicht mehr berechtigt wäre, den an der Stützwand hervorgerufenen Reibungswiderstand mit seinem grössten Werthe (μD) in Rechnung zu bringen.

Bei dem Vorkommen einer Cohäsion zwischen den Erdtheilchen aber kann, wie man sieht, immerhin $\mu > f$, d. i. $\varrho > \beta$ werden, wenigstens bis zu einem gewissen Grade, worüber die Relation (9) Aufschluss gibt.

Trifft jedoch in einem vorkommenden Falle die Relation (9) nicht zu, so wird der Grenzzustand des Gleichgewichtes nicht mehr unmittelbar an der Stützwandfläche, sondern in der benachbarten Fläche \overline{ab} im Erdkörper selbst eintreten; d. h. es werden sich im Beginne des Ausweichens der Stützwand zwei Trennungsflächen in der Erdmasse bilden, nämlich die Eine: \overline{AK} , von welcher im §. 11 überhaupt die Rede war, und die Andere \overline{ab} , welche hart an der Wandböschung und zu dieser parallel situirt ist; während die Erdschichte $AFab$ von der Stützwand nicht abgeschoben wird, sondern daran haften bleibt. Wären die Erdtheilchen unendlich klein, so hätte die erwähnte Erdschichte auch nur eine unendlich kleine Dicke; insoferne aber jene Annahme eigentlich nicht statthaft ist, wird man sich thatsächlich vorstellen müssen, dass die fragliche Erdschichte eine endliche, indessen immerhin bloss sehr kleine Dicke besitzt.

Offenbar ist es dann gerade so, wie wenn diese Erdschichte noch zur Stützwand selbst gehören, also die Trennungsfläche \overline{ab} die eigentliche Druckfläche bilden, und der an letzterer entstehende Reibungswiderstand R mit einem eingebildeten Reibungs-Coefficienten μ' in Rechnung gebracht würde, welcher aus der Relation:

$$\mu' = f + \frac{cH}{D \cos \varepsilon} < \mu \dots \dots \dots (11)$$

zu bestimmen ist.

Nennt man φ' den zu μ' gehörigen Reibungswinkel, so ist $\mu' = \operatorname{tg} \varphi'$, und man hat:

$$\operatorname{tg} \varphi' = \operatorname{tg} \beta + \frac{cH}{D \cos \varepsilon} < \operatorname{tg} \varphi \dots \dots \dots (12),$$

worin φ' den Winkel bedeutet, den der schiefe Erddruck \mathfrak{D} mit dem normalen D einschliesst.

Für $c = 0$ ist insbesondere:

$$\varphi' = \beta = (90^\circ - \alpha) \dots \dots \dots (13).$$

Ist daher eine Cohäsion zwischen den Erdtheilchen nicht in Rechnung zu bringen, so schliesst für $\mu > f$ und $\varphi > \beta$ die Richtung des Erddruckes und jene des Widerstandes der Stütz-

wand mit dieser letzteren nur einen Winkel ein, welcher um den Reibungswinkel β von der normalen Richtung abweicht. *)

Aus dem Gesagten schliesst man, dass der in der Figur 16 angedeutete Declinationswinkel zwischen \mathfrak{D} und D nur dann den Werth von ϱ erreichen kann, wenn die Relation (9) stattfindet, sonst aber nicht, da im Gegenfalle anstatt ϱ ein kleinerer Werth ϱ' zu setzen ist, welcher aus der Gleichung (12) ermittelt werden muss, so dass dann die Relation:

$$R = D \operatorname{tg} \varrho' \dots \dots \dots (14)$$

in Anwendung zu bringen sein wird.

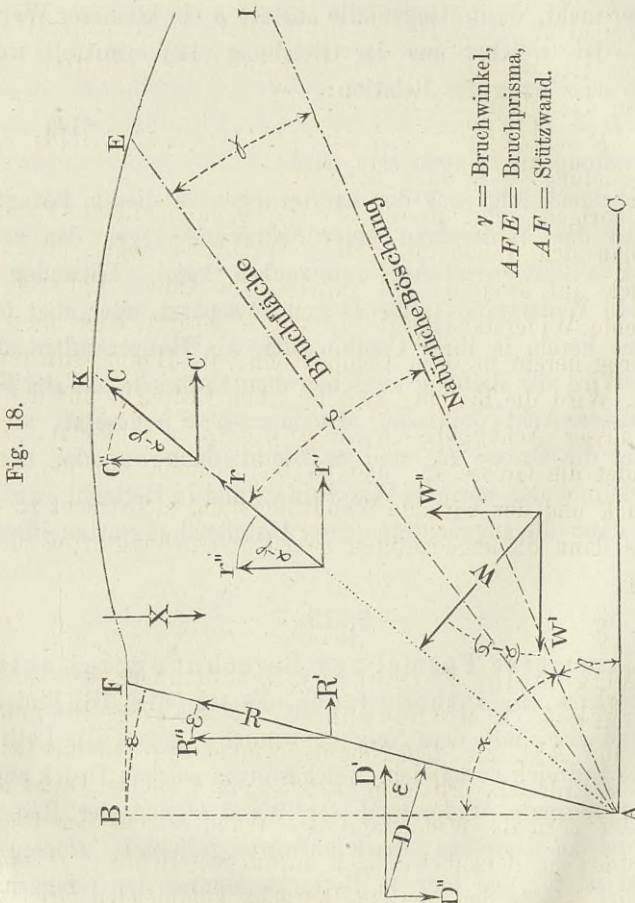
Uebrigens folgt aus den Erörterungen in diesem Paragraph, dass man den Widerstand einer Stützwand gegen den activen Erddruck auf zweierlei Art untersuchen kann. Entweder lässt man beide Widerstandskräfte D und R separat, oder aber gleich von vorne herein in ihrer Combination, als Hauptresultirende \mathfrak{D} , wirken. Wird die Reibung zwischen dem Erdreiche und der Stützwand ausser Acht gelassen, also $\mu = \varrho = 0$ gesetzt, so verschwindet die Grösse R , und es bleibt dann nur der normale Erddruck und der normale Wandwiderstand in Betracht zu ziehen, so dass dann die angedeuteten zwei Untersuchungsarten identisch werden.

§. 13.

Allgemeine Formel zur Berechnung des activen Erddruckes. I. Methode (neu). Es sei (Fig. 18) hinter der Stützwand AF , mit dem Neigungswinkel ε gegen das Loth, anliegendes Erdreich vorhanden, welches einen solchen Druck ausübt, dass der normale Widerstand der Wand D und der Reibungswiderstand an derselben, nach aufwärts gerichtet, R sein soll. Zunächst ist für den hier in Betracht kommenden Grenzzustand

*) Dass für $c = 0$ der fragliche Declinationswinkel zwischen \mathfrak{D} und D (Fig. 16) in dem Falle, wenn $\varrho > \beta$ ist, nicht mehr mit ϱ , sondern mit β zu bemessen kommt, darauf hat schon Scheffler in seinem Werke „Theorie der Gewölbe, Futtermauern und eisernen Brücken, Braunschweig 1857“ hingewiesen.

des Gleichgewichtes auf Grundlage der Relationen (7) allgemein: $R = D \operatorname{tg} \varrho$ zu setzen, und hiebei nur zu beachten, dass zu Folge der Gleichung (14) unter den dort besprochenen ausnahmsweisen Umständen ϱ' anstatt ϱ zu substituiren sein wird.



Die Bruchfläche im Erdreiche wird offenbar oberhalb der natürlichen Böschung, etwa in \overline{AE} liegen, weil das Erdreich unter derselben nicht abstürzen kann. Um diese Bruchfläche, welche nach den Bemerkungen im §. 11 als eine durch den Fuss der Stützwand gehende Ebene angenommen wird, zu finden, unter-

suche man zunächst die Absturzwirkung eines beliebigen Erdprismas, welches zwischen der Stützwand und irgend einer durch den Fuss derselben gehenden Ebene \overline{AK} , die sich um den Winkel φ über die natürliche Böschung erhebt, gelegen ist.

Veranlasst wird die Absturzwirkung dieses Erdprismas lediglich durch das Gewicht desselben, welches mit X bezeichnet, und in dem Schwerpunkt wirkend gedacht werden soll, so dass für die Einheit der Längendimension des Erdkörpers das fragliche Gewicht mit:

$$X = g \cdot \text{area } AFK$$

ausgedrückt ist, wenn g das Gewicht per Cubikeinheit der Erdmasse bezeichnet.

Dieses Gewicht ist die einzige auf den Erdabsturz abzielende Offensivkraft, der, ausser den an der Stützwand hervorgerufenen Defensivkräften D und R , noch die normale Reaktionskraft W von Seite des unter der Fläche \overline{AK} liegenden Erdreiches, dann diejenigen Widerstandskräfte entgegenwirken, welche in dieser Fläche aus den zwischen den Erdtheilchen vorhandenen Reibungs- und Cohäsionsverhältnissen entspringen, und beziehungsweise r und C heissen mögen. Die genannten sechs Kräfte X , D , W , R , r und C müssen mit Rücksicht auf ihre Grösse und Richtung, welche letztere in der Figur durch Pfeile anschaulich gemacht ist, unter einander im Gleichgewichte stehen, und zwar sind voraussichtlich X , W , r und C , weil von dem Winkel φ abhängig, im Allgemeinen variable, dagegen D und R , wenn auch vorläufig noch unbekannt, doch jedenfalls constante Grössen, weil diese lediglich von dem factischen Widerstande herrühren, der sich im gegebenen Falle dem Absturze des Erdreiches überhaupt entgegensetzt.

Die Fläche \overline{AK} wurde beliebig gerichtet angenommen, nur mit der einzigen Beschränkung, dass dieselbe nicht ausserhalb des Erdkörpers AFI fällt. Sie wird daher im Allgemeinen nicht die Bruchfläche \overline{AE} , welche für den Fall des Ausweichens der Stützwand sich im Erdreiche bildet, vorstellen, indem jene Bruch-

fläche nur unter einem bestimmten Werth für φ , etwa für $\varphi = \gamma$, entsteht, wobei $\gamma = \sphericalangle EAI$ ist.

Hieraus folgt, dass im Allgemeinen die in der Fläche \overline{AK} auftretenden Defensivkräfte r und C nicht die vollständige Reibung fW und die vollständige Cohäsion cS absorbiren, daher $r < fW$ und $C < cS$ sein wird, wenn man $\overline{AK} = S$ setzt, und zugleich auf die vorne (§. 2) angenommenen Bezeichnungen zurückblickt, wornach f den Coefficienten für die Reibung, c aber die per Quadratinheit entfallende Cohäsionskraft zwischen den Erdtheilchen bedeutet.

Nur dann, wenn \overline{AK} genau in die Bruchfläche \overline{AE} fällt, ist geradezu $r = fW$ und $C = cS$ zu setzen, weil daselbst die betreffenden Reibungs- und Cohäsionswiderstände vollständig vernichtet werden.

Man wird daher, um alle Fälle in Bezug auf die Neigung der Fläche \overline{AK} zu umfassen, schreiben müssen:

$$\left. \begin{array}{l} r \leq fW \\ C \leq cS \end{array} \right\} \text{ oder } \left\{ \begin{array}{l} r = f'W \\ C = c'S \end{array} \right\} \dots (15),$$

wenn man unter f' und c' zwei Werthe versteht, welche nicht grösser als f und beziehungsweise c werden können.

Indem nun, zu Folge der Relationen (1) und (2): $f = \operatorname{tg} \beta = \operatorname{cotg} \alpha$ ist, so setze man analog damit auch:

$$f' = \operatorname{tg} \beta' = \operatorname{cotg} \alpha' \dots \dots \dots (16),$$

wobei man zu beachten hat, dass

$$\left. \begin{array}{l} \beta' \leq \beta \\ \alpha' \geq \alpha \end{array} \right\} \text{ und } (\alpha' + \beta') = 90^\circ \dots \dots (17)$$

ist, und das Ungleichszeichen nur dann wegfällt, wenn die Fläche \overline{AK} zur Bruchfläche \overline{AE} wird.

Der Zahlenbruch $\frac{f'}{f} = \frac{\operatorname{tg} \beta'}{\operatorname{tg} \beta} = \frac{\operatorname{cotg} \alpha'}{\operatorname{cotg} \alpha}$ zeigt an, mit welchem Antheile der in der Fläche \overline{AK} schlummernde Maximal-Reibungswiderstand (fW) zur Erhaltung des Gleichgewichtes thatsächlich beansprucht wird. Die gleiche Bemerkung gilt für den Zahlenbruch $\frac{c'}{c}$ in Bezug auf den in derselben Fläche schlummernden

Maximal-Cohäsionswiderstand (cS). Geht die allgemein gewählte Fläche \overline{AK} insbesondere in die Bruchfläche \overline{AE} über, so sind ausnahmsweise jene beiden Brüche der Einheit gleich.

Hiernach kann man allgemein setzen:

$$r = W \operatorname{tg} \beta' = W \operatorname{cotg} \alpha' \text{ und } C = c'S \dots\dots (18).$$

Es entsteht nun die Frage, unter welchen näheren Bedingungen das Gleichgewicht zwischen den oben angedeuteten sechs Kräften besteht.

Zu diesem Behufe beachte man, dass bei dem Umstande, als von der Stützwand und der Erdmasse stets ein Prisma mit der Einheit als Längendimension in Betracht steht, die genannten Kräfte in einer verticalen Profilebene liegen. Es herrscht dann Gleichgewicht, wenn in dieser Ebene weder eine fortschreitende, noch eine drehende Bewegung eintreten kann. Eine fortschreitende Bewegung wird nicht stattfinden, wenn die Resultirende sämtlicher Kräfte gleich Null wird, also die Componenten davon sowohl in horizontaler als auch in verticaler Richtung verschwinden. Zur Verhinderung einer drehenden Bewegung ist nöthig, dass die algebraische Summe aus den statischen Momenten der Einzelkräfte, auf einen willkürlichen Drehungspunkt bezogen, gleich Null wird. Vorläufig soll blos von der ersten Bedingung Notiz genommen werden, weil dieselbe schon allein hinreicht, die Grösse des Erddruckes zu bestimmen. Auf die zweite Bedingung, in Bezug der statischen Kraftmomente, wird man später zurückkommen, wenn es sich darum handelt, den Mittelpunkt des Erddruckes zu bestimmen.

Um nun das Gesagte rechnungsmässig zur Anschauung zu bringen, zerlege man zunächst mit Ausnahme der Schwerkraft X , welche schon ursprünglich vertical wirkt, jede der übrigen fünf Kräfte in eine horizontale und verticale Componente. Die horizontalen Componenten sind in der Figur mit D' , R' , W' , r' und C' , die verticalen aber mit D'' , R'' , W'' , r'' und C'' angedeutet, und zugleich findet man dort die Winkel eingeschrieben, welche zwischen den Kräften und ihren Componenten vorhanden sind.

Hiernach erhält man unter gleichzeitiger Rücksichtnahme auf die Gleichungen (7) und (18) folgende Hilfwerte:

$$\left. \begin{aligned} D' &= D \cos \varepsilon \} R' = R \sin \varepsilon = D \operatorname{tg} \varrho \sin \varepsilon \} \\ D'' &= D \sin \varepsilon \} R'' = R \cos \varepsilon = D \operatorname{tg} \varrho \cos \varepsilon \} \dots\dots\dots \\ W' &= W \cos(\alpha - \varphi) \} r' = r \sin(\alpha - \varphi) = W \operatorname{cotg} \alpha' \sin(\alpha - \varphi) \} \\ W'' &= W \sin(\alpha - \varphi) \} r'' = r \cos(\alpha - \varphi) = W \operatorname{cotg} \alpha' \cos(\alpha - \varphi) \} \\ C' &= C \sin(\alpha - \varphi) = c' S \sin(\alpha - \varphi) \} \\ C'' &= C \cos(\alpha - \varphi) = c' S \cos(\alpha - \varphi) \} \dots\dots\dots \end{aligned} \right\} (19).$$

Indem aber vermöge des erwähnten Gleichgewichtszustandes gegen Verschiebung nach horizontaler und verticaler Richtung die Hauptrelationen:

$$\left. \begin{aligned} D' + R' - W' + r' + C' &= 0 \\ X + D'' - R'' - W'' - r'' - C'' &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (20)$$

existiren, so findet man mit Hilfe der Werthe (19) weiter:

$$\begin{aligned} D [\cos \varepsilon + \operatorname{tg} \varrho \sin \varepsilon] - W [\cos(\alpha - \varphi) - \operatorname{cotg} \alpha' \sin(\alpha - \varphi)] \\ + c' S \sin(\alpha - \varphi) &= 0, \\ X + D [\sin \varepsilon - \operatorname{tg} \varrho \cos \varepsilon] - W [\sin(\alpha - \varphi) + \operatorname{cotg} \alpha' \cos(\alpha - \varphi)] \\ - c' S \cos(\alpha - \varphi) &= 0, \end{aligned}$$

und nach erfolgter Summirung innerhalb der Eckklammern:

$$\begin{aligned} D \frac{\cos(\varrho - \varepsilon)}{\cos \varrho} - W \frac{\sin(\alpha' - \alpha + \varphi)}{\sin \alpha'} + c' S \sin(\alpha - \varphi) &= 0 \\ X - D \frac{\sin(\varrho - \varepsilon)}{\cos \varrho} - W \frac{\cos(\alpha' - \alpha + \varphi)}{\sin \alpha'} - c' S \cos(\alpha - \varphi) &= 0. \end{aligned}$$

Eliminirt man aus diesen beiden Gleichungen die Grösse W , z. B. dadurch, dass man den aus der ersten folgenden Werth:

$$\frac{W}{\sin \alpha'} = \frac{D \cos(\varrho - \varepsilon)}{\cos \varrho \sin(\alpha' - \alpha + \varphi)} + \frac{c' S \sin(\alpha - \varphi)}{\sin(\alpha' - \alpha + \varphi)}$$

in die zweite substituirt, so erhält man:

$$\begin{aligned} X - \frac{D}{\cos \varrho} [\sin(\varrho - \varepsilon) + \cos(\varrho - \varepsilon) \operatorname{cotg}(\alpha' - \alpha + \varphi)] \\ - c' S [\cos(\alpha - \varphi) + \sin(\alpha - \varphi) \operatorname{cotg}(\alpha' - \alpha + \varphi)] &= 0, \end{aligned}$$

daher nach durchgeführter Reduction innerhalb der Eckklammern:

$$X - D \frac{\cos(\alpha' - \alpha - \varrho + \varepsilon + \varphi)}{\cos \varrho \sin(\alpha' - \alpha + \varphi)} - c' S \frac{\sin \alpha'}{\sin(\alpha' - \alpha + \varphi)} = 0;$$

woraus endlich für den normalen Eindruck die Hauptgleichung sich ergibt:

$$D = \frac{\cos \varrho}{\cos (\alpha' - \alpha - \varrho + \varepsilon + \varphi)} [X \sin (\alpha' - \alpha + \varphi) - c' S \sin \alpha'] \quad (21).$$

Der mit Rücksicht auf den an der Stützwand entstehenden Reibungswiderstand resultirende schiefe Erddruck ist nach den Gleichungen (7):

$$\mathfrak{D} = \frac{D}{\cos \varrho} = \frac{X \sin (\alpha' - \alpha + \varphi) - c' S \sin \alpha'}{\cos (\alpha' - \alpha - \varrho + \varepsilon + \varphi)} \dots \dots (22);$$

jener Reibungsstand aber:

$$R = D \operatorname{tg} \varrho = \frac{\sin \varrho [X \sin (\alpha' - \alpha + \varphi) - c' S \sin \alpha']}{\cos (\alpha' - \alpha - \varrho + \varepsilon + \varphi)} \dots (23).$$

Die in den drei letzten Gleichungen ausgedrückten Widerstände können, da jedem von ihnen nur ein bestimmter Werth zukommen wird, von φ nicht abhängen, es müssen daher die Grössen α' und c' in einer solchen Weise mit φ variiren, dass für D , \mathfrak{D} und R bei jedem Winkel φ , welcher nicht über die Grenzen $\varphi = 0$ und $\varphi = (\alpha - \varepsilon)$ hinausfällt, immer das gleiche Resultat zum Vorschein kommt.

Für die Bruchebene wird $\varphi = \gamma$, $\alpha' = \alpha$, $c' = c$, und wenn man hiebei überdies $X = G =$ Gewicht des Erdprismas $AFE = g \cdot \text{area } AFE$, ferner $S = A = \overline{AE}$ setzt, so erhält man:

$$D = \frac{\cos \varrho}{\cos (\gamma + \varepsilon - \varrho)} [G \sin \gamma - c A \sin \alpha] \dots \dots \dots (24),$$

$$\mathfrak{D} = \frac{D}{\cos \varrho} = \frac{G \sin \gamma - c A \sin \alpha}{\cos (\gamma + \varepsilon - \varrho)} \dots \dots \dots (25),$$

$$R = D \operatorname{tg} \varrho = \frac{\sin \varrho}{\cos (\gamma + \varepsilon - \varrho)} [G \sin \gamma - c A \sin \alpha] \dots (26).$$

Diese drei Gleichungen sind geeignet, die Widerstandskräfte an der Stützwand zu bestimmen, wenn es gelingt, den Bruchwinkel γ ausfindig zu machen, indem die beiden Grössen G und A Functionen von γ sind, alles Uebrige aber für einen gegebenen Fall bekannt ist.

Um nun diesen Bruchwinkel zu finden, kann man folgende Erwägungen anstellen:

Würde man in der allgemeinen Gleichung (21) $\alpha' = \alpha$ und $c' = c$ setzen, d. h. sich vorstellen, dass in der Fläche \overline{AK}

die Reibungs- und Cohäsions-Widerstände zwischen den Erdtheilchen in ihrer ganzen möglichen Grösse sich der Absturzwirkung entgegengesetzt könnten, so müsste offenbar der hieraus resultirende normale Erddruck ein kleinerer als der thatsächlich eintretende sein, d. h. ein Resultat hiefür zum Vorschein kommen, welches, wenn es mit \mathcal{A} bezeichnet wird, zu dem wirklichen Erddrucke in einer Beziehung steht, die durch die Ungleichung:

$$\mathcal{A} < D \dots\dots\dots (27)$$

ausgedrückt erscheint, wobei, wegen $\alpha' = \alpha$ und $c' = c$, der Werth für \mathcal{A} mit:

$$\mathcal{A} = \frac{\cos \varrho}{\cos (\varphi + \varepsilon - \varrho)} [X \sin \varphi - cS \sin \alpha] \dots\dots (28)$$

zu bemessen ist.

Es wird daher die Differenz $(D - \mathcal{A})$, welche mit U bezeichnet werden mag, im Allgemeinen jedenfalls eine positive sein, und nur in dem Falle, wenn die Fläche \overline{AK} mit der Bruchfläche \overline{AE} zusammenfällt, vollends verschwinden, d. h. ausnahmsweise $\mathcal{A} = D$ werden. Man kann daher, auch diesen Fall im Auge behaltend, schreiben:

$$U = (D - \mathcal{A}) = D - \frac{\cos \varrho}{\cos (\varphi + \varepsilon - \varrho)} [X \sin \varphi - cS \sin \alpha] \geq 0 \dots (29).$$

Ist auch nach der vorigen Erörterung \mathcal{A} eigentlich eine bloß einge bildete Grösse, so hat dennoch die Differenz U eine reelle Bedeutung. Indem nämlich D der wirkliche (normale) Erddruck ist, dagegen \mathcal{A} denjenigen vorstellt, welcher sich ergäbe, falls in der betrachteten Fläche \overline{AK} die ganzen möglichen Reibungs- und Cohäsionswiderstände absorbiert werden könnten, letzteres aber nur für die Bruchfläche \overline{AE} eintritt; so leuchtet ein, dass die Differenz $U = (D - \mathcal{A})$ von dem Ueberschusse an diesen Widerständen herrührt, welcher durch die Absturzwirkung nicht abgehoben wird, sondern gleichsam in der Fläche \overline{AK} aufgespeichert bleibt, und zur Folge hat, dass daselbst im Beginne des Ausweichens der Stützwand insoweit keine Trennung zwischen den Erdtheilchen eintreten kann, als \overline{AK} eine von \overline{AE} verschiedene Neigung hat. Aus der Grösse der fraglichen Differenz ergibt sich somit gewissermassen der Anhaltspunkt zur Beurthei-

lung des Grades an Sicherheit, mit welchem das Erdreich in der Fläche \overline{AK} , ungeachtet der factischen Tendenz zum Erdabsturze, noch immer aneinander haften bleibt. Offenbar muss die Gefahr eines Bruches in dem Erdreiche zunächst unter demjenigen Neigungswinkel $\varphi = \gamma$ auftreten, wofür die fragliche Differenz $U = (D - \mathcal{A})$ ein Minimum und insbesondere $= 0$ wird, weil dann in der dazu gehörigen Bruchfläche \overline{AE} die dort schlummernden Reibungs- und Cohäsionswiderstände vollständig zur Thätigkeit erweckt werden, und kein unbeanspruchter Ueberschuss davon zurückbleibt.

Indem aber D constant ist, erreicht die Differenz $U = (D - \mathcal{A})$ ihr Minimum, wenn die Grösse \mathcal{A} ihren Maximalwerth annimmt, und da das gedachte Minimum schliesslich gleich Null sein muss, so erhält man: $D = \max \mathcal{A}$, daher, weil in diesem Falle in der Relation (28) $\varphi = \gamma$, $X = G$ und $S = A$ zu setzen ist, übereinstimmend mit der Gleichung (24):

$$D = \max \mathcal{A} = \frac{\cos \varrho}{\cos(\gamma + \varepsilon - \varrho)} [G \sin \gamma - cA \sin \alpha]. \dots \quad (30).$$

Der Vorgang zur Berechnung des activen Erddruckes ist hiernach folgender:

1) Man stelle zunächst die Gleichung (28):

$$\mathcal{A} = \frac{\cos \varrho}{\cos(\varphi + \varepsilon - \varrho)} [X \sin \varphi - cS \sin \alpha]$$

auf, worin X und S Functionen von φ sind, und untersuche, bei welchem Werthe von φ der Ausdruck für \mathcal{A} seinen grössten Werth erhält.

In der Voraussetzung, dass dieser Ausdruck geeignet ist, ein analytisches Maximum anzunehmen, suche man

2) den ersten Differential-Quotienten von \mathcal{A} nach φ , um denselben gleich Null zu setzen.

$$\text{Also } \frac{d\mathcal{A}}{d\varphi} = 0 \dots \dots \dots (31).$$

Der hieraus sich ergebende Werth für φ bedeutet, wenn hierfür $\frac{d^2\mathcal{A}}{d\varphi^2}$ negativ wird, den Bruchwinkel γ , wornach dann auch die dazu gehörigen Grössen X und S bestimmt werden können.

3) Wird endlich der so ermittelte Werth von $\varphi = \gamma$ in die unter Punkt 1 erwähnte Gleichung für \mathcal{A} substituirt, so erhält man das in der Gleichung (30) angedeutete Maximum von \mathcal{A} , welches sofort die Grösse des normalen activen Erddruckes und des normalen Widerstandes der Stützwand (D) repräsentirt. Sodann können auch die beiden Grössen R und \mathfrak{D} nach den Relationen (25) und (26) berechnet werden.

4) Insoferne es vorkommen sollte, dass der Ausdruck für \mathcal{A} eines analytischen Maximums nicht fähig ist, oder, wenn dies auch der Fall wäre, hiefür ein unbrauchbarer Werth von φ resultirt, muss man auf die Bestimmung des numerischen Maximums übergehen, wobei man im Auge zu behalten hat, dass der Werth für den Bruchwinkel γ jedenfalls innerhalb der Grenzen 0 und $(\alpha - \varepsilon)$ eingeschlossen sein muss, also einerseits γ nicht kleiner als 0 und andererseits nicht grösser als $(\alpha - \varepsilon)$ werden kann.

§. 14.

Allgemeine Formel zur Bestimmung des activen Erddruckes. II. Methode (neu). Im vorigen §. hat man diejenige von den zulässigen zwei Methoden angewendet, nach welcher die bezüglichen Reibungswiderstände R und r separat in Rechnung kommen. Man kann aber auch, im Sinne der Schlussbemerkung des §. 12, nach einer zweiten Methode vorgehen, nämlich derart, dass man gleich von vorne herein, anstatt den normalen Erddruck (D) und den Reibungswiderstand an der Stützwand (R), die Resultirende (\mathfrak{D}) setzt, und eben so die beiden Kräfte W und r zu einer Resultirenden, diese sei \mathfrak{W} , combinirt denkt, so dass dann \mathfrak{W} denjenigen Widerstand bezeichnet, welchen das, unter dem in Betracht kommenden Erdprisma AFK gelegene Erdreich CAK mit Rücksicht auf die in der Fläche \overline{AK} hervorgerufene Reibung leistet. Nach dieser Methode erhält man als Grundlage der weiteren Untersuchung die Fig. 19, worin, mit Ausnahme der jetzt erscheinenden zusammengesetzten Widerstände \mathfrak{D} und \mathfrak{W} , welche an die Stelle der Kräfte D und R ,

dann W und r treten, alles Uebrige, wie in der Fig. 18, gleichmässig dargestellt ist. Die Richtung des Widerstandes \mathbf{D} ergibt sich aus den Betrachtungen im §. 12; was aber die Richtung des

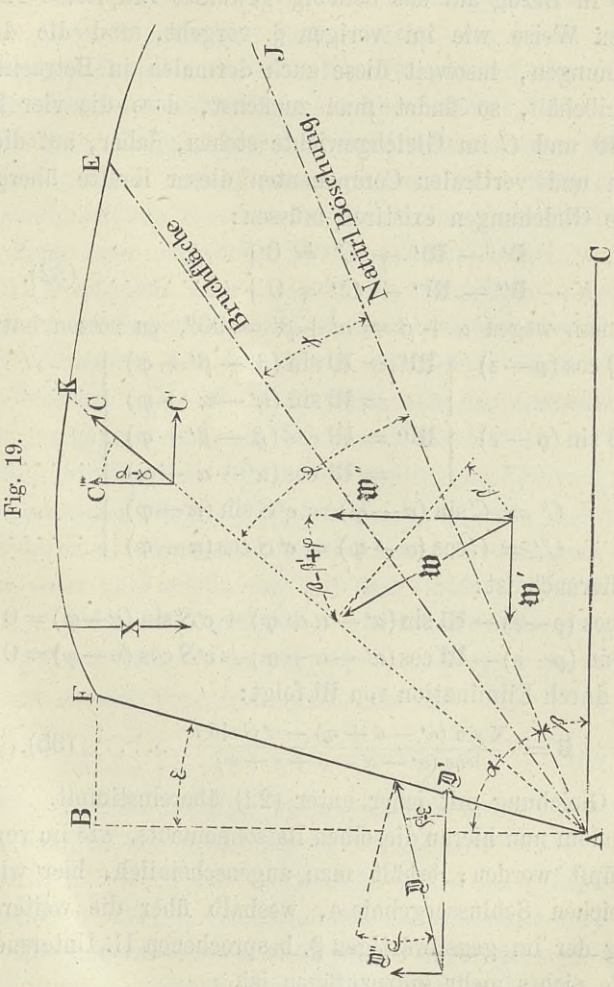


Fig. 19.

Widerstandes \mathbf{W} betrifft, so ist zu bemerken, dass dieselbe, wegen der aus (18) folgenden Relation $\frac{r}{W} = \text{tg } \beta'$, mit der Normalen auf \overline{AK} den Winkel β' derart einschliesst, wie es in der Figur

angedeutet ist, wodurch zugleich die Bedeutung dieses Winkels klar wird.

Indem man jetzt zur Ermittlung der Gleichgewichtsbedingungen in Bezug auf das beliebig gewählte Erdprisma AFK in derselben Weise wie im vorigen §. vorgeht, und die dortigen Bezeichnungen, insoweit diese auch dormalen in Betracht kommen, beibehält, so findet man zunächst, dass die vier Kräfte: X , \mathfrak{D} , \mathfrak{W} und C im Gleichgewichte stehen, daher, auf die horizontalen und verticalen Componenten dieser Kräfte übergehend, folgende Gleichungen existiren müssen:

$$\left. \begin{array}{l} \mathfrak{D}' - \mathfrak{W}' + C' = 0 \\ X - \mathfrak{D}'' - \mathfrak{W}'' - C'' = 0 \end{array} \right\} \dots\dots\dots (32).$$

worin man, wegen $\alpha + \beta = \alpha' + \beta' = 90^\circ$, zu setzen hat:

$$\left. \begin{array}{l} \mathfrak{D}' = \mathfrak{D} \cos(\varrho - \varepsilon) \\ \mathfrak{D}'' = \mathfrak{D} \sin(\varrho - \varepsilon) \\ C' = C \sin(\alpha - \varphi) = c'S \sin(\alpha - \varphi) \\ C'' = C \cos(\alpha - \varphi) = c'S \cos(\alpha - \varphi) \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} \mathfrak{W}' = \mathfrak{W} \sin(\beta - \beta' + \varphi) \\ \phantom{\mathfrak{W}'} = \mathfrak{W} \sin(\alpha' - \alpha + \varphi) \\ \mathfrak{W}'' = \mathfrak{W} \cos(\beta - \beta' + \varphi) \\ \phantom{\mathfrak{W}''} = \mathfrak{W} \cos(\alpha' - \alpha + \varphi) \end{array} \right\} \dots\dots\dots (33),$$

Hiernach ist:

$$\left. \begin{array}{l} \mathfrak{D} \cos(\varrho - \varepsilon) - \mathfrak{W} \sin(\alpha' - \alpha + \varphi) + c'S \sin(\alpha - \varphi) = 0 \\ X - \mathfrak{D} \sin(\varrho - \varepsilon) - \mathfrak{W} \cos(\alpha' - \alpha + \varphi) - c'S \cos(\alpha - \varphi) = 0 \end{array} \right\} (34),$$

woraus durch Elimination von \mathfrak{W} folgt:

$$\mathfrak{D} = \frac{X \sin(\alpha' - \alpha + \varphi) - c'S \sin \alpha'}{\cos(\alpha' - \alpha - \varrho + \varepsilon + \varphi)} \dots\dots\dots (35),$$

welche Gleichung mit jener unter (22) übereinstimmt.

Indem nun hieran dieselben Raisonnements, wie im vorigen §. angeknüpft werden, erhält man augenscheinlich, hier wie dort, die gleichen Schlussergebnisse, weshalb über die weitere Ausführung der im gegenwärtigen §. besprochenen II. Untersuchungsmethode nichts mehr hinzuzufügen ist.

§. 15.

Allgemeine Formel zur Bestimmung des activen Erddrucks. Aeltere Methode mittelst Zugrundelegung

des sogenannten Principes des Erdprismas von grösstem Drucke. Indem die vorstehenden neuen Methoden in dem vorliegenden Werke zum ersten Male zur Veröffentlichung gelangen, soll auch der bisher üblichen älteren Untersuchungsmethode gedacht werden. Hiernach berechnet man zunächst den Druck, welchen ein beliebiges Erdprisma AFK (Fig. 18, 19) auf die Stützwand unter der idealen Voraussetzung ausüben müsste, wenn in der Lagerfläche des Erdprismas (\overline{AK}) der Bruch eintreten könnte, so dass dann in dieser Lagerfläche die sämtlichen Reibungs- und Cohäsionswiderstände zwischen den Erdtheilchen absorbirt würden. Hiebei kann man natürlicher Weise gleichfalls auf zwei Arten vorgehen, je nachdem man die Reibungswiderstände an der Wand \overline{AF} und in der Lagerfläche \overline{AK} abgesondert, oder aber in gleichzeitiger Verbindung mit den normal auf jene Ebenen wirkenden Kräften einführt. Gesetzt, man geht nach der erstbezeichneten Art vor, so gelangt man zu folgender Betrachtung:

Der normal auf die Stützwand resultirende Erddruck in dem eben angedeuteten Sinne, bezüglich des Erdprismas AFK , wird offenbar durch eine Formel ausgedrückt sein, welche man eben so wie jene unter (21) erhält, nur mit dem Unterschiede, dass jetzt zwischen α' und α , sowie zwischen c' und c keine Differenz anzunehmen, also gleich vom Anfange her $\alpha' = \alpha$ und $c' = c$ zu setzen ist.

Nach diesem Vorgange würde man für

$$D = \frac{\cos \varrho}{\cos (\varphi + \varepsilon - \varrho)} [X \sin \varphi - cS \sin \alpha] \dots \dots (36),$$

also genau dasselbe Resultat finden, welches im §. 13 mit \mathcal{A} bezeichnet und in der Gleichung (28) dargestellt wurde. Dieser Druckwerth ist jedoch mit φ variabel, würde daher bald grösser, bald kleiner werden, je nachdem man sich die unter dem Winkel φ gedachte Lagerfläche \overline{AK} mehr oder weniger geneigt vorstellt.

Die Autoren, welche sich seither mit diesem Gegenstande beschäftigten, haben zwar die Formel für den Erddruck nicht in jener allgemeinen Weise, wie in der obigen Gleichung (36), dargestellt, sondern sich hiebei mehr oder weniger auf besondere Fälle beschränkt; doch ergab sich überall die Wahrnehmung, dass

das Resultat für den Erddruck mit der verschiedenen Grösse des Erdprisma's, welches als abstürzend gedacht wird, veränderlich ausfallen würde, so dass ohne die Auffindung eines geeigneten Auskunftsmittele das fragliche Resultat unbestimmt bleiben müsste.

Um nun dieser Unbestimmtheit zu entgehen, stellte man das sogenannte Princip des Erdprismas vom grössten Drucke auf, indem man sagte: „Von allen Erdprismen, welche als abstürzend gedacht werden können, müsse im Beginne einer Gleichgewichtsstörung offenbar dasjenige wirklich abstürzen, welches den grössten Druck auf die Wand ausübt, d. h., für welches der Werth von D ein Maximum wird. Dieser Maximalwerth sei sodann der wirkliche Erddruck, den die Stützwand erleidet.“ Das so bestimmte Erdprisma nannte man „Erdprisma von grösstem Drucke.“

Da nun, wie bereits bemerkt, die Formel (36) für D mit der früher unter (28) für Δ gegebenen vollkommen übereinstimmt, und nach der in den §§. 13 und 14 erläuterten neuen Methoden ebenfalls die Nothwendigkeit sich ergibt, den Werth für Δ zu einem Maximum zu machen, um den Bruchwinkel und das Bruchprisma zu finden, so leuchtet ein, dass man allerdings auch nach der älteren Methode, gestützt auf das Princip des Prismas vom grössten Drucke, zu den richtigen Schlussresultaten gelangt; gleichwohl involviret dieses Princip ein Missverständniss, indem man nämlich hiedurch unwillkürlich zu der Ansicht geleitet wird, als würde das Bruchprisma einen grösseren Erddruck auf die Stützwand ausüben, als jedes der übrigen Erdprismen. Dies ist aber keineswegs der Fall. Thatsächlich muss jedes Erdprisma den gleichen Druck wie das Bruchprisma hervorbringen. Eine Ungleichheit in den Resultaten für den Druck der verschiedenen Erdprismen erscheint nur in soferne, als man sich eben vorstellt, es werden in der jeweilig gedachten Lagerfläche AK stets die gesammten Reibungs- und Cohäsionswiderstände in Folge der Absturzwirkung aufgezehrt; und wenn auch diese Vorstellung an und für sich auf die weiteren Untersuchungen nicht störend einwirkt, so bleibt solche gleichwol insoferne unrichtig, als die er-

wähnte vollständige Aufzehrung der Reibungs- und Cohäsionswiderstände nur in der dem Bruche zunächst ausgesetzten Erdfläche, sonst aber in keiner anderen, factisch eintritt.

Nachdem es sohin ein Erdprisma vom grössten Drucke eigentlich nicht gibt, so ist es auch nicht nothwendig, diese traditionelle Bezeichnung beizubehalten, sondern vielmehr zur Vermeidung des angedeuteten Missverständnisses angezeigt, hiefür eine andere passendere zu wählen. Als solche empfiehlt sich: Bruchprisma oder gefährliches Erdprisma; ebenso, wie man in den Lehren über den Widerstand fester, elastischer Körper von Bruch- oder gefährlichen Stellen spricht.

Analog damit soll die Fläche $A\bar{E}$, in welcher zunächst der Bruch auftritt oder aufzutreten droht, die Bruch- oder gefährliche Fläche oder Böschung, und der dazu gehörige Winkel γ der Bruch- oder gefährliche Winkel heissen. Wenn daher in dem vorliegenden Buche vom Bruch- oder gefährlichen Erdprisma die Rede ist, so erscheint diese Benennung jedenfalls als eine correctere, doch hat man sich darunter eigentlich nichts anderes vorzustellen, als was man bisher unter dem Erdprisma vom grössten Drucke verstand.

Die Aufstellung des Principes des Erdprismas von grösstem Drucke rührt von Coulomb, Hauptmann im franz. Ingenieur-Corps, her, welcher dadurch zuerst den Weg zur Auffindung richtiger Resultate für den Erdruck anbahnte. Im Jahre 1773 hatte er seine Untersuchung hierüber unter dem Titel „Mémoires des savans étrangers“ der Academie des Sciences vorgelegt. Coulomb behandelte aber blos den Fall, wenn die Stützwand vertical steht, das Erdreich hinter derselben horizontal abgegrenzt ist, und keine Reibung zwischen Erde und Wand angenommen wird. Die Cohäsions- und Reibungsverhältnisse zwischen den Erdtheilchen sind jedoch hiebei gehörig berücksichtigt; nur ist anstatt des Winkels für die natürliche Erdböschung unmittelbar der, der Reibung zwischen den Erdtheilchen entsprechende Reibungs-Coefficient eingeführt. Hierin liegt auch der Grund, warum Coulomb schliesslich auf Berechnungsformeln gelangte, welche der wünschenswerthen Einfachheit und Uebersichtlichkeit entbehren.

In den „Recherches sur la poussée des terres, 1802“ vereinfachte Prony die von Coulomb gegebene Theorie durch die Einführung des Winkels für

die natürliche Erdböschung, irrte sich aber, als er die Aufgabe auch für schiefe gestellte Stützwände aufzulösen versuchte.

Erst der Hauptmann im franz. Ingenieur-Corps Français hatte diese allgemeinere Auflösung (in dem „Mémorial de l'officier du génie“, Nr. 4, 1820) richtig gegeben. Die von ihm gefundenen Resultate sind den Umständen gemäss möglichst einfach, elegant und übersichtlich dargestellt.

In dem Buche „Versuche über den Seitendruck der Erde, von Carl Martony de Köszezh, Major im k. k. Ingenieur-Corps, Wien 1828“, findet man die beiden Theorien von Coulomb und Français, so wie die kritischen Bemerkungen des letzteren über Prony's Auflösung aufgenommen.

Auch in Navier's „Mechanik der Baukunst“ (in's Deutsche übersetzt von G. Westphal in Hannover, 1851) ist die Theorie des Erddruckes nach dem von Coulomb aufgestellten Principe und dem von Français eingeschlagenen Vorgange enthalten.

Eine weitere Vervollständigung hat der franz. Ingenieur-Bataillons-Chef Poncelet („Memoire sur la stabilité des revêtements de terre“ in Nr. 13 des „Memorial de l'officier du génie“, in's Deutsche übersetzt von Lahmeyer, 1844) dadurch gegeben, dass er den an eine verticale Stützwand entstehenden Erddruck für den Fall untersuchte, wenn das Erdreich nicht, wie die früheren Autoren stets angenommen, im gleichen Niveau mit der Wandkrone abgegrenzt, sondern darüber hinaus erhöht ist.

Der preussische Oberbaurath Hagen hat in seinem Handbuche der Wasserbaukunst gleichfalls die Theorie des Erddruckes behandelt, doch ist er, ungeachtet der Beibehaltung des Principes des Erdprismas vom grössten Drucke, in Folge einer unrichtigen Zerlegung der hiebei in Betracht kommenden Kräfte zu anderen Ergebnissen, wie die vorgenannten Autoren gelangt.

Eine wesentliche Erweiterung der Theorie des Erddruckes, durch Berücksichtigung des Reibungswiderstandes an der Stützwand, der früher ganz ausser Acht blieb, wurde von Moseley angebahnt und durch Baurath Scheffler weiter ausgeführt. Siehe Moseley's Werk: „Die mechanischen Principien der Ingenieurkunst und der Architectur“, übersetzt von Scheffler, Braunschweig, 1844; dann Scheffler's eigenes Werk „Theorie der Gewölbe, Futtermauern und eisernen Brücken, Braunschweig, 1857.“

Den gedachten Reibungswiderstand gleichfalls berücksichtigend und gestützt auf das Coulomb'sche Princip des Prismas vom grössten Drucke, hat endlich Professor v. Ott in Prag einige interessante Untersuchungen über den Erddruck in den Mittheilungen des Architekten- und Ingenieur-Vereines für Böhmen (1868) veröffentlicht.

Indem im vorliegenden Buche die Untersuchungen stets auf Grundlage der in den §§. 13 und 14 gegebenen Regeln zur Durchführung gelangen, versteht es sich von selbst, dass mit den hiernach sich ergebenden Resultaten in allen solchen Fällen, welche auch von den früheren Autoren behandelt worden sind, die von diesen unter sonst gleichen Umständen gefundenen Ergebnisse in so lange in keinen Widerspruch kommen können, als nicht etwa, wie z. B. in den Arbeiten von Prony und Hagen, anderweitige Unrichtigkeiten sich eingeschlichen haben. Im Laufe des Textes wird sich die Gelegenheit ergeben, dort, wo ein solcher Widerspruch zum Vorschein kommt, die bezügliche Ursache anzumerken.

§. 16.

Uebergang von dem Drucke der Erde auf jenen tropfbarer Flüssigkeiten. Schon im §. 7 wurde bemerkt, dass in der Theorie des Erddruckes auch die Gesetze für den hydrostatischen Druck enthalten sind, und aus derselben folgen müssen, wenn man sämtliche Reibungs- und Cohäsionswiderstände im Innern der Erde und an der Stützwand verschwinden lässt,

$$\text{also } \beta' = \beta = 0, \text{ d. i. } \alpha' = \alpha = 90^{\circ}, \\ \text{dann } c' = c = 0 \text{ und } \varrho = 0 \text{ setzt.}$$

Wird diese Absicht ausgeführt, so erhält man aus den neu aufgestellten allgemeinen Gleichungen (21), (22) und (23):

$$D = \mathfrak{D} = \frac{X \sin \varphi}{\cos (\varepsilon + \varphi)} \dots \dots \dots (37),$$

$$R = 0 \dots \dots \dots (38),$$

welches letztere Resultat sogleich als sachgemäss erkannt wird.

Was die Gleichung (37) betrifft, so beachte man, dass bei einer tropfbaren Flüssigkeit die obere Begrenzungsfläche derselben horizontal ist, und sich sonach der Werth für das Gewicht X durch eine bestimmte Function von φ darstellen lässt.

Es ist nämlich nach Fig. 20:

$$X = \text{Gewicht } AFK = g \cdot \triangle AFK = \frac{1}{2} g \cdot \overline{AB} \cdot \overline{FK},$$

daher wegen:

$$\overline{AB} = H, \overline{FK} = H [\cotg \varphi - \tg \varepsilon] = H \frac{\cos(\varepsilon + \varphi)}{\cos \varepsilon \sin \varphi},$$

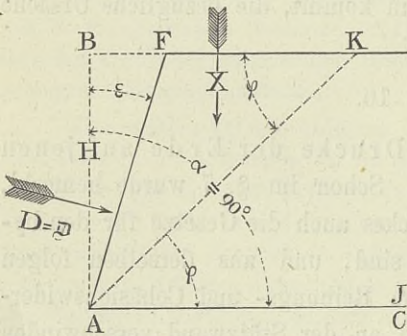
auch:

$$X = \frac{1}{2} g H^2 \frac{\cos(\varepsilon + \varphi)}{\cos \varepsilon \sin \varphi} \dots \dots \dots (39).$$

Wird dieser Werth in die Relation (37) substituirt, so findet man:

$$D = \mathfrak{D} = \frac{1}{2} g \frac{H^2}{\cos \varepsilon} \dots \dots \dots (40),$$

Fig. 20.



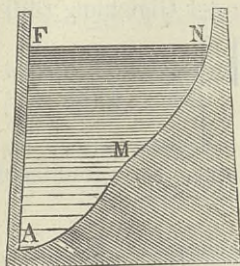
also, wie aus der Vergleichung dieses Resultates mit der Relation (4) hervorgeht, in der That die hydrostatische Formel.

Zugleich wird nach der Relation (29) $U = 0$, somit ist U keine Function des Winkels φ , was anzeigt, dass der Bruchwinkel γ hier ganz unbestimmt bleibt und jede beliebig geneigte Fläche \overline{AK} als Bruch- oder gefährliche Fläche gelten kann.

Stellt man sich auf den Standpunkt der Theorie des Prismas vom grössten Drucke, so entsteht, indem man die Gleichung (36) zu Grunde legt, und hierin $c = \varphi = 0$, für X aber den Werth (39) setzt, augenscheinlich dasselbe Resultat. Zugleich ergibt sich, dass, weil dieses Resultat mit φ nicht mehr variabel ist, ein bestimmtes Prisma vom grössten Drucke für tropfbare Flüssigkeiten nicht existirt, oder was dasselbe ist, dass jedes beliebige Prisma als solches angesehen werden kann. Dieses geht übrigens nicht nur aus der obigen allgemeinen Gleichung (36), sondern auch aus den besonderen Untersuchungen derjenigen Fachmänner, welche sich mit der Theorie des Erddruckes, gestützt auf das Princip des Erdprismas vom grössten Drucke, beschäftigen, hervor, und steht, wie bekannt, in vollkommenem Einklange mit

den in der Physik und Mechanik abgeleiteten Gesetzen, nach denen der hydrostatische Druck auf eine Wand \overline{AF} von der Gestaltung der hinteren Flüssigkeitsabgrenzung AMN ganz unabhängig ist. (Fig. 21.) Nur Hagen's Theorie macht davon eine Ausnahme,

Fig. 21.

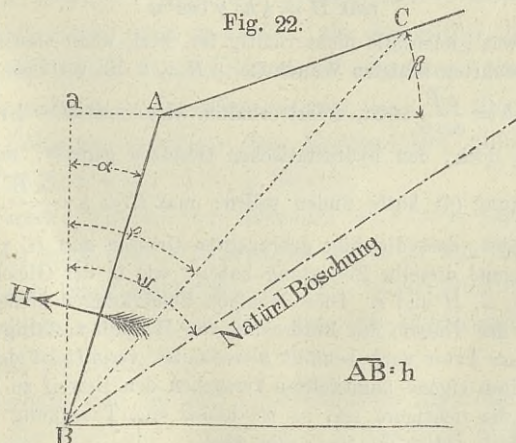


indem nach derselben der Druck tropfbarer Flüssigkeiten je nach der Grösse des Prismas, welches man in Untersuchung zieht, verschieden ausfallen, und hiernach nicht nur ein ganz bestimmtes Prisma vom grössten Drucke zum Vorschein kommen, sondern überdies der so resultirende Maximaldruck mit den hydrostatischen Gesetzen nur für eine verticale Stützwand, sonst aber nicht im Einklange stehen würde.*)

*) In dem Handbuche der Wasserbaukunst von Hagen (2. Theil, Königsberg in Preussen 1844) findet man auf Seite 15 den normal auf eine Stützwand wirkenden, mit H bezeichneten Erddruck unter Beiseitlassung des Reibungswiderstandes an der Wand und des Cohäsionswiderstandes zwischen den Erdtheilchen mit Rücksicht auf den in der nebigen Figur 22 angedeuteten Fall durch folgende Gleichung dargestellt:

$$H = \frac{1}{2} h^2 \gamma \frac{\cos(\alpha + \beta)}{\sin \psi} \cdot \frac{\sin(\varphi - \alpha)^2 \sin(\psi - \varphi)}{\cos(\varphi + \beta)}$$

Fig. 22.



§. 17.

Formeln für den Erddruck unter besonderen Voraussetzungen.

A) Vernachlässiget man den Reibungswiderstand an der Stützwand, so ist $\rho = 0$, und man findet nach der Gleichung (30):

$$D = \max \mathcal{A} = \max \left\{ \begin{array}{l} \left[\frac{X \sin \varphi - c S \sin \alpha}{\cos (\varphi + \varepsilon)} \right] \\ = \frac{G \sin \gamma - c A \sin \alpha}{\cos (\gamma + \varepsilon)} \end{array} \right\} \dots \dots (41),$$

Wird überdies die Cohäsion $c \pm 0$ gesetzt, so vereinfacht sich die letzte Gleichung, wie folgt:

$$D = \max \mathcal{A} = \max \left[\frac{X \sin \varphi}{\cos (\varphi + \varepsilon)} \right] = \frac{G \sin \gamma}{\cos (\gamma + \varepsilon)} \dots (42),$$

Das Gewicht der cubischen Einheit des Erdreiches ist mit γ bezeichnet, und die Bedeutung der übrigen Buchstaben aus der Figur ersichtlich. Für ein tropfbar flüssiges Hinterfüllungsmateriale ist $\beta = 0$ und $\psi = 90^\circ$ zu setzen, somit wäre:

$$H = \frac{1}{2} h^2 \gamma \cos \alpha \sin (\varphi - \alpha)^2,$$

also eine mit φ veränderliche Grösse, was eben, wie vorbemerkt, für tropfbare Flüssigkeiten nicht sein kann. Allein auch abgesehen davon fände man, auf das Maximum von H übergehend, welches für den grössten zulässigen Werth von φ , nämlich für $\varphi = 90^\circ$ eintritt, den fraglichen Maximalwerth mittelst der Formel:

$$\max H = \frac{1}{2} h^2 \gamma \cos^3 \alpha$$

ausgedrückt, was gleichfalls nicht richtig ist, weil, wenn man statt der von Hagen eingeführten schiefen Wandhöhe $\overline{AB} = h$ die verticale \overline{aB} berücksichtigt, d. h. $h = \frac{\overline{aB}}{\cos \alpha}$ setzt, sofort erhalten wird: $\max H = \frac{1}{2} \gamma \cdot \overline{aB}^2 \cos \alpha$; während man doch, den hydrostatischen Gesetzen gemäss, mit Rücksicht auf die Gleichung (4) hätte finden sollen: $\max H = \frac{1}{2} \gamma \frac{\overline{aB}^2}{\cos \alpha}$, indem man nämlich beachtet, dass die hier gebrauchten Grössen $\max H$, γ , \overline{aB} und α aufeinanderfolgend dieselbe Bedeutung haben, wie in der Gleichung (4) die Buchstaben D , ω , H und ε . Diese wenigen Bemerkungen genügen, um die Unrichtigkeit der Theorie des Erddruckes von Hagen auffällig zu machen; und wenn dieser Autor auch bemüht gewesen ist, mittelst der Ergebnisse aus den von ihm eigens angestellten Versuchen den Beweis zu liefern, dass seine Theorie die richtigere sei, so ist hiebei eine Täuschung unterlaufen, von welcher noch später die Rede sein wird.

und wenn hiebei die Stützwand auch noch vertical steht:

$$D = \max \mathcal{A} = \max [X \operatorname{tg} \varphi] = G \operatorname{tg} \gamma \dots \dots (43).$$

B) Nimmt man den Reibungswiderstand an der Stützwand in Rechnung, hiebei aber die Cohäsion zwischen den Erdtheilchen $c = 0$ an, so hat man:

$$D = \max \mathcal{A} = \max \left[\frac{X \cos \varrho \sin \varphi}{\cos (\varphi + \varepsilon - \varrho)} \right] = \frac{G \cos \varrho \sin \gamma}{\cos (\gamma + \varepsilon - \varrho)} \dots \dots (44),$$

welche Gleichung für den auf die Relation (13) bezüglichen Fall (in dem zunächst ϱ' statt ϱ , weiter aber $\varrho' = \beta = 90^\circ - \alpha$ zu setzen ist) übergeht in:

$$D = \max \mathcal{A} = \max \left[\frac{X \sin \alpha \sin \varphi}{\sin (\alpha + \varepsilon + \varphi)} \right] = \frac{G \sin \alpha \sin \gamma}{\sin (\alpha + \varepsilon + \gamma)} \dots \dots (45).$$

Ueberall ist der Werth für den Bruchwinkel γ so verstanden, dass für $\varphi = \gamma$ in der dazu gehörigen Gleichung für \mathcal{A} diese letztere Grösse ihr Maximum ($\max \mathcal{A}$) erreicht, welches dann zugleich die Intension des normalen Erddrucks D an die Stützwand repräsentirt.

Zweites Capitel.

Cohäsionshöhe des Erdreiches.

§. 18.

Erklärung. Diejenige grösste Höhe, auf welche sich das Erdreich unter einer steileren, als der natürlichen Böschung insolange, als nicht äussere Störungen eintreten, ohne Stützwand im Gleichgewichte zu erhalten vermag, soll, da dieselbe offenbar von der Cohäsion zwischen den Erdtheilchen abhängt, Cohäsionshöhe des Erdreiches heissen.

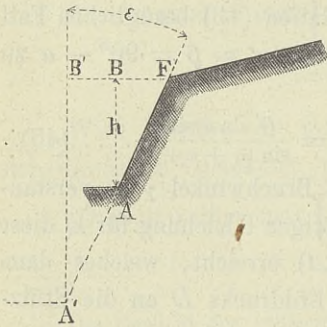
Für ein cohäsionsloses Erdreich ist $c = 0$, und es kann sich ein solches, nach den Erörterungen im §. 2, im freien Zustande niemals nach einer steileren, als der natürlichen Böschung im Gleichgewichte erhalten, so dass dann die Cohäsionshöhe ebenfalls gleich Null zu setzen ist.

Innerhalb und bis zur Cohäsionshöhe kann offenbar ein Erddruck in der Richtung auf die äussere Böschung nicht vorhanden,

es müssen also für alle Höhen, welche gleich oder kleiner als die Cohäsionshöhe sind, die früher mit D , \mathfrak{D} und R bezeichneten Kräfte gleich Null sein.

Nennt man die, den Umständen entsprechende Cohäsionshöhe $\overline{AB} = h$ (Fig. 23), so wird das Erdreich in dieser, und selbst-

Fig. 23.



verständlich in jeder noch kleineren Höhe ganz frei, ohne Stützwand, im Gleichgewichte sich erhalten, und erst dann abstürzen, wenn die Höhe h um eine beliebige, wenn auch noch so kleine Grösse vermehrt wird, so dass z. B. unter sonst gleichen Umständen ein Gleichgewichtszustand des freien, ungestützten Erdreiches mit der Böschungshöhe $\overline{A'B'}$ nicht mehr möglich wäre.

Für den Gleichgewichtszustand in einem solchen Falle ist schon eine Stützwand (Fig. 24) nothwendig, welche den bezüglichen Erddruck aufzunehmen hat. Dieser Erddruck kann aber nur in dem unteren Wandtheile von der Höhe $(H-h)$ entstehen,

Fig. 24.

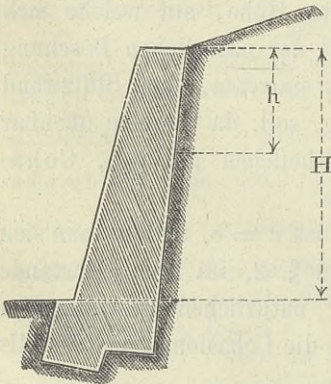
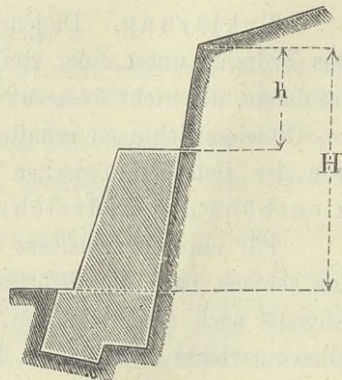


Fig. 25.



während der obere, in der Cohäsionshöhe h gelegene Wandtheil keinen Druck erleiden wird, daher auch ganz weggelassen werden

könnte (siehe Fig. 25), vorausgesetzt, dass die so erniedrigte Stützwand noch immer eine ausreichende Standfähigkeit besitzt.

§. 19.

Bestimmung der Cohäsionshöhe h . Schon von vorne herein ist einzusehen, dass die Grösse der Cohäsionshöhe von der Cohäsion des Erdreiches (c), von dem Gewichte desselben per Cubikeinheit (g), von dem natürlichen Böschungswinkel (α), von derjenigen steileren, zu dem Winkel ε gehörigen Böschung, nach welcher sich das Erdreich frei erhalten soll, endlich von der Gestaltung der Oberfläche der Erdmasse abhängt.

Man muss daher finden:

$$h = \text{Function}(c, g, \alpha, \varepsilon) \dots \dots \dots (46),$$

wobei die Art der Function der jedesmaligen Gestaltung der erwähnten Oberfläche angepasst sein wird.

Um den Werth von h rechnungsmässig zu bestimmen, suche man zunächst den Erddruck D nach den Regeln des §. 13 und setze denselben gleich Null. Dadurch wird sich eine Relation ergeben, woraus h zu ermitteln ist. Demzufolge hat man zunächst nach §. 13 (Punkt 1) den Werth:

$$\Delta = \frac{\cos \varrho}{\cos(\varphi + \varepsilon - \varrho)} [X \sin \varphi - cS \sin \alpha]$$

ins Auge zu fassen, denselben (nach Punkt 2) zu einem Maximum zu machen, und (nach Punkt 3) dieses Maximum gleich Null zu setzen.

Es ist also jetzt für den gefährlichen Winkel $\varphi = \gamma$, nicht nur $\frac{d\Delta}{d\varphi} = 0$, sondern auch der dazu gehörige Maximalwerth von Δ ebenfalls = 0.

Indem Δ von einem Zahlenbruche abhängt, kann man schreiben:

$$\Delta = \cos \varrho \left(\frac{\text{Zähler}}{\text{Nenner}} \right) = \cos \varrho \frac{Z}{N},$$

daher auch:

$$\frac{d\Delta}{d\varphi} = \frac{\cos \varrho}{N^2} \left[N \frac{dZ}{d\varphi} - Z \frac{dN}{d\varphi} \right],$$

wobei abkürzend:

$$\begin{aligned} Z &= X \sin \varphi - c S \sin \alpha \text{ und} \\ N &= \cos (\varphi + \varepsilon - \varrho) \text{ gesetzt ist.} \end{aligned}$$

Für den Fall des Maximums von Δ , also für $\varphi = \gamma$, wird, wie oben bemerkt, nicht nur Δ , also auch Z , sondern überdies $\frac{d\Delta}{d\varphi} = 0$, was offenbar bedingt, dass auch $\frac{dZ}{d\varphi} = 0$ ist.

Somit findet man zur Bestimmung des gefährlichen Winkels $\varphi = \gamma$, die Relation:

$$\frac{dZ}{d\varphi} = \frac{d(X \sin \varphi - c S \sin \alpha)}{d\varphi} = 0^*) \dots \dots \dots (47),$$

wornach zu Folge der Gleichung (24) der Erddruck in der Grösse:

$$D = \frac{\cos \varrho}{\cos (\gamma + \varepsilon - \varrho)} [G \sin \gamma - c A \sin \alpha]$$

entsteht, diese aber gleich Null zu setzen ist, so dass endlich die Bedingungsgleichung:

$$G \sin \gamma - c A \sin \alpha = 0 \dots \dots \dots (48)$$

zum Vorschein kommt, aus welcher, weil G und A von der verticalen Böschungshöhe (hier Cohäsionshöhe) h abhängen, die letztere sofort ermittelt werden kann.

Geht man von dieser allgemeinen Betrachtung sogleich auf den besonderen Fall über, wenn die Oberfläche der Erdmasse nach einer Ebene, horizontal oder geneigt, begrenzt wird, so erhält man als Grundlage zur näheren Untersuchung die Figur 26.

*) Nachdem der Bedingung gemäss Δ ein Maximum werden soll, so hätte man eigentlich noch dem zweiten Differential-Quotienten von Δ nach φ die Aufmerksamkeit zuzuwenden. Es ist aber allgemein:

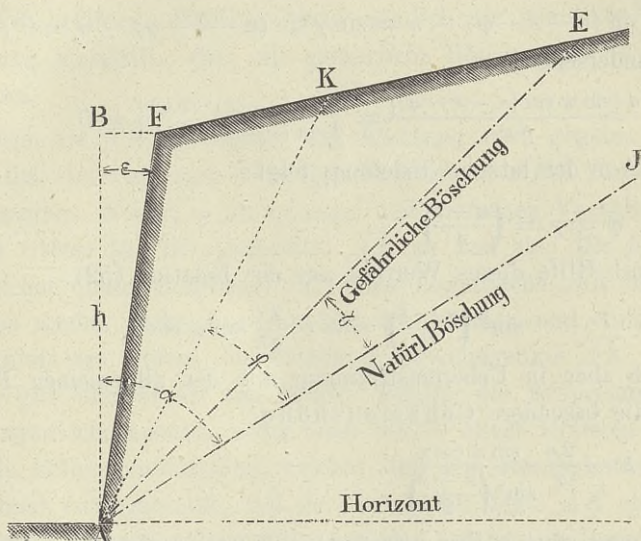
$$\frac{d^2 \Delta}{d\varphi^2} = \frac{\cos \varrho}{N^4} \left\{ N^2 \left(N \frac{d^2 Z}{d\varphi^2} - Z \frac{d^2 N}{d\varphi^2} \right) - 2 N \left(N \frac{dZ}{d\varphi} - Z \frac{dN}{d\varphi} \right) \frac{dN}{d\varphi} \right\},$$

daher insbesondere, wegen $Z=0$, $\frac{dZ}{d\varphi} = 0$ und für $\varphi = \gamma$: $\frac{d^2 \Delta}{d\varphi^2} = \frac{\cos \varrho}{N} \frac{d^2 Z}{d\varphi^2}$,

so dass $\frac{d^2 \Delta}{d\varphi^2}$ und $\frac{d^2 Z}{d\varphi^2}$ jederzeit das gleiche algebraische Zeichen erhalten, es somit genügt, anstatt $\frac{d^2 \Delta}{d\varphi^2}$ unmittelbar $\frac{d^2 Z}{d\varphi^2}$ aufzusuchen, und aus dem algebraischen Zeichen dieses Werthes zu schliessen, ob man es in der That mit einem Maximum zu thun hat.

Nach den hierin ersichtlichen Bezeichnungen, welche mit den früheren Annahmen übereinstimmen, haben die übrigen in

Fig. 26.



den vorstehenden Formeln erscheinenden Buchstaben folgende Bedeutung:

$$\overline{AK} = S, \overline{AE} = A, X = g \triangle AFK \text{ und } G = g \triangle AFE,$$

Hiernach erhält man:

$$X = \frac{1}{2} g \overline{AF} \cdot \overline{AK} \sin(\alpha - \varepsilon - \varphi) = \frac{1}{2} g \frac{h}{\cos \varepsilon} S \sin(\alpha - \varepsilon - \varphi) \dots (49),$$

$$G = \frac{1}{2} g \overline{AF} \cdot \overline{AE} \sin(\alpha - \varepsilon - \gamma) = \frac{1}{2} g \frac{h}{\cos \varepsilon} A \sin(\alpha - \varepsilon - \gamma) \dots (50),$$

sofort aber:

$$\begin{aligned} Z &= X \sin \varphi - c S \sin \alpha \\ &= \frac{1}{2} g \frac{h}{\cos \varepsilon} S \left[\sin \varphi \sin(\alpha - \varepsilon - \varphi) - \frac{2c}{gh} \sin \alpha \cos \varepsilon \right] \\ &= m \cdot S [\sin \varphi \sin(\alpha - \varepsilon - \varphi) - n] \dots \dots \dots (51), \end{aligned}$$

worin die, der abgekürzten Darstellung wegen, eingeführten zwei neuen Buchstaben (m und n) von φ unabhängige Werthe haben.

Um hieraus den gefährlichen Winkel $\varphi = \gamma$ zu finden, hat man nach dem Obigen zu beachten, dass hiefür sowohl Z , als auch $\frac{dZ}{d\varphi}$ gleich Null sein muss. Es ist also einerseits:

$$\sin \varphi \sin (\alpha - \varepsilon - \varphi) - n = \sin \gamma \sin (\alpha - \varepsilon - \gamma) - n = 0 \dots (52)$$

und anderseits:

$$\frac{d [\sin \varphi \sin (\alpha - \varepsilon - \varphi)]}{d \varphi} = \left\{ \begin{array}{l} \sin (\alpha - \varepsilon - 2 \varphi) \\ \sin (\alpha - \varepsilon - 2 \gamma) \end{array} \right\} = 0 \dots \dots (53).$$

Aus der letzten Gleichung folgt:

$$\varphi = \gamma = \left(\frac{\alpha - \varepsilon}{2} \right) \dots \dots \dots (54),$$

und mit Hilfe dieses Werthes aus der Relation (52):

$$\sin^2 \left(\frac{\alpha - \varepsilon}{2} \right) = n = \frac{2c}{gh} \sin \alpha \cos \varepsilon,$$

endlich aber in Uebereinstimmung mit der allgemeinen Formel (46) die besondere Cohäsionshöhe:

$$h = \frac{2c}{g} \frac{\sin \alpha \cos \varepsilon}{\sin^2 \left(\frac{\alpha - \varepsilon}{2} \right)} \dots \dots \dots (55),$$

wenn man statt n den betreffenden Werth zurücksusituirt*).

Nach dem, in der Gleichung (54) für γ gefundenen Werth, liegt die gefährliche Böschung \overline{AE} (Fig. 26), in welcher der Bruch zunächst einzutreten droht, derart, dass dieselbe den Winkel FAI , der zwischen der natürlichen Böschung \overline{AI} und der steileren Aussenfläche \overline{AF} liegt, stets halbirt, und zwar ohne Rücksicht darauf, wie gross die Cohäsion des Erdreiches ist.

Auch ist merkwürdiger Weise weder die Lage dieser gefährlichen Böschung, noch die aus der Gleichung (55) resultirende Cohäsionshöhe selbst von der Richtung \overline{FE} , nach welcher die Erdmasse obenauf begrenzt ist, abhängig, so dass die für γ und h gefundenen Resultate eben sowohl für eine horizontale, als

*). Nachdem $\frac{d^2 Z}{d \varphi^2} = -2 \cos (\alpha - \varepsilon - 2 \varphi)$, also für $\varphi = \gamma = \left(\frac{\alpha - \varepsilon}{2} \right)$, gleich -2 wird, so hat man es, wie es nöthig ist, in der That mit einem Maximum von Z , oder eigentlich von Δ zu thun.

für eine schiefe Richtung der Begrenzung \overline{FE} (aufsteigend oder abfallend) gleichmässig gelten.

Diese Erscheinung lässt sich übrigens auf eine sehr einfache Art erklären, insolange man nämlich die gemachte Voraussetzung beibehält, dass die gefährliche Böschungsfäche eine Ebene sei.

Denn ist \overline{AF} der Grösse und Richtung nach gegeben, so nimmt das Gewicht eines beliebigen Erdprismas \overline{AFK} für einen und denselben Winkel φ im geraden und einfachen Verhältnisse mit der Grösse der Böschungslinie \overline{AK} zu und ab. Die Kraft, mit welcher dieses Erdprisma auf seiner Lagerfläche \overline{AK} herabzugleiten strebt, steht also ebenfalls im geraden und einfachen Verhältnisse zur Grösse der gedachten Böschungslinie \overline{AK} . Das Gleiche gilt offenbar für den Druck, welcher das Erdprisma auf seine Lagerfläche ausübt, daher auch der in dieser letzteren entstehende Reibungswiderstand, welcher sich dem Herabgleiten des Erdprismas entgegensetzt, mit der Grösse der Linie \overline{AK} einfach und directe proportional ist. Da nun das Letztere in Bezug auf den Cohäsionswiderstand gleichfalls Anwendung findet, so sieht man, dass sowohl die offensive von der Schwere des Erdprismas herrührende Abgleitungskraft, als auch die aus der Reibung und Cohäsion zwischen den Erdtheilchen entspringenden Gegenkräfte in ganz gleicher Weise von dem Ausmasse der Böschungslinie \overline{AK} abhängen, somit es schliesslich vollkommen gleichgiltig erscheint, ob dieses Ausmass ein grösseres oder kleineres ist, d. h. die Richtung der oberen Begrenzungsfläche der Erdmasse bleibt ohne Einfluss auf die Bedingungen des Gleichgewichtes.

Freilich wird sich die Sache anders herausstellen, wenn die gefährliche Böschungsfäche nicht in allen Fällen als eine Ebene betrachtet werden darf. Insoferne aber zur Beurtheilung hierüber verlässliche Anhaltspunkte derzeit noch fehlen, lässt sich nicht erlauben, ob und inwieweit die obigen Resultate (54) und (55) einen Anspruch auf hinlängliche Genauigkeit auch dann besitzen, wenn die obere Begrenzung der Erdmasse nicht horizontal ist.

Für eine horizontale Abgrenzung jedoch wird man sich immerhin erlauben können, jenen Resultaten eine praktische Richtigkeit zuzugestehen, weil aus den von Martony angestellten Versuchen, so unvollkommen diese auch in mancher Beziehung sein mögen, denn doch das Eine mit ziemlicher Deutlichkeit hervorgeht, dass für eine horizontale Oberfläche des Erdreiches die Bruchböschung sehr nahe als eine Ebene angesehen werden darf.

Um nun mit der nöthigen Vorsicht in den folgenden Untersuchungen des gegenwärtigen Capitels vorzugehen, soll hiebei die Beschränkung Platz greifen, dass die bis auf ihre Cohäsionshöhe aufgeschichtete Erdmasse obenauf nach einer horizontalen Fläche begrenzt sei. Unter dieser Beschränkung entfällt dann die sonst zu besorgende Gefahr des Einschleichens eines wesentlichen Irrthumes.

Noch ist zu erwähnen, dass die Resultate (54) und (55) auch von der Grösse ρ unabhängig sind, was als ganz sachgemäss bezeichnet werden muss, weil in dem vorliegenden Falle — wo eine Stützwand nicht vorhanden ist, oder, wenn eine solche selbst aufgestellt würde, diese keinen Erddruck zu erleiden hätte — von einer zwischen Stützwand und Erde auftretenden Reibung (wofür eben ρ den Reibungswinkel vorzustellen hätte) füglich keine Rede sein kann.

Anmerkung.

Mit Hilfe der im §. 15 angegebenen Gleichung (36), welche auf die Untersuchungsmethode nach dem Principe des Prismas vom grössten Drucke Bezug nimmt, kann man ebenfalls die Cohäsionshöhe des Erdreiches bestimmen, indem man folgende Betrachtung anstellt:

Da der Erddruck innerhalb der Cohäsionshöhe gleich Null zu setzen ist, so erhält man zunächst aus der bezogenen Gleichung:

$$X \sin \varphi - cS \sin \alpha = 0,$$

was mit oben Gesagtem übereinstimmt, weil dort $Z = 0$ gesetzt werden musste, Z aber eben den vorstehenden Ausdruck bezeichnete.

Aus der Gleichung $X \sin \varphi - cS \sin \alpha = 0$ bestimme man nun die Höhe des abgehöschten Erdreiches, deren Grösse allgemein H genannt wurde, jetzt aber mit h zu bezeichnen ist, wobei man zu beachten hat, dass die Werthe von X und S Functionen von H , beziehungsweise h sind.

Die so ermittelte Cohäsionshöhe h würde hieraus, weil von φ abhängig, variabel sein, daher insolange unbestimmt bleiben, als man nicht durch eine weitere Erwägung zur Einsicht gelangt, welcher von den verschiedenen Werthen für h als der wahre anzusehen ist. In dieser Beziehung leuchtet wohl ein, dass unter allen von φ abhängigen Werthen für h , welche bald grösser bald kleiner ausfallen werden, ohne Zweifel das Minimum massgebend zu sein hat. So lange man nämlich nur Ein gewisses Erdprisma im Auge behält, findet man auch nur Einen bestimmten Werth für h , welcher anzeigt, wie hoch die Erdmasse aufgeschichtet sein könnte, damit sich das gedachte Erdprisma gerade noch auf seiner Lagerfläche, ohne abzugleiten, zu erhalten im Stande wäre. Indem man aber nicht Eines, sondern alle möglichen Erdprismen, welche unter den verschiedenen Winkeln φ gedacht werden können, gleichzeitig zu berücksichtigen hat, so wird es sich offenbar darum handeln, darunter dasjenige Erdprisma ausfindig zu machen, welches schon bei dem kleinsten Werthe von h unmittelbar dem Absturze droht; daher in der That, wie zuvor angedeutet, es darauf ankommt, das Minimum von h in Beziehung auf den Winkel φ zu bestimmen.

Dieser Bemerkung gemäss hat man $\frac{dh}{d\varphi} = 0$ zu setzen, hieraus den besonderen Werth $\varphi = \gamma$ abzuleiten, und hiernach — falls das algebraische Zeichen von $\frac{d^2h}{d\varphi^2}$ für $\varphi = \gamma$ wirklich auf ein Minimum hinweist — dieses letztere aus der zu Grunde liegenden Gleichung für h zu bestimmen.

Da aus der Gleichung: $X \sin \varphi - cS \sin \alpha = 0$ die darin enthaltene Höhe h im Allgemeinen nicht durch eine Formel ausgedrückt werden kann, somit unmittelbar nicht zu ersehen ist, ob auch durch das jetzt angegebene Verfahren das frühere Resultat erhalten wird, so muss man, um hierüber vollständig klar zu werden, jene Gleichung in ihrer gegebenen Form, also mit Umgehung ihrer förmlichen Auflösung nach h , untersuchen. Diese Gleichung enthält nämlich nach der Auffassung, die sich auf dem betretenen Wege ergibt, die zwei Veränderlichen h und φ , wobei schliesslich φ so zu wählen ist, dass $\frac{dh}{d\varphi} = 0$ wird. Man wird daher die Gleichung $(X \sin \varphi - cS \sin \alpha) = 0$ nach h und φ differenziren, hierauf $\frac{dh}{d\varphi} = 0$ setzen, und hieraus den Werth von $\varphi = \gamma$ ableiten.

Beachtet man, dass nach der Gleichung (47) der Ausdruck $(X \sin \varphi - cS \sin \alpha)$ ebenfalls differenzirt und das Resultat hievon gleich Null gesetzt werden musste, so gelangt man zu der Ueberzeugung, dass hier, wie dort, der gleiche Werth von $\varphi = \gamma$, und die gleiche Cohäsionshöhe zum Vorschein kommen müssen.

Allerdings war dort blos nach φ , hier aber ist auch nach h zu differenziren, allein da schliesslich $\frac{dh}{d\varphi} = 0$ zu setzen kommt, so bleibt ohne Zweifel die angedeutete Verschiedenheit auf die Schlussresultate ohne Einfluss.

So z. B. findet man in dem durch die Figur 26 dargestellten Falle:

$X \sin \varphi - c S \sin \alpha = m S [\sin \varphi \sin (\alpha - \varepsilon - \varphi) - n] = 0$,
wenn, wie in der Gleichung (51):

$$n = \frac{2c}{gh} \sin \alpha \cos \varepsilon$$

bedeutet. Die förmliche Auflösung nach h ergibt, wegen:

$$n = \frac{2c}{gh} \sin \alpha \cos \varepsilon = \sin \varphi \sin (\alpha - \varepsilon - \varphi),$$

zunächst die variable Grösse:

$$h = \frac{2c}{g} \frac{\sin \alpha \cos \varepsilon}{\sin \varphi \sin (\alpha - \varepsilon - \varphi)},$$

welche nun für den grössten Werth von $\sin \varphi \sin (\alpha - \varepsilon - \varphi)$, also für $\varphi = \left(\frac{\alpha - \varepsilon}{2}\right)$, ein Minimum wird, und als solches mit dem Resultate:

$$h = \frac{2c}{g} \frac{\sin \alpha \cos \varepsilon}{\sin^2 \left(\frac{\alpha - \varepsilon}{2}\right)}$$

genau so, wie die Relation (55), die wahre Cohäsionshöhe vorstellt.

Ungeachtet dessen, als hier rechnermässig von einem Minimum der Cohäsionshöhe die Rede ist, bezeichnet dennoch der schliessliche Werth hiefür thatsächlich die grösste Höhe, auf welche sich das Erdreich vermöge seiner Cohäsion noch ohne Stützwand erhalten kann, weil natürlicher Weise bei einer kleineren Höhe das Gleichgewicht um so mehr bestehen muss, während jede Vergrösserung jener Höhe ein Abrutschen des Erdreiches zur Folge haben würde. Aus dieser Bemerkung geht neuerdings hervor, wie vorsichtig man sein müsse, um bei den Untersuchungen, welche auf das Princip des Erdprismas vom grössten Drucke basirt sind, nicht irre geleitet zu werden.

§. 20.

Besondere Bemerkungen über die Formel für die Cohäsionshöhe. Nimmt man, aus dem im vorigen §. angegebenen Grunde, für die weiteren Untersuchungen in Bezug auf die Cohäsionshöhe die obere Begrenzung der aufgeschichteten Erdmasse horizontal an, so erhält man, der Gleichung (55) gemäss, die Relationen:

$$\left. \begin{aligned} h &= \frac{2c}{g} \frac{\sin \alpha \cos \varepsilon}{\sin^2 \left(\frac{\alpha - \varepsilon}{2} \right)} \dots\dots\dots \\ c &= \frac{1}{2} g h \frac{\sin^2 \left(\frac{\alpha - \varepsilon}{2} \right)}{\sin \alpha \cos \varepsilon} \dots\dots\dots \end{aligned} \right\} (56),$$

je nachdem die Cohäsionshöhe h aus der Cohäsion c , oder diese aus jener berechnet werden soll.

Den so ersichtlichen Zusammenhang zwischen den beiden Grössen c und h hat schon Français in seiner Theorie des Erddruckes aufgefunden, obwohl der Weg, auf dem er hiezu gelangt ist, von dem oben eingeschlagenen abweicht. Als nämlich Français die Grösse des Druckes, welchen eine oben horizontal abgeglichene Erdmasse hinter einer Stützwand auf diese ausübt, für eine beliebige Druckhöhe aufgesucht hatte, zeigte es sich hinterher, dass jener Erddruck für eine gewisse Höhe der Erdmasse verschwindet, wodurch er dann auf Relationen geleitet ward, mit welchen die vorhin unter (56) angegebenen genau übereinstimmen.

Der Umstand, dass Français die Reibung zwischen dem Erdreiche und der Stützwand ausser Acht gelassen hat, konnte offenbar auf das von ihm gefundene Resultat für h nicht störend einwirken, weil schon im vorigen §. darauf aufmerksam gemacht wurde, dass der diesfällige Reibungs-Coefficient (ρ) in dem besonderen Falle, wo der Erddruck gleich Null wird, gänzlich entfällt*).

Ist, wie in der Fig. 27, die vordere Erdböschung liegend, so hat der Neigungswinkel ε in den Gleichungen (56) einen positiven Werth.

Ist das Erdreich, wie in der Fig. 28, vorne vertical abgestochen, so ist $\varepsilon = 0$, und die allgemeinen Gleichungen (56) gehen in folgende über:

*) Die Methode, nach welcher Français die Cohäsionshöhe des Erdreiches gefunden, wird später noch besonders zur Sprache kommen.

$$\left. \begin{aligned} h_1 &= \frac{2c}{g} \frac{\sin \alpha}{\sin^2 \frac{1}{2} \alpha} = \frac{4c}{g} \cotg \frac{\alpha}{2} \dots\dots\dots \\ c &= \frac{1}{4} g h_1 \tg \frac{\alpha}{2} \dots\dots\dots \end{aligned} \right\} (57),$$

indem man nämlich die in diesem Falle entstehende Cohäsionshöhe mit h_1 bezeichnet.

Fig. 27.

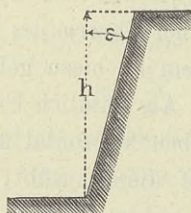


Fig. 28.

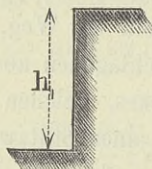
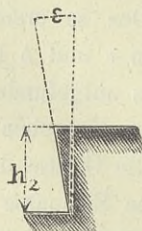


Fig. 29.



Ist endlich, wie in der Figur 29, die vordere Erdböschung um den Winkel ε gegen das Loth überhängend, und nennt man jetzt die Cohäsionshöhe h_2 , so hat man in den Relationen (56) das Zeichen von ε in das entgegengesetzte umzuwandeln, wodurch man erhält:

$$\left. \begin{aligned} h_2 &= \frac{2c}{g} \frac{\sin \alpha \cos \varepsilon}{\sin^2 \left(\frac{\alpha + \varepsilon}{2} \right)} \dots\dots\dots \\ c &= \frac{1}{2} g h_2 \frac{\sin^2 \left(\frac{\alpha + \varepsilon}{2} \right)}{\sin \alpha \cos \varepsilon} \dots\dots\dots \end{aligned} \right\} (58).$$

Hiernach kann das Erdreich vorne sowohl nach einer liegenden, als auch nach der verticalen, oder nach einer überhängenden Böschung auf eine gewisse Höhe (h , h_1 oder h_2) abgestochen werden, ohne eine Stützwand nöthig zu haben.

Hiebei ist, übereinstimmend mit dem praktischen Gefühle:

$$h > h_1 > h_2 \dots\dots\dots (59).$$

Setzt man in der Gleichung (56) $\varepsilon = \alpha$, so findet man $h = \infty$, was ebenfalls sachgemäss ist, weil dann die vordere Erdböschung zur natürlichen wird, unter welcher das Erdreich bei keiner Höhe, wenn diese auch noch so gross wäre, abrutscht, so dass die Maximalhöhe, auf welche sich das freie ungestützte Erd-

reich noch im Gleichgewichte erhalten könnte, in der That unendlich gross ausfällt.

Was übrigens den in der Fig. (29) angedeuteten Fall betrifft, so gilt das hierüber Gesagte nur unter der Beschränkung, dass der Ueberhängungswinkel ε nicht zu gross wird, weil sonst die lothrechte Projection des Schwerpunktes von demjenigen Erdprisma, welches auf Grundlage der allgemeinen Berechnungsart als das gefährliche anzusehen wäre, schon ausserhalb des Böschungsfusses fallen, und dann nicht mehr die Gefahr eines Abrutschens, sondern jene einer Drehung des gedachten Erdprismas um den Böschungsfuss drohen würde, somit die Darstellung des Grenzzustandes des Gleichgewichtes unter einem neuen Gesichtspunkte angestrebt werden müsste.

Aus dieser Ursache, und weil der Fall einer überhängenden Vorderböschung überhaupt keine besondere praktische Wichtigkeit hat, wird man von demselben, für den Zweck der Untersuchungen im laufenden Capitel, vollends absehen, und sich blos auf die nähere Betrachtung der in den Figuren 27 und 28 angedeuteten Fälle beschränken.

Diese Fälle können nun derart praktisch benützt werden, dass man die Cohäsionshöhe von verschiedenen Erdarten und für verschiedene Abböschungswinkel aus Versuchen ermittelt, und hieraus nicht nur die Cohäsionsgrösse c , sondern auch den Winkel der natürlichen Erdböschung durch Rechnung ableitet.

§. 21.

Indirecte Bestimmung der Erdcohesion (c) aus der beobachteten Cohäsionshöhe, wenn (α) der natürliche Böschungswinkel und (g) das Gewicht des Erdreiches per Cubikeinheit bekannt sind. Wie die Grösse der Erdcohesion in directer Weise bestimmt werden kann, wurde bereits im §. 2 erörtert. Eine indirecte Ableitung dieser Grösse ergibt sich aber jetzt durch die Benützung der für c gegebenen Gleichungen (56) und (57), je nachdem das Versuchs-

Erdreich vorne schief oder lothrecht abgestochen wird. Diese Methode, welche insbesondere Martony bei seinen Versuchen angewendet hat, soll nachfolgend näher besprochen werden. Nur hält man es für zweckmässig, vorher noch die bezogenen Gleichungen derart umzustalten, dass hierin die beiden Böschungswinkel α und ε bloss vermittelt ihrer Tangentenwerthe vertreten erscheinen, weil dadurch die Berechnung von c insofern bequemer wird, als man hiezu trigonometrische Tafeln nicht benöthiget, vorausgesetzt, dass — wie dies in der Regel zutrifft — die bezüglichen Werthe von $\operatorname{tg} \alpha$ und $\operatorname{tg} \varepsilon$ unmittelbar durch das Verhältniss der Böschungsanlage zur Böschungshöhe gegeben sind.

Zu diesem Behufe beachte man, dass einerseits:

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{1}{\cos \alpha} - 1 = \frac{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} - 1}{\operatorname{tg} \alpha},$$

und anderseits:

$$\begin{aligned} \frac{\sin^2 \left(\frac{\alpha - \varepsilon}{2} \right)}{\sin \alpha \cos \varepsilon} &= \frac{1 - \cos (\alpha - \varepsilon)}{2 \sin \alpha \cos \varepsilon} = \frac{1 - \cos \alpha \cos \varepsilon - \sin \alpha \sin \varepsilon}{2 \sin \alpha \cos \varepsilon} \\ &= \frac{1}{2 \operatorname{tg} \alpha} \left[\frac{1}{\cos \alpha \cos \varepsilon} - 1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \varepsilon \right] \\ &= \frac{\sqrt{(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha)(1 + \operatorname{tg}^2 \varepsilon)} - 1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \varepsilon}{2 \operatorname{tg} \alpha} \end{aligned}$$

ist, somit bei der verticalen Cohäsionshöhe h_1 (Fig. 28) sich ergibt:

$$c = \frac{1}{4} g h_1 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{4} g h_1 \left[\frac{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} - 1}{\operatorname{tg} \alpha} \right] \dots \dots \dots (60),$$

dagegen bei einer liegenden Vorderböschung des Erdreiches unter dem Winkel ε gegen das Loth, wenn (Fig. 27) die dazu gehörige Cohäsionshöhe h ist:

$$c = \frac{1}{2} g h \frac{\sin^2 \left(\frac{\alpha - \varepsilon}{2} \right)}{\sin \alpha \cos \varepsilon} = \frac{1}{4} g h \left[\frac{\sqrt{(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha)(1 + \operatorname{tg}^2 \varepsilon)} - 1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \varepsilon}{\operatorname{tg} \alpha} \right] (61).$$

Sogleich auf die Anwendung dieser Formeln übergehend, sollen hiezu die geeigneten Resultate aus Martony's Versuchen benützt werden, um nämlich aus den gemachten Beobachtungen über die Grösse der Cohäsionshöhe der, den Versuchen unter-

worfenen Erdgattungen die per Quadrateinheit entfallende Erdcohesion c nach den Relationen (60) und (61) zu berechnen.

Die folgende Tabelle IV enthält einerseits die von Martony angeführten Erhebungsdaten hiezu, und andererseits (und zwar in der Schlusscolonne) das jeweilig sich ergebende Rechnungsergebnis für c .

IV. Tabelle.

Post-Nr.	Bezeichnung des dem Versuche unterworfenen Erdreiches	Erhebungsdaten					Rechnungs- Resultat für die Erdcohesion per <input type="checkbox"/> Fuss in Pfunden c
		Gewicht per Cubikfuss in Pfundem g	In Bezug der natürlichen Böschung $\text{tg } \alpha$	Die Abstichböschung war			
				lothrecht, und hiebei die Cohäsions- höhe h_1 Fuss	gegen das Loth um den Winkel ε geneigt, und hiebei		
					das Böschungs- verhältniss $\text{tg } \varepsilon$	die Cohä- sionshöhe h Fuss	
I. Dammerde.							
1	Locker, trocken	74·6	1·20	—	$\frac{1\frac{1}{2}}{3} = \frac{1}{2}$	3	6·8
2	Locker, etwas feucht ..	66·2	1·20	0·9	—	—	7·6
3	Dieselbe Erde	66·2	1·20	—	$\frac{1·4}{3} = \frac{7}{15}$	3	6·8
4	Natürlich feucht, locker	71·7	1·14	—	0·3	10	37·9
5	Mit Wasser gesättigt .	108·0	1·46	0	$\text{tg } \varepsilon < \text{tg } \alpha$	0	0
6	Staubtrocken, festge- stossen	94·4	1·12	12	—	—	126·7
II. Sand (Wienfluss-).							
7	Staubtrocken, locker...	98·6	1·33	—	$\frac{5·2}{6} = \frac{13}{15}$	6	5·4
8	Locker, natürlich feucht	94·2	1·21	0·45	—	—	5·0
9	Derselbe Sand	94·2	1·21	—	$\frac{2}{3}$	3	4·7

Post-Nr.	Bezeichnung des dem Versuche unterworfenen Erdreiches	Erhebungsdaten					Rechnungs- Resultat für die Erdecohesion per □ Fuss in Pfunden <i>c</i>
		Gewicht per Cubikfuss in Pfundem <i>g</i>	In Bezug der natürlichen Böschung <i>tg α</i>	Die Abstichböschung war			
				lothrecht, und hiebei die Cohäsions- höhe <i>h₁</i> Fuss	gegen das Loth um den Winkel ε geneigt, und hiebei		
					das Böschungs- verhältniss <i>tg ε</i>	die Cohä- sionshöhe <i>h</i> Fuss	
10	Mit Wasser gesättigt..	110·2	1·12	0·9	—	—	11·1
11	Derselbe Sand	110·2	1·12	—	$\frac{1\frac{1}{2}}{3} = \frac{1}{2}$	3	8·8
III. Lehm (geschlämmt.)							
12	Staubtrocken, locker ..	84·9	1·21	—	$\frac{3·3}{6} = 0·55$	6	13·2
13	Locker, etwas feucht ..	77·7	1·21	0·9	—	—	8·2
14	Dieselbe Lehmerde .	77·7	1·21	—	$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$	6	14·4
15	Mit Wasser gesättigt .	112·0	1·25	3	—	—	40·4
16	Feucht mit grobem Kies gestossen	94·0	1·24	—	$\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$	12	75·5
IV. Schotter.							
17	Etwas feuchte Erde bei- gemengt	95·2	1·16	—	$\frac{5·4}{6} = 0·9$	6	2·0½

Die Resultate ad 1, 2 und 3, dann jene ad 8 und 9 stimmen, wie zu erwarten war, unter sich ziemlich nahe zusammen; zwischen den Resultaten ad 10 und 11 einerseits, sowie zwischen jenen ad 13 und 14 andererseits, ist jedoch eine ähnliche Uebereinstimmung nicht vorhanden, obgleich diese ebenfalls zu erwarten gewesen wäre. Die Ursache der Differenzen liegt ohne Zweifel in der Schwierigkeit, Versuche der angedeuteten Art mit einer halbwegs

erträglichen Genauigkeit durchzuführen. Insbesondere bei den Martony'schen Versuchen, wo das Erdreich zwischen den Seitenwänden des Probekastens eingezwängt wurde, konnte die Richtigkeit der Erhebungsergebnisse, namentlich in dem Falle des Anstampfens der Erde in dem Kasten selbst, merklich leiden, weil hiedurch dasselbe mehr oder weniger an die Seitenwände angepresst, und dort ein Reibungswiderstand gegen das Abstürzen der Erde hervorgerufen wurde. Rücksichtlich des feuchten Lehmes kommt überdies in Betracht, dass derselbe an jenen Kastenwänden ankleben, und dieserwegen eine gewisse Cohäsion zwischen den Wänden und der Lehmerde entstehen musste, wodurch die Richtigkeit der bezüglichen Beobachtungen gleichfalls beeinträchtigt wurde. Endlich muss hier neuerdings bemerkt werden, dass die Methode, nach welcher Martony die natürliche Böschung erhob, nur bei nicht oder ganz schwach cohärirender Erde, nicht aber auch bei dem Vorhandensein einer stärkeren Cohäsion, anwendbar ist. Wohl glaubte Martony, dieser Unzukömmlichkeit bei sehr stark cohärirendem Erdreiche, wie solches durch das Anstampfen entsteht, dadurch aus dem Wege zu gehen, dass er für die verdichtete Erde dieselbe natürliche Böschung, wie für die ursprüngliche ganz lockere Masse, gelten liess; indessen ist zu einer solchen Annahme eine unter allen Umständen ausreichende Berechtigung nicht vorhanden, obgleich nicht in Abrede gestellt werden soll, dass dieselbe mitunter zulässig sein kann.

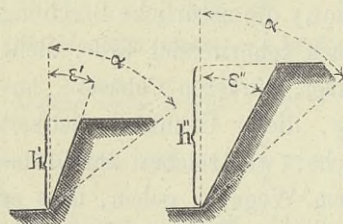
§. 22.

Gleichzeitige Berechnung der Erdcohäsion (c) und der natürlichen Erdböschung ($\operatorname{tg}\alpha$) aus der Beobachtung zweier oder mehrerer Cohäsionshöhen für verschiedene Abstichrichtungen, wenn das Gewicht des Erdreiches per Cubikeinheit (g) bekannt ist. Mit der im vorigen §. angedeuteten Methode, zur Berechnung der Cohäsionsgrösse c aus dem Resultate je Einer Beobachtung in Bezug auf die Cohäsionshöhe, ist der Uebelstand verbunden, dass

man hiezu stets die natürliche Böschung des, dem Versuche unterworfenen Erdreiches kennen muss.

Um diesem Uebelstande auszuweichen, wird in dem gegenwärtigen §. eine andere Methode vorgeschlagen, die ebenfalls eine indirecte ist und darin besteht, dass man mit einem und demselben Erdreich bezüglich der Cohäsionshöhe mindestens zwei Versuche anstellt, nämlich die fragliche Höhe einmal für eine, und das zweite Mal für eine andere Abstichböschung erhebt, so dass man schliesslich zwei Gleichungen erhält, aus denen die zwei Unbekannten α und c berechnet werden können.

Gesetzt, es werde bei solchen Versuchen die Vorderböschung des Erdreiches einmal um den Winkel ε' und das andere Mal um den Winkel ε'' gegen das Loth abgestochen (Fig. 30), und man überzeugt sich hiebei, dass die grösste Höhe, auf welche sich die oben horizontal abgegliche Erdmasse ohne Stützwand noch im Gleichgewichte erhalten kann, h' , beziehungsweise



h'' sei; so hat man mit Rücksicht auf die Formeln (56) offenbar:

$$\left. \begin{aligned} h' &= \frac{2c}{g} \frac{\sin \alpha \cos \varepsilon'}{\sin^2 \frac{1}{2}(\alpha - \varepsilon')} \dots\dots\dots \\ h'' &= \frac{2c}{g} \frac{\sin \alpha \cos \varepsilon''}{\sin^2 \frac{1}{2}(\alpha - \varepsilon'')} \dots\dots\dots \end{aligned} \right\} \dots (62),$$

und diese Gleichungen sind es nun, welche man nach den beiden Unbekannten α und ε aufzulösen hat.

Hiebei kann man auf folgende Art vorgehen:

$$\frac{h'}{h''} = \frac{\cos \varepsilon' \sin^2 \frac{1}{2}(\alpha - \varepsilon'')}{\cos \varepsilon'' \sin^2 \frac{1}{2}(\alpha - \varepsilon')},$$

$$\frac{\sin \frac{1}{2}(\alpha - \varepsilon'')}{\sin \frac{1}{2}(\alpha - \varepsilon')} = \sqrt{\frac{h' \cos \varepsilon''}{h'' \cos \varepsilon'}} = \sqrt{\frac{\frac{h'}{\cos \varepsilon'}}{\frac{h''}{\cos \varepsilon'}}}.$$

Es ist aber für irgend zwei Winkel x und y allgemein:

$$\sin \frac{1}{2} (x - y) = \cos \frac{1}{2} x \cos \frac{1}{2} y (\operatorname{tg} \frac{1}{2} x - \operatorname{tg} \frac{1}{2} y),$$

daher insbesondere:

$$\frac{\sin \frac{1}{2} (\alpha - \varepsilon'')}{\sin \frac{1}{2} (\alpha - \varepsilon')} = \frac{\cos \frac{1}{2} \varepsilon'' (\operatorname{tg} \frac{1}{2} \alpha - \operatorname{tg} \frac{1}{2} \varepsilon'')}{\cos \frac{1}{2} \varepsilon' (\operatorname{tg} \frac{1}{2} \alpha - \operatorname{tg} \frac{1}{2} \varepsilon')},$$

somit:

$$\frac{\operatorname{tg} \frac{1}{2} \alpha - \operatorname{tg} \frac{1}{2} \varepsilon''}{\operatorname{tg} \frac{1}{2} \alpha - \operatorname{tg} \frac{1}{2} \varepsilon'} = \frac{\cos \frac{1}{2} \varepsilon' \sqrt{\frac{h'}{\cos \varepsilon'}}}{\cos \frac{1}{2} \varepsilon'' \sqrt{\frac{h''}{\cos \varepsilon''}}}.$$

Weiter hat man für jeden Winkel x allgemein:

$$\begin{aligned} \cos \frac{1}{2} x \sqrt{\frac{1}{\cos x}} &= \sqrt{\frac{\cos^2 \frac{1}{2} x}{\cos x}} = \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2 \cos x}} \\ &= \sqrt{\frac{1}{2} (\sec x + 1)}, \end{aligned}$$

und hiernach insbesondere:

$$\frac{\operatorname{tg} \frac{1}{2} \alpha - \operatorname{tg} \frac{1}{2} \varepsilon''}{\operatorname{tg} \frac{1}{2} \alpha - \operatorname{tg} \frac{1}{2} \varepsilon'} = \frac{\sqrt{h' (\sec \varepsilon' + 1)}}{\sqrt{h'' (\sec \varepsilon'' + 1)}}.$$

Diese Gleichung nach $\operatorname{tg} \frac{1}{2} \alpha$ aufgelöst, gibt:

$$\operatorname{tg} \frac{1}{2} \alpha = \frac{\operatorname{tg} \frac{1}{2} \varepsilon'' \sqrt{h'' (\sec \varepsilon'' + 1)} - \operatorname{tg} \frac{1}{2} \varepsilon' \sqrt{h' (\sec \varepsilon' + 1)}}{\sqrt{h'' (\sec \varepsilon'' + 1)} - \sqrt{h' (\sec \varepsilon' + 1)}}.$$

Es ist aber wieder für jeden Winkel x allgemein:

$$\operatorname{tg} \frac{1}{2} x = \sqrt{\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}} = \sqrt{\frac{\sec x - 1}{\sec x + 1}},$$

folglich kann man die vorige Gleichung für $\operatorname{tg} \frac{1}{2} \alpha$ auch so schreiben:

$$\operatorname{tg} \frac{1}{2} \alpha = \frac{\sqrt{h'' (\sec \varepsilon'' - 1)} - \sqrt{h' (\sec \varepsilon' - 1)}}{\sqrt{h'' (\sec \varepsilon'' + 1)} - \sqrt{h' (\sec \varepsilon' + 1)}} \quad (63),$$

wodurch die Eine Unbekannte α bestimmt ist.

Die zweite Unbekannte folgt aus jeder der beiden Relationen:

$$\left. \begin{aligned} c &= \frac{1}{2} g h' \frac{\sin^2 \frac{1}{2} (\alpha - \varepsilon')}{\sin \alpha \cos \varepsilon'} \dots\dots\dots \\ c &= \frac{1}{2} g h'' \frac{\sin^2 \frac{1}{2} (\alpha - \varepsilon'')}{\sin \alpha \cos \varepsilon''} \dots\dots\dots \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (64).$$

Ist in dem Einen Versuchsfalle die Erdböschung vertical, also z. B. $\varepsilon' = 0$, so vereinfachen sich die vorigen Gleichungen, indem man erhält:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \frac{1}{2} \alpha &= \frac{\sqrt{h'' (\sec \varepsilon'' - 1)}}{\sqrt{h'' (\sec \varepsilon'' + 1)} - \sqrt{2h'}} \dots\dots\dots \\ &= \frac{\sqrt{\sec \varepsilon'' - 1}}{\sqrt{\sec \varepsilon'' + 1} - \sqrt{2 \frac{h'}{h''}}} \dots\dots\dots \end{aligned} \right\} \dots (65)$$

$$c = \frac{1}{2} g h' \frac{\sin^2 \frac{1}{2} \alpha}{\sin \alpha} = \frac{1}{2} g h' \operatorname{tg} \alpha/2 \dots\dots\dots (66).*)$$

Indem man sogleich auf die beisprielsweise Anwendung der vorgeschlagenen Methode übergeht, sollen hiezu die in der Tabelle IV unter den Nummern 2 und 3, 8 und 9, 10 und 11, endlich 13 und 14 angedeuteten Doppelversuche benützt werden.

Nach dem ersten Versuchspaare hat sich nämlich für etwas feuchte, lockere Dammerde im Gewichte von 66·2 Pfd. per Cubikfuss die Cohäsionshöhe bei lothrechttem Abstiche mit $h' = 0.9$, bei schiefe Abstiche dagegen, und zwar für $\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{7}{15}$, mit $h'' = 3$ Fuss ergeben. Diese Daten führen auf die Resultate:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} &= 0.476 \\ \operatorname{tg} \alpha &= 1.231 \\ \alpha &= 50^{\circ} 55' \end{aligned} \right\} \text{ und } c = 7.1 \text{ Pfund.}$$

Für das zweite Versuchspaar, welches auf einen und denselben Sand im lockeren und natürlich feuchten Zustande Bezug nimmt, hat man zu setzen:

$g = 94.2$ Pfd., $h' = 0.45$, $h'' = 3'$, $\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{3}{3}$,
und man erhält hiernach:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} &= 0.480 \\ \operatorname{tg} \alpha &= 1.247 \\ \alpha &= 51^{\circ} 16' \end{aligned} \right\} \text{ und } c = 5.1 \text{ Pfund.}$$

Auf den mit Wasser gesättigten Sand im Gewichte von $g = 110.2$ Pfd. bezieht sich das dritte Versuchspaar, und es

*) Um $\operatorname{tg} \frac{1}{2} \alpha$, c , sowie $\operatorname{tg} \alpha$ ohne Zuhilfenahme von trigonometrischen Tafeln zu berechnen, beachte man, dass (indem von den Böschungswinkeln ε' und ε'' die Tangente stets durch das Verhältniss zwischen der Anlage und Höhe der Erdböschung dargestellt ist) zunächst die Secante dieser Winkel

ist hiebei insbesondere: $h' = 0\cdot9$, $h'' = 3'$ und $\text{tg } \varepsilon = \frac{1}{2}$. Diesen Beobachtungsdaten entsprechen die Rechnungsresultate:

$$\left. \begin{array}{l} \text{tg } \frac{1}{2} \alpha = 0\cdot505 \\ \text{tg } \alpha = 1\cdot355 \\ \alpha = 53^{\circ} 36' \end{array} \right\} \text{ und } c = 12\cdot5 \text{ Pfund.}$$

Zu dem vierten Versuchspaare endlich gehören die Beobachtungsdaten: $h' = 0\cdot9$, $h'' = 6'$ und $\text{tg } \varepsilon = \frac{1}{2}$, für lockere etwas feuchte Lehmerde im Gewichte von 77 Pfd. per Cubikfuss. Nach diesen Daten findet man:

$$\left. \begin{array}{l} \text{tg } \frac{1}{2} \alpha = 0\cdot379 \\ \text{tg } \alpha = 0\cdot885 \\ \alpha = 41^{\circ} 31' \end{array} \right\} \text{ und } c = 6\cdot6 \text{ Pfund.}$$

Die Rechnungsresultate für das letzte Versuchspaar sind augenscheinlich unbrauchbar, weil namentlich die natürliche Böschung hieraus steiler, als aus dem directen Versuche, folgen würde; während es doch in der Natur der Sache liegt, anzunehmen, dass schon dieser Versuch die fragliche Böschung, wegen des Einflusses der Erdcohesion, zu steil ergeben haben dürfte. Die bemerkte Anomalie kann ihre Ursache wohl nur in den am Schlusse des vorigen §. angedeuteten Mängeln des zur Beobachtung von Cohäsionshöhen angewendeten Verfahrens haben, welche Mängel gerade bei dem in Rede stehenden Versuchspaare (der Klebrigkeit des Materiales halber) einen auffälligeren Einfluss genommen haben mochten.

Dagegen erscheinen die zu den übrigen drei Versuchspaaren gehörigen Rechnungsresultate, bei denen eine Anomalie ähnlicher Art nicht vorhanden ist, ganz annehmbar; ja der rechnermässige gefundene Winkel für die natürliche Erdböschung hat überall

aus dem Ausdruck $\sqrt{1 + (\text{tg})^2}$ gefunden wird, und schliesslich zwischen den Tangentenwerthen des halben und des ganzen Winkels α die Gleichung: $\text{tg } \alpha = \frac{2 \text{tg } \frac{1}{2} \alpha}{1 - \text{tg}^2 \frac{1}{2} \alpha}$ besteht. Erst, wenn man den Winkel α selbst bestimmen will, hat man trigonometrische Tafeln nöthig.

mehr Wahrscheinlichkeit für sich, als der durch die directen Versuche von Martony ermittelte; weil man nämlich bei cohären-der Erde immer Gefahr läuft, durch solche directe Versuche verleitet zu werden, die fragliche Erdböschung steiler, als sie wirklich ist, anzunehmen.

Anmerkung.

Werden bei einem und demselben Erdreiche mehr als zwei Cohäsionshöhen (jedemal bei einer anderen Abstichböschung) beobachtet, so erhält man zur Bestimmung der beiden Unbekannten α und c mehr als zwei Bedingungsgleichungen, und man kann sodann die wahrscheinlichsten Werthe hiefür nach der Methode der kleinsten Quadrate ermitteln.

Im Interesse der Wissenschaft und der Praxis ist es zu empfehlen, noch weitere umfassende Versuche in der angedeuteten Hinsicht, und zwar in nicht zu kleinem Massstabe und mit Vermeidung der den älteren Versuchen anklebenden Mängel, anzustellen, um die theoretisch ermittelte Abhängigkeit der Cohäsionshöhe von der Cohäsionskraft einer noch eindringlicheren Prüfung unterwerfen zu können.

§. 23.

Abhängigkeit der Cohäsionsgrösse c von dem Grade der Feuchtigkeit und der Dichtigkeit der Erde. Diese Abhängigkeit zeigen die in den §§. 2, 21 und 22 ersichtlichen Resultate der Versuche und der darauf gestützten Berechnungen.

Ogleich gegen die Correctheit der gedachten Versuche mancherlei Bedenken geltend gemacht wurden, und daher, was die dazu gehörigen Ziffern betrifft, diese letzteren mitunter bloß als ganz beiläufige gelten können, so ist man dennoch berechtigt, im Ganzen und Grossen genommen einige wahrgenommene Gesetze hervorzuheben, denen eine praktische Wichtigkeit beizumessen ist.

1. Dammerde hat im trockenem oder in etwas feuchtem Zustande nahezu die gleiche Cohäsion; diese ist zwar im lockeren Zustande nicht bedeutend (circa 7 Pfd. per Quadratfuss), kann aber durch Verdichtung des Erdreiches wesentlich (bis auf 100 Pfd. per Quadratfuss und darüber hinaus) gesteigert werden. Voll-

kommen mit Wasser gesättigte Dammerde ist als ganz cohäsionslos zu betrachten.

2. Sand hat im trockenen oder in etwas feuchtem Zustande ebenfalls nahezu die gleiche Cohäsion, die übrigens kleiner, als jene der Dammerde ist. (Für den in der Tabelle IV bezeichneten Sand ist ungefähr $c = 5$ Pfd. per Quadratfuss.) Die mögliche Verdichtung des Sandes durch Anstampfen ist nicht der Rede werth, daher auch hiedurch die Cohäsion fast gar nicht alterirt wird. Dagegen kann durch Wasserbeimengung die Cohäsion des Sandes nicht unwesentlich vermehrt werden. (Bei dem untersuchten Wienflusssande, als dieser mit Wasser gesättigt wurde, war die Cohäsion fast doppelt so gross, wie in seinem anfänglich trockenen Zustande.)

3. Lehm hat schon im lockeren Zustande eine Cohäsion, welche jene der Dammerde und des Sandes an Grösse übertrifft. Dieselbe scheint mit der Menge des Wassers, das man dem Lehme beigibt, zuzunehmen, denn nach der Tabelle IV ergab sich für den mit Wasser gesättigten Lehm eine Cohäsion von circa 40 Pfd. per Quadratfuss, während solche für den trockenen oder etwas feuchten Zustand zwischen 8 und 14 Pfd. berechnet wurde. Noch bedeutender aber nimmt die Cohäsion des Lehmes durch Verdichtung zu, besonders wenn derselbe zugleich angefeuchtet wird. Laut Tabelle I ergab sich z. B. in einem solchen Falle, wobei das Gewicht per Cubikfuss anfänglich 77·7 Pfd. betrug und durch Anstampfung auf 107 Pfd. gebracht wurde, die Cohäsion sogar mit $c = 166·6$ Pfd. per Quadratfuss.

4. Schotter in reinem Zustande hat keine Cohäsion. Wird demselben aber Erde beigemengt, so kommt eine solche zur Wirksamkeit.

§. 24.

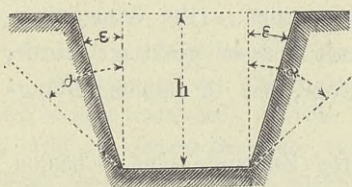
Anwendung der Formeln für die Cohäsionshöhen bei provisorischen Erdaushebungen. Sind für ein Erdreich der natürliche Böschungswinkel (α) und die Cohäsionshöhe (h_1) bei verticalem Abstiche bekannt, so kann man in Bezug auf provisorische Erdaushebungen, deren Böschungen nämlich nur eine

vorübergehende Haltbarkeit besitzen sollen, insbesondere zwei praktisch wichtige Fragen beantworten.

Erste Frage. Auf welche grösste Tiefe h kann ein Graben, ohne dass seine Böschungen gebölzt werden müssen, ausgehoben werden, wenn das Verhältniss der Böschungsanlage zur Böschungshöhe $\operatorname{tg} \varepsilon$ ausgeführt werden soll? (Fig. 31.)

Zweite Frage. Wenn ein solcher Graben auf die Tiefe h ausgehoben werden soll, wie gross muss man mindestens das Böschungsverhältniss $\operatorname{tg} \varepsilon$ annehmen?

Fig. 31.



Ad I. Um die erste Frage zu beantworten, beachte man, dass die Grabentiefe oder Cohäsionshöhe h aus den gegebenen Grössen $\operatorname{tg} \alpha$, $\operatorname{tg} \varepsilon$ und h_1 zu berechnen ist. Hierzu

dienen die Gleichungen (56) und (57), denn man hat hiernach:

$$h_1 = \frac{2c}{g} \frac{\sin \alpha}{\sin^2 \frac{1}{2} \alpha} \quad \text{und} \quad h = \frac{2c}{g} \frac{\sin \alpha \cos \varepsilon}{\sin^2 \frac{1}{2} (\alpha - \varepsilon)},$$

daher auch:

$$\left. \begin{aligned} \frac{h}{h_1} &= \frac{\sin^2 \frac{1}{2} \alpha \cos \varepsilon}{\sin^2 \frac{1}{2} (\alpha - \varepsilon)} \cdot \dots \cdot \\ h &= h_1 \frac{\sin^2 \frac{1}{2} \alpha \cos \varepsilon}{\sin^2 \frac{1}{2} (\alpha - \varepsilon)} \cdot \dots \cdot \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (67),$$

so dass hieraus h bestimmbar ist.

Um eine solche Rechnung ohne Zuhilfenahme von trigonometrischen Tafeln auszuführen, staltete man diese Formeln derart um, dass hierin bloss die Werthe für $\operatorname{tg} \alpha$ und $\operatorname{tg} \varepsilon$ vorkommen. In diesem Falle erhält man:

$$\frac{h}{h_1} = \frac{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} - 1}{\sqrt{(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha)(1 + \operatorname{tg}^2 \varepsilon)} - 1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \varepsilon} \dots (68^*).$$

*) Es ist nämlich:

$$\begin{aligned} \frac{h}{h_1} &= \frac{\sin^2 \frac{1}{2} \alpha \cos \varepsilon}{\sin^2 \frac{1}{2} (\alpha - \varepsilon)} = \frac{(1 - \cos \alpha) \cos \varepsilon}{1 - \cos (\alpha - \varepsilon)} = \frac{(1 - \cos \alpha) \cos \varepsilon}{1 - \cos \alpha \cos \varepsilon - \sin \alpha \sin \varepsilon} \\ &= \frac{1}{\cos \alpha} - 1 \\ &= \frac{1}{\cos \alpha \cos \varepsilon} - 1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \varepsilon \\ &= \frac{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} - 1}{\sqrt{(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha)(1 + \operatorname{tg}^2 \varepsilon)} - 1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \varepsilon}. \end{aligned}$$

Ex. Auf welche Tiefe (h) kann eine Erdaushebung ohne Böschung vorgenommen werden, wenn für die Seitenböschung das Verhältniss $\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{1}{2}$ anzuordnen ist, und aus Versuchen sich ergeben hat, dass die Cohäsionshöhe bei verticalem Abstiche $h_1 = 3$ Fuss beträgt und der natürlichen Erdböschung das Verhältniss $\operatorname{tg} \alpha = 1.2$ zukommt. Nach diesen Daten findet man:

$$\frac{h}{h_1} = 3.84, \text{ daher } h = 3.84 h_1 = 11.5 \text{ Fuss.}$$

Ad II. Zur Beantwortung der zweiten Frage muss man $\operatorname{tg} \varepsilon$ aus den Grössen $\operatorname{tg} \alpha$, h und h_1 berechnen, in welcher Absicht sodann die Gleichung (68) nach $\operatorname{tg} \varepsilon$ aufzulösen ist. Hiedurch findet man:

$$\operatorname{tg} \varepsilon = a \operatorname{tg} \alpha - \sqrt{(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) (a^2 - 1)} \dots \dots (69),$$

worin als Abkürzung:

$$1 + \frac{h_1}{h} (\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} - 1) = a$$

gesetzt wurde.

Ex. Nach welcher steilsten Böschung kann man einen Graben auf $11\frac{1}{2}$ Fuss Tiefe, ohne bölzen zu müssen, ausheben, wenn bekannt ist, dass die Cohäsionshöhe bei verticalem Abstiche 3 Fuss beträgt, und der natürlichen Böschung des Erdreiches das Verhältniss $\operatorname{tg} \alpha = 1.2$ entspricht. Hier ist: $h_1 = 3$, $h = 11\frac{1}{2}$, $\frac{h_1}{h} = \frac{6}{23}$, $a = 1.147$, somit nach Gleichung (69): $\operatorname{tg} \varepsilon = 0.500 = \frac{1}{2}$.

Um in Fällen der angedeuteten Art schneller zum Resultate zu gelangen, hat schon Français eine Tabelle berechnet, in welcher für verschiedene Werthe von $\operatorname{tg} \alpha$ und $\operatorname{tg} \varepsilon$ die dazu gehörigen Werthe von $\frac{h_1}{h}$ eingetragen sind*).

Nach diesen Berechnungen ist die folgende Tabelle zusammengestellt.

*) Diese Tabelle ist auch in den auf Seite 46 erwähnten Werken von Martony und von Navier - Westphal, dann in dem österr. Bau-almanach vom Jahre 1859 zu finden.

V. Tabelle*).

$\frac{h}{l} =$	Werthe für $\operatorname{tg} \alpha$							
	0·90	1·00	1·10	1·20	1·30	1·40	1·50	1·60
0·20	1·80	1·71	1·64	1·59	1·55	1·52	1·49	1·47
0·25	2·14	1·99	1·89	1·82	1·75	1·70	1·66	1·63
0·30	2·57	2·35	2·19	2·08	1·99	1·91	1·86	1·81
0·35	3·13	2·79	2·56	2·39	2·27	2·17	2·08	2·02
0·40	3·88	3·36	3·02	2·78	2·60	2·46	2·35	2·26
0·45	4·91	4·11	3·60	3·24	3·00	2·81	2·66	2·54
0·50	6·38	5·11	4·34	3·84	3·48	3·22	2·92	2·87
0·55	8·59	6·47	5·31	4·58	4·08	3·72	3·45	3·24
0·60	11·93	8·41	6·63	5·53	4·83	4·33	3·97	3·69
0·65	18·05	11·28	8·40	6·77	5·76	5·08	4·58	4·22
0·70	28·26	15·77	10·90	8·42	6·96	6·00	5·33	4·84
0·75	51·54	23·26	14·63	10·69	8·52	7·16	6·25	5·60
0·80	119·08	37·41	20·47	13·92	10·61	8·65	7·39	6·51
0·85	488·06	68·21	30·26	18·67	13·46	10·59	8·82	7·63
0·90	∞	157·39	48·55	26·65	17·51	13·18	10·65	9·01
0·95	..	645·69	86·59	38·61	23·50	16·73	13·03	10·79
1·00	..	∞	204·69	61·95	32·86	21·77	16·21	12·98
1·05	840·78	113·03 ^{**}	48·60	29·21	20·57	15·88
1·10	∞	260·64	79·01	40·81	26·73	19·74
1·15	1072·65	142·23	60·35	35·87	25·04
1·20	∞	328·14	96·93	50·09	32·53

*) Français hat in seiner Tabelle für $\operatorname{tg} \alpha$ auch die Werthe 0·5, 0·6, 0·7, 0·8 aufgenommen, welche hier weggelassen wurden, weil sie praktisch nicht vorkommen.

**) An dieser Stelle stehen in der ursprünglichen Tabelle die offenbar unrichtigen Ziffern 68·11, welche hier corrigirt erscheinen.

Die Einrichtung dieser Tabelle besteht darin, dass dort, wo die verticale Colonne für $\operatorname{tg} \alpha$ sich mit der horizontalen für $\operatorname{tg} \varepsilon$ kreuzt, die daraus nach der bezüglichen Formel (67) oder (68) berechnete Verhältnisszahl für $\frac{h}{h_1}$ eingeschrieben wurde, wodurch entweder diese letztere, wenn die Werthe für $\operatorname{tg} \alpha$ und $\operatorname{tg} \varepsilon$ gegeben sind, oder aber das Böschungsverhältniss $\operatorname{tg} \varepsilon$, falls man die Werthe für $\operatorname{tg} \alpha$ und $\frac{h}{h_1}$ kennt, leicht bestimmt werden kann.

Geht man, um sogleich die Anwendung dieser Tabelle zu zeigen, auf das erste der beiden vorbesprochenen Beispiele zurück, in welcher die Grössen $\operatorname{tg} \alpha = 1.2$, $\operatorname{tg} \varepsilon = 0.5$ und $h_1 = 3$ Fuss gegeben waren, so erhält man, wenn die, an der jetzt in Betracht kommenden Kreuzungsstelle eingeschriebene Tabellenzahl 3.84 berücksichtigt wird, eben so, wie früher:

$$\frac{h}{h_1} = 3.84, \text{ und } h = 3.84 h_1 = 11.5 \text{ Fuss}$$

Es versteht sich von selbst, dass, wenn die gegebenen Zahlenwerthe, mit denen man in die Tabelle einzugehen hat, in dieser nicht genau enthalten sind, das Resultat mittelst des in ähnlichen Fällen üblichen Interpolationsverfahrens aufzusuchen ist.

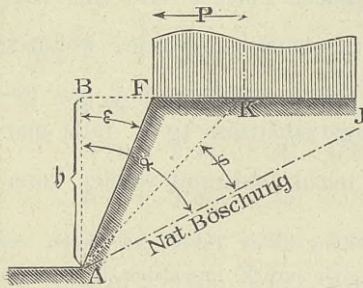
Insoferne man übrigens für die Haltbarkeit der Böschungen einen gewissen Sicherheitsgrad einführen muss, kann man diesen dadurch erreichen, dass man nicht die ganze Cohäsionshöhe h_1 , welche sich bei verticalem Abstiche aus der Beobachtung ergibt, sondern nur einen Theil davon ($\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$) in Rechnung nimmt; was natürlicher Weise zur Folge haben muss, dass verhältnissmässig entweder die Aushebungstiefe h , falls diese gesucht wird, kleiner, oder das Böschungsverhältniss $\operatorname{tg} \varepsilon$, insoferne letzteres in Frage steht, grösser entfällt.

§. 25.

Cohäsionshöhe des Erdreiches, wenn dieses an seiner Oberfläche eine besondere Belastung zu tragen hat. (Fig. 32.) Es ist klar, dass die fragliche Cohäsionshöhe, diese sei $\overline{AB} = h$, kleiner sein muss, als wenn die Oberfläche des Erdreiches unbelastet ist. Zur Bestimmung von h hat man in

derselben Weise vorzugehen, wie im §. 19, nur mit dem Unter-

Fig. 32.



schiede, dass der dortige Werth für X , welcher lediglich das Gewicht des Erdprisma's AFK bezeichnet, in dem gegenwärtigen Falle auch noch denjenigen Theil der Belastung in sich begreift, welcher auf der Oberfläche des Erdreiches innerhalb der Strecke \overline{FK} vorkommt. Heisst dieser Belastungstheil P , so hat man

daher:

$$X = g \triangle AFK + P \dots (70),$$

wobei P eine Function von φ , so wie von dem Gesetze der Belastungsvertheilung ist, übrigens hiebei vorausgesetzt wird, dass die lothrechte Abtrennung der gedachten Belastung in jedem beliebigen Punkt K ohne Widerstand erfolgen kann.

Um sogleich auf einen bestimmten Fall überzugehen, werde angenommen, dass die Belastung sich über die Oberfläche des Erdreiches gleichmässig vertheilt und insbesondere das Gewicht p per Quadrat-Einheit entfällt.

In diesem Falle ist:

$$P = p \cdot \overline{FK},$$

daher:

$$\begin{aligned} \overline{X} &= g \cdot \triangle AKF + p \cdot \overline{FK} \\ &= \frac{1}{2} g \cdot \overline{AB} \cdot \overline{FK} + p \cdot \overline{FK} \\ &= \frac{1}{2} g \left(1 + \frac{2p}{g \cdot \overline{AB}} \right) \overline{AB} \cdot \overline{FK} \\ &= \frac{1}{2} g \left(1 + \frac{2p}{g b} \right) b \cdot \overline{FK} \\ &= \frac{1}{2} g' b \cdot \overline{FK} \dots (71), \end{aligned}$$

wenn man abkürzend:

$$g' = g \left(1 + \frac{2p}{g b} \right) \dots (72)$$

setzt.

Dieser Ausdruck beweiset, dass das Gewicht X dasselbe bleibt, wie in dem eingebildeten Falle, in dem man sich die Oberfläche des Erdreiches nicht belastet, dagegen aber vorstellt, das Erdreich selbst habe per Cubikeinheit das grössere Gewicht

$$g' = g \left(1 + \frac{2p}{h} \right).$$

Dieser Wahrnehmung zu Folge wird sich offenbar in der Untersuchung des §. 19, um diese gegenwärtig anzuwenden, nichts ändern, als der Werth für g , anstatt welchem nämlich überall g' zu schreiben ist.

Unter dieser Bedingung kann man für die fragliche Cohäsionshöhe h sogleich die Gleichung (55) benützen und setzen:

$$h = \frac{2c}{g'} \frac{\sin \alpha \cos \varepsilon}{\sin^2 \left(\frac{\alpha - \varepsilon}{2} \right)} \dots \dots \dots (73),$$

wobei der gefährliche Winkel γ , weil dieser von g unabhängig ist, also auch nicht von g' abhängen kann, denselben Werth wie nach der Gleichung (54), nämlich:

$$\gamma = \left(\frac{\alpha - \varepsilon}{2} \right) \dots \dots \dots (74)$$

beibehält.

Verfolgt man die Gleichung (73) weiter, so findet man:

$$h = \frac{2c}{g \left(1 + \frac{2p}{gh} \right)} \cdot \frac{\sin \alpha \cos \varepsilon}{\sin^2 \left(\frac{\alpha - \varepsilon}{2} \right)},$$

welche endlich nach h aufgelöset, zu dem Resultate führt:

$$h = \frac{2c}{g} \frac{\sin \alpha \cos \varepsilon}{\sin^2 \left(\frac{\alpha - \varepsilon}{2} \right)} - \frac{2p}{g} \dots \dots (75).$$

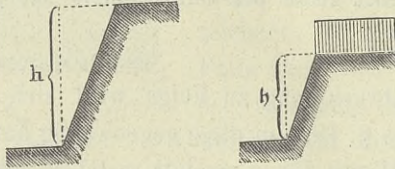
Ist die Belastung auf der Oberfläche des Erdreiches $p = 0$, so geht die Cohäsionshöhe h in jene über, welche nach der Gleichung (55) mit h bezeichnet ward, so dass man auch findet:

$$h = h - \frac{2p}{g} \dots \dots \dots (76).$$

Die Cohäsionshöhe (h) des belasteten Erdreiches ist somit um $\frac{2p}{g}$ kleiner, als jene (h) des unbelasteten

und es ist bemerkenswerth, dass diese Verkleinerung weder von α noch von ε abhängig ist. (Fig. 33.)

Fig. 33.



Ist z. B. $h = 6$ Fuss, $g = 80$ Pfd., und $p = 160$ Pfd. so erhält man:
 $h = 6 - 4 = 2$ Fuss.

Selbstverständlich ist die Gleichung (76) nur brauchbar bis zu dem kleinsten Werthe: $h = 0$; ein negativer Werth für h dagegen würde die Unmöglichkeit des Vorhandenseins einer Cohäsionshöhe anzeigen, d. h. in einem solchen Falle könnte sich das belastete Erdreich auf gar keine Höhe, so klein diese auch angenommen werden wollte, ohne gestützt zu sein, im Gleichgewichte erhalten.

Zweiter Abschnitt.

Activer Erddruck an eine Stützwand ohne Rücksicht auf die Reibung zwischen derselben und der Erde.

§. 26.

Einfluss der Weglassung dieser Reibung. Es leuchtet schon von vorne herein ein, dass durch die Weglassung der gedachten Reibung der normale Erddruck auf eine Stützwand rechnungsmässig grösser, als in der Wirklichkeit entfällt, weil diese Reibung jedenfalls als eine der Widerstandskräfte gegen das Abstürzen der Erde mitwirkt. Analytisch ergibt sich diese Thatsache aus der Betrachtung der Formel (28) für die Grösse Δ :

$$\Delta = \frac{\cos \varrho}{\cos (\varphi + \varepsilon - \varrho)} [X \sin \varphi - c S \sin \alpha],$$

welche nämlich, um den normalen Erddruck D zu erhalten, in Bezug auf φ zu einem Maximum zu machen ist.

Sieht man vorerst von diesem Maximalwerthe ab und betrachtet den vorstehenden Ausdruck in seiner ganz allgemeinen Form, so hat man, um den Einfluss der Reibung, welche zwischen der Erde und Stützwand stattfindet, d. h. um den Einfluss des Reibungswinkels ϱ zu untersuchen, blos dem Factor $\frac{\cos \varrho}{\cos(\varphi + \varepsilon - \varrho)}$ die Aufmerksamkeit zuzuwenden, weil eben dieser Factor mit jenem Reibungswinkel variabel ist, während der andere Factor innerhalb der Eckklammern hievon nicht abhängt.

Setzt man den erstgenannten Factor:

$\frac{\cos \varrho}{\cos(\varphi + \varepsilon - \varrho)} = F(\varrho)$, so ist der erste Differential-Quotient in Bezug auf ϱ :

$$\frac{dF(\varrho)}{d\varrho} = - \frac{\sin(\varphi + \varepsilon)}{\cos^2(\varphi + \varepsilon - \varrho)} \dots \dots \dots (77),$$

also negativ, was anzeigt, dass $F(\varrho)$ mit der Zunahme des Reibungswinkel ϱ unter allen Umständen abnimmt, wie auch der Winkel φ gewählt werden mag.

Hiernach wird der Werth für \mathcal{A} jedenfalls grösser, wenn man den Reibungswinkel $\varrho = 0$ setzt, d. h. die Reibung zwischen der Stützwand und der Erde ausser Acht lässt, welche Bemerkung sofort auch für das Maximum von \mathcal{A} , d. i. für die Grösse des normalen Erddrucks D gilt und mit dem Eingangs Gesagten übereinstimmt.

Wenn man also $\varrho = 0$ setzt und hiedurch von der Formel (28) auf die bereits im §. 17 lit. A ange deutete Relation:

$$D = \max \mathcal{A} = \max \left[\frac{X \sin \varphi - c S \sin \alpha}{\cos(\varphi + \varepsilon)} \right] \left. \vphantom{\max} \right\} \dots \dots (78)$$

$$= \frac{G \sin \gamma - c A \sin \alpha}{\cos(\gamma + \varepsilon)}$$

übergeht, worin $\varphi = \gamma$, $X = G$ und $S = A$ die dem Maximum von \mathcal{A} entsprechenden Werthe bedeuten; so erhält man im Ver gleiche zur Wirklichkeit jedenfalls einen etwas zu grossen Werth für den normalen Erddruck D .

Da man aber in der Praxis die Stabilität der Stützwände der gehörigen Sicherheit wegen ohnehin für einen grösseren Erddruck, als der wirklich eintretende ist, berechnen, ja erfahrungsgemäss selbst das bei der Annahme $\varrho = 0$ sich ergebende Resultat für D immer noch vergrössern muss, um auf Grundlage desselben die erwähnte Stabilität in praktisch brauchbarer Weise zu berechnen, so ist es demungeachtet zulässig, vorkommenden Falles den fraglichen Erddruck unter Beiseitelassung des Reibungswiderstandes zwischen Erde und Stützwand zu bestimmen, und das Resultat hiefür zu der gedachten Stabilitätsberechnung zu benützen.

Nur wird es darauf ankommen, für eine solche Berechnung stets den Sicherheitscoefficienten (dieser heisse s), womit die Grösse D noch zu multipliciren ist, entsprechend zu wählen; d. h. bei der Aufsuchung der bezüglichen Stabilitätsbedingungen von der Vorstellung auszugehen, als hätte die fragliche Stützwand dem s -fachen des berechneten Erddruckes D , also einem solchen in der Grösse sD , zu widerstehen.

Dem fraglichen Sicherheitscoefficienten werden voraussichtlich je nach den Umständen, unter denen eine dem Erddrucke ausgesetzte Stützwand ihre Stabilität bewahren soll, verschiedene Werthe zukommen, welche, wie überhaupt in Fällen ähnlicher Art, nach Massgabe der hiezu geeigneten praktischen Erfahrungen festgestellt werden müssen.

Mit Rücksicht auf diese Bemerkungen erkennt man, dass auch bei der Annahme $\varrho = 0$ brauchbare Resultate für die Praxis sich herausstellen werden. Die einschlägige Berechnungsweise in Betreff des activen Erddruckes an eine Stützwand, wobei nämlich die Reibung zwischen dieser und der Erde bei Seite gelassen wird, hat daher auch heute noch ihre Berechtigung. Von vielen Ingenieuren wird sie um so lieber angewendet, als im Gegenfalle die Berechnungsformeln complicirter und dennoch mitunter nicht viel genauer werden, insoferne man nämlich bei Stützwänden, welche im Freien stehen, auch darauf gefasst sein muss, dass das Regen- und Schneewasser zwischen dieselben und das

Hinterfüllungsmateriale eindringt, und hiedurch den Reibungswiderstand daselbst mehr oder weniger unverlässlich macht.

In dem laufenden Abschnitte werden daher die Untersuchungen über den activen Erddruck unter der Annahme durchgeführt, dass die Reibung an der Stützwand ausser Betracht bleibt.

Wie sich übrigens die Resultate gestalten, wenn jene Annahme nicht gemacht wird, dieses bleibt den Untersuchungen in einem späteren Abschnitte vorbehalten. Nur mag gegenwärtig schon bemerkt werden, dass man dann bei der darauf zu gründenden Berechnung der Stabilität einer Stützwand offenbar einen verhältnissmässig grösseren Sicherheitscoefficienten einführen müssen, als bei Ausserachtlassung der gedachten Reibung, um hier wie dort den praktischen Verhältnissen gleichmässig zu genügen*).

Erstes Capitel.

Erddruck an eine um den Winkel ε gegen das Loth geneigte Stützwand von der Höhe H , wenn das anliegende Erdreich eine horizontale Oberfläche im gleichen Niveau mit der Wandkrone hat.

§. 27.

Gefährliche Böschung \overline{AE} , gefährliches Erdprisma AFE und Grösse des Erddruckes D in diesem Falle. (Fig. 34.)

Nach den im §. 13 aufgestellten Regeln hat man zunächst die Gleichung (28):

$$D = \frac{\cos \varrho}{\cos (\varphi + \varepsilon - \varrho)} [X \sin \varphi - cS \sin \alpha]$$

*) Insoferne es sich um die Durchführung von praktischen Versuchen in der Absicht handelt, die Resultate derselben mit jener der Theorie zu vergleichen und die Richtigkeit der letzteren zu prüfen, so muss man selbstverständlich bei den theoretischen Bestimmungen alle Umstände möglichst genau berücksichtigen, daher auch den Einfluss der Reibung zwischen Erde und Stützwand in Rechnung bringen, sonst läuft man Gefahr, zu irrigen Schlussfolgerungen zu gelangen.

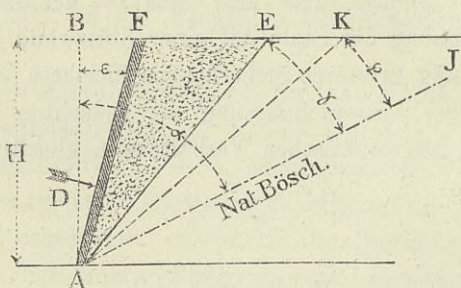
in's Auge zu fassen, welche für die in dem laufenden Abschnitte geltende Voraussetzung $\varrho = 0$ die einfachere Gestalt:

$$\mathcal{A} = \frac{X \sin \varphi - c S \sin \alpha}{\cos (\varphi + \varepsilon)} \dots \dots \dots (79)$$

annimmt.

Hierin bedeutet X das Gewicht des Erdprismas AFK , S aber die Länge der Geraden \overline{AK} .

Fig. 34.



Der Maximalwerth von \mathcal{A} in Bezug auf die Variable φ gibt sofort die Grösse des Erddruckes D , und der Winkel φ , für welchen dieses geschieht, ist der Bruchwinkel γ , so dass man erhält:

$$\begin{aligned} D &= \max \mathcal{A} = \max \left[\frac{X \sin \varphi - c S \sin \alpha}{\cos (\varphi + \varepsilon)} \right] \\ &= \frac{G \sin \gamma - c A \sin \alpha}{\cos (\gamma + \varepsilon)} \dots \dots \dots (80), \end{aligned}$$

wobei G und A die bezüglichen Werthe von X und S für $\varphi = \gamma$ vorstellen.

In dem vorausgesetzten Falle hat man insbesondere:

$$\begin{aligned} X &= g \cdot \triangle A F K = \frac{1}{2} g \overline{AF} \cdot \overline{AK} \cdot \sin \sphericalangle F A K \\ &= \frac{1}{2} g \frac{H^2 \sin (\alpha - \varepsilon - \varphi)}{\cos \varepsilon \cos (\alpha - \varphi)} \end{aligned}$$

$$G = g \cdot \triangle A F E = \frac{1}{2} g \frac{H^2 \sin (\alpha - \varepsilon - \gamma)}{\cos \varepsilon \cos (\alpha - \gamma)}$$

$$S = \overline{AK} = \frac{H}{\cos (\alpha - \varphi)}, \quad A = \overline{AE} = \frac{H}{\cos (\alpha - \gamma)},$$

daher:

$$\begin{aligned} \mathcal{A} &= \frac{1}{\cos(\alpha - \varphi) \cos(\varphi + \varepsilon)} \left[\frac{1}{2} g \frac{H^2}{\cos \varepsilon} \sin \varphi \sin(\alpha - \varepsilon - \varphi) - c H \sin \alpha \right] \\ &= \frac{1}{2} g \frac{H^2}{\cos \varepsilon} \left\{ \frac{\sin \varphi \sin(\alpha - \varepsilon - \varphi) - \frac{2c}{gH} \sin \alpha \cos \varepsilon}{\cos(\alpha - \varphi) \cos(\varphi + \varepsilon)} \right\} \\ &= \frac{1}{2} g \frac{H^2}{\cos \varepsilon} \left\{ \frac{\sin \varphi \sin(\alpha - \varepsilon - \varphi) - a}{\cos(\alpha - \varphi) \cos(\varphi + \varepsilon)} \right\} \dots \dots \dots (81), \end{aligned}$$

wobei als vorläufige Abkürzung:

$$a = \frac{2c}{gH} \sin \alpha \cos \varepsilon \dots \dots \dots (82),$$

gesetzt wurde.

Das Maximum von \mathcal{A} nach φ findet statt, wenn das Gleiche in Bezug auf den Factor:

$$U = \frac{\sin \varphi \sin(\alpha - \varepsilon - \varphi) - a}{\cos(\alpha - \varphi) \cos(\varphi + \varepsilon)}$$

eintritt, daher man — anstatt $\frac{d\mathcal{A}}{d\varphi} = 0$ — unmittelbar $\frac{dU}{d\varphi} = 0$ setzen kann.

Vorher aber erscheint es zweckmässig, den Ausdruck für U in einer zum Differenziren bequemeren Form darzustellen, was dadurch geschieht, dass man die goniometrischen Relationen:

$$\sin \varphi \sin(\alpha - \varepsilon - \varphi) = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \varepsilon - 2\varphi) - \cos(\alpha - \varepsilon)]$$

$$\cos(\alpha - \varphi) \cos(\varphi + \varepsilon) = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \varepsilon - 2\varphi) + \cos(\alpha + \varepsilon)]$$

berücksichtigt, und hiernach schreibt:

$$U = \frac{\cos(\alpha - \varepsilon - 2\varphi) - \cos(\alpha - \varepsilon) - 2a}{\cos(\alpha - \varepsilon - 2\varphi) + \cos(\alpha + \varepsilon)}.$$

Zum Behufe einer weiteren Abkürzung setze man:

$$b = \cos(\alpha - \varepsilon) + 2a = \cos(\alpha - \varepsilon) + \frac{4c}{gH} \sin \alpha \cos \varepsilon \dots \dots (83),$$

$$b' = \cos(\alpha + \varepsilon) \dots \dots \dots (84),$$

$$(\alpha - \varepsilon - 2\varphi) = u \dots \dots \dots (85),$$

so dass jetzt u an die Stelle der Variablen φ tritt, und somit nach u , anstatt nach φ , zu differenziren ist.

Hiernach findet man:

$$U = \frac{\cos u - b}{\cos u + b'} \dots \dots \dots (86)$$

$$\frac{dU}{du} = - (b + b') \frac{\sin u}{(\cos u + b')^2} = 0,$$

hieraus aber:

$$u = (\alpha - \varepsilon - 2\varphi) = 0, \text{ d. i.}$$

$$\varphi = \gamma = \sphericalangle FAE = \frac{\alpha - \varepsilon}{2} = \frac{1}{2} \sphericalangle FAI \dots (87),$$

d. h. die gefährliche Böschung halbirt den Winkel zwischen der Stützwand und der natürlichen Böschung, ohne von der Erdcohesion abzuhängen.

Ferner ist:

$$\sphericalangle BAE = \left(\frac{\alpha + \varepsilon}{2} \right) \dots \dots \dots (88)$$

$$A = \overline{AE} = \frac{H}{\cos \left(\frac{\alpha + \varepsilon}{2} \right)} \dots \dots \dots (89)$$

$$G = \frac{1}{2} g \frac{H^2}{\cos \varepsilon} \cdot \frac{\sin \left(\frac{\alpha - \varepsilon}{2} \right)}{\cos \left(\frac{\alpha + \varepsilon}{2} \right)} \dots \dots \dots (90)$$

und nach den Gleichungen (81) und (82):

$$\begin{aligned} D &= \frac{1}{2} g \frac{H^2}{\cos \varepsilon} \left[\frac{\sin^2 \left(\frac{\alpha - \varepsilon}{2} \right) - a}{\cos^2 \left(\frac{\alpha + \varepsilon}{2} \right)} \right] \\ &= \frac{1}{2} g \frac{H^2}{\cos \varepsilon} \left[\frac{\sin^2 \left(\frac{\alpha - \varepsilon}{2} \right) - \frac{2c}{gH} \sin \alpha \cos \varepsilon}{\cos^2 \left(\frac{\alpha + \varepsilon}{2} \right)} \right] \quad (91). \end{aligned}$$

Verändert man die Druckhöhe H nach und nach, so wird endlich eine solche Höhe $H = h$ zum Vorschein kommen, bei welcher kein Erddruck mehr stattfindet, so dass sich auf diese Höhe h das Erdreich auch ohne Stützwand erhalten kann. Diese besondere Höhe ist offenbar die Cohäsionshöhe, und sie wird gefunden, wenn man in der Gleichung (91) $H = h$ und $D = 0$ setzt.

Geschieht dieses, so erhält man als Ausdruck für die Cohäsionshöhe:

$$h = \frac{2c}{g} \frac{\sin \alpha \cos \varepsilon}{\sin^2 \left(\frac{\alpha - \varepsilon}{2} \right)} \dots \dots \dots (92),$$

welcher, wie dies auch zu erwarten war, mit der bereits auf einem anderen Wege hiefür gefundenen Gleichung (55) übereinstimmt.*)

Mit Benützung der letzten Relation erhält man für die Grösse des Erddruckes:

$$D = \frac{1}{2} g \frac{H^2}{\cos \varepsilon} \left(1 - \frac{h}{H} \right) \left[\frac{\sin \frac{1}{2} (\alpha - \varepsilon)}{\cos \frac{1}{2} (\alpha + \varepsilon)} \right]^2$$

$$= \frac{1}{2} g \frac{H(H-h)}{\cos \varepsilon} \left[\frac{\sin \frac{1}{2} (\alpha - \varepsilon)}{\cos \frac{1}{2} (\alpha + \varepsilon)} \right]^2 \dots \dots \dots (93),$$

welche Gleichung indessen für Druckhöhen, die kleiner als die Cohäsionshöhe sind, nicht mehr gilt, indem dann überhaupt $D=0$ zu setzen ist. Die Ursache davon liegt einfach darin, weil für $H < h$ in der, im Allgemeinen als gefährlich bezeichneten Böschung die Reibungs- und Cohäsionswiderstände des Erdreiches nicht mehr, wie für die Bestimmung dieser Böschung vorausgesetzt wurde, vollständig absorbirt werden, daher die Gleichung (93) nur für die Druckhöhen $H > h$ gelten kann, rücksichtlich welcher nämlich die gedachte Voraussetzung thatsächlich zutrifft.

Dass man es in dem behandelten Falle wirklich mit einem Maximum von U in Bezug auf u zu thun hat, zeigt der zweite Differentialquotient $\frac{d^2 U}{du^2}$ an. Denn dieser ist allgemein:

$$\frac{d^2 U}{du^2} = - (b + b') \frac{1 + b^1 \cos u + \sin^2 u}{(\cos u + b')^3},$$

also insbesondere für $u = 0$:

$$\frac{d^2 U}{du^2} = - \frac{b + b'}{(1 + b^1)^2} < 0.$$

Nur der Fall, wenn $(b + b') = 0$ wird, bildet eine Ausnahme, weil sodann schon der erste Differentialquotient $\frac{dU}{du}$ für jeden beliebigen Werth von φ verschwindet, was offenbar anzeigt, dass der ursprüngliche Ausdruck für U , beziehungsweise \mathcal{A} , nicht mehr nach φ veränderlich, sondern constant ist, daher unter diesen Umständen von einer bestimmten gefährlichen Böschung und einem bestimmten gefährlichen Erdprisma keine Rede sein kann.

*) Auf diese Weise hat Français die Cohäsionshöhe des Erdreiches bestimmt, worauf die Anmerkung in §. 20 sich bezieht.

Augenscheinlich deutet diese Eigenschaft auf die Natur der tropfbaren Flüssigkeiten hin, was sich auch analytisch dadurch ergibt, dass man untersucht, unter welchen Bedingungen die oberwähnte Summe $(b + b')$ verschwindet.

Es ist nämlich auf Grundlage der Gleichungen (83) und (84):

$$\begin{aligned}(b + b') &= \cos(\alpha + \varepsilon) + \cos(\alpha - \varepsilon) + \frac{4c}{gH} \sin \alpha \cos \varepsilon \\ &= 2 \cos \varepsilon \left[\cos \alpha + \frac{2c}{gH} \sin \alpha \right],\end{aligned}$$

und dieser Werth kann nur verschwinden, wenn in Bezug auf das Hinterfüllungsmateriale einerseits $\alpha = 90^\circ$ und andererseits $c = 0$ ist, was in der That bei den tropfbaren Flüssigkeiten eintritt. Das Resultat für D wird sodann nach der Gleichung (81):

$$D = \frac{1}{2} g \frac{H^2}{\cos \varepsilon} \frac{\sin \varphi \sin(90^\circ - \varepsilon - \varphi)}{\cos(90^\circ - \varphi) \cos(\varphi + \varepsilon)} = \frac{1}{2} g \frac{H^2}{\cos \varepsilon},$$

also, wie vorhergesehen ward, wirklich von φ unabhängig, und steht in Uebereinstimmung mit den hydrostatischen Gesetzen. Selbstverständlich folgt der gleiche Werth für D auch aus der speciellen Formel (91), wenn man dort ebenfalls $\alpha = 90^\circ$ und $c = 0$ setzt.

Steht ein cohäsionsloses Hinterfüllungsmateriale in Betracht, oder vernachlässigt man den Einfluss der vorhandenen Cohäsion, so hat man $c = h = 0$, und nach der Formel (93):

$$D = \frac{1}{2} g \frac{H^2}{\cos \varepsilon} \left[\frac{\sin \frac{1}{2}(\alpha - \varepsilon)}{\cos \frac{1}{2}(\alpha + \varepsilon)} \right]^2 = \frac{1}{2} w \frac{H^2}{\cos \varepsilon} \dots \dots (94),$$

woraus unter Rücksichtnahme auf die Formel (4) die Regel sich ergibt, dass in dem angedeuteten Falle der Erddruck eben so gross ist, wie der Druck einer tropfbaren Flüssigkeit mit dem Gewichte:

$$w = g \left[\frac{\sin \frac{1}{2}(\alpha - \varepsilon)}{\cos \frac{1}{2}(\alpha + \varepsilon)} \right]^2 \dots \dots \dots (95)$$

per Cubikeinheit.

Für eine verticale Stützwand ist $\varepsilon = 0$, und hiernach insbesondere:

$$w = g \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} \dots \dots \dots (96).$$

Um daher in denjenigen Fällen, in welchen eine Erdcohäsion nicht in Betracht kommt, den an eine Stützwand sich ergebenden Druck des dahinter gelegenen Erdreiches mit horizontaler Oberfläche zu be-

stimmen, berechne man zunächst das Gewicht per Cubikfuss derjenigen eingebildeten tröpfbaren Flüssigkeit, welche unter sonst gleichen Umständen denselben Druck ausüben müsste; hiernach aber den hydrostatischen Gesetzen gemäss die Grösse dieses Druckes selbst.

Hiebei kommt es, wie man sieht, vor Allem darauf an, den Werth des Factors $\left[\frac{\sin \frac{1}{2}(\alpha - \varepsilon)}{\cos \frac{1}{2}(\alpha + \varepsilon)} \right]^2$ zu bestimmen, mit dem nämlich das per Cubikeinheit gegebene Gewicht der Erde (g) zu multipliciren ist, um jenes der eingebildeten Flüssigkeit (w) zu erhalten.

Indem man diesen Factor derart umstaltet, dass derselbe nur von den Böschungsverhältnissen $\operatorname{tg} \alpha$ und $\operatorname{tg} \varepsilon$, welche in der Regel gegeben sind, abhängt, kann man seinen Werth ohne Zuhilfenahme von trigonometrischen Tafeln berechnen.

Es ist nämlich:

$$\begin{aligned} \frac{w}{g} &= \frac{\sin^2 \left(\frac{\alpha - \varepsilon}{2} \right)}{\cos^2 \left(\frac{\alpha + \varepsilon}{2} \right)} = \frac{1 - \cos(\alpha - \varepsilon)}{1 + \cos(\alpha + \varepsilon)} = \frac{1 - \cos \alpha \cos \varepsilon - \sin \alpha \sin \varepsilon}{1 + \cos \alpha \cos \varepsilon - \sin \alpha \sin \varepsilon} \\ &= \frac{1}{\cos \alpha \cos \varepsilon} - \frac{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \varepsilon}{1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \varepsilon} = \frac{\sqrt{(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha)(1 + \operatorname{tg}^2 \varepsilon)} - 1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \varepsilon}{\sqrt{(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha)(1 + \operatorname{tg}^2 \varepsilon)} + 1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \varepsilon} \quad (97). \end{aligned}$$

Für eine verticale Stützwand ist $\varepsilon = 0$, somit:

$$\frac{w}{g} = \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} - 1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} + 1} \dots \dots \dots (98).$$

Weiter benöthigt man auch den Factor $\frac{1}{\cos \varepsilon} = \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varepsilon}$, dessen Werthe für die zumeist vorkommenden Wandböschungen aus der Tabelle III zu entnehmen sind.

Um die in der Formel (97) angedeutete Rechnung zu umgehen, kann man die folgende Tabelle benützen, in welcher das Resultat von $\frac{w}{g}$ für verschiedene Werthe von $\operatorname{tg} \alpha$ und $\operatorname{tg} \varepsilon$ zusammengestellt sind.

VI. Tabelle*).

$\frac{g}{g'} = \frac{w}{\left[\frac{\sin \frac{1}{2}(\alpha - \varepsilon)}{\cos \frac{1}{2}(\alpha + \varepsilon)} \right]^2} =$		tg ε , für die innere Wandböschung							
		0	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$
tg α , für die natürliche Erdböschung	1·0	0·172	0·144	0·138	0·135	0·131	0·118	0·108	0·094
	1·1	0·196	0·167	0·161	0·157	0·153	0·139	0·129	0·114
	1·2	0·219	0·189	0·184	0·180	0·175	0·161	0·150	0·134
	1·3	0·242	0·212	0·206	0·202	0·197	0·182	0·171	0·155
	1·4	0·265	0·234	0·228	0·223	0·218	0·203	0·192	0·175
	1·5	0·286	0·255	0·249	0·244	0·239	0·224	0·212	0·195
	1·6	0·307	0·275	0·269	0·265	0·260	0·244	0·232	0·214
	1·7	0·327	0·295	0·289	0·284	0·279	0·264	0·251	0·233
	1·8	0·346	0·314	0·308	0·304	0·298	0·283	0·270	0·252
	1·9	0·364	0·332	0·326	0·322	0·317	0·301	0·288	0·270
	2·0	0·382	0·350	0·344	0·339	0·334	0·308	0·306	0·287
2·1	0·399	0·367	0·361	0·356	0·351	0·335	0·322	0·304	

Der Gebrauch dieser Tabelle wird sogleich durch die Bemerkung klar, dass man an der Kreuzungsstelle der zu tg ε und tg α gehörigen zwei Spalten, wovon diese horizontal und jene vertical ist, das nach der Formel (97) berechnete Resultat ein-

*) Diese Tabelle hat der Verfasser zuerst in dem österreichischen Baualmanach für das Jahr 1861 veröffentlicht.

geschrieben findet. Falls man den einen oder den anderen der gegebenen zwei Werthe $\operatorname{tg} \alpha$ und $\operatorname{tg} \varepsilon$, oder vielleicht beide in der Tabelle nicht genau enthalten findet, so kommt das bei derartigen Tabellen übliche Interpolationsverfahren zur Anwendung.

Ex. Es sei der Erddruck an eine liegende Stützmauer zu berechnen, wenn die Oberfläche des Erdreichs horizontal ist, die Cohäsion desselben und die Reibung an der Mauer ausser Betracht bleibt und hiezu folgende Daten bekannt sind:

Höhe der Mauer und der horizontal abgegrenzten Hinterfüllung	$H = 30$ Fuss.
Verhältniss zwischen Anlage und Höhe der inneren Mauerböschung	$\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{1}{6}$
Erdgewicht per Cubikfuss	$g = 85$ Pfd.
Verhältniss zwischen Anlage und Höhe der natürlichen Erdböschung	$\operatorname{tg} \alpha = 1.27$.

Rechnet man zunächst nach der Formel (95), wozu man jedoch trigonometrische Tafeln benöthigt, so hat man, wegen $\alpha = 51^\circ 47'$, $\varepsilon = 9^\circ 28'$,

$$\left(\frac{\alpha - \varepsilon}{2}\right) = 21^\circ 9\frac{1}{2}' \text{ und } \left(\frac{\alpha + \varepsilon}{2}\right) = 30^\circ 37\frac{1}{2}':$$

$$\frac{w}{g} = \left[\frac{\sin \frac{1}{2}(\alpha - \varepsilon)}{\cos \frac{1}{2}(\alpha + \varepsilon)} \right]^2 = 0.176.$$

Um übrigens die trigonometrischen Tafeln entbehrlich zu machen, kann man auch sogleich zur Formel (97) greifen, und hierin $\operatorname{tg} \alpha = 1.27$, $\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{1}{6}$, $\operatorname{tg}^2 \alpha = 1.6129$ und $\operatorname{tg}^2 \varepsilon = \frac{1}{36} = 0.0278$ setzen, wodurch man erhält:

$$\frac{w}{g} = \frac{\sqrt{(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha)(1 + \operatorname{tg}^2 \varepsilon)} - 1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \varepsilon}{\sqrt{(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha)(1 + \operatorname{tg}^2 \varepsilon)} + 1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \varepsilon} = 0.176,$$

wie zuvor.

Endlich kann man zur möglichsten Vereinfachung der durchzuführenden Rechnungsoperationen sowohl die eine als auch die andere Formel bei Seite lassen und unmittelbar die Tabelle VI benützen.

In dieser findet man unter Festhaltung des Werthes von $\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{1}{6}$:

$$\text{Für } \operatorname{tg} \alpha = 1.2 \dots \dots \dots \frac{w}{g} = 0.161,$$

$$\text{„ } \operatorname{tg} \alpha = 1.3 \dots \dots \dots \frac{w}{g} = 0.182,$$

$$\text{Differenz: } 0.1 \dots \dots \dots 0.021,$$

daher, wenn man — da $\operatorname{tg} \alpha = 1.27$ ist — interpolirt:

$$0.1 : 0.021 = (1.27 - 1.20) : x,$$

woraus folgt:

$$x = 0.015 \text{ und } \frac{w}{g} = 0.161 + x = 0.176,$$

ebenfalls wie zuvor.

Indem nun $\frac{w}{g}$ gefunden ist, erhält man, wegen $g = 85$ Pfd., weiter:

$$w = 0.176 g = 14.96 \text{ Pfd.},$$

nämlich das Einheitsgewicht der eingebildeten tropfbaren Flüssigkeit, welche denselben Druck ausüben würde.

Dieser Druck selbst, per Einheit der Mauerlänge verstanden, ist endlich nach der, das hydrostatische Gesetz enthaltenden Formel (94):

$$D = \frac{1}{2} w \frac{H^2}{\cos \varepsilon} = 68.25 \text{ Ctr.},$$

wenn man hiebei $H = 30'$, $w = 14.96$ Pfd., und (nach der Tabelle III) für $\text{tg } \varepsilon = \frac{1}{6}$) $\frac{1}{\cos \varepsilon} = 1.0138$ setzt.

Verlangt man in einem solchen Falle auch die Berücksichtigung des Einflusses der Erdcohäsion, so muss man auf die Formel (93) zurückgehen, und hierin nebst den sonstigen Daten noch die Cohäsionshöhe des Erdreiches einführen.

Ex. Es seien wieder die Daten des vorigen Beispiels vorhanden und überdies soll etwa aus besonderen Versuchen bekannt sein, dass die Cohäsionshöhe des Erdreiches, wenn dieses in der um den Winkel ε geneigten Richtung abgestochen wird, mit $h = 3$ Fuss sich herausstellt. Um nun den unter Mitwirkung der bezüglichen Erdcohäsion entstehenden Erddruck an die Mauer nach der Formel (93) zu berechnen, hat man hierin einerseits wie in dem vorigen Beispiele, $g = 85$ Pfd., $H = 30$ Fuss, $\frac{1}{\cos \varepsilon} = 1.0138$ und

$$\left[\frac{\sin \frac{1}{2} (\alpha - \varepsilon)}{\cos \frac{1}{2} (\alpha + \varepsilon)} \right]^2 = 0.176, \text{ und andererseits } h = 3 \text{ zu setzen.}$$

Hiernach findet man:

$$D = 61.42 \text{ Ctr.},$$

also weniger wie früher, was auch einleuchtend ist, weil durch die Mitwirkung der Erdcohäsion der Erddruck an die Stützwand jedenfalls geringer ausfällt.

Nennt man im Allgemeinen den Erddruck mit Einbeziehung der Erdcohäsionswirkung D_c ,
dagegen jenen ohne Rücksicht darauf D_0 ,

wobei die Zeiger die Cohäsionsgrösse c beziehungsweise $c = 0$ andeuten, so erhält man unter Beibehaltung der sonstigen Bezeichnungen nach den Formeln (93) und (94) das einfache Verhältniss:

$$D_c : D_0 = (H - h) : H = \left(1 - \frac{h}{H}\right) : H,$$

und hieraus:

$$D_c = \left(1 - \frac{h}{H}\right) D_0 \dots \dots \dots (99),$$

wodurch die Grösse des einen Druckes aus jener des anderen leicht ermittelt werden kann.

Ex. In dem ersten der obigen zwei Beispiele wurde gefunden: $D_0 = 68 \cdot 25$ Ctr.; es ist daher für das zweite Beispiel, wegen $H = 30$ und $h = 3$ Fuss, übereinstimmend mit dem dortigen Resultate:

$$D_c = 0 \cdot 9 D_0 = 64 \cdot 12 \text{ Ctr.}$$

Auf eine andere interessante Eigenschaft mag hier noch hingewiesen werden. Setzt man nämlich in der allgemeinen Formel (93) das Product $H(H - h)$ dem Quadrate einer neuen Höhe (H') gleich, also:

$$H(H - h) = H'^2,$$

so erhält man für den unter Mitwirkung der Erddcohäsion entstehenden Erddruck die neue Formel:

$$D = \frac{1}{2} \frac{H'^2}{\cos \varepsilon} \left[\frac{\sin \frac{1}{2}(\alpha - \varepsilon)}{\cos \frac{1}{2}(\alpha + \varepsilon)} \right]^2 \dots \dots (100),$$

welche eben so gestaltet ist, wie die Formel (94), worin der Einfluss der Erddcohäsion ausser Acht gelassen ist, nur mit dem Unterschiede, dass hier H' statt, wie dort, H steht.

Diese Wahrnehmung gibt zur Aufstellung folgender Regel Veranlassung:

Der mit Rücksicht auf die Erddcohäsion entstehende Erddruck auf eine Stützwand von der Höhe H ist eben so gross, wie der Druck des ohne Cohäsion gedachten Erdmaterials auf die Wandhöhe H' unter übrigens

gleichen Umständen, wenn diese neue Höhe nach der Formel:

$$H' = \sqrt{H(H-h)}$$

berechnet wird.

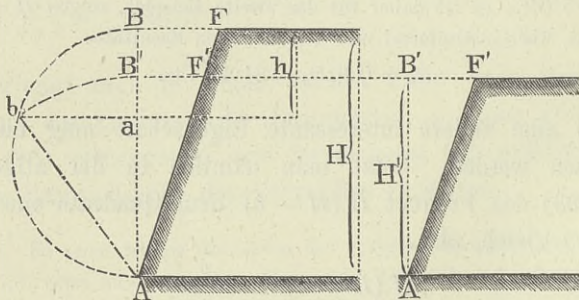
Nach den obigen beispieleisen Daten für $H = 30$ und $h = 3\frac{1}{2}$ Fuss würde man hiernach erhalten:

$$H' = 9\sqrt{10} = 28.46 \text{ Fuss.}$$

Die fragliche Grösse H' lässt sich aus den gegebenen Höhen-dimensionen H und h auch mittelst Zeichnung finden, wie folgt:

Ist (Fig. 35) $\overline{AB} = H$ und $\overline{aB} = h$, so beschreibe man über \overline{AB} einen Halbkreis, stelle $\overline{ab} \perp \overline{AB}$ und ziehe die Sehne

Fig. 35.



\overline{Ab} . Diese letztere stellt die neue Höhe H' vor, weshalb man $\overline{AB'} = \overline{Ab} = H'$ zu machen, und durch B' eine horizontale Ebene zu legen hat, um die Oberfläche des Erdreiches auf die neue Höhe H' zu begrenzen. Denn es ist:

$\overline{Ab} = \sqrt{\overline{AB} \cdot \overline{Aa}} = \sqrt{\overline{AB} (\overline{AB} - \overline{aB})} = \sqrt{H(H-h)}$,
also in der That so gross, wie H' nach der obigen Formel sein soll.

§. 28.

Graphische Darstellung des Erddruckes. Zunächst auf den besonderen Fall

A) übergehend, wenn die Erdcohesion gleich Null ist oder nicht in Betracht kommt, ist die Grösse des Erddruckes nach der Formel (94):

$$D = \frac{1}{2} g \frac{H^2}{\cos \varepsilon} \left[\frac{\sin \frac{1}{2} (\alpha - \varepsilon)}{\cos \frac{1}{2} (\alpha + \varepsilon)} \right]^2.$$

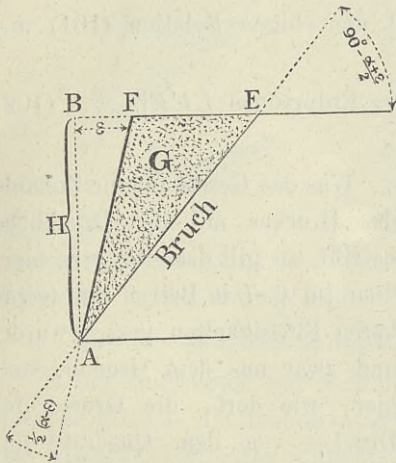
Nach der Formel (90) aber war:

$$G = \frac{1}{2} g \frac{H^2}{\cos \varepsilon} \cdot \frac{\sin \frac{1}{2} (\alpha - \varepsilon)}{\cos \frac{1}{2} (\alpha + \varepsilon)}.$$

Somit ergibt sich:

$$D : G = \sin \frac{1}{2} (\alpha - \varepsilon) : \cos \frac{1}{2} (\alpha + \varepsilon)$$

Fig. 36.



G bezeichnet, wie bekannt, das Gewicht des gefährlichen oder Bruchprismas AFE (Fig. 36). In dem Profile dieses Prismas ist, wie in der Figur bereits eingeschrieben, der Dreieckswinkel bei $A = \frac{1}{2} (\alpha - \varepsilon)$, dagegen jener bei $E = 90^\circ - \frac{1}{2} (\alpha + \varepsilon)$, was man aus den Gleichungen (87) und (88) leicht erkennt. Dieserwegen besteht die Proportion:

$$\overline{FE} : \overline{AF} = \sin \sphericalangle FAE : \sin \sphericalangle AEF = \sin \left(\frac{\alpha - \varepsilon}{2} \right) : \cos \left(\frac{\alpha + \varepsilon}{2} \right)$$

also auch:

$$D : G = \overline{FE} : \overline{AF} \dots \dots \dots (101).$$

Hiernach verhält sich der Erddruck zum Gewichte des Bruchprismas, wie in dem dreieckigen Profile dieses letzteren die horizontale Seite \overline{FE} zur Stützwandseite \overline{AF} .

Auf Grundlage dieser Eigenschaft kann man jetzt ein Erdprisma construiren, dessen Gewicht der Intension des Erddruckes gleich ist.

Zu diesem Behufe zeichne man zuerst die Bruchebene \overline{AE} (Fig. 37), nämlich durch Halbierung des Winkels FAI , mache sodann $\overline{FL} = \overline{FE}$, und berechne das Gewicht des Erdprismas mit dem Profile FLE . Dieses, in der Figur schraffierte,

Erdprisma ist nämlich dasjenige, dessen Gewicht eben so gross wie die Intension des Erddruckes ausfällt. Denn man hat:

$$\triangle LFE : \triangle AFE = \overline{FL} : \overline{AF} = \overline{FE} : \overline{AF},$$

also auch:

$$g \triangle LFE : g \triangle AFE = \overline{FE} : \overline{AF},$$

und wegen $G = g \triangle AFE$:

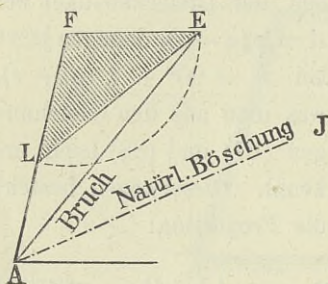
$$g \triangle LFE : G = \overline{FE} : \overline{AF},$$

woraus durch Vergleichung mit der obigen Relation (101) unmittelbar folgt:

$$D = g \triangle LFE = [\text{Gewicht des Erdprismas } LFE] \dots \dots (102)$$

was zu beweisen war*).

Fig. 37.



Was das Gesetz für die Zunahme des Druckes mit der Druckhöhe betrifft, so gilt dasselbe, was hierüber im §. 7 in Betreff der tropfbaren Flüssigkeiten gesagt wurde, und zwar aus dem Grunde, weil hier, wie dort, die Grösse des Druckes von dem Quadrate der Höhe abhängt.

Hiernach können die dortigen Figuren 12 und 13 zur Veranschaulichung des fraglichen Gesetzes auch hier benützt werden.

Indem man nunmehr

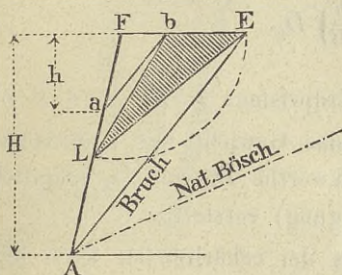
- B) auf den allgemeineren Fall übergeht, in welchem die Erdcohesion bei der Bestimmung des Erddruckes berücksichtigt werden soll, wird man, zum Behufe der grafischen Darstellung des Erddruckes, am besten der Formel (99) die Aufmerksamkeit in der Absicht zuwenden, um zunächst nach den unter A) gegebenen Andeutungen den Erddruck, ohne Rücksicht auf

*) Auf die hier erläuterte Construction hat der Verfasser zuerst in seinem Aufsätze „Grafische Bestimmung des Erddruckes an Futtermauern und deren Widerstandsfähigkeit“ in Försters allgemeiner Bauzeitung vom Jahre 1850 aufmerksam gemacht.

die Cohäsion, mittelst Zeichnung darzustellen, und sodann das Resultat hiefür in dem Verhältnisse $1 : \left(1 - \frac{h}{H}\right)$ oder $H : (H - h)$, und zwar ebenfalls im Wege der Zeichnung zu verkleinern.

In Ausführung dieser Absicht mache man vor Allem die

Fig. 38.



Construction genau so, wie in der vorigen Figur 37, so dass man dadurch die Figur 38 erhält, in welcher das Gewicht des Erdprismas FLE wieder den Erddruck vorstellen würde, wenn die Wirkung der ErdcohäSION ausser Betracht bliebe. Nennt man diesen Erddruck, analog mit der Be-

zeichnung in der Formel (99)..... D_0 , so hat man:

$$D_0 = [\text{Gewicht des Erdprismas } FLE] = g \cdot \triangle FLE.$$

Nun trage man von oben herab die Cohäsionshöhe h , welche der bezüglichen Abstichböschung $\text{tg } \varepsilon$ entspricht, auf, so dass das Niveau des Punktes a um h tiefer liegt, als jenes der Wandkrone F , ziehe hierauf ab parallel zur Bruchfläche AE , und verbinde b mit L . Jetzt ist das, in der Figur schraffierte Erdprisma bLE dasjenige, dessen Gewicht eben so gross ausfällt, wie der Erddruck (D_c) mit Rücksicht auf die ErdcohäSION.

Beweis.

Wegen der Aehnlichkeit der Dreiecke aFb und AFE hat man:

$$\begin{aligned} \overline{bE} : \overline{FE} &= \overline{Aa} : \overline{AF} \\ &= (H - h) : H. \end{aligned}$$

Ferner ist:

$$\triangle LbE : \triangle LFE = \overline{bE} : \overline{FE},$$

daher mit Berücksichtigung der ersten Proportion auch:

$$\triangle LbE : \triangle LFE = (H - h) : H,$$

und hieraus:

$$\triangle LbE = \left(1 - \frac{h}{H}\right) \cdot \triangle LFE;$$

oder mit g multiplicirt und $g \cdot \triangle LFE = D_0$ gesetzt:

$$g \cdot \triangle LbE = \left(1 - \frac{h}{H}\right) D_0.$$

Nach der Gleichung (99) war aber:

$$D_c = \left(1 - \frac{h}{H}\right) D_0,$$

also folgt schliesslich:

$$D_c = g \cdot \triangle LbE = [\text{Gewicht des Erdprismas } LbE], \text{ w. z. b. w.}$$

Zugleich ersieht man, dass das Gewicht des Erdprismas bFL die Differenz der beiden Druckwerthe D_c und D_0 (nämlich mit und ohne Cohäsionsberücksichtigung) vorstellt.

Auch die Zunahme des Druckes der cohäirenden Erde mit der Druckhöhe kann leicht in grafischer Weise versinnlicht werden. Dieses kann, ähnlich wie in den Figuren 12 und 13, auf zweierlei Art geschehen.

Erste Art.

Nach der Gleichung (93) ist der bezügliche Erddruck:

$$D = kH(H - h) \dots \dots \dots (102),$$

wenn man der Kürze wegen

$$k = \frac{1}{2} \frac{g}{\cos \varepsilon} \left[\frac{\sin \frac{1}{2}(\alpha - \varepsilon)}{\cos \frac{1}{2}(\alpha + \varepsilon)} \right]^2$$

setzt.

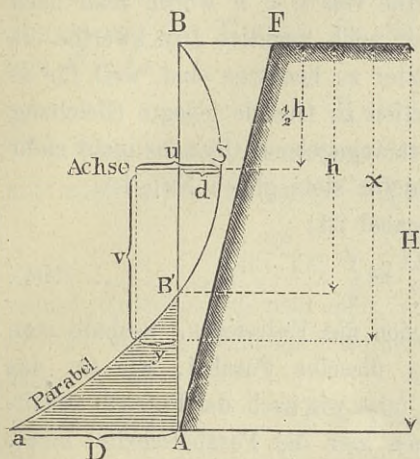
Für eine andere Druckhöhe x , unter sonst gleichen Umständen, kann daher der Erddruck, welcher y heissen soll, durch die Formel:

$$y = kx(x - h) \dots \dots \dots (103)$$

ausgedrückt worden, worin y eben so von x , wie früher D von H , abhängt.

Sieht man die Gleichung (103) als die einer Curve an, wofür die verticalen Druckhöhen x die Abscissen, die Werthe für y aber die horizontalen Ordinaten vorstellen, so erhält man

Fig. 39.



eine gemeine Parabel mit horizontaler Achse und mit dem Scheitel in S , wie dieses insbesondere in der Figur 39 anschaulich gemacht ist. Der Scheitel liegt in der Tiefe $\frac{1}{2}h$ unter der Wandkrone und nach der negativen Ordinate in der Distanz $d = \frac{1}{4}kh^2$ von der Abscissenachse AB entfernt.

Die horizontalen Ordinaten in dem schraffirten Raume stellen nunmehr die Grösse des Erddruckes y für die jeweilige Druckhöhe vor, und zwar in demselben Masstabverhältnisse, in welchem die grösste Ordinate $\overline{Aa} = D$ gezeichnet ist.

Beweis.

Dieser soll umgekehrt, nämlich so geführt werden, dass man aus der Grösse und Lage der angegebenen Parabel die zwischen x und y sich ergebende Gleichung aufsucht und dann nachsieht, ob dieselbe mit jener unter (103) übereinstimmt.

Der parabolischen Gleichung zu Folge ist zunächst:

$$d : \left(\frac{1}{2}h\right)^2 = u : v^2,$$

daher wegen:

$$d = \frac{1}{4}kh^2, \quad u = y + \frac{1}{4}kh^2, \quad v = \left(x - \frac{1}{2}h\right),$$

nach erfolgter Abkürzung:

$$k : 1 = y + \frac{1}{4}kh^2 : \left(x - \frac{1}{2}h\right)^2,$$

woraus sich die Relation:

$$y = kx \left(x - h\right),$$

also in der That jene unter (103) ergibt.

Die erwähnte Parabel ist jedoch nur brauchbar in der Strecke von $x = h$ bis $x = H$, nämlich zwischen B' und a , in

welcher der Erddruck von Null beginnt und bis zur Grösse $\overline{Aa} = D$ zunimmt. Für Werthe von $x < h$ würde man nach der Zeichnung negative y , also auch negative Druckwerthe erhalten, welche jedoch nicht weiter zu benützen sind, weil für so kleine Höhen die der Construction zu Grunde gelegte Gleichung (93) des vorigen §. aus der dort angegebenen Ursache nicht mehr giltig, sondern der Erddruck hierfür stets gleich Null ist.

Der Parameter dieser Parabel ist:

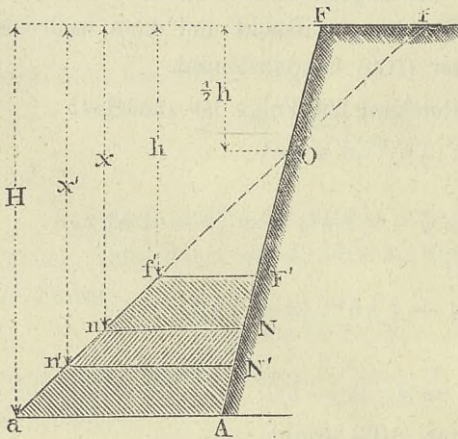
$$P = \frac{v^2}{u} = \frac{\frac{1}{3}h^2}{d^2} = \frac{1}{k} \dots \dots \dots (104),$$

also unabhängig von der Cohäsion des Erdreiches, weshalb man bei der grafischen Darstellung dieselbe Parabel, wie für das cohäsionslos gedachte Erdreich (also wie nach der Fig. 12) erhält, nur mit dem Unterschiede, dass hier der Parabelsichel nicht, wie dort, in B , sondern in S gelegen ist.

Zweite Art.

In der Figur 40 erscheint die Grösse des Erddruckes auf die Druckhöhe x dem Inhalte einer Fläche, nämlich des Trapezes

Fig. 40.



$F'f'Nn$, proportionirt dargestellt, welches sich insbesondere dadurch ergibt, dass man in der halben Cohäsionshöhe O eine beliebig geneigte Gerade \overline{af} zieht und beobachtet, welche Area zwischen dieser Geraden und der Wandböschung $\overline{AF'}$ einerseits, und zwischen den beiden Horizontalen $F'f'$ und Nn andererseits enthalten

ist, wobei das Niveau von F' in der Tiefe h und jenes von N in der Tiefe x unter der Wandkrone liegt.

Die Werthe für den Druck des cohäirenden Erdreiches in den Druckhöhen: h , x und H sind hiernach aufeinanderfolgend proportional den Werthen für die Trapezflächen: Null, $F'f'Nn$ und $F'f'Aa$.

Beweis.

Vermöge der Aehnlichkeit der Dreiecke $O A a$, $O N n$, $O F' f'$ hat man, da ihre Höhen $(H - \frac{1}{2} h)$, $(x - \frac{1}{2} h)$ und $\frac{1}{2} h$ sind:

$$\frac{\overline{Aa}}{(H - \frac{1}{2} h)} = \frac{\overline{Nn}}{(x - \frac{1}{2} h)} = \frac{\overline{F'f'}}{\frac{1}{2} h},$$

welcher Quotient, wie man sieht, von der Variablen x unabhängig ist und mit m bezeichnet werden soll, so dass man schreiben kann:

$$\begin{aligned} \overline{F'f'} &= \frac{1}{2} m h, \\ \overline{Nn} &= m (x - \frac{1}{2} h), \\ \overline{Aa} &= m (H - \frac{1}{2} h). \end{aligned}$$

Hiernach findet man:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\overline{F'f'} + \overline{Nn}}{2} \right) &= \frac{1}{2} m x, \\ \left(\frac{\overline{F'f'} + \overline{Aa}}{2} \right) &= \frac{1}{2} m H, \\ \text{area } F'f'Nn &= \left(\frac{\overline{F'f'} + \overline{Nn}}{2} \right) (x - h) = \frac{1}{2} m x (x - h), \\ \text{area } F'f'Aa &= \left(\frac{\overline{F'f'} + \overline{Aa}}{2} \right) (H - h) = \frac{1}{2} m H (H - h), \end{aligned}$$

somit:

$$\text{area } F'f'Nn : \text{area } F'f'Aa = x(x - h) : H(H - h).$$

Nach der Gleichung (103) ist aber der Erddruck y auf die Höhe x :

$$y = kx(x - h),$$

und der Erddruck D auf die Höhe H laut Gleichung (102):

$$D = kH(H - h),$$

woraus:

$$y : D = x(x - h) : H(H - h),$$

und in Verbindung mit der vorhergehenden Proportion folgt:

$$y : D = \text{area } F'f'Nn : \text{area } F'f'Aa \dots \dots \dots (105),$$

durch welche Relation in der That das oben Gesagte bestätigt wird.

Selbstverständlich darf hier eben so wenig wie in der vorigen Figur $x < h$ werden; auch leuchtet ein, dass die Intension des Erddruckes auf einem Wandstreifen (etwa $\overline{NN'}$), welcher zwischen den Druckhöhen x und x' liegt, mit der Grösse des zur Höhendifferenz $(x' - x)$ gehörigen Trapezes $NnN'n'$ proportional ist.

Für ein cohäsionsloses Erdreich fallen, wegen $h = 0$, die Punkte F' und O in die Wandkrone F , und die von $\overline{F'f'}$ aus gezählten Trapeze gehen (so wie in der Fig. 13) insbesondere in Dreiecke über.

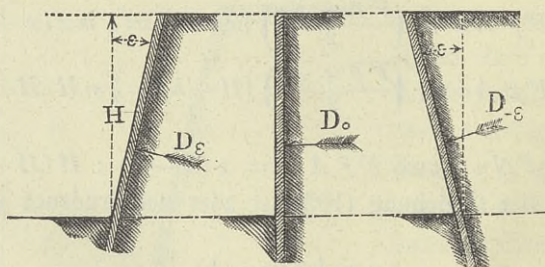
§. 29.

Einfluss der Richtung der Stützwand auf die Grösse des Erddruckes.

A. Wenn keine Erdcohesion in Rechnung zu bringen ist.

Für eine liegende Stützwand mit dem Neigungswinkel ε

Fig. 41. Fig. 42. Fig. 43.



gegen das Loth (Fig. 41) ist der Erddruck, er werde mit D_ε bezeichnet, nach der Formel (94):

$$D_\varepsilon = \frac{1}{2} g \frac{H^2}{\cos \varepsilon} \left[\frac{\sin \frac{1}{2} (\alpha - \varepsilon)}{\cos \frac{1}{2} (\alpha + \varepsilon)} \right]^2;$$

dagegen für eine überhängende mit demselben Neigungswinkel, also in entgegengesetzter Richtung (Fig. 43):

$$D_{-\varepsilon} = \frac{1}{2} g \frac{H^2}{\cos \varepsilon} \left[\frac{\sin \frac{1}{2} (\alpha + \varepsilon)}{\cos \frac{1}{2} (\alpha - \varepsilon)} \right]^2,$$

indem man nämlich in der vorigen Gleichung das Zeichen von ε ändert.

Hieraus folgt zunächst:

$$\begin{aligned} D_{\varepsilon} : D_{-\varepsilon} &= \left[\sin \frac{1}{2} (\alpha - \varepsilon) \cos \frac{1}{2} (\alpha - \varepsilon) \right]^2 : \left[\sin \frac{1}{2} (\alpha + \varepsilon) \cos \frac{1}{2} (\alpha + \varepsilon) \right]^2 \\ &= \sin^2 (\alpha - \varepsilon) : \sin^2 (\alpha + \varepsilon) \\ &= (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \varepsilon)^2 : (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \varepsilon)^2, \end{aligned}$$

somit:

$$D_{-\varepsilon} = \left[\frac{\sin (\alpha + \varepsilon)}{\sin (\alpha - \varepsilon)} \right]^2 D_{\varepsilon} = \left(\frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \varepsilon}{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \varepsilon} \right)^2 D_{\varepsilon} \dots \dots (106),$$

wornach $D_{-\varepsilon}$ aus D_{ε} , und zwar durch den letzten Ausdruck ohne Zuhilfenahme von trigonometrischen Tafeln, berechnet werden kann.

Ex. In dem ersten Beispiele auf Seite 92 wurde für $H = 30$ Fuss, $g = 85$ Pfd., $\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{1}{4}$ und $\operatorname{tg} \alpha = 1.27$ gefunden: $D_{\varepsilon} = 68.25$ Ctr., welches Resultat sich auf eine liegende Stützwand bezieht. Für eine überhängende Stützwand mit derselben Neigung gegen das Loth erhält man daher unter sonst gleichen Umständen:

$$D_{-\varepsilon} = \left(\frac{\sin 61^{\circ} 15'}{\sin 42^{\circ} 19'} \right)^2 D_{\varepsilon} = \left(\frac{431}{331} \right)^2 D_{\varepsilon} = 1.696 D_{\varepsilon} = 115.75 \text{ Ctr.}$$

Zu Folge der Gleichung (106) wird ferner:

$$D_{-\varepsilon} > D_{\varepsilon} \dots \dots \dots (107),$$

weil für Erdmateriale $\alpha < 90^{\circ}$ ist; nur für tropfbare Flüssigkeiten wäre, wegen $\alpha = 90^{\circ}$, zwischen D_{ε} und $D_{-\varepsilon}$ kein Unterschied vorhanden, worauf schon im §. 7 hingewiesen wurde.

Ist die Stützwand vertical, d. i. $\varepsilon = 0$, wie in der Fig. 42, so erhält man:

$$D_0 = \frac{1}{2} g \frac{H^2}{\cos \varepsilon} \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2},$$

und durch Vergleichung mit D_{ε} und $D_{-\varepsilon}$ die Proportion:

$$D_{\varepsilon} : D_0 : D_{-\varepsilon} = \frac{\left[\frac{\sin \frac{1}{2} (\alpha - \varepsilon)}{\cos \frac{1}{2} (\alpha + \varepsilon)} \right]^2}{\cos \varepsilon} : \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} : \frac{\left[\frac{\sin \frac{1}{2} (\alpha + \varepsilon)}{\cos \frac{1}{2} (\alpha - \varepsilon)} \right]^2}{\cos \varepsilon},$$

woraus man unter den gewöhnlichen praktischen Verhältnissen findet:

$$D_\varepsilon < D_0 < D_{-\varepsilon} \dots \dots \dots (108^*).$$

Die Grösse des Erddruckes an eine liegende Stützwand ist daher kleiner, und an eine überhängende grösser, als an die vertical gerichtete unter sonst gleichen Umständen. Ueberhaupt nimmt der Erddruck zu mit dem Winkel, den die Wand mit der natürlichen Böschung einschliesst.

Hiernach sind die Gesetze des Erddruckes in der ange deuteten Beziehung wesentlich verschieden von den hydrostatischen Gesetzen, weil — wie aus dem §. 7 so wie aus dem Schlussabsatze der unten stehenden Anmerkung hervorgeht — der hydrostatische Druck an eine Stützwand bei der lothrechten Stellung am kleinsten ist, mit der Abweichung von dieser Stellung aber allmählig zunimmt, und zwar in ganz gleicher Weise, ob die ge-

*) Um dieses zu erkennen, untersuche man das vierte Glied der obigen Proportion, aus welchem für $\varepsilon = 0$ das fünfte, und indem man $-\varepsilon$ anstatt ε setzt, das sechste Glied derselben entsteht. Dieses vierte Glied, es werde mit $f(\varepsilon)$ bezeichnet, heisst:

$$f(\varepsilon) = \frac{1}{\cos \varepsilon} \left[\frac{\sin \frac{1}{2}(\alpha - \varepsilon)}{\cos \frac{1}{2}(\alpha + \varepsilon)} \right]^2 = \frac{1}{\cos \varepsilon} \left[\frac{1 - \cos(\alpha - \varepsilon)}{1 + \cos(\alpha + \varepsilon)} \right];$$

daher ist:

$$\begin{aligned} \frac{df(\varepsilon)}{d\varepsilon} &= \left\{ \frac{1 - \cos(\alpha - \varepsilon)}{1 + \cos(\alpha + \varepsilon)} \right\} \frac{\sin \varepsilon}{\cos^2 \varepsilon} + \\ &= \frac{1}{\cos \varepsilon} \left\{ \frac{-\sin(\alpha - \varepsilon)[1 + \cos(\alpha + \varepsilon)] + \sin(\alpha + \varepsilon)[1 - \cos(\alpha - \varepsilon)]}{[1 + \cos(\alpha + \varepsilon)]^2} \right\} \\ &= \frac{\sin \varepsilon [1 - \cos(\alpha - \varepsilon)][1 + \cos(\alpha + \varepsilon)] - 2 \cos \alpha \cos \varepsilon (\sin \alpha - \sin \varepsilon)}{\cos^2 \varepsilon [1 + \cos(\alpha + \varepsilon)]^2} \\ &= \frac{4 \sin \varepsilon \sin^2 \frac{1}{2}(\alpha - \varepsilon) \cos^2 \frac{1}{2}(\alpha + \varepsilon) - 4 \cos \alpha \cos \varepsilon \sin \frac{1}{2}(\alpha - \varepsilon) \cos \frac{1}{2}(\alpha + \varepsilon)}{4 \cos^2 \varepsilon \cos^4 \frac{1}{2}(\alpha + \varepsilon)} \\ &= \frac{\sin \frac{1}{2}(\alpha - \varepsilon)}{\cos^2 \varepsilon \cos^3 \frac{1}{2}(\alpha + \varepsilon)} \left\{ \sin \varepsilon \sin \frac{1}{2}(\alpha - \varepsilon) \cos \frac{1}{2}(\alpha + \varepsilon) - \cos \alpha \cos \varepsilon \right\} \\ &= \frac{\sin \frac{1}{2}(\alpha - \varepsilon)}{\cos^2 \varepsilon \cos^3 \frac{1}{2}(\alpha + \varepsilon)} \left\{ \frac{1}{2} \sin \varepsilon (\sin \alpha - \sin \varepsilon) - \cos \alpha \cos \varepsilon \right\} \\ &= \frac{\sin \frac{1}{2}(\alpha - \varepsilon)}{2 \cos^2 \varepsilon \cos^3 \frac{1}{2}(\alpha + \varepsilon)} \left\{ -\cos(\alpha + \varepsilon) - \cos \alpha \cos \varepsilon - \sin^2 \varepsilon \right\}, \end{aligned}$$

dachte Abweichung positiv oder negativ, d. h. ob die Wand liegend oder überhängend angenommen wird.

B. Mit Rücksicht auf die Erdcohesion.

Nennt man jetzt in den neuerdings zu vergleichenden Fällen (Fig. 41, 42, 43) die Cohäsionshöhen des Erdreiches aufeinanderfolgend h_ε , h_0 und $h_{-\varepsilon}$, je nachdem ε positiv, Null oder negativ ist, so erhält man unter Beibehaltung der sonstigen Bezeichnungen zunächst mit Bezug auf die Formeln (56), (57) und (58):

$$h_\varepsilon = \frac{2c}{g} \frac{\sin \alpha \cos \varepsilon}{\sin^2 \frac{1}{2} (\alpha - \varepsilon)}$$

$$h_0 = \frac{2c}{g} \frac{\sin \alpha}{\sin^2 \frac{1}{2} \alpha} = \frac{4c}{g} \cotg \frac{1}{2} \alpha$$

$$h_{-\varepsilon} = \frac{2c}{g} \frac{\sin \alpha \cos \varepsilon}{\sin^2 \frac{1}{2} (\alpha + \varepsilon)},$$

und für die Grösse des bezüglichen Erddruckes auf Grundlage der Formel (93):

$$D_\varepsilon = \frac{1}{2} g \frac{H^2}{\cos \varepsilon} \left(1 - \frac{h_\varepsilon}{H}\right) \left[\frac{\sin \frac{1}{2} (\alpha - \varepsilon)}{\cos \frac{1}{2} (\alpha + \varepsilon)}\right]^2$$

$$D_0 = \frac{1}{2} g \frac{H^2}{\cos \varepsilon} \left(1 - \frac{h_0}{H}\right) \operatorname{tg}^2 \frac{1}{2} \alpha.$$

$$D_{-\varepsilon} = \frac{1}{2} g \frac{H^2}{\cos \varepsilon} \left(1 - \frac{h_{-\varepsilon}}{H}\right) \left[\frac{\sin \frac{1}{2} (\alpha + \varepsilon)}{\cos \frac{1}{2} (\alpha - \varepsilon)}\right]^2,$$

d. h. dieser Differentialquotient wird unter den gewöhnlichen praktischen Verhältnissen, wornach α zwischen 45° und 60° gelegen ist, und ε numerisch genommen nicht grösser als 15° wird, negativ: was anzeigt, dass der Werth von $f(\varepsilon)$, also auch von D_ε , abnimmt, wenn ε zunimmt und umgekehrt, wodurch die Relation (108) ihre Bestätigung findet.

Für $\alpha = 90^\circ$ (also für tropfbare Flüssigkeiten) ist jedoch diese Relation nicht gültig, weil dann

$$\frac{df(\varepsilon)}{d\varepsilon} = \frac{\sin \varepsilon (1 - \sin \varepsilon)}{2 \cos^2 \varepsilon \cos^2 \left(45^\circ + \frac{\varepsilon}{2}\right)} = \frac{\sin \varepsilon}{\cos^2 \varepsilon} = \operatorname{tg} \varepsilon \cdot \sec \varepsilon,$$

also nicht mehr ein und dasselbe Zeichen beibehält, sondern, je nachdem ε positiv oder negativ ist, ebenfalls positiv oder negativ wird, und so den Minimalwerth für $\varepsilon = 0$ erreicht. Die Richtigkeit des letztgedachten Differentialquotienten ergibt sich übrigens auch aus der Bemerkung, dass für $\alpha = 90^\circ$ der oben mit $f(\varepsilon)$ bezeichnete Werth in $f(\varepsilon) = \frac{1}{\cos \varepsilon}$ übergeht.

wozu bemerkt wird, dass bei dem Umstande, als für die in der Praxis (übrigens nur selten) vorkommenden überhängenden Stützwände der Böschungswinkel ε jedenfalls kleiner als 15 Grade sein wird, es keinem Anstande unterliegt, hier auch von der Formel (58) Gebrauch zu machen.

Hiernach ergibt sich folgende Proportion:

$$D_{\varepsilon} : D_0 : D_{-\varepsilon} = \frac{1}{\cos \varepsilon} \left(1 - \frac{h_{\varepsilon}}{H}\right) \left[\frac{\sin \frac{1}{2}(\alpha - \varepsilon)}{\cos \frac{1}{2}(\alpha + \varepsilon)}\right]^2 : \\ \left(1 - \frac{h_0}{H}\right) \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} : \frac{1}{\cos \varepsilon} \left(1 - \frac{h_{-\varepsilon}}{H}\right) \left[\frac{\sin \frac{1}{2}(\alpha + \varepsilon)}{\cos \frac{1}{2}(\alpha - \varepsilon)}\right]^2 .$$

Nun wurde aber in dem vorigen Absatze unter lit. A, wo keine Cohäsion in Rechnung genommen ward, gefunden:

$$\frac{1}{\cos \varepsilon} \left[\frac{\sin \frac{1}{2}(\alpha - \varepsilon)}{\cos \frac{1}{2}(\alpha + \varepsilon)}\right]^2 < \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} < \frac{1}{\cos \varepsilon} \left[\frac{\sin \frac{1}{2}(\alpha + \varepsilon)}{\cos \frac{1}{2}(\alpha - \varepsilon)}\right]^2 ,$$

und überdies hat man wegen der Relation (59):

$$h_{\varepsilon} > h_0 > h_{-\varepsilon}$$

also auch:

$$\left(1 - \frac{h_{\varepsilon}}{H}\right) < \left(1 - \frac{h_0}{H}\right) < \left(1 - \frac{h_{-\varepsilon}}{H}\right) ;$$

weshalb durch Multiplication der analogen Glieder dieser und der ersten Ungleichung die neue entsteht:

$$D_{\varepsilon} < D_0 < D_{-\varepsilon} \dots \dots \dots (109),$$

so dass der Hauptsache nach das unter lit. A auf Basis der dortigen Relation (108) Gesagte auch gegenwärtig noch seine Giltigkeit beibehält.

§. 30.

Mittelpunkt des Erddruckes. Ist eine Cohäsion des Erdreiches nicht in Rechnung zu nehmen, so steht die Grösse des Erddruckes im quadratischen Verhältnisse mit der Druckhöhe, also eben so, wie solches in Bezug auf den hydrostatischen Druck der Fall ist, weshalb dann der Mittelpunkt des Druckes, hier wie dort, in dem dritten Theile der Druckhöhe, von der Wandbasis an gerechnet, sich befindet.

Eine andere Lage nimmt jedoch der Mittelpunkt des Erddruckes ein, wenn hiebei eine Cohäsion des Erdreiches in Rech-

nung zu kommen hat. Zur diesfälligen Untersuchung stehe die Fig. 44 in Betracht; man bestimme hiebei die Lage des Druckmittelpunktes M , dessen Abstand von der Wandbasis mit e bezeichnet werden soll.

Man nenne:

H .. die ganze Wandhöhe \overline{AB} ;

D .. die Grösse des in dieser Höhe stattfindenden Erddruckes;

h .. die Cohäsionshöhe, innerhalb welcher daher kein Erddruck vorhanden ist;

x .. eine beliebig gewählte Druckhöhe;

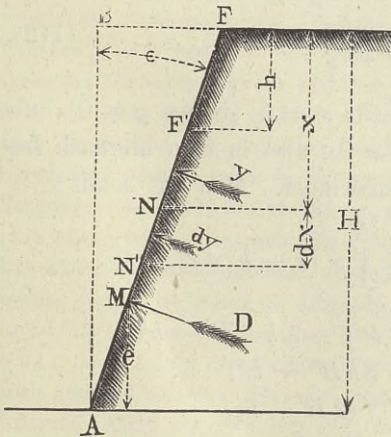
y .. den innerhalb derselben entstehenden Erddruck;

dx .. die unendlich kleine Vergrößerung der Druckhöhe x ;

dy .. die unendlich kleine Zunahme des Erddruckes y , welche zugleich den Erddruck auf das Wandelement $\overline{NN'}$ vorstellt; und

behalte die sonstigen Bezeichnungen: α , ε und g bei.

Fig. 44.



Nummehr kommt der Satz der statischen Momente in Betracht, wornach in Bezug auf irgend eine beliebige Drehungsachse das statische Moment des resultirenden Erddruckes D gleich sein muss der Summe der statischen Momente aller unendlich kleinen Drücke auf die einzelnen Wandelemente.

Da die Wahl der Drehungsachse hiezu, wie gesagt, ganz beliebig ist, so nehme man sie derart an, dass die Untersuchung am bequemsten wird.

Dieses geschieht, wenn man sich die Drehungsachse am Fusse der Stützwand A vorstellt; man findet hiernach die Bedingungsgleichung:

$$D \cdot \overline{AM} = \int_{x=h}^{x=H} \overline{AN} \cdot dy \dots\dots\dots (110)$$

wobei die angedeuteten Integrationsgrenzen sich aus der Betrachtung ergeben, dass nur die Wandelemente zwischen F' und A gedrückt werden, während jene zwischen F und F' , innerhalb der Cohäsionshöhe h , keinen Erddruck erleiden.

Nun ist aber:

$$\overline{AM} = \frac{e}{\cos \varepsilon} \text{ und } \overline{AN} = \left(\frac{H-x}{\cos \varepsilon} \right),$$

also auch:

$$De = \int_{x=h}^{x=H} (H-x) dy \dots\dots\dots (111),$$

worin laut der Gleichungen (102) und (103) die Werthe für D und y folgende sind:

$$D = k H (H-h), \quad y = k x (x-h).$$

Allgemein ist:

$$\int (H-x) dy = (H-x) y + \int y dx,$$

daher insbesondere:

$$\int_{x=h}^{x=H} (H-x) dy = \int_h^H y dx \dots\dots\dots (112),$$

weil das Glied $(H-x) y$ sowol für $x=h$ (wegen $y=0$), als auch für $x=H$ (wegen $H-x=0$), also in dem hiernach begrenzten Integrale jedenfalls verschwindet. Man hat somit:

$$\begin{aligned} De &= \int_h^H y dx = k \int_h^H x(x-h) dx \\ &= k \left[\frac{1}{3} (H^3 - h^3) - \frac{1}{2} h (H^2 - h^2) \right] \\ &= \frac{1}{6} k (2H^3 - 3hH^2 + h^3) \\ &= \frac{1}{6} k (H-h)^2 (2H+h), \end{aligned}$$

und, statt D den dazu gehörigen Werth gesetzt:

$$\begin{aligned} e &= \frac{1}{6H} (H-h) (2H+h) = \frac{1}{3} H \left(1 - \frac{h}{H} \right) \left(1 + \frac{h}{2H} \right) \\ &= \frac{1}{3} H \left(1 - \frac{h}{2H} - \frac{h^2}{2H^2} \right) = \frac{1}{3} H \left[1 - \frac{1}{2} \frac{h}{H} \left(1 + \frac{h}{H} \right) \right] (113). \end{aligned}$$

Für $h = 0$ wird, wie es sein soll, $e = \frac{1}{3} H$; für $h > 0$ aber findet man $e < \frac{1}{3} H$.

Bei cohärirendem Erdmateriale liegt daher der Mittelpunkt des Erddruckes verhältnissmässig tiefer, als bei nicht cohärirendem, und zwar desto tiefer, je grösser die Erdcohäsion ist.

Nachstehende Tabelle enthält einige zusammengehörige Werthe von $\frac{e}{H}$ und $\frac{h}{H}$.

VII. Tabelle.

$\frac{h}{H}$	$\frac{e}{H}$	$\frac{h}{H}$	$\frac{e}{H}$	$\frac{h}{H}$	$\frac{e}{H}$
0.1	0.315	0.4	0.240	0.7	0.135
0.2	0.293	0.5	0.208	0.8	0.093
0.3	0.268	0.6	0.173	0.9	0.084

Coulomb und Navier haben in ihren auf diesen Gegenstand Bezugnehmenden Untersuchungen das dabei vorkommende Integrale zwischen den Grenzen $x = 0$ und $x =$ der ganzen Druckhöhe entwickelt. Zur Rechtfertigung bemerkte Navier hierüber, dass, wenn auch der Erddruck innerhalb der Cohäsionshöhe gleich Null sei, daraus doch nicht folge, es müsse auch die Summe der statischen Druckmomente innerhalb dieser Höhe verschwinden; deshalb seien die Grenzen für das fragliche Integrale nach dem Vorgange von Coulomb zu wählen, die Resultate von Prony und Français aber, welche einerseits die Cohäsionshöhe und andererseits die ganze Druckhöhe als Integralgrenzen angenommen hatten, als unrichtig zu verwerfen. Darauf ist jedoch zu entgegnen, dass innerhalb der Cohäsionshöhe die Summe der statischen Druckmomente allerdings gleich Null sein muss, weil keines der dortigen Wanelemente einen Druck erleidet, also auch daselbst keinerlei Momente entstehen können, weshalb das diesfällige Integrale nicht nur zwischen den Grenzen $x = h$ und $x = H$ genommen werden kann, sondern um so mehr genommen werden muss, als für alle zwischen 0 und h gelegenen Höhenwerthe von x die für den Erddruck gefundenen Formeln gar nicht mehr gültig sind.

Hiernach leuchtet die Unhaltbarkeit der von Navier versuchten Rechtfertigung ein, welche somit nicht weiter in Betracht zu kommen hat.

Um den fraglichen Druckmittelpunkt mittels Zeichnung zu finden, kehre man zu der, in der Fig. 40 erläuterten grafischen Darstellung zurück, wornach der Erddruck innerhalb der Cohäsionshöhe gleich Null ist, jener auf die Wandflächen $\overline{AF'}$, $\overline{NF'}$ und $\overline{NN'}$ aber aufeinanderfolgend durch die Trapeze $AaF'f'$, $NnF'f'$ und $NnN'n'$ repräsentirt wird.

Denkt man sich die Punkte N und N' unendlich nahe, so ist $(x' - x) = dx$, und der Erddruck dy auf das Wanelement $\overline{NN'}$ durch das unendlich kleine Trapez $NnN'n'$ dargestellt.

In der obigen Gleichung (111) kann man daher setzen:

$$D = \text{area } AaF'f', \quad dy = \text{area } NnN'n',$$

wodurch man findet:

$$e = \frac{\int_{x=h}^{x=H} \text{area } NnN'n' \cdot (H-x)}{\text{area } AaF'f'}.$$

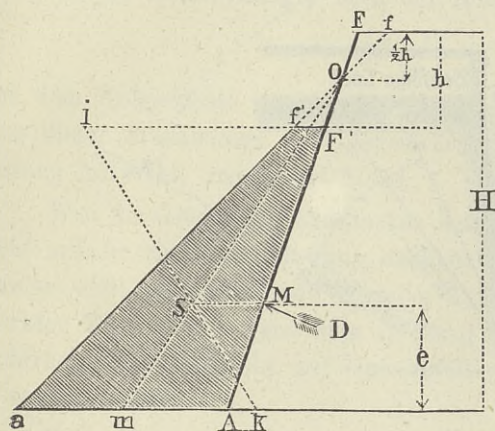
Diese Gleichung in Worten ausgedrückt heisst: Der Werth von e ist gleich der Summe der statischen Momente aller Trapezelemente zwischen F' und A in Bezug auf die Drehungsachse \overline{Aa} , dividirt durch die ganze Trapezfläche innerhalb derselben Grenzen. Indem man aber dieselbe Rechnung durchzuführen hat, wenn man den Schwerpunkt des ganzen Trapezes aufsucht, so bedeutet e offenbar den Abstand dieses Schwerpunktes von der Basis \overline{Aa} , wodurch die Construction von e leicht ausführbar ist.

Man mache nämlich (Fig. 45) zuerst $\overline{OF} = \overline{OF'}$, wobei der Wandtheil $\overline{FF'}$ in der Cohäsionshöhe h liegt, ziehe durch O die sonst beliebige Gerade \overline{af} , und begrenze durch die Horizontalen \overline{Aa} und $\overline{F'f'}$ das Trapez $AaF'f'$. Nun suche man den Schwerpunkt S dieses Trapezes, indem man die Seite \overline{Aa} in m halbirt, die Gerade \overline{mO} zieht und den Durchschnitt S sucht, den dieselbe mit der zweiten Geraden \overline{ik} (wobei $\overline{Ak} = \overline{F'f'}$ und $\overline{if'} = \overline{Aa}$ ist) bildet.

Dieser Schwerpunkt S liegt mit dem Druckmittelpunkt M in dem gleichen Niveau, weshalb schliesslich, um M zu finden, \overline{MS} horizontal zu ziehen ist.

Will man den Mittelpunkt des Druckes für einen beliebigen Wandstreifen $\overline{NN'}$ (Fig. 40) finden, so leuchtet ein, dass man

Fig. 45.



auch in einem solchen Falle ebenfalls nur den Schwerpunkt desjenigen Trapezes aufzusuchen hat, dessen Inhalt die Grösse des bezüglichen Druckes vorstellt. Dieses Trapez ist das in der Fig. 40 mit $NnNn'$ bezeichnete, und sein Schwerpunkt liegt in demselben Niveau, wie der fragliche Mittel-

punkt des in Betracht kommenden Druckes, welcher nämlich auf den Wandstreifen $\overline{NN'}$ stattfindet.

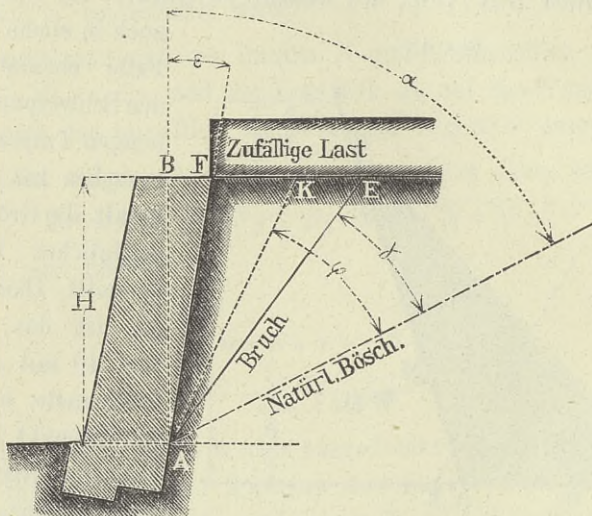
§. 31.

Einfluss einer zufälligen Belastung des hinter einer Stützwand aufgeschichteten Erdreiches auf den Erddruck. Es leuchtet ein, dass bei dem Vorhandensein einer zufälligen Belastung der Erddruck grösser entfallen muss, als ohne eine solche. Um sogleich einen bestimmten Fall zu untersuchen, werde eben so, wie im §. 25, angenommen, dass die zufällige Belastung auf der horizontalen Oberfläche des Erdreiches gleichmässig vertheilt, und das auf die Quadratureinheit entfallende Gewicht p sei.

Zur Behandlung dieses, in der Fig. 46 dargestellten Falles beachte man, in Uebereinstimmung mit der Bemerkung im §. 25,

dass der Vorgang bei der Berechnung der Grösse des Erddruckes im Allgemeinen der nach §. 13 einzuhaltende ist, nur mit dem Unterschiede, dass man hier nicht, wie dort, für X das alleinige

Fig. 46.



Gewicht des Erdprismas AFK zu setzen, sondern hierin auch die auf der Strecke \overline{FK} vorkommende zufällige Belastung, nämlich $p \cdot \overline{FK}$, einzubeziehen hat. Es ist daher:

$$\begin{aligned}
 X &= g \cdot \triangle AFK + p \cdot \overline{FK} \\
 &= \frac{1}{2} g \cdot H \cdot \overline{FK} + p \cdot \overline{FK} \\
 &= \frac{1}{2} g \left(1 + \frac{2p}{gH} \right) H \cdot \overline{FK} \\
 &= \frac{1}{2} g' \cdot H \cdot \overline{FK} \dots \dots \dots (114),
 \end{aligned}$$

wenn man abkürzend:

$$g' = g \left(1 + \frac{2p}{gH} \right) = g + \frac{2p}{H} \dots \dots \dots (115)$$

setzt.

Diese Relationen zeigen an, dass der Erddruck mit Rücksicht auf die Wirkung der zufälligen Belastung eben so gross ausfällt, wie wenn keine zu-

fällige Belastung vorhanden wäre, dafür aber das Erdreich das grössere Gewicht g' per Cubikeinheit hätte.

Man kann daher die Resultate im §. 27 beibehalten, wenn man hierin überall, wo g vorkommt, den erhöhten Werth g' nach der Gleichung (115) substituirt.

Da der Bruchwinkel γ nach der Relation (87), nämlich

$$\gamma = \left(\frac{\alpha - \varepsilon}{2} \right)$$

von dem Erdgewichte unabhängig ist, so ergibt sich zunächst, dass dieser Bruchwinkel auch gegenwärtig, wo die zufällige Belastung mitwirkt, ungeändert bleibt.

Was die Grösse des Erddruckes betrifft, welcher mit Rücksicht auf die zufällige Belastung entsteht, und mit D' bezeichnet werden soll, so findet man dieselbe auf Grundlage der vorbemerkten Eigenschaft, wenn man in der Formel (91), welche den Erddruck ohne Rücksicht auf eine zufällige Belastung darstellt, g anstatt g setzt.

Hiernach hat man:

$$D' = \frac{1}{2} g' \frac{H^2}{\cos \varepsilon} \left[\frac{\sin^2 \left(\frac{\alpha - \varepsilon}{2} \right) - \frac{2c}{g'H} \sin \alpha \cos \varepsilon}{\cos^2 \left(\frac{\alpha + \varepsilon}{2} \right)} \right],$$

daher, indem man für g' den Werth aus (115) substituirt:

$$\begin{aligned} D' &= \frac{1}{2} g \left(1 + \frac{2p}{gH} \right) \frac{H^2}{\cos \varepsilon} \left[\frac{\sin^2 \left(\frac{\alpha - \varepsilon}{2} \right) - \frac{2c}{gH \left(1 + \frac{2p}{gH} \right)} \sin \alpha \cos \varepsilon}{\cos^2 \left(\frac{\alpha + \varepsilon}{2} \right)} \right] \\ &= \frac{1}{2} (gH + 2p) \frac{H}{\cos \varepsilon} \left[\frac{\sin^2 \left(\frac{\alpha - \varepsilon}{2} \right) - \left(\frac{2c}{gH + 2p} \right) \sin \alpha \cos \varepsilon}{\cos^2 \left(\frac{\alpha + \varepsilon}{2} \right)} \right] \\ &= \frac{1}{2} \frac{H}{\cos \varepsilon} \left[\frac{(gH + 2p) \sin^2 \left(\frac{\alpha - \varepsilon}{2} \right) - 2c \sin \alpha \cos \varepsilon}{\cos^2 \left(\frac{\alpha + \varepsilon}{2} \right)} \right] \dots (116) \end{aligned}$$

Nennt man h diejenige Wandhöhe, innerhalb welcher der Erddruck Null ist, so hat man $D' = 0$ für $H = h$, somit:

$$(gh + 2p) \sin^2 \left(\frac{\alpha - \varepsilon}{2} \right) = 2c \sin \alpha \cos \varepsilon \dots \dots (117),$$

und hieraus:

$$h = \frac{2c \sin \alpha \cos \varepsilon}{g \sin^2 \left(\frac{\alpha - \varepsilon}{2} \right)} - \frac{2p}{g} \dots \dots \dots (118),$$

welche Gleichung mit jener unter (75) übereinstimmt, was auch zu erwarten war, weil h offenbar die Cohäsionshöhe des Erdreiches mit Rücksicht auf die zufällige Belastung bedeutet.

Setzt man den aus (117) für $2c \sin \alpha \cos \varepsilon$ folgenden Werth in die Gleichung (116) ein, so erhält man:

$$D' = \frac{1}{2} g \frac{H(H-h)}{\cos \varepsilon} \left[\frac{\sin \frac{1}{2}(\alpha - \varepsilon)}{\cos \frac{1}{2}(\alpha + \varepsilon)} \right]^2 \dots \dots \dots (119),$$

und, mit Rücksicht auf die Gleichung (76), weiter:

$$D' = \frac{1}{2} g \frac{H \left(H - h + \frac{2p}{g} \right)}{\cos \varepsilon} \left[\frac{\sin \frac{1}{2}(\alpha - \varepsilon)}{\cos \frac{1}{2}(\alpha + \varepsilon)} \right]^2 \dots \dots (120).$$

Durch Vergleichung dieses Resultates mit jenem unter (93) ergibt sich die Regel, dass der Erddruck (D') mit Rücksicht auf die zufällige Belastung eben so berechnet wird, wie jener (D) ohne Rücksicht auf eine solche, nur hat man hiebei anstatt der Cohäsionshöhe (h) des unbelasteten, die Cohäsionshöhe (h) des belasteten Erdreiches einzuführen.

Demgemäss entsteht die Proportion:

$$\left. \begin{aligned} D : D' &= (H - h) : (H - h) \dots \dots \dots \\ &= (H - h) : \left(H - h + \frac{2p}{g} \right) \dots \dots \dots \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (121),$$

woraus sich ergibt:

$$D' = \left(\frac{H - h + \frac{2p}{g}}{H - h} \right) D = \left[1 + \frac{2p}{g(H-h)} \right] D \dots \dots (122),$$

so dass man den Druck des belasteten Erdreiches auch findet, wenn man jenen des unbelasteten mit dem Coefficienten $\left[1 + \frac{2p}{g(H-h)} \right]$

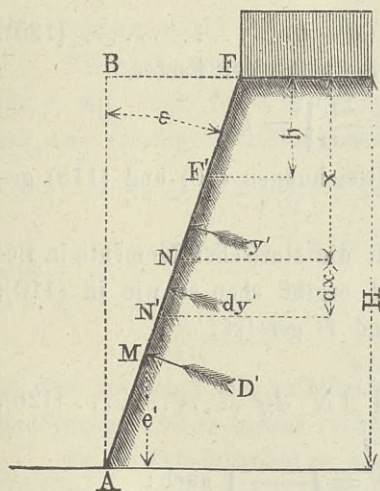
multiplicirt, welche einfache Regel sich zur Anwendung besonders empfiehlt.

Hat das Erdreich keine Cohäsion, ist also $h = 0$, so geht der letztgenannte Coefficient in $\left(1 + \frac{2p}{gH}\right)$ über, und man erhält:

$$D' = \left(1 + \frac{2p}{gH}\right) D \dots \dots \dots (123).$$

Sowohl dieser, als auch der vorige allgemeinere Werth des Coefficienten nimmt mit der Zunahme der Druckhöhe H ab, und

Fig. 47.



nähert sich hiebei der Einheit. Dies zeigt an, dass die zufällige Belastung verhältnissmässig einen desto geringeren Einfluss auf die Grösse des Erddruckes ausübt, je grösser die Druckhöhe H ist; eine Eigenschaft, welche auch schon bei einiger Ueberlegung unmittelbar einleuchtet.

Uebergehend auf den Mittelpunkt des Erddruckes bei dem Vorhandensein einer zufälligen Belastung, so hat man zur Bestimmung desselben der Hauptsache nach in derselben

Weise, wie im §. 30, vorzugehen.

In der Fig. 47 sind die nöthigen Daten zur diesfälligen Untersuchung in analoger Art, wie in der Fig. 44, ersichtlich gemacht.

Es bedeutet nämlich:

- h. .die Cohäsionshöhe des Erdreiches unter der Wirkung der zufälligen Belastung, innerhalb welcher Höhe der Erddruck Null ist;
- y' . .den Erddruck in der Höhe x , also auf den Wandtheil \overline{FN} oder eigentlich $\overline{F'N}$;

dy' .. jenen auf den Wandstreifen $\overline{NN'}$, welcher die Höhe dx hat;
 D' .. den auf die ganze Höhe H oder auch $(H - h)$ stattfindenden Erddruck, und

e' .. den Abstand der Resultirenden dieses letzteren von der Basis, wobei M den Mittelpunkt des Druckes vorstellt.

Sämmtliche Drücke sind mit Rücksicht auf die Wirkung der zufälligen Belastung verstanden.

Zunächst hat man zu Folge der Gleichung (119):

$$D' = k H (H - h) \dots \dots \dots (124),$$

und analog damit:

$$y' = kx (x - h) \dots \dots \dots (125),$$

wenn der Kürze wegen, wie auf Seite 98, der Factor

$$\frac{1}{2} \frac{g}{\cos \varepsilon} \left[\frac{\sin \frac{1}{2} (\alpha - \varepsilon)}{\cos \frac{1}{2} (\alpha + \varepsilon)} \right]^2 = k$$

gesetzt wird, und h den in den Gleichungen (76) und (118) gegebenen Werth hat.

Die Bedingungsgleichung für die statischen Momente in Bezug auf die Drehungsachse in A ergibt eben so wie in (110), nur h , y' und D' anstatt h , y und D gesetzt:

$$D' \cdot \overline{AM} = \int_{x=h}^{x=H} \overline{AN} \cdot dy' \dots \dots \dots (126),$$

und wegen $\overline{AM} = \frac{e'}{\cos \varepsilon}$ und $\overline{AN} = \left(\frac{H-x}{\cos \varepsilon} \right)$ auch:

$$D' e' = \int_{x=h}^{x=H} (H-x) dy' \dots \dots \dots (127).$$

Allgemein ist:

$$\int (H-x) dy' = (H-x) y' + \int y' dx,$$

daher insbesondere:

$$\int_{x=h}^{x=H} (H-x) dy' = \int_h^H y' dx \dots \dots \dots (128),$$

weil das Glied $(H-x) y'$ sowol für $x = h$ (wegen $y' = 0$), als auch für $x = H$ (wegen $H-x = 0$) verschwindet. Man hat somit:

$$D'e' = \int_b^H y' dx = k \int_b^H x(x-b) dx,$$

also dasselbe Integrale, wie in (113), nur mit dem Unterschiede, dass hier b statt des dortigen h zu setzen ist.

Man findet daher:

$$\begin{aligned} e' &= \frac{1}{3} H \left(1 - \frac{b}{H}\right) \left(1 + \frac{b}{2H}\right) \\ &= \frac{1}{3} H \left[1 - \frac{1}{2} \frac{b}{H} \left(1 + \frac{b}{H}\right)\right] \dots\dots\dots (129), \end{aligned}$$

worin

$$b = \left(h - \frac{2p}{g}\right)$$

zu substituieren ist.

Hiernach erhält man durch Vergleichung dieses Werthes für e' mit jenem für e in (113), welcher letztere ohne Rücksicht auf eine zufällige Belastung entsteht:

$$\begin{aligned} e' : e &= 1 - \frac{1}{2} \frac{b}{H} \left(1 + \frac{b}{H}\right) : 1 - \frac{1}{2} \frac{h}{H} \left(1 + \frac{h}{H}\right) \\ &= H^2 - \frac{1}{2} b (H + b) : H^2 - \frac{1}{2} h (H + h), \end{aligned}$$

und

$$\frac{e'}{e} = \frac{H^2 - \frac{1}{2} \left(h - \frac{2p}{g}\right) \left(H + h - \frac{2p}{g}\right)}{H^2 - \frac{1}{2} h (H + h)} > 1 \dots (130),$$

so dass in Folge der zufälligen Belastung der Mittelpunkt des Erddruckes höher hinauf rückt.

Es ist jedoch wohl zu beachten, dass diese Resultate nur insolange gelten, als b wirklich eine Cohäsionshöhe bedeutet, was nämlich nur für $b \geq 0$, oder $h \geq \frac{2p}{g}$ eintritt.

Für $b = 0$ oder $h = \frac{2p}{g}$ erhält man insbesondere aus der Gleichung (129):

$$e' = \frac{1}{3} H \dots\dots\dots (131),$$

d. h. es liegt dann der Mittelpunkt des Erddruckes geradezu in dem dritten Theile der Höhe, somit eben so, wie wenn das Erdreich keine Cohäsion hätte und nicht zufällig belastet wäre.

In diesem Falle wird nämlich die günstige Wirkung der ErdcohäSION durch die ungünstige Wirkung der zufälligen Be-

lastung genau aufgehoben, und es stellt sich schliesslich die Sache so dar, wie wenn jede der beiden Wirkungen schon von vorne herein gleich Null angenommen würde.

Für den Fall, wenn $h < 0$, d. h. $h < \frac{2p}{g}$ ist, tritt in der vorstehenden Untersuchung insoferne eine Aenderung ein, als man das betreffende Integrale nicht mehr zwischen den Grenzen $x = h$ und $x = H$ nehmen darf, sondern hiebei als untere Grenze für x die Nulle einführen muss. Denn wenn h negativ ist, hat diese Grösse bloss eine rechnermässige, aber keine praktische Bedeutung mehr; dann gibt es nämlich für das belastete Erdreich eigentlich keine Cohäsionshöhe, d. h. keine solche Höhe, innerhalb welcher der Erddruck gleich Null würde, was zur Folge hat, dass man die fragliche Integration in der ganzen, zwischen $x = 0$ und $x = H$ gelegenen Druckhöhe vornehmen muss.

Geschieht dies, so erhält man:

$$D'e' = \int_0^H y' dx = k \int_0^H x(x-h) dx$$

$$= \frac{1}{6} k H^2 (2H - 3h) \dots \dots \dots (132),$$

und hieraus nach Einsetzung des Werthes für D' :

$$e' = \frac{1}{6} \frac{H(2H - 3h)}{(H-h)} = \frac{1}{3} H \left(\frac{H - \frac{3}{2}h}{H-h} \right)$$

$$= \frac{1}{3} H \left[\frac{1 - \frac{3}{2} \frac{h}{H}}{1 - \frac{h}{H}} \right]$$

$$= \frac{1}{3} H \left[\frac{H - \frac{3}{2} \left(h - \frac{2p}{g} \right)}{H - \left(h - \frac{2p}{g} \right)} \right]$$

$$= \frac{1}{3} H \left[\frac{H - \frac{3}{2}h + \frac{3p}{g}}{H - h + \frac{2p}{g}} \right]$$

$$= \frac{1}{3} H \left[\frac{1 - \frac{3}{2} \frac{h}{H} + \frac{3p}{gH}}{1 - \frac{h}{H} + \frac{2p}{gH}} \right] \dots \dots \dots (133),$$

welche Relation, wie vorbemerkt, für $h < \frac{2p}{g}$ gilt, und $e' > \frac{1}{3}H$ gibt, indessen selbstverständlich auch noch für $h = \frac{2p}{g}$ angewendet werden kann, in welchem besonderen Falle man wieder, wie in der Gleichung (131), $e' = \frac{1}{3}H$ erhält.

Für $p = \infty$ wird $e' = \frac{1}{2}H$, was auch einleuchtet, weil dann das Erdgewicht gegen die zufällige Belastung verschwindet, diese auf alle Wandelemente gleichmässig einwirkt, und somit ein über die ganze Wandfläche gleichförmig vertheilter Druck entsteht, dessen Resultirende in die halbe Wandhöhe fällt.

Zu den Fällen, worin $h < \frac{2p}{g}$ ist, gehört namentlich jener für $h = 0$, d. h. wenn das Erdreich als cohäsionslos angenommen wird und eine zufällige Belastung in Rechnung zu kommen hat. Sodann erhält man aus der Relation (133):

$$e' = \frac{1}{3}H \left(\frac{1 + \frac{3p}{gH}}{1 + \frac{2p}{gH}} \right) = \frac{1}{3}H \left(\frac{gH + 3p}{gH + 2p} \right) \dots (134).$$

Die letztgedachte Annahme kommt in der Praxis gewöhnlich vor, weshalb die Resultate (123) und (134) besonders zu beachten sind, wornach sich nämlich ergibt:

$D' : D = \left(1 + \frac{2p}{gH} \right) : 1$ und $e' : e = \left(1 + \frac{3p}{gH} \right) : \left(1 + \frac{2p}{gH} \right)$, wenn D und e auf den Fall des unbelasteten, D' und e' aber auf jenen des belasteten Erdreiches Bezug nehmen.

§. 32.

Zusammenstellung der Hauptresultate für die Grösse des Erddruckes und die Lage des Druckmittelpunktes in diesem Capitel. Diese Zusammenstellung enthält die jenseitige Tabelle VIII.

VIII. Tabelle.

<p>Erdoberfläche im gleichen Niveau mit der Wandkronen. Die sonstigen Umstände sind:</p>	<p>Erddruck an eine liegende Wand von der Höhe H, gegen das Loth um den Winkel ε geneigt:</p>	<p>Abstand des Druckmittelpunktes von dem Niveau der Wandbasis:</p>	<p>Anmerkung</p>
<p>Cohäsionsloses Erdreich ohne zufällige Belastung</p>	$k H^2$	$\frac{1}{3} H$	$k = \frac{1}{2} \frac{g}{\cos \varepsilon} \left[\frac{\sin \frac{1}{2} (\alpha - \varepsilon)}{\cos \frac{1}{2} (\alpha + \varepsilon)} \right]^2$ $\alpha = \text{nat. Böschungswinkel.}$
<p>Cohäsionsloses Erdreich mit zufälliger Belastung</p>	$k \left(1 + \frac{2p}{gH} \right) H^2 > k H^2$	$\frac{1}{3} H \left[\frac{1 + \frac{3p}{gH}}{1 + \frac{2p}{gH}} \right] > \frac{1}{3} H$	$g = \text{Erdgewicht per Cubikeinheit.}$ $p = \text{zufällige Belastung per Quadrateinheit.}$
<p>Cohärentes Erdreich ohne zufällige Belastung</p>	$k \left(1 - \frac{h}{H} \right) H^2 < k H^2$	$\frac{1}{3} H \left[1 - \frac{h}{2H} \left(1 + \frac{h}{H} \right) \right] < \frac{1}{3} H$	$h = \text{Cohäsionshöhe nach der Formel (56).}$
<p>Cohärentes Erdreich mit zufälliger Belastung</p>	$k \left(1 - \frac{h}{H} \right) H^2 \leq k H^2$	$\frac{1}{3} H \left[1 - \frac{h}{2H} \left(1 + \frac{h}{H} \right) \right] \leq \frac{1}{3} H$, für $h = \left(h - \frac{2p}{g} \right) \geq 0$.	
<p>Cohärentes Erdreich mit zufälliger Belastung</p>	$k \left(1 - \frac{h}{H} \right) H^2 \geq k H^2$	$\frac{1}{3} H \left[\frac{1 - \frac{h}{2H}}{1 - \frac{h}{H}} \right] \geq \frac{1}{3} H$, für $h = \left(h - \frac{2p}{g} \right) \leq 0$.	

§. 33.

Einfluss einer künstlichen Verdichtung des Hinterfüllungsmateriales auf die Wirkung des Erddruckes an eine Stützwand. Auf die Grösse des Erddruckes hat eine solche Verdichtung einen zweifachen Einfluss. Sowohl das Gewicht als auch die Cohäsion des Erdreiches wird dadurch, im Vergleiche zu dem lockeren Zustande desselben, vermehrt; indessen ist der Einfluss der einen Veränderung der entgegengesetzte von jenem der anderen. Durch die Vergrösserung des Gewichtes entsteht nämlich vergleichsweise ein grösserer, durch die Vermehrung der Cohäsion dagegen ein kleinerer Erddruck; somit werden diese beiden Einflüsse sich gegenseitig ganz oder theilweise aufheben, und das schliessliche Ergebniss für die Praxis wird günstig oder ungünstig ausfallen, je nachdem von den beiden durch die Verdichtung des Erdreiches hervorgerufenen Veränderungen die eine oder die andere überwiegend ist.

Zur näheren Untersuchung dieses Verhaltens nenne man den Erddruck des lockeren Materiales, und zwar unter der Voraussetzung, dass hiebei die ohnehin nicht bedeutende Cohäsion desselben ausser Acht bleibt D_0 ,
den Erddruck des verdichteten Materiales, wenn hiebei die
Cohäsionshöhe desselben h ist D_c ,
das Gewicht des Erdreiches per Cubikeinheit im lockeren
Zustande g_0 ,
und jenes im verdichteten Zustande g_c ;
zugleich nehme man an, dass der natürliche Böschungswinkel α
in den gedachten zwei Zuständen nicht wesentlich geändert werde,
welche Annahme in der That annäherungsweise zulässig ist.

Hiernach kann man setzen:

$$D_0 : D_c = g_0 : g_c \left(1 - \frac{h}{H} \right),$$

indem, wie bisher, H die ganze Wandhöhe bezeichnet. Es wird jetzt darauf ankommen, ob das dritte Glied der Proportion kleiner oder grösser als das vierte ist, um festzustellen, ob man D_0 kleiner oder grösser als D_c erhält.

Geht man zunächst auf die Dammerde über, und setzt hiefür durchschnittlich $g_o = 75$ und $g_c = 95$ Pfd., ferner — wie bei einer lothrechten Wandrichtung — nach der Tabelle IV etwa $h = 12$ Fuss; so findet man:

$$D_o : D_c = 15 : 19 \left(1 - \frac{12}{H}\right),$$

woraus folgt, dass $D_o \gtrless D_c$ sein wird, wenn $H \lesseqgtr 57$ Fuss ist; oder mit Worten ausgedrückt: Bei Wandhöhen unter $9\frac{1}{2}$ oder circa 10 Klaftern ist der Druck der stark verdichteten Dammerde noch immer kleiner als derjenige, welcher für den lockeren und cohäsionslos gedachten Zustand derselben berechnet wird. Erst bei grösseren Wandhöhen stellt sich das umgekehrte Verhältniss heraus. So grosse Wandhöhen kommen aber in der Praxis gewöhnlich nicht vor. Man kann daher schliessen, dass, wenn hinter einer Wand Erde aufgeschüttet wird, der Druck dieses lockeren Materiales in der Regel grösser ist, als in dem Falle, wenn die Anschüttung künstlich verdichtet wird; und zwar um so mehr, wenn die Stützwand nicht, wie oben vorausgesetzt, lothrecht steht, sondern eine liegende Richtung hat, weil dann die Cohäsionshöhe h noch grösser, als es in der vorigen Proportion geschehen, angenommen werden muss.

Aus diesem Grunde ist es zweckmässig, angeschüttete Dammerde durch Anstampfen möglichst zu verdichten, den entstehenden Erddruck aber ohne Rücksicht auf diese Verdichtung und mit Beiseitelassung jedweden Cohäsionseinflusses zu bestimmen, indem man auf diese Weise umständlichen Berechnungen am besten ausweicht, und dennoch für die Praxis brauchbare Resultate erhält.

Die Verdichtung des Hinterfüllungsmateriales ist übrigens auch aus anderen Gründen nothwendig, nämlich, um einerseits die Setzung der Anschüttung auf ein Minimum zu reduciren, und andererseits, um das Eindringen von Regen- und Schneewasser,

namentlich in die tiefer gelegenen Schichten, möglichst zu verhindern. Das Erdreich ist insbesondere bei freistehenden Anschüttungen immer dem Witterungswechsel ausgesetzt, und je lockerer hiebei das Materiale ist, desto mehr Wasser kann von demselben aufgenommen werden; was jedenfalls nachtheilig wäre, denn dadurch würde das Gewicht des Erdreiches vergrößert und zugleich die Cohäsion verringert, folglich im Ganzen genommen der Erddruck vermehrt. Die Ausführung solcher Anschüttungen darf daher, um den Druck derselben thunlichst zu vermindern, nicht regellos geschehen, sondern es soll hiebei das Erdmateriale in horizontalen Schichten (von circa 6" Höhe) aufgetragen, und jede gut gestampft werden. Zudem soll man, wenn zulässig, die Anordnung treffen, dass das Fuhrwerk, welches das Erdmateriale beistellt, gezwungen ist, über die fertigen Schichten zu- und abfahren zu müssen, damit auch hiedurch auf eine Verdichtung der Anschüttung hingewirkt werde.

Der Hauptsache nach gelten dieselben Bemerkungen für Hinterfüllungen aus Lehm erde, wobei es überdies, wie im §. 23 angedeutet, vortheilhaft ist, dieselbe in einem etwas feuchten Zustande zu benützen, oder aber solche, falls sie zu trocken wäre, in den einzelnen Anschüttungslagen mit Wasser zu benetzen, weil dann durch die Verdichtung derselben eine bedeutend grössere Cohäsion erzeugt werden kann, welche den factischen Erddruck wesentlich verringert.

Bei Sand- und Schotteranschüttungen kann man der Natur der Sache nach auf eine nennenswerthe Verdichtung nicht hinwirken, wohl aber ist, namentlich bei den letzteren, zu empfehlen, hiezu, wo möglich, gewöhnliche Erde beizumengen, um wenigstens einige Cohäsion in das Materiale hineinzubringen und das Eindringen von Wasser einigermassen zu beschränken.

Uebrigens soll auch bei diesen Materialien zu Gunsten der Praxis die Regel beibehalten werden, dass in der Berechnung des jeweiligen Erddruckes weder auf die allfällig mögliche Verdichtung, noch auf die etwaige Cohäsion derselben Rücksicht genommen,

wohl aber in der Ausführung die thunlichste dichte Lagerung der Materialschichten angestrebt werde.

Dieser Vorgang kann auch im Falle der Berechnung des auf die Stützwand einwirkenden Umsturzmomentes eingeschlagen werden; wobei bemerkt wird, dass (weil der Mittelpunkt des Erddruckes bei dem cohäsionslos gedachten Materiale höher liegt, als bei Berücksichtigung der Cohäsion) das Resultat für das Umsturzmoment — nicht nur darum, weil schon der Erddruck an und für sich nach der vorigen Berechnungsregel etwas zu gross sich beziffert, sondern auch wegen des im Vergleiche zur Wirklichkeit ebenfalls etwas grösser eingeführten Hebelarmes — sich ungünstiger als thatsächlich herausstellt, daher in einer solchen Berechnung schon ein gewisser Stabilitätsüberschuss enthalten ist, auf welchen man bei der späteren Einführung des in der Praxis nöthigen Sicherheitsgrades in geeigneter Weise Bedacht zu nehmen hat.

§. 34.

Einfluss des Eindringens von Regen- und Schneewasser, eventuell von Grundwässern in das Hinterfüllungsmateriale an einer Stützwand auf die Wirkung des von demselben ausgeübten Druckes. Ungeachtet aller Verdichtung des Hinterfüllungsmateriales, insoferne eine solche überhaupt zulässig ist, wird es doch, falls nicht besondere Schutzmassregeln getroffen worden sind, niemals möglich sein, zu verhindern, dass in dasselbe Regen- und Schneewasser mehr oder weniger, insbesondere in die oberen Schichten eindringt; ja bei niedrigen Erdanschüttungen kann es sogar geschehen, dass das Wasser durch das Niedersinken nach und nach bis zu dem Fundamente der Stützwand gelangt. Indem nun dadurch der Erddruck an die Stützwand zu Ungunsten ihrer Stabilität sich vergrössert, weil einerseits das Gewicht des Erdreiches vermehrt und andererseits die Cohäsion desselben vermindert wird, muss man in der Praxis die gedachte Eventualität gehörig berücksichtigen, was dadurch geschieht, dass man bei dem oben empfohlenen Vor-

gange für die Berechnung des Erddruckes (nämlich der Zustand locker und ohne Cohäsion gedacht) das mit *g* bezeichnete Einheitsgewicht, des Wasseraufsaugens wegen, durchschnittlich vergrößert, und zwar für Dammerde, von welcher hier zunächst die Rede ist, um 5 bis 10 Pfd. per Cubikfuss. Für Anschüttungen unter 2 Klafter Höhe kann man den fraglichen Gewichtszuschuss mit 10 Pfd. annehmen, bei grösseren Höhen aber mit demselben nach und nach bis auf 5 Pfd. heruntergehen, indem es einleuchtet, dass der aus der Wassereinsaugung entspringende Uebelstand desto weniger nachtheilig einwirkt, je höher die Erdanschüttung ist.

Es kann vorkommen, dass bei Erdanschüttungen auch Wasser von unten her eindringt, z. B. bei Uferbauten, Schleusen, Wasserleitungsreservoirs u. s. w. In diesem Falle wird man vorsichtshalber den Gewichtszuschuss ohne wesentliche Rücksichtnahme auf die Anschüttungshöhe beziffern. Uebrigens soll dem Eindringen von Grundwässern jedenfalls durch eine entsprechende Fundirung der Stützwand nach Zulässigkeit vorgebeugt werden.

Der Hauptsache nach gilt das Gesagte auch für Anschüttungen aus Sand und Lehm. Nur ist beim Sande keine bedeutende Cohäsion vorhanden und er kann durch Anstampfen nicht viel verdichtet werden; auch ist derselbe fähig, mehr Wasser als die Dammerde aufzunehmen, weshalb man je nach der Anschüttungshöhe den oben angedeuteten Gewichtszuschlag mit 8 bis 16 Pfd. per Cubikfuss in Rechnung bringen soll. Kann das Wasser auch von unten her eindringen, so nimmt hiebei wieder die Anschüttungshöhe einen minder wesentlichen Einfluss. Bei Lehm, welcher noch mehr Fähigkeit besitzt, Wasser zu absorbiren, mag man in ähnlicher Weise einen Gewichtszuschuss von 10 bis 20 Pfd per Cubikfuss in Anschlag bringen.

Schotter zeigt ein wesentlich verschiedenes Verhalten. Bei den vorgenannten Erdgattungen vereinigt sich nämlich das Wasser mit demselben so, dass das Gemenge gleichsam einen Brei bildet, ausserdem dringt dabei das Wasser nicht immer in die ganze Tiefe der Anschüttung ein. Bei Schotteranschüttungen dagegen entsteht kein solcher Brei, zudem dringt das Wasser in die ganze

Tiefe ein und füllt die Zwischenräume aus, wenn nur eine hinreichende Wassermenge vorhanden ist. Aus dem Umstande, dass Schotter und Wasser keine breiartige Masse bilden, geht zunächst hervor, dass man es in einem solchen Falle mit zweierlei Druckwirkungen zu thun hat, welche abgesondert berechnet werden müssen, und dass somit der Gesamtdruck auf die Stützwand der Summe beider Druckwirkungen gleichzusetzen ist. Die Erfahrung zeigt, dass die leeren Zwischenräume beim Schotter circa 40% von dem ganzen cubischen Raume betragen. Diese Zwischenräume können allerdings verkleinert werden, wenn man dem Schotter gewöhnliche Erde beimengt, was jedenfalls zweckmässig ist und stets geschehen soll, falls überhaupt solche Erde zur Verfügung steht. Indem nun ein Cubikfuss Wasser 56·4 Pfd. wiegt, beträgt das Gewicht des Wassers per Cubikfuss Schotter (ohne Erdebeimengung) $56·4 \times 0·4 = 22·56$ Pfd., und man muss, wie vorbemerkt, den Druck dieser Wassermenge besonders berechnen und denselben sodann zu demjenigen des Schottermaterials hinzuaddiren, um die Totalwirkung zu erhalten.

Zu diesem Behufe nenne man

das Gewicht des Schotters per Cubikfuss g_s
 den von diesem, auf die Stützwand ausgeübten Druck D_s
 das Gewicht des Wassers per Cubikfuss (nämlich 56·4 Pfd.).. g_w
 das Verhältniss der leeren Zwischenräume des Schottermaterials zu dem ganzen Raume, den dieses einnimmt, δ
 (also nach dem Obigen $\delta = 0·4$),

endlich

den durch das eingedrungene Wasser entstehenden Druck
 auf die Stützwand D_w .

Hiernach ist der Totaldruck, um den es sich in diesem Falle handelt:

$$D = D_s + D_w.$$

Zunächst ist der eigentliche Schotterdruck nach der Formel (94):

$$D_s = \frac{1}{2} g_s \frac{H^2}{\cos \varepsilon} \left[\frac{\sin \frac{1}{2} (\alpha - \varepsilon)}{\cos \frac{1}{2} (\alpha + \varepsilon)} \right]^2,$$

wobei der für den reinen Schotter entsprechende natürliche Böschungswinkel (α) in Rechnung zu kommen hat.

Bezüglich des Wasserdruckes ist zu bemerken, dass ein Cubikfuss der Schotteranschüttung offenbar die Wassermenge δg_w aufnimmt, und dass die Wirkung dieser Wassermenge nahezu dieselbe sein wird, welche entstehen würde, wenn hinter der Stützwand eine tropfbare Flüssigkeit sich befände, welche die ganze Wandhöhe einnähme und das Gewicht von δg_w per Cubikfuss hätte. Hiernach kann man sich erlauben, mit Rücksicht auf die hydrostatische Formel (4) zu schreiben:

$$D_w = \frac{1}{2} \delta g_w \frac{H^2}{\cos \varepsilon}.$$

Man erhält daher:

$$D = \frac{1}{2} \frac{H^2}{\cos \varepsilon} \left\{ g_s \left[\frac{\sin \frac{1}{2} (\alpha - \varepsilon)}{\cos \frac{1}{2} (\alpha + \varepsilon)} \right]^2 + \delta g_w \right\}.$$

Es soll nun untersucht werden, welches eingebildete Schottergewicht g per Cubikfuss vorhanden sein müsste, damit hiedurch rechnungsmässig der gleiche Druck D entstehen würde.

Man hätte dann:

$$D = \frac{1}{2} g \frac{H^2}{\cos \varepsilon} \left[\frac{\sin \frac{1}{2} (\alpha - \varepsilon)}{\cos \frac{1}{2} (\alpha + \varepsilon)} \right]^2,$$

und durch Gleichsetzung der beiden für D erhaltenen Werthe:

$$g \left[\frac{\sin \frac{1}{2} (\alpha - \varepsilon)}{\cos \frac{1}{2} (\alpha + \varepsilon)} \right]^2 = g_s \left[\frac{\sin \frac{1}{2} (\alpha - \varepsilon)}{\cos \frac{1}{2} (\alpha + \varepsilon)} \right]^2 + \delta g_w,$$

woraus sich ergibt:

$$g = g_s + \delta g_w \left[\frac{\cos \frac{1}{2} (\alpha + \varepsilon)}{\sin \frac{1}{2} (\alpha - \varepsilon)} \right]^2 \dots \dots \dots (135).$$

So schwer müsste man sich nämlich den Schotter vorstellen, damit der rechnungsmässig resultirende Druck auf die Stützwand eben so gross wird, wie der Druck des wirklichen Schotters mit Berücksichtigung der Wirkung des eindringenden Wassers.

Um in Betreff dieses Ergebnisses einen deutlichen Begriff zu bekommen, möge folgendes Zahlenbeispiel angeführt werden. Es sei $g_s = 90$ und

$g_w = 56.4$ Pfd., $\delta = 0.4$, $\varepsilon = 0$, $\operatorname{tg} \alpha = 1.3$ bis 1.4 , folglich nahezu $\left[\frac{\cos \frac{1}{2}(\alpha + \varepsilon)}{\sin \frac{1}{2}(\alpha - \varepsilon)} \right]^2 = 4$. Hiernach findet man: $g = 180$ Pfd.

Das Schottermateriale müsste also, anstatt mit dem wirklichen Gewichte von 90 Pfd. per Cubikfuss, mit 180 Pfd. in Rechnung kommen, d. h. die mit Wasser angefüllte Schotteranschüttung übt auf die Stützwand in dem beispielsweise Falle einen doppelt so grossen Druck aus, wie jener ist, der vor dem Hinzutreten des Wassers vorhanden war.

Wie zu ersehen, ist der Einfluss des Wassereindringens in das Schottermateriale ein wesentlicher, weshalb man Schotteranschüttungen hinter Stützwänden möglichst vermeiden, oder, wenn hievon schon nicht Umgang genommen werden kann, wenigstens dafür sorgen soll, dass dem Schotter sonstige Erde beigemengt werde, was freilich nicht immer möglich ist.

Das gleiche Verhalten wie Schotter zeigen Hinterfüllungen mit grösseren Steinen, z. B. Abfällen von Felssprengungen, indem auch hier augenscheinlich dieselben ungünstigen Umstände, wie bei dem eigentlichen Schotter, auftreten.

Zum Beweise, wie unvortheilhaft Hinterfüllungen der bezeichneten Art sind und wie gefährlich solche für die Standfähigkeit von Stützwänden, welche dem Drucke derselben widerstehen sollen, werden können, wird hier auf den Einsturz der grossen, bis acht Klafter hohen Stützmauern hingewiesen, welcher bei dem im Jahre 1858 vollendeten Umbaue der Reichsstrasse hinter Portoré im croatischen Küstenlande erfolgte.

Diese Strasse ist nämlich durchaus in felsigem Terrain tracirt, welches die Fortsetzung des kahlen Karstgebirges im Triester Gebiete bildet. Die Strassenbahn ist zumeist in das Terrain eingeschnitten, und nur an Einer Stelle, welche eine Mulde bildet, wurde sie aufgedämmt.

Fig. 48.

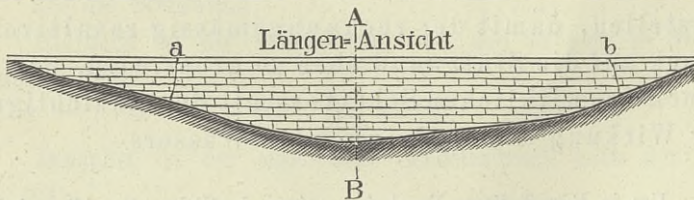
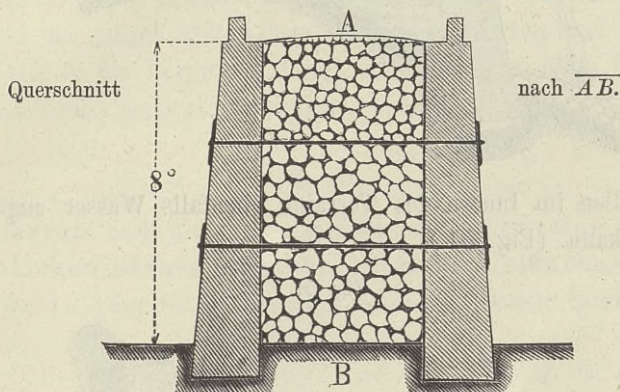


Fig. 48 zeigt die beiläufige Längensansicht und Fig. 49 den Querschnitt dieser über die Mulde führenden Strassenstrecke. Zur Ausfüllung

zwischen den Stützmauern musste, da dort nirgends sonstige Erde vorhanden ist, das Materiale von den Felssprengungen aus den Einschnitten verwendet werden, und zudem wurden die Stützmauern selbst, nach landesüblicher Weise nicht in Mörtel gelegt, sondern nur trocken aufgeführt.

Fig. 49.

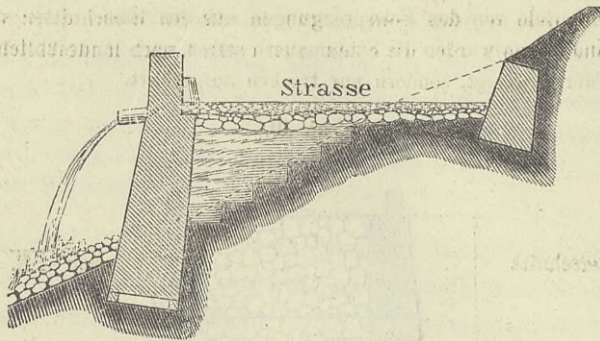


Diese Stützmauern waren nun allerdings eine Zeit lang im Stande, sich zu erhalten und dem Drucke des Hinterfüllungsmateriales zu widerstehen; als jedoch ein heftiger Regen eintrat, füllten sich die Zwischenräume der Anschüttung mit Wasser aus, und der Druck an die Stützmauern wurde hiedurch so bedeutend vermehrt, dass diese grösstentheils (nämlich in der Strecke *ab*) zusammenstürzten und in einer solideren Weise wieder erbaut werden mussten. In Betreff dieser Wiederaufbauung ist der Umstand eigenthümlich, dass man zur Erzielung einer erhöhten Sicherheit die neuen Stützmauern mit eisernen Schliessen verbunden hat, wie dies in dem vor-skizzirten Querschnitt angedeutet erscheint.

Da in jedem Falle das Eindringen von grösseren Wassermengen in eine Anschüttung hinter einer Stützwand nachtheilig einwirkt, so ist es namentlich dort, wo eine bedeutendere Wasseransammlung, wie etwa an Berglehnen, stattfinden kann, zu empfehlen, für den Abfluss des Wassers über die Stützwände hinaus mittelst Abzugsrinnen oder Canälen Sorge zu tragen. (Fig. 50.)

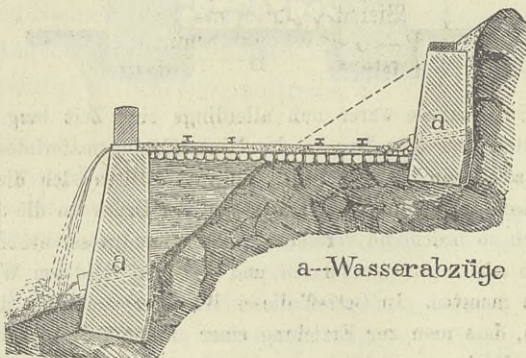
Nöthigen Falls wird man derlei Abzugsöffnungen nicht nur oben, sondern auch an passend gewählten Stellen tiefer anbringen, insbesondere dann, wenn zu befürchten ist, dass der Anschüttung

Fig. 50.



aus Quellen im Innern des Terrains ebenfalls Wasser zugeführt werden kann. (Fig. 51.)

Fig. 51.



Vorzugsweise sollen derlei Vorsichtsmassregeln bei Anschüttungen aus Schotter, wofür die Ursache aus dem hierüber Gesagten einleuchtet, dann aber auch bei solchen aus Lehm, und zwar darum getroffen werden, weil dieses Materiale nicht nur viel Wasser aufzusaugen fähig ist, sondern auch dadurch (gleichsam wie ein in's Wasser eingetauchter Schwamm) sich aufblähet, und hiebei mitunter eine so bedeutende Expansivkraft entwickelt, dass die Stützwände leicht zum Ausweichen gebracht werden.

Hierin liegt zugleich ein weiterer Grund, warum man trockenes Lehmmateriale, insoferne es zur Anschüttung hinter Stützwänden verwendet werden muss, während der schichtenweisen La-

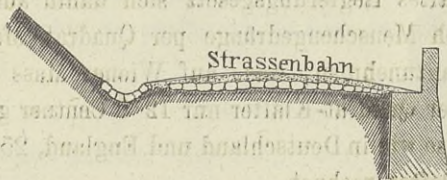
gerung mit Wasser benetzen soll, um nämlich hiedurch die Fähigkeit des Materiales, noch weiter Wasser in sich aufzunehmen, zu vermindern.

In manchen Fällen, namentlich wenn Strassen oder Eisenbahnen in zerklüfteten Felslehnen eingeschnitten werden, ist es sogar nöthig, zur unschädlichen Abführung des sich sammelnden Wassers ein ganzes System von Schächten, Stollen und Canälen rückwärts in die Bergwand derart hineinzulegen, dass hiedurch gleichsam eine verticale Drainirung entsteht.

§. 35.

Durch Stützmauern gehaltenes Erdreich an gewöhnlichen Strassen. Sicherheitscoefficienten in diesem Falle. (Fig. 52.) Bezeichnet man mit D den Erddruck an

Fig. 52.



eine solche Stützmauer, ohne Berücksichtigung der auf der Strassenbahn vorkommenden grössten zufälligen Belastung, und mit D' jenen nach Berücksichtigung derselben, so hat man bekanntlich zu Folge der Untersuchungen im §. 31, insbesondere nach der dortigen Gleichung (123):

$$D' = \left(1 + \frac{2p}{gH}\right) D,$$

indem man gleichzeitig beachtet, dass man bei der Berechnung des Werthes von D nach der im §. 33 gegebenen Regel vorgeht, nämlich hierbei das Erdmateriale im lockeren und cohäsionslos gedachten Zustande annimmt.

Was den Abstand des Druckmittelpunktes von dem durch die Stützwandbasis gehenden Horizonte betrifft, so ist dieser Abstand bei dem cohäsionslos gedachten Erdmateriale ohne Berück-

sichtigung der zufälligen Belastung: $e = \frac{1}{3}H$, mit Berücksichtigung derselben, nach Massgabe der Gleichung (134), aber:

$$e' = \left[\frac{1 + \frac{3p}{gH}}{1 + \frac{2p}{gH}} \right] e.$$

Um die in den so erscheinenden Formeln für D' und e' innerhalb der Klammern enthaltenen Factoren zu beziffern, hat man zunächst in Ueberlegung zu nehmen, wie gross die zufällige Belastung per Quadrat-Einheit auf einer gewöhnlichen Strasse werden kann. Erfahrungsgemäss wird die grösste zufällige Belastung in dem betrachteten Falle bei dem Entstehen von Menschengedränge angenommen, obwol über die Grösse der Belastung selbst die Angaben der Ingenieure verschiedener Länder mehr oder weniger von einander abweichen.

Am kühnsten gehen in dieser Beziehung die Franzosen vor, bei denen ein altes Regierungsgesetz sich dahin ausspricht, die Belastung durch Menschengedränge per Quadrat-Meter mit 200 Kilogrammen anzunehmen, was, auf Wiener Mass und Gewicht umgerechnet, per Quadrat-Klafter nur 12·8 Centner gibt; während man hierlands, so wie in Deutschland und England, 25—30 Centner per Quadrat-Klafter rechnet.

Indessen sind die Franzosen, namentlich durch ihre ungünstigen Erfahrungen an vielen Brückenconstructions, nach und nach selbst zur Erkenntniss gelangt, dass die erwähnte Belastung zu gering bemessen ist, und sicherheitshalber erhöht werden muss.

Die hierlands übliche höhere Ziffer von 25 bis 30 Centnern per Flächenklafter lässt sich durch die Betrachtung, wie viele Menschen auf einer Quadratklafter Raum möglicher Weise Platz finden können, ganz gut begründen. In dieser Beziehung wird das Resultat einer Probe angeführt, welche mit einer eisernen Brücke in Wien vorgenommen wurde.

Zwei gleiche Brücken, jede im Lichten 5 Klafter lang und $2\frac{1}{2}$ Klafter breit, wurden nämlich anno 1855 im hiesigen k. k. Hofstallgebäude angeführt, wo dieselben im hintersten Hofraume zwei Gebäude in Stockwerkshöhe mit einander verbinden.

Das Gewicht für die Belastungsprobe, welche man mit Einer dieser Brücken vorgenommen hat, wurde unmittelbar durch das Zusammendrängen

von Menschen hervorgebracht. Zur Vorname dieser Probe hat man die Brücke vorerst im Hofraume der Fabrik des Mechanikers Bollinger, welche die Ausführung zu besorgen hatte, aufgestellt und montirt, und hiebei die Brückenenden durch horizontal gelegene Balken und Pfosten unterstützt, so dass das Brückenfeld nur wenige Zolle von dem Erdboden entfernt, also eine Gefährdung der darauf zusammengedrängten Personen nicht zu befürchten war. Auf der Brücke standen 200 Soldaten und 82 Fabriksarbeiter, zusammen 282 Mann, wonach bei der Brückenbahn-Fläche von $12\frac{1}{2}$ Quadratklaftern durchschnittlich die Anzahl von $22\cdot56$ Personen auf eine Flächenklafter entfiel. Das Gewicht selbst wurde nicht erhoben; rechnet man jedoch $1\frac{1}{4}$ Centner per Mann, so findet man $28\cdot2$ Centner als Durchschnittsbelastung per Flächenklafter*).

Indem man somit die Bemessung der Belastung mit 25 bis 30 Centnern per Quadrat-Klaster gelten lässt, hat man, wenn in Fussen und in Pfunden die Rechnung durchgeführt wird, zu setzen:

$$p = 69\cdot4 \text{ bis } 83\cdot3 \text{ Pfd. per Quadrat-Fuss.}$$

Sei nun das Gewicht des Erdreiches per Cubikfuss $g = 80$ Pfd., welche Annahme eher zu gering als zu hoch gegriffen ist, so erhält man zunächst:

$$\frac{p}{g} = 0\cdot87 \text{ bis } 1\cdot04,$$

wobei man vorsichtshalber bloß die grössere Zahl berücksichtigen, und diese, was genau genug ist, geradezu gleich der Einheit annehmen mag.

Hiernach ergibt sich:

$$\frac{p}{g} = 1,$$

$$\frac{D'}{D} = 1 + \frac{2p}{gH} = 1 + \frac{2}{H},$$

$$\frac{e'}{e} = \frac{1 + \frac{3p}{gH}}{1 + \frac{2p}{gH}} = \frac{1 + \frac{3}{H}}{1 + \frac{2}{H}} = \frac{H+3}{H+2} = 1 + \frac{1}{H+2};$$

*) Siehe die Zeitschrift des österreichischen Ingenieur-Vereines vom Jahre 1855, Seite 22. Dasselbst ist noch bemerkt, dass schon in früherer Zeit von dem k. k. Geniecorps in Wien ähnliche Versuche angestellt wurden, wobei sich zeigte, dass es mitunter möglich war, sogar 24 Mann auf eine Quadratklaster zusammenzudrängen, von welchen freilich keiner mehr im Stande war, auch nur die kleinste Bewegung zu machen.

also für verschiedene Wandhöhen, und zwar für solche von 1 bis 10 Klaftern, insbesondere für

$$H = 6, 12, 18, 24, 30, 60 \text{ Fussen:}$$

$$\frac{D'}{D} = 1\frac{1}{3}, 1\frac{1}{6}, 1\frac{1}{9}, 1\frac{1}{12}, 1\frac{1}{15}, 1\frac{1}{30};$$

$$\frac{e'}{e} = 1\frac{1}{8}, 1\frac{1}{4}, 1\frac{1}{6}, 1\frac{1}{8}, 1\frac{1}{12}, 1\frac{1}{6}.$$

In der Praxis liegen die Werthe für die Höhen der Stützmauern in der Regel zwischen 6 und 60 Fussen. Hiernach würde unter den gemachten Voraussetzungen der Erddruck an Strassenstützmauern in Folge der grössten zufälligen Belastung so gross werden, dass derselbe das $1\frac{1}{30}$ - bis $1\frac{1}{3}$ -fache desjenigen Erddruckes beträgt, welcher ohne Rücksicht auf eine zufällige Belastung berechnet wird. Auch der Hebelsarm des, als Resultirende gedachten Erddruckes von der Wandbasis an gerechnet, nimmt mit der zufälligen Belastung, jedoch in geringerem Verhältnisse, zu.

Die jeweilige Zahl nun, mit welcher man die alleinige Druckwirkung des Erdreiches multipliciren muss, um die durch die grösste zufällige Belastung vermehrte Druckwirkung und ausserdem einen gewissen Ueberschuss zu erhalten, heisst „Sicherheits-Coefficient“, welcher im §. 26 mit dem Buchstaben *s* bezeichnet wurde.

Die Werthe für diesen Sicherheits-Coefficienten hängen, wie aus den obigen Resultaten hervorgeht, von der grösseren oder geringeren Wandhöhe ab, und zwar derart, dass *s* zunimmt, wenn *H* abnimmt, und umgekehrt. Indem man daher allgemein:

$$D' = sD \dots \dots \dots (136)$$

zu setzen hat, wird es vorkommenden Falls darauf ankommen, den passenden Werth für den Sicherheits-Coefficienten *s* ausfindig zu machen.

Würde man sich genau an die obigen Rechnungsergebnisse halten, so müsste man für *s* die Werthe von $1\frac{1}{3}$ bis $1\frac{1}{30}$ annehmen, insoferne Mauerhöhen von 6 bis 60 Fussen in Betracht kommen. In der Praxis muss man aber einen, den Grenzzustand des Gleichgewichtes überragenden, somit erhöhten Grad der Sicher-

heit für die Stabilität der Stützwände zu erreichen suchen, weshalb es nothwendig ist, für den fraglichen Sicherheits-Coefficienten grössere Werthe, als aus den vorigen Betrachtungen abgeleitet wurden, einzuführen. Aus diesem Grunde ist es erfahrungsgemäss zu empfehlen, den gedachten Sicherheits-Coefficienten für Strassenstützmauern bei minder grossen Mauerhöhen bis $s = 2$, und bei grösseren Höhen bis $s = 1\frac{1}{2}$ anzunehmen.

Bei ganz niedrigen Mauern, deren Höhe nur einige Fusse beträgt, könnte es wohl geschehen, dass — wenn man in diesem Falle eine Rechnung anstellen wollte — der fragliche Sicherheits-Coefficient noch weiter vergrössert werden müsste, indessen würde eine solche Nothwendigkeit nur selten eintreten, nämlich dann, wenn das Hinterfüllungsmateriale Schotter oder Sand sein sollte, weil diese Materialien keine oder nur eine geringe Cohäsion besitzen, so dass eine günstige auf die Verminderung des Erddruckes abzielende Cohäsionswirkung nicht zu erwarten ist. Wäre das Hinterfüllungsmateriale jedoch Dammerde oder Lehm, so könnte in der Regel der vorangeführte Maximal-Coefficient $s = 2$ auch für ganz kleine Mauerhöhen als ausreichend angesehen werden, zumal bei diesen Materialien die bedeutende Cohäsion in einer so günstigen Weise mitwirkt, dass schon hiedurch, und weil diese Cohäsionswirkung nicht in Rechnung kommt, ein namhafter Stabilitätsüberschuss hervorgerufen würde.

Diese Bemerkungen hat man indessen blos der Vollständigkeit wegen, und um einem etwaigen Missverständnisse vorzubeugen, beigefügt; denn thatsächlich wird der praktische Ingenieur gar nicht in den Fall kommen, die Stärke von Stützmauern, welche nur wenige Fuss hoch sind, berechnen zu müssen; indem dieselbe schon aus sonstigen praktischen Gründen mit einem gewissen Ausmasse wird angeordnet werden müssen, unter welches man — selbst, wenn man rechnungsmässig ein kleineres fände — nicht herabgehen darf.

Hat man die erwünschte s fache Sicherheit nach der vorigen Andeutung bei der Berechnung des Erddruckes berücksichtigt, so kann man von der oben besprochenen Vergrösserung der, auf den

Hebelsarm für das allfällig in Betracht kommende Umsturzmoment bezüglichen Grösse e verzichten, daher ungeachtet der Wirkung der zufälligen Belastung ohne weiters annehmen, dass der Druckmittelpunkt in dem dritten Theile der Höhe liegt. Denn einerseits ist die Veränderung der Grösse e thatsächlich, mitunter bedeutend, kleiner, als sie aus dem rechnungsmässig angegebenen Verhältnisse $\frac{e'}{e}$ sich ergeben würde, weil vermöge der Erdecohäsion, welche hiebei nicht berücksichtigt erscheint, der Druckmittelpunkt tiefer rückt; andererseits aber sind die vorgeschlagenen Sicherheitscoefficienten $s = 1\frac{1}{2}$ bis 2 schon derart gewählt, dass dieselben auch in dem Falle, wenn es sich um die rechnungsmässige Einführung des Umsturzmomentes handelt, ausreichen; zudem ist zu beachten, dass derlei Rechnungen ohnedies nur mit einer beschränkten Genauigkeit sich durchführen lassen, da schliesslich noch mancherlei praktische Einflüsse in's Spiel kommen, die nur beiläufig im Wege der Abschätzung beurtheilt werden können.

Indem man für den jeweiligen Sicherheits - Coefficienten innerhalb der in der Praxis vorkommenden Mauerhöhen von 6 bis 60 Fussen, die praktischen Werthe von 2 bis $1\frac{1}{2}$ herab gelten lässt, kann man, um die passenden Zwischenzahlen zu finden, sich erlauben, die Abhängigkeit zwischen s und H annäherungsweise durch die Gleichung:

$$s = a + \frac{b}{H} \dots \dots \dots (137)$$

darzustellen, weil man nämlich zunächst

$$\frac{D'}{D} = 1 + \frac{2}{H},$$

sodann aber gefunden hat, dass dieser Werth noch weiter vergrössert werden muss, was eben durch die Vermehrung der Zahlen 1 und 2 bis auf die Zahlen a und b geschehen soll, ohne die eigentliche Functionsform in Bezug auf H zu ändern.

Um die Werthe der neuen Constanten a und b zu finden, hat man zu berücksichtigen, dass $s = 2$ für $H = 6$ Fuss, und $s = 1\frac{1}{2}$ für $H = 60$ Fuss werden soll. Demnach erhält man die zwei Bedingungsgleichungen:

$$2 = a + \frac{b}{6} \quad \text{und} \quad 1\frac{1}{2} = a + \frac{b}{60},$$

woraus $a = 1\frac{1}{3} = 1.44$ und $b = \frac{10}{3} = 3.33$ folgt, so dass die Gleichung (137) in folgende übergeht:

$$s = 1.44 + \frac{3.33}{H} \dots \dots \dots (138),$$

worin die jeweilige Stützmauerhöhe H in Fussen einzusetzen ist.

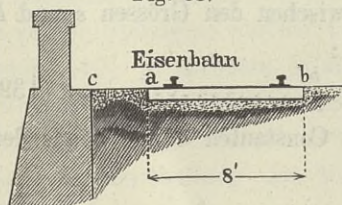
Für $H = 24$ Fuss z. B. ist $s = 1.58$, oder abgerundet $s = 1.6$.

§. 36.

Durch Stützmauern gehaltenes Erdreich an Eisenbahnen. Sicherheits-Coefficient in diesem Falle. (Fig. 53.) Mit Rücksicht auf die Schwere und Länge der Locomotiven beträgt die grösste zufällige Belastung auf Eisenbahnen per Current-Klafter Geleise durchschnittlich 120 bis 180, daher per Current-Fuss 20 bis 30 Centner. Wird bei einem einfachen Geleise die Länge der Bahnquerschwellen \overline{ab} mit 8 Fussen angenommen, so entfällt per Current-Fuss dieser Schwellen, oder per Quadrat-Fuss Bahnoberfläche in dem Bahnstreifen \overline{ab} durchschnittlich ein Belastungsgewicht von $\frac{20}{8} = 2\frac{1}{2}$ bis $\frac{30}{8} = 3\frac{3}{4}$ Centnern.

Um die Wirkung dieser Belastung in den Formeln (123) und (134) zu berücksichtigen, wird es mehr als genügen, höchstens $p = 3$ Centner zu setzen, d. h. den Fall so anzusehen, als

Fig. 53.



ob diese Einheitsbelastung überall auf der ganzen Bahnoberfläche vorhanden wäre — nämlich auch in dem Raume zwischen a und c , so wie auf der anderen Seite ausserhalb des Geleises, obwohl dies in der Wirklichkeit zu Gunsten der

Mauer-Stabilität nicht eintritt.

Auch bei dem Vorhandensein von mehr als Einem Eisenbahngeleise braucht die bezeichnete Belastungszahl nicht erhöht zu werden, da diese immer noch als ausreichend angesehen werden kann.

Indem man daher $p = 300$ Pfund und (wie im vorigen §.) $g = 80$ Pfund, in die Berechnung einführt, erhält man einerseits:

$$\frac{D'}{D} = 1 + \frac{2p}{gH} = 1 + \frac{7.5}{H},$$

und andererseits:

$$\begin{aligned} \frac{e'}{e} &= \frac{1 + \frac{3p}{gH}}{1 + \frac{2p}{gH}} = \frac{1 + \frac{11.25}{H}}{1 + \frac{7.5}{H}} = \frac{H + 11.25}{H + 7.5} \\ &= 1 + \frac{3.75}{H + 7.5}; \end{aligned}$$

daher insbesondere für die Mauerhöhen zwischen 6 und 60 Fussen:

$$\frac{D'}{D} = 2\frac{1}{4} \text{ bis } 1\frac{1}{8};$$

$$\frac{e'}{e} = 1\frac{5}{8} \text{ „ } 1\frac{1}{8}.$$

Ist wieder $\frac{D'}{D}$ der Sicherheits-Coefficient s , und beachtet man, dass dieser aus analogen Gründen, wie im vorigen §., etwas vergrößert werden muss, um die für die Praxis nöthige Sicherheit für die Mauer-Stabilität zu erhalten, so gelangt man erfahrungsgemäss zu dem Resultate, dass man für Eisenbahn-Stützmauern je nach ihrer Höhe den Sicherheits-Coefficienten $s = 2$ bis 3 zu setzen hat, und zwar so, dass derselbe grösser anzunehmen ist, wenn die Mauerhöhe abnimmt, und umgekehrt.

Indem man $s = 3$ für $H = 6$ Fuss, und $s = 2$ für $H = 60$ Fuss gelten lässt, kann man, so wie im vorigen §., wieder annäherungsweise die Abhängigkeit zwischen den Grössen s und H durch eine Gleichung von der Form:

$$s = a + \frac{b}{H} \dots\dots\dots (139)$$

ausdrücken, und es sind jetzt die Constanten a und b aus den beiden Bedingungs-gleichungen:

$$3 = a + \frac{b}{6} \text{ und } 2 = a + \frac{b}{60}$$

abzuleiten, wodurch man insbesondere $a = 1\frac{2}{3} = 1.89$ und $b = 6\frac{2}{3} = 6.67$, sofort aber:

$$s = 1.89 + \frac{6.67}{H} \dots\dots\dots (140)$$

erhält.

Für $H = 24$ Fuss wäre z. B. $s = 2.17$ oder abgerundet, $s = 2.2$.

§. 37.

Zusammenfassung der theoretisch - praktischen Regeln für die Bestimmung des Erddruckes an Strassen- und Eisenbahnstützmauern. Man berechne zunächst den Erddruck nach der, in der Gestalt der hydrostatischen Formel erscheinenden Gleichung (94):

$$D = \frac{1}{2} w \frac{H^2}{\cos \varepsilon},$$

worin H die verticale Mauerhöhe über dem Fundamente, ε den Neigungswinkel der gedrückten Mauerfläche gegen das Loth, w aber das per Cubikeinheit entfallende Gewicht derjenigen eingebildeten tropfbaren Flüssigkeit bedeutet, welche denselben Druck an die Stützwand ausüben würde, wie das cohäsionslos gedachte Erdreich.

Der fragliche Werth für w ist nach einer der massgebenden Gleichungen (95, 96, 97, 98) oder mit Zuhilfenahme der Tabelle VI im §. 27 (pag. 90) zu bestimmen, wobei anstatt g das Gewicht der cubischen Einheit des Erdreiches im lockeren Zustande, eventuell um den wegen des Wassereindringens nothwendig erachteten Zuschlag vermehrt, einzuführen ist.

Der so erhaltene Erddruck D ist sodann mit Bedachtnahme auf die zufällige Belastung, und weil ein gewisser Sicherheitsüberschuss vorhanden sein muss, mit dem Sicherheits-Coefficienten s zu multipliciren, welcher nach Massgabe der Gleichungen (138) oder (140), je nachdem es sich um Stützmauern an gewöhnlichen Strassen oder an Eisenbahnen handelt, zu beziffern ist, um nämlich denjenigen Erddruck D' zu erhalten, den man schliesslich bei der Beurtheilung der Mauer-Stabilität in Berücksichtigung zu nehmen hat.

Insoferne hiebei der Hebelsarm für das Umsturzmoment in Betracht kommt, kann man den Mittelpunkt des Erddruckes geradezu in dem dritten Theile der Druckhöhe annehmen.

Bei der praktischen Ausführung hat man übrigens darauf zu sehen, dass die Erdanschüttung allmählig in Schichten aufge-

tragen und gehörig gestampft, wenn möglich auch durch das Darüberfahrenlassen des Arbeits-Fuhrwerkes noch weiter verdichtet werde; auch soll für den gehörigen Abfluss des Regen- und Schneewassers, dann der etwa im Innern zufließenden Quellen Sorge getragen werden.

Bemerkenswerth ist noch, dass es üblich ist, bei Anschüttungen auf Berglehnen diesen letzteren eine stufenförmige Gestaltung zu geben (beispielsweise, wie in der Figur 50), um eine zweckmässigere Verbindung zwischen dem aufgeschütteten und dem gewachsenen Erdreiche zu bewerkstelligen.

Ex. Wie gross ist der Erddruck an eine 30 Fuss hohe Strassen-Stützmauer, behufs der Stabilitätsberechnung für diese letztere, anzunehmen, wenn die gedrückte Mauerfläche liegend und hiefür $\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{1}{10}$ ist, ferner das Gewicht des aus Dammerde bestehenden Hinterfüllungsmateriales im lockeren Zustande 75 Pfunde, und das natürliche Böschungsverhältniss $\operatorname{tg} \alpha = 1.2$ beträgt?

Nimmt man nach den Andeutungen im §. 34 den Gewichtszuschlag wegen des in das Erdreich möglichen Wassereindringens mit 5 Pfd. an, so hat man für $g = 75 + 5 = 80$ Pfd. zu setzen. Nun findet man nach der Tabelle VI für $\operatorname{tg} \alpha = 1.2$ und $\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{1}{10}$, an der Durchkreuzung der bezüglichen Spalten:

$$\frac{w}{g} = 0.184,$$

somit nach Benützung des vorigen Werthes für g :

$$w = 0.184 g = 14.72 \text{ Pfd.}$$

Indem man jetzt (laut der Tabelle III) $\frac{1}{\cos \varepsilon} = 1.005$ setzt, so erhält man, wegen $H = 30$ Fuss, nach der Formel (94):

$$D = \frac{1}{2} w \frac{H^2}{\cos \varepsilon} = 6657 \text{ Pfd.} = 66.57 \text{ Ctr.}$$

Endlich hat man nach der Formel (138) den betreffenden Sicherheits-Coefficienten:

$$s = 1.44 + \frac{3.33}{H} = 1.55,$$

hiermit aber die fragliche Grösse des Erddruckes:

$$D' = s D = 103.2 \text{ Ctr.}$$

Zweites Capitel.

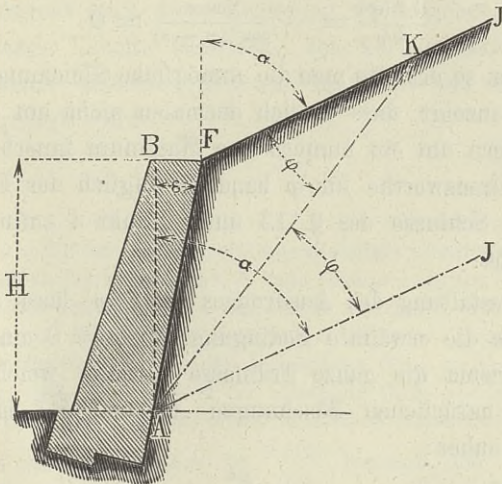
Erddruck an eine um den Winkel ε geneigte Stützwand von der Höhe H , wenn das anliegende Erdreich von der Wandkrone an nach der natürlichen Böschung ansteigt.

§. 38.

Grösse des Erddruckes und Mittelpunkt desselben in diesem Falle. Um die Grösse des bezüglichen Erddruckes an die Stützwand aufzufinden, und zwar, indem man gleich von vorne herein die allfällige Cohäsion des Erdreiches ausser Acht lässt, hat man die Formel (78) für $c = 0$ zu benutzen, und hiernach zu setzen:

$$D = \max A = \max \left[\frac{X \sin \varphi}{\cos(\varphi + \varepsilon)} \right] \dots \dots (141).$$

Fig. 54.



Hierin ist nach Fig. 54:

$$\begin{aligned} X &= \left\{ \begin{array}{l} \text{Gewicht des Erd-} \\ \text{prisma's } AFK \end{array} \right\} = g \cdot \triangle AFK \\ &= \frac{1}{2} g \cdot \overline{AF} \cdot \overline{AK} \cdot \sin \sphericalangle FAK, \end{aligned}$$

also wegen:

$$\overline{AF} = \frac{H}{\cos \varepsilon}, \quad \sphericalangle FAK = (\alpha - \varepsilon - \varphi) \text{ und}$$

$$\overline{AK} = \overline{AF} \frac{\sin \sphericalangle AFK}{\sin \sphericalangle AKF} = \frac{H}{\cos \varepsilon} \frac{\sin (180^\circ - \alpha + \varepsilon)}{\sin \varphi} = \frac{H \sin (\alpha - \varepsilon)}{\cos \varepsilon \sin \varphi},$$

insbesondere:

$$X = \frac{1}{2} g H^2 \frac{\sin (\alpha - \varepsilon) \sin (\alpha - \varepsilon - \varphi)}{\cos^2 \varepsilon \sin \varphi},$$

hiernach aber:

$$\mathcal{A} = \frac{1}{2} g H^2 \frac{\sin (\alpha - \varepsilon)}{\cos^2 \varepsilon} \cdot \frac{\sin (\alpha - \varepsilon - \varphi)}{\cos (\varphi + \varepsilon)}, \quad \dots \quad (142).$$

Der in dieser Formel von φ abhängige Factor:

$$f(\varphi) = \frac{\sin [\alpha - (\varphi + \varepsilon)]}{\cos (\varphi + \varepsilon)} = \cos \alpha [\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} (\varphi + \varepsilon)]$$

ist nun zu einem Maximum zu machen, nämlich insoferne, als ein solches innerhalb der Grenzen $\varphi = 0$ und $\varphi = (\alpha - \varepsilon)$ stattfindet.

Würde man hiebei den ersten Differential-Quotienten:

$$\frac{df(\varphi)}{d\varphi} = - \frac{\cos \alpha}{\cos^2 (\varphi + \varepsilon)} = 0$$

setzen wollen, so erhielte man die unmögliche Gleichung $\cos (\varphi + \varepsilon) = \infty$, was anzeigt, dass es sich dermalen nicht um ein analytisches, sondern um ein numerisches Maximum innerhalb der bezeichneten Grenzwerte für φ handelt, folglich der Fall eintritt, auf den am Schlusse des §. 13 unter Punkt 4 aufmerksam gemacht wurde.

Die Gestaltung des Ausdruckes für $f(\varphi)$ lässt sogleich erkennen, dass die erwähnte Bedingung für $\varphi = 0$ eintritt, somit das Bruchprisma die ganze Erdmasse enthält, welche zwischen den beiden natürlichen Böschungen \overline{AJ} und \overline{FJ} enthalten ist. Man erhält daher:

$$\begin{aligned} D = \max \mathcal{A} &= \frac{1}{2} g \frac{H^2}{\cos^3 \varepsilon} \sin^2 (\alpha - \varepsilon) \\ &= \frac{1}{2} g \frac{H^2}{\cos \varepsilon} \left[\frac{\sin (\alpha - \varepsilon)}{\cos \varepsilon} \right]^2 = \frac{1}{2} w \frac{H^2}{\cos \varepsilon} \dots \dots \dots (143), \end{aligned}$$

worin:

$$w = g \left[\frac{\sin (\alpha - \varepsilon)}{\cos \varepsilon} \right]^2 \dots \dots \dots (144)$$

das Gewicht der cubischen Einheit derjenigen eingebildeten tropfbaren Flüssigkeit bedeutet, welche auf die Wand denselben Druck, wie das Erdreich, ausüben würde*).

Um zur Berechnung der Formel (144) nicht trigonometrische Tafeln benützen zu müssen, hat man dieselbe wie folgt umzustellen:

$$\begin{aligned} \frac{w}{g} &= \left(\frac{\sin \alpha \cos \varepsilon - \cos \alpha \sin \varepsilon}{\cos \varepsilon} \right)^2 \\ &= \cos^2 \alpha (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \varepsilon)^2 = \frac{(\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \varepsilon)^2}{(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha)} \dots \dots (145), \end{aligned}$$

so dass jetzt nur die für $\operatorname{tg} \varepsilon$ und $\operatorname{tg} \alpha$ gegebenen Werthe zu substituiren sind.

Für eine verticale Stützwand ist $\varepsilon = 0$, somit:

$$\frac{w}{g} = \sin^2 \alpha = \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} \dots \dots \dots (146),$$

$$D = \frac{1}{2} g H^2 \sin^2 \alpha \dots \dots \dots (147).$$

Um übrigens auch diese Rechnung zu umgehen, kann man die nachstehende Tabelle benützen, von deren Einrichtung der Hauptsache nach dasselbe gilt, was im §. 27 von der dortigen Tabelle VI gesagt wurde.

*) Für $\alpha = 90^\circ$ ist das Hinterfüllungsmaterialie unmittelbar als tropfbare Flüssigkeit zu betrachten, und es kann sodann zwischen den Einheitsgewichten g und w ein Unterschied nicht mehr vorhanden sein. In der That ergibt sich aus der Formel (144), wenn $\alpha = 90^\circ$ wird, geradezu $w = g$. Hierbei fällt die Bedingung, dass die Bruchfläche für $\varphi = 0$ eintritt, ausnahmsweise weg, weil, wenn man in der Gleichung (142) $\alpha = 90^\circ$ setzt, der Werth von Δ überhaupt constant wird, also eines Maximums nicht mehr fähig ist, was auch die Relation für $\frac{df(\varphi)}{d\varphi}$ beweiset, die dann, wegen $\alpha = 90^\circ$, immer verschwindet, wie auch der Winkel φ gewählt werden mag.

IX. Tabelle*).

$\frac{10}{9} = \left[\frac{\sin(\alpha - \varepsilon)}{\cos \varepsilon} \right]^2 =$		tg ε , für die innere Wandböschung							
		0	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$
tg α , für die natürliche Erdböschung	1·0	0·500	0·420	0·405	0·395	0·383	0·347	0·320	0·281
	1·1	0·548	0·468	0·452	0·442	0·430	0·394	0·367	0·327
	1·2	0·590	0·511	0·496	0·486	0·474	0·438	0·410	0·370
	1·3	0·628	0·550	0·535	0·525	0·513	0·478	0·450	0·410
	1·4	0·662	0·586	0·571	0·561	0·549	0·514	0·486	0·447
	1·5	0·692	0·618	0·603	0·594	0·582	0·547	0·520	0·481
	1·6	0·719	0·646	0·632	0·623	0·611	0·577	0·551	0·512
	1·7	0·743	0·672	0·658	0·649	0·638	0·604	0·578	0·540
	1·8	0·764	0·695	0·682	0·673	0·662	0·629	0·604	0·567
	1·9	0·783	0·716	0·703	0·694	0·683	0·652	0·627	0·591
	2·0	0·800	0·735	0·722	0·714	0·703	0·672	0·648	0·613
	2·1	0·815	0·752	0·739	0·731	0·721	0·691	0·667	0·633

Ex. Es sei der Erddruck an eine liegende Stützmauer zu berechnen, wenn die Oberfläche des Erdreichs nach der natürlichen Böschung ansteigt, die Cohäsion desselben und die Reibung an der Mauer ausser Betracht bleibt und hiezu folgende Daten bekannt sind:

*) Diese Tabelle hat der Verfasser zuerst in dem österreichischen Baualbum für das Jahr 1861 veröffentlicht.

Höhe der Mauer	$H = 30$ Fuss,
Verhältniss zwischen Anlage und Höhe der inneren Mauerböschung	$\text{tg } \varepsilon = \frac{1}{6}$,
Erdgewicht per Cubikfuss	$g = 85$ Pfd.,
Verhältniss zwischen Anlage und Höhe der natürlichen Erdböschung	$\text{tg } \alpha = 1.27$.

Rechnet man zunächst nach der Formel (144), wozu man jedoch trigonometrische Tafeln benöthigt, so hat man, wegen $\alpha = 51^\circ 47'$, $\varepsilon = 9^\circ 28'$ und $(\alpha - \varepsilon) = 42^\circ 19'$:

$$\frac{w}{g} = \left[\frac{\sin 42^\circ 19'}{\cos 9^\circ 28'} \right]^2 = 0.466.$$

Rechnet man dagegen, ohne derlei Tafeln, nach der Formel (145), so hat man:

$$\frac{w}{g} = \frac{(1.27 - \frac{1}{6})^2}{1 + 1.27^2} = 0.466, \text{ wie zuvor.}$$

Benützt man endlich die Tabelle IX, so wird man, wie folgt, vorgehen:

Für $\text{tg } \alpha = 1.2$ und $\text{tg } \varepsilon = \frac{1}{6}$ ist:.....	$\frac{w}{g} = 0.438,$
„ $\text{tg } \alpha = 1.3$ „ $\text{tg } \varepsilon = \frac{1}{6}$ „ :.....	$\frac{w}{g} = 0.478,$
<hr/>	
Differenz: 0.1	$0.040.$

Da aber $\text{tg } \alpha = 1.27$ ist, so findet man durch Interpolation:

$$0.1 : 0.040 = (1.27 - 1.20) : x,$$

woraus sich ergibt:

$$x = 0.028 \text{ und } \frac{w}{g} = 0.438 + x = 0.466,$$

somit wieder dasselbe Resultat.

Hiernach erhält man weiter:

$$w = 0.466 g = 39.61 \text{ Pfd.},$$

und nach der Formel (143), worin (laut Tabelle III) $\frac{1}{\cos \varepsilon} = 1.0138$ zu setzen ist:

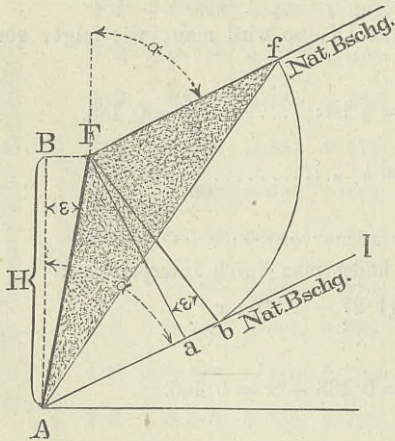
$$D = \frac{1}{2} w \frac{H^2}{\cos \varepsilon} = 180.70 \text{ Ctr.},$$

welcher Druck, wie man aus der Vergleichung dieses Beispiels mit jenem auf Seite 91 angegebenen ersieht, bedeutend grösser ist, als in dem Falle, wenn unter sonst gleichen Umständen die Oberfläche des Erdreiches eine horizontale Begrenzung hat.

Was den Mittelpunkt des Druckes betrifft, so liegt derselbe unter den vorausgesetzten Umständen, wonach die Grösse des Druckes mit dem Quadrate der Stützwandhöhe zu- und abnimmt, in dem dritten Theile dieser Höhe, von unten an gerechnet.

Uebergehend auf die grafische Darstellung der Wirkung des in Rede stehenden Erddruckes, so kann man wieder unterscheiden, ob es sich hiebei darum handelt, die verhältnissmässige Zunahme des Druckes von oben nach unten, oder aber die Grösse des Druckes selbst durch das Gewicht eines Erdprisma's anschaulich zu machen.

Fig. 55.



In ersterer Beziehung können auch dermalen die für die hydrostatischen Verhältnisse gegebenen Figuren 12 und 13 als Grundlage dienen, weil, wie zuvor bemerkt, der hier in Betracht kommende Erddruck, eben so wie der hydrostatische Druck, von dem Quadrate der Druckhöhe abhängt.

In der zweiten Beziehung dagegen gibt die in der Fig. 55 angedeutete Construction Aufschluss, in welcher nämlich das punktirte Erdprisma AFf dem Gewichte nach den oben mit D bezeichneten Erddruck vorstellt. Dieses Erdprisma wird auf folgende Art gefunden:

Sind \overline{AI} und \overline{FI} nach der natürlichen Erdböschung gerichtet, so hat man

$$\overline{Fa} \perp \overline{AI}, \sphericalangle aFb = \varepsilon \text{ und } \overline{Fb} = \overline{Ff}$$

zu machen, hierauf aber \overline{Af} zu ziehen; denn es ist:

$$\overline{AF} = \frac{H}{\cos \varepsilon}, \overline{aF} = \overline{AF} \sin (\alpha - \varepsilon) = \frac{H \sin (\alpha - \varepsilon)}{\cos \varepsilon},$$

$$\overline{Ff} = \overline{Fb} = \frac{\overline{aF}}{\cos \varepsilon} = \frac{H \sin(\alpha - \varepsilon)}{\cos^2 \varepsilon},$$

$$\triangle AFf = \frac{1}{2} \overline{Fa} \cdot \overline{Ff} = \frac{1}{2} H^2 \frac{\sin^2(\alpha - \varepsilon)}{\cos^2 \varepsilon} = \frac{1}{2} \frac{H^2}{\cos \varepsilon} \left[\frac{\sin(\alpha - \varepsilon)}{\cos \varepsilon} \right]^2,$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Gewicht des Erd-} \\ \text{prisma's } AFf \end{array} \right\} = g \cdot \triangle AFf = \frac{1}{2} g \frac{H^2}{\cos \varepsilon} \left[\frac{\sin(\alpha - \varepsilon)}{\cos \varepsilon} \right]^2,$$

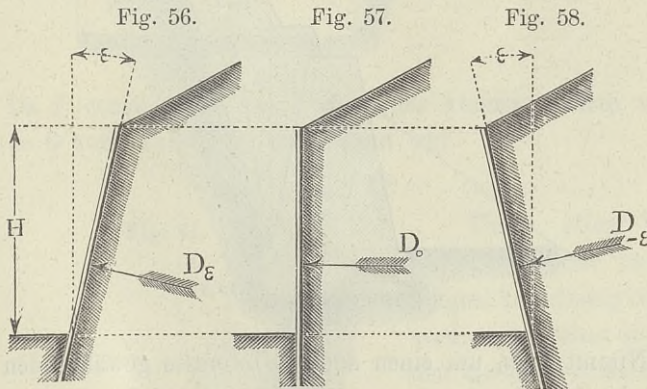
also in der That eben so gross, wie der in der Formel (143) bezifferte Erddruck, wodurch die Richtigkeit der vorbeschriebenen Construction nachgewiesen erscheint.

Für eine verticale Stützwand ist $\varepsilon = 0$, und die Construction wird insoferne einfacher, als hiebei der Punkt b auf a fällt, und dieserwegen bloss $\overline{Ff} = \overline{Fa}$ zu machen ist.

§. 39.

Einfluss der Richtung der Stützwand auf die Grösse des Erddruckes. Unter übrigens gleichen Umständen ist der bezügliche Erddruck, und zwar:

An eine liegende Stützwand (Fig. 56):



$$D_{\varepsilon} = \frac{1}{2} g \frac{H^2}{\cos \varepsilon} \left[\frac{\sin(\alpha - \varepsilon)}{\cos \varepsilon} \right]^2;$$

an eine lothrechte (Fig. 57):

$$D_0 = \frac{1}{2} g H^2 \sin^2 \alpha;$$

und an eine überhängende (Fig. 58):

$$D_{-\varepsilon} = \frac{1}{2} g \frac{H^2}{\cos \varepsilon} \left[\frac{\sin(\alpha + \varepsilon)}{\cos \varepsilon} \right]^2.$$

Hiernach ergibt sich insbesondere:

$$D_\varepsilon : D_{-\varepsilon} = \sin^2 (\alpha - \varepsilon) : \sin^2 (\alpha + \varepsilon),$$

oder:

$$D_{-\varepsilon} = \left[\frac{\sin (\alpha + \varepsilon)}{\sin (\alpha - \varepsilon)} \right]^2 D_\varepsilon = \left(\frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \varepsilon}{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \varepsilon} \right)^2 D_\varepsilon \dots (148),$$

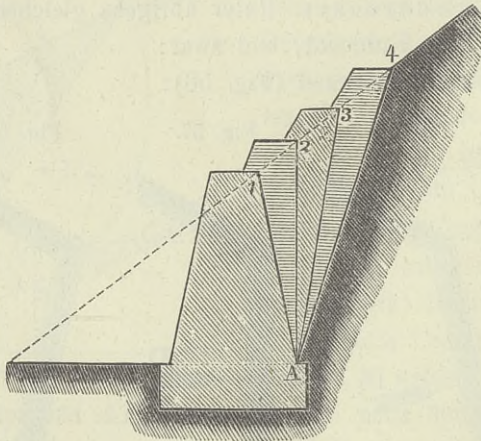
also dieselbe Relation, wie in (106), so dass es in Bezug auf das gegenseitige Verhältniss keinen Unterschied macht, ob das Erdreich oben horizontal begrenzt ist, oder nach der natürlichen Böschung ansteigt, was jedenfalls bemerkenswerth ist.

Auch findet, wie in (108), die weitere Relation statt:

$$D_\varepsilon < D_0 < D_{-\varepsilon} \dots \dots \dots (149),$$

was in ähnlicher Weise, wie im §. 29, lit. A, bewiesen werden kann.

Fig. 59.



Nimmt man, um einen anderen Interesse gewährenden Vergleich durchzuführen, an, es soll an einer Berglehne, welche nach der natürlichen Böschung ansteigt, eine Wandmauer errichtet werden, so kann man die Richtung der gedrückten Mauerfläche (Fig. 59) sehr verschieden wählen (z. B. $\overline{1A}$, $\overline{2A}$, $\overline{3A}$, $\overline{4A}$), und demzufolge die Frage stellen, bei welcher Richtung der Erd- druck am kleinsten ausfällt. Zur Beantwortung dieser Frage betrachte man den Neigungswinkel ε der Wand (Fig. 60) als va-

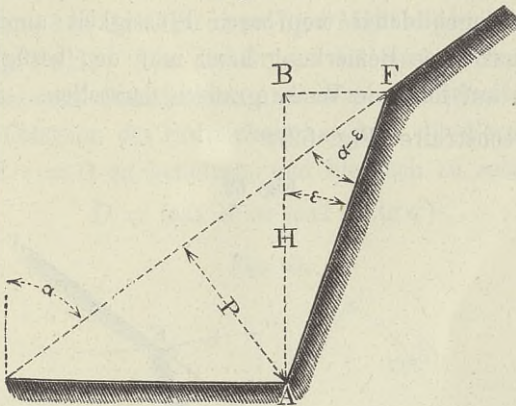
riabel, fälle von A das Perpendikel P auf die Böschungslinie der Berglehne, und beachte, dass man jetzt folgende Relationen erhält:

$$\overline{AB} = H = \overline{AF} \cos \varepsilon, \quad \overline{AF} = \frac{P}{\sin(\alpha - \varepsilon)} \quad \text{und} \quad H = P \frac{\cos \varepsilon}{\sin(\alpha - \varepsilon)};$$

hiernach aber für den Erddruck:

$$D = \frac{1}{2} g \frac{H^2}{\cos \varepsilon} \left[\frac{\sin(\alpha - \varepsilon)}{\cos \varepsilon} \right]^2 = \frac{1}{2} g \frac{P^2}{\cos \varepsilon} \dots \dots \dots (150).$$

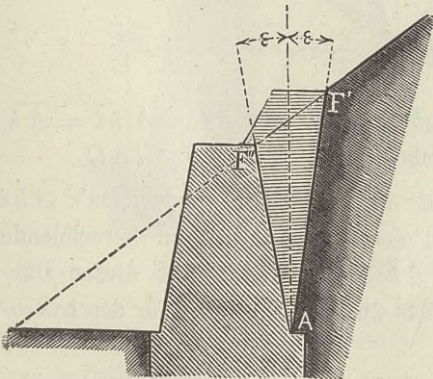
Fig. 60.



Da P constant ist, so kommt der kleinste Werth von D für $\varepsilon = 0$ zum Vorschein; denn dann ist:

$$D = \frac{1}{2} g P^2 \dots \dots \dots (151).$$

Fig. 61.



Unter allen Wandmauern, welche nach der obigen Anordnung möglich sind, wird daher diejenige den kleinsten Erddruck erleiden, deren rückwärtige Fläche vertical ist.

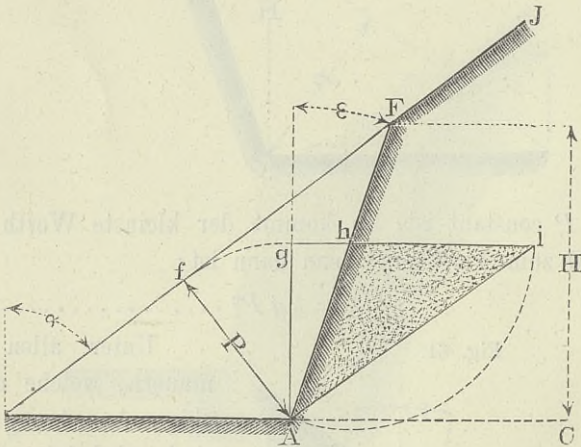
Die Formel (150) ist noch insoferne bemerkenswerth, als die Grösse des Erddruckes dieselbe bleibt, ob ε positiv oder negativ

genommen wird. Hiernach ist der Erddruck auf die Wandfläche $\overline{AF'}$ (Fig. 61) eben so gross, wie jener auf die entgegengesetzt geneigte Wandfläche $\overline{AF''}$, vorausgesetzt, dass der Neigungswinkel beider Wandflächen numerisch genommen einerlei Grösse hat.

Die besprochene Gleichung enthält übrigens genau das hydrostatische Gesetz, wenn man P als verticale Höhe der Wand, ε als Neigungswinkel derselben gegen das Loth, und g als Gewicht der eingebildeten tropfbaren Flüssigkeit annimmt. Mit Rücksicht auf diese Bemerkung kann man den bezüglichen Erddruck auch auf folgende Weise grafisch darstellen.

Man construire (Fig. 62):

Fig. 62.



$\overline{Af} = P \perp \overline{FJ}$, $\overline{Ag} = P$ und $\perp \overline{AC}$, $\overline{gi} \parallel \overline{AC}$ und $\overline{hi} = \overline{Ah}$,
oder, was auf dasselbe hinauskommt, $\sphericalangle hAi = \sphericalangle iAC$.

Sodann ist das Gewicht des punktirten Erdprisma's Ahi eben so gross, wie der nach der Formel (150) zu berechnende Erddruck D auf die Wand \overline{AF} . Die Richtigkeit dieser Darstellung ergibt sich unmittelbar aus den Gesetzen für den hydrostatischen Druck.

Drittes Capitel.

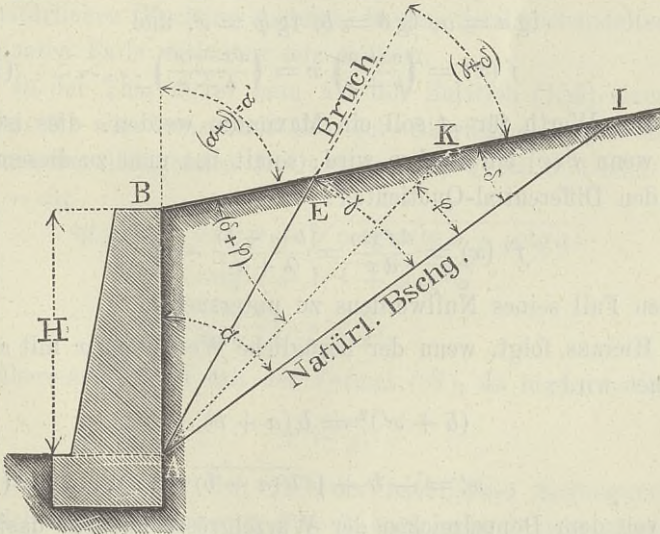
Erddruck an eine verticale Stützwand von der Höhe H , wenn das anliegende Erdreich, von der Wandkrone an, nach einer beliebigen Richtung ansteigt, welche mit der natürlichen Erdböschung den Winkel δ einschliesst.

§. 40.

Grösse des Erddruckes und Mittelpunkt desselben in diesem Falle. Um die Grösse des bezüglichen Erddruckes an die Stützwand aufzufinden, und zwar mit Beiseitelassung der allfälligen Cohäsion des Erdreiches, hat man die Formel (78) für $c = 0$ und $\varepsilon = 0$ zu benützen, und hiernach zu setzen:

$$D = \max A = \max (X \operatorname{tg} \varphi) \dots \dots \dots (152),$$

Fig. 63.



worin mit Bezug auf die Figur 63:

$$X = \left\{ \begin{array}{l} \text{Gewicht des Erd-} \\ \text{prisma's } ABK \end{array} \right\} = g \cdot \triangle ABK$$

zu substituiren kommt.

Es ist aber:

$$\triangle ABK = \frac{1}{2} \overline{AB} \cdot \overline{AK} \cdot \sin \sphericalangle BAK,$$

also wegen:

$$\overline{AB} = H, \overline{AK} = \overline{AB} \frac{\sin(\alpha + \delta)}{\sin(\delta + \varphi)} \text{ und } \sphericalangle BAK = (\alpha - \varphi) \text{ insbesondere:}$$

$$\triangle ABK = \frac{1}{2} H^2 \sin(\alpha + \delta) \frac{\sin(\alpha - \varphi)}{\sin(\delta + \varphi)},$$

$$X = \frac{1}{2} g H^2 \sin(\alpha + \delta) \frac{\sin(\alpha - \varphi)}{\sin(\delta + \varphi)},$$

und:

$$A = \frac{1}{2} g H^2 \sin(\alpha + \delta) \frac{\sin(\alpha - \varphi) \operatorname{tg} \varphi}{\sin(\delta + \varphi)} \dots \dots (153).$$

Der variable Theil dieses Ausdruckes heisst:

$$\begin{aligned} F(\varphi) &= \frac{\sin(\alpha - \varphi) \operatorname{tg} \varphi}{\sin(\delta + \varphi)} = \frac{\cos \alpha}{\cos \delta} \left(\frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \varphi}{\operatorname{tg} \delta + \operatorname{tg} \varphi} \right) \operatorname{tg} \varphi \\ &= \frac{\cos \alpha}{\cos \delta} \left(\frac{a - x}{b - x} \right) x = \frac{\cos \alpha}{\cos \delta} f(x), \end{aligned}$$

wenn man, der Kürze halber, vorläufig setzt:

$$\operatorname{tg} \alpha = a, \operatorname{tg} \delta = b, \operatorname{tg} \varphi = x, \text{ und}$$

$$f(x) = \left(\frac{a - x}{b - x} \right) x = \left(\frac{ax - x^2}{b + x} \right) \dots \dots \dots (154).$$

Der Werth für A soll ein Maximum werden, dies ist der Fall, wenn $f(x)$ ein solches wird; somit hat man zu diesem Behufe den Differential-Quotienten:

$$f'(x) = \frac{df(x)}{dx} = \frac{b(a+b)}{(b+x)^2} - 1$$

für den Fall seines Nullwerdens zu untersuchen.

Hieraus folgt, wenn der bezügliche Werth von x mit x' bezeichnet wird:

$$(b + x')^2 = b(a + b),$$

also:

$$x' = -b + \sqrt{b(a+b)} \dots \dots \dots (155),$$

weil von dem Doppelzeichen der Wurzelgrösse offenbar dasjenige zu wählen ist, wofür der Werth von x' positiv wird.

Indem nun allgemein $x = \operatorname{tg} \varphi$ war, so hat man insbesondere $x' = \operatorname{tg} \gamma$, weil nämlich der dazu gehörige Werth von φ den mit γ bezeichneten Bruchwinkel vorstellt; somit ist:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \gamma &= -b + \sqrt{b(a+b)} = \sqrt{b} [\sqrt{a+b} - \sqrt{b}] \\ &= -\operatorname{tg} \delta + \sqrt{\operatorname{tg} \delta (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \delta)} \\ &= \sqrt{\operatorname{tg} \delta} [\sqrt{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \delta} - \sqrt{\operatorname{tg} \delta}] \end{aligned} \right\} \dots (156).$$

Dieser Werth begründet in der That das Maximum von \mathcal{A} , weil der zweite Differential-Quotient allgemein:

$$f''(x) = \frac{d^2 f(x)}{dx^2} = -\frac{2b(a+b)}{(b+x)^3},$$

also für $x = x'$ insbesondere:

$$f''(x') = -\frac{2}{\sqrt{b(a+b)}},$$

somit negativ wird, wie es für das Maximum von $f(x)$, beziehungsweise von \mathcal{A} sein soll.

Als Controle für die Richtigkeit des erhaltenen Werthes von $\operatorname{tg} \gamma$ kann man die Betrachtung benützen, dass die bereits bekannten einfacheren Fälle, wo die Erdanschüttung hinter der Stützwand einmal horizontal begrenzt ist, und das andere Mal nach der natürlichen Böschung ansteigt, in dem jetzt behandelten allgemeineren Falle enthalten sein müssen.

In der That findet man aus der Relation (156) einerseits, nämlich für eine horizontale Erdreich-Oberfläche, wegen der damit zusammenhängenden Bedingung $(\alpha + \delta) = 90^\circ$ oder $\delta = (90^\circ - \alpha)$:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \gamma &= -\operatorname{cotg} \alpha + \sqrt{\operatorname{cotg} \alpha (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{cotg} \alpha)} \\ &= -\operatorname{cotg} \alpha + \sqrt{1 + \operatorname{cotg}^2 \alpha} \\ &= \left(\frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} \right) = \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}, \end{aligned}$$

also übereinstimmend mit der Formel (87), da hier $\varepsilon = 0$ ist:

$$\gamma = \frac{\alpha}{2};$$

andererseits aber für den Fall der natürlichen Ansteigung der Erdreich-Oberfläche, wegen $\delta = 0$, auch $\gamma = 0$, was gleichfalls mit dem diesbezüglichen früheren Ergebnisse (§. 38) im Einklange steht.

Die erwähnten zwei Specialfälle für $\delta = (90^\circ - \alpha)$ und für $\delta = 0$ bilden die Grenzen, zwischen welchen die sonstigen Fälle

für eine beliebige Ansteigung der Erdreich-Oberfläche hinter der Stützwand gelegen sind.

In dem ersten Grenzfall halbirt die Bruchfläche im Erdreiche den Winkel zwischen der natürlichen Erdböschung und der Stützwand, im zweiten dagegen fällt dieselbe mit der natürlichen Erdböschung zusammen; hieraus, und in Folge der näheren Untersuchung der Gleichung (156) schliesst man, dass der Bruchwinkel γ immer kleiner wird, je mehr sich die von der Wandkrone ansteigende Erdböschung der natürlichen nähert. Es bestehen daher für die innerhalb der angedeuteten Grenzen gelegenen Zwischenfälle die Relationen:

$$\left. \begin{aligned} (90^\circ - \alpha) > \delta > 0 & \dots\dots\dots \\ \frac{\alpha}{2} > \gamma > 0 & \dots\dots\dots \end{aligned} \right\} (157).$$

In der Regel ist nicht der Winkel δ , sondern das Böschungsverhältniss für die Erdfläche \overline{BJ} gegeben; dann ist zunächst nur $\text{tg } \alpha' = \text{tg}(\alpha + \delta)$ bekannt, es kann aber hieraus, und weil auch $\text{tg } \alpha$ gegeben ist, $\text{tg } \delta$ leicht berechnet werden; denn man hat sodann wegen $\delta = (\alpha' - \alpha)$:

$$\text{tg } \delta = \text{tg}(\alpha' - \alpha) = \left(\frac{\text{tg } \alpha' - \text{tg } \alpha}{1 + \text{tg } \alpha \text{tg } \alpha'} \right).$$

Ex. Ist $\text{tg } \alpha = 1.2$ und $\text{tg } \alpha' = \text{tg}(\alpha + \delta) = 4\frac{1}{4}$ (das Erdreich steigt also hinter der Stützwand, wie man zu sagen pflegt, nach einer $4\frac{1}{4}$ füssigen Böschung an), so findet man:

$$\text{tg } \delta = \frac{1}{4}, \text{ somit } \text{tg } \gamma = -0.5 + \sqrt{0.85} = 0.422$$

$$\text{und } \gamma = 22^\circ 52' < \frac{\alpha}{2} = 25^\circ 6', \text{ weil } \alpha = 50^\circ 12' \text{ ist.}$$

Die Bruchfläche des untersuchten Falles lässt sich auch in grafischer Weise ohne Schwierigkeit finden.

Man construire nämlich (Fig. 64) $\overline{AJ'} \parallel \overline{BJ}$, $\overline{Bb} \perp \overline{AJ}$, über \overline{Bb} als Durchmesser einen Halbkreis, endlich $\overline{bd} = \overline{bc}$; sodann ist die durch d gezogene Gerade \overline{AE} die gesuchte Bruchrichtung und der punktirte Erdkörper ABE das Bruchprisma.

Beweis.

$$\overline{aB} = \overline{Aa} \operatorname{tg} \alpha, \quad \overline{ab} = \overline{Aa} \operatorname{tg} \delta,$$

$$\overline{aB} + \overline{ab} = \overline{Bb} = \overline{Aa} (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \delta),$$

$$\overline{bc} = \sqrt{\overline{Bb} \cdot \overline{ab}} = \overline{Aa} \sqrt{\operatorname{tg} \delta (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \delta)},$$

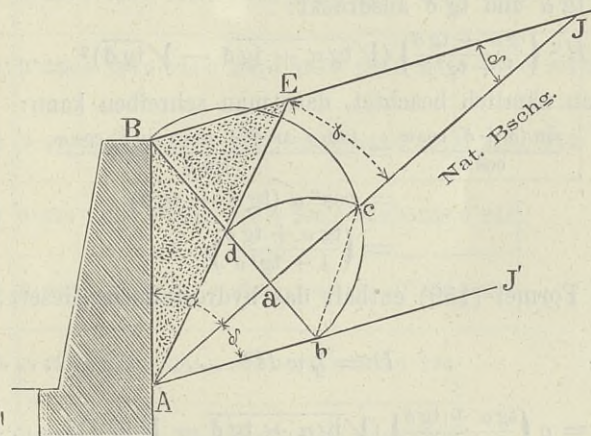
$$\overline{ad} = \overline{bd} - \overline{ab} = \overline{bc} - \overline{ab} =$$

$$= \overline{Aa} [-\operatorname{tg} \delta + \sqrt{\operatorname{tg} \delta (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \delta)}],$$

$$\operatorname{tg} \sphericalangle aAd = \frac{\overline{ad}}{\overline{Aa}} = -\operatorname{tg} \delta + \sqrt{\operatorname{tg} \delta (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \delta)},$$

somit $\sphericalangle aAd = \gamma$.

Fig. 64.



Noch ist der Werth von x' aus der Gleichung (155) zurück zu substituiren in die Relationen für $f(x)$, $F(\varphi)$ und \mathcal{A} , um sofort den Maximalwerth dieser letzteren Grösse und hiedurch den fraglichen Erddruck D zu finden.

In Ausführung dieser Absicht hat man:

$$x' = -b + \sqrt{b(a+b)} = \sqrt{b} (\sqrt{a+b} - \sqrt{b}),$$

$$a - x' = a + b - \sqrt{b(a+b)} = \sqrt{a+b} (\sqrt{a+b} - \sqrt{b}),$$

$$b + x' = \sqrt{b(a+b)}, \text{ daher:}$$

$$f(x = x') = \frac{(a - x') x'}{(b + x')} = (\sqrt{a+b} - \sqrt{b})^2,$$

und:

$$F(\varphi = \gamma) = \frac{\cos \alpha}{\cos \delta} f(x') = \frac{\cos \alpha}{\cos \delta} (\sqrt{a+b} - \sqrt{b})^2,$$

nach der Gleichung (153) aber:

$$\max D = \frac{1}{2} g H^2 \frac{\sin(\alpha + \delta) \cos \alpha}{\cos \delta} (\sqrt{a+b} - \sqrt{b})^2,$$

womit der Werth von $D = \max D$ hergestellt ist. Setzt man anstatt a und b die entsprechenden Winkeltangenten $\operatorname{tg} \alpha$ und $\operatorname{tg} \delta$, so erhält man:

$$D = \frac{1}{2} g H^2 \frac{\sin(\alpha + \delta) \cos \alpha}{\cos \delta} (\sqrt{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \delta} - \sqrt{\operatorname{tg} \delta})^2 \dots (158),$$

oder, wenn man, um ohne Zuhilfenahme von trigonometrischen Tafeln zu rechnen, auch den Factor $\frac{\sin(\alpha + \delta) \cos \alpha}{\cos \delta}$ als eine Function von $\operatorname{tg} \alpha$ und $\operatorname{tg} \delta$ ausdrückt:

$$D = \frac{1}{2} g H^2 \left(\frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \delta}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} \right) (\sqrt{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \delta} - \sqrt{\operatorname{tg} \delta})^2 \dots (159),$$

indem man nämlich beachtet, dass man schreiben kann:

$$\begin{aligned} \frac{\sin(\alpha + \delta) \cos \alpha}{\cos \delta} &= \frac{(\sin \alpha \cos \delta + \cos \alpha \sin \delta) \cos \alpha}{\cos \delta} \\ &= \cos^2 \alpha (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \delta) \\ &= \left(\frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \delta}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} \right). \end{aligned}$$

Die Formel (159) enthält das hydrostatische Gesetz, denn es ist:

$$D = \frac{1}{2} w H^2 \dots (160),$$

wobei:

$$w = g \left(\frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \delta}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} \right) (\sqrt{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \delta} - \sqrt{\operatorname{tg} \delta})^2 \dots (161)$$

das Gewicht per Kubikeinheit derjenigen eingebildeten tropfbaren Flüssigkeit bedeutet, welche denselben Druck, wie das Erdreich, erzeugt.

Ex. Für das vorhin angegebene Beispiel hat man: |

$\operatorname{tg} \alpha = 1.2$, $\operatorname{tg} \delta = 0.5$, und wenn man noch $g = 75$ Pfd., $H = 30'$ annimmt, so findet man:

$$\begin{aligned} \frac{w}{g} &= \left(\frac{1.2 + 0.5}{1 + 1.44} \right) (\sqrt{1.2 + 0.5} - \sqrt{0.5})^2 \\ &= \frac{17}{244} (\sqrt{17} - \sqrt{5})^2 = \frac{17}{122} (11 - \sqrt{85}) = 0.248, \end{aligned}$$

$$w = 0.248 g = 18.6 \text{ Pfd.},$$

$$D = \frac{1}{2} w H^2 = 83.7 \text{ Ctr.}$$

Zur bequemeren Bestimmung ist nachstehend eine Tabelle beigefügt, welche für verschiedene Werthe von $\operatorname{tg} \alpha$ und $\operatorname{tg} \varepsilon$ die entsprechenden Resultate für $\frac{w}{g}$ enthält.

X. Tabelle.

		Werthe für $\operatorname{tg} \delta$										
		0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
Natürliches Böschungsverhältniss: $\operatorname{tg} \alpha$	1.0	0.500	0.295	0.252	0.228	0.212	0.201	0.192	0.186	0.180	0.175	0.172
	1.1	0.548	0.330	0.282	0.256	0.238	0.225	0.216	0.208	0.201	0.196	
	1.2	0.590	0.362	0.311	0.282	0.262	0.248	0.237	0.229	0.222		
	1.3	0.628	0.391	0.337	0.306	0.285	0.269	0.258	0.248			
	1.4	0.662	0.418	0.361	0.328	0.306	0.289	0.276	0.266			
	1.5	0.692	0.443	0.384	0.349	0.325	0.307	0.294				
	1.6	0.719	0.466	0.404	0.368	0.343	0.325	0.310				
	1.7	0.743	0.487	0.424	0.386	0.360	0.341					
	1.8	0.764	0.506	0.441	0.402	0.375	0.355					
	1.9	0.783	0.523	0.457	0.418	0.390	0.369					
	2.0	0.800	0.539	0.472	0.432	0.403	0.382					
2.1	0.815	0.554	0.486	0.445	0.416							

$$\operatorname{tg} \alpha = a, \operatorname{tg} \delta = b,$$

$$\frac{w}{g} = \frac{(a+b)}{(1+a^2)} (\sqrt{a+b} - \sqrt{b})^2,$$

$$D = \frac{1}{2} w H^2.$$

Bei dem Gebrauche dieser Tabelle hat man selbstverständlich, insoferne hierin die Werthe von $\operatorname{tg} \alpha$ oder $\operatorname{tg} \delta$ nicht genau enthalten sind, das bekannte Interpolationsverfahren einzuschlagen.

Auch hier kann man zur Controle untersuchen, ob in der Formel (161) die Resultate für die zwei einfacheren Fälle enthalten sind, indem nämlich die Oberfläche des Erdreichs in dem einen Falle horizontal ist, in dem anderen Falle aber nach der natürlichen Böschung ansteigt.

In der That findet man für diesen, wegen $\delta = 0$, übereinstimmend mit der Gleichung (146):

$$\frac{w}{g} = \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \sin^2 \alpha;$$

für jenen aber, wegen $\delta = (90^\circ - \alpha)$, zunächst:

$$\frac{w}{g} = \left(\frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{cotg} \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} \right) (\sqrt{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{cotg} \alpha} - \sqrt{\operatorname{cotg} \alpha})^2,$$

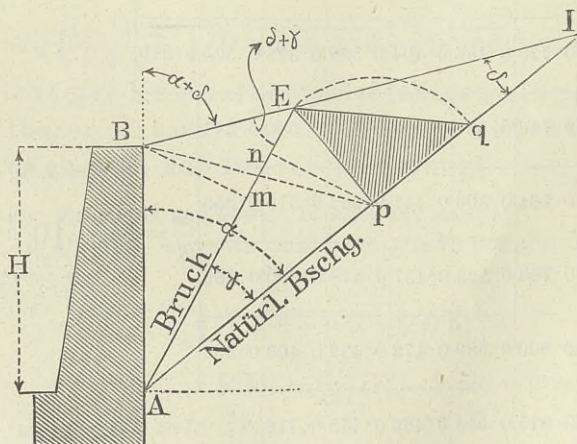
und nach durchgeführter Reduction:

$$w = g \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2},$$

also so, wie in der Formel (96).

Die in der Formel (159) dargestellte Grösse des Erddruckes kann man auch grafisch finden, und zwar durch das Gewicht

Fig. 65.



des Erdprisma's E_pq (Fig. 65), welches in folgender Weise construirt wird.

Man suche die Bruchebene \overline{AE} , wie in Fig. 64, fälle von E aus auf die natürliche Böschung \overline{AI} das Perpendikel \overline{Ep} , mache $\overline{pq} = \overline{Ep}$, und ziehe \overline{Eq} ; das schraffierte Dreieck E_pq gibt sodann das Profil eines Erdprisma's, dessen Gewicht so gross ist, wie die Intension des Erddruckes D .

Beweis.

Vorerst wird behauptet, dass die beiden Dreiecke ABE und AEp einander gleich sind. Denn man hat, wenn \overline{Bm} und \overline{np} die Dreieckshöhen sind:

$$\begin{aligned} \triangle ABE : \triangle AEp &= \overline{Bm} : \overline{np} \\ &= H \sin(\alpha - \gamma) : \overline{Ap} \cdot \sin \gamma. \end{aligned}$$

Nun ist aber:

$$\overline{Ap} = \overline{AE} \cos \gamma = H \frac{\sin(\alpha + \delta)}{\sin(\delta + \gamma)} \cos \gamma,$$

daher auch:

$$\begin{aligned} \triangle ABE : \triangle AEp &= \sin(\alpha - \gamma) \sin(\delta + \gamma) : \sin \gamma \cos \gamma \sin(\alpha + \delta) \\ &= (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \gamma) (\operatorname{tg} \delta + \operatorname{tg} \gamma) : \operatorname{tg} \gamma (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \delta) \\ &= (a - x') (b + x') : x' (a + b), \end{aligned}$$

indem man wieder die früheren Abkürzungswerthe: $\operatorname{tg} \alpha = a$, $\operatorname{tg} \delta = b$ und $\operatorname{tg} \gamma = x'$ einführt.

Berücksichtigt man jetzt den für x' gefundenen Werth in der Gleichung (155), so ergibt sich, dass in der vorstehenden Proportion das dritte und das vierte Glied einander gleich sind, somit haben auch die ersten zwei Glieder einerlei Werth, d. h.:

$$\triangle ABE = \triangle AEp,$$

was zunächst zu beweisen war.

Weiter erhält man:

$$\begin{aligned} \triangle E_pq : \triangle AEp &= \overline{pq} : \overline{Ap} \\ &= \overline{Ep} : \overline{Ap} \\ &= \operatorname{tg} \gamma : 1. \end{aligned}$$

Nach der Gleichung (152) ist aber:

$$D = \max \mathcal{A} = \max (X \operatorname{tg} \varphi),$$

oder, da dieses Maximum für $\varphi = \gamma$ und $X = G$ entsteht, auch:

$$D = G \operatorname{tg} \gamma,$$

d. h.:

$$D : G = \operatorname{tg} \gamma : 1;$$

wonach sich ergibt:

$$\begin{aligned} D : G &= \triangle Epq : \triangle AEp \\ &= g \cdot \triangle Epq : g \cdot \triangle AEp \\ &= g \cdot \triangle Epq : g \cdot \triangle ABE. \end{aligned}$$

Indem nun G das Gewicht des Bruchprisma's bedeutet, also:

$$G = g \cdot \triangle ABE$$

zu setzen ist, folgt schliesslich:

$$D = g \cdot \triangle Epq,$$

welcher Werth in der That das Gewicht des schraffirten Erdkörpers repräsentirt, somit die Richtigkeit der obigen Construction dargethan ist.

Zugleich geht aus dieser Untersuchung hervor, dass die beiden Dreieckshöhen \overline{Bm} und \overline{np} gleich gross sein müssen, welche Eigenschaft zugleich zur Controle für die richtige Lage der Bruchfläche \overline{AE} benützt werden kann. Hiebei ist übrigens nicht nothwendig, diese Höhen thatsächlich zu zeichnen; es genügt offenbar, blos die Vierecksdiagonale \overline{Bp} zu ziehen und nachzusehen, ob diese durch die Bruchlinie \overline{AE} (zweite Vierecksdiagonale) halbirt wird.

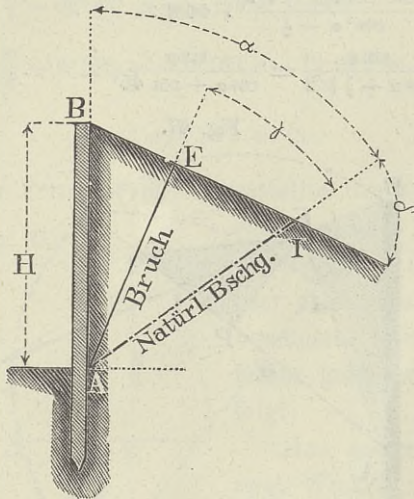
Was endlich den Mittelpunkt des Druckes betrifft, so muss derselbe, weil die Gleichung für die Grösse des Erddruckes unter der Form $D = kH^2$ erscheint, wobei k ein von der Druckhöhe H unabhängiger Coefficient ist, ebenfalls, wie in den Fällen der vorhergehenden zwei Capitel, insoferne die Erdecohäsion überall gleich Null angenommen wird, in dem dritten Theile der Druckhöhe, von unten an gerechnet, liegen.

§. 41.

Uebergang auf den Fall, wenn die Oberfläche des Erdreiches, von der Wandkrone angefangen, nach

rückwärts abfällt. Dieser in der Fig. 66 dargestellte Fall entsteht für $\delta > (90^\circ - \alpha)$, wobei δ so lange zunehmen kann, bis die Böschung \overline{BI} zur natürlichen wird, für welchen Grenzfall das $\triangle ABI$ die gleichen Schenkel \overline{AI} und \overline{BI} erhält, und hier- nach der $\sphericalangle \delta = (180^\circ - 2\alpha) = 2(90^\circ - \alpha)$ ist.

Fig. 66.



Die in dem vorhergehenden §. enthaltenen Formeln und Constructionsregeln finden auch gegenwärtig Anwendung, wie dies die folgende Figur 67 zeigt, in welcher — wie in den Figuren 64 und 65 — einerseits der Bruchwinkel γ , und andererseits der Erddruck D (dargestellt durch das Gewicht eines Erdprismas) construirt erscheint. Es ist nämlich:

$$\sphericalangle dAa = \text{Bruchwinkel } \gamma,$$

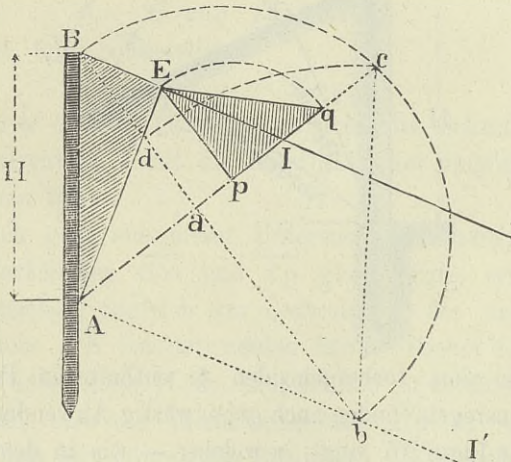
$$\left. \begin{array}{l} \text{Gewicht des Erd-} \\ \text{prismas } Epq \end{array} \right\} = g \cdot \triangle Epq = \text{Erddruck } D.$$

Der Bruchwinkel γ ist, wie man durch eine nähere Untersuchung findet, dermalen — im Gegensatze zu dem Resultate im vorigen §. — grösser, als $\frac{\alpha}{2}$.

Für den obbezeichneten Grenzfall, in welchem $\delta = (180^\circ - 2\alpha)$ ist, hat man insbesondere nach der Gleichung (156), indem man dort $\text{tg } \delta = -\text{tg } 2\alpha$ substituirt:

$$\begin{aligned}
 \operatorname{tg} \gamma &= \operatorname{tg} 2\alpha + \sqrt{-\operatorname{tg} 2\alpha (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} 2\alpha)} \\
 &= \operatorname{tg} 2\alpha - \sqrt{\operatorname{tg} 2\alpha (\operatorname{tg} 2\alpha - \operatorname{tg} \alpha)} \\
 &= \frac{\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha} - \sqrt{\frac{\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha} \left(\frac{\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha} - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \right)} \\
 &= \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha - \sin \alpha \sqrt{2}}{\cos 2\alpha} \\
 &= \frac{\sin \alpha (\cos \alpha - \frac{1}{2} \sqrt{2})}{\cos^2 \alpha - \frac{1}{2}}, \text{ oder:} \\
 \operatorname{tg} \gamma &= \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha + \frac{1}{2} \sqrt{2}} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha + \cos 45^\circ} \dots \dots \dots (162).
 \end{aligned}$$

Fig. 67.



Um $\operatorname{tg} \gamma$ als Function von $\operatorname{tg} \alpha$ darzustellen, kann man schreiben:

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{1 + \sqrt{\frac{1}{2}(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha)}} \dots \dots \dots (163).$$

Die Grösse des bezüglichen Erddruckes erhält man aus den Gleichungen (160) und (161), wenn man in letzterer ebenfalls $\operatorname{tg} \delta = -\operatorname{tg} 2\alpha$ substituirt. Geschieht dieses, so findet man nach durchgeführter Reduction:

$$\frac{w}{g} = \frac{1}{2} \operatorname{tg}^2 \gamma, \text{ also: } w = \frac{1}{2} g \operatorname{tg}^2 \gamma \dots \dots \dots (164^*),$$

*) Allgemein ist nach der Relation (156):

$$\left[\sqrt{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \delta} - \sqrt{\operatorname{tg} \delta} \right]^2 = \frac{\operatorname{tg}^2 \gamma}{\operatorname{tg} \delta},$$

und hiernach:

$$D = \frac{1}{2} w H^2 = \frac{1}{4} g H^2 \operatorname{tg}^2 \gamma \dots \dots \dots (165).$$

Ex. Für $\operatorname{tg} \alpha = 1.2$ (also $\alpha = 50^\circ 12'$), $H = 10$ Fuss und $g = 80$ Pfd. findet man:

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{6}{11} (\sqrt{122} - 10) = 0.570, \text{ somit:}$$

$$\gamma = 29^\circ 41' > \frac{\alpha}{2} = 25^\circ 6'; \text{ ferner:}$$

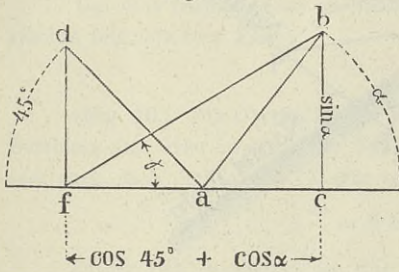
$$\frac{w}{g} = 0.162, w = 0.162 g = 12.96 \text{ Pfd.,}$$

und:

$$D = \frac{1}{2} w H^2 = 6.48 \text{ Ctr.}$$

Der in der Formel (162) dargestellte Bruchwinkel γ kann

Fig. 68.



entweder nach der allgemeinen Regel, wie in der Figur 67, oder aber, insoferne jetzt ein besonderer Fall vorliegt, einfacher gefunden werden, wie folgt:

Man zeichne nämlich die zwei Winkel α und 45° so neben einander auf, wie es in

der Figur 68 ersichtlich ist, und construire unter Zugrundelegung irgend eines als Masseinheit geltenden Halbmessers ($\overline{ab} = \overline{ad}$) sowol den Sinus als auch den Cosinus beider Winkel, so dass man erhält:

$$\begin{array}{l|l} \overline{bc} = \sin \alpha & \overline{df} = \sin 45^\circ \\ \overline{ac} = \cos \alpha & \overline{af} = \cos 45^\circ. \end{array}$$

daher zu Folge der Gleichung (161):

$$\frac{w}{g} = \left(\frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \delta}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} \right) \frac{\operatorname{tg}^2 \gamma}{\operatorname{tg} \delta},$$

und, indem man jetzt $\operatorname{tg} \delta = -\operatorname{tg} 2\alpha$ setzt, insbesondere:

$$\begin{aligned} \frac{w}{g} &= \left(\frac{\operatorname{tg} 2\alpha - \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} \right) \frac{\operatorname{tg}^2 \gamma}{\operatorname{tg} 2\alpha} = \cos^2 \alpha \cdot \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha \cos 2\alpha} \cdot \frac{\cos 2\alpha}{\sin 2\alpha} \cdot \operatorname{tg}^2 \gamma \\ &= \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{\sin 2\alpha} \operatorname{tg}^2 \gamma = \frac{1}{2} \operatorname{tg}^2 \gamma. \end{aligned}$$

Hiernach folgt:

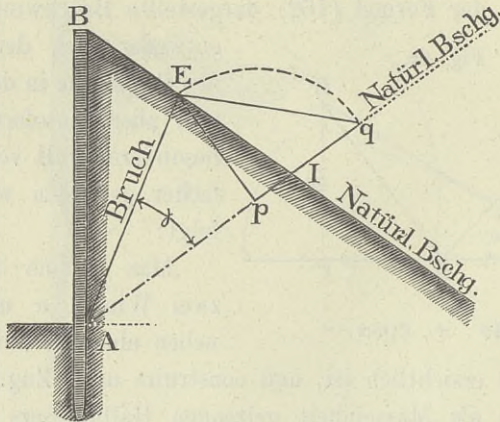
$$\operatorname{tg} \sphericalangle bfc = \frac{\overline{bc}}{\overline{cf}} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha + \cos 45^\circ},$$

also, indem man die Relation (162) beachtet:

$$\sphericalangle bfc = \text{Bruchwinkel } \gamma.$$

Wird der so gefundene Bruchwinkel (Fig. 69) gehörig aufgetragen, nämlich $\sphericalangle EAI = \gamma$ gemacht, so erhält man zunächst die Bruchfläche \overline{AE} ; und, indem man noch $\overline{Ep} \perp \overline{AI}$, ferner $\overline{pq} = \overline{Ep}$ zeichnet, ergibt sich sofort das $\triangle Epq$, als das Profil

Fig. 69.



desjenigen Prismas, welchem, aus dem betreffenden Erdmateriale bestehend gedacht, ein Gewicht zukommt, eben so gross, wie die Intension des Erddruckes an die Stützwand \overline{AB} , so dass man setzen kann: $D = g \cdot \triangle Epq$.

§. 42.

Vergleichung zwischen den Werthen für den Erddruck an eine verticale Stützwand bei verschiedenen Richtungen der Oberfläche des Hinterfüllungsmaterials. Behufs einer solchen Vergleichung braucht man nur den Winkel δ , beziehungsweise α' , in der Figur 63 variiren zu lassen, während alles Uebrige unverändert bleibt.

Die Grenzen, innerhalb welchen sich der Winkel δ bewegen kann, sind 0 und $(180^\circ - 2\alpha)$, jene für die Veränderung des Winkels α' aber, wegen $\alpha' = (\alpha + \delta)$, einerseits α und andererseits $(180^\circ - \alpha)$, wobei die obere Grenze entsteht, wenn von der Stützwandkrone angefangen das Erdreich nach der natürlichen Böschung ansteigt, die untere dagegen, wenn es von dort nach derselben Böschung abfällt. Die horizontale Begrenzung der Erdmasse liegt in der Mitte zwischen beiden Grenzen, und es ist hiefür $\delta = (90^\circ - \alpha)$ und $\alpha' = 90^\circ$.

Man findet leicht, dass mit der Zunahme von δ , beziehungsweise von α' der Erddruck unter sonst gleichen Umständen abnimmt.

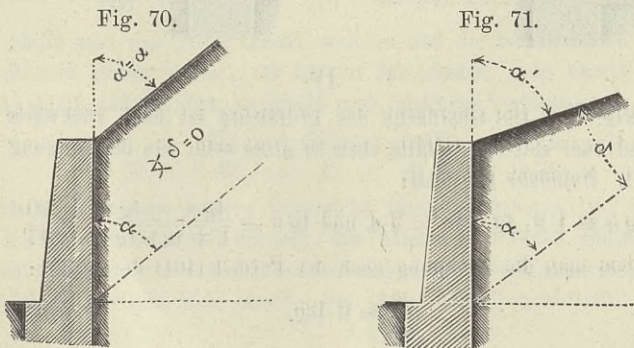
Um dies beispielsweise zu erläutern, setze man $\text{tg } \alpha = 1.2$, und betrachte folgende fünf Fälle:

I.

(Fig. 70.) Die Oberfläche des Erdreiches steigt nach der natürlichen Böschung an. Hier ist nach der Tabelle X (für $\text{tg } \alpha = 1.2$ und $\text{tg } \delta = 0$) oder auch nach der Tabelle IX (für $\text{tg } \alpha = 1.2$ und $\text{tg } \varepsilon = 0$):

$$\frac{w}{g} = 0.590.$$

Dieser Fall bezeichnet die Eine (obere) Grenze in Bezug auf die vorbemernte Variation.



II.

(Fig. 71.) Die Oberfläche des Erdreiches steigt etwas sanfter an, so dass das Verhältniss zwischen der Anlage und Höhe der bezüglichen Böschung, das Doppelte von jenem des I. Falles (also $\text{tg } \alpha' = 2 \text{tg } \alpha$) beträgt.

Hier ist $\operatorname{tg} \alpha = 1.2$, $\operatorname{tg} \alpha' = 2.4$, und wegen

$\delta = (\alpha' - \alpha)$, $\operatorname{tg} \delta = \frac{\operatorname{tg} \alpha' - \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \alpha'} = \frac{30}{97}$, somit erhält man entweder auf Grundlage der Tabelle X im Wege des Interpolirens, oder nach Formel (161):

$$\frac{w}{g} = 0.280.$$

III.

(Fig. 72.) Die Oberfläche des Erdreiches ist horizontal. Jetzt ist $\operatorname{tg} \alpha = 1.2$ und $\operatorname{tg} \delta = \operatorname{cotg} \alpha = \frac{5}{6}$, und man kann entweder, wie vorhin, oder, was bequemer ist, so verfahren, dass man auf das erste Capitel des laufenden Abschnittes zurückblickt, und die dortige Formel (98) oder die Tabelle VI, für $\operatorname{tg} \alpha = 1.2$ und $\operatorname{tg} \varepsilon = 0$, berücksichtigt. Hiernach findet man:

$$\frac{w}{g} = 0.219.$$

Fig. 72.

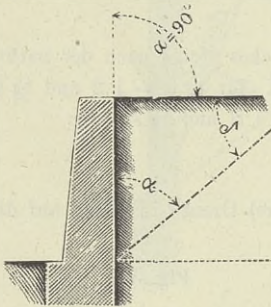
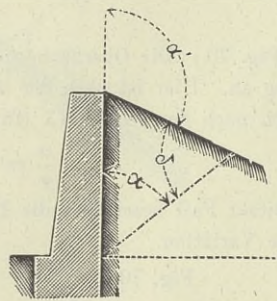


Fig. 73.



IV.

(Fig. 73.) Die Oberfläche des Erdreiches ist nach rückwärts abfallend, und zwar soll das Gefälle eben so gross sein, wie die Neigung in der Figur 71. Nunmehr hat man:

$$\operatorname{tg} \alpha = 1.2, \operatorname{tg} \alpha' = -2.4 \text{ und } \operatorname{tg} \delta = \frac{\operatorname{tg} \alpha' - \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \alpha'} = \frac{90}{47},$$

also, indem man die Rechnung nach der Formel (161) durchführt:

$$\frac{w}{g} = 0.186.$$

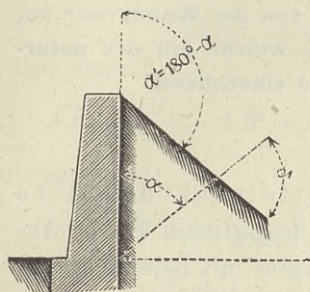
V.

(Fig. 74.) Die Oberfläche des Erdreiches fällt nach der natürlichen Böschung ab. Dann ist:

$$\operatorname{tg} \alpha = 1.2, \operatorname{tg} \alpha' = -1.2 \text{ und } \operatorname{tg} \delta = \frac{\operatorname{tg} \alpha' - \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \alpha'} = \frac{60}{11} = 5\frac{5}{11},$$

und man kann entweder wieder nach der Formel (161), oder, was hier vorzuziehen ist, nach den Gleichungen (163) und (164) die Berechnung vornehmen. Auf die letztere Art wurde dasselbe Beispiel bereits vor dem Schlusse des §. 41 durchgeführt, daher hat man, wie dort, auch hier:

Fig. 74.



$$\frac{w}{g} = 0.162.$$

Dieser Fall bezeichnet die zweite (untere) Grenze in Bezug auf die vorbesprochene Variation.

Überall ist g das Gewicht der cubischen Einheit des Erdreiches, und w zeigt dasjenige Einheitsgewicht an, welches einer tropfbaren Flüssigkeit zukommen müsste, die auf die Stützwand denselben Druck ausüben würde, wie das Erdreich unter den jedesmaligen Umständen, wobei natürlicher Weise die Oberfläche der eingebildeten Flüssigkeit stets horizontal sich vorzustellen ist.

Da der Erddruck in den verglichenen Fällen immer durch die Formel $D = \frac{1}{2} w H^2$ ausgedrückt erscheint, so verändert sich die Grösse desselben geradezu in demselben Verhältnisse, wie jenes Einheitsgewicht w . Man wird daher schliessen, dass die Grösse des Erddrucks in den verglichenen fünf Fällen in folgender Weise abnimmt:

(I)	(II)	(III)	(IV)	(V)
590	: 280	: 219	: 186	: 162.

Stellt man das dritte Glied, welches auf die horizontale Oberfläche des Erdreiches Bezug nimmt, als Einheit dar, indem man nämlich durchgehend durch 219 dividirt, so erhält man folgendes Verhältniss:

(I)	(II)	(III)	(IV)	(V)
2.69	: 1.28	: 1	: 0.85	: 0.74,

wodurch zugleich eine bessere Uebersicht insoferne geboten ist, als man jetzt den Percenten-Antheil erkennt, um welchen der Druck zunimmt oder abnimmt, wenn die Oberfläche des Erdreiches, von der Wandkrone an, über den dortigen Horizont sich erhebt, oder unter demselben abfällt.

Viertes Capitel.

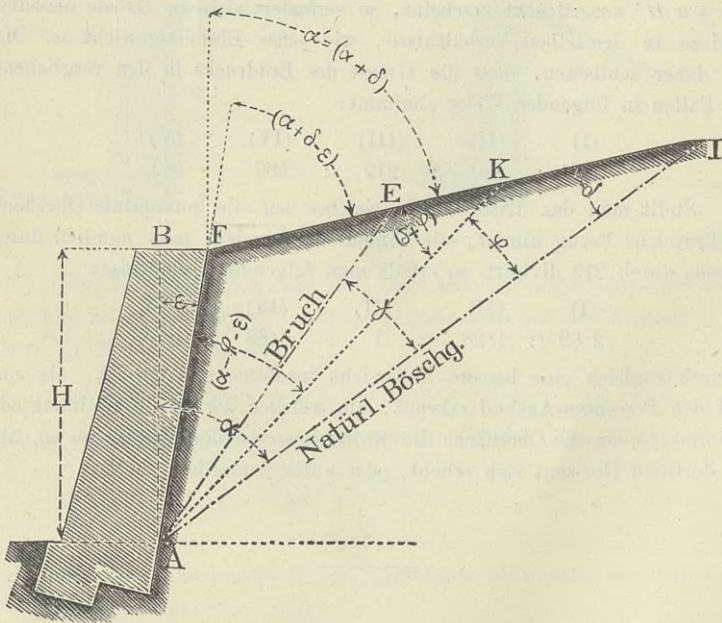
Erddruck an eine um den Winkel ε geneigte Stützwand von der Höhe H , wenn das anliegende Erdreich, von der Wandkrone an, nach einer beliebigen Richtung ansteigt, welche mit der natürlichen Böschung den Winkel δ einschliesst.

§. 43.

Grösse des Erddruckes und Mittelpunkt desselben in diesem Falle. Um die Grösse des bezüglichen Erddruckes an die Stützwand aufzufinden, und zwar wieder mit Beiseitelassung der Cohäsion des Erdreiches, hat man die Formel (78) für $c = 0$ zu benützen, und hiernach zu setzen:

$$D = \max \Delta = \max \left[\frac{X \sin \varphi}{\cos (\varepsilon + \varphi)} \right] \dots \dots \dots (166),$$

Fig. 75.



worin mit Bezug auf die Figur 75:

$$X = \left\{ \begin{array}{l} \text{Gewicht des Erd-} \\ \text{prismas } AFK \end{array} \right\} = g \cdot \triangle AFK$$

zu substituieren ist.

Es ist aber:

$$\triangle AFK = \frac{1}{2} \overline{AF} \cdot \overline{AK} \cdot \sin(\alpha - \varepsilon - \varphi),$$

also wegen:

$$\overline{AF} = \frac{H}{\cos \varepsilon}, \quad \overline{AK} = \overline{AF} \cdot \frac{\sin(\alpha + \delta - \varepsilon)}{\sin(\delta + \varphi)} = H \frac{\sin(\alpha + \delta - \varepsilon)}{\cos \varepsilon \sin(\delta + \varphi)}$$

insbesondere:

$$\begin{aligned} \triangle AFK &= \frac{1}{2} \frac{H^2}{\cos^2 \varepsilon} \cdot \frac{\sin(\alpha + \delta - \varepsilon) \sin(\alpha - \varepsilon - \varphi)}{\sin(\delta + \varphi)}, \\ X &= \frac{1}{2} g \frac{H^2}{\cos^2 \varepsilon} \cdot \frac{\sin(\alpha + \delta - \varepsilon) \sin(\alpha - \varepsilon - \varphi)}{\sin(\delta + \varphi)}, \end{aligned}$$

und:

$$\mathcal{A} = \frac{1}{2} g \frac{H^2}{\cos^2 \varepsilon} \cdot \sin(\alpha + \delta - \varepsilon) \frac{\sin \varphi \sin(\alpha - \varepsilon - \varphi)}{\sin(\delta + \varphi) \cos(\varphi + \varepsilon)} \dots \dots (167).$$

Der variable Theil dieses Ausdruckes heisst:

$$\begin{aligned} F(\varphi) &= \frac{\sin \varphi \sin(\alpha - \varepsilon - \varphi)}{\sin(\delta + \varphi) \cos(\varphi + \varepsilon)} \\ &= \frac{\sin \varphi [\sin(\alpha - \varepsilon) \cos \varphi - \cos(\alpha - \varepsilon) \sin \varphi]}{[\sin \delta \cos \varphi + \cos \delta \sin \varphi] [\cos \varphi \cos \varepsilon - \sin \varphi \sin \varepsilon]} \end{aligned}$$

daher, indem man, um auf die Tangentenwerthe der Winkel zu gelangen, im Zähler $\cos(\alpha - \varepsilon) \cos^2 \varphi$ und im Nenner $\cos \delta \sin \varepsilon \cos^2 \varphi$ als Factoren heraushebt, und zugleich abkürzt:

$$\begin{aligned} F(\varphi) &= \frac{\cos(\alpha - \varepsilon)}{\sin \varepsilon \cos \delta} \cdot \frac{\text{tg } \varphi [\text{tg}(\alpha - \varepsilon) - \text{tg } \varphi]}{(\text{tg } \delta + \text{tg } \varphi) (\text{cotg } \varepsilon - \text{tg } \varphi)} \\ &= \frac{\cos(\alpha - \varepsilon)}{\sin \varepsilon \cos \delta} \cdot \frac{x(a-x)}{(b+x)(c-x)} = \frac{\cos(\alpha - \varepsilon)}{\sin \varepsilon \cos \delta} \cdot f(x), \end{aligned}$$

wobei:

$$f(x) = \frac{x(a-x)}{(b+x)(c-x)} = \frac{ax - x^2}{bc + (c-b)x - x^2} \dots \dots (168),$$

und hierin:

$$\text{tg}(\alpha - \varepsilon) = a, \quad \text{tg } \delta = b, \quad \text{cotg } \varepsilon = c \quad \text{und} \quad \text{tg } \varphi = x$$

gesetzt ist.

Der Werth von \mathcal{A} soll ein Maximum werden, dies geschieht, wenn $f(x)$ ein solches wird; somit hat man zu diesem Zwecke den Differential-Quotienten:

$$\frac{df(x)}{dx} = \frac{abc - 2bcx - (c-a-b)x^2}{[bc + (c-b)x - x^2]^2}$$

für den Fall seines Nullwerdens zu untersuchen.

Hieraus folgt, wenn der diesfällige Werth von x mit x' bezeichnet wird:

$$(c - a - b)x'^2 + 2bcx' - abc = 0,$$

also:

$$x' = \frac{-bc \pm \sqrt{b^2c^2 + abc(c-a-b)}}{(c-a-b)}.$$

Augenscheinlich kann von dem Doppelzeichen der Wurzelgrösse nur das obere gelten, weil x' jedenfalls positiv werden muss, somit ist:

$$\begin{aligned} x' &= \frac{-bc + \sqrt{b^2c^2 + abc(c-a-b)}}{(c-a-b)} \\ &= \frac{-bc + \sqrt{bc(a+b)(c-a)}}{(c-a-b)} \\ &= \frac{\sqrt{bc}}{(c-a-b)} \left[-\sqrt{bc} + \sqrt{(a+b)(c-a)} \right] \\ &= \operatorname{tg} \gamma \dots \dots \dots (169), \end{aligned}$$

weil allgemein $x = \operatorname{tg} \varphi$, für das Maximum von \mathcal{A} aber insbesondere $x = x'$ und $\varphi =$ Bruchwinkel γ , also $x' = \operatorname{tg} \gamma$ sein muss.

Dass man es hier in der That mit einem Maximum von \mathcal{A} zu thun hat, davon kann man sich durch die Aufsuchung des zweiten Differential-Quotienten von \mathcal{A} nach φ überzeugen; indessen ist es gerade nicht nothwendig, auf diesem etwas umständlichen Wege vorzugehen; es genügt nämlich die Betrachtung, dass für jeden der beiden Grenzwerte von φ ($\varphi = 0$ und $\varphi = \alpha - \epsilon$), innerhalb welchen alle übrigen Winkel für die möglicher Weise in Betracht kommenden Erdprismen liegen müssen, der Werth von \mathcal{A} gleich Null wird, dass aber dieses verschwindende Resultat für einen Zwischenwinkel nicht eintreten kann: woraus folgt, dass der für den obigen Winkel $\varphi = \gamma$ resultirende Werth von \mathcal{A} einen von Null verschiedenen, und zwar positiven Werth haben muss, weil der Erddruck überhaupt nicht negativ werden kann; so dass dieser Werth von \mathcal{A} in der That ein Maximum vorstellt.

Um sogleich auf die Berechnung dieses Maximums überzugehen, welches jetzt unmittelbar gleich D zu setzen ist, beachte man, dass man für $x = x'$ zunächst erhält:

$$\begin{aligned} x' &= \frac{\sqrt{bc}}{(c-a-b)} [\sqrt{(a+b)(c-a)} - \sqrt{bc}] \\ (a-x') &= \frac{\sqrt{(a+b)(c-a)}}{(c-a-b)} [\sqrt{(a+b)(c-a)} - \sqrt{bc}] \\ (b+x') &= \frac{\sqrt{b(a+b)}}{(c-a-b)} [\sqrt{c(c-a)} - \sqrt{b(a+b)}] \\ (c-x') &= \frac{\sqrt{c(c-a)}}{(c-a-b)} [\sqrt{c(c-a)} - \sqrt{b(a+b)}], \end{aligned}$$

also nach der Gleichung (168):

$$f(x') = \left[\frac{\sqrt{(a+b)(c-a)} - \sqrt{bc}}{\sqrt{c(c-a)} - \sqrt{b(a+b)}} \right]^2,$$

sofort aber wegen:

$$\mathcal{A} = \frac{1}{2} g H^2 \frac{\sin(\alpha + \delta - \varepsilon) \cos(\alpha - \varepsilon)}{\cos^2 \varepsilon \sin \varepsilon \cos \delta} f(x)$$

und:

$$D = \max \mathcal{A}$$

insbesondere:

$$\begin{aligned} D &= \frac{1}{2} g H^2 \frac{\sin(\alpha + \delta - \varepsilon) \cos(\alpha - \varepsilon)}{\cos^2 \varepsilon \sin \varepsilon \cos \delta} \left[\frac{\sqrt{(a+b)(c-a)} - \sqrt{bc}}{\sqrt{c(c-a)} - \sqrt{b(a+b)}} \right]^2 \\ &= \frac{1}{2} w \frac{H^2}{\cos \varepsilon}, \end{aligned}$$

wobei zu setzen ist:

$$w = g \frac{\sin(\alpha + \delta - \varepsilon) \cos(\alpha - \varepsilon)}{\sin \varepsilon \cos \varepsilon \cos \delta} \left[\frac{\sqrt{(a+b)(c-a)} - \sqrt{bc}}{\sqrt{c(c-a)} - \sqrt{b(a+b)}} \right]^2,$$

und w wieder das Gewicht per Cubikeinheit derjenigen eingebildeten tropfbaren Flüssigkeit bedeutet, die den gleichen Druck, wie das Erdreich, ausüben würde.

Die Formel für w kann so umgestaltet werden, dass man deren Berechnung ohne Zuhilfenahme trigonometrischer Tafeln vornehmen kann, insoferne die Tangentenwerthe der Winkel α , ε und δ , also auch die Grössen a , b und c bekannt sind.

Denn man hat:

$$\begin{aligned}
\frac{\sin(\alpha + \delta - \varepsilon) \cos(\alpha - \varepsilon)}{\sin \varepsilon \cos \varepsilon \cos \delta} &= \frac{\sin[(\alpha - \varepsilon) + \delta] \cos(\alpha - \varepsilon)}{\sin \varepsilon \cos \varepsilon \cos \delta} \\
&= \frac{[\sin(\alpha - \varepsilon) \cos \delta + \cos(\alpha - \varepsilon) \sin \delta] \cos(\alpha - \varepsilon)}{\sin \varepsilon \cos \varepsilon \cos \delta} \\
&= \frac{\cos^2(\alpha - \varepsilon) [\operatorname{tg}(\alpha - \varepsilon) + \operatorname{tg} \delta]}{\sin \varepsilon \cos \varepsilon} \\
&= \frac{\operatorname{tg}(\alpha - \varepsilon) + \operatorname{tg} \delta}{1 + \operatorname{tg}^2(\alpha - \varepsilon)} \cdot \frac{1 + \operatorname{ctg}^2 \varepsilon}{\operatorname{ctg} \varepsilon} \\
&= \frac{(a + b)(1 + c^2)}{c(1 + a^2)}.
\end{aligned}$$

Hiernach ist:

$$\frac{w}{g} = \frac{(a + b)(1 + c^2)}{c(1 + a^2)} \left[\frac{\sqrt{(a + b)(c - a)} - \sqrt{bc}}{\sqrt{c(c - a)} - \sqrt{b(a + b)}} \right]^2 \dots \dots \dots (170),$$

und hierin, wie oben angenommen ward:

$$a = \operatorname{tg}(\alpha - \varepsilon), \quad b = \operatorname{tg} \delta \quad \text{und} \quad c = \operatorname{ctg} \varepsilon = \frac{1}{\operatorname{tg} \varepsilon}$$

zu substituiren.

Insoferne $a = \operatorname{tg}(\alpha - \varepsilon)$ nicht unmittelbar gegeben ist, hat man den Werth hiefür durch $\operatorname{tg} \alpha$ und $\operatorname{tg} \varepsilon$ auszudrücken, indem man setzt:

$$a = \operatorname{tg}(\alpha - \varepsilon) = \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \varepsilon}{1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \varepsilon}.$$

Eben so, wie in dem Falle des vorigen Capitels, wird auch $\operatorname{tg} \delta$ in der Regel nicht als direct gegebene Grösse erscheinen, sondern man wird den Werth hiefür mit Rücksicht auf die Richtung der Oberfläche des Hinterfüllungsmateriales, nämlich nach Massgabe des Böschungsverhältnisses $\operatorname{tg} \alpha'$ (Fig. 75) erst ausmitteln müssen, was dadurch geschieht, dass man setzt:

$$\delta = (\alpha' - \alpha),$$

also:

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\operatorname{tg} \alpha' - \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \alpha'}.$$

Ex. $\operatorname{tg} \alpha = 1.2$, $\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{1}{4}$, $\operatorname{tg} \alpha' = 4\frac{1}{4}$, $H = 30'$, $g = 75$ Pfd.

Zunächst ergibt sich:

$$\left. \begin{aligned}
a &= \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \varepsilon}{1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \varepsilon} = \frac{19}{26} \\
b &= \frac{\operatorname{tg} \alpha' - \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \alpha'} = \frac{1}{2}
\end{aligned} \right\}, \quad c = \frac{1}{\operatorname{tg} \varepsilon} = 4,$$

sofort aber:

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{-bc + \sqrt{bc(a+b)(c-a)}}{(c-a-b)} = \frac{\sqrt{85} - 6.5}{9} = 0.302,$$

$$\begin{aligned} \frac{w}{g} &= \frac{(a+b)(1+c^2)}{c(1+a^2)} \left[\frac{\sqrt{(a+b)(c-a)} - \sqrt{bc}}{\sqrt{c(c-a)} - \sqrt{b(a+b)}} \right]^2 \\ &= \frac{1088}{1037} \left[\frac{\sqrt{85} - 6.5}{\sqrt{85} - 2} \right]^2 = 0.148, \end{aligned}$$

$$w = 0.148 g = 11.1 \text{ Pfd.},$$

endlich, wegen $\frac{1}{\cos \varepsilon} = 1.0308$ nach Tabelle III (pag. 19):

$$D = \frac{1}{2} w \frac{H^2}{\cos \varepsilon} = 5149 \text{ Pfd.} = 51.49 \text{ Ctr.}$$

Dasselbe Beispiel, nur unter der Voraussetzung einer verticalen Stützwand, hat man im vorigen Capitel (pag 156) der Berechnung unterzogen, und dort für den Erddruck $D = 83.7$ Ctr. gefunden, während gegenwärtig ein kleineres Resultat hiefür zum Vorschein kommt, was dem zuzuschreiben ist, weil unter sonst gleichen Umständen liegende Stützwände jedenfalls besser, als verticale widerstehen.

Was die Lage des Mittelpunktes vom Erddrucke anbelangt, so gilt hier wieder dasselbe, was am Schlusse des §. 40 gesagt wurde, so dass auch jetzt der gedachte Mittelpunkt in dem dritten Theile der Druckhöhe H angenommen werden darf.

§. 44.

Besondere Bemerkungen zu den Resultaten des vorigen §.

1. Der eben untersuchte Fall ist insoferne als ein allgemeiner anzusehen, als hierin die besonderen Fälle, um welche es sich in den vorhergehenden Capiteln des laufenden Abschnittes handelt, enthalten sind; welche Bemerkung zur Controle der Richtigkeit der Formeln (169) und (170) benützt werden kann.

Setzt man nämlich, um

- a) sogleich auf die horizontale Begrenzung des Hinterfüllungsmaterials überzugehen, $\alpha' = 90^\circ$, daher $\delta = (\alpha' - \alpha) = (90^\circ - \alpha)$, so erhält man: $a = \operatorname{tg}(\alpha - \varepsilon)$, $b = \operatorname{cotg} \alpha$ und $c = \operatorname{cotg} \varepsilon$, und hiermit nach durchgeführter Reduction:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \gamma &= \operatorname{tg} \left(\frac{\alpha - \varepsilon}{2} \right) \\ \gamma &= \left(\frac{\alpha - \varepsilon}{2} \right) \end{aligned} \right\}, \frac{w}{g} = \left[\frac{\sin \left(\frac{\alpha - \varepsilon}{2} \right)}{\cos \left(\frac{\alpha + \varepsilon}{2} \right)} \right]^2;$$

also die bekannten Resultate (87) und (95) im ersten Capitel.

b) Steigt das Erdreich rückwärts nach der natürlichen Böschung an, so hat man zunächst wegen $\delta = 0$, anstatt a , b und c die Werthe zu setzen:

$$a = \operatorname{tg} (\alpha - \varepsilon), \quad b = 0, \quad c = \operatorname{cotg} \varepsilon,$$

wodurch man findet:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \gamma &= 0 \\ \gamma &= 0 \end{aligned} \right\}, \frac{w}{g} = \left[\frac{\sin (\alpha - \varepsilon)}{\cos \varepsilon} \right]^2,$$

übereinstimmend mit den Ergebnissen des zweiten Capitels (pag. 141).

c) Steigt das Erdreich rückwärts nach einer beliebigen Richtung an, ist aber die Stützwand vertical, so ergibt sich zunächst:

$$\varepsilon = 0, \text{ weiter aber:}$$

$$a = \operatorname{tg} \alpha, \quad b = \operatorname{tg} \delta \text{ und } c = \infty,$$

und hiernach:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \gamma &= -b + \sqrt{b(a+b)}, \\ \frac{w}{g} &= \left(\frac{a+b}{1+a^2} \right) (\sqrt{a+b} - \sqrt{b})^2, \end{aligned}$$

was, wie die Relationen (156) und (161) zeigen, wieder den angenommenen Umständen entspricht.

2. Für eine um den Winkel ε gegen das Loth überhängende Stützwand hat man in den Formeln (169) und (170) das algebraische Zeichen von ε in das entgegengesetzte umzuwandeln, somit zu setzen:

$$a = \operatorname{tg} (\alpha + \varepsilon), \quad b = \operatorname{tg} \delta \text{ und } c = -\operatorname{cotg} \varepsilon.$$

Eben so, wie in den früher behandelten Fällen, ergibt sich, dass der Erddruck an eine überhängende Stützwand unter sonst gleichen Umständen desto grösser wird, je schiefer die Wand steht. Zu gross darf übrigens der Ueberhängungswinkel ε nicht angenommen werden, weil sonst das auf Seite 63 (bezüglich der Fig. 29) Gesagte auch rücksichtlich der Figur 75 in Betracht käme, was offenbar zur Folge hätte, dass die oben erwähnten

Formeln nicht mehr zur Anwendung zugelassen werden dürften. Indessen kommen in der Praxis so bedeutende Ueberhängungswinkel nicht vor; überhaupt pflegt man die Anordnung von überhängenden Stützwänden, eben darum, weil dann der Erddruck mit der Wandschiefe zunimmt, zu vermeiden.

3. Um die Grösse des Erddruckes nach der Formel (170) bequemer zu finden, kann man, ähnlich wie in den Fällen der vorhergehenden Capitel, vorausberechnete Resultate tabellarisch zusammenstellen, doch wird man jetzt nicht mehr mit Einer Tabelle das Auslangen finden, sondern es muss eine gewisse Anzahl solcher Tabellen aufgestellt werden. Die Ursache davon liegt einfach darin, weil in dem jetzt betrachteten allgemeineren Falle der fragliche Erddruck D , beziehungsweise der Werth von $\frac{w}{g}$, eine Function von drei Grössen (a, b, c) ist, während Resultate nur dann in eine einzige Tabelle gebracht werden können, wenn dieselben bloß von zwei Grössen abhängen.

Man wird daher im vorliegenden Falle am besten thun, eine praktisch ausreichende Reihe von Werthen für $b = \operatorname{tg} \delta$, z. B. 0, 0·1, 0·2, 0·3, ... 0·9, 1·0 im Auge zu behalten, und für jeden einzelnen davon eine Tabelle zusammenzustellen, worin nach Massgabe verschiedener Werthe der beiden anderen Einfluss nehmenden Grössen a und c , oder was schliesslich auf dasselbe hinauskommt, der Grössen $\operatorname{tg} \alpha$ und $\operatorname{tg} \varepsilon$ die bezüglichen Resultate eingetragen erscheinen. Auf diese Weise wären 11 oder eigentlich nur 10 verschiedene Tabellen zu berechnen, weil man nämlich die zu $b = 0$ gehörigen Resultate bereits in der Tabelle IX zusammengestellt findet.

4. Wenn die Oberfläche des Erdreiches, von der Mauerkrone angefangen, nicht ansteigt, sondern abfällt, so können auch hiefür die Berechnungsformeln (169) und (170) angewendet werden, wenn man nur jedesmal den dazu gehörigen Werth für δ , beziehungsweise $b = \operatorname{tg} \delta$, berücksichtigt.

Ueberhaupt kann der $\sphericalangle \delta$, eben so wie in dem Falle des vorigen Capitels, zwischen den Grenzen $\delta = 0$ und $\delta = (180^\circ - 2\alpha)$

variiren, diese Grenzen aber auch erreichen, je nachdem nämlich die Oberfläche des Erdreiches rückwärts nach der natürlichen Böschung ansteigt oder abfällt.

Was insbesondere die Lage der Bruchfläche betrifft, so verändert sich diese innerhalb der angedeuteten Grenzen derart, dass sie anfänglich mit der natürlichen Böschung zusammenfällt, also $\gamma = 0$ wird, und hierauf immer steiler ansteigt, so dass für eine horizontale Oberfläche der Erdmasse der Winkel zwischen der natürlichen Böschung und der Stützwand halbirt [$\gamma = \frac{1}{2}(\alpha - \varepsilon)$], endlich aber γ grösser als diese Winkelhälfte wird.

5. Um einerseits den Bruchwinkel, und andererseits die Grösse des Erddruckes zu finden, kann man sich auch in dem in Rede stehenden allgemeineren Falle grafischer Constructionen bedienen. Schon jetzt auf dieselben einzugehen, und solche auf Grund der aufgestellten Berechnungsformeln aufzusuchen, würde indessen zu umständlich sein, daher es vorgezogen wird, das Nöthige hierüber erst im nächsten Capitel mitzutheilen, wo, die Betrachtung von einem anderen Standpunkte ausgehend, die diesfälligen Resultate, wie man sehen wird, weit einfacher und übersichtlicher sich gestalten.

§. 45.

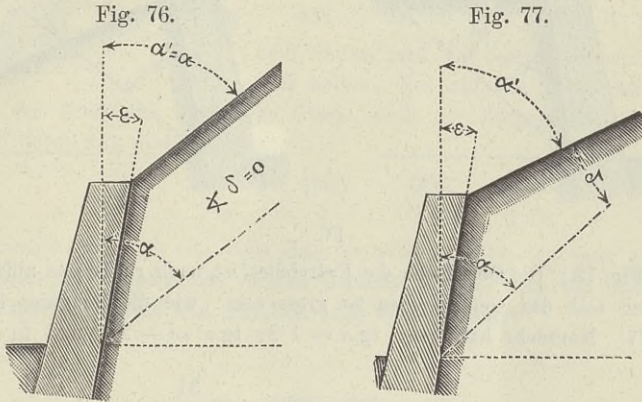
Vergleichung zwischen den Werthen für den Erddruck an eine um den Winkel ε gegen das Loth geneigte Stützwand bei verschiedenen Richtungen des Hinterfüllungsmateriales. Je mehr die von der Wandkrone an aufsteigende oder abfallende Oberfläche des Erdreiches sich der natürlichen Böschung nähert, desto grösser oder kleiner ist der bezügliche Erddruck an die Stützwand. Dieser Erddruck ist daher für den oberen Grenzwert von α' , d. i. für $\alpha' = \alpha$, am grössten, und nimmt allmählig ab mit der Zunahme des $\sphericalangle \alpha'$, welcher nämlich anfänglich ein spitzer, dann ein rechter und schliesslich ein stumpfer wird, bis er seinen unteren Grenzwert $\alpha' = (180^\circ - \alpha)$ erreicht, wofür der fragliche Erddruck am kleinsten ausfällt.

Um dies beispielsweise zur Anschauung zu bringen, untersuche man dieselben fünf Fälle, wie im §. 42, nur mit dem Unterschiede, dass jetzt die Stützwand schief gestellt ist, während solche dort lothrecht stand. Für die Wandschiefe sei $\text{tg } \varepsilon = \frac{1}{3}$.

I.

(Fig. 76.) Die Oberfläche des Erdreiches steigt nach der natürlichen Böschung an. Hier ist nach der Tabelle IX (für $\text{tg } \alpha = 1.2$ und $\text{tg } \varepsilon = \frac{1}{3}$):

$$\frac{w}{g} = 0.438.$$



II.

(Fig. 77.) Die Oberfläche des Erdreiches steigt etwas sanfter an, und das Verhältniss zwischen der Anlage und Höhe der bezüglichen Böschung soll das Doppelte von jenem im I. Falle (also $\text{tg } \alpha' = 2 \text{tg } \alpha$) betragen.

Hier ist zunächst: $\text{tg } \alpha = 1.2$, $\text{tg } \alpha' = 2.4$ und $\text{tg } \varepsilon = \frac{1}{3}$, daher:

$$a = \text{tg } (\alpha - \varepsilon) \dots = \frac{\text{tg } \alpha - \text{tg } \varepsilon}{1 + \text{tg } \alpha \text{tg } \varepsilon} = \frac{31}{36}$$

$$b = \text{tg } [\delta = (\alpha' - \alpha)] = \frac{\text{tg } \alpha' - \text{tg } \alpha}{1 + \text{tg } \alpha \text{tg } \alpha'} = \frac{30}{97}$$

$$c = \text{cotg } \varepsilon \dots = \frac{1}{\text{tg } \varepsilon} = 6,$$

und nach der Formel (170):

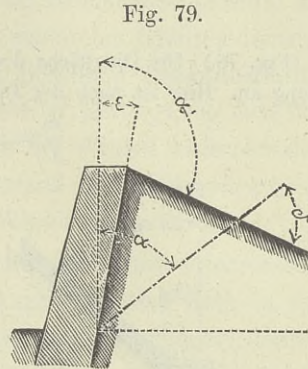
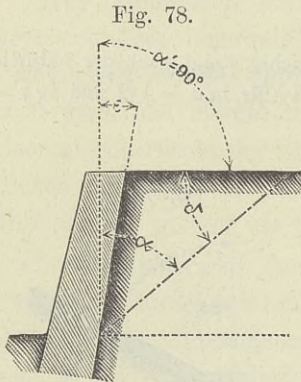
$$\frac{w}{g} = 0.201.$$

III.

(Fig. 78.) Die Oberfläche des Erdreiches ist horizontal. Jetzt ist $\text{tg } \alpha = 1.2$, $\text{tg } \varepsilon = \frac{1}{3}$ und $\text{tg } \delta = \text{cotg } \alpha = \frac{5}{6}$ und man kann entweder, wie

vorhin, oder, was diesfalls vorzuziehen ist, so verfahren, dass man auf die Tabelle VI im ersten Capitel zurückgeht, wodurch man findet:

$$\frac{w}{g} = 0.161.$$



IV.

(Fig. 79.) Die Oberfläche des Erdreiches ist nach rückwärts abfallend, und zwar soll das Gefälle eben so gross sein, wie die Steigung in der Figur 77. Nunmehr hat man: $\operatorname{tg} \alpha = 1.2$, $\operatorname{tg} \alpha' = -2.4$ und $\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{1}{6}$, daher:

$$a \dots \dots (\text{wie oben}) = \frac{31}{36}$$

$$b = \operatorname{tg} \delta = \operatorname{tg} (\alpha' - \alpha) = \frac{90}{47}$$

$$c \dots \dots (\text{auch wie oben}) = 6,$$

und hiernach aus der Gleichung (170):

$$\frac{w}{g} = 0.140.$$

V.

(Fig. 80.) Die Oberfläche des Erdreiches fällt rückwärts nach der natürlichen Böschung ab. Dann ist $\operatorname{tg} \alpha = 1.2$, $\operatorname{tg} \alpha' = -1.2$, und $\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{1}{6}$, somit:

$$a \dots \dots (\text{wie früher}) = \frac{31}{36}$$

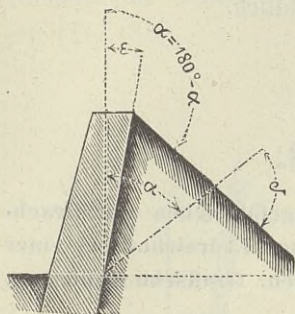
$$b = \operatorname{tg} \delta = \operatorname{tg} (\alpha' - \alpha) = \frac{60}{11}$$

$$c \dots \dots (\text{wie zuvor}) = 6,$$

wornach auf Grund der Relation (170) sich ergibt:

$$\frac{w}{g} = 0.127.$$

Fig. 80.



Überall ist w wieder das Gewicht per Cubikeinheit derjenigen eingebildeten tropfbaren Flüssigkeit, welche denselben Druck, wie das Erdrich, hervorbringen könnte.

Die Grösse des Erddruckes an die Stützwand in den verglichenen fünf Fällen wird daher in dem Verhältnisse abnehmen, wie die Zahlenreihe:

(I)	(II)	(III)	(IV)	(V)
438	: 201	: 161	: 140	: 127

oder, indem man, der besseren Uebersichtlichkeit halber, das auf die horizontale Oberfläche des Erdriches bezügliche Glied durch die Einheit darstellt, also überall durch 161 dividirt, wie:

(I)	(II)	(III)	(IV)	(V)
2.72	: 1.25	: 1	: 0.87	: 0.79,

wobei bemerkenswerth ist, dass diese Verhältnisszahlen mit dem analogen Ergebnisse am Schlusse des vorigen Capitels, obwohl dort von lothrechten Stützwänden die Rede war, ziemlich nahe übereinstimmt.

§. 46.

Sicherheits-Coefficient für Wandmauern. Der in dem gegenwärtigen Capitel behandelte allgemeinere Fall, welcher zugleich die in den vorhergehenden zwei Capiteln untersuchten besonderen Fälle in sich begreift, kommt namentlich vor, wenn an eingeschnittenen Berglehnen Wandmauern aufgeführt werden. Da in diesem Falle eine zufällige Belastung des Erdriches nicht in Rechnung zu bringen ist, genügt es, den zur Bestimmung der Mauerstabilität nöthigen Sicherheits-Coefficienten bloß mit circa $s = 1\frac{1}{4}$ einzuführen, d. h. die Wandmauern derart zu construiren, dass diese dem $1\frac{1}{4}$ fachen des berechneten Erddruckes D noch das Gleichgewicht zu bieten vermögen.

Hiebei ist der fragliche Druck D wieder, wie im §. 37 bemerkt, unter der Voraussetzung eines lockeren und cohäsionslosen Materiales zu berechnen. Dass man bei der Ausführung für eine den Umständen entsprechende Ableitung des hinter den Wand-

mauern sich ansammelnden Wassers Sorge zu tragen hat, ist nach dem bereits vorne Gesagten selbstverständlich.

Fünftes Capitel.

Allgemeine Regeln zur Bestimmung der gefährlichen oder Bruchböschung und des Druckes eines gestützten Erdreiches bei einer beliebigen Gestalt der Oberfläche desselben. Grafische Auflösung.

§. 47.

Eigenthümliche Untersuchungsmethode. Anknüpfend an die Bemerkungen im §. 26, wo die allgemeine Gleichung (78) für den Erddruck aufgestellt ist, soll nun — anstatt, wie es in den vorhergehenden vier Capiteln geschehen, zuerst auf die besonderen Fälle einzugehen, und nachträglich das Maximum des jedesmaligen Werthes von \mathcal{A} aufzusuchen — umgekehrt verfahren werden, indem man nämlich zunächst auf das Maximum des allgemein dargestellten Ausdruckes von \mathcal{A} eingeht, und erst dann die besonderen Fälle in's Auge fasst.

Hiebei wird der Einfluss der etwaigen Erdcohesion vernachlässiget, also $c = 0$ gesetzt, somit die vereinfachte Gleichung für den Erddruck:

$$D = \max \mathcal{A} = \max \left[\frac{X \sin \varphi}{\cos (\varphi + \varepsilon)} \right] \\ = \frac{G \sin \gamma}{\cos (\gamma + \varepsilon)} \dots \dots \dots (171),$$

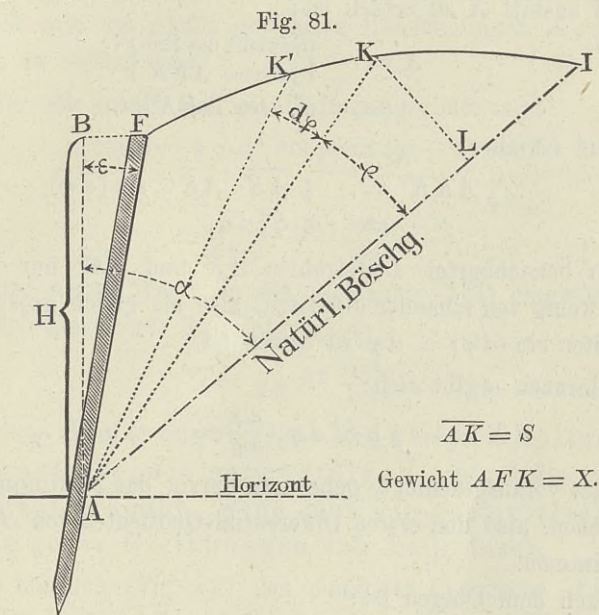
und zwar in ihrer allgemeinen Form, sogleich näher untersucht, ohne schon von vorne herein bezüglich der Stellung der Stützwand und der Gestalt der Oberfläche der rückwärtigen Erdmasse besondere Voraussetzungen zu machen.

Zu diesem Behufe drücke man den variablen Werth:

$$\mathcal{A} = \frac{X \sin \varphi}{\cos (\varphi + \varepsilon)}$$

als eine Function von Polar-Coordinationen aus, wobei der Fusspunkt A der Stützwand als Pol angenommen wird, die natürliche

Böschung \overline{AI} die Polarachse, somit φ den jeweiligen Polarwinkel vorstellt, die Gerade $\overline{AK} = S$ aber der dazu gehörige Leitstrahl ist. (Fig. 81.)



Je nach der Gestalt der Oberfläche des Erdreiches wird zwischen S und φ eine Relation existiren, welche im Allgemeinen durch die Formel:

$$S = \text{Function}(\varphi) = F(\varphi) \dots \dots \dots (172)$$

dargestellt werden kann, worin der Winkel φ innerhalb der Grenzen $\varphi = 0$ und $\varphi = (\alpha - \epsilon)$ veränderlich ist.

Für den unteren Grenzwert $\varphi = 0$ fällt der Leitstrahl ($S = \overline{AI}$) in die natürliche Erdböschung, für den oberen Grenzwert $\varphi = (\alpha - \epsilon)$ aber in die Stützwand, und erhält dort die Länge: $S = \overline{AF} = \frac{H}{\cos \epsilon}$.

X bedeutet das Gewicht des Erdprismas AFK , und lässt man jetzt φ um $d\varphi$ zunehmen, wodurch der Leitstrahl \overline{AK} nach $\overline{AK'}$ vorrückt, also das Erdprisma AFK in das kleinere AFK' übergeht, so hat man offenbar:

$$dX = - \left\{ \begin{array}{l} \text{Gewicht des Erd-} \\ \text{prismas } AKK' \end{array} \right\}$$

$$= - g \cdot \triangle AKK',$$

während anstatt X zu setzen ist:

$$X = \left\{ \begin{array}{l} \text{Gewicht des Erd-} \\ \text{prismas } AFK \end{array} \right\}$$

$$= g \cdot \text{area } AFK.$$

Nun ist aber:

$$\triangle AKK' = \frac{1}{2} \overline{AK} \cdot \overline{AK'} \cdot \sin(d\varphi)$$

$$= \frac{1}{2} S^2 d\varphi,$$

weil die benachbarten Leitstrahlen \overline{AK} und $\overline{AK'}$ nur um unendlich wenig von einander differiren, also als gleich gross gelten, und weiter $\sin(d\varphi) = d\varphi$ zu setzen ist.

Hiernach ergibt sich:

$$dX = - \frac{1}{2} g S^2 d\varphi, \quad \frac{dX}{d\varphi} = - \frac{1}{2} g S^2 \dots \dots (173).$$

Dies vorausgeschickt, gehe man daran, das Maximum von \mathcal{A} aufzusuchen, also den ersten Differential-Quotienten von \mathcal{A} nach φ zu bestimmen.

Nach dem Obigen ist:

$$\mathcal{A} = \frac{X \sin \varphi}{\cos(\varphi + \varepsilon)} = X \cdot \left[\frac{\sin \varphi}{\cos(\varphi + \varepsilon)} \right],$$

somit findet man:

$$d\mathcal{A} = \frac{\sin \varphi}{\cos(\varphi + \varepsilon)} dX + X d \left[\frac{\sin \varphi}{\cos(\varphi + \varepsilon)} \right]$$

$$= \frac{\sin \varphi}{\cos(\varphi + \varepsilon)} dX + \frac{X \cos \varepsilon}{\cos^2(\varphi + \varepsilon)} d\varphi,$$

also:

$$\frac{d\mathcal{A}}{d\varphi} = \frac{\sin \varphi}{\cos(\varphi + \varepsilon)} \frac{dX}{d\varphi} + \frac{X \cos \varepsilon}{\cos^2(\varphi + \varepsilon)},$$

und, wenn man die Gleichung (173) berücksichtigt, auch:

$$\frac{d\mathcal{A}}{d\varphi} = \frac{X \cos \varepsilon}{\cos^2(\varphi + \varepsilon)} - \frac{1}{2} g S^2 \frac{\sin \varphi}{\cos(\varphi + \varepsilon)}$$

$$= \frac{X \cos \varepsilon - \frac{1}{2} g S^2 \sin \varphi \cos(\varphi + \varepsilon)}{\cos^2(\varphi + \varepsilon)} \dots \dots \dots (174).$$

Für das Maximum muss bekanntlich dieser Differential-Quotient verschwinden, und der Winkel φ , bei welchem dies ge-

schiebt, ist der Bruchwinkel γ . Man hat daher in dem Ausdrucke (174) den Zähler gleich Null, gleichzeitig aber $\varphi = \gamma$ zu setzen, und auch die entsprechenden Werthe von S und X , nämlich übereinstimmend mit den hiefür gewählten Bezeichnungen $S = A$ und $X = G$, zu substituiren.

Hiernach erhält man als Bedingungsgleichung:

$$G \cos \varepsilon - \frac{1}{2} g A^2 \sin \gamma \cos (\gamma + \varepsilon) = 0$$

oder:

$$G = \frac{1}{2} g A^2 \frac{\sin \gamma \cos (\gamma + \varepsilon)}{\cos \varepsilon} \dots \dots \dots (175).$$

Wird dieser Werth in die Gleichung (171) eingeführt, so ergibt sich als Grösse des Erddruckes:

$$D = \frac{1}{2} g A^2 \frac{\sin^2 \gamma}{\cos \varepsilon} \dots \dots \dots (176).$$

Diese Gleichungen (175) und (176) enthalten zwei ebenso einfache, wie merkwürdige Hauptregeln, welche man leicht erkennt, wenn man die geometrische Bedeutung jener Gleichungen in's Auge fasst.

Ist nämlich (Fig. 82) das punktirte Erdprisma AFE das Bruchprisma, also $\overline{AE} = A$ die Bruchlinie und γ der Bruchwinkel, und fällt man von E ein Perpendikel auf die natürliche Böschung \overline{AI} , ist somit $\overline{Ep} \perp \overline{AI}$, setzt man ferner den Neigungswinkel der Stützwand ε an das gedachte Perpendikel so an, wie es in der Figur ersichtlich ist, so dass $\sphericalangle pEr = \varepsilon$ ist, zeichnet man endlich das schraffirte Dreieck Eqr mit den gleichen Schenkeln $\overline{Er} = \overline{qr}$; so sind die bezüglichen Hauptregeln folgende:

Erste Hauptregel.

Durch die Bruchlinie \overline{AE} wird die Fläche $AFEr$ halbiert, es ist somit:

$$\text{area } AFE = \triangle AEr \dots \dots \dots (177).$$

Auf Grund dieser Eigenschaft kann die Lage der Bruchlinie construirt werden.

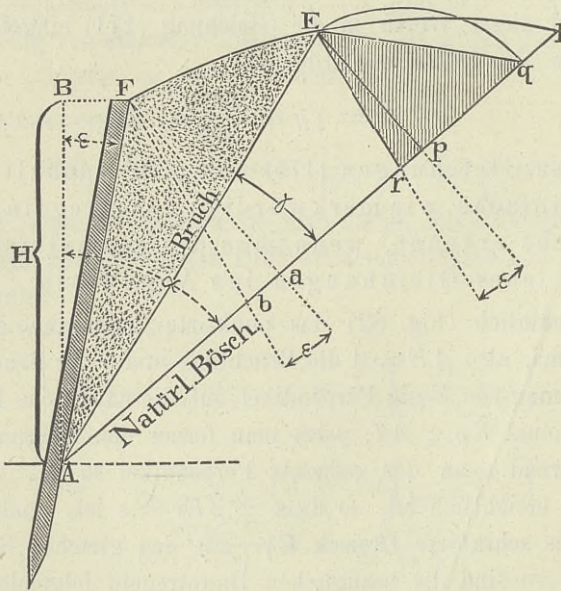
Zweite Hauptregel.

Das Gewicht des Erdprismas mit dem schraffirten Profile Eqr ist gleich der Grösse des Erddruckes D an die Stützwand, es ergibt sich daher:

$$D = g \cdot \triangle Eqr \dots \dots \dots (178).$$

Hiernach ist man im Stande, diesen Erddruck ebenfalls grafisch darzustellen.

Fig. 82.



Beweis ad I.

Nachdem G das Gewicht des Bruchprismas bezeichnet, so hat man zunächst:

$$G = g \cdot \text{area } AFE,$$

also:

$$\text{area } AFE = \frac{G}{g} \dots \dots \dots (179)$$

Ferner ist:

$$\triangle AEr = \frac{1}{2} \overline{AE} \cdot \overline{Er} \cdot \sin \sphericalangle AEr,$$

oder wegen:

$$\overline{AE} = A, \overline{Er} = \frac{\overline{Ep}}{\cos \varepsilon} = \frac{\overline{AE} \sin \gamma}{\cos \varepsilon} = \frac{A \sin \gamma}{\cos \varepsilon}$$

$$\text{und } \sphericalangle \overline{AEr} = \sphericalangle AEp - \varepsilon = 90^\circ - (\gamma + \varepsilon),$$

auch:

$$\begin{aligned} \triangle AEr &= \frac{1}{2} A^2 \frac{\sin \gamma \cos (\gamma + \varepsilon)}{\cos \varepsilon} \\ &= \frac{G}{g} \dots \dots \dots (180), \end{aligned}$$

wenn man die Relation (175) berücksichtigt.

Aus der Vergleichung der Resultate (179) und (180) folgt:

$$\text{area } AFE = \triangle AEr,$$

wodurch die Richtigkeit der ersten Hauptregel nachgewiesen ist.

Beweis ad II.

$$\begin{aligned} \triangle Eqr &= \frac{1}{2} \overline{Ep} \cdot \overline{qr} = \frac{1}{2} \overline{Ep} \cdot \overline{Er} \\ &= \frac{1}{2} \frac{\overline{Ep}^2}{\cos \varepsilon} = \frac{1}{2} \frac{\overline{AE}^2 \sin^2 \gamma}{\cos \varepsilon} = \frac{1}{2} \frac{A^2 \sin^2 \gamma}{\cos \varepsilon}, \end{aligned}$$

somit ist das Gewicht des Erdprismas mit dem Profile Eqr , indem man den Flächeninhalt dieses letzteren mit dem Einheitsgewichte des Erdreiches (g) multipliziert:

$$g \cdot \triangle Eqr = \frac{1}{2} g A^2 \frac{\sin^2 \gamma}{\cos \varepsilon} = D,$$

wenn man nämlich zugleich auf die Relation (176) Rücksicht nimmt, wodurch die Statthaftigkeit der zweiten Hauptregel gleichfalls einleuchtet.

Hiebei soll die durch die Wandkrone F gehende Linie \overline{Fb} , welche mit dem dortigen Perpendikel \overline{Fa} auf die natürliche Böschung \overline{AI} den Neigungswinkel ε einschliesst, „Orientierungslinie“ heissen, insoferne nämlich zu dieser Linie die Abschlussgerade \overline{Er} des Dreieckes AEr parallel ist, also gleichsam als Orientierung für die Richtung dieser Abschlussgeraden dienen kann.

Man wird später sehen, dass man oft in die Lage kommt, in einer und derselben Figur eine Reihe von verschiedenen Geraden zu ziehen, welche alle mit der Orientierungslinie parallel

laufen; deshalb ist es gut, schon von vorne herein diese letztere zu fixiren, um dann die allfälligen Parallelen dazu sogleich zeichnen zu können.

Oben hat man bloß den ersten Differential-Quotienten von \mathcal{A} nach φ gesucht, doch ist es eigentlich in aller Strenge nothwendig, auch auf den zweiten Differential-Quotienten einzugehen, um aus dem algebraischen Zeichen desselben ganz sicher zu erkennen, ob man es im vorliegenden Falle wirklich mit einem Maximum von \mathcal{A} zu thun hat. Obgleich dies unmittelbar bejaht werden kann, weil für jeden der beiden Grenzwerte des Winkels φ (nämlich einerseits für $\varphi = 0$, wegen $\sin \varphi = 0$, und andererseits für $\varphi = \alpha - \varepsilon$, wegen $X = 0$) der Werth von $\mathcal{A} = 0$ wird, somit dazwischen irgendwo, da ja schliesslich von einem negativen Resultate keine Rede sein kann, ein grösster positiver Werth von \mathcal{A} gelegen sein muss; so soll dennoch der Vollständigkeit der wissenschaftlichen Beweisführung halber nicht unterlassen werden, die angedeutete Ergänzung beizufügen.

Zu diesem Behufe erscheint es, anstatt von dem obigen ersten Differential-Quotienten von \mathcal{A} nach φ unmittelbar auf den zweiten überzugehen, jedenfalls bequemer, die ursprüngliche Gleichung für \mathcal{A} unter Beseitigung der Bruchform auf die Gestalt:

$$\mathcal{A} \cos(\varphi + \varepsilon) = X \sin \varphi$$

zu bringen, in Beziehung auf φ zweimal nach einander zu differenziren, und hieraus den fraglichen zweiten Differential-Quotienten zu bestimmen.

In Folge der ersten Differentiation findet man:

$$\frac{d\mathcal{A}}{d\varphi} \cos(\varphi + \varepsilon) - \mathcal{A} \sin(\varphi + \varepsilon) = X \cos \varphi + \frac{dX}{d\varphi} \sin \varphi,$$

und, wenn neuerdings differenzirt wird:

$$\begin{aligned} \frac{d^2\mathcal{A}}{d\varphi^2} \cos(\varphi + \varepsilon) - 2 \frac{d\mathcal{A}}{d\varphi} \sin(\varphi + \varepsilon) - \mathcal{A} \cos(\varphi + \varepsilon) = \\ \frac{d^2X}{d\varphi^2} \sin \varphi + 2 \frac{dX}{d\varphi} \cos \varphi - X \sin \varphi. \end{aligned}$$

Indem nun $\mathcal{A} \cos(\varphi + \varepsilon) = X \sin \varphi$ ist, fällt zu beiden Seiten des Gleichheitszeichens das letzte Glied weg, und man erhält:

$$\frac{d^2 \Delta}{d\varphi^2} \cos(\varphi + \varepsilon) - 2 \frac{d\Delta}{d\varphi} \sin(\varphi + \varepsilon) = \frac{d^2 X}{d\varphi^2} \sin \varphi + 2 \frac{dX}{d\varphi} \cos \varphi,$$

hieraus aber:

$$\frac{d^2 \Delta}{d\varphi^2} \cos(\varphi + \varepsilon) = \frac{d^2 X}{d\varphi^2} \sin \varphi + 2 \frac{dX}{d\varphi} \cos \varphi + 2 \frac{d\Delta}{d\varphi} \sin(\varphi + \varepsilon)$$

Berücksichtigt man jetzt für $\frac{dX}{d\varphi}$ den Werth aus (173),

setzt man also:

$$\frac{dX}{d\varphi} = -\frac{1}{2} g S^2 \text{ und } \frac{d^2 X}{d\varphi^2} = -g S \frac{dS}{d\varphi},$$

so findet man:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \Delta}{d\varphi^2} \cos(\varphi + \varepsilon) &= 2 \frac{d\Delta}{d\varphi} \sin(\varphi + \varepsilon) - g S^2 \cos \varphi - g S \sin \varphi \frac{dS}{d\varphi} \\ &= 2 \frac{d\Delta}{d\varphi} \sin(\varphi + \varepsilon) - g S \left[S \cos \varphi + \frac{dS}{d\varphi} \sin \varphi \right], \end{aligned}$$

somit wegen:

$$S \cos \varphi + \frac{dS}{d\varphi} \sin \varphi = \frac{d(S \sin \varphi)}{d\varphi}$$

auch:

$$\frac{d^2 \Delta}{d\varphi^2} \cos(\varphi + \varepsilon) = 2 \frac{d\Delta}{d\varphi} \sin(\varphi + \varepsilon) - g S \frac{d[S \sin \varphi]}{d\varphi}.$$

Blickt man in die Figur 81 zurück, so bemerkt man, dass, indem man von K das Loth \overline{KL} auf die natürliche Böschung \overline{AI} fällt, und die Grösse dieses Lothes mit Z bezeichnet, die Relation besteht:

$$\overline{KL} = Z = \overline{AK} \sin \varphi = S \sin \varphi,$$

folglich die vorgefundene Gleichung übergeht in:

$$\frac{d^2 \Delta}{d\varphi^2} \cos(\varphi + \varepsilon) = 2 \frac{d\Delta}{d\varphi} \sin(\varphi + \varepsilon) - g S \frac{dZ}{d\varphi},$$

woraus erhalten wird:

$$\frac{d^2 \Delta}{d\varphi^2} = \frac{1}{\cos(\varphi + \varepsilon)} \left[2 \frac{d\Delta}{d\varphi} \sin(\varphi + \varepsilon) - g S \cdot \frac{dZ}{d\varphi} \right],$$

oder endlich:

$$\frac{d^2 \Delta}{d\varphi^2} = \frac{1}{\cos(\varphi + \varepsilon)} \left[2 \frac{d\Delta}{d\varphi} \sin(\varphi + \varepsilon) - g S \cdot f(\varphi) \right],$$

wenn man nämlich, da Z eine Function von φ sein wird, den ersten Differential-Quotienten davon:

$$\frac{dZ}{d\varphi} = f(\varphi)$$

setzt, wobei f das betreffende Functionszeichen bedeutet.

Für den in Betracht stehenden Fall, in welchem das Maximum Gegenstand der Untersuchung ist, hat man $\frac{dA}{d\varphi} = 0$, und damit im Zusammenhange $\varphi = \gamma$ und $S = A$; also geht die vorgefundene Gleichung insbesondere in folgende über:

$$\frac{d^2 A}{d\varphi^2} = - \frac{gA}{\cos(\gamma + \varepsilon)} \cdot f(\gamma) \dots \dots \dots (181),$$

und es wird jetzt darauf ankommen, ausfindig zu machen, ob und unter welchen Verhältnissen dieser Werth positiv oder negativ ausfällt, was, wie man sogleich erkennt, lediglich durch das Verhalten von $f(\gamma)$ bedingt ist.

Wendet man zunächst die Aufmerksamkeit dem allgemeinen Ausdrucke: $f(\varphi)$, woraus eben der besondere Werth: $f(\gamma)$ entstanden ist, zu, so lässt sich hierüber Folgendes sagen:

$$f(\varphi) = \frac{dZ}{d\varphi}$$

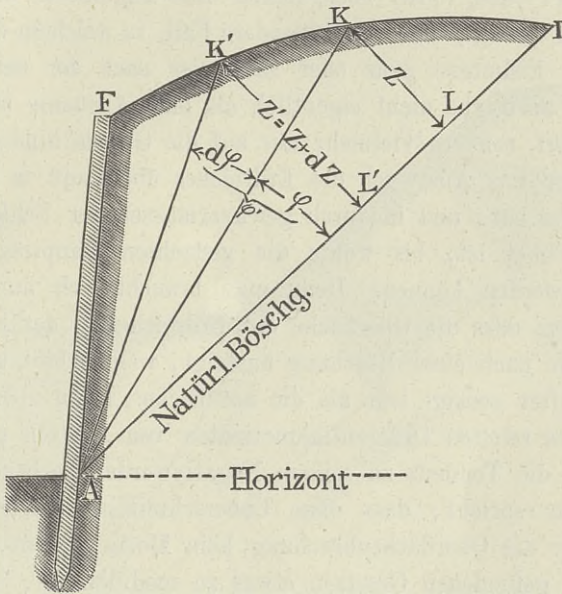
zeigt offenbar an, in welcher Weise die Grösse des Perpendikels Z mit jener des Winkels φ sich verändert. Nimmt nämlich der Winkel φ zu oder ab, und es befolgt hiebei das Perpendikel das gleiche Verhalten, so ist $f(\varphi)$ positiv; im Gegenfalle aber muss $f(\varphi)$ negativ werden.

Man hat daher nur mit Rücksicht auf die Form der oberen Begrenzung der Erdmasse nachzusehen, ob, wenn man (Fig. 83) den Winkel φ in $\varphi' = (\varphi + d\varphi)$ und hiernach das Perpendikel $\overline{KL} = Z$ in $\overline{K'L'} = Z' = (Z + dZ)$ übergehen lässt, der Werth für $dZ = (Z' - Z)$ positiv oder negativ, d. h. Z' grösser oder kleiner als Z , ausfällt.

Die einfache Betrachtung der Figur 83 zeigt, dass das Erstere eintritt, nämlich Z mit φ gleichzeitig zunimmt, weil ja selbstverständlich bei dem cohäsionslos angenommenen Erdreiche das Oberflächenelement $\overline{KK'}$ im Allgemeinen minder steil ansteigen wird, als das Element der natürlichen Böschung $\overline{LL'}$. Nur in dem Einen noch möglichen Falle, wenn diese beiden Elemente zu einander parallel sind, wird $Z' = Z$, also $dZ = 0$; ein negativer Werth von dZ jedoch ist füglich ausgeschlossen, weil

sonst das Oberflächenelement steiler, als nach der natürlichen Böschung ansteigen müsste.

Fig. 83.



Indem diese Bemerkungen offenbar auch für den speciellen Werth: $f(\gamma)$ gelten, so erkennt man, dass der Ausdruck (181) im Allgemeinen negativ sein muss, und nur manchmal gleich Null werden kann, dass man somit erhält:

$$\frac{d^2 \Delta}{d\varphi^2} \leq 0 \dots\dots\dots(182),$$

was anzeigt, dass man es im Allgemeinen in der That mit einem Maximum von Δ zu thun hat.

Der Fall $\frac{d^2 \Delta}{d\varphi^2} = 0$ enthält scheinbar eine gewisse Unbestimmtheit, welche beispielsweise eintreten wird, wenn es überhaupt ein analytisches Maximum, das nämlich auf dem Wege der Differentiation gefunden werden soll, nicht gibt; sondern vielmehr bloß ein numerisches, welches zwischen den Grenzwerten von $\varphi = 0$ und $\varphi = (\alpha - \varepsilon)$ sich befindet; ein Fall, auf welchen

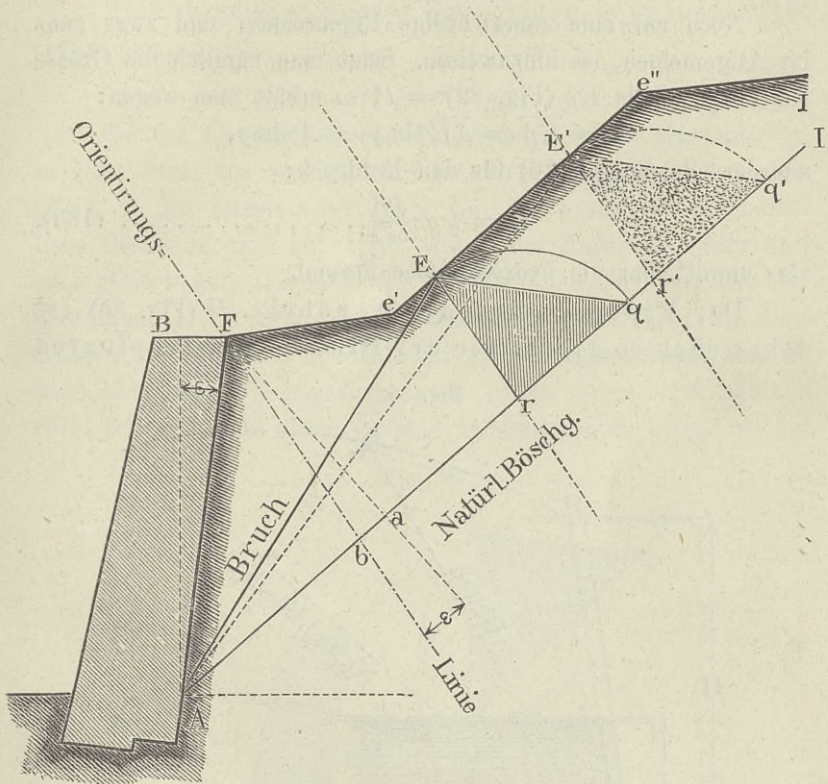
man zuerst allgemein schon im §. 13 unter Punkt 4, dann aber insbesondere im §. 38, pag. 142, hingedeutet hat.

Gleichwol behalten hiebei die oben aufgestellten zwei Hauptregeln (177) und (178) noch immer ihre allgemeine Giltigkeit, wenn man erwägt, dass der besondere Fall, in welchem die Oberfläche der Erdmasse ganz oder theilweise nach der natürlichen Böschung ansteigt, nicht eigentlich als eine Ausnahme betrachtet werden darf, sondern vielmehr nur auf die Grenze hindeutet, bis zu welcher das Ansteigen des Erdreiches überhaupt in Betracht zu kommen hat, und hiedurch gewissermassen der Schlusspunkt gekennzeichnet ist, bis wohin die gedachten Hauptregeln beibehalten werden können. Denn man braucht sich nur einfach vorzustellen, dass die Oberfläche des Erdreiches in der betreffenden Strecke nach einer Böschung ansteigt, welche blos unendlich wenig sanfter geneigt ist, als die natürliche. Dann aber ist bezüglich des zweiten Differentialquotienten von \mathcal{A} nach φ augenscheinlich die Tendenz zu seinem Negativwerden vorhanden, was eben dafür spricht, dass ohne Ueberschreitung der gedachten Grenze für die Oberflächenböschung kein Motiv besteht, an den allgemein gefundenen Gesetzen etwas zu modificiren.

Bemerkungswerth ist, dass, wenn die Bruchfläche \overline{AE} (Fig. 84) an eine solche Stelle E der Oberfläche des Erdreiches trifft, wo diese letztere innerhalb einer gewissen Strecke (etwa zwischen e' und e'') nach der natürlichen Böschung ansteigt, es nicht mehr unumgänglich nothwendig erscheint, bei der Zeichnung des Erdprismas, dessen Gewicht die Grösse des Erddruckes vorstellt, unmittelbar von dem Bruchpunkte E auszugehen, sondern hiezu offenbar ein ganz beliebiger Punkt E' , falls dieser nur nicht ausserhalb der gedachten Strecke $\overline{e'e''}$ liegt, gewählt werden kann, weil, wie man sogleich erkennt, das auf Grundlage der zweiten Hauptregel construirte (schraffierte) Dreieck Eqr mit der Spitze in E , dem Flächenraume nach, mit demjenigen (punktirten) Dreiecke $E'q'r'$ verwechselt werden kann, welches die Spitze in E' hat, sonst aber ebenso wie das erstbezeichnete con-

struirt wird, d. h. man hat $\overline{E'r'} \parallel$ zur Orientirungslinie \overline{Fb} , und $\overline{q'r'} = \overline{E'r'}$ zu machen.

Fig. 84.



Zu Folge der ersten in der Gleichung (177) ausgesprochenen Hauptregel, die auf die Grösse des Bruchprismas Bezug nimmt, soll nämlich allerdings der Bruchpunkt E so liegen, dass

$$\text{area } AF'e'E = \triangle AEr \text{ wird.}$$

Bei Benützung der zweiten durch die Gleichung (178) verinnlichteten Hauptregel aber kann in dem betrachteten speciellen Falle wo $\overline{e'e''} \parallel \overline{AI}$ ist, offenbar die weitere Construction, durch welche der Erddruck grafisch dargestellt wird, ganz ohne Rücksicht auf jene Bruchlinie \overline{AE} durchgeführt werden, oder, was auf das

selbe hinauskommt, man kann hiezu irgend eine andere zwischen e' und e'' ausmündende Richtungslinie $\overline{AE'}$ ebenfalls als Bruchlinie betrachten, ohne die Richtigkeit des Resultates für die Grösse des Erddruckes zu beeinträchtigen.

Noch auf eine merkwürdige Eigenschaft, und zwar ganz im Allgemeinen, ist hinzuweisen. Setzt man nämlich die Grösse des Perpendikels E_p (Fig. 82) = P , so erhält man wegen:

$$P = \overline{E_p} = \overline{AE} \sin \gamma = A \sin \gamma,$$

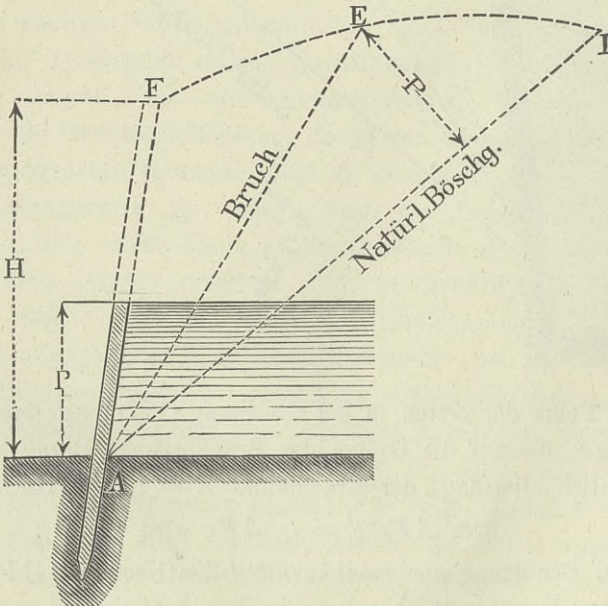
aus der Gleichung (176) für den Erddruck:

$$D = \frac{1}{2} g \frac{P^2}{\cos \varepsilon} \dots \dots \dots (183),$$

also unmittelbar die hydrostatische Formel.

Der Erddruck auf die Wandhöhe H (Fig. 85) ist daher eben so gross, wie der Druck einer tropfbaren

Fig. 85.



Flüssigkeit, deren Gewicht per Cubikeinheit gleich jenem der Erde ist, wenn die Druckhöhe hiebei nur mit der Grösse desjenigen Perpendikels P bemessen

wird, welches von dem Bruchpunkte E bis zur natürlichen Böschung \overline{AI} reicht.

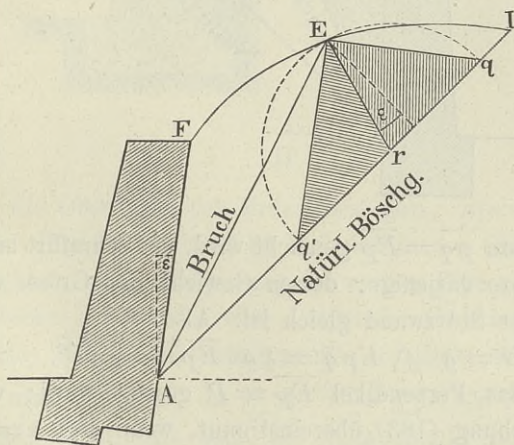
§. 48.

Erläuterungen zu den im vorigen §. entwickelten Gesetzen.

A.

Bei der Construction des Erdprismas, dessen Gewicht eben so gross wird, wie der Erddruck an die Stützwand, ist es gleichgiltig, ob das Ausmass der Linie \overline{Er} , von r aus, auf die natürliche Böschung nach aufwärts, wie in der Figur 82, oder aber nach abwärts aufgetragen wird. Man kann das Eine oder das Andere thun, je nachdem es als bequemer erachtet wird; die diesfälligen zwei Dreiecke werden zwar nicht congruent oder ähnlich, wohl aber dem Flächenraume nach gleich gross. Ist nämlich (Fig. 86) einerseits $\overline{Er} = \overline{qr}$ und andererseits $\overline{Er} = \overline{q'r}$, so hat

Fig. 86.



man $\triangle Erq = \triangle Erq'$, und man kann jedes dieser beiden Dreiecke der Betrachtung zu Grunde legen.

Es ist also der Erddruck:

$$D = \left\{ \begin{array}{l} \text{Gewicht des Erdprismas} \\ Erq \text{ oder } Erq'. \end{array} \right.$$

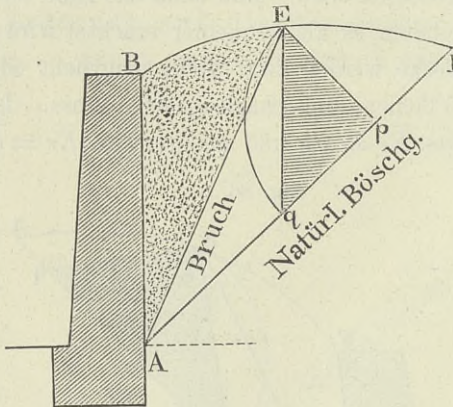
B.

Ist die Stützwand vertical, so vereinfachen sich die durch die Gleichungen (177) und (178) ausgedrückten Hauptregeln insofern, als (wegen $\varepsilon = 0$) die in der Figur 82 construirten Linien \overline{Ep} und \overline{Er} zusammenfallen, also lediglich das Perpendikel \overline{Ep} auf die natürliche Erdböschung zu zeichnen ist.

Ist daher (Fig. 87) $\overline{Ep} \perp \overline{AI}$, und der punktirte Erdkörper das Bruchprisma, so besteht die Relation:

$$\text{area } ABE = \triangle AEp;$$

Fig. 87.



ferner ist, wenn $\overline{pq} = \overline{Ep}$ gemacht wird, das schraffirt angezeigte Erdprisma Epq dasjenige, dessen Gewicht der Grösse des Erddruckes an der Stützwand gleich ist. Also:

$$D = g \cdot \triangle Epq = \frac{1}{2} g \cdot \overline{Ep}^2 = \frac{1}{2} g P^2,$$

weil früher das Perpendikel $\overline{Ep} = P$ gesetzt ward; was auch mit der Gleichung (183) übereinstimmt, wenn dort $\varepsilon = 0$ wird.

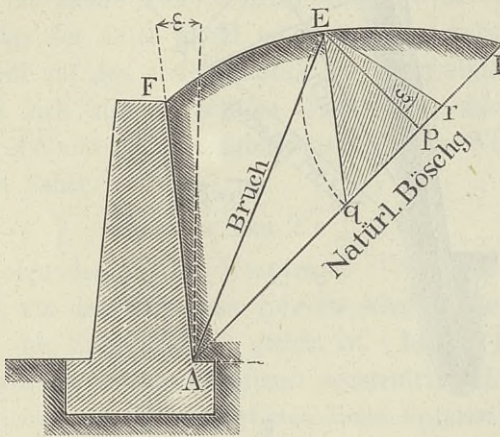
C.

Ist die Stützwand um den Winkel ε überhängend, so bleiben die gegebenen Regeln dieselben, nur hat man sodann den Neigungswinkel ε negativ zu nehmen, also diesen letzteren, anstatt wie in der Fig. 82 diesseits des Lothes \overline{Ep} , jenseits desselben auf-

zutragen, was selbstverständlich auch für die bezügliche Orientierungslinie gilt. (Siehe die Fig. 88.) In dieser ist: $\overline{Ep} \perp \overline{AI}$
 $\sphericalangle pEr = \varepsilon$, $qr = \overline{Er}$, area $AFE = \triangle AEr$, endlich:

$$D = \left\{ \begin{array}{l} \text{Gewicht des Erd-} \\ \text{prismas } Eqr \end{array} \right\} = g \cdot \triangle Eqr.$$

Fig. 88.



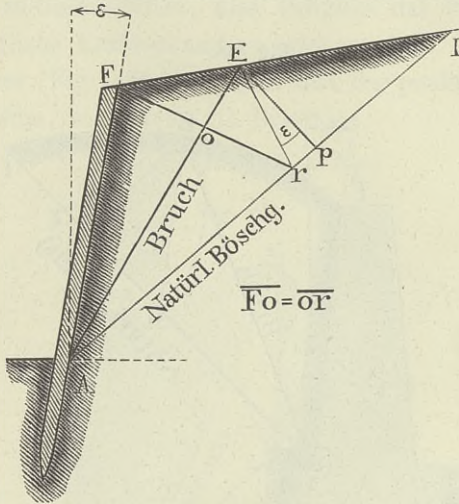
D.

Ist die Oberfläche des Erdreiches eben, wenn auch schief, wie in der Fig. 89, so entsteht laut der in der Gleichung (177) ausgedrückten ersten Hauptregel die weitere Eigenschaft, dass in dem Vierecke $AFEr$ die eine Diagonale \overline{Fr} durch die andere (Bruchlinie) \overline{AE} im Kreuzungspunkte o halbiert wird.

Es muss nämlich, da $\triangle AFE = \triangle AEr$ ist, $\overline{Fo} = \overline{or}$ sein. Diese Eigenschaft kann als Anhaltspunkt benützt werden, in einem derartigen Falle die Bruchlinie in directer Weise geometrisch zu construiren, wovon im nächsten §. die Rede sein wird; gleichzeitig aber kann sie dazu dienen, die Richtigkeit der construirten Lage der Bruchlinie zu prüfen, indem man nur nachzusehen braucht, ob die erwähnte Halbierung der Diagonale \overline{Fr} durch die Bruchlinie \overline{AE} wirklich stattfindet.

Die in einem solchen Falle entstehende Figur $AFEr$ soll „Constructions-Viereck“, und hierin die Bruchlinie \overline{AE} die erste, die Gerade \overline{Fr} aber die zweite Diagonale heißen.

Fig. 89.

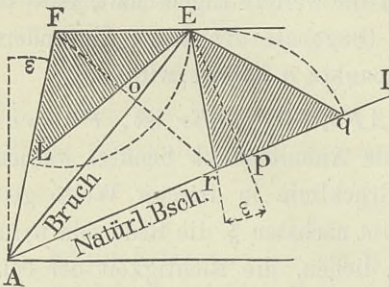


E.

Um zu untersuchen, ob die neuerlich gefundenen Regeln und Eigenschaften in denjenigen Resultaten wirklich enthalten sind,

Fig. 90.

welche bei der in den früheren Capiteln des laufenden Abschnittes besonders behandelten Fällen sich ergeben haben, gehe man



a) zunächst auf den Fall (Fig. 90) über, in welchem die hinter der Stützwand aufgeschichtete Erde obenauf horizontal begrenzt ist.

Nach dem Resultate (87) halbart die Bruchlinie \overline{AE} den Winkel $\angle FAI$, es ist somit $\angle FAE = \angle EaI$.

Macht man nun $\overline{Ep} \perp \overline{AI}$ und $\sphericalangle pEr = \varepsilon$, so erhält man das dazu gehörige Constructions-Viereck $AFEr$, welches in der That, wie es die erste Hauptregel (177) verlangt, durch die diagonale Bruchlinie \overline{AE} in zwei gleich grosse, jetzt ausnahmsweise auch congruente Dreiecke getheilt wird, so dass man schreiben kann:

$$\triangle AFE \cong \triangle AFr.$$

Dass die zweite Vierecks-Diagonale in o halbirt wird, wie dies zu Folge der unter lit. D erörterten Eigenschaft geschehen soll, ist wohl auf den ersten Anblick der Figur einleuchtend; zudem ergibt sich hier die weitere Eigenschaft, dass die beiden Diagonalen \overline{AE} und \overline{Fr} sich unter einem rechten Winkel kreuzen.

Es ist daher:

$$\overline{Fo} = \overline{or} \text{ und } \overline{Fr} \perp \overline{AE}.$$

Zu Folge der zweiten Hauptregel (178) ist $\overline{rq} = \overline{Er}$ zu construiren, um das Erdprisma Eqr zu erhalten, dessen Gewicht der Grösse des Erddruckes D gleich ist. In der Figur 37 hat man ebenfalls ein solches Erdprisma construirt, welches dort mit LFE bezeichnet ist. Ueberträgt man dieses Erdprisma in die jetzt in Betracht stehende Figur, so ist leicht zu erkennen, dass die Körpergrösse desselben genau mit jener des Erdprismas Eqr übereinstimmt.

Denn es ist:

$$\overline{FL} = \overline{FE} = \overline{Er} = \overline{qr},$$

$$\sphericalangle LFE = (90^\circ + \varepsilon), \quad \sphericalangle Erq = (90^\circ - \varepsilon);$$

somit haben die beiden Körperprofile LFE und Eqr gleiche Grundlinien (nämlich \overline{FE} und \overline{qr}), ferner auch gleiche Höhen, da das Loth \overline{Ep} offenbar eben so gross ist, wie jenes, welches von L auf die Verlängerung von \overline{FE} gefällt wird.

Man hat daher:

$$\triangle LFE = \triangle Eqr,$$

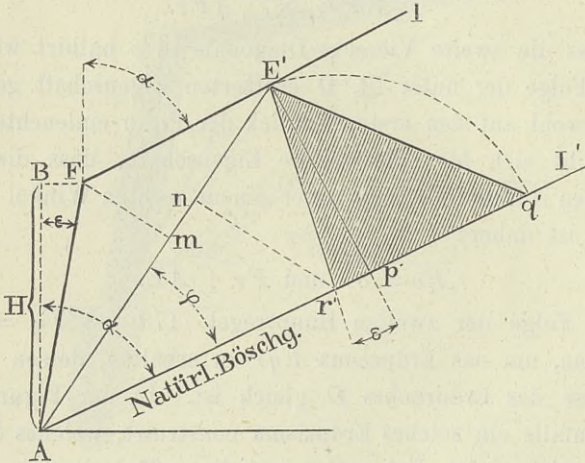
und für den Erddruck:

$$D = \begin{cases} \text{Gewicht des Erdprimas} \\ LFE \text{ oder } Eqr. \end{cases}$$

Wendet man

- b) die Aufmerksamkeit dem Falle des zweiten Capitels zu, wo die Oberfläche des Erdreiches hinter der Stützwand nach der natürlichen Böschung fort ansteigt (Fig. 91), so ziehe man,

Fig. 91.



um auf die erste Hauptregel (177) näher einzugehen, vorerst eine beliebige Böschungslinie $\overline{AE'}$, welche mit der natürlichen Böschung $\overline{AI'}$ den Winkel φ einschliesst. Construiert man hiezu das Viereck $AFE'r'$ in der Art, wie wenn $\overline{AE'}$ die Bruchlinie vorstellen würde, so ist zunächst zu untersuchen, wie gross man den Winkel φ anzunehmen hat, damit zu Folge der ersten Hauptregel (177) $\triangle AFE' = \triangle AE'r'$, daher die Böschungslinie $\overline{AE'}$ wirklich zur Bruchlinie wird.

Da beide Dreiecke die gleiche Basis $\overline{AE'}$ haben, so wird es nur darauf ankommen, ihre Höhen \overline{Fm} und $\overline{nr'}$ zu vergleichen.

Nun ist aber einerseits:

$$\overline{Fm} = \overline{AF} \cdot \sin(\alpha - \varepsilon - \varphi),$$

und wegen:

$$\overline{AE'} = \overline{AF} \cdot \frac{\sin(\alpha - \varepsilon)}{\sin \varphi},$$

$$\overline{Ar'} = \overline{AE'} \cdot \frac{\sin(90^\circ - \varepsilon - \varphi)}{\sin(90^\circ + \varepsilon)} = \overline{AE'} \frac{\cos(\varepsilon + \varphi)}{\cos \varepsilon},$$

andererseits:

$$\overline{nr'} = \overline{Ar'} \cdot \sin \varphi = \overline{AF} \frac{\sin(\alpha - \varepsilon) \cos(\varepsilon + \varphi)}{\cos \varepsilon},$$

daher:

$$\begin{aligned} \overline{Fm} : \overline{nr'} &= \sin(\alpha - \varepsilon - \varphi) \cos \varepsilon : \sin(\alpha - \varepsilon) \cos(\varepsilon + \varphi) \\ &= [\sin(\alpha - \varphi) + \sin(\alpha - 2\varepsilon - \varphi)] : \\ &\quad [\sin(\alpha + \varphi) + \sin(\alpha - 2\varepsilon - \varphi)]. \end{aligned}$$

So lange φ einen von Null verschiedenen, positiven Werth hat, können, wie aus dieser Proportion ersichtlich ist, die beiden Dreieckshöhen nicht einerlei Ausmass haben, sondern es wird vielmehr stets $\overline{Fm} < \overline{nr'}$ sein; nur für $\varphi = 0$ entfällt diese Ungleichheit, so dass dann die beiden Dreiecke AFE' und $AE'r'$ gleich gross werden.

Indem nun dieses letzte Resultat zur Erfüllung der oben-erwähnten ersten Hauptregel gefordert wird, so folgt, dass die Bruchfläche nur bei dem das gedachte Resultat bedingenden Winkel $\varphi = 0$, also ebenso anzunehmen ist; wie dies die im zweiten Capitel enthaltene besondere Untersuchung des in Rede stehenden Falles ergab.

Was das Erdprisma, dessen Gewicht der Intension des Erddruckes gleich ist, betrifft, so kommt in dem vorliegenden Falle mit Rücksicht auf das zur Figur 84 Gesagte zu bemerken, dass die Stelle, wo dieses Prisma zwischen die beiden natürlichen Böschungen \overline{AI} und \overline{FI} eingezeichnet wird, ganz beliebig gewählt, also hiezu auch von dem Punkte E' ausgegangen werden kann.

Macht man daher mit Bedachtnahme auf die zweite Hauptregel (178) $\overline{q'r'} = \overline{E'r'}$, so stellt das so erhaltene, gleichschenkelige, in der Figur schraffierte Dreieck $E'q'r'$ das Profil des fraglichen Erdprismas dar, und es ist:

$$D = \left\{ \begin{array}{l} \text{Gewicht des Erd-} \\ \text{prismas } E'q'r' \end{array} \right\} = g \cdot \triangle E'q'r'.$$

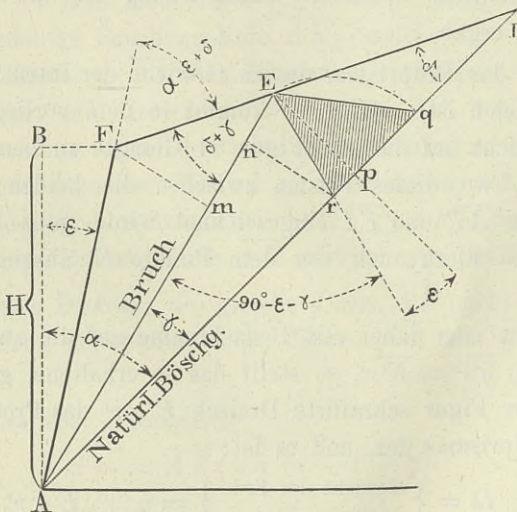
Man findet leicht, dass der Flächeninhalt des erwähnten Profiles $E'q'r'$ eben so gross ist, wie jener des zu dem gleichen Zwecke construirten Profiles Aff in der Figur 55, falls hier, wie dort, die sonstigen Verhältnisse dieselben sind.

Durch die Anwendung der beiden Hauptregeln (177) und (178) auf den besprochenen Fall wird man daher in der That auf die im zweiten Capitel entwickelten Resultate geleitet.

c) Ueber den im dritten Capitel behandelten Fall, wo die Stützwand vertical steht und das dahinter aufgeschichtete Erdreich nach einer beliebigen Böschung ansteigt oder abfällt, ist eine Erläuterung nicht mehr hinzuzufügen nöthig, indem aus den dortigen Untersuchungen, welche auf die Figuren 65, 67 und 69 Bezug nehmen, unmittelbar ersichtlich ist, dass hierin die beiden Hauptregeln (177) und (178) enthalten sind.

d) Endlich den im vierten Capitel behandelten allgemeineren Fall betreffend, wo die Stützwand eine Neigung hat, und das Erdreich nach einer beliebigen Böschung ansteigt, so soll zunächst der Bruchwinkel $EAI = \gamma$ (Fig. 92) aus

Fig. 92.



der Eigenschaft (177) abgeleitet werden, wonach nämlich $\triangle AFE = \triangle AFr$ wird, wenn $AFEr$ das Constructions-Viereck bedeutet, also $\overline{Ep} \perp \overline{AI}$ und $\sphericalangle pEr = \varepsilon$ ist.

Indem man unter Beibehaltung der Bezeichnungen aus dem vierten Capitel sogleich auf die Dreieckshöhen \overline{Fm} und \overline{nr} übergeht, welche einander gleich sein müssen, hat man einerseits:

$$\overline{Fm} = \overline{AF} \cdot \sin(\alpha - \varepsilon - \gamma),$$

und wegen:

$$\begin{aligned} \overline{AE} &= \overline{AF} \cdot \frac{\sin(\alpha - \varepsilon + \delta)}{\sin(\delta + \gamma)}, \\ \overline{Ar} &= \overline{AE} \cdot \frac{\sin(90^\circ - \varepsilon - \gamma)}{\sin(90^\circ + \varepsilon)} = \overline{AE} \frac{\cos(\varepsilon + \gamma)}{\cos \varepsilon} \\ &= \overline{AF} \cdot \frac{\sin(\alpha - \varepsilon + \delta) \cos(\varepsilon + \gamma)}{\cos \varepsilon \sin(\delta + \gamma)}, \end{aligned}$$

andererseits:

$$\overline{nr} = \overline{Ar} \cdot \sin \gamma = \overline{AF} \cdot \frac{\sin(\alpha - \varepsilon + \delta) \cos(\varepsilon + \gamma) \sin \gamma}{\cos \varepsilon \sin(\delta + \gamma)},$$

daher, weil $\overline{Fm} = \overline{nr}$ sein soll:

$$\cos \varepsilon \sin(\delta + \gamma) \sin(\alpha - \varepsilon - \gamma) = \sin \gamma \cos(\varepsilon + \gamma) \sin(\alpha - \varepsilon + \delta).$$

Nun ist aber, wenn man unter Einem überstimmend mit den abkürzenden Bezeichnungen im §. 43:

$\operatorname{tg}(\alpha - \varepsilon) = a$, $\operatorname{tg} \delta = b$, $\operatorname{cotg} \varepsilon = c$ und $\operatorname{tg} \gamma = x'$ setzt:

$$\begin{aligned} \sin(\delta + \gamma) &= \cos \delta \cos \gamma [\operatorname{tg} \delta + \operatorname{tg} \gamma] \\ &= \cos \delta \cos \gamma (b + x'), \\ \sin(\alpha - \varepsilon - \gamma) &= \cos(\alpha - \varepsilon) \cos \gamma [\operatorname{tg}(\alpha - \varepsilon) - \operatorname{tg} \gamma] \\ &= \cos(\alpha - \varepsilon) \cos \gamma (a - x'), \\ \cos(\varepsilon + \gamma) &= \sin \varepsilon \cos \gamma [\operatorname{cotg} \varepsilon - \operatorname{tg} \gamma] \\ &= \sin \varepsilon \cos \gamma (c - x'), \\ \sin(\alpha - \varepsilon + \delta) &= \cos(\alpha - \varepsilon) \cos \delta [\operatorname{tg}(\alpha - \varepsilon) + \operatorname{tg} \delta] \\ &= \cos(\alpha - \varepsilon) \cos \delta (a + b); \end{aligned}$$

somit erhält man:

$$\cos \varepsilon \cos \gamma (b + x') (a - x') = \sin \varepsilon \sin \gamma (c - x') (a + b),$$

und, wenn man beiderseits durch $\sin \varepsilon \cos \gamma$ dividirt:

$$c (b + x') (a - x') = x' (c - x') (a + b),$$

welche Relation, nach x' geordnet, auf die quadratische Gleichung führt:

$$(c - a - b)x'^2 + 2bcx' - abc = 0,$$

deren sofortige Auflösung offenbar denselben Werth von $x' = \operatorname{tg} \gamma$ ergibt, der vorne in der Formel (169) aufgestellt ist, so dass in dieser wirklich die erste Hauptregel (177) enthalten erscheint.

Construirt man nun, der zweiten Hauptregel (178) entsprechend, $\overline{qr} = \overline{Er}$, und berechnet den Flächeninhalt des $\triangle qEr$, so ist zu setzen:

$$\begin{aligned} \triangle qEr &= \frac{1}{2} \overline{Ep} \cdot \overline{qr} = \frac{1}{2} \overline{Er} \cdot \overline{qr} \cos \varepsilon = \frac{1}{2} \overline{Er}^2 \cdot \cos \varepsilon, \\ \overline{Er} &= \overline{AE} \cdot \frac{\sin \gamma}{\cos \varepsilon} = \overline{AF} \cdot \frac{\sin \gamma \sin(\alpha - \varepsilon + \delta)}{\cos \varepsilon \sin(\delta + \gamma)} \\ &= H \frac{\sin \gamma \sin(\alpha - \varepsilon + \delta)}{\cos^2 \varepsilon \sin(\delta + \gamma)}, \end{aligned}$$

daher auch:

$$\triangle qEr = \frac{1}{2} \frac{H^2}{\cos^2 \varepsilon} \left[\frac{\sin \gamma \sin(\alpha - \varepsilon + \delta)}{\cos \varepsilon \sin(\delta + \gamma)} \right]^2.$$

Hiernach erhält man für den Erddruck:

$$D = g \cdot \triangle qEr = \frac{1}{2} w \frac{H^2}{\cos^2 \varepsilon},$$

wenn man hiebei setzt:

$$\frac{w}{g} = \left[\frac{\sin \gamma \sin(\alpha - \varepsilon + \delta)}{\cos \varepsilon \sin(\delta + \gamma)} \right]^2.$$

Nun ist aber:

$$\begin{aligned} \sin \gamma \sin(\alpha - \varepsilon + \delta) &= \sin \gamma \cos(\alpha - \varepsilon) \cos \delta (a + b) \\ \cos \varepsilon \sin(\delta + \gamma) &= \cos \varepsilon \cos \gamma \cos \delta (b + x'), \end{aligned}$$

folglich:

$$\begin{aligned} \frac{w}{g} &= \left[\frac{\operatorname{tg} \gamma \cos(\alpha - \varepsilon)}{\cos \varepsilon} \left(\frac{a + b}{b + x'} \right) \right]^2 \\ &= \frac{\cos^2(\alpha - \varepsilon)}{\cos^2 \varepsilon} \left[\frac{x' (a + b)}{(b + x')} \right]^2 \\ &= \left[\frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2(\alpha - \varepsilon)} \right] \left[\frac{1 + \operatorname{cotg}^2 \varepsilon}{\operatorname{cotg}^2 \varepsilon} \right] \left[\frac{x' (a + b)}{(b + x')} \right]^2 \\ &= \frac{(1 + c^2)}{c^2 (1 + a^2)} \left[\frac{x' (a + b)}{(b + x')} \right]^2, \end{aligned}$$

und, indem man hierin den für x' entsprechenden Werth substituirt, endlich:

$$\frac{w}{g} = \frac{(a+b)(1+c^2)}{c(1+a^2)} \left[\frac{\sqrt{(a+b)(c-a)} - \sqrt{bc}}{\sqrt{c(c-a)} - \sqrt{b(a+b)}} \right]^2,$$

welche Relation mit jener unter (170) gegebenen vollkommen übereinstimmt, so dass auch die zweite Hauptregel (178) diesfalls thatsächlich Platz greift.

§. 49.

Directe geometrische Construction des Bruchwinkels, wenn die Stützwand schief steht und die Oberfläche des Hinterfüllungsmateriales von einer Ebene begrenzt ist. Nachdem zur grafischen Darstellung der Grösse des Erddruckes es nothwendig ist, den bezüglichen Bruchwinkel γ zu kennen, die geometrische Construction dieses letzteren aber für den in der Ueberschrift angedeuteten Fall noch nicht mitgetheilt wurde, so erübrigt nunmehr (in Erfüllung der Zusage im §. 44 unter Punkt 5) hierauf näher einzugehen.

Zu diesem Behufe ist es nöthig, einen Satz vorzuschicken, welcher eine neue Eigenschaft des Bruchwinkels kennen lehrt.

Stellt nämlich (Fig. 93) \overline{Fb} die Orientirungslinie und \overline{AFEr} das diesfällige Constructions-Viereck vor, so hat man:

$$\overline{Ep} \parallel \overline{Fa} \perp \overline{AI}, \quad \sphericalangle pEr = \sphericalangle aFb = \varepsilon,$$

und es besteht die Proportion:

$$\overline{Ab} : \overline{Ar} = \overline{Ar} : \overline{AI} \dots \dots \dots (184),$$

somit ist \overline{Ar} die mittlere geometrische Proportionale zwischen \overline{Ab} und \overline{AI} .

Denn es ist nach der Figur:

$$\triangle AFI = \triangle AFE + \triangle AEr + \triangle EIr,$$

oder, da die Construction des Bruchwinkels die Bedingung erfordert:

$$\triangle AFE = \triangle AEr,$$

auch:

$$\triangle AFI = 2 \cdot \triangle AEr + \triangle EIr.$$

Wegen

$$\triangle AFI = \frac{1}{2} \overline{AI} \cdot \overline{Fa},$$

$$\triangle AEr = \frac{1}{2} \overline{Ar} \cdot \overline{Ep},$$

$$\triangle EIr = \frac{1}{2} \overline{Ir} \cdot \overline{Ep},$$

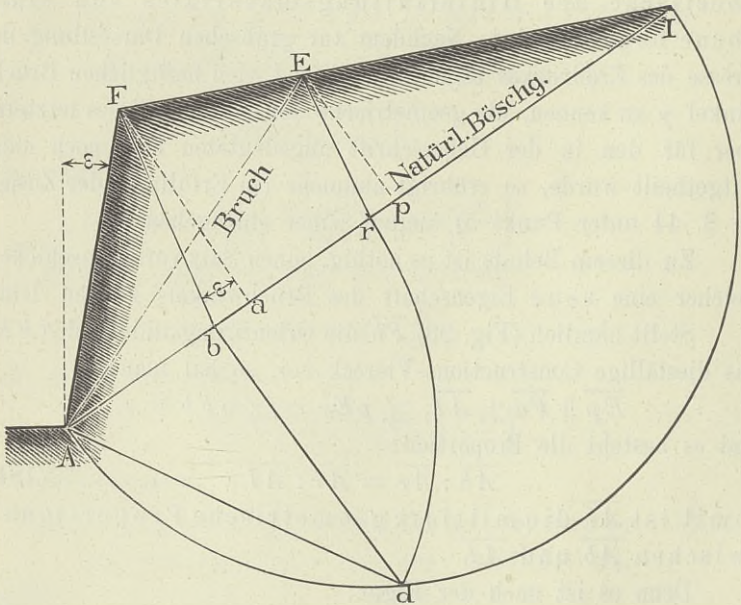
ist aber:

$$\begin{aligned}\overline{AI} \cdot \overline{Fa} &= 2 \cdot \overline{Ar} \cdot \overline{Ep} + \overline{Ir} \cdot \overline{Ep} \\ &= \overline{Ep} (2 \overline{Ar} + \overline{Ir}) \\ &= \overline{Ep} (\overline{Ar} + \overline{Ar} + \overline{Ir}) \\ &= \overline{Ep} (\overline{Ar} + \overline{AI}),\end{aligned}$$

woraus die Proportion sich ergibt:

$$\overline{AI} : (\overline{Ar} + \overline{AI}) = \overline{Ep} : \overline{Fa} \dots\dots\dots (185).$$

Fig. 93.



Da sowol die beiden kleinen Dreiecke Fab und Epr , als auch die beiden grossen Dreiecke Fib und EIr unter einander ähnlich sind, so folgt einerseits:

$$\overline{Er} : \overline{Fb} = \overline{Ep} : \overline{Fa},$$

und andererseits:

$$\overline{Er} : \overline{Fb} = \overline{Ir} : \overline{Ib},$$

somit durch Vergleichung:

$$\overline{Ep} : \overline{Fa} = \overline{Ir} : \overline{Ib}.$$

Berücksichtigt man diese Relation in der vorigen Proportion (185), so findet man:

$$\overline{AI} : (\overline{Ar} + \overline{AI}) = \overline{Ir} : \overline{Ib},$$

hieraus aber die Gleichung:

$$\overline{AI} \cdot \overline{Ib} = \overline{Ir} (\overline{Ar} + \overline{AI}),$$

somit auch:

$$\overline{AI} (\overline{AI} - \overline{Ab}) = (\overline{AI} - \overline{Ar}) (\overline{AI} + \overline{Ar}),$$

und:

$$\overline{AI}^2 - \overline{AI} \cdot \overline{Ab} = \overline{AI}^2 - \overline{Ar}^2,$$

woraus endlich wegen $\overline{AI} \cdot \overline{Ab} = \overline{Ar}^2$ die unter (184) behauptete Proportion folgt:

$$\overline{Ab} : \overline{Ar} = \overline{Ar} : \overline{AI}.$$

Auf Grundlage dieser Eigenschaft kann man nun zur grafischen Aufsuchung der Linie \overline{AE} , beziehungsweise des Punktes E schreiten, wie folgt:

Man zeichne zunächst die Orientierungslinie \overline{Fb} und über \overline{AI} als Durchmesser einen Halbkreis, errichte in b ein Perpendikel auf die natürliche Böschung, bis jener Halbkreis in d getroffen wird, mache $\overline{Ar} = \overline{Ad}$ und ziehe schliesslich $\overline{Er} \parallel \overline{Fb}$.

Beweis.

Der Construction zu Folge ist:

$$\overline{Ar}^2 = \overline{Ad}^2 = \overline{Ab} \cdot \overline{AI},$$

oder:

$$\overline{Ab} : \overline{Ar} = \overline{Ar} : \overline{AI},$$

daher in der That so, wie es die Relation (184) fordert, wonach die Richtigkeit der angegebenen Construction einleuchtet.

Wenn man den Fusspunkt der Orientierungslinie (b) nach der Richtung der Oberfläche des Erdreiches \overline{FI} auf die Stützwand \overline{AF} projicirt, so kann man ein anderes, jedoch dem vorigen ähnliches Verfahren anwenden, wobei der zu zeichnende Halbkreis auf die Wandböschung \overline{AF} aufzuziehen ist. Hiedurch erhält man die Figur 94, worin Folgendes angeordnet ist:

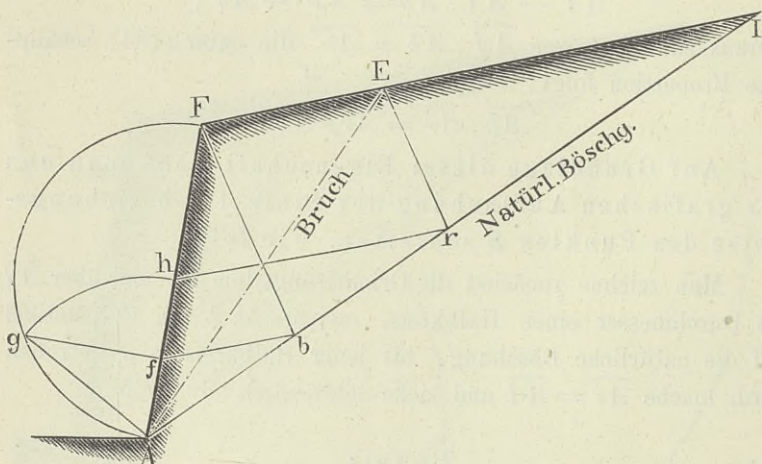
$\overline{bf} \parallel \overline{FI}$, Halbkreis über \overline{AF} , $\overline{fg} \perp \overline{AF}$, $\overline{Ah} = \overline{Ag}$, $\overline{hr} \parallel \overline{FI}$,
 $\overline{Er} \parallel \overline{Fb}$.

Jetzt ist, analog wie in der früheren Figur, die Proportion vorhanden:

$$\overline{Af} : \overline{Ah} = \overline{Ah} : \overline{AF} \dots \dots \dots (186),$$

deren Existenz nothwendig mit jener der zuerst aufgestellten Proportion (184) verbunden ist.

Fig. 94.



Eine dritte ähnliche Constructionsart ergibt sich endlich, wie die Fig. 95 zeigt, dadurch, dass man den gedachten Fusspunkt der Orientirungslinie (b) nach der Richtung der Stützwand \overline{AF} auf die Oberfläche des Erdreiches projicirt, und das bezügliche grafische Verfahren auf die in der jetzt stattfindenden Proportion:

$$\overline{Fi} : \overline{Fl} = \overline{Fl} : \overline{FI} \dots \dots \dots (187)$$

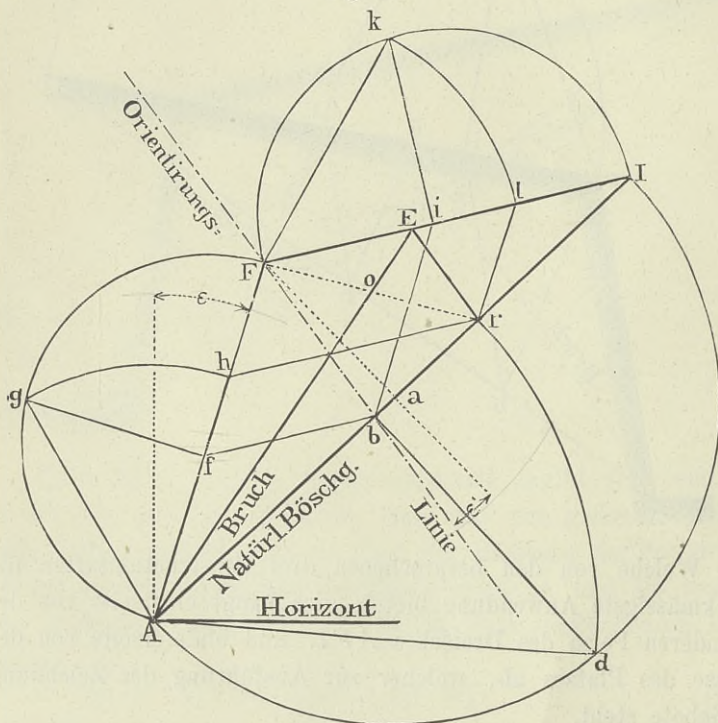
ersichtliche Eigenschaft gründet, so dass man in diesem Falle den Halbkreis auf \overline{FI} als Durchmesser aufzusetzen, im Uebrigen aber $\overline{bi} \parallel \overline{AF}$, $\overline{ki} \perp \overline{FI}$, $\overline{Fk} = \overline{Fl}$, $\overline{lr} \parallel \overline{AF}$ und $\overline{Er} \parallel \overline{Fb}$ zu machen hat.

Durch die Anwendung jeder dieser drei Methoden, bei denen der betreffende Halbkreis aufeinanderfolgend auf jede der einz elnen

Denkt man sich nämlich die ganze Figur um den Punkt A gedreht, so dass der Neigungswinkel der Wand gegen das Loth nicht mehr ε , sondern ε' wird, während der Winkel ε für die Orientirungslinie, so wie alles Uebrige, insofern es lediglich vom geometrischen Standpunkte aus betrachtet wird, unverändert bleibt; so ist augenscheinlich das Schlussergebniß dasselbe.

Verwechselt man nun die ganz willkürlichen Bezeichnungen ε und ε' mit einander, so kann man dann den Fall derart ansehen, wie wenn die Stützwand den Neigungswinkel ε gegen das Loth hätte, während die fragliche Orientirungslinie um den Winkel ε' von dem auf die natürliche Böschung gefällten Perpendikel abweicht, also eben so, wie dies in der Figur 96

Fig. 96.



dargestellt ist, wo man nach Durchführung jeder der angegebenen drei Constructionsmethoden schliesslich ebenfalls erhält:

$$\triangle AFE = \triangle AEr \text{ und } \overline{Fo} = \overline{or},$$

wenn auch an und für sich diese Dreiecke andere werden, als mit Zugrundelegung derjenigen Orientirungslinie, welche um den $\angle \varepsilon$ gegen das Loth \overline{Fa} geneigt ist.

Es ist nöthig, dies hervorzuheben, weil man später auch auf solche Fälle kommen wird, wo eine Verschiedenheit zwischen den hier mit ε und ε' bezeichneten Winkeln thatsächlich stattfindet.

Die gedachten drei Constructionsmethoden sind in der Figur 96 durchgeführt, wie folgt:

1. Halbkreis über \overline{AI} , $\overline{bd} \perp \overline{AI}$, $\overline{Ar} = \overline{Ad}$ und $\overline{Er} \parallel \overline{Fb}$.
2. $\overline{fb} \parallel \overline{FI}$, Halbkreis über \overline{AF} , $\overline{fg} \perp \overline{AF}$, $\overline{Ah} = \overline{Ag}$, $\overline{hr} \parallel \overline{FI}$ und $\overline{Er} \parallel \overline{Fb}$.
3. $\overline{bi} \parallel \overline{AF}$, Halbkreis über \overline{FI} , $\overline{ik} \perp \overline{FI}$, $\overline{Fl} = \overline{Fk}$, $\overline{lr} \parallel \overline{AF}$ und $\overline{Er} \parallel \overline{Fb}$.

Für alle aber ist $\overline{Fa} \perp \overline{AI}$ und $\sphericalangle aFb = \varepsilon'$, nämlich verschieden von dem Neigungswinkel der Stützwand ε^* .

§. 50.

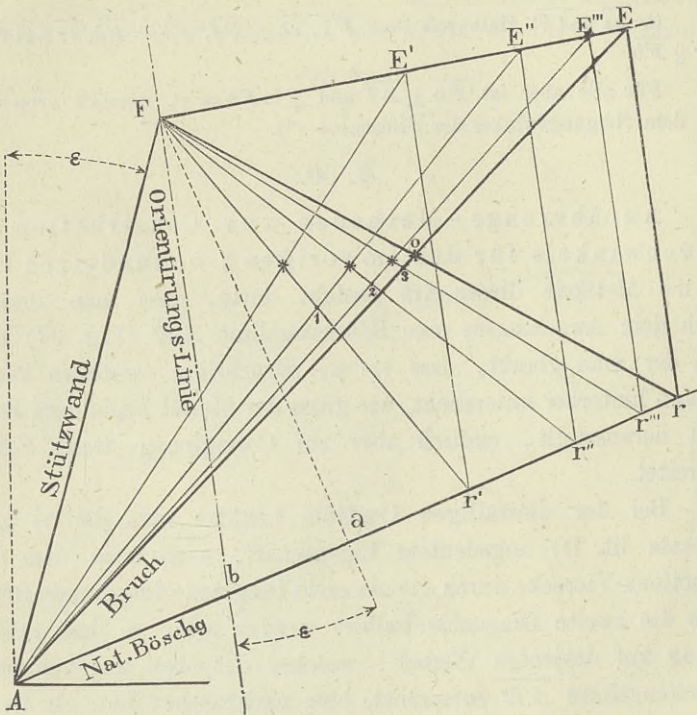
Annäherungs - Methoden zur Construction des Bruchwinkels für den im vorigen §. behandelten Fall. Eine Methode dieser Art besteht darin, dass man zunächst nach dem Augenmasse eine Böschungslinie $\overline{AE'}$ (Fig. 97) zieht, von der man glaubt, dass sie die Bruchlinie vorstellen könnte, sodann hinterher untersucht, wie gross der hiemit begangene Fehler sich herausstellt, endlich aber zur Corrigirung dieses Fehlers schreitet.

Bei der diesfälligen Controle benützt man die im §. 48 (Absatz lit. D) angedeutete Eigenschaft, wonach in dem Constructions-Vierecke durch die als erste Diagonale fungirende Bruchlinie die zweite Diagonale halbirt werden soll, so dass man in Bezug auf dasjenige Viereck, welches der oben angenommenen Böschungslinie $\overline{AE'}$ entspricht, bloß nachzusehen hat, ob die erwähnte Eigenschaft wirklich stattfindet oder nicht.

*) Auf diese bemerkenswerthen Constructionen ist der Verfasser im Jahre 1867 durch die Mithilfe seiner ehemaligen Schüler, der Herren Johann Brik und Johann Buberl (damals Assistenten am hiesigen k. k. Polytechnicum, jetzt Eisenbahn-Ingenieure) gelangt, welche er nämlich mit der Aufgabe betraute, unter Zugrundelegung der Gleichung (177) ebenfalls darüber Studien anzustellen, in welcher Weise die hiedurch bestimmte Bruchrichtung im Erdkörper auf rein grafischem Wege directe aufgefunden werden kann.

Das fragliche Constructions-Viereck ist in der Figur mit $\overline{AFE'r'}$ bezeichnet, worin bekanntlich die Seite $\overline{Er'}$ parallel zur Orientirungslinie \overline{Fb} , diese aber so zu zeichnen ist, dass ihre linksseitige Abweichung von dem Perpendikel \overline{Fa} auf die natürliche Böschung \overline{Aa} geradezu dem $\sphericalangle \varepsilon$ gleich kommt.

Fig. 97.



Hierin ist $\overline{AE'}$ die erste und $\overline{Fr'}$ die zweite Diagonale; beide kreuzen sich in dem Punkte, welcher in der Figur mit dem ersten links gelegenen Sternchen (*) angezeigt ist, und, wie gesagt, der Halbirungspunkt der zweiten Diagonale sein müsste, wenn $\overline{AE'}$ wirklich die Bruchlinie wäre.

Bei der blos nach dem Augenmasse angenommenen Richtung der Linie $\overline{AE'}$ würde es lediglich ein Zufall sein, wenn die

gewünschte Eigenschaft sofort zutreffen möchte; in der Regel wird es sich ergeben, dass jener Kreuzungspunkt die gedachte Diagonale nicht halbirt. So z. B. liegt in der betrachteten Figur der Halbirungspunkt der Diagonale $\overline{Fr'}$ in 1, somit muss die anfänglich gezogene Böschungslinie, um die Bruchlinie zu bekommen, corrigirt werden.

Eine solche Correction kann am einfachsten dadurch ausgeführt werden, wenn man die durch den factischen Halbirungspunkt 1 zu ziehende Richtungslinie $\overline{AE''}$ anstatt der vorigen Böschung $\overline{AE'}$ substituirt.

Nun wiederhole man das vorige Controls-Verfahren, indem man $\overline{E''r''} \parallel \overline{Fb}$ zeichnet, in dem hiedurch erhaltenen neuerlichen Constructions-Vierecke $AFE''r''$ die zweite Diagonale $\overline{Fr''}$ zieht, von dieser den Halbirungspunkt (in der Figur mit 2 bezeichnet) aufsucht, endlich aber beobachtet, ob und inwiefern derselbe von dem Kreuzungspunkte der beiden Vierecks-Diagonalen (welcher wieder mit einem Sternchen, dem zweiten von der linken Seite her, bezeichnet erscheint) abweicht.

Wenn eine solche Abweichung, wie es in der betrachteten Figur wirklich der Fall ist, vorkommt, so muss man abermals eine Correction in ähnlicher Weise vornehmen, und dieses Verfahren noch weiter, und zwar so lange wiederholen, bis in dem letztcorrigirten Constructions-Vierecke die zweite Diagonale durch die erste halbirt wird, wenigstens so nahe, dass die allfällige Abweichung als verschwindend betrachtet werden kann.

In der hierher gehörigen Figur ist, wie zu ersehen, ein drittes und ein viertes Mal die Correctur in der angedeuteten Weise vorgenommen, und es sind hiernach aufeinanderfolgend die weiteren Böschungen $\overline{AE''''}$ und \overline{AE} , die fraglichen Abweichungen aber allmählig kleiner erhalten worden, so dass die letzte Böschung bereits die geforderte Eigenschaft ($\overline{Fo} = \overline{or}$) mit hinlänglicher Genauigkeit zeigt. Somit kann \overline{AE} als die Bruchlinie, beziehungsweise Bruchfläche gelten.

Bei einiger Uebung kann man es dahin bringen, dass man schon mit der ersten, allenfalls mit der zweiten Correctur zum

Ziele gelangt; wobei man insbesondere mit Rücksicht auf die Bemerkung im §. 44 (Punkt 4) die erste angenäherte Wahl für die Bruchböschung so zu treffen hat, dass der Bruchwinkel kleiner oder grösser, als die Hälfte des zwischen der Stützwand und der natürlichen Erdböschung gelegenen Winkels, ausfällt, je nachdem die Oberfläche des Erdreiches, von der Stützwandkrone angefangen, ansteigt oder abfällt.

In der obigen Figur 95 hat man auf diese Regel keine Rücksicht genommen, vielmehr die erste Böschungslinie $\overline{AE'}$, von welcher die Untersuchung ausging, mit Absicht unrichtiger angenommen, als es voraussichtlich nothwendig gewesen wäre, und zwar deshalb, um die durch die Correcturen entstandenen Constructionslinien nicht gar zu nahe an einander zu bringen und hiedurch die ganze Zeichnung möglichst deutlich zu machen. Dieserwegen hat man daselbst bis zur vierten Correctur gehen müssen, ein Fall, der sonst wohl nicht leicht vorkommt.

Eine zweite Annäherungs-Methode zur Construction des fraglichen Bruchwinkels besteht darin, dass man in dem Querprofile des Erdkörpers zwei Linien (\overline{xy} und \overline{uv} , Fig. 98), wovon jede den Durchschnittspunkt der richtigen Vierecks-Diagonalen, nämlich den Punkt o , enthalten muss, aufsucht, und auf solche Weise die Lage dieses Punktes ermittelt, mit dessen Benützung sodann das der Bruchfläche zugehörige Constructions-Viereck \overline{AFEr} und die Richtung der Bruchfläche \overline{AE} selbst sich ergibt.

Die erste jener beiden Linien ist, wie bereits angedeutet, die Gerade \overline{xy} , welche insbesondere durch den Halbierungspunkt x der Stützwand \overline{AF} geht und zur natürlichen Böschung \overline{AI} parallel läuft. Es ist also zunächst $\overline{Ax} = \overline{Fx} = \frac{1}{2} \overline{AF}$ und $\overline{xy} \parallel \overline{AI}$ zu machen. Dass der Durchschnittspunkt o der beiden Diagonalen \overline{Fr} und \overline{AE} von dem zu suchenden Constructions-Vierecke \overline{AFEr} in der Geraden \overline{xy} liegen muss, ist — weil man schliesslich $\overline{Fo} = \overline{or}$ erhalten soll — aus der Aehnlichkeit der zwei Dreiecke \overline{AFr} und \overline{xFo} unmittelbar einzusehen.

Die zweite massgebende Linie ist die Curve \overline{uv} , gezogen durch diejenigen Kreuzungspunkte, welche in Folge des Durch-

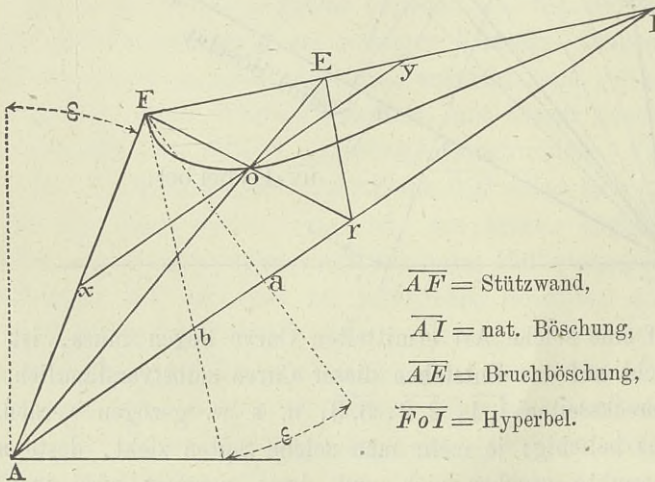
einige Curvenpunkte rechts und einige links von dem zu suchenden Punkte o erhält, um nämlich in dessen Nähe die Curve mit ausreichender Schärfe zeichnen zu können.

Hat man auf diese Weise einerseits die Gerade \overline{xy} , und andererseits die Curve \widehat{uv} construiert, so ist der Durchschnittspunkt beider Linien (nämlich der Punkt o) gefunden.

Die Gerade \overline{AoE} ist sodann die fragliche Bruchlinie, von deren richtigen Lage man sich sofort dadurch überzeugen wird, dass man $\overline{Er} \parallel \overline{Fb}$ macht, in dem so erhaltenen Vierecke $AFEr$ die zweite Diagonale \overline{Fr} zieht und beobachtet, ob diese Diagonale durch den Punkt o geht und zudem durch diesen halbtirt wird, indem ja schliesslich $\overline{Fo} = \overline{or}$ erhalten werden muss.

Was die Natur der besprochenen Curve betrifft, so bildet die Aufsuchung ihrer Gleichung ein interessantes Problem der Geometrie, deren Ausführung als mathematische Uebung dem studirenden Leser überlassen wird.

Fig. 99.



Hier soll nur in Kürze bemerkt werden, dass die fragliche Curve eine Hyperbel ist, wovon der in Betracht kommende Ast einerseits durch die Stützwandkrone F , und andererseits

durch die Stelle I geht, wo sich die natürliche Böschung \overline{AI} mit der Erdreich-Oberfläche schneidet, wie dies beispielsweise in der Figur 99 angedeutet ist.

Bei nur einiger Uebung wird man auch mittelst dieser Methode schnell zum Ziele gelangen, zumal man hiezu nicht die ganze innerhalb des Erdprofiles fallende Curve, sondern bloß einige Punkte davon, welche in der Nähe der muthmasslich richtigen Kreuzungsstelle o liegen, aufzusuchen nöthig hat, überdies die einzelnen Constructions-Vierecke nicht vollständig auszuzeichnen braucht, sondern — indem die allen gemeinschaftlichen Ecken A und F gegeben sind — nur die jedesmal in Betracht kommenden zwei neuen Ecken, so wie den Durchschnitt der jeweiligen zwei Diagonalen, ohne auch diese in der ganzen Länge zu ziehen, markiren wird.

§. 51.

Genaue geometrische Construction des Bruchwinkels und der Grösse des Erddruckes, wenn die Oberfläche des Erdreiches nach einem geradlinigen Polygone profilirt ist.

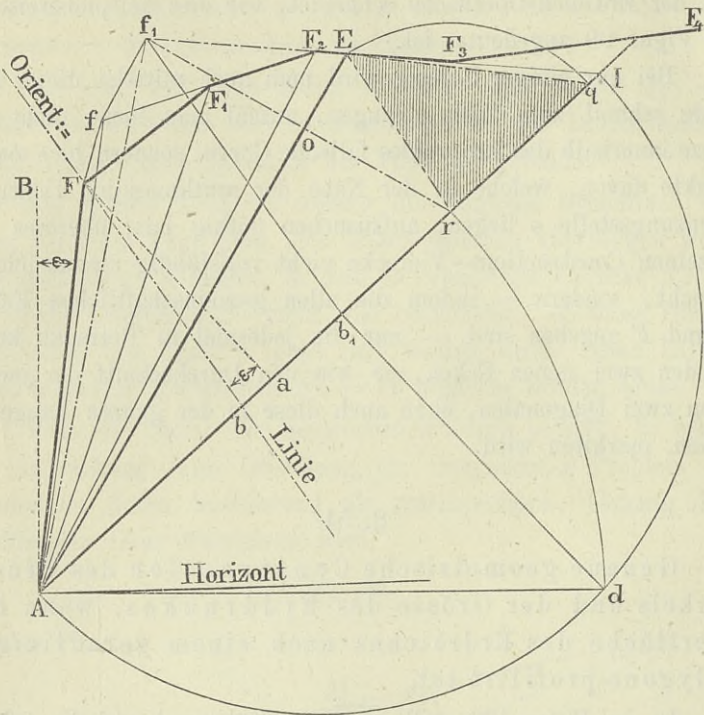
In der Figur 100 stellt \overline{AF} die Stützwand und die gebrochene Linie $FF_1F_2F_3F_4$ die Oberfläche des Erdreiches vor. Die nächste Aufgabe soll nun sein, die bezügliche Bruchlinie \overline{AE} in Hinblick auf die Eigenschaft (177) zu finden, wonach nämlich die Construction so anzuordnen ist, dass man erhält:

$$\text{area } AFF_1F_2E = \triangle AEr,$$

wenn \overline{Er} parallel zur Orientirungslinie \overline{Fb} gezogen wird.

Zu diesem Behufe beurtheile man entweder unmittelbar nach dem Augenmasse, oder, wenn nöthig, mittelst eines vorläufigen Versuches, in welche Polygonsseite die Bruchlinie \overline{AE} treffen dürfte. So z. B. ist in der angenommenen Figur zu erwarten, dass die fragliche Polygonsseite jene mit F_2F_3 bezeichnete sei, dass also der Bruchpunkt E zwischen die zwei Polygonecken F_2 und F_3 hineinfallen werde.

Fig. 100.



Von diesen zwei Polygonsecken fasse man insbesondere diejenige (F_2) in's Auge, welche näher bei der Stützwand liegt, ziehe von dem Fusspunkte der letzteren die Diagonale zu jener Polygonsecke (also die Gerade $\overline{AF_2}$), und verwandle das Erdprofil $AF F_1 F_2$, welches zwischen der eben gezogenen Diagonalen $\overline{AF_2}$ und der Stützwand \overline{AF} liegt, in ein Dreieck $Af_1 F_2$ von der Art, dass $\overline{AF_2}$ die Eine Dreiecksseite bildet, in die verlängerte Richtung der obbemerkten Polygonsseite $\overline{F_2 F_3}$ die zweite Dreiecksseite $\overline{f_1 F_2}$ zu liegen kommt, die dritte Dreiecksseite $\overline{Af_1}$ aber aus der Bedingung sich ergibt, dass das Dreieck denselben Flächenraum, wie das zu verwandelnde Erdprofil erhält, also:

$$\text{area } A F F_1 F_2 = \triangle A f_1 F_2$$

wird.

Bei dieser Figurenverwandlung wird man, von der Wandkrone beginnend und von einer Polygonsecke zur nächsten vorschreitend, zuerst $\triangle AFF_1 = \triangle AfF_1$ construiren, wobei $\overline{Ff} \parallel \overline{AF_1}$ ist und $\overline{fF_1}$ die Verlängerung von $\overline{F_1F_2}$ bildet, sodann $\triangle AfF_2 = \triangle Af_1F_2$ machen, indem man hiebei $\overline{ff_1} \parallel \overline{AF_2}$ zieht und $\overline{F_2F_3}$ bis f_1 verlängert, u. s. w.; bis man diejenige Polygonsseite erreicht hat, wohin die Bruchlinie ausmündet.

Auf diese Weise wurde in der Figur 100 der Punkt f_1 gefunden, und es ist nunmehr daselbst:

$$\begin{aligned} \triangle AFF_1 &= \triangle AfF_1 \\ \triangle AfF_2 &= \triangle Af_1F_2, \end{aligned}$$

also auch der oben gestellten Anforderung gemäss:

$$\text{area } AFF_1F_2 = \triangle Af_1F_2.$$

Verlängert man jetzt die vorgedachte Polygonsseite $\overline{F_2F_3}$ auch nach rückwärts bis I , wo die natürliche Böschung \overline{AI} getroffen wird, so vereinfacht sich die gestellte Aufgabe dahin, in dem Dreiecke Af_1I die Bruchlinie \overline{AE} derart zu ziehen, dass man erhält:

$$\triangle Af_1E = \triangle AEr,$$

so dass dann Af_1Er das dazu gehörige Constructions-Viereck bildet, in welchem \overline{AE} und $\overline{f_1r}$ die beiden Diagonalen sind, wovon diese durch jene in dem Punkte o halbirt werden soll.

Es ist also gerade so, wie wenn ein neuer Fall vorliegen würde, in welchem $\overline{Af_1}$ die Stützwand bedeutet, und hinter derselben das Erdprofil nach der geraden Linie $\overline{f_1I}$ begrenzt ist; nur hat man dabei zu beachten, dass die bezügliche Orientierungslinie $\overline{f_1b_1}$ nicht nach dem neuen Wandneigungswinkel $B Af_1$, sondern nach dem ursprünglichen $\sphericalangle \varepsilon$ (also $\overline{f_1b_1} \parallel \overline{Fb}$) zu ziehen, und hiernach das Constructions-Viereck Af_1Er ausfindig zu machen ist.

Hieraus ist zu entnehmen, dass die im §. 49 erläuterten grafischen Methoden auch gegenwärtig in Anwendung kommen können. Macht man z. B. gleich von der auf die Figur 93 Bezug nehmenden Methode, mit Berücksichtigung der Schluss-

Anmerkung im §. 49, den entsprechenden Gebrauch, so wird man die Zeichnung anordnen, wie folgt:

Halbkreis über den Durchmesser \overline{AI} ; $\overline{b_1d} \perp \overline{AI}$; $\overline{Ad} = \overline{Ar}$; $\overline{Er} \parallel \overline{f_1b_1} \parallel \overline{Fb}$.

Jetzt ist $\overline{f_1o} = \overline{or}$, daher der Bruchpunkt E , die Bruchlinie \overline{AE} und das Bruchprisma $Af_1E = AF F_1 F_2 E$ gefunden.

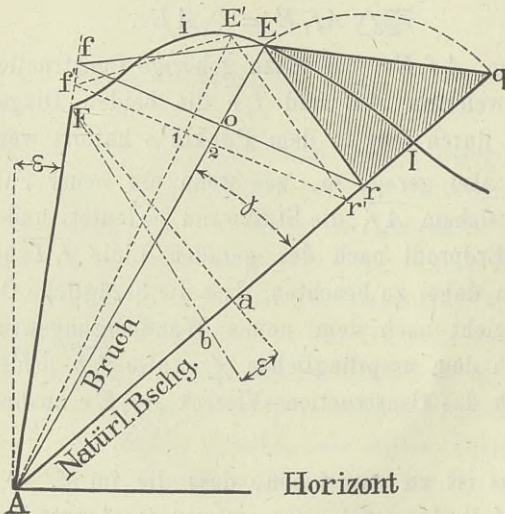
Construirt man endlich das (schraffirt angezeigte) gleichschenkelige Dreieck, indem man $\overline{Er} = \overline{qr}$ macht, so stellt dieses das Profil desjenigen Erdprismas vor, dessen Gewicht gleich der Intension des Druckes ist, so dass man hat:

$$\text{Erddruck } D = \left\{ \begin{array}{l} \text{Gewicht des Erd-} \\ \text{prismas } Erq \end{array} \right\}.$$

§. 52.

Annäherungsmethode zur Construction des Bruchwinkels und des Erddruckes bei beliebig gestalteter Oberfläche des Erdreiches hinter der Stützwand.

Fig. 101.



Ist (Fig. 101) \overline{AF} die um den Winkel ε geneigte Stützwand, \overline{FiEI} die obere Begrenzung des aufgeschichteten Erd-

reichs, \overline{AI} die natürliche Böschung desselben, so handelt es sich zu Folge der Eigenschaft (177) zunächst darum, die Bruchlinie \overline{AE} derart zu bestimmen, dass man erhält:

$$\text{area } AFiE = \triangle AEr,$$

wenn \overline{Er} parallel zu Orientierungslinie \overline{Fb} , diese aber bekanntlich so gezogen wird, dass $\overline{Fa} \perp \overline{AI}$ und $\sphericalangle aFb = \varepsilon$ ist.

Zu diesem Behufe gehe man in der Hauptsache nach der im §. 50 erläuterten ersten Annäherungs-Methode vor.

Man ziehe nämlich zunächst nach dem Augenmasse eine Böschungslinie $\overline{AE'}$, von der man glaubt, sie könnte ungefähr die Bruchlinie sein, und untersuche nun hinterher, inwieferne hiefür die in der ersten Hauptregel (177) enthaltene Eigenschaft zutrifft. Hiernach hat man die zwei Flächenräume $AFiE'$ und $AE'r'$ (wobei $\overline{E'r'} \parallel \overline{Fb}$ gezogen ist) zu vergleichen, was am besten dadurch geschieht, dass man die erstgenannte Fläche in ein geradliniges Dreieck verwandelt, welches die Böschungslinie $\overline{AE'}$ als Basis erhält, und worin der vorhandene Winkel bei A (nämlich $\sphericalangle E'AF$) gegeben ist, so dass es sich eigentlich bloß darum handelt, die krumme Linie $\overline{FiE'}$ durch eine Gerade zu ersetzen. Dieses in Folge der gedachten Umgestaltung entstehende geradlinige Dreieck ist in der Figur mit $Af'E'$ bezeichnet, so dass man hat:

$$\text{area } AFiE' = \triangle Af'E'.$$

Jetzt ziehe man in dem so gefundenen Constructions-Vierecke $Af'E'r'$ die zweite Diagonale $\overline{f'r'}$ und sehe nach, ob der Durchschnittspunkt 1 beider Vierecks-Diagonalen in der Mitte zwischen f' und r' liegt.

Ist dieses der Fall, so bedeutet $\overline{AE'}$ unmittelbar die Bruchlinie. Im Gegenfalle aber muss man zur Corrigirung der falschen Böschungslinie $\overline{AE'}$ schreiten. Zu diesem Ende halbire man die Diagonale $\overline{f'r'}$, wodurch sich der von dem Durchschnitte 1 verschiedene Punkt 2 ergibt, und ziehe durch letzteren die neue Böschungslinie \overline{AE} in der Erwartung, diese werde der fraglichen Bruchlinie schon näher liegen, vielleicht so nahe, dass man eine weitere Correctur vorzunehmen nicht mehr nöthig hat.

Zur Untersuchung dieser Alternative zeichne man das dazu gehörige Constructions-Viereck, indem man nämlich zuerst die gemischtlinige Figur $AFiE$, ähnlich wie zuvor, in das geradlinige Dreieck AfE verwandelt, $\overline{Er} \parallel Fb$ zieht, die zweite Vierecks-Diagonale \overline{fr} zeichnet, und sehe nach, ob diese letztere durch den Durchschnitt beider Vierecks-Diagonalen, der jetzt in o ist, halbirt wird, oder aber nicht.

Im Bejahungsfalle — wie er in der betrachteten Figur tatsächlich eintritt — liegt die Bruchlinie wirklich in der corrigirten Böschung \overline{AE} , es ist also der Winkel EAI der Bruchwinkel γ , und man hat jetzt:

$$\text{area } AFiE = \triangle AfE = \triangle AEr,$$

somit die oben verlangte Eigenschaft erreicht.

Nöthigenfalls wird man die Corrigirung neuerdings fortsetzen, und so oft wiederholen, bis das Resultat zufriedenstellend ausfällt.

Macht man endlich, nachdem die Bruchlinie \overline{AE} gefunden ist, $\overline{qr} = \overline{Er}$, so hat man der zweiten Hauptregel (178) zu Folge:

$$\text{Erddruck } D = \text{Gewicht des Erdprismas } Eqr.$$

§. 53.

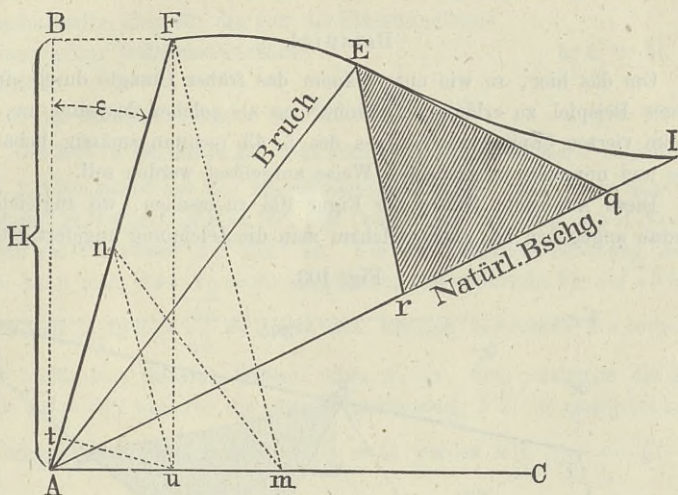
Grafische Darstellung des Werthes von $\frac{w}{g}$, wo, per Cubikeinheit verstanden, g das Gewicht des Erdreiches, w aber jenes der sich einzubildenden tropfbaren Flüssigkeit vorstellt, welche, der Grösse nach, denselben Druck, wie das Erdreich an die Stützwand ausüben würde.

Hat man in einem gegebenen Falle (Fig. 102) dasjenige Erdprisma Erq construirt, dessen Gewicht gleich der Intension des Erddruckes ist, so verfare man, zur Erreichung der in der Ueberschrift bezeichneten Absicht, in folgender Art:

Zunächst übertrage man das Profil Erq auf den Platz Amn , indem man $(\overline{Er} = \overline{qr}) = (\overline{An} = \overline{Am})$ construirt, so dass nunmehr $\triangle Amn \cong \triangle Erq$ wird, indem man nämlich beachtet, dass

die Dreieckswinkel bei A und r die gleiche Grösse ($90^\circ - \varepsilon$) haben. Hierauf verwandle man das $\triangle Amn$ in das $\triangle AFu$, welches die Höhe $\overline{AB} = H$ besitzt, wobei man den Punkt u für die Basis findet, wenn man $\overline{nu} \parallel \overline{Fm}$ zieht.

Fig. 102.



Wird endlich von u auf die Stützwand das Perpendikel \overline{tu} gefällt, also $\overline{tu} \perp \overline{AF}$ gezogen, so lässt sich zeigen, dass jetzt die Relation existirt:

$$\frac{w}{g} = \frac{\overline{tu}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{tu}}{H} \dots\dots\dots (188).$$

Beweis.

Der Erddruck ist:

$$\begin{aligned} D &= g \cdot \triangle Eqr = g \cdot \triangle AFu = \frac{1}{2} g \cdot \overline{AF} \cdot \overline{tu}. \\ &= \frac{1}{2} g \cdot \frac{\overline{AB}}{\cos \varepsilon} \cdot \overline{tu} = \frac{1}{2} g \cdot \frac{H}{\cos \varepsilon} \cdot \overline{tu}. \end{aligned}$$

Der eben so grosse hydrostatische Druck auf die Wand \overline{AF} , wenn an diese die tropfbare Flüssigkeit mit dem Einheitsgewichte w drücken würde, ist aber nach Gleichung (4):

$$D = \frac{1}{2} w \frac{H^2}{\cos \varepsilon}.$$

Somit folgt durch Gleichsetzung der so erhaltenen zwei Werthe von D :

$$wH = g \cdot \overline{tu},$$

und hieraus:

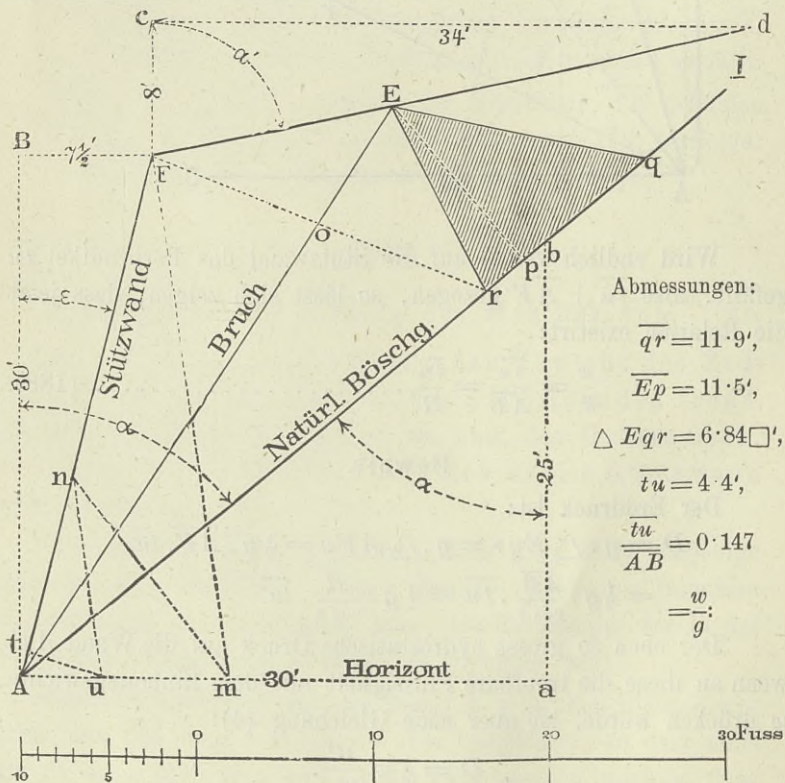
$$\frac{w}{g} = \frac{\overline{tu}}{H}, \text{ w. z. b. w.}$$

Beispiel.

Um das hier, so wie unter Einem das früher Gesagte durch ein besonderes Beispiel zu erläutern, nehme man als solches dasjenige an, welches im vierten Capitel vor Schluss des §. 43 rechnermässig behandelt wurde und nunmehr in grafischer Weise aufgelöst werden soll.

Diese Auflösung ist in der Figur 103 zu ersehen, wo zugleich der Masstab angegeben ist, nach welchem man die Zeichnung angefertigt hat.

Fig. 103.



Es sind nämlich hiefür folgende Daten vorhanden:

Höhe der Stützwand	$\overline{AB} = H = 30$ Fuss,
Neigungswinkel dieser letzteren gegen das Loth = ε ,	
und hiefür	$\text{tg } \varepsilon = \frac{1}{4}$,
Verhältniss zwischen Anlage und Höhe, und zwar einer-	
seits für die natürliche Erdböschung	$\text{tg } \alpha = \frac{5}{8}$,
andererseits aber für die von der Stützwandkrone	
ansteigende Erdreich-Oberfläche	$\text{tg } \alpha' = 4\frac{1}{4}$,
endlich	
Gewicht der cubischen Einheit des Erdreiches	$g = 75$ Pfd.

Das Erste ist, das in Betracht kommende Erdprofil AFI zu zeichnen.

Mit Rücksicht auf den angenommenen Massstab mache man daher \overline{Aa} horizontal, $\overline{AB} \perp \overline{Aa}$, $\overline{AB} = 30'$, und (wegen $\text{tg } \varepsilon = \frac{1}{4}$) $\overline{BF} = \frac{1}{4} \overline{AB} = 7\frac{1}{2}'$, wodurch die Stützwand \overline{AF} fixirt ist. Um die natürliche Böschung \overline{AI} zu finden, kann man etwa $\overline{Aa} = 30'$ annehmen, und senkrecht hierauf $\overline{ab} = 25'$ stellen, weil ja $\text{tg } \alpha = \frac{Aa}{ab} = \frac{5}{8}$ sein soll. Endlich ziehe man \overline{Fc} lothrecht, nehme hiefür eine passende Grösse, etwa $8'$, an, und construire die Horizontale $\overline{cd} = 34'$, weil für die Oberflächenböschung \overline{Fd} , die man jetzt sucht, den vorigen Daten gemäss, $\text{tg } \alpha' = \frac{cd}{cF} = 4\frac{1}{4}$ werden soll.

Das Zweite ist, dass man die Bruchfläche \overline{AE} nach einer der früher angegebenen Zeichnungsregeln aufsucht, wobei man als Controle die in der Gleichung (177) enthaltene Eigenschaft benutzen, nämlich nachsehen wird, ob in dem Constructions-Viereck $AFEr$ thatsächlich, wie verlangt, $\overline{Fo} = \overline{or}$ ist, wenn $\overline{Ep} \perp \overline{AI}$ steht, und $\sphericalangle pEr = \sphericalangle BAF = \varepsilon$ ist.

Als Drittes construire man das gleichschenklige $\triangle Eqr$ (wobei $\overline{Er} = \overline{qr}$ ist), messe dessen Basis und Höhe auf dem Masstabe, und bestimme hiernach den Flächenraum dieses Dreieckes, wozu man nun allerdings den Weg der Rechnung, was übrigens höchst einfach ist, betreten wird. Geschieht dieses, so erhält man:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Basis } \overline{qr} = 11 \cdot 9' \\ \text{Höhe } \overline{Ep} = 11 \cdot 5' \end{array} \right\}, \triangle Eqr = \frac{11 \cdot 5 \times 11 \cdot 9}{2} = 6 \cdot 84 \square'.$$

Multiplircirt man endlich diese Fläche mit der Erdkörperlänge 1 (normal auf die Zeichnungsebene verstanden), dann mit g , so ergibt sich die Grösse des Erddruckes, und zwar mit:

$$D = g \cdot \triangle Eqr = 75 \times 6 \cdot 84 = 5130 \text{ Pfd.} = 51 \cdot 3 \text{ Ctr.}$$

Als Viertes kann man noch die Gleichung (688) durch Construction darstellen, zu welchem Behufe man $(\overline{An} = \overline{Am}) = (\overline{Er} = \overline{qr})$ aufzutragen,

$\overline{nu} \parallel \overline{Fm}$ zu ziehen, $\overline{tu} \perp \overline{AF}$ zu stellen, die Grösse des Lothes \overline{tu} auf den Massstab zu messen, und das Resultat durch die Wandhöhe $H = 30'$ zu dividiren hat.

In Ausführung dieser Absicht findet man:

$$\overline{tu} = 4 \cdot 4' \text{ und } \frac{w}{g} = \frac{\overline{tu}}{H} = \frac{4 \cdot 4}{30} = 0 \cdot 147,$$

wodurch also die tropfbare Flüssigkeit, welche an die Stützwand eben so stark, wie das Erdreich drücken würde, per Cubikeinheit das Gewicht:

$$w = 0 \cdot 147 g = 11 \cdot 0 \text{ Pfd.},$$

erhält.

Vergleicht man diese auf dem constructiven Wege abgeleiteten Ergebnisse $\left[\frac{w}{g} = 0 \cdot 147, w = 11 \cdot 0 \text{ Pfd.}, D = 51 \cdot 3 \text{ Ctr.} \right]$ mit denjenigen, welche früher (Seite 173) durchgehends rechnermässig erhalten wurden $\left[\text{nämlich } \frac{w}{g} = 0 \cdot 148, w = 11 \cdot 1 \text{ Pfd.}, D = 51 \cdot 49 \text{ Ctr.} \right]$, so erscheint die Uebereinstimmung derselben als eine befriedigende.

Die Ursache der obwaltenden Differenzen liegt offenbar in dem Umstande, dass Zeichnungen überhaupt auf mathematische Genauigkeit keinen Anspruch machen dürfen. Indessen wird man die Genauigkeit der Constructionen desto weiter treiben können, je grösser man den Massstab hiezu wählt auch wird man es nöthigen Falls vorziehen, einen Transversal-Massstab anzuwenden, um bei den Abmessungen auch Bruchtheile der Massstabs-Einheit besser ablesen zu können.

§. 54.

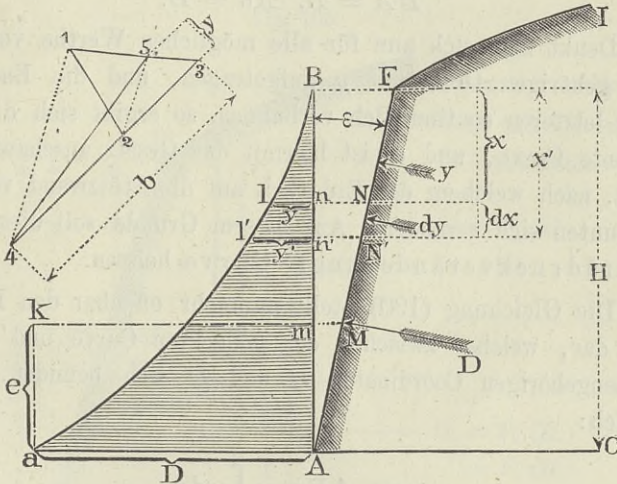
Allgemeine grafische Methode zur Bestimmung der Erddruckveränderungs-Curve, aus welcher die Zunahme des Erddruckes von oben nach unten, so wie der Mittelpunkt des Druckes sich ergibt. (Figur 104.)

Man nenne:

- ε den Declinationswinkel der Stützwand \overline{AF} ;
- H die ganze Wandhöhe \overline{AB} ;
- D die Grösse des in dieser Höhe stattfindenden Erddruckes;
- x eine beliebig gewählte Druckhöhe;
- y den innerhalb derselben entstehenden Erddruck;

- $dx = (x' - x)$ die unendlich kleine Vergrößerung der Druckhöhe x ;
 - $dy = (y' - y)$ die unendlich kleine Zunahme des Erddruckes, welche zugleich den Druck auf das Wandelement $\overline{NN'}$ darstellt;
 - $e \dots$ die Distanz des Druckmittelpunktes M (durch welchen die Resultierende des ganzen Druckes D geht) von dem durch den Fusspunkt A der Stützwand gelegten Horizont \overline{AC} ;
- und gehe sogleich, ähnlich wie auf Seite 108 und 116, auf die Gleichung der statischen Druckmomente über.

Fig. 104.



Hiernach ergibt sich:

$$D \cdot \overline{AM} = \int_{x=0}^{x=H} \overline{AN} \cdot dy \dots \dots \dots (189),$$

daher wegen:

$$\overline{AM} = \frac{e}{\cos \epsilon} \text{ und } \overline{AN} = \left(\frac{H-x}{\cos \epsilon} \right)$$

auch:

$$De = \int_{x=0}^{x=H} (H-x) dy = \left[(H-x)y \right]_{x=0}^{x=H} + \int_0^H y dx = \int_0^H y dx \dots (190),$$

wenn man beachtet, dass bei dem in diesem Capitel vorausgesetzten Wegfalle der Erdeohäsionswirkung die Druckmomente in der ganzen Wandhöhe, also von $x=0$ bis $x=H$, zu summiren sind, und das Glied $(H-x)y$, wenn es zwischen den angedeuteten Grenzen genommen wird, verschwindet.

Man kann nun x und y als rechtwinklige Coordinaten einer Curve \overline{Ba} betrachten, wobei in B der Coordinaten-Ursprung ist, die Abscissen x nach abwärts und die Ordinaten y horizontal angenommen werden, so dass man erhält:

$$\begin{aligned}\overline{Bn} &= x, & \overline{nl} &= y, \\ \overline{Bn'} &= x', & \overline{n'l'} &= y', \\ \overline{BA} &= H, & \overline{Aa} &= D.\end{aligned}$$

Denkt man sich nun für alle möglichen Werthe von x die dazu gehörigen Ordinaten y aufgetragen, und die Endpunkte dieser letzteren continuirlich verbunden, so ergibt sich die zuvor erwähnte Curve, und es ist hiermit das Gesetz anschaulich gemacht, nach welchem der Erddruck auf die Stützwand von oben nach unten sich verändert. Aus diesem Grunde soll diese Curve die Erddruckveränderungs-Curve heissen.

Die Gleichung (190) stellt nunmehr offenbar den Flächenraum dar, welcher zwischen der gedachten Curve und den zusammengehörigen Coordinaten H und D sich befindet, es ist nämlich:

$$\text{area } ABa = \int_0^H y dx,$$

daher auch:

$$De = \text{area } ABa \dots \dots \dots (191).$$

Diese Relation sagt aus, dass e die Höhe eines Rechteckes bedeutet, welches die Basis $\overline{Aa} = D$ hat und dem Flächeninhalte nach eben so gross ist, wie die Figur ABa .

Verwandelt man die letztgenannte Figur in das gleich grosse Rechteck $Aakm$, so liegt der fragliche Erddruckmittelpunkt M

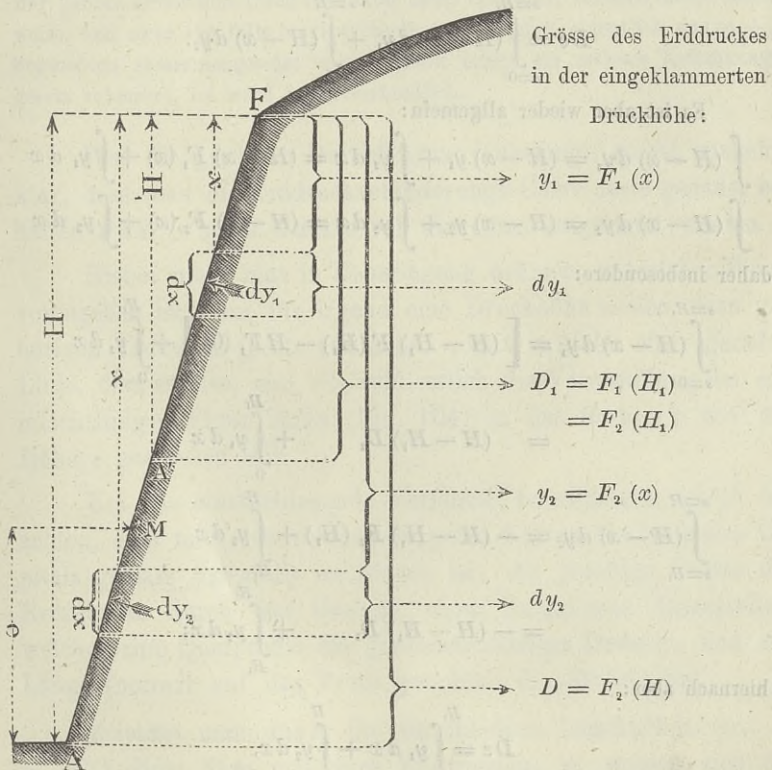
im Niveau der oberen Rechtecksseite \overline{km} , daher man diese nur zu verlängern hat, bis die Wandböschung getroffen wird.

Für die Statthaftigkeit dieser Regel ist es durchaus nicht nothwendig, dass das Gesetz für die Veränderung des Erddruckes mit der Zunahme der Druckhöhe von oben nach unten innerhalb der ganzen Druckhöhe ein und dasselbe sei, das Vorgesagte gilt vielmehr im Allgemeinen.

Um hierüber eine nähere Aufklärung zu liefern, werde angenommen, es stehe in Figur 105 ein Fall in Betracht, wobei die Abhängigkeit zwischen der Grösse des Erddruckes und der Druckhöhe einmal wechselt, nämlich einerseits, insolange diese letztere nicht grösser als H_1 wird, durch die Gleichung:

$$y_1 = F_1(x),$$

Fig. 105.



andererseits aber, insolange die Druckhöhe x nicht kleiner als H_1 ist, durch die Gleichung

$$y_2 = F_2(x)$$

bezeichnet werden soll.

Für $x = 0$ ist jedenfalls auch der Erddruck $y_1 = 0$, somit hat man:

$$F_1(0) = 0.$$

Für die Uebergangshöhe H_1 müssen beide Functionen zu demselben Resultate führen, es ist daher, wenn der Erddruck auf die Wandfläche $\overline{FA'}$ mit D_1 bezeichnet wird:

$$D_1 = F_1(H_1) = F_2(H_1).$$

Der Erddruck D auf die ganze Wandfläche \overline{AF} endlich ist:

$$D = F_2(H).$$

Die zur Bestimmung des Druckmittelpunktes M Bezug nehmende Momenten-Gleichung heisst jetzt offenbar:

$$De = \int_{x=0}^{x=H_1} (H-x) dy_1 + \int_{x=H_1}^{x=H} (H-x) dy_2.$$

Es ist aber wieder allgemein:

$$\int (H-x) dy_1 = (H-x) y_1 + \int y_1 dx = (H-x) F_1(x) + \int y_1 dx$$

$$\int (H-x) dy_2 = (H-x) y_2 + \int y_2 dx = (H-x) F_2(x) + \int y_2 dx$$

daher insbesondere:

$$\int_{x=0}^{x=H_1} (H-x) dy_1 = \left[(H-H_1) F(H_1) - H F_1(0) \right] + \int_0^{H_1} y_1 dx$$

$$= (H-H_1) D_1 + \int_0^{H_1} y_1 dx$$

$$\int_{x=H_1}^{x=H} (H-x) dy_2 = - (H-H_1) F_2(H_1) + \int_{H_1}^H y_2 dx$$

$$= - (H-H_1) D_1 + \int_{H_1}^H y_2 dx;$$

hiernach aber:

$$De = \int_0^{H_1} y_1 dx + \int_{H_1}^H y_2 dx,$$

welcher Ausdruck augenscheinlich wieder das in (191) aufgestellte Gesetz enthält, nämlich die Fläche bezeichnet, die zwischen der Erddruckveränderungs-Curve und den grössten Coordinaten $x = H$ und $y_2 = D$ gelegen ist.

In derselben Weise kann man vorgehen, wenn das Gesetz für die Veränderung des Erddruckes mit der Zunahme der Druckhöhe von oben nach unten öfter, z. B. n mal wechselt, sodann wird man (unter Beibehaltung der vorigen und gleichzeitiger Fortsetzung der weiteren Bezeichnungen in analoger Weise) erhalten:

$$De = \int_0^{H_1} y_1 dx + \int_{H_1}^{H_2} y_2 dx + \dots + \int_{H_n}^H y_{n+1} dx,$$

somit die Summe von $(n + 1)$ Integralwerthen, welcher Summe aber demungeachtet keine andere Bedeutung, als die oben erwähnte, zukommt.

Dass in einem solchen Falle die Druckveränderungs-Curve innerhalb der ganzen Druckhöhe ihren Charakter nicht beibehält, sondern diesen stufenweise, und zwar ebenfalls n mal wechselt, und hiedurch eigentlich aus $(n + 1)$ Segmenten zusammengesetzt wird, wovon jedem ein anderes Krümmungsgesetz zukommt, ist wohl selbstverständlich.

Was die grafische Durchführung anbelangt, so ist zunächst klar, dass man die Erddruckveränderungs-Curve desto genauer erhalten wird, je mehr Punkte von derselben aufgesucht werden.

Hiebei muss man in Ueberlegung nehmen, in welcher Weise vorzugehen ist, um für irgend eine Druckhöhe x den dazu gehörigen Erddruck y als Ordinate, somit mittelst einer geraden Linie, darzustellen, und wie schliesslich die Verwandlung der gemischtlinigen Figur ABa (Fig. 104) in das Rechteck von der Höhe e geschehen soll.

Um das einzuschlagende Verfahren zu erläutern, ist zu beachten, dass man den vorausgegangenen Lehren des laufenden Capitels gemäss jedenfalls im Stande ist, die jeweilige Grösse des Erddruckes durch das Gewicht eines Erdprismas darzustellen, welches zum Querprofile ein gleichschenkeliges Dreieck, und zur Länge (normal auf das Profil gerichtet) die Einheit hat.

Zeichnet man daher für verschiedene Druckhöhen (x, x', x'', \dots) diese dazu gehörigen Erdprismen, so werden sich die

correspondirenden Erddruckgrössen (y, y', y'', \dots) geradezu verhalten, wie die Flächenmasse von den Querprofilen besagter Prismen, d. h. es kann jedes solche Querprofil als Repräsentant des betreffenden Erddruckes angesehen werden. Da man nun den Erddruck überall mittelst einer geraden Linie darstellen soll, die gedachten Querprofile aber unter einander verschiedene Grundlinien und Höhen haben, so erübriget noch, alle in neue Dreiecke mit constanter Basis zu verwandeln, so dass dann nur die einzelnen Dreieckshöhen unter einander verschieden sind, und diese letzteren unmittelbar als Repräsentanten der Erddruckgrössen benützt werden können.

Ist z. B. in der Fig. 104 das durch Construction gefundene Dreieck (1, 2, 3) das Querprofil desjenigen Erdprismas, dessen Gewicht dem in der Druckhöhe x stattfindenden Erddrucke gleich kommt, so nehme man als die überall constant bleibende Basis irgend eine Gerade, etwa $\overline{(3, 4)} = b$, an, und verwandle das Dreieck (1, 2, 3) in das neue (3, 4, 5) derart, dass beide gleiche Flächeninhalte haben, die neue Basis aber gleich b wird. Man verbinde somit die Punkte 1 und 4, ziehe die Gerade $\overline{(2, 5)} \parallel \overline{(1, 4)}$, und messe die neue Dreieckshöhe y , welche, weil als Repräsentant des Erddruckes für die Druckhöhe x geltend, nunmehr die Grösse der Ordinate \overline{ln} bezeichnet, wozu eben x die Abscisse ist.

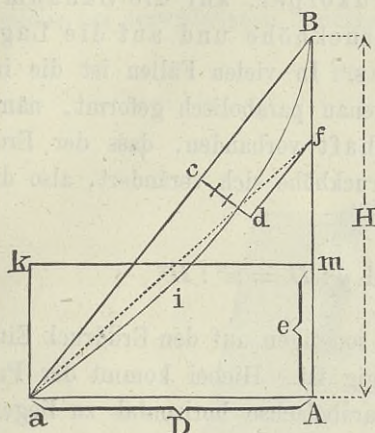
Ganz in derselben Weise wird man bei jeder anderen Druckhöhe ($x', x'' \dots$) verfahren, überall hat man zunächst das Querprofil desjenigen Erdprismas, dessen Gewicht dem bezüglichen Erddrucke gleich ist, grafisch aufzusuchen, sodann die Figuren-Verwandlung unter Berücksichtigung der neu gewählten Dreiecksbasis mit dem constanten Ausmasse b vorzunehmen, und schliesslich die construirte neue Dreieckshöhe als die zu suchende Curven-Ordinate ($y', y'' \dots$) zu benützen.

Auf diese Weise wird man eine Reihe von Curvenpunkten erhalten, welche schliesslich mit einander zu verbinden sind.

Was die zur Auffindung des Druckmittelpunktes M noch nothwendige Verwandlung der gemischtlinigen Figur $ABia$

(Fig. 106) in das Rechteck $Aakm$ betrifft, so kann man hiezu entweder ein Planimeter benutzen, womit man den Flächeninhalt jener Figur misst, und die Ziffer desselben durch die Länge der Rechtecksbasis \overline{Aa} dividirt, um nämlich so die Rechteckshöhe $\overline{ak} = e$ zu erhalten; oder aber man wird den rein grafischen Weg betreten, indem man nach den Lehren der Planimetrie die gemischtlinige Figur $ABia$ in eine geradlinige, und diese schliesslich in das verlangte Rechteck verwandelt.

Fig. 106.



in den meisten Fällen kann man das Segment, welches zwischen der Curve \widehat{aiB} und der Sehne \overline{aB} liegt, wie ein parabolisches behandeln, also dieses Segment in ein geradliniges Dreieck verwandeln, welches als Basis die Sehne \overline{aB} und als Höhe die Gerade $\overline{cd} = \frac{1}{3}$ der grössten Segmenthöhe erhält. Zieht man hierauf $\overline{df} \parallel \overline{aB}$ und weiter die Gerade \overline{af} , so ist dann:

$$\text{area } ABia = \triangle Afa,$$

somit hat man jetzt nur mehr die Höhe des letztgenannten Dreiecks zu halbiren, also $\overline{Am} = \overline{mf}$ zu machen, um die fragliche Rechteckshöhe e zu finden; denn es ist:

$$\square Aakm = \triangle Afa = \text{area } ABia.$$

Dieses Verfahren ist zwar nur ein angenähertes, wird indessen in der Regel für den vorliegenden Zweck genau genug sein.

Es versteht sich übrigens von selbst, dass man in ausnahmweisen Fällen, in welchen man genauer zu Werke gehen wollte, das ganze Curvensegment in mehrere kleinere Segmente, welche als parabolisch geformt gelten können, abzutheilen, und auf dieser Grundlage hin die weitere Figurenverwandlung vorzunehmen hätte.

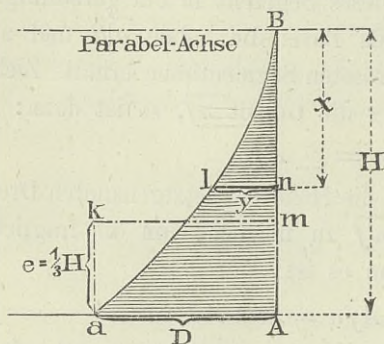
§. 55.

Besondere Eigenschaften in Bezug auf die Richtung der Bruchlinie im Erdkörper, auf die Zunahme des Erddruckes mit der Druckhöhe und auf die Lage des Druckmittelpunktes. In vielen Fällen ist die im vorigen §. besprochene Curve genau parabolisch geformt, nämlich die besondere Eigenschaft vorhanden, dass der Erddruck mit dem Quadrate der Druckhöhe sich verändert, also die Relationen:

$$\left. \begin{array}{l} y = kx^2 \\ D = kH^2 \end{array} \right\} \text{ und } y : D = x^2 : H^2$$

bestehen, wobei k nur von den sonstigen auf den Erddruck Einfluss nehmenden Grössen abhängig ist. Hierbei kommt der Parabelscheitel nach B und die Parabelachse horizontal zu liegen. (Fig. 107.) Soll jetzt das Rechteck $Aakm$ gleich sein der gemischtlinigen (schraffirt angezeigten) Figur ABa , so muss offenbar die Rechteckshöhe $\overline{ak} = e = \frac{1}{3} \overline{AB} = \frac{1}{3} H$

Fig. 107.

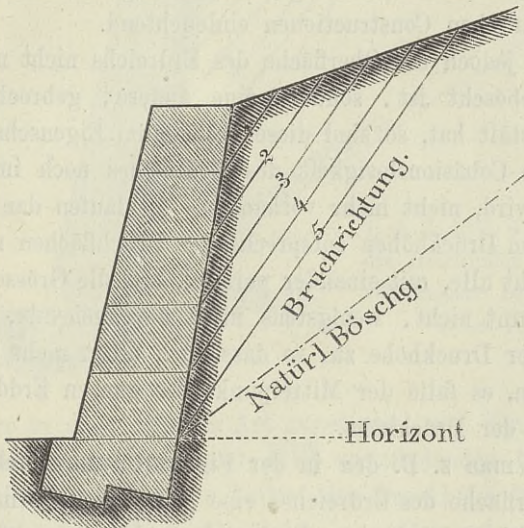


werden, also der Druckmittelpunkt in dem dritten Theil der Höhe liegen. Diese Eigenschaft tritt ein, wenn hinter der Stützwand eine tropfbare Flüssigkeit steht, oder ein cohäsionsloses Erdreich aufgeschichtet ist, wobei letz-

teres obenauf entweder horizontal abgegrenzt, oder aber überhaupt nach einer Ebene ansteigend oder abfallend sein kann; denn in allen diesen Fällen bestehen, wie die Untersuchungen im §. 7, dann in den vorhergehenden vier Capiteln des laufenden Abschnittes zeigen, die obigen Relationen, nur ist dabei der Werth von k überall ein anderer.

In den eben besprochenen Fällen ist überdies, wie die bezüglichen Resultate beweisen, die weitere Eigenschaft vorhanden, dass der Bruchwinkel von der Druckhöhe nicht abhängt, dass also (Fig. 108) die verschiedenen Bruchlinien (1, 2, 3, 4, 5), welche bei verschiedenen Druckhöhen entstehen, unter sonst glei-

Fig. 108.



chen Umständen unter sich parallel laufen. Die Ursache hievon ist leicht einzusehen, wenn erwogen wird, dass durch die Anwendung der im §. 49 gegebenen Regeln zur Construction des Bruchwinkels die Zeichnungen für verschiedene Druckhöhen unter einander ähnlich werden, also die Grösse des Bruchwinkels von der Druckhöhe nicht abhängt, sondern nur von den sonstigen Zeichnungsverhältnissen, nämlich von den einzelnen Richtungswinkeln für die natürliche Erdböschung, für die Stützwand und für die Erdreichoberfläche. Auch ersieht man aus den dortigen Constructionen, dass die Grösse der Dreiecksseiten in dem Profile desjenigen Erdprismas, dessen Gewicht die Intension des Erddruckes bezeichnet, mit der Grösse der ganzen Zeichnung, also auch mit jener der Druckhöhe im geraden und einfachen Verhältnisse zu-

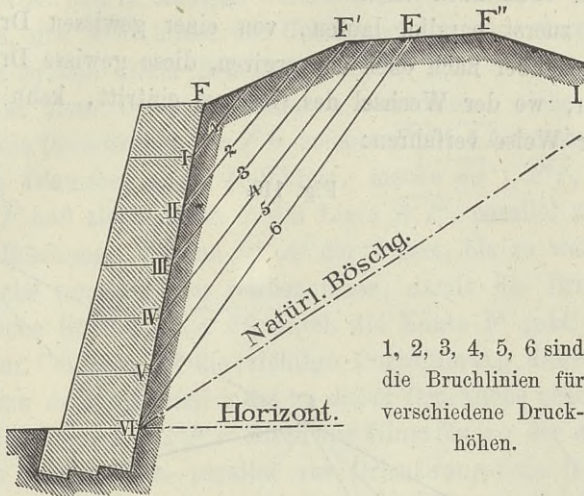
oder abnimmt, weshalb die Fläche jenes Profiles mit dem Quadrate der Druckhöhe veränderlich ist, und schliesslich die Grösse des Erddruckes selbst, welche mit der gedachten Profilfläche in directer Proportion steht, in Bezug auf die Druckhöhe nur von ihrem Quadrate abhängen kann. Hiedurch ist das Vorhandensein der Eigenschaften, auf welche im Eingange dieses §. unter Rückblick auf die früheren Rechnungsergebnisse hingedeutet wurde, auch aus den grafischen Constructionen einleuchtend.

Wenn jedoch die Oberfläche des Erdreichs nicht nach einer Ebene abgehöcht ist, sondern eine andere, gebrochene oder krumme Gestalt hat, so sind diese besonderen Eigenschaften, ungeachtet die Cohäsionslosigkeit des Erdreiches noch immer vorausgesetzt wird, nicht mehr vorhanden. Es laufen dann die den verschiedenen Druckhöhen entsprechenden Bruchflächen nicht, wenigstens nicht alle, mit einander parallel, und die Grösse des Erddruckes nimmt nicht, wenigstens nicht durchgehends, mit dem Quadrate der Druckhöhe zu, so dass auch nicht mehr behauptet werden kann, es falle der Mittelpunkt des ganzen Erddruckes in das Drittel der Druckhöhe.

Wenn man z. B. den in der Figur 109 dargestellten Fall, wo die Oberfläche des Erdreiches eine gebrochene Form $FF'F''I$ hat, untersucht, und für verschiedene Druckhöhen (von der Wandkrone F etwa bis zu dem Niveau der Fusspunkte I, II, III, IV, V, VI reichend) die dazu gehörigen Bruchlinien (1, 2, 3, 4, 5, 6) construirt, so findet man, dass anfänglich die Bruchlinien (1, 2, 3), zwar mit einander parallel laufen, weil nämlich für den Wandtheil \overline{FIII} nur die Erdreichoberfläche $\overline{FF'}$ in Betracht kommt, diese aber (wie in der Fig. 108) nach einer Ebene ansteigt, dass aber ein solcher Parallelismus bezüglich der tiefer gelegenen Bruchlinien (4, 5, 6) nicht mehr vorhanden ist, weil dann schon die Erdreichoberfläche von F über F' hinaus gegen F'' hin zu berücksichtigen, daher bei der diesfälligen Construction nach der im §. 51 gegebenen Anleitung vorzugehen ist, nach welcher man desto steilere Bruchlinien findet, je tiefer die hinabrückenden Höhenfusspunkte IV, V, VI gelegen sind.

Aus diesem Grunde wird der Erddruck nur innerhalb des Stützwandtheiles $\overline{F'III}$ mit dem Quadrate der Druckhöhe, weiter

Fig. 109.



1, 2, 3, 4, 5, 6 sind die Bruchlinien für verschiedene Druckhöhen.

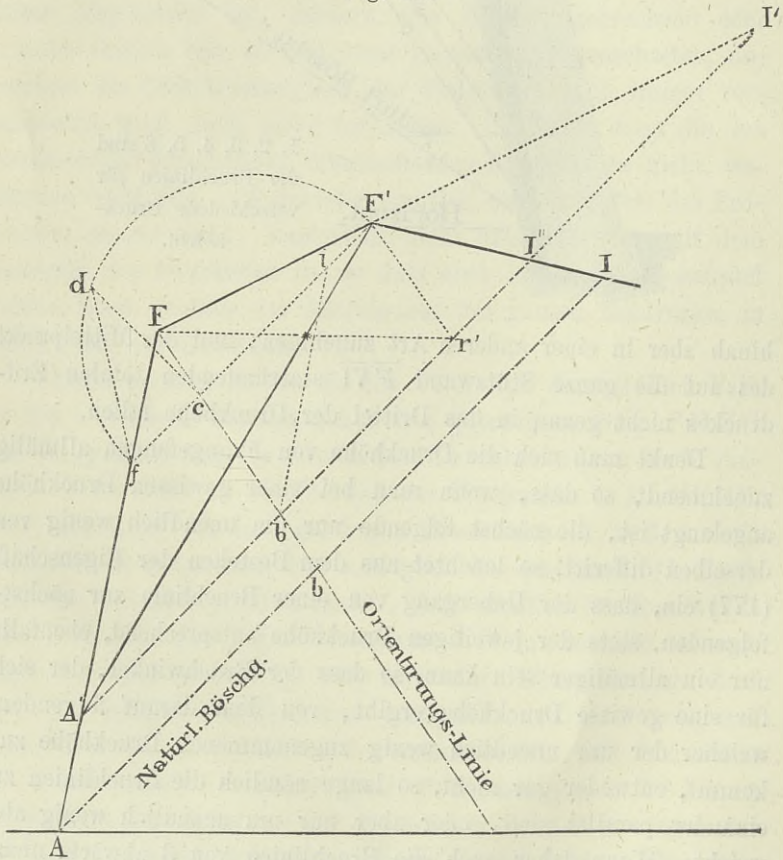
hinab aber in einer anderen Art zunehmen, und der Mittelpunkt des auf die ganze Stützwand $\overline{F'VI}$ stattfindenden totalen Erddruckes nicht genau in das Drittel der Druckhöhe fallen.

Denkt man sich die Druckhöhe von F' angefangen allmählich zunehmend, so dass, wenn man bei einer gewissen Druckhöhe angelangt ist, die nächst folgende nur um unendlich wenig von derselben differirt, so leuchtet aus dem Bestehen der Eigenschaft (177) ein, dass der Uebergang von einer Bruchlinie zur nächstfolgenden, stets der jeweiligen Druckhöhe entsprechend, ebenfalls nur ein allmählicher sein kann, so dass der Bruchwinkel, der sich für eine gewisse Druckhöhe ergibt, von dem darauf folgenden, welcher der um unendlich wenig zugenommenen Druckhöhe zukommt, entweder gar nicht, so lange nämlich die Bruchlinien zu einander parallel sind, oder aber nur um unendlich wenig abweicht. Wenn daher auch die Bruchlinien von 3 abwärts nicht die gleiche Richtung haben, so wird dennoch der von den parallelen Bruchlinien zwischen 1 und 2 dahin stattfindende Ueber-

gang und der fortan sich einstellende Wechsel in der Bruchneigung keineswegs sprungweise vor sich gehen.

Um in einem solchen Falle, wo bei der Zunahme der Druckhöhe von oben nach unten die entsprechenden Bruchlinien mit einander zuerst parallel laufen, von einer gewissen Druckhöhe angefangen aber nach oben convergiren, diese gewisse Druckhöhe zu finden, wo der Wechsel des Gesetzes eintritt, kann man in folgender Weise verfahren:

Fig. 110.



Ist (Fig. 110) \overline{AF} die Stützwand und $\overline{FF'I}$ die Begrenzung der Oberfläche des Erdreiches, so handelt es sich darum,

den Punkt A' zu suchen, von dem aus die Bruch- oder gefährliche Böschung geradezu durch die Kante F' geht. Zwischen F' und A' laufen dann alle Bruchböschungen mit einander parallel, zwischen A' und A dagegen werden dieselben nach aufwärts convergiren, und $\overline{A'F'}$ bildet den Uebergang von dem einen zu dem anderen System dieser Bruchböschungen.

Um diese Uebergangslinie zu construiren, ziehe man zunächst die Orientirungslinie $\overline{F'b}$, sodann $\overline{F'f} \parallel \overline{AI}$, beschreibe über $\overline{F'f}$ als Diameter einen Halbkreis, mache $\overline{cd} \perp \overline{F'f}$, $\overline{ci} = \overline{df}$, $\overline{ib'} \parallel \overline{AF}$ und ziehe durch b' die Linie $\overline{A'I'}$, parallel zur natürlichen Böschung. Sodann ist A' der Punkt, bis zu welchem die Druckhöhe von oben her reichen muss, damit die Bruch- oder gefährliche Böschung ($\overline{A'F'}$) durch die Kante F' geht.

Zur Controle für die richtige Durchführung dieses Verfahrens kann man schliesslich das zu dieser Druckhöhe gehörige Constructions-Viereck $A'F'F'r'$ durch die Hinzufügung der Abschlussgeraden $\overline{F'r'}$, welche parallel zur Orientirungslinie läuft, auszeichnen, und nachsehen, ob die zweite Vierecksdiagonale $\overline{F'r'}$ durch die als erste Diagonale fungirende Bruchlinie $\overline{A'F'}$ in der That, wie es zu Folge der Hauptregel (177) sein soll, halbirt wird. In der Figur 110 ist der fragliche Halbierungspunkt mit (*) bezeichnet.

Für die Statthaftigkeit des angegebenen Constructions-Verfahrens ergibt sich nachstehender

Beweis:

Mit Rücksicht auf die Hauptregel (177) soll construiert werden:

$$\triangle A'F'F' = \triangle A'F'r',$$

und dies bedingt in Hinblick auf die damit zusammenhängende Eigenschaft (184) die Existenz der Proportion:

$$\overline{A'b'} : \overline{A'r'} = \overline{A'r'} : \overline{A'I'},$$

also auch der weiteren:

$$\overline{A'b'} : (\overline{A'b'} + \overline{b'r'}) = (\overline{A'b'} + \overline{b'r'}) : (\overline{A'b'} + \overline{b'I'}),$$

und hiernach der Gleichung:

$$(\overline{A'b'} + \overline{b'r'})^2 = \overline{A'b'} (\overline{A'b'} + \overline{b'I}),$$

welche nach erfolgter Abkürzung übergeht in:

$$2 \overline{A'b'} \cdot \overline{b'r'} + \overline{b'r'}^2 = \overline{A'b'} \cdot \overline{b'I}.$$

Nun ist aber einerseits:

$$\overline{b'r'} = \overline{cF'},$$

und andererseits, wegen der Aehnlichkeit der beiden Dreiecke FfF' , und $FA'I$:

$$\overline{b'I} = \overline{A'b'} \cdot \frac{\overline{cF'}}{\overline{cf}},$$

somit ergibt sich aus der vorgefundenen Bedingungsgleichung:

$$2 \overline{A'b'} \cdot \overline{cF'} + \overline{cF'}^2 = \overline{A'b'}^2 \cdot \frac{\overline{cF'}}{\overline{cf}},$$

hieraus aber:

$$\overline{A'b'}^2 - 2 \overline{A'b'} \cdot \overline{cf} = \overline{cf} \cdot \overline{cF'},$$

und durch Auflösnng nach der hierin erscheinenden Unbekannten

$$\begin{aligned} \overline{A'b'} &= \overline{cf} + \sqrt{\overline{cf} (\overline{cf} + \overline{cF'})}, \\ &= \overline{cf} + \sqrt{\overline{cf} \cdot \overline{fF'}}, \end{aligned}$$

wenn man in Ansehung des Doppelzeichens für die Wurzelgrösse beachtet, dass $\overline{A'b'}$ nicht kleiner als \overline{fc} sein kann.

Diese Relation für $\overline{A'b'}$ ist es, welche durch die Construction hergestellt werden muss, und wie sogleich einleuchtet, in der Figur auch wirklich hergestellt wurde; denn nach derselben hat man offenbar:

$$\begin{aligned} \overline{A'b'} &= \overline{fi} = \overline{fc} + \overline{ci} = \overline{fc} + \overline{fd} \\ &= \overline{fc} + \sqrt{\overline{fc} \cdot \overline{fF'}}, \end{aligned}$$

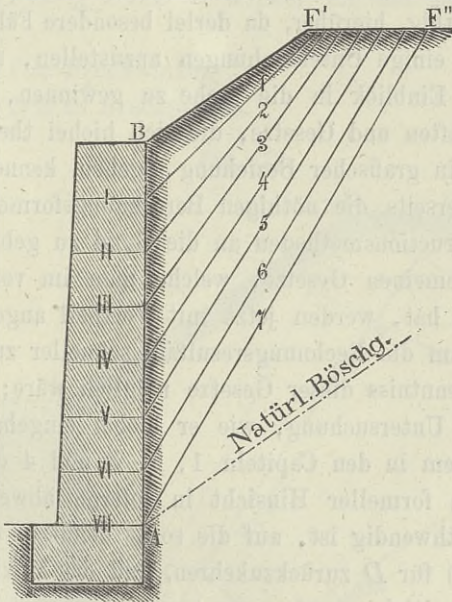
was geradezu der verlangten Bedingung entspricht.

In dem besonderen Falle, wenn $\overline{FF'}$ nach der natürlichen Böschung ansteigt, verschwindet das in der vorigen Figur angedeutete Dreieck FfF' , und es ist dann $\overline{fc} = 0$, daher zu Folge der zuletztgefundenen Bedingungsgleichung auch $\overline{A'b'} = 0$; d. h.

der Punkt A' fällt unmittelbar mit der Wandkrone F zusammen. Hiernach kann keine Bruchlinie, welcher Druckhöhe sie immer angehören mag, die Böschung $\overline{FF'}$ treffen, sondern es müssen alle Bruchlinien rechts von F' ausmünden, und durchgehends nach aufwärts convergiren.

In der Figur 111 ist ein solcher Fall, wobei $\overline{BF'}$ nach der natürlichen Böschung ansteigt, zur Anschauung gebracht, in welchem nämlich die Bruchlinien (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7), die für

Fig. 111.



verschiedene Druckhöhen (\overline{BI} , \overline{BII} , \overline{BVI} , \overline{BVII}) gezeichnet werden, das Plateau $\overline{F'F''}$ treffen und dabei nach aufwärts zusammenlaufen. Die Stützwand daselbst ist zwar vertical und das Plateau horizontal angenommen, indessen ist die ange-deutete Eigenschaft auch bei schief gestellter Stützwand und geneigtem Plateau vorhanden.

Sechstes Capitel.

Wirkung des Erddruckes an eine Stützwand, wenn das horizontale Plateau des Erdreiches höher liegt, als die Wandkrone.

§. 56.

Vorbemerkungen. Obwohl es nach den Erläuterungen im vorigen Capitel einem Anstande nicht unterliegt, auch in den in der Ueberschrift bezeichneten Fällen auf Grund der grafischen Methoden alle wünschenswerthen Resultate zu finden, so ist dennoch nöthig, hierüber, da derlei besondere Fälle öfter vorkommen, noch einige Untersuchungen anzustellen, um einerseits einen besseren Einblick in die Sache zu gewinnen, insbesondere neue Eigenschaften und Gesetze, die sich hiebei theils in analytischer, theils in grafischer Beziehung ergeben, kennen zu lernen, und um andererseits die nöthigen Berechnungsformeln oder specielleren Constructionsmethoden an die Hand zu geben.

Die allgemeinen Gesetze, welche man im vorigen Capitel kennen gelernt hat, werden jetzt mit Vortheil angewendet werden können, um die Rechnungsergebnisse schneller zu entwickeln, als es ohne Kenntniss dieser Gesetze möglich wäre; daher auch der Gang der Untersuchung, wie er hiebei eingehalten werden wird, von jenem in den Capiteln 1, 2, 3 und 4 des laufenden Abschnittes in formeller Hinsicht in soferne abweicht, als es nicht mehr nothwendig ist, auf die sonst benützte ursprüngliche Gleichung (78) für D zurückzukehren, und das Maximum von Δ wirklich auszumitteln, sondern es nunmehr genügt, mit Uebersprungung dieser Voruntersuchung sogleich die Hauptregeln (177) und (178) in den Vordergrund hinstellen.

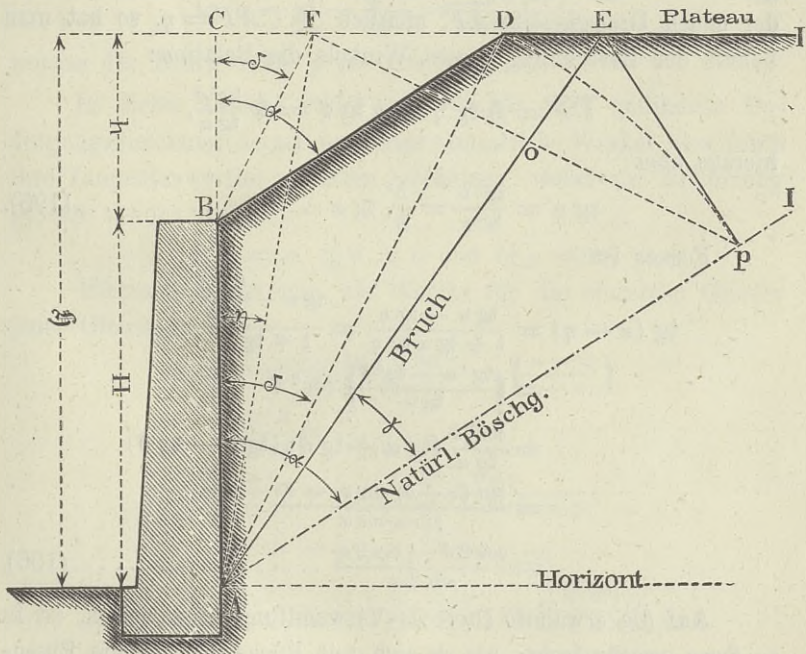
§. 57.

Erddruck an eine verticale Stützwand \overline{AB} , wenn die Oberfläche des Erdreiches zuerst nach der natürlichen Böschung \overline{BD} ansteigt, weiter aber von einem horizontalen Plateau \overline{DI} begrenzt ist. (Siehe Fig. 112.)

Man setze:

die Höhe der Stützwand $\overline{AB} = H$,
 die Ueberhöhung des Erdreiches über der Stütz-
 wandkrone $\overline{BC} = h$,
 die Höhensumme $\overline{AC} = \mathfrak{H}$,
 den Winkel zwischen \overline{AC} und \overline{AD} , also $\sphericalangle CAD = \delta$,
 und behalte die Bezeichnungen in den früheren Capiteln, inso-
 weit sie hier in Betracht kommen, bei, so dass man noch hat:
 g = Gewicht der cubischen Einheit des Erdreiches,
 $\alpha = \sphericalangle CAI = \sphericalangle CBD$ = Winkel für die natürliche Erdbö-
 schung,
 $\gamma = \sphericalangle EAI$ = Bruchwinkel,
 Körper $ABDE$ = Bruchprisma.

Fig. 112.



Die Grössen H , h , α und g sind gegeben, und hiemit auch \mathfrak{H} und δ bekannt, alles Uebrigc dagegen, insbesondere der Bruch-
 Rebhann, höhere Ingenieurwissenschaften.

winkel γ , die Grösse des Erddruckes D , sowie die Lage seines Mittelpunktes zu bestimmen.

Zunächst ist zu bemerken, dass die Grössen $H, h, \mathfrak{H}, \alpha$ und δ unter einander in folgender Verbindung stehen:

$$\mathfrak{H} = H + h \dots\dots\dots(192),$$

$$\overline{CD} = h \operatorname{tg} \alpha = \mathfrak{H} \operatorname{tg} \delta$$

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{h}{\mathfrak{H}} \operatorname{tg} \alpha = \frac{h}{(H+h)} \operatorname{tg} \alpha = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\left(1 + \frac{H}{h}\right)} \dots\dots\dots(193),$$

$$H = \mathfrak{H} - h = \mathfrak{H} \frac{(\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \delta)}{\operatorname{tg} \alpha} = \mathfrak{H} \frac{\sin(\alpha - \delta)}{\sin \alpha \cos \delta} \dots(194).$$

Verwandelt man das $\triangle ABD$ derart in ein anderes, dass die Basis \overline{AD} beibehalten wird, die neue Spitze F aber in das Niveau vom Erdplateau zu liegen kommt, so dass $\overline{BF} \parallel \overline{AD}$ und $\triangle ABD = \triangle AFD$ ist, und setzt man den Neigungswinkel der neuen Dreiecksseite \overline{AF} , nämlich $\sphericalangle CAF = \eta$, so hat man behufs der Berechnung dieses Winkels die Relation:

$$\overline{CF} = \mathfrak{H} \operatorname{tg} \eta = h \operatorname{tg} \delta = \mathfrak{H} \frac{\operatorname{tg}^2 \delta}{\operatorname{tg} \alpha},$$

hieraus aber:

$$\operatorname{tg} \eta = \frac{\operatorname{tg}^2 \delta}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{h^2}{\mathfrak{H}^2} \operatorname{tg} \alpha \dots\dots\dots(195).$$

Ferner ist:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}(\alpha - \eta) &= \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \eta}{1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \eta} = \frac{\operatorname{tg} \alpha - \frac{\operatorname{tg}^2 \delta}{\operatorname{tg} \alpha}}{1 + \operatorname{tg}^2 \delta} \\ &= \left(\frac{\operatorname{tg}^2 \alpha - \operatorname{tg}^2 \delta}{\operatorname{tg} \alpha} \right) \cos^2 \delta \\ &= \frac{\cos^2 \delta}{\operatorname{tg} \alpha} (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \delta) (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \delta) \\ &= \frac{\sin(\alpha + \delta) \sin(\alpha - \delta)}{\sin \alpha \cos \alpha} \\ &= \frac{\cos 2\delta - \cos 2\alpha}{\sin 2\alpha} \dots\dots\dots(196). \end{aligned}$$

Auf die erwähnte Dreiecks-Verwandlung hinzuweisen, ist in so ferne zweckmässig, als es sich mit Rücksicht auf die Eigenschaft (177) und auf das im §. 51 Gesagte bei der jetzigen Ausmittlung der Bruchlinie \overline{AE} darum handelt, die beiden Figuren

$ABDE$ und AEp (wobei $\overline{Ep} \perp \overline{AI}$ ist) gleich zu erhalten, weshalb auch $\triangle AFE = \triangle AEp$, und hiernach in dem Vierecke $AFEp$ die Diagonale \overline{Fp} durch die Bruchlinie \overline{AE} in o halbt werden muss.

Nun ist aber einerseits:

$$\begin{aligned} \text{area } ABDE &= \triangle AFE = \frac{1}{2} \overline{AC} (\overline{CE} - \overline{CF}) \\ &= \frac{1}{2} h^2 [\text{tg}(\alpha - \gamma) - \text{tg } \eta] \\ &= \frac{1}{2} h^2 \left[\text{tg}(\alpha - \gamma) - \frac{\text{tg}^2 \delta}{\text{tg } \alpha} \right], \end{aligned}$$

und andererseits:

$$\begin{aligned} \triangle AEp &= \frac{1}{2} \overline{Ap} \cdot \overline{Ep} = \frac{1}{2} (\overline{AE} \cos \gamma) (\overline{AE} \sin \gamma) \\ &= \frac{1}{2} \overline{AE}^2 \sin \gamma \cos \gamma = \frac{1}{2} \frac{h^2}{\cos^2(\alpha - \gamma)} \sin \gamma \cos \gamma, \end{aligned}$$

folglich ergibt sich aus der Gleichsetzung der beiden Resultate:

$$\text{tg}(\alpha - \gamma) - \frac{\text{tg}^2 \delta}{\text{tg } \alpha} = \frac{\sin \gamma \cos \gamma}{\cos^2(\alpha - \gamma)},$$

woraus der Bruchwinkel γ zu berechnen ist.

In dieser Absicht stalle man die so eben gefundene Bedingungsgleichung derart um, dass sämtliche Winkel bloß durch ihre Tangentenwerthe vertreten erscheinen, wobei zur Abkürzung gesetzt werden soll:

$$\text{tg } \alpha = a, \text{ tg } \delta = b \text{ und } \text{tg } \gamma = x.$$

Hiernach erhält man als Werthe für die einzelnen Glieder jener Gleichung:

$$\begin{aligned} \text{tg}(\alpha - \gamma) &= \frac{\text{tg } \alpha - \text{tg } \gamma}{1 + \text{tg } \alpha \text{tg } \gamma} = \left(\frac{a - x}{1 + ax} \right), \\ \frac{\text{tg}^2 \delta}{\text{tg } \alpha} &= \frac{b^2}{a}, \\ \frac{\sin \gamma \cos \gamma}{\cos^2(\alpha - \gamma)} &= \frac{\sin \gamma \cos \gamma}{(\cos \alpha \cos \gamma + \sin \alpha \sin \gamma)^2} \\ &= \frac{\text{tg } \gamma}{\cos^2 \alpha (1 + \text{tg } \alpha \text{tg } \gamma)^2} \\ &= \frac{(1 + \text{tg}^2 \alpha) \text{tg } \gamma}{(1 + \text{tg } \alpha \text{tg } \gamma)^2} = \frac{(1 + a^2) x}{(1 + ax)^2}, \end{aligned}$$

somit in ihrer Zusammenstellung die neue Gleichung:

$$\left(\frac{a - x}{1 + ax} \right) - \frac{b^2}{a} = \frac{(1 + a^2) x}{(1 + ax)^2}$$

und, wenn man diese nach der hierin erscheinenden Unbekannten x ordnet, weiter:

$$x^2 + \frac{2}{a}x = \frac{(a^2 - b^2)}{a^2(1 + b^2)}$$

Die Auflösung nach x ergibt:

$$x = \frac{1}{a} \left(-1 + \sqrt{\frac{1 + a^2}{1 + b^2}} \right),$$

daher, indem man statt a , b und x die obigen Werthe zurücksubstituirt:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \gamma &= \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} \left(-1 + \sqrt{\frac{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \delta}} \right) \\ &= \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \left(-1 + \frac{\cos \delta}{\cos \alpha} \right), \end{aligned}$$

oder endlich:

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{\cos \delta - \cos \alpha}{\sin \alpha} \dots \dots \dots (197),$$

welche Formel mit der unter (196) entwickelten eine bemerkenswerthe Aehnlichkeit hat.

Für den Nachbarwinkel $BAE = (\alpha - \gamma)$ wird hiermit:

$$\operatorname{tg} (\alpha - \gamma) = \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \gamma}{1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \gamma} = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} \dots \dots \dots (198),$$

so dass sich die beiden Tangentenwerthe (197) und (198) nur durch das erste Glied im Zähler unterscheiden, welches einmal $\cos \delta$, das anderemal aber $\frac{1}{\cos \delta}$ heisst.

Hiernach wird jedenfalls, insolange $h > 0$ ist:

$$\operatorname{tg} (\alpha - \gamma) > \operatorname{tg} \gamma,$$

also auch, da beide Winkel im ersten Bogenquadranten sich befinden müssen:

$$(\alpha - \gamma) > \gamma, \text{ d. i. } \gamma < \frac{\alpha}{2} \dots \dots \dots (199).$$

Die Bruchlinie \overline{AE} liegt daher innerhalb derjenigen Hälfte des Winkels für die natürliche Böschung, welche an diese letztere angrenzt.

Beschreibt man von A aus mit dem Halbmesser \overline{AD} einen Kreisbogen bis zur natürlichen Böschung \overline{AI} , so erhält man da-

durch den Punkt p , so dass jetzt nur mehr $\overline{Ep} \perp \overline{AI}$ zu stellen ist, um den Punkt E und somit die Bruchlinie \overline{AE} zu bekommen.

Um dies einzusehen, ist nachzuweisen, dass $\overline{AD} = \overline{Ap}$ sein muss. Zu diesem Behufe berechne man die Grösse jeder dieser Linien.

Einerseits hat man:

$$\overline{AD} = \frac{\overline{AC}}{\cos \delta} = \frac{\mathfrak{H}}{\cos \delta},$$

andererseits aber:

$$\begin{aligned} \overline{Ap} &= \overline{AE} \cos \gamma = \frac{\overline{AC}}{\cos(\alpha - \gamma)} \cdot \cos \gamma = \mathfrak{H} \frac{\cos \gamma}{\cos(\alpha - \gamma)} \\ &= \mathfrak{H} \sqrt{\frac{1 + \operatorname{tg}^2(\alpha - \gamma)}{1 + \operatorname{tg}^2 \gamma}}, \end{aligned}$$

und, wenn man jetzt die Werthe für $\operatorname{tg} \gamma$ und $\operatorname{tg}(\alpha - \gamma)$ aus den Formeln (197) und (198) berücksichtigt, auch:

$$\begin{aligned} \overline{Ap} &= \mathfrak{H} \sqrt{\frac{1 + \frac{1}{\sin^2 \alpha} \left(\frac{1}{\cos \delta} - \cos \alpha \right)^2}{1 + \frac{1}{\sin^2 \alpha} (\cos \delta - \cos \alpha)^2}} \\ &= \frac{\mathfrak{H}}{\cos \delta} \sqrt{\frac{\sin^2 \alpha \cos^2 \delta + (1 - \cos \alpha \cos \delta)^2}{\sin^2 \alpha + (\cos \delta - \cos \alpha)^2}} \\ &= \frac{\mathfrak{H}}{\cos \delta}; \end{aligned}$$

also in der That:

$$\overline{AD} = \overline{Ap} = \frac{\mathfrak{H}}{\cos \delta} \dots \dots \dots (200).$$

Das Perpendikel von dem Bruchpunkte E auf die natürliche Böschung, es heisse $\overline{Ep} = P$, ist:

$$P = \overline{Ap} \cdot \operatorname{tg} \gamma = \mathfrak{H} \frac{\operatorname{tg} \gamma}{\cos \delta} = \mathfrak{H} \left(\frac{\cos \delta - \cos \alpha}{\sin \alpha \cos \delta} \right) \dots \dots (201).$$

Die Grösse dieses Perpendikels zu kennen, ist darum nothwendig, weil hiernach sogleich die Grösse des Erddruckes D berechnet werden kann; denn man hat zu Folge der Gleichung (183) — und zwar jetzt für $\varepsilon = 0$ — unmittelbar:

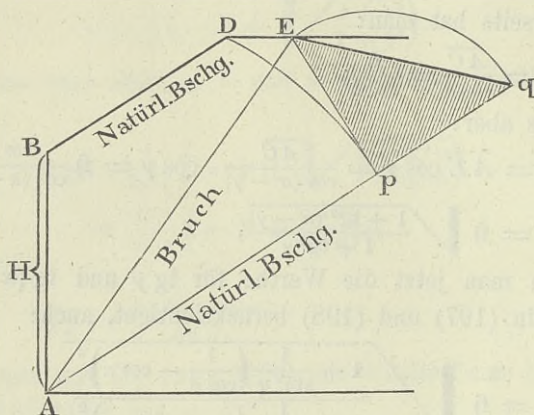
$$D = \frac{1}{2} g P^2 = \frac{1}{2} g \mathfrak{H}^2 \left(\frac{\operatorname{tg} \gamma}{\cos \delta} \right)^2 = \frac{1}{2} g \mathfrak{H}^2 \left(\frac{\cos \delta - \cos \alpha}{\sin \alpha \cos \delta} \right)^2 (202).$$

Somit kann man in dem vorliegenden besonderen Falle, abgesehen von den allgemeinen Regeln, die Bruchlinie und hier-

nach den Erddruck auch in einer speciellen und zudem sehr einfachen Art construiren, wie folgt:

Man beschreibe (Fig. 113) von A aus mit dem Radius \overline{AD} den Kreisbogen \widehat{Dp} , und errichte $\overline{Ep} \perp \overline{Ap}$; dadurch ergibt

Fig. 113.



sich die Bruchlinie \overline{AE} . Weiter mache man $\overline{pq} = \overline{Ep} = P$, und ziehe die Gerade \overline{Eq} . Das so erhaltene rechtwinklige und zugleich gleichschenklige (in der Figur schraffierte) Dreieck Epq ist sofort das Profil desjenigen Erdprismas, dessen Gewicht der Intension des Erddruckes gleich ist. Man hat nämlich in Uebereinstimmung mit der letzten Gleichung (202):

$$\left. \begin{array}{l} \text{Gewicht des Erd-} \\ \text{prismas } Epq \end{array} \right\} = \frac{1}{2} g P^2.$$

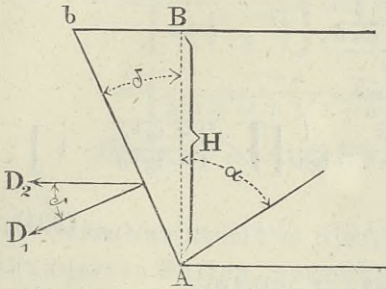
Um die Formel für den Erddruck als eine Function von der Höhe H und dem Winkel δ auszudrücken, so hat man hiezu die Relationen (192), (193) und (194) zu benützen.

Hiernach ist:

$$\begin{aligned} D &= \frac{1}{2} g H^2 \left[\frac{\cos \delta - \cos \alpha}{\sin (\alpha - \delta)} \right]^2 = \frac{1}{2} g H^2 \left[\frac{\sin \left(\frac{\alpha + \delta}{2} \right) \sin \left(\frac{\alpha - \delta}{2} \right)}{\sin \left(\frac{\alpha - \delta}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha - \delta}{2} \right)} \right]^2 \\ &= \frac{1}{2} g H^2 \left[\frac{\sin \left(\frac{\alpha + \delta}{2} \right)}{\cos \left(\frac{\alpha - \delta}{2} \right)} \right]^2 \dots \dots \dots (203). \end{aligned}$$

Diese Formel hat Aehnlichkeit mit derjenigen, welche am Kopfe der Seite 103 steht, und sich auf die Bestimmung des Erddruckes in dem Falle bezieht, wenn die Stützwand überhängend ist, die Oberfläche des Erdreiches von der Wandkrone angefangen horizontal liegt, und

Fig. 114.



keine Erdcohesion in Rechnung kommt. Stellt man sich nämlich vor, dass die in der Fig. 112 erscheinende Stützwand von der Höhe $\overline{AB} = H$ an der Hinterfläche nicht vertical, sondern, wie in der Figur 114, um den Winkel $BAb = \delta$ überhängend, die Oberfläche des Erdreiches aber

horizontal wäre, so hätte man nach der auf Seite 103 oben auf angesetzten Formel die Grösse des normalen Erddruckes, wenn solche mit D_1 bezeichnet wird:

$$D_1 = \frac{1}{2} g \frac{H^2}{\cos \delta} \left[\frac{\sin \left(\frac{\alpha + \delta}{2} \right)}{\cos \left(\frac{\alpha - \delta}{2} \right)} \right]^2,$$

also die horizontale Komponente davon, welche D_2 heissen soll:

$$D_2 = D_1 \cos \delta = \frac{1}{2} g H^2 \left[\frac{\sin \left(\frac{\alpha + \delta}{2} \right)}{\sin \left(\frac{\alpha - \delta}{2} \right)} \right]^2,$$

so dass der Werth dieser Druckcomponenten eben so gross entfiel, wie der in der obigen Gleichung (203) berechnete Erddruck D^* .

*) Die vorgenommene Vergleichung erleidet indessen eine Beschränkung insoferne, als die Formel für D_1 , nur bei nicht zu grossen Werthen des Winkels δ angewendet werden darf, und zwar aus dem Grunde, welcher schon bei einer früheren Gelegenheit (pag. 63) für die Unzulässigkeit von zu bedeutenden Ueberhängungswinkeln geltend gemacht wurde.

Staltet man die Gleichungen für $\operatorname{tg} \gamma$ und D derart um, dass die Winkel α und δ durch ihre Tangentenwerthe vertreten sind, um nämlich bei der Berechnung ohne Zuhilfenahme von trigonometrischen Tafeln vorgehen zu können, so erhält man, wenn die früheren Abkürzungsbezeichnungen $a = \operatorname{tg} \alpha$ und $b = \operatorname{tg} \delta$ beibehalten werden:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \gamma &= \frac{\cos \delta - \cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\frac{1}{\cos \alpha} - \frac{1}{\cos \delta}}{\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha \cos \delta}} \\ &= \frac{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} - \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \delta}}{\operatorname{tg} \alpha \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \delta}} = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} \left[\sqrt{\frac{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \delta}} - 1 \right] \\ &= \frac{1}{a} \left[\sqrt{\frac{1 + a^2}{1 + b^2}} - 1 \right] \dots \dots \dots (204); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D &= \frac{1}{2} g \mathfrak{H}^2 \frac{\operatorname{tg}^2 \gamma}{\cos^2 \delta} = \frac{1}{2} g \mathfrak{H}^2 \operatorname{tg}^2 \gamma (1 + \operatorname{tg}^2 \delta) \\ &= \frac{1}{2} g \mathfrak{H}^2 \cdot \frac{1}{a^2} \left[\sqrt{\frac{1 + a^2}{1 + b^2}} - 1 \right]^2 \cdot (1 + b^2) \\ &= \frac{1}{2} g \mathfrak{H}^2 \left[\frac{\sqrt{1 + a^2} - \sqrt{1 + b^2}}{a} \right]^2 \dots \dots \dots (205); \end{aligned}$$

endlich, wegen der Relation (194), aus welcher folgt:

$$\mathfrak{H} = H \left(\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \delta} \right) = H \left(\frac{a}{a - b} \right),$$

auch:

$$D = \frac{1}{2} g H^2 \left[\frac{\sqrt{1 + a^2} - \sqrt{1 + b^2}}{a - b} \right]^2 \dots \dots \dots (206),$$

oder, wenn man in dem eingeklammerten Bruche den Zähler rational macht, also den Zähler und den Nenner mit dem Factor $[\sqrt{1 + a^2} + \sqrt{1 + b^2}]$ multiplicirt, dann durch den Factor $(a - b)$ abkürzt, noch:

$$D = \frac{1}{2} g H^2 \left[\frac{a + b}{\sqrt{1 + a^2} + \sqrt{1 + b^2}} \right]^2 \dots \dots \dots (207).$$

Die letzte Formel wird dann zur Berechnung bequemer sein, als die vorhergehende, wenn die Differenz zwischen a und b verschwindet, oder überhaupt verhältnissmässig klein ist.

Die vorhergehenden Gleichungen für den Erddruck (203, 206, 207,) erscheinen unter der Form:

$$D = \frac{1}{2} w H^2 \dots\dots\dots (208),$$

wobei man für w , beziehungsweise $\frac{w}{g}$ folgende Relationen hat:

$$\begin{aligned} \frac{w}{g} &= \left[\frac{\sin\left(\frac{\alpha + \delta}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\alpha - \delta}{2}\right)} \right]^2 = \left[\frac{\sqrt{1+a^2} - \sqrt{1+b^2}}{a-b} \right]^2 \\ &= \left[\frac{a+b}{\sqrt{1+a^2} + \sqrt{1+b^2}} \right]^2 \dots\dots\dots (209). \end{aligned}$$

$$\text{Hierin ist } a = \operatorname{tg} \alpha, \quad b = \operatorname{tg} \delta = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\left(1 + \frac{H}{h}\right)}.$$

Offenbar stellt w hier, ebenso wie in den früher behandelten Fällen, grundsätzlich wieder das Gewicht der cubischen Einheit von derjenigen sich einzubildenden tropfbaren Flüssigkeit vor, welche auf die Wand von der Höhe H denselben Druck, wie das Erdreich, ausüben würde.

Ex. $H = h = 10$ Fuss, $a = \operatorname{tg} \alpha = 1$ (also $\mathfrak{h} = 20'$, $\alpha = 45^\circ$) und $g = 100$ Pfund.

Hiernach und wegen $b = \operatorname{tg} \delta = \frac{1}{2}$ ergibt sich:

Zu Folge der Formel (204):

$$\operatorname{tg} \gamma = 0.4 \sqrt{10} - 1 = 0.2649,$$

und hieraus:

$$\gamma = 14^\circ 50', \quad (\alpha - \gamma) = 34^\circ 10';$$

aus den Relationen (205) und (206):

$$D = \left\{ \begin{aligned} \left(\frac{13 - 4\sqrt{10}}{2} \right) g H^2 &= 0.17544 g H^2 \\ \left(\frac{13 - 4\sqrt{10}}{8} \right) g \mathfrak{h}^2 &= 0.04386 g \mathfrak{h}^2 \end{aligned} \right\} = 17.5 \text{ Ctr.};$$

laut Gleichung (209):

$$\frac{w}{g} = (2\sqrt{2} - \sqrt{5})^2 = (13 - 4\sqrt{10}) = 0.3509,]$$

daher:

$$w = 0.3509 g = 35.09 \text{ Pfund};$$

endlich mit Hilfe der hydrostatischen Formel (208) abermals:

$$D = \frac{1}{2} w H^2 = 17.5 \text{ Ctr.}$$

Zur Vereinfachung solcher Rechnungen kann die jenseits folgende Tabelle XI benützt werden, in welche man in einem beispielsweise Falle mit den bekannten Daten $a = \operatorname{tg} \alpha$ und $b = \operatorname{tg} \delta$ einzugehen, und an der Kreuzungsstelle der zu diesen Daten gehörigen Tabellenspalten, wovon jene für a horizontal, die andere für b aber vertical ist, nachzusehen hat, welche Zahl dort für $\frac{w}{g}$ eingeschrieben ist. Ist nämlich die bezügliche Tabellenzahl z , so hat man:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{w}{g} = z \\ w = z g \end{array} \right\}, D = \frac{1}{2} w H^2 = \frac{1}{2} (z g) H^2,$$

wodurch die Grösse des Erddruckes ausgemittelt ist.

Ex. Sind etwa, wie in dem vorigen Beispiele, die Daten: $H = h = 10$ Fuss, $a = \operatorname{tg} \alpha = 1$ und $g = 100$ Pfund bekannt, so hat man, wegen $b = \operatorname{tg} \delta = \frac{1}{2}$, die horizontale Tabellenspalte für $a = 1$ und die verticale für $b = 0.5$ in's Auge zu fassen. An der Kreuzungsstelle dieser Spalten steht die Zahl 0.351 , sonach ist:

$$\frac{w}{g} = 0.351 \text{ und } w = 35.1 \text{ Pfund,}$$

endlich:

$$\text{Erddruck } D = \frac{1}{2} w H^2 = 17.5 \text{ Ctr.}$$

Sind in einem zu behandelnden Falle die Daten für a und b nicht genau in der Tabelle enthalten, so muss man, wie dies schon in Bezug auf die früheren Tabellen angedeutet worden ist, das bekannte Interpolations-Verfahren zur Anwendung bringen.

Anmerkung.

Der in dem laufenden §. in Betracht stehende Fall wurde, wie schon auf Seite 46 erwähnt, zuerst von Poncelet behandelt. Seine Resultate sind zwar richtig, indessen minder einfach und übersichtlich, als die hier gegebenen, was darin die Ursache findet, weil Poncelet in seiner Untersuchung formell anders vorgegangen ist. Durch die oben geschehene Einführung des Winkels δ , beziehungsweise der Grösse $\operatorname{tg} \delta$ ist die Auflösung der Aufgabe, namentlich die grafische, wesentlich vereinfacht.

XI. Tabelle.

$$\begin{aligned} \text{Erddruck } D \text{ (innerhalb der Höhe } H) &= \frac{1}{2} w H^2; \quad w = \left[\frac{\sin \frac{1}{2}(\alpha + \delta)}{\cos \frac{1}{2}(\alpha - \delta)} \right]^2 = \left[\frac{\sqrt{1 + a^2} - \sqrt{1 + b^2}}{a - b} \right]^2 \\ &= \left[\frac{a + b}{\sqrt{1 + a^2} + \sqrt{1 + b^2}} \right]^2. \end{aligned}$$

$\frac{w}{g}$	$b = tg \delta = \frac{h}{(H+h)} tg \alpha$, für das Niveau von dem die Stützwandkrone überragenden Erdplateau:																				
	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0
2.0	0.382	0.420	0.457	0.492	0.525	0.556	0.584	0.610	0.634	0.656	0.675	0.693	0.710	0.725	0.738	0.751	0.762	0.773	0.783	0.792	0.800
1.9	0.364	0.403	0.440	0.475	0.508	0.539	0.568	0.595	0.620	0.643	0.663	0.682	0.700	0.715	0.729	0.742	0.753	0.764	0.774	0.783	
1.8	0.346	0.385	0.422	0.458	0.491	0.522	0.552	0.580	0.605	0.629	0.651	0.671	0.689	0.705	0.719	0.732	0.743	0.754	0.764		
1.7	0.327	0.366	0.403	0.439	0.473	0.505	0.535	0.563	0.589	0.613	0.635	0.656	0.674	0.691	0.706	0.719	0.732	0.743			
1.6	0.307	0.346	0.383	0.420	0.455	0.488	0.519	0.548	0.574	0.597	0.620	0.641	0.659	0.676	0.692	0.706	0.719				
1.5	0.286	0.325	0.363	0.400	0.435	0.463	0.500	0.529	0.556	0.580	0.604	0.625	0.644	0.662	0.678	0.692					
1.4	0.265	0.303	0.341	0.378	0.414	0.448	0.480	0.510	0.537	0.563	0.586	0.609	0.628	0.646	0.662						
1.3	0.242	0.280	0.318	0.355	0.391	0.425	0.458	0.489	0.517	0.543	0.567	0.589	0.609	0.628							
1.2	0.219	0.256	0.294	0.331	0.368	0.402	0.435	0.466	0.495	0.522	0.547	0.570	0.590								
1.1	0.196	0.232	0.268	0.306	0.342	0.377	0.410	0.441	0.471	0.498	0.524	0.548									
1.0	0.172	0.207	0.243	0.280	0.316	0.351	0.384	0.416	0.446	0.474	0.500										

$a = tg \alpha$, für die natürliche Erd-
böschung:

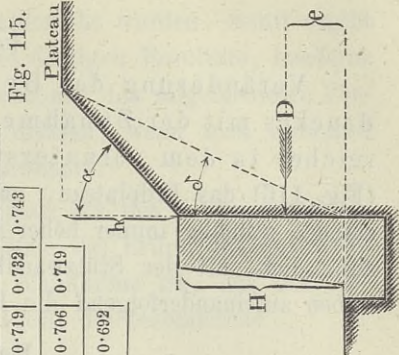


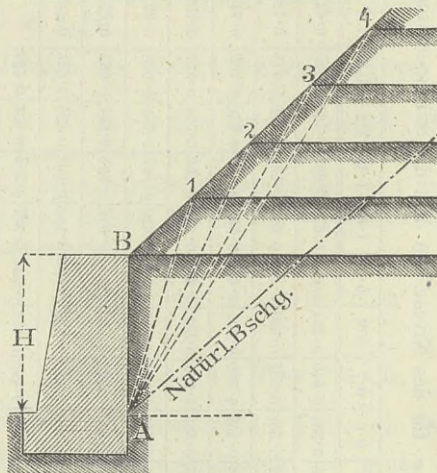
Fig. 115.

Diese Tabelle eignet sich zum Gebrauche, wenn, wie es in der Regel vorkommt, gegeben sind: H , h , $tg \alpha$, g ; denn b ist dann ebenfalls bekannt.

§. 58.

Veränderung des Bruchwinkels und des Erddruckes mit der Zunahme der Ueberhöhung des Erdreiches in dem voruntersuchten Falle. Verschiebt man (Fig. 116) das Erdplateau, unter Belassung der sonstigen Umstände, allmählig immer höher hinauf, so dass, wenn sein Niveau anfänglich mit der Stützwandkrone zusammenfällt, von demselben aufeinanderfolgend die Punkte 1, 2, 3, 4, u. s. w. pas-

Fig. 116.



sirt werden, und schliesslich, wenigstens theoretisch betrachtet, das Plateau in einer unendlich grossen Distanz gelegen ist; so wird das Ueberhöhungsmass h alle Werthe von 0 bis ∞ , und gleichzeitig der dazu gehörige Winkel δ ($BA1$, $BA2$, $BA3$, $BA4$, u. s. w.) alle Werthe von 0 bis α durchlaufen. Hiernach ergeben sich unendlich viele Fälle, welche innerhalb zweier Grenzen eingeschlossen sind, von denen die Eine (untere) Grenze für $h = \delta = 0$, und die andere (obere) Grenze für $h = \infty$ oder für $\delta = \alpha$ entsteht.

Die diesen Grenzen entsprechenden besonderen Fälle sind aber solche, welche schon in den ersten zwei Capiteln des lau-

fenden Abschnittes unmittelbar untersucht wurden, somit ergibt sich die Schlussfolgerung, dass die dortigen Resultate, insoferne hierin $\varepsilon = 0$ angenommen wird, auch aus den allgemeineren Formeln des vorigen §. hervorgehen müssen, wenn man dieselben auf die vorgenannten Grenzfälle anwendet.

Geschieht dieses, so erhält man für den Einen Grenzfall, wegen $\delta = 0$, wo also die Oberfläche des Erdreiches horizontal und im gleichen Niveau mit der Wandkrone ist, aus den allgemeinen Gleichungen (197) und (203) die besonderen:

$$\operatorname{tg} \gamma = \left(\frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} \right) = \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}, \quad \gamma = \frac{\alpha}{2},$$

und

$$D = \frac{1}{2} g H^2 \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2},$$

welche in der That mit den unter denselben Verhältnissen schon im §. 27 niedergelegten Resultaten (87) und (94) für $\varepsilon = 0$ übereinstimmen.

In dem anderen Grenzfalle ist $\delta = \alpha$, daher von der Wandkrone angefangen, die Oberfläche des Erdreichs nach der natürlichen Böschung ohne Ende ansteigend, so dass dann der Fall vorliegt, wie solcher in der Figur 54 (für $\varepsilon = 0$) sich darstellt.

Aus den Gleichungen (197) und (203) erhält man aber, wenn $\delta = \alpha$ gesetzt wird:

$$\operatorname{tg} \gamma = \gamma = 0 \quad \text{und} \quad D = \frac{1}{2} g H^2 \sin^2 \alpha,$$

was ebenfalls mit dem auf die Figur 54 bezüglichen Resultate für den Bruchwinkel und mit der weiteren Formel (147) für den Erddruck in Uebereinstimmung steht.

Innerhalb der bezeichneten Grenzen ist rücksichtlich des Bruchwinkels γ und des Erddruckes D das Veränderungsgesetz vorhanden, dass bei dem Wachsen der Grösse h , beziehungsweise δ , ersterer ab- und letzterer zunimmt.

Um dies einzusehen, hat man nur nöthig, einerseits von $\operatorname{tg} \gamma$ und andererseits von D den ersten Differential-Quotienten unter der Bedingung, dass δ variabel ist, zu entwickeln, und schliesslich auf das algebraische Zeichen des Einen und des an-

deren Resultates acht zu geben. Geschieht dieses, so erhält man zunächst aus der Gleichung (197):

$$\frac{d \operatorname{tg} \gamma}{d \delta} = - \frac{\sin \delta}{\cos \alpha} < 0,$$

weshalb γ abnimmt, wenn δ zunimmt, und umgekehrt.

Was den Erddruck D betrifft, so ist dieser nach der Gleichung (203):

$$D = \frac{1}{2} g H^2 [\text{Function } (\delta)]^2 = \frac{1}{2} g H^2 f(\delta)^2,$$

und hierbei:

$$f(\delta) = \frac{\sin \frac{1}{2}(\alpha + \delta)}{\cos \frac{1}{2}(\alpha - \delta)};$$

daher:

$$\frac{d f(\delta)}{d \delta} = \frac{\cos \alpha}{2 \cos^2 \frac{1}{2}(\alpha - \delta)} > 0,$$

wonach $f(\delta)$, also auch D , stets in dem gleichen Sinne mit δ sich verändert, und hiedurch das oben Gesagte seine Bestätigung findet.

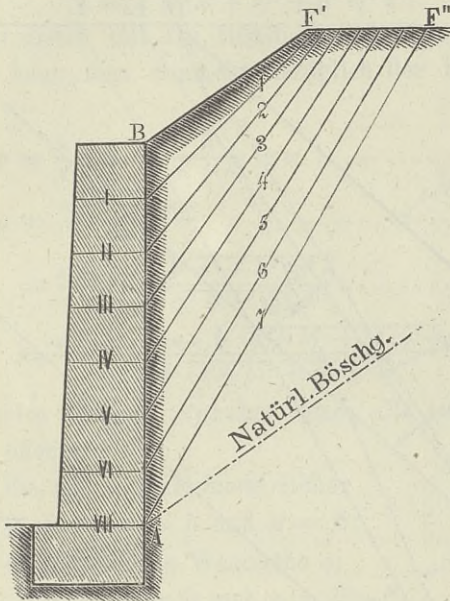
In Beziehung auf die gedachte Veränderung bezeichnen daher die für D gefundenen Grenzwerte ($\frac{1}{2} g H^2 \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}$ und $\frac{1}{2} g H^2 \sin^2 \alpha$) das Minimum und beziehungsweise das Maximum des Erddruckes D , so dass jeder andere Werth für denselben, welcher einer gegebenen Ueberhöhung (h) entspricht, zwischen jene Grenzwerte hineinfallen muss.

§. 59.

Zunahme des Erddruckes von oben nach unten in dem voruntersuchten Falle. Zunächst ist mit Bezug auf die Figur 117 zu bemerken, dass für verschiedene Druckhöhen ($\overline{B I}$, $\overline{B II}$, ... $\overline{B VII}$) unter sonst gleichen Umständen die entsprechenden Bruchlinien (1, 2, ... 7) mit einander nicht parallel laufen, sondern nach aufwärts convergiren, was sofort einleuchtet, wenn man die in der Figur 113 zur Anwendung gebrachte besondere Constructionsregel zur Bestimmung des Bruchwinkels für die jeweilig in Betracht kommende Druckhöhe in's Auge fasst. Diese Bemerkung stimmt auch mit dem überein, was schon vorne

in Bezug auf die Figur 111 gesagt ward, obgleich man dort nicht die gedachte besondere, sondern die allgemeinere Construc-tionsregel (§. 51) zu Grunde gelegt hat.

Fig. 117.



Selbstverständlich ergibt sich das gleiche Resultat auf dem Wege der Rechnung.

Nennt man nämlich (Fig. 118):

- § ... die ganze Erdreichhöhe \overline{AC} ,
- H ... die eigentliche Wandhöhe \overline{AB} ,
- δ ... den dazu gehörigen, auf die Lage des Erdplateaus \overline{DI} Bezug nehmenden Winkel CAD ,
- γ ... den entsprechenden Bruchwinkel EAI ,
- α ... eine andere, beliebig gewählte Höhe \overline{CN} ,
- z ... die bezügliche Wandhöhe \overline{BN} ,
- ψ ... den damit correspondirenden Winkel CND , welcher die analoge Bedeutung hat, wie oben δ,
- ω ... den bei der Höhe α entstehenden Bruchwinkel LNI ,

auch:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \gamma &= \frac{\mathfrak{H} - \cos \alpha \sqrt{\mathfrak{H}^2 + h^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}}{\sin \alpha \sqrt{\mathfrak{H}^2 + h^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}} \\ &= \frac{H + h - \cos \alpha \sqrt{(H + h)^2 + h^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}}{\sin \alpha \sqrt{(H + h)^2 + h^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}} \end{aligned} \right\} \dots\dots (211).$$

Gemäss diesen mit den Höhen \mathfrak{H} und H correspondirenden Gleichungen kann man nunmehr bezüglich der Höhen x und z schreiben:

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{h}{x} \operatorname{tg} \alpha = \frac{h}{(z + h)} \operatorname{tg} \alpha \dots\dots\dots (212),$$

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \omega &= \frac{\cos \psi - \cos \alpha}{\sin \alpha} \dots\dots\dots \\ &= \frac{x - \cos \alpha \sqrt{x^2 + h^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}}{\sin \alpha \sqrt{x^2 + h^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}} \dots\dots\dots \\ &= \frac{z + h - \cos \alpha \sqrt{(z + h)^2 + h^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}}{\sin \alpha \sqrt{(z + h)^2 + h^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}} \dots\dots \end{aligned} \right\} (213).$$

Die beiden Grenzen, zwischen denen alle sonstigen Werthe liegen, sind offenbar:

1. für die mit α bezeichnete Höhe:
 $x = h$ und $x = \mathfrak{H}$;
2. für die eigentliche Wandhöhe z :
 $z = 0$ und $z = H$;
3. für den mit ψ bezeichneten Winkel:
 $\psi = \alpha$ und $\psi = \delta$;
4. für den Bruchwinkel ω :
 $\omega = 0$ und $\omega = \gamma$.

Bei der Zunahme von x , beziehungsweise z , nimmt nicht nur ψ , sondern auch ω ab, somit werden die von oben nach unten aufeinander folgenden Bruchlinien immer steiler, so dass $\omega = \gamma$ der grösste Bruchwinkel ist, welcher zugleich der grössten Wandhöhe (H) entspricht. Indem dadurch das früher in Bezug auf die Convergenz jener Bruchlinien Gesagte seine Bestätigung findet, ist wohl erkennbar, dass zu dieser Beweisführung es eigentlich genügt, blos der ersten Gleichung in (213), wo $\operatorname{tg} \omega$ als eine Function von ψ dargestellt ist, die Aufmerksamkeit zuzuwenden; indessen hat man dennoch die weiteren Relationen daselbst, so

wie jene in (211) beigefügt, um nebstbei auch die Abhängigkeit des Bruchwinkels von der jeweiligen Wandhöhe oder von der Höhe des Erdreiches bis zum Plateau anschaulich zu machen.

Uebergehend auf den Erddruck, welcher auf die ganze Wandhöhe $\overline{AB} = H$ mit D , auf den Wandtheil $\overline{BN} = z = (x - h)$ aber mit y bezeichnet wird, hat man zunächst nach der Formel (202):

$$D = \frac{1}{2} g \mathfrak{H}^2 \left(\frac{\text{tg } \gamma}{\cos \delta} \right)^2 = \frac{1}{2} g \mathfrak{H}^2 \left(\frac{\cos \delta - \cos \alpha}{\sin \alpha \cos \delta} \right)^2 \\ = \frac{1}{2} g h^2 \left(\frac{\cos \delta - \cos \alpha}{\cos \alpha \sin \delta} \right)^2 \dots\dots\dots (214),$$

wenn man hiebei die Relation (193) zwischen \mathfrak{H} und h berücksichtigt.

Substituirt man anstatt $\cos \delta$ und $\text{tg } \gamma$ je einen der obigen Werthe in (210) und (211), so findet man, ausser den im vorigen §. aufgestellten Gleichungen für D , noch:

$$D = \frac{g}{2 \sin^2 \alpha} \left[\mathfrak{H} - \cos \alpha \sqrt{\mathfrak{H}^2 + h^2 \text{tg}^2 \alpha} \right]^2 \dots\dots\dots \left. \vphantom{D} \right\} (215). \\ = \frac{g}{2 \sin^2 \alpha} \left[H + h - \cos \alpha \sqrt{(H + h)^2 + h^2 \text{tg}^2 \alpha} \right]^2$$

Geht man nunmehr von der ganzen Wandhöhe H auf die Zwischenhöhe z über, so hat man in den vorigen Formeln anstatt D , \mathfrak{H} , H und δ aufeinanderfolgend die Buchstaben y , x , z und ψ zu setzen, weil offenbar zwischen diesen die analogen Beziehungen wie zwischen jenen stattfinden. Hiernach ist der Erddruck y auf den Wandtheil von der Höhe $\overline{BN} = z = (x - h)$:

$$y = \frac{1}{2} g h^2 \left(\frac{\cos \psi - \cos \alpha}{\cos \alpha \sin \psi} \right)^2 \dots\dots\dots (216)$$

$$= \frac{g}{2 \sin^2 \alpha} \left[x - \cos \alpha \sqrt{x^2 + h^2 \text{tg}^2 \alpha} \right]^2 \dots\dots\dots (217)$$

$$= \frac{g}{2 \sin^2 \alpha} \left[z + h - \cos \alpha \sqrt{(z + h)^2 + h^2 \text{tg}^2 \alpha} \right]^2 \dots\dots\dots (218),$$

je nachdem y als eine Function von ψ , x oder z dargestellt wird.

Auf diese Weise ist bei der Variation der Wandhöhe unter sonst gleichen Umständen die Veränderung des Erddrucks dargestellt, und man sieht, dass das Veränderungsgesetz jetzt nicht mehr wie in den Fällen, wenn die Oberfläche des Erdreiches eine horizontale oder schiefe Ebene ist, nach der einfachen parabol-

sehen Gleichung: $y = kz^2$ beurtheilt werden kann; eine Bemerkung, die man auch schon im §. 55, von einem anderen Gesichtspunkte ausgehend, zu machen Gelegenheit hatte.

Nur für die in Bezug auf die Ueberhöhung h bezüglichen Grenzfälle, wo entweder $h = 0$ oder $h = \infty$ gesetzt wird, kommt die parabolische Gleichung wieder genau zum Vorschein, denn dann ist einerseits:

$$y = \frac{1}{2} g z^2 \left(\frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} \right)^2 = \frac{1}{2} g z^2 \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2},$$

und andererseits:

$$y = \frac{1}{2} g z^2 \sin^2 \alpha^*),$$

welche Resultate mit jenen unter (94, 96) und (147) übereinstimmen, wenn man anstatt der dortigen Druckhöhe H die jetzt in Rechnung gebrachte z substituirt.

Diese Uebereinstimmung war in der That zu erwarten, weil der eine Grenzfall (für $h = 0$) und die Relationen (94, 96) sich gleichzeitig auf die Anordnung beziehen, wo die Erdoberfläche horizontal und im Niveau der Wandkrone liegt, während der andere Grenzfall für ($h = \infty$), wozu die Relation (147) gehört,

*) Denn es ist nach der allgemeinen Relation (218):

$$\begin{aligned} y &= \frac{g}{2 \sin^2 \alpha} \left[z + h - \cos \alpha \sqrt{z^2 + 2 z h + h^2 (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha)} \right]^2 \\ &= \frac{g}{2 \sin^2 \alpha} \left[z + h - h \sqrt{1 + 2 \cos^2 \alpha \frac{z}{h} + \cos^2 \alpha \frac{z^2}{h^2}} \right]^2 \\ &= \frac{g h^2}{2 \sin^2 \alpha} \left[1 + \frac{z}{h} - \sqrt{1 + 2 \cos^2 \alpha \frac{z}{h} + \cos^2 \alpha \frac{z^2}{h^2}} \right]^2, \end{aligned}$$

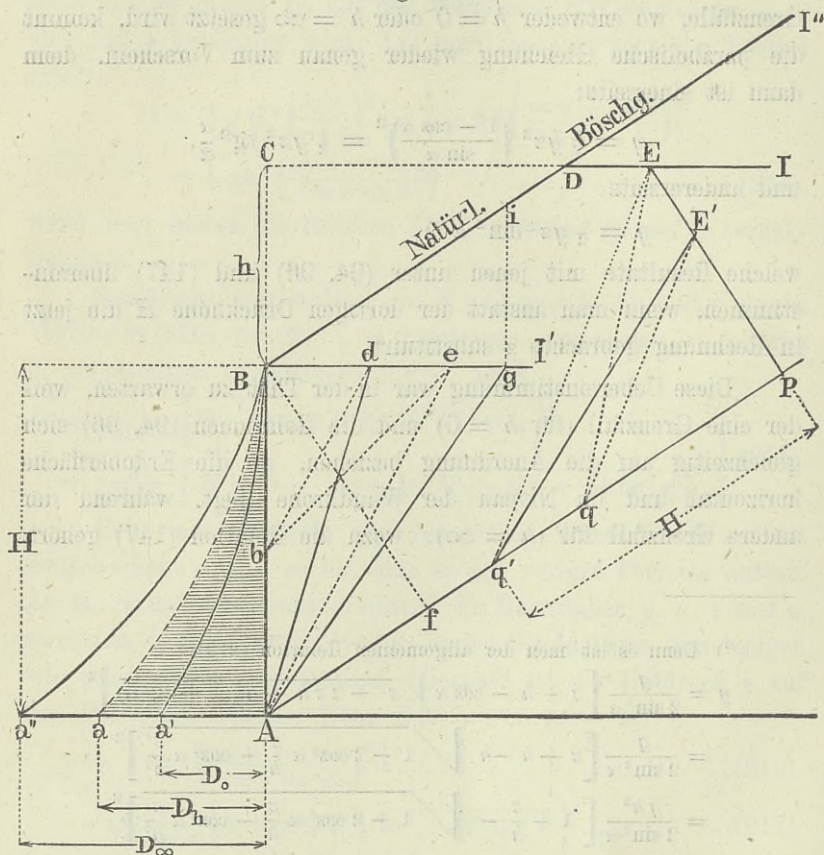
daher für $h = \infty$, indem man bloß die erste Potenz von $\frac{z}{h}$ berücksichtigt,

$\frac{z^2}{h^2}$ aber als unendlich Kleines der zweiten Ordnung weglässt:

$$\begin{aligned} y &= \frac{g h^2}{2 \sin^2 \alpha} \left[1 + \frac{z}{h} - \left(1 + 2 \cos^2 \alpha \frac{z}{h} \right)^{\frac{1}{2}} \right]^2 \\ &= \frac{g h^2}{2 \sin^2 \alpha} \left[1 + \frac{z}{h} - 1 - \cos^2 \alpha \frac{z}{h} \right]^2 \\ &= \frac{1}{2} g z^2 \left(\frac{1 - \cos^2 \alpha}{\sin \alpha} \right)^2 = \frac{1}{2} g z^2 \sin^2 \alpha. \end{aligned}$$

an die Voraussetzung geknüpft ist, dass von der Wandkrone angefangen das Erdreich nach der natürlichen Böschung fortwährend ansteigt.

Fig. 119.



Zugleich geht hieraus hervor, dass die der allgemeinen Gleichung (218) entsprechende Erddruckveränderungs-Curve \widehat{Ba} (Fig. 119), wobei z die Abscissen und y die Ordinaten vorstellen, zwischen die gleichnamigen parabolischen Curven $\widehat{Ba'}$ und $\widehat{Ba''}$, welche den gedachten Grenzfällen entsprechen, hineinfallen, daher auch der auf die ganze Wandhöhe $\overline{AB} = H$ stattfindende Erddruck, welcher in Bezug auf die Erdreichbegrenzung $B DI$

durch die Ordinate $\overline{Aa} = D_h$ dargestellt ist, zwischen den Werthen $\overline{Aa'} = D_0$ und $\overline{Aa''} = D_\infty$ gelegen sein muss, wovon sich der erste auf den einen Grenzfall $h = 0$ (Erdreichoberfläche \overline{BT}) und der zweite auf den anderen Grenzfall $h = \infty$ (Erdreichoberfläche $\overline{BT'}$) bezieht.

Um die erwähnten Parabeln, welche den gemeinschaftlichen Scheitel B und dieselbe Horizontale als Achse haben, construiren zu können, ist nur nöthig, die letztgenannten Werthe für die Grösse des Erddruckes $\overline{Aa'} = D_0$ und $\overline{Aa''} = D_\infty$ zu bestimmen.

Zu diesem Behufe wende man für den ersten Grenzfall ($h = 0$) die in Figur 37 angedeutete Constructions-Methode an, und stelle hiernach den Erddruck D_0 zunächst durch das Gewicht des Erdprismas Bbe dar, indem man nämlich, wenn \overline{Ap} die natürliche Erdböschung ist, $\sphericalangle B A e = \sphericalangle e A p$ und $\overline{Bb} = \overline{Be}$ macht. Hierauf verwandle man das Dreieck Bbe in ein solches von der Höhe $\overline{AB} = H$ dadurch, dass $\overline{bd} \parallel \overline{be}$ gezogen und so erhalten wird:

$$D_0 = g \cdot \triangle Bbe = \overline{g} \cdot \triangle ABd.$$

Zur Darstellung des Erddruckes D_∞ für den zweiten Grenzfall ($h = \infty$) dient die Constructionsregel nach Fig. 55; man mache nämlich $\overline{Bf} \perp \overline{Ap}$, $\overline{Bi} = \overline{Bf}$, so dass $\triangle ABi$, wenn man die Linie \overline{Ai} ziehen würde, das Profil des Erdprismas vorstellt, dessen Gewicht gleich dem Erddrucke D_∞ ist. Staltet man dieses Profil um, indem man $\overline{gi} \perp \overline{Bg}$ zieht, so sind augenscheinlich die beiden Dreiecke ABi und ABg einander gleich, folglich hat man:

$$D_\infty = g \cdot \triangle ABi = g \cdot \triangle ABg.$$

Hiernach ergibt sich die Proportion:

$$D_0 : D_\infty = \overline{Bd} : \overline{Bg};$$

d. h. man kann jetzt, da der Massstab zur Construction beliebig ist, unmittelbar setzen:

$$D_0 = \overline{Aa'} = \overline{Bd}, \quad D_\infty = \overline{Aa''} = \overline{Bg}.$$

Auf diese Weise sind die Druckwerthe für die Grenzfälle durch zwei Linien, die sogleich als Ordinaten verwendet werden,

dargestellt, und es ist sofort möglich, die fraglichen Parabeln $\widehat{Ba'}$ und $\widehat{Ba''}$ zu zeichnen.

Um auch den der Ueberhöhung $\overline{BC} = h$ entsprechenden Erddruck D_h auf die Wandhöhe $\overline{BA} = H$ zu finden, wird man der Constructions-Methode nach Fig. 113 die Aufmerksamkeit zuwenden, somit $\overline{Ap} = \overline{AD}$, $\overline{Ep} \perp \overline{Ap}$ und $\overline{pq} = \overline{Ep}$ machen, und hiedurch das Erdprisma Epq , dessen Gewicht dem Erddrucke gleich ist, erhalten; weiter aber wird man das Profil Epq in das Dreieck $E'pq'$, dessen eine Kathete $\overline{pq'} = H$ gemacht und dessen zweite Kathete $\overline{E'p}$ durch das Ziehen der zu einander parallelen Geraden $\overline{Eq'}$ und $\overline{E'q}$ gesucht wird, verwandeln, damit man schliesslich wieder ein, dem Gewichte nach, der Intension des Erddruckes gleiches Erdprisma findet, von dem das Profil derart ein rechtwinkeliges Dreieck bildet, dass hierin die Eine Kathete durch die Wandhöhe H dargestellt ist, folglich die andere Kathete unmittelbar als Repräsentant des Erddruckes angesehen, und schliesslich die Relation angesetzt werden kann:

$$D_h = \overline{Aa} = \overline{E'p}.$$

Selbstverständlich kann man die analoge Construction für andere Wandhöhen z durchführen, und hiedurch beliebig viele Punkte der Druckveränderungs-Curve \widehat{Ba} erhalten. Das angegebene Verfahren ist, wie man sieht, im Ganzen und Grossen eigentlich dasselbe, welches schon im §. 54 für jeden beliebigen Fall beschrieben wurde, und die Wandhöhe H ist hier insbesondere jene constante Dreiecksseite für die Profilverwandlung, welche dort allgemein mit b bezeichnet erscheint.

§. 60.

Mittelpunkt des Erddruckes in dem voruntersuchten Falle. Ist dieser Mittelpunkt in M (Fig. 118) und hierbei $\overline{AM} = e$, so hat man unter Beibehaltung der sonstigen Bezeichnungen auf Grundlage der allgemeinen Gleichung (190):

$$De = \int_{z=0}^{z=H} y dz \dots\dots\dots (219),$$

wenn man beachtet, dass jetzt die beliebige Wandhöhe $= z$ ist.

In dieser Gleichung hätte man nun für D , und y die entsprechenden Werthe nach den Relationen (215), und (218) einzusetzen und sofort nach der Variablen z innerhalb der hiefür angegebenen Grenzen zu integriren. Nachdem aber die Passirung dieses Weges zu umständlich wäre, so soll, um ein einfacheres Verfahren zu ermöglichen, anstatt der Variablen z der damit correspondirende gleichfalls variable Winkel ψ eingeführt werden, so dass dann die oben angedeutete Integration zwischen den Grenzen $\psi = \alpha$ und $\psi = \delta$ vorzunehmen ist, also geschrieben werden kann:

$$De = \int_{\psi = \alpha}^{\psi = \delta} y dz \dots\dots\dots (220),$$

wobei statt D die bereits früher bestimmte Grösse des Erddruckes, statt z und y aber, den Relationen (212) und (216) gemäss, zu setzen ist:

$$z = h \left(\frac{\text{tg } \alpha}{\text{tg } \psi} - 1. \right),$$

$$y = \frac{1}{2} g h^2 \left(\frac{\cos \psi - \cos \alpha}{\cos \alpha \sin \psi} \right)^2 = \frac{1}{2} g \frac{h^2}{\cos^2 \alpha} \left(\frac{\cos \psi - \cos \alpha}{\sin \psi} \right)^2.$$

Hiernach ergibt sich, wenn man vorläufig blos das statische Druckmoment De berechnet, wegen

$$dz = - h \text{tg } \alpha \frac{d \psi}{\sin^2 \psi} :$$

$$De = - \frac{1}{2} g h^3 \frac{\text{tg } \alpha}{\cos^2 \alpha} \int_{\psi = \alpha}^{\psi = \delta} \left(\frac{\cos \psi - \cos \alpha}{\sin^2 \psi} \right)^2 d\psi \dots\dots (221).$$

Setzt man das allgemeine Integrale:

$$\int \left(\frac{\cos \psi - \cos \alpha}{\sin^2 \psi} \right)^2 d\psi = \text{Function } (\psi) = F(\psi),$$

so erscheint De unter folgender Form:

$$\left. \begin{aligned} De &= - \frac{1}{2} g h^3 \frac{\text{tg } \alpha}{\cos^2 \alpha} \left[F(\delta) - F(\alpha) \right] \dots\dots \\ &= \frac{1}{2} g h^3 \frac{\text{tg } \alpha}{\cos^2 \alpha} \left[F(\alpha) - F(\delta) \right] \dots\dots \end{aligned} \right\} (222).$$

Um das allgemeine Integrale bequemer zu finden, führe man anstatt ψ die Variable $\text{cotg } \psi = u$ ein; hiedurch wird:

$$\begin{aligned}
F(\psi) &= \int \left(\frac{\cos \psi - \cos \alpha}{\sin^2 \psi} \right)^2 d\psi = \int \left(\frac{\cos \psi - \cos \alpha}{\sin \psi} \right)^2 \frac{d\psi}{\sin^2 \psi} \\
&= - \int \left[\cotg \psi - \cos \alpha \sqrt{1 + \cotg^2 \psi} \right]^2 d|\cotg \psi \\
&= - \int \left[u - \cos \alpha \sqrt{1 + u^2} \right]^2 du \\
&= - \int \left[\cos^2 \alpha + (1 + \cos^2 \alpha) u^2 - 2 u \cos \alpha \sqrt{1 + u^2} \right] du \\
&= - u \cos^2 \alpha - \frac{1}{3} (1 + \cos^2 \alpha) u^3 + \frac{2}{3} \cos \alpha (1 + u^2)^{\frac{3}{2}}.
\end{aligned}$$

Substituirt man jetzt den Werth von $u = \cotg \psi$ wieder zurück, so ergibt sich allgemein:

$$F(\psi) = - \cos^2 \alpha \cotg \psi - \frac{1}{3} (1 + \cos^2 \alpha) \cotg^3 \psi + \frac{2}{3} \frac{\cos \alpha}{\sin^3 \psi},$$

daher insbesondere für die erste Integrationsgrenze ($\psi = \alpha$):

$$\begin{aligned}
F(\alpha) &= - \cos^2 \alpha \cotg \alpha - \frac{1}{3} (1 + \cos^2 \alpha) \cotg^3 \alpha + \frac{2}{3} \frac{\cos \alpha}{\sin^3 \alpha} \\
&= \frac{1}{3} \frac{\cos \alpha}{\sin^3 \alpha} \left[-3 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha - (1 + \cos^2 \alpha) \cos^2 \alpha + 2 \right] \\
&= \frac{1}{3} \frac{\cos \alpha}{\sin^3 \alpha} \left[- (1 + 3 \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) \cos^2 \alpha + 2 \right] \\
&= \frac{2}{3} \frac{\cos \alpha}{\sin^3 \alpha} \left[- (1 + \sin^2 \alpha) (1 - \sin^2 \alpha) + 1 \right] \\
&= \frac{2}{3} \frac{\cos \alpha}{\sin^3 \alpha} \cdot \sin^4 \alpha = \frac{2}{3} \sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{3} \sin 2 \alpha;
\end{aligned}$$

ferner für die zweite Integrationsgrenze ($\psi = \delta$):

$$\begin{aligned}
F(\delta) &= - \cos^2 \alpha \cotg \delta - \frac{1}{3} (1 + \cos^2 \alpha) \cotg^3 \delta + \frac{2}{3} \frac{\cos \alpha}{\sin^3 \delta} \\
&= - \frac{1}{3} \left[\frac{3 \cos^2 \alpha}{\tg \delta} + \left(\frac{1 + \cos^2 \alpha}{\tg^3 \delta} \right) - \frac{2 \cos \alpha}{\sin^3 \delta} \right].
\end{aligned}$$

Hiernach ist die Differenz der beiden Functionswerthe:

$$\begin{aligned}
F(\alpha) - F(\delta) &= \frac{1}{3} \left[2 \sin \alpha \cos \alpha + \frac{3 \cos^2 \alpha}{\tg \delta} \right. \\
&\quad \left. + \left(\frac{1 + \cos^2 \alpha}{\tg^3 \delta} \right) - \frac{2 \cos \alpha}{\sin^3 \delta} \right],
\end{aligned}$$

und mit Rücksicht auf die Gleichung (222):

$$\begin{aligned}
De &= \frac{1}{6} gh^3 \frac{\tg \alpha}{\cos^2 \alpha} \left[2 \sin \alpha \cos \alpha + \frac{3 \cos^2 \alpha}{\tg \delta} \right. \\
&\quad \left. + \left(\frac{1 + \cos^2 \alpha}{\tg^3 \delta} \right) - \frac{2 \cos \alpha}{\sin^3 \delta} \right].
\end{aligned}$$

Führt man die ganze Höhe \mathfrak{H} ein, setzt man also nach der Relation (193):

$$h = \mathfrak{H} \frac{\operatorname{tg} \delta}{\operatorname{tg} \alpha}, \text{ so ergibt sich:}$$

$$\begin{aligned} De &= \frac{1}{6} g \mathfrak{H}^3 \frac{\operatorname{tg}^3 \delta}{\sin^2 \alpha} \left[2 \sin \alpha \cos \alpha + \frac{3 \cos^2 \alpha}{\operatorname{tg} \delta} \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{1 + \cos^2 \alpha}{\operatorname{tg}^3 \delta} \right) - \frac{2 \cos \alpha}{\sin^3 \delta} \right] \\ &= \frac{1}{6} g \mathfrak{H}^3 \left[\frac{2 \operatorname{tg}^3 \delta}{\operatorname{tg} \alpha} + \frac{3 \operatorname{tg}^2 \delta}{\operatorname{tg}^2 \alpha} + \frac{1 + \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} - \frac{2 \cos \alpha}{\sin^2 \alpha \cos^3 \delta} \right], \end{aligned}$$

also, wegen

$$\frac{1 + \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = \frac{\left(\frac{1}{\cos^2 \alpha} + 1 \right)}{\left(\frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} \right)} = \frac{2 + \operatorname{tg}^2 \alpha}{\operatorname{tg}^2 \alpha},$$

und

$$\frac{\cos \alpha}{\sin^2 \alpha \cos^3 \delta} = \frac{1}{\sin \alpha \operatorname{tg} \alpha \cos^3 \delta},$$

der weitere Ausdruck:

$$\begin{aligned} De &= \frac{1}{6} g \mathfrak{H}^3 \left[\frac{2 \operatorname{tg}^3 \delta}{\operatorname{tg} \alpha} + \frac{3 \operatorname{tg}^2 \delta}{\operatorname{tg}^2 \alpha} + \frac{2 + \operatorname{tg}^2 \alpha}{\operatorname{tg}^2 \alpha} - \frac{2}{\sin \alpha \operatorname{tg} \alpha \cos^3 \delta} \right] \\ &= \frac{1}{6} g \mathfrak{H}^3 \left[1 + \frac{2 + 3 \operatorname{tg}^2 \delta}{\operatorname{tg}^2 \alpha} + \frac{2 \operatorname{tg}^3 \delta}{\operatorname{tg} \alpha} - \frac{2}{\sin \alpha \operatorname{tg} \alpha \cos^3 \delta} \right]. \end{aligned}$$

Setzt man nun wieder, wie im §. 57, der Abkürzung halber $\operatorname{tg} \alpha = a$ und $\operatorname{tg} \delta = b$, und beachtet zugleich die Relation:

$$\frac{2}{\sin \alpha \operatorname{tg} \alpha \cos^3 \delta} = \frac{2 \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}}{\operatorname{tg}^2 \alpha} (1 + \operatorname{tg}^2 \delta)^{\frac{3}{2}},$$

so findet man endlich für das statische Druckmoment die Gleichung:

$$\begin{aligned} De &= \frac{1}{6} g \mathfrak{H}^3 \left[1 + \frac{2 + 3 b^2}{a^2} + \frac{2 b^3}{a} - \frac{2 \sqrt{1 + a^2}}{a^2} (1 + b^2)^{\frac{3}{2}} \right] \\ &= \frac{1}{6} g \frac{\mathfrak{H}^3}{a^2} \left[2 + a^2 + 3 b^2 + 2 a b^3 - 2 \sqrt{1 + a^2} (1 + b^2)^{\frac{3}{2}} \right] \quad (223). \end{aligned}$$

Indem man dieses Moment De durch die Grösse des Erddruckes D dividirt, erhält man unmittelbar den Abstand e dieses Druckes von der Wandbasis, daher, wenn hiebei der in Gleichung (205) erscheinende Werth von D berücksichtigt wird:

$$e = \frac{1}{3} \mathfrak{H} \frac{2 + a^2 + 3b^2 + 2ab^3 - 2\sqrt{1+a^2}(1+b^2)^{\frac{3}{2}}}{(\sqrt{1+a^2} - \sqrt{1+b^2})^2},$$

oder, in soferne man anstatt \mathfrak{H} die Wandhöhe H einführt, also unter Bezugnahme auf die Gleichung (194)

$$\mathfrak{H} = H \left(\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \delta} \right) = H \left(\frac{a}{a-b} \right)$$

setzt:

$$\begin{aligned} e &= \frac{1}{3} H \left(\frac{a}{a-b} \right) \frac{2 + a^2 + 3b^2 + 2ab^3 - 2\sqrt{1+a^2}(1+b^2)^{\frac{3}{2}}}{(\sqrt{1+a^2} - \sqrt{1+b^2})^2} \\ &= \frac{1}{3} m H, \end{aligned}$$

wobei m ein Coefficient ist, welcher durch die Gleichung:

$$m = \left(\frac{a}{a-b} \right) \frac{2 + a^2 + 3b^2 + 2ab^3 - 2\sqrt{1+a^2}(1+b^2)^{\frac{3}{2}}}{(\sqrt{1+a^2} - \sqrt{1+b^2})^2}$$

ausgedrückt erscheint, und denjenigen Factor bezeichnet, mit dem man $\frac{1}{3} H$ zu multipliciren hat, um den in Frage stehenden Abstand e zu finden.

Es handelt sich nun darum, diesen Factor auf eine einfachere Form zu bringen. Geschieht dies, so ergibt sich:

$$m = \left(\frac{a}{a-b} \right) \left[1 + \frac{2b\sqrt{1+b^2}}{a\sqrt{1+b^2} + b\sqrt{1+a^2}} \right]^*.$$

*) Um diesen Ausdruck zu finden, kann man verfahren, wie folgt:
Zunächst ist nach der obigen Gleichung:

$$\begin{aligned} m &= \left(\frac{a}{a-b} \right) \frac{2 + a^2 + 3b^2 + 2ab^3 - 2\sqrt{1+a^2}(1+b^2)^{\frac{3}{2}}}{(\sqrt{1+a^2} - \sqrt{1+b^2})^2} \\ &= \left(\frac{a}{a-b} \right) \frac{Z}{N^2} \end{aligned}$$

indem man der Kürze wegen den Zähler des irrationalen Bruches mit Z und seinen Nenner mit N bezeichnet.

Beachtet man, dass anstatt

$$\sqrt{1+a^2}(1+b^2)^{\frac{3}{2}} \text{ auch } (1+b^2)\sqrt{(1+a^2)(1+b^2)}$$

geschrieben werden kann, so hat man:

$$\frac{Z}{N} = \frac{2 + a^2 + 3b^2 + 2ab^3 - 2(1+b^2)\sqrt{(1+a^2)(1+b^2)}}{(\sqrt{1+a^2} - \sqrt{1+b^2})^2}.$$

Macht man in diesem Bruche den Nenner rational, so hat man Z und N mit $(\sqrt{1+a^2} + \sqrt{1+b^2})^2$ zu multipliciren, wodurch eine neue Bruch-

Noch in einer anderen Art lässt sich der Coefficient m darstellen, denn es ist, wenn man in der letzten Gleichung die beiden Hauptfactoren mit einander multiplicirt:

$$\begin{aligned} m &= \frac{a}{(a+b)} + \frac{2ab}{(a+b)} \cdot \frac{\sqrt{1+b^2}}{(a\sqrt{1+b^2} + b\sqrt{1+a^2})} \\ &= 1 - \frac{b}{(a+b)} + \frac{b}{(a+b)} \cdot \frac{2a\sqrt{1+b^2}}{(a\sqrt{1+b^2} + b\sqrt{1+a^2})} \\ &= 1 + \frac{b}{(a+b)} \left[\frac{a\sqrt{1+b^2} - b\sqrt{1+a^2}}{a\sqrt{1+b^2} + b\sqrt{1+a^2}} \right], \end{aligned}$$

also, indem man den Nenner rational macht:

$$\begin{aligned} m &= 1 + \left(\frac{b}{a+b} \right) \frac{(a\sqrt{1+b^2} - b\sqrt{1+a^2})^2}{(a^2 - b^2)} \\ &= 1 + \left(\frac{b}{a-b} \right) \left[\frac{a\sqrt{1+b^2} - b\sqrt{1+a^2}}{a+b} \right]^2, \end{aligned}$$

oder, wenn man den Zähler rational erhalten will:

$$\begin{aligned} m &= 1 + \left(\frac{b}{a+b} \right) \frac{(a^2 - b^2)}{(a\sqrt{1+b^2} + b\sqrt{1+a^2})^2} \\ &= 1 + \frac{b(a-b)}{(a\sqrt{1+b^2} + b\sqrt{1+a^2})^2}. \end{aligned}$$

Die letzte Gleichung ist dann zur Anwendung bequem, wenn der Unterschied zwischen a und b verhältnissmässig klein ist.

form zum Vorschein kommt, worin der Zähler und Nenner mit Z' und beziehungsweise N' bezeichnet werden soll, so dass zu setzen ist:

$$\frac{Z'}{N'} = \frac{Z(\sqrt{1+a^2} + \sqrt{1+b^2})^2}{N(\sqrt{1+a^2} + \sqrt{1+b^2})^2}.$$

Es ist aber, wenn man das angezeigte Quadrat bildet, der neue Zähler:

$$\begin{aligned} Z' &= Z [2 + a^2 + b^2 + 2\sqrt{(1+a^2)(1+b^2)}] \\ &= [2 + a^2 + 3b^2 + 2ab^3 - 2(1+b^2)\sqrt{(1+a^2)(1+b^2)}] \times \\ &\quad [2 + a^2 + b^2 + 2\sqrt{(1+a^2)(1+b^2)}], \end{aligned}$$

daher, wenn man die beabsichtigte Multiplication ausführt, und sodann reducirt:

$$\begin{aligned} Z' &= (a-b)^2 [a^2 - b^2 + 2ab(1+b^2) - 2b^2\sqrt{(1+a^2)(1+b^2)}] \\ &= (a-b)^2 (a^2 - b^2) \left[1 + \frac{2b\sqrt{1+b^2}}{a^2 - b^2} (a\sqrt{1+b^2} - b\sqrt{1+a^2}) \right] \\ &= (a+b)(a-b)^3 \left[1 + \frac{2b\sqrt{1+b^2}}{a^2 - b^2} (a\sqrt{1+b^2} - b\sqrt{1+a^2}) \right] \end{aligned}$$

endlich, wenn beachtet wird, dass man setzen kann:

Stellt man die gefundenen Resultate zusammen, so hat man:

$$e = \frac{1}{3} m H \dots \dots \dots (224),$$

$$m = \frac{a}{(a+b)} \left[1 + \frac{2b\sqrt{1+b^2}}{a\sqrt{1+b^2} + b\sqrt{1+a^2}} \right] \dots \dots \dots (225)$$

$$= 1 + \frac{b}{(a-b)} \left[\frac{a\sqrt{1+b^2} - b\sqrt{1+a^2}}{a+b} \right]^2 \dots \dots \dots (226)$$

$$= 1 + \frac{b(a-b)}{(a\sqrt{1+b^2} + b\sqrt{1+a^2})^2} \dots \dots \dots (227),$$

worin $a = \operatorname{tg} \alpha$ und $b = \operatorname{tg} \delta$ ist.

Für die im vorigen §. bemerkten beiden Grenzfälle ist einerseits, wegen $\delta = 0$, auch $b = 0$, und andererseits, wegen $\alpha = \delta$, auch $a = b$; somit findet man für beide Fälle, und zwar augenblicklich aus der Formel (227):

$$m = 1, \text{ folglich } e = \frac{1}{3} H,$$

was mit den bereits früher gefundenen Resultaten für die Lage des Druckmittelpunktes in den Untersuchungen des ersten und zweiten Capitels des laufenden Abschnittes übereinstimmt und auch übereinstimmen muss, weil die Oberfläche des Erdreiches im ersten Grenzfalle horizontal und im gleichen Niveau mit der Wandkrone liegt, im zweiten Grenzfalle aber fortan nach der

$$(a^2 - b^2) = [a\sqrt{1+b^2}]^2 - [b\sqrt{1+a^2}]^2 \\ = (a\sqrt{1+b^2} - b\sqrt{1+a^2})(a\sqrt{1+b^2} + b\sqrt{1+a^2}),$$

auch:

$$Z' = (a+b)(a-b)^3 \left[1 + \frac{2b\sqrt{1+b^2}}{a\sqrt{1+b^2} + b\sqrt{1+a^2}} \right].$$

Der neue Nenner ergibt sich mit:

$$N' = (\sqrt{1+a^2} - \sqrt{1+b^2})^2 (\sqrt{1+a^2} + \sqrt{1+b^2})^2 \\ = (a^2 - b^2)^2 = (a+b)^2 (a-b)^2.$$

Hieraus findet man die neue Bruchform, nämlich:

$$\frac{Z'}{N'} = \frac{Z}{N} = \frac{(a-b)}{(a+b)} \left[1 + \frac{2b\sqrt{1+b^2}}{a\sqrt{1+b^2} + b\sqrt{1+a^2}} \right],$$

mit deren Benützung aber sofort die im Texte angegebene Relation:

$$m = \left(\frac{a}{a-b} \right) \frac{Z}{N} = \left(\frac{a}{a+b} \right) \left[1 + \frac{2b\sqrt{1+b^2}}{a\sqrt{1+b^2} + b\sqrt{1+a^2}} \right].$$

natürlichen Böschung ansteigt, wie dies in der That in jenen Capiteln vorausgesetzt ward. Sonst aber ist $m > 1$, somit $e > \frac{1}{3} H$, was anzeigt, dass in allen Fällen, welche innerhalb der angedeuteten Grenzen enthalten sind, also, wenn die in der Fig. 112 angedeutete Erdüberhöhung h eine beliebige Grösse, zwischen 0 und ∞ , hat, der Mittelpunkt des Erddruckes, von der Wandbasis an gerechnet, etwas über den dritten Theil der Wandhöhe hinaus zu liegen kommt. Mit Berücksichtigung der beiden Grenzfälle kann man daher schreiben:

$$m \geq 1 \text{ und } e \geq \frac{1}{3} H \dots\dots\dots (228):$$

Ex. Für das am Schlusse des §. 58 angegebene Beispiel sind folgende Daten einzusetzen:

$$H = 10 \text{ Fuss, } \operatorname{tg} \alpha = a = 1 \text{ und } \operatorname{tg} \delta = b = \frac{1}{2},$$

somit erhält man nach einer der obigen Formeln, etwa aus jener unter (225):

$$\begin{aligned} m &= \frac{2}{3} \left[1 + \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5} + \sqrt{2}} \right] = \frac{2}{3} [1 + \frac{1}{3} \sqrt{5} (\sqrt{5} - \sqrt{2})] \\ &= \frac{2}{3} (8 - \sqrt{10}) = 1.075, \\ e &= \frac{1}{3} m H = 0.358 H = 3.58 \text{ Fuss.} \end{aligned}$$

Zur Vereinfachung solcher Rechnungen kann man diejenige Tabelle XII benützen, in welcher für verschiedene Werthe von a und b die Resultate für $\frac{e}{H} = \frac{1}{3} m$ eingetragen erscheinen.

Anmerkung.

Anknüpfend an die Anmerkung auf Seite 250 ist hier zu erwähnen, dass auch das von Poncelet (wenn auch formell etwas abweichend) entwickelte Druckmoment, welches in der Gleichung (223) mit De bezeichnet erscheint, das richtige Resultat ergibt. Die zur Herstellung des Werthes von e selbst nothwendige Division des Druckmomentes De durch den Druck D jedoch findet man weder in der Abhandlung Poncelet's noch anderswo allgemein durchgeführt, welche Division wohl in der Vermuthung, hiedurch kaum zu einem in Bezug auf bequemen Gebrauch befriedigenden Resultate zu gelangen, unterblieben sein dürfte. Die Formeln (224) bis (227) zeigen indessen, dass dem nicht so sei, indem dieselben keineswegs complicirt sind, vielmehr eine bemerkenswerthe Uebersichtlichkeit gewähren.

XII. Tabelle.

Werthe von: $\frac{e}{H} = \frac{1}{3} \left(\frac{a}{a+b} \right) \left[1 + \frac{2b\sqrt{1+b^2}}{a\sqrt{1+b^2} + b\sqrt{1+a^2}} \right] = \frac{1}{3} \left\{ 1 + \left(\frac{b}{a-b} \right) \left[\frac{a\sqrt{1+b^2} - b\sqrt{1+a^2}}{a+b} \right]^2 \right\} = \frac{1}{3} \left\{ 1 + \frac{b(a-b)}{(a\sqrt{1+b^2} + b\sqrt{1+a^2})^2} \right\}$, zur Berechnung des Hebelsarmes e für den Erddruck D , welchen die Stützwand erleidet.

$\frac{H}{e}$	$b = \operatorname{tg} \delta = \frac{h}{(H+h)} \operatorname{tg} \alpha$, für das Niveau von dem die Stützwand überragenden Erdrplateau:																				
	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0
2.0	0.333	0.346	0.353	0.356	0.356	0.356	0.354	0.352	0.350	0.348	0.346	0.344	0.343	0.341	0.340	0.338	0.337	0.336	0.335	0.334	0.333
1.9	0.333	0.346	0.354	0.356	0.357	0.356	0.354	0.352	0.350	0.348	0.346	0.344	0.342	0.341	0.339	0.338	0.336	0.335	0.334	0.333	0.333
1.8	0.333	0.347	0.354	0.357	0.358	0.357	0.355	0.353	0.350	0.348	0.346	0.344	0.342	0.340	0.339	0.337	0.336	0.334	0.333	0.333	0.333
1.7	0.333	0.349	0.355	0.358	0.358	0.357	0.355	0.353	0.352	0.348	0.346	0.344	0.342	0.340	0.338	0.336	0.335	0.334	0.333	0.333	0.333
1.6	0.333	0.349	0.357	0.359	0.359	0.358	0.355	0.353	0.350	0.347	0.345	0.343	0.342	0.338	0.336	0.335	0.335	0.334	0.333	0.333	0.333
1.5	0.333	0.350	0.358	0.360	0.360	0.358	0.356	0.353	0.349	0.347	0.344	0.342	0.339	0.337	0.335	0.333	0.333	0.333	0.333	0.333	0.333
1.4	0.333	0.351	0.359	0.361	0.361	0.359	0.356	0.353	0.349	0.346	0.343	0.340	0.338	0.335	0.333	0.333	0.333	0.333	0.333	0.333	0.333
1.3	0.333	0.352	0.360	0.363	0.362	0.359	0.356	0.351	0.348	0.345	0.342	0.338	0.335	0.333	0.333	0.333	0.333	0.333	0.333	0.333	0.333
1.2	0.333	0.353	0.362	0.364	0.362	0.359	0.356	0.351	0.348	0.343	0.339	0.336	0.333	0.333	0.333	0.333	0.333	0.333	0.333	0.333	0.333
1.1	0.333	0.354	0.363	0.365	0.363	0.359	0.354	0.350	0.345	0.341	0.337	0.333	0.333	0.333	0.333	0.333	0.333	0.333	0.333	0.333	0.333
1.0	0.333	0.356	0.365	0.366	0.363	0.358	0.353	0.348	0.343	0.338	0.333	0.333	0.333	0.333	0.333	0.333	0.333	0.333	0.333	0.333	0.333

$a = \operatorname{tg} \alpha$, für die natürliche Erdböschung:

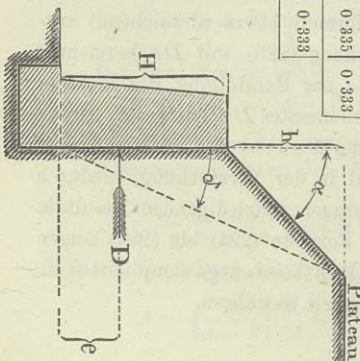
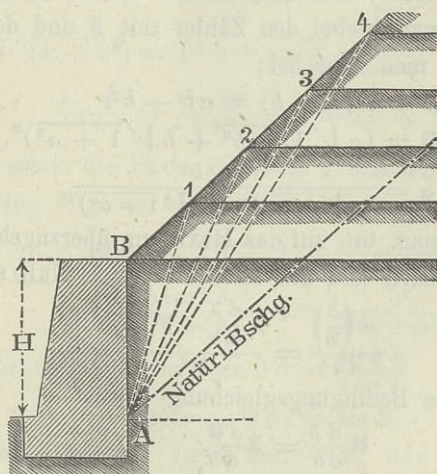


Fig. 120.

Nachdem für die vorbezeichneten zwei Grenzfälle, nämlich einerseits für $b = 0$ und andererseits für $a = b$, insbesondere $e = \frac{1}{3}H$, sonst aber stets $e > \frac{1}{3}H$ wird, so leuchtet, unter gleichzeitiger Rücksichtnahme auf die in der Tabelle XII erscheinende Zusammenstellung, ohneweiters ein, dass ein Maximum von e vorhanden sein muss, welches zu einem gewissen, vorläufig noch unbekanntem Werthe von b , beziehungsweise von δ und h , gehören wird.

Wenn man sich daher vorstellt, dass das Erdplateau, von der Wandkrone B (Fig. 121) angefangen, nach und nach immer höher hinaufgerückt wird, so dass es aufeinanderfolgend in das

Fig. 121.



Niveau der Punkte 1, 2, 3, 4, u. s. w. gelangt, so wird der Mittelpunkt des Erddruckes, welcher anfänglich von der Wandbasis A um den dritten Theil der Wandhöhe entfernt liegt, eine Zeit lang allmählig emporsteigen, bis er bei einer gewissen Höhenlage des Plateaus seinen höchsten Stand einnimmt, hierauf aber allmählig wieder herabsinken, und schliesslich, wenn das Plateau in eine unendlich grosse Entfernung gelangt, in seine anfängliche Lage zurückkehren; so dass der Spielraum für die Bewegung des Druckmittelpunktes, ähnlich wie jener einer Pendel-

bewegung, an gewisse unüberschreitbare Grenzen gebunden erscheint.

Um dieses bemerkenswerthe Verhalten der Resultirenden des Erddruckes gegenüber der Höhenlage des Erdplateaus näher anschaulich zu machen, ist es nöthig, zunächst zu untersuchen, für welchen Werth von δ der Hebelsarm e , daher auch der Coefficient m , unter übrigens gleichen Umständen am grössten wird.

In dieser Absicht benütze man die Gleichung (227):

$$m = 1 + \frac{b(a-b)}{(a\sqrt{1+b^2} + b\sqrt{1+a^2})^2},$$

und beachte, dass m ein Maximum wird, wenn das Gleiche mit dem auf der rechten Seite des Gleichheits-Zeichens vorkommenden zweiten Gliede, das in Bruchform erscheint, stattfindet.

Drückt man hiebei den Zähler mit \mathfrak{B} und den Nenner mit \mathfrak{N} aus, so hat man zunächst:

$$\begin{aligned}\mathfrak{B} &= b(a-b) = ab - b^2, \\ \mathfrak{N} &= (a\sqrt{1+b^2} + b\sqrt{1+a^2})^2, \\ \frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{N}} &= \frac{ab - b^2}{(a\sqrt{1+b^2} + b\sqrt{1+a^2})^2},\end{aligned}$$

daher, indem man, um auf das Maximum überzugehen, den Bruch nach b differenzirt, und das Resultat gleich Null setzt:

$$\frac{d\left(\frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{N}}\right)}{db} = \frac{\mathfrak{N} \frac{d\mathfrak{B}}{db} - \mathfrak{B} \frac{d\mathfrak{N}}{db}}{\mathfrak{N}^2} = 0,$$

woraus sich die Bedingungsgleichung ergibt:

$$\mathfrak{N} \frac{d\mathfrak{B}}{db} = \mathfrak{B} \frac{d\mathfrak{N}}{db}.$$

Nun ist aber einerseits:

$$\frac{d\mathfrak{B}}{db} = a - 2b,$$

und andererseits:

$$\frac{d\mathfrak{N}}{db} = 2(a\sqrt{1+b^2} + b\sqrt{1+a^2}) \left(\frac{ab}{\sqrt{1+b^2}} + \sqrt{1+a^2} \right),$$

somit in Folge jener Bedingungsgleichung, indem man gleich nach Zulässigkeit abkürzt:

$$\begin{aligned}&(a\sqrt{1+b^2} + b\sqrt{1+a^2})(a-2b) \\ &= 2b(a-b) \left(\frac{ab}{\sqrt{1+b^2}} + \sqrt{1+a^2} \right).\end{aligned}$$

Schafft man in dieser Gleichung den Bruch weg, führt die sich ergebenden Multiplicationen aus, sondert die rationalen Glieder von dem mit dem Wurzelzeichen behafteten Theile, und reducirt, so ergibt sich folgende Gleichung:

$$a(1 - b^2) - 2b = b \sqrt{(1 + a^2)(1 + b^2)},$$

und, wenn man beiderseits durch $2b$ dividirt, weiter:

$$a \left(\frac{1 - b^2}{2b} \right) - 1 = \frac{1}{2} \sqrt{(1 + a^2)(1 + b^2)}.$$

Die fernere Entwicklung kann in verschiedener Art geschehen; am einfachsten gestaltet sich solche, wenn man jetzt auf die Tangentenwerthe $\operatorname{tg} \alpha = a$ und $\operatorname{tg} \delta = b$ zurückkehrt.

Hiernach ist:

$$\sqrt{(1 + a^2)} = \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{1}{\cos \alpha},$$

$$\sqrt{(1 + b^2)} = \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \delta} = \frac{1}{\cos \delta},$$

$$\frac{1 - b^2}{2b} = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \delta}{2 \operatorname{tg} \delta} = \operatorname{cotg} 2 \delta,$$

und es nimmt somit die letzte zwischen a und b bestehende Bedingungsgleichung folgende Gestalt an:

$$\operatorname{tg} \alpha \operatorname{cotg} 2 \delta - 1 = \frac{1}{2 \cos \alpha \cos \delta},$$

$$\frac{\sin \alpha \cos 2 \delta}{\cos \alpha \sin 2 \delta} - 1 = \frac{1}{2 \cos \alpha \cos \delta},$$

$$\sin \alpha \cos 2 \delta - \cos \alpha \sin 2 \delta = \frac{\sin 2 \delta}{2 \cos \delta},$$

$$\sin(\alpha - 2 \delta) = \sin \delta,$$

woraus schliesslich, wegen $(\alpha - 2 \delta) = \delta$, die ebenso einfache wie merkwürdige Relation folgt:

$$\delta = \frac{1}{3} \alpha \dots \dots \dots (229).$$

Da bereits vorhergesehen ward, dass es sich hier um ein Maximum von e in Bezug auf b , beziehungsweise δ , handelt, so kann unterlassen werden, zur näheren Begründung desselben auch auf den zweiten Differential-Quotienten von e nach b einzugehen.

Um den Maximalwerth von e , er heisse e' , zu finden, welcher nämlich für $\delta = \frac{1}{3} \alpha$ entsteht, so wird es gut sein, den allgemeinen Ausdruck für m vorläufig als eine trigonometrische

Function darzustellen, also gleichfalls die Tangentenwerthe $\operatorname{tg} \alpha = a$ und $\operatorname{tg} \delta = b$ einzuführen. Hiernach erhält man auf Grundlage der Relation (227) zunächst allgemein für jeden Werth des Winkels δ :

$$m = 1 + \frac{\operatorname{tg} \delta (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \delta)}{\left(\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\cos \delta} + \frac{\operatorname{tg} \delta}{\cos \alpha} \right)^2},$$

oder, indem man den Zähler und Nenner des in dieser Gleichung vorkommenden Bruches mit $\cos^2 \alpha \cos^2 \delta$ multiplicirt:

$$\begin{aligned} m &= 1 + \frac{\cos \alpha \sin \delta (\sin \alpha \cos \delta - \cos \alpha \sin \delta)}{(\sin \alpha + \sin \delta)^2} \\ &= 1 + \frac{\cos \alpha \sin \delta \sin (\alpha - \delta)}{4 \sin^2 \left(\frac{\alpha + \delta}{2} \right) \cos^2 \left(\frac{\alpha - \delta}{2} \right)}, \end{aligned}$$

daher insbesondere für $\delta = \frac{1}{3} \alpha$, wofür der betreffende Werth von m ein Maximum wird und mit m' bezeichnet werden soll:

$$\begin{aligned} m' &= 1 + \frac{\cos \alpha \sin \frac{1}{3} \alpha \sin \frac{2}{3} \alpha}{4 \sin^2 \frac{2}{3} \alpha \cos^2 \frac{1}{3} \alpha} \\ &= 1 + \frac{\cos \alpha \sin \frac{1}{3} \alpha}{4 \sin \frac{2}{3} \alpha \cos^2 \frac{1}{3} \alpha} \\ &= 1 + \frac{1}{8} \frac{\cos \alpha}{\cos^3 \frac{\alpha}{3}}. \end{aligned}$$

Nun ist aber für jeden Winkel Θ :

$$\cos 3 \Theta = 4 \cos^3 \Theta - 3 \cos \Theta,$$

also auch für $3 \Theta = \alpha$:

$$\cos \alpha = 4 \cos^3 \frac{\alpha}{3} - 3 \cos \frac{\alpha}{3},$$

und hiernach:

$$\begin{aligned} m' &= 1 + \frac{4 \cos^3 \frac{\alpha}{3} - 3 \cos \frac{\alpha}{3}}{8 \cos^3 \frac{\alpha}{3}} \\ &= \frac{3}{2} - \frac{3}{8} \frac{1}{\cos^2 \frac{\alpha}{3}} = \frac{3}{8} \left(4 - \frac{1}{\cos^2 \frac{\alpha}{3}} \right) \\ &= \frac{3}{8} \left[4 - \left(1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{3} \right) \right], \end{aligned}$$

daher schliesslich:

$$m' = \frac{3}{8} \left(3 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{3} \right),$$

und der Maximal-Hebelsarm e' selbst:

$$e' = \max e = \frac{1}{3} m' H = \frac{1}{8} \left(3 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{3} \right) H \dots (230).*$$

Berechnet man nunmehr die Grösse der Erdüberhöhung, für welche dieser Maximalwerth e' eintritt, so muss man auf die Gleichung (193) zurückgehen, aus welcher man allgemein erhält:

$$\frac{h}{H} = \frac{\operatorname{tg} \delta}{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \delta} = \frac{\cos \alpha \sin \delta}{\sin (\alpha - \delta)} \dots (231),$$

daher insbesondere für $\delta = \frac{1}{3} \alpha$, wenn man die entsprechende Ueberhöhung h' heisst:

$$\begin{aligned} \frac{h'}{H} &= \frac{\cos \alpha \sin \frac{1}{3} \alpha}{\sin \frac{2}{3} \alpha} = \frac{\cos \alpha}{2 \cos \frac{1}{3} \alpha} \\ &= \frac{4 \cos^3 \frac{\alpha}{3} - 3 \cos \frac{\alpha}{3}}{2 \cos \frac{\alpha}{3}} \\ &= 2 \cos^2 \frac{\alpha}{3} - \frac{3}{2} \dots (232). \end{aligned}$$

Dieser Ausdruck lässt sich noch anders darstellen, wie folgt:

$$\begin{aligned} \frac{h'}{H} &= \left(1 + \cos \frac{2}{3} \alpha \right) - \frac{3}{2} = \left(\cos \frac{2}{3} \alpha - \frac{1}{2} \right) \\ &= \cos \frac{2}{3} \alpha - \cos 60^\circ \\ &= 2 \sin \left(30^\circ + \frac{\alpha}{3} \right) \sin \left(30^\circ - \frac{\alpha}{3} \right) \dots (233). \end{aligned}$$

Ex. Ist $\operatorname{tg} \alpha = 1$, somit $\alpha = 45^\circ$, so findet man:

$$\begin{aligned} \frac{\alpha}{3} &= 15^\circ, \operatorname{tg} \frac{\alpha}{3} = (2 - \sqrt{3}), \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{3} = (7 - 4\sqrt{3}), \\ \cos^2 \frac{\alpha}{3} &= \frac{1 + \cos \frac{2}{3} \alpha}{2} = \frac{1 + \cos 30^\circ}{2} = \frac{1}{2} (2 + \sqrt{3}), \end{aligned}$$

daher nach der Gleichung (230):

*) Für eine tropfbare Flüssigkeit ist $\alpha = 90^\circ$ und das Plateau kommt dann jedenfalls für alle Winkel δ in das Niveau der Wandkrone zu liegen, wonach $e = \frac{1}{3} H$ werden muss. In der That ergibt sich aus der obigen Formel dieses Resultat, wenn man berücksichtigt, dass in diesem besonderen Falle $\operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{3} = \operatorname{tg}^2 30 = \frac{1}{3}$ ist.

$$e' = \max e = \left(\frac{\sqrt{3} - 1}{2} \right) H = 0.366 H,$$

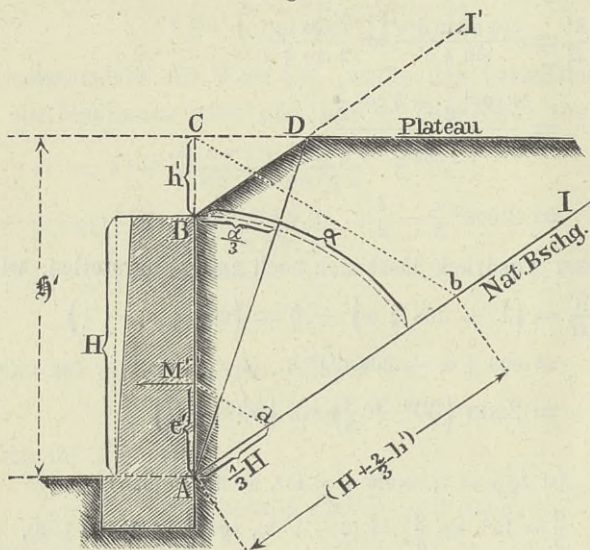
nach der Gleichung (232) aber:

$$h' = \left(\frac{\sqrt{3} - 1}{2} \right) H = 0.366 H,$$

so dass in diesem beispieleweisen Falle $e' = h'$ wird.

Die oben gefundenen Werthe für h' und e' lassen sich leicht durch Zeichnung darstellen. Was nämlich die Ueberhöhung h' betrifft, so ergibt sich diese einfach durch die Construction des Winkels $\delta = \frac{1}{3} \alpha$, welcher die Lage des Erdplateaus bestimmt. Siehe die Figur 122.

Fig. 122.



In dieser erscheinen die Grössen $\overline{AB} = H$ und $\sphericalangle CAI = \sphericalangle CBI = \alpha$ gegeben, und hiernach ist $\sphericalangle CAD = \frac{1}{3} \alpha$ construirt, wodurch die Lage des Erdplateaus, die Ueberhöhung $\overline{BC} = h'$ und die ganze Höhe $\overline{AC} = h' = (H + h')$ unmittelbar gefunden sind. Jetzt liegt der Mittelpunkt des Erddruckes, durch welchen dieser letztere als Resultirende geht, in M' und zugleich am höchsten; derselbe rückt daher jedenfalls tiefer, wenn die Erdüberhöhung \overline{BC} vergrössert oder verkleinert wird.

Bezüglich der Auffindung dieses Druckmittelpunktes M' in grafischer Weise beachte man, dass sich zwischen e' und h' eine Relation herstellen lässt, indem man die Gleichungen (230) und (232) mit einander in Verbindung bringt.

Es ist nämlich einerseits:

$$\frac{e'}{H} = \frac{1}{3} \left(3 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{3} \right) = \frac{1}{3} \left(4 - \frac{1}{\cos^2 \frac{\alpha}{3}} \right),$$

und andererseits:

$$\frac{h'}{H} = 2 \cos^2 \frac{\alpha}{3} - \frac{3}{2},$$

daher, wenn man aus diesen Gleichungen die Grösse $\cos^2 \frac{\alpha}{3}$ eliminiert:

$$\frac{e'}{H} = \frac{1 + \frac{h'}{H}}{3 + 2 \frac{h'}{H}} = \frac{H + h'}{3H + 2h'} = \frac{1}{3} \left(\frac{H + h'}{H + \frac{2}{3}h'} \right) \dots \dots \dots (234),$$

woraus die Proportion folgt:

$$e' : \frac{1}{3}H = (H + h') : (H + \frac{2}{3}h') \dots \dots \dots (235),$$

die zur grafischen Darstellung geeignet ist. In der vorigen Figur erscheint dieselbe bereits durchgeführt. Es wurde dort $\overline{Ab} = (\overline{AB} + \frac{2}{3}\overline{BC}) = (H + \frac{2}{3}h')$ und $\overline{Aa} = \frac{1}{3}\overline{AB} = \frac{1}{3}H$ gemacht, sodann aber $\overline{M'a} \parallel \overline{Cb}$ gezogen und hiedurch der Druckmittelpunkt M' gefunden, so dass $\overline{AM'} = e'$ in der That den Abstand der Resultirenden des Erddruckes von der Basis vorstellt. Denn man erhält jetzt wegen der Aehnlichkeit der beiden Dreiecke ACb und $AM'a$ offenbar die Proportion:

$$\begin{aligned} \overline{AM'} : \overline{Aa} &= \overline{AC} : \overline{Ab}, \\ \overline{AM'} : \frac{1}{3}H &= (H + h') : (H + \frac{2}{3}h'), \end{aligned}$$

also aus der Vergleichung derselben mit jener unter (235) unmittelbar:

$$\overline{AM'} = e'.$$

Aus dem in der Gleichung (230) für e' gegebenen Maximalwerth ist ersichtlich, dass, weil α jedenfalls grösser als Null ist,

stets $e' < \frac{3}{8} H$ werden muss, daher mit gleichzeitiger Rücksichtnahme auf das Resultat (228) die allgemeine Relation besteht:

$$\frac{1}{3} H \overline{e} < \frac{3}{8} H \dots \dots \dots (236),$$

d. h.: Die Grösse des Hebelsarmes e variirt zwar mit der Höhenlage des Erdplateaus, ist aber jedenfalls zwischen den Grenzwerten $\frac{1}{3} H = 0.333 H$ und $\frac{3}{8} H = 0.375 H$ eingeschlossen, von welchen übrigens nur der erste erreicht werden kann, wenn nämlich die Erdüberhöhung entweder Null oder unendlich gross wird.

Da die gedachten Grenzwerte nicht weit auseinander liegen, kann man sich vom praktischen Standpunkte aus erlauben, mit Ausnahme der Fälle, in welchen die Erdüberhöhung h im Vergleiche zur Wandhöhe H weder sehr klein noch sehr gross ist, den Hebelsarm für die Resultirende des Erddruckes, von der Wandbasis an gezählt, geradezu mit dem arithmetischen Mittel aus jenen Grenzwerten zu bemessen, daher annäherungsweise anzunehmen:

$$e = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} + \frac{3}{8} \right) H = \frac{17}{48} H = 0.35 H \dots \dots \dots (237),$$

während in den erwähnten Ausnahmefällen es genügen wird, ohne Weiters zu setzen:

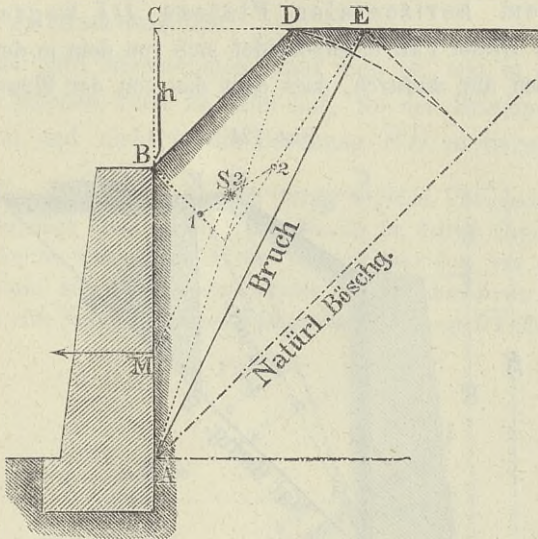
$$e = \frac{1}{3} H \dots \dots \dots (238).$$

Noch ein anderes Annäherungsverfahren ist zulässig. Dieses besteht darin, dass man in dem trapezoidförmigen Profile des Bruchprismas $ABDE$ (Fig. 123) den Schwerpunkt S entweder durch Zeichnung oder durch Rechnung aufsucht, und denselben parallel zur Bruchfläche \overline{AE} auf die Stützwand \overline{AB} projicirt. Der hiedurch erhaltene Punkt M kann mit ausreichender Genauigkeit für praktische Zwecke als Mittelpunkt des Erddruckes angenommen werden*).

*) In der nebigen Figur 123 ist der fragliche Schwerpunkt S (in bekannter Weise) grafisch bestimmt, und hiernach M gefunden worden. Das Viereck $ABDE$ enthält nämlich die beiden Dreiecke ABD und ADE . In 1 liegt der Schwerpunkt des ersten, in 2 jener des zweiten Dreieckes, und 3 ist der Kreuzungspunkt der Verbindungslinie $\overline{1, 2}$ und der Diagonale

Hiebei wird bemerkt, dass rücksichtlich der Ueberhöhung $\overline{BC} = h$ für den unteren Grenzwert, $h = 0$, die Grösse der Linie \overline{CD} , für den oberen Grenzwert, $h = \infty$, aber die Linie \overline{DE} verschwindet, also das Trapezoid $ABDE$ beidemale in ein

Fig. 123.



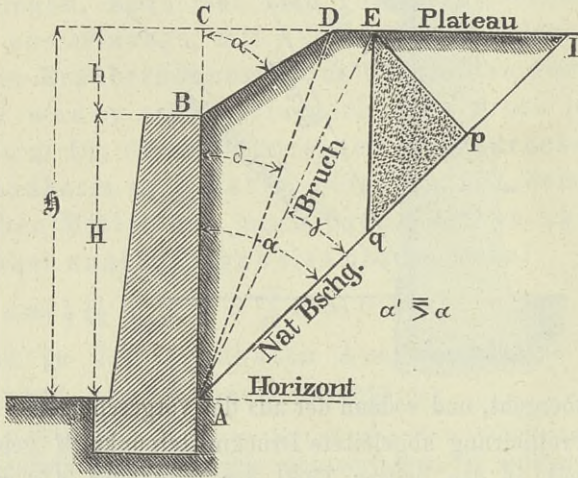
Dreieck übergeht, und sodann der aus der vorgeschlagenen Schwerpunkts-Projiicirung abgeleitete Druckmittelpunkt \overline{M} genau, wie es sein soll, in den dritten Theil der Wandhöhe \overline{AB} zu liegen kommt, so dass für die bezeichneten Grenzfälle das bezügliche Resultat nicht mehr approximativ, sondern vollkommen richtig ist.

\overline{AD} , welche Verbindungslinie hiedurch in die zwei Abschnitte $\overline{1, 3}$ und $\overline{2, 3}$ getheilt wird. Indem man diese Abschnitte, mit einander vertauscht, somit $\overline{1, 3} = \overline{2, 3}$ und $\overline{2, 3} = \overline{1, 3}$ macht, ergibt sich der Schwerpunkt S des, aus den beiden Dreiecken bestehenden Viereckes, von dem aus die Linie \overline{SM} parallel zu \overline{AE} herab läuft. So z. B. findet man für $a = 1$ und $b = \frac{1}{2}$ $e = 0.345 H = 3.45$ Fuss, welches Resultat von dem auf Seite 269 nach der genauen Formel gefundenen ($0.358 H$) nicht wesentlich abweicht. Die allgemeine rechnungsmässige Vergleichung der Lage des so annäherungsweise erhaltenen, mit jener des genauen Druckmittelpunktes bleibt dem studirenden Leser als eine passende Uebungsaufgabe, wobei er seine Gewandtheit im algebraischen Calcül auf die Probe stellen kann, überlassen.

§. 61.

Erddruck an eine verticale Stützwand \overline{AB} , wenn die Oberfläche des Erdreiches zuerst nach einer beliebigen Böschung \overline{BD} ansteigt, sodann aber wieder von einem horizontalen Plateau \overline{DI} begrenzt ist. (Fig. 124.) Dieser Fall unterscheidet sich von dem in der Fig. 112 angedeuteten nur dadurch, dass dort das von der Wandkrone an-

Fig. 124.



steigende Erdreich die natürliche, jetzt aber eine sanftere, übrigens beliebige Böschung hat, wofür der Neigungswinkel gegen das Loth mit α' bezeichnet werden soll, so dass allgemein $\alpha' > \alpha$ zu setzen ist. Die sonstigen Bezeichnungen sind, wie aus der Figur 124 zu ersehen, in analoger Weise, wie in Fig. 112, gewählt. Hiernach bestehen zunächst folgende Relationen:

$$\begin{aligned} \mathfrak{H} &= H + h \dots\dots\dots (239) \\ \frac{CD}{\mathfrak{H}} &= h \operatorname{tg} \alpha' = \mathfrak{H} \operatorname{tg} \delta \end{aligned}$$

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{h}{\mathfrak{H}} \operatorname{tg} \alpha' = \frac{h}{(H + h)} \operatorname{tg} \alpha' = \frac{\operatorname{tg} \alpha'}{\left(1 + \frac{H}{h}\right)} \dots\dots\dots (240)$$

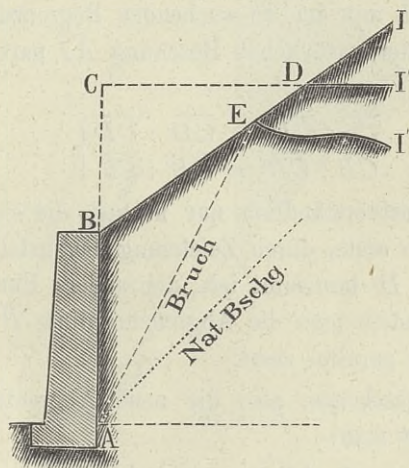
$$H = \mathfrak{H} - h = \mathfrak{H} \left(\frac{\operatorname{tg} \alpha' - \operatorname{tg} \delta}{\operatorname{tg} \alpha'} \right) = \mathfrak{H} \frac{\sin(\alpha' - \delta)}{\sin \alpha' \cos \delta} \dots\dots\dots (241),$$

\overline{AE} sei die Bruchlinie, welche nach Massgabe der ersten Hauptregel (177) also derart bestimmt werden muss, dass $\text{area } ABDE = \triangle AEp$ und hiebei $\overline{Ep} \perp \overline{AI}$ ist; Epq dagegen stelle das Erdprisma vor, dessen Gewicht gleich dem Erddrucke an die Stützwand ist, wobei man zu Folge der zweiten Hauptregel (178) $\overline{pq} = \overline{Ep}$ zu construiren hat.

Hiebei wird angenommen, dass man es, wie in der Figur, mit einem solchen Falle zu thun hat, wo der Bruchpunkt E in das Plateau und nicht in die Böschung \overline{BD} zu liegen kommt.

Der Gegenfall bedarf nämlich keiner eigenen Untersuchung mehr, weil dann diejenige Platz greift, welche bereits im dritten Capitel des laufenden Abschnittes vorausgeschickt ist. Es ist zwar dort von einem horizontalen Plateau, mit welchem das Erdreich obenauf abschliesst, keine Rede, sondern blos eine fortan aufsteigende Oberflächenböschung \overline{BI} (Fig. 125) an-

Fig. 125.



genommen. Allein offenbar hat die Form der Erdoberfläche von dem Bruchpunkte E angefangen auf den Erddruck an die Stützwand insofern keinen Einfluss, als es ganz gleichgiltig ist, ob das Erdreich auch über E hinaus nach der gleichen Richtung \overline{EI} fortansteigt, oder aber hiebei von einem Plateau $\overline{DI'}$ begrenzt wird, oder überhaupt eine unterhalb \overline{EI} liegende beliebige Oberflächengestalt $\overline{EI''}$ besitzt.

Um die Bruchlinie \overline{AE} in dem in Fig. 124 vorausgesetzten Falle zu finden, kann man, abgesehen von der hiefür im §. 51 gegebenen allgemeineren Methode, eben so verfahren wie bei dem früher behandelten Falle in der Fig. 113, wenn man nur vorher eine solche Figurenverwandlung vorgenommen hat, dass das Bruchprofil an seiner oberen schiefen Seite gleichfalls, wie dort, nach der natürlichen Böschung begrenzt wird; d. h. man hat das Dreieck ABD in das gleich grosse Viereck $AB'D'D$ (siehe Fig. 126) so umzustalten, dass $\overline{B'D'} \parallel \overline{AI}$, also $\sphericalangle \overline{CB'D'} = \alpha$ wird.

Zu diesem Behufe bemerke man, dass nach den Regeln der Planimetrie die beiden Figuren ABD und $AB'D'D$, oder, was auf dasselbe hinauskommt, die beiden Dreiecke BCD und $B'CD'$ dem Flächenraume nach einander gleich werden, wenn einerseits $\overline{CD'}$ zwischen \overline{Ca} und \overline{CD} , und andererseits $\overline{CB'}$ zwischen \overline{CB} und \overline{Cb} die mittlere geometrische Proportionale bildet, wobei \overline{Ba} und \overline{Db} mit der zu suchenden Begrenzungslinie $\overline{B'D'}$, also auch mit der natürlichen Böschung \overline{AI} parallel sind. Man hat daher:

$$\left. \begin{array}{l} \overline{Ca} : \overline{CD'} = \overline{CD'} : \overline{CD} \\ \overline{CB} : \overline{CB'} = \overline{CB'} : \overline{Cb} \end{array} \right\} \dots\dots\dots (242).$$

Es ist selbstverständlich nur nöthig, die eine dieser Relationen, z. B. die erste, durch Zeichnung herzustellen, weil dann, falls der Punkt D' bestimmt ist, der andere Punkt B' sich sogleich ergibt, indem man die Abgrenzungslinie $\overline{B'D'}$ zur natürlichen Böschung parallel zieht.

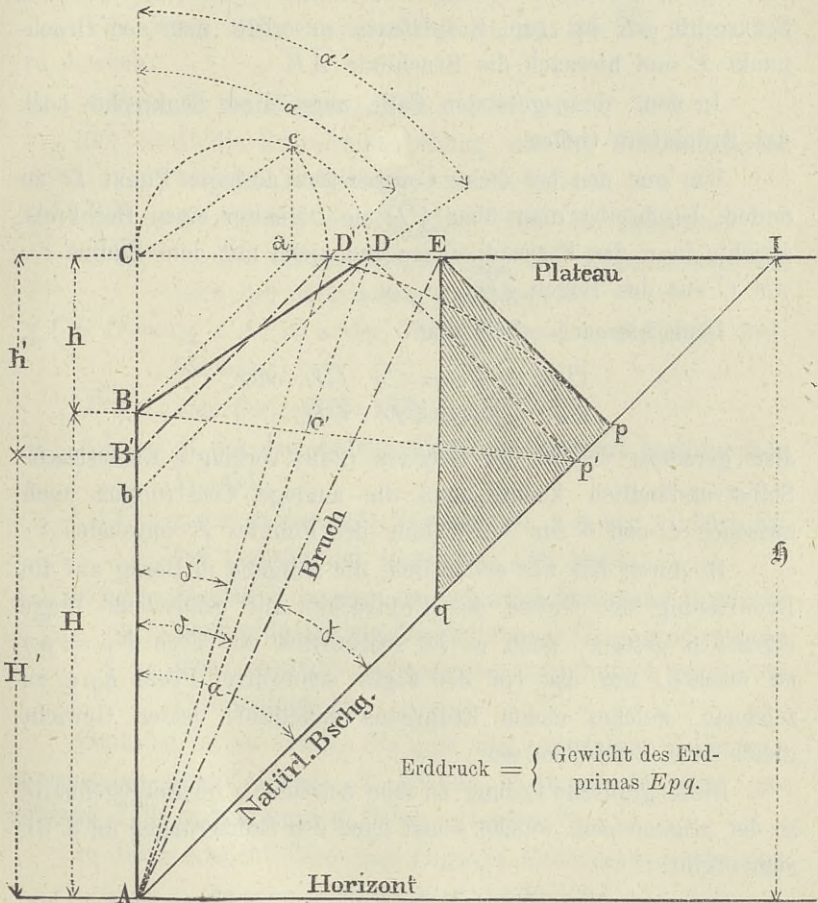
Ist dies geschehen, also die neue Abgrenzungslinie $\overline{B'D'}$ gefunden, so hat man:

$$\begin{aligned} \triangle ABD &= \text{area } AB'D'D \\ \text{area } ABDE &= \text{area } AB'D'E; \end{aligned}$$

daher ist es jetzt gerade so, wie wenn (anstatt des an die Wandhöhe $\overline{AB} = H$ drückenden Bruchprismas $ABDE$ mit der Ueberhöhung $\overline{BC} = h$) das an die neue Wandhöhe $\overline{AB'} = H'$ drückende neue Bruchprisma $AB'D'E$ mit der neuen Ueberhöhung

$\overline{B'C} = h'$ vorhanden wäre, wenigstens in soferne es sich um den alleinigen totalen Erddruck D handelt, weil hiefür nur nothwendig ist, die Bruchlinie \overline{AE} so zu bestimmen, dass, indem man von E das Loth \overline{Ep} auf die natürliche Böschung \overline{AI} fällt, das Dreieck $A E p$ dem Flächenraume nach eben so gross wird, wie

Fig. 126.



das Profil des Bruchprismas, wozu es offenbar ganz gleichgiltig erscheint, ob dieses letzte Profil in seiner wahren oder in seiner umgewandelten Gestalt berücksichtigt wird.

Nur für die Art und Weise der Vertheilung des Erddruckes auf die Stützwand sind die beiden verglichenen Fälle nicht identisch, welcher Umstand indessen vorläufig, wo bloß die Grösse des Erddruckes gesucht wird, nicht in Betracht kommt.

Beschreibt man daher nach der in Figur 113 angewendeten Regel mit dem Halbmesser $\overline{AD'}$ von A aus den Kreisbogen $\widehat{D'p}$ bis zur natürlichen Böschung und errichtet dort auf diese die Senkrechte \overline{pE} bis zum Erdplateau, so erhält man den Bruchpunkt E und hiernach die Bruchlinie \overline{AE} .

In dem vorausgesetzten Falle muss diese Senkrechte noch das Erdplateau treffen.

Um nun den bei dieser Construction nöthigen Punkt D' zu finden, beschreibe man über \overline{CD} als Diameter einen Halbkreis, errichte in a das Perpendikel \overline{ac} und ziehe mit dem Radius \overline{Cc} von C aus den Bogen $\widehat{cD'}$.

Denn hiernach erhält man:

$$\frac{\overline{CD'}^2}{\overline{Ca}} = \frac{\overline{Cc}^2}{\overline{CD}} = \overline{Ca} \cdot \frac{\overline{CD}}{\overline{CD'}}, \text{ oder:}$$

$$\overline{Ca} : \overline{CD'} = \overline{CD'} : \overline{CD},$$

also geradezu die in der Relation (242) verlangte Eigenschaft. Selbstverständlich könnte man die analoge Construction auch zwischen C und b zur Aufsuchung des Punktes B' anwenden.

Hiedurch ist, wie ersichtlich, die Aufgabe in Bezug auf die Ermittlung der Grösse des Erddruckes auf grafischem Wege eigentlich gelöst, denn es ist schliesslich nur noch $\overline{Ep} = \overline{pq}$ zu machen, um das (in der Figur schraffierte) Profil \overline{Epq} zu zeichnen, welches einem Erdprisma zukommt, dessen Gewicht gleich dem Erddrucke ist.

Diese grafische Lösung ist eine besondere, im Entgegenhalte zu der allgemeinen, welche schon nach den Erörterungen im §. 51 sich ergibt.

Um auch den Weg der Rechnung zu betreten, wird es am einfachsten sein, hiebei den oben erläuterten Vorgang bei der besonderen Construction zu verfolgen und zugleich auf diejenigen Berechnungsformeln Rücksicht zu nehmen, welche in den voraus-

gegangenem §§. dieses Capitels festgestellt wurden, indem man nämlich beachtet, dass durch die in der Figur 126 angedeutete Construction der gegebene Fall auf einen solchen zurückgeführt wird, auf den jene Berechnungsformeln darum passen, weil dann die Erdreichoberfläche von der Wand angefangen zunächst nach der natürlichen Böschung ansteigt und obenauf durch ein horizontales Plateau begrenzt wird.

Für diesen umgewandelten Fall ist, wie aus der Figur 126 zu ersehen:

$\overline{AB'} = H'$ die Stützwandhöhe;

$\overline{B'C} = h'$ die Erdreichüberhöhung von der Stützwandkrone bis zum Erdplateau;

$\overline{AC} = \mathfrak{H} = (H' + h')$ die ganze Höhe des Erdreiches;

$\overline{B'D'}$. . . die vordere Begrenzung der Erdreichoberfläche nach der natürlichen Böschung;

$\sphericalangle CB'D' = \sphericalangle CAI = \alpha$ der Winkel dieser natürlichen Erdböschung;

$\overline{D'I}$. . . das horizontale Erdplateau;

$\sphericalangle CAD' = \delta'$ der den Anfang dieses Erdplateaus bestimmende Winkel;

$\sphericalangle EAI = \gamma$ der zu suchende Bruchwinkel, welcher zugleich für den ursprünglich gegebenen Fall passt;

$g \cdot \triangle Epq = D$ endlich das dem zu suchenden Erddrucke D gleichkommende Gewicht des Erdprismas Epq , welcher Erd- druck ebenfalls zugleich dem ursprünglich gegebenen Falle entspricht.

Zunächst ist es nöthig, die dem umgewandelten Falle entsprechenden neuen Grössen H' , h' und δ' durch die dem gegebenen Falle zukommenden Daten auszudrücken.

In dieser Absicht führe man folgende Abkürzungswerthe ein:

$$\text{tg } \alpha = a, \text{ tg } \alpha' = a', \text{ tg } \delta = b,$$

und beachte, dass nachstehende Relationen existiren:

$$\overline{Ca} = h \text{ tg } \alpha, \overline{CD} = h \text{ tg } \alpha', \text{ und}$$

wegen der Proportionen (242) auch:

$$\overline{CD'} = h \sqrt{\operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \alpha'} = h \sqrt{aa'} \dots \dots \dots (243).$$

Hiernach ist weiter:

$$\begin{aligned} h' &= \frac{\overline{CD'}}{\operatorname{tg} \alpha} = h \sqrt{\frac{\operatorname{tg} \alpha'}{\operatorname{tg} \alpha}} = h \sqrt{\frac{a'}{a}} \\ &= \frac{\overline{CD}}{\operatorname{tg} \alpha'} \sqrt{\frac{\operatorname{tg} \alpha'}{\operatorname{tg} \alpha}} = \frac{\overline{CD}}{\sqrt{\operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \alpha'}} \\ &= \mathfrak{H} \frac{\operatorname{tg} \delta}{\sqrt{\operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \alpha'}} = \mathfrak{H} \frac{b}{\sqrt{aa'}} \dots \dots \dots (244), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H' &= (\mathfrak{H} - h') = \mathfrak{H} \left(1 - \frac{\operatorname{tg} \delta}{\sqrt{\operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \alpha'}} \right) \\ &= \mathfrak{H} \left(1 - \frac{b}{\sqrt{aa'}} \right) \dots \dots \dots (245), \end{aligned}$$

und wegen Gleichung (241) auch:

$$\begin{aligned} H &= H \sqrt{\frac{\operatorname{tg} \alpha'}{\operatorname{tg} \alpha}} \left[\frac{\sqrt{\operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \alpha'} - \operatorname{tg} \delta}{\operatorname{tg} \alpha' - \operatorname{tg} \delta} \right] \\ &= H \sqrt{\frac{a'}{a}} \left[\frac{\sqrt{aa'} - b}{a' - b} \right] \dots \dots \dots (246); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \delta' &= \frac{\overline{CD'}}{\mathfrak{H}} = \frac{h}{\mathfrak{H}} \sqrt{\operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \alpha'} = \operatorname{tg} \delta \sqrt{\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha'}} \\ &= \frac{h}{\mathfrak{H}} \sqrt{aa'} = b \sqrt{\frac{a}{a'}} \dots \dots \dots (247), \end{aligned}$$

wenn man schliesslich noch die Gleichung (240) benützt.

Geht man jetzt auf die Gleichung für den Bruchwinkel γ über und bildet dieselbe analog mit der Relation (204), so findet man:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \gamma &= \frac{\cos \delta' - \cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} \left[\sqrt{\frac{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \delta'}} - 1 \right] \\ &= \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} \left[\sqrt{\frac{\operatorname{tg} \alpha' (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha)}{\operatorname{tg} \alpha' + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg}^2 \delta'}} - 1 \right] \\ &= \frac{1}{a} \left[\sqrt{\frac{a' (1 + a^2)}{a' + ab^2}} - 1 \right] = \frac{1}{a} \left[\sqrt{\frac{1 + a^2}{1 + \frac{a}{a'} b^2}} - 1 \right] (248). \end{aligned}$$

Ferner hat man für den Erddruck nach der Analogie der Formeln (205) und (206):

$$\begin{aligned} D &= \frac{1}{2} g \mathfrak{H}^2 \left[\frac{\sqrt{1 + a^2} - \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \delta'}}{a} \right]^2 \\ &= \frac{1}{2} g \mathfrak{H}^2 \left[\frac{\sqrt{1 + a^2} - \sqrt{1 + \frac{a}{a'} b^2}}{a} \right]^2 \dots \dots \dots (249), \end{aligned}$$

und:

$$D = \frac{1}{2} g H^2 \left[\frac{\sqrt{1+a^2} - \sqrt{1+\operatorname{tg}^2 \delta'}}{a - \operatorname{tg} \delta'} \right]^2$$

$$= \frac{1}{2} g H^2 \left(\frac{a'}{a} \right)^2 \left[\frac{\sqrt{1+a^2} - \sqrt{1 + \frac{a}{a'} b^2}}{a' - b} \right]^2 \dots \dots (250),$$

indem man nämlich hiebei die Relationen für $\operatorname{tg} \delta'$ und H' aus der vorigen Darstellung unter (246) und (247) benützt.

Der letzte Ausdruck hat die Gestalt der hydrostatischen Formel:

$$D = \frac{1}{2} w H^2 \dots \dots \dots (251),$$

worin der Werth von w , nämlich:

$$w = g \left(\frac{a'}{a} \right)^2 \left[\frac{\sqrt{1+a^2} - \sqrt{1 + \frac{a}{a'} b^2}}{a' - b} \right]^2 \dots \dots \dots (252)$$

wieder das Gewicht der sich einzubildenden tropfbaren Flüssigkeit bedeutet, welche auf die Stützwand \overline{AB} den gleichen Druck wie das Erdreich ausüben würde.

Hiermit erscheint der gegebene Fall, in soferne es sich um die Grösse des Erddruckes handelt, auch rechnungsmässig aufgelöst.

Um übrigens schon anfänglich, ehe man die eigentlichen Berechnungen beginnt, zu constatiren, dass man es wirklich mit einem solchen Falle zu thun hat, in welchem die Bruchebene \overline{AE} nicht in die Seitenböschung \overline{BD} , sondern in das Erdplateau \overline{DI} trifft, kann man entweder grafisch*) oder ebenfalls durch Rechnung eine Voruntersuchung anstellen, ob die damit zusammenhängende Bedingung vorhanden sein wird, nämlich:

$$\sphericalangle EAI < \sphericalangle DAI,$$

*) Die bezügliche grafische Prüfung ist einfach und besteht darin, dass man, wie in Fig. 110, untersucht, ob es eine kleinere Druckhöhe, als die ganze, gibt, für welche die Bruchlinie durch die Kante F' (Fig. 110), also in der Figur 126 durch die Kante D geht, was dann anzeigt, dass die Bruchlinie, welche der ganzen Höhe entspricht, in der That rechts von dieser Kante ausmündet. Noch einfacher aber kann man vorgehen, wenn

d. i.

$$\gamma \overline{<} (\alpha - \delta),$$

also auch:

$$\operatorname{tg} \gamma \overline{<} \operatorname{tg} (\alpha - \delta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \delta}{1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \delta},$$

somit mit Bezug auf die Formel (248):

$$\frac{1}{a} \left[\sqrt{\frac{1+a^2}{1+\frac{a}{a'}b^2}} - 1 \right] \overline{<} \frac{a-b}{1+ab},$$

woraus die schliessliche Bedingungsgleichung sich ergibt:

$$a' \overline{<} \frac{b^2(1+a^2)}{2b-a(1-b^2)} \dots \dots \dots (253).$$

Besteht in dieser Relation das Gleichheitszeichen, so wird

$$b = \frac{a' - \sqrt{(1+a^2)a'(a'-a)}}{1-a(a'-a)} \dots \dots \dots (254),$$

und der dazu gehörige Werth von \mathfrak{H} (er sei \mathfrak{H}_1) ist laut der Relation (240):

$$\mathfrak{H}_1 = \frac{h \operatorname{tg} \alpha'}{\operatorname{tg} \delta} = \frac{ha'}{b} = \frac{a'[1-a(a'-a)]}{a' - \sqrt{(1+a^2)a'(a'-a)}} h \dots (255),$$

d. h. bei dieser Höhe, vom Erdplateau nach abwärts gezählt, würde die Bruchlinie geradezu durch die Kante der Erdoberfläche, also durch D (Fig. 126) gehen, wodurch die Stellen D und E aufeinanderfielen. Hiedurch ist zugleich der auch in der untenstehenden Anmerkung erwähnte Uebergangsfall gekennzeichnet, bei welchem sowohl die Berechnungsformeln im gegenwärtigen §., als auch jene im dritten Capitel des laufenden Abschnittes Anwendung finden können.

man (Fig. 126) das Loth $\overline{Dp'}$ auf die natürliche Böschung \overline{AI} fällt, und nachsieht, ob das $\triangle ABD$ kleiner ist, als das $\triangle ADp'$, zu welchem Behufe man noch die Diagonale $\overline{Bp'}$ ziehen, und die Grösse der Abschnitte $\overline{Bo'}$ und $\overline{o'p'}$ mit einander vergleichen wird. Der oben vorausgesetzte Fall ist jedesmal vorhanden, wenn $\overline{o'p'} > \overline{Bo'}$ ist. Für den Gegenfall gelten die Bemerkungen auf Seite 281, worauf die Figur 125 Bezug nimmt. Für $\overline{o'p'} = \overline{Bo'}$ entsteht der Uebergangsfall, den man sowohl nach der einen, als auch nach der anderen Art behandeln kann.

Ex. Es seien in einem besonderen Falle folgende Daten bekannt:

$H = 10$, $h = 3$, also $\mathfrak{H} = 13$ Fuss; ferner $a = \operatorname{tg} \alpha = 1$, somit $\alpha = 45^\circ$; $a' = \operatorname{tg} \alpha' = 1\frac{1}{2}$, daher $\alpha' = 56^\circ 19'$; endlich $g = 100$ Pfd.

Hiernach ist laut Formel (240):

$$\operatorname{tg} \delta = b = \frac{h}{\mathfrak{H}} \operatorname{tg} \alpha' = \frac{9}{26} = 0.346 \text{ (d. i. } \delta = 19^\circ 5'),$$

und es ergibt sich zugleich, dass die in (253) aufgestellte Bedingung wirklich statt hat, folglich die Berechnungsformeln (248) bis (252) Platz greifen dürfen.

Diesen Formeln gemäss erhält man nun nachstehende Resultate:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \gamma &= \sqrt{\frac{26}{365}} - 1 = 0.361, \\ \gamma &= 19^\circ 51' < (\alpha - \delta) = 25^\circ 55'; \\ \frac{w}{g} &= \frac{1041 - 52 \sqrt{365}}{200} = 0.238, \\ w &= 23.8 \text{ Pfund}; \\ D &= \frac{1}{2} w H^2 = 11.9 \text{ Ctr.} \end{aligned}$$

Will man aus der Formel für den Erddruck die Grösse $b = \operatorname{tg} \delta$ hinausbringen, um denselben bloß als eine Function der Winkel α und α' , dann der Höhen \mathfrak{H} , H , h darzustellen, so ist nur nöthig, in die Gleichungen (249) und (250) anstatt b den Werth aus (240), nämlich:

$$b = \operatorname{tg} \delta = \frac{h}{\mathfrak{H}} a'$$

einzuführen und nebstbei die Relationen $\operatorname{tg} \alpha = a$ und $\operatorname{tg} \alpha' = a'$ zu beachten.

Geschieht dies, so erhält man:

$$\begin{aligned} D &= \frac{1}{2} g \mathfrak{H}^2 \left[\frac{\sqrt{1+a^2} - \sqrt{1+aa' \frac{h^2}{\mathfrak{H}^2}}}{a} \right]^2 \\ &= \frac{g}{2a^2} \left[\mathfrak{H} \sqrt{1+a^2} - \sqrt{\mathfrak{H}^2 + aa' h^2} \right]^2 \\ &= \frac{g}{2 \operatorname{tg}^2 \alpha} \left[\mathfrak{H} \frac{1}{\cos \alpha} - \sqrt{\mathfrak{H}^2 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \alpha' h^2} \right]^2 \\ &= \frac{g}{2 \sin^2 \alpha} \left[\mathfrak{H} - \cos \alpha \sqrt{\mathfrak{H}^2 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \alpha' h^2} \right]^2 \dots \dots (256), \end{aligned}$$

oder auch:

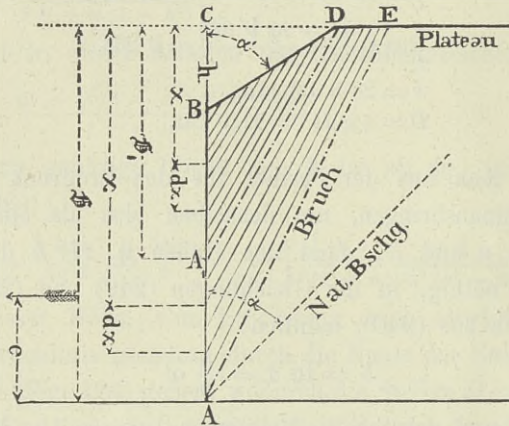
$$D = \frac{g}{2 \sin^2 \alpha} \left[H + h - \cos \alpha \sqrt{(H+h)^2 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \alpha' h^2} \right]^2 \quad (257).$$

Für $\alpha' = \alpha$ stimmen diese Gleichungen mit jenen unter (215), wie dies auch sein muss, vollkommen überein.

§. 62.

Zunahme des Erddruckes von oben nach unten, und Lage des Mittelpunktes des ganzen Erddruckes in dem voruntersuchten Falle. Bis zu einer gewissen Höhe $x = \mathfrak{H}_1$ (Fig. 127) laufen die Bruchlinien für die verschiedenen

Fig. 127.



Druckhöhen miteinander parallel; für grössere Höhen aber convergiren dieselben nach aufwärts, so dass die Bruchfläche \overline{AE} , welche der grössten Höhe ($x = \mathfrak{H}$) entspricht, am steilsten wird. Die Statthaftigkeit dieser Eigenschaft erhellet unmittelbar aus den Bemerkungen zu den Figuren 109 und 110 im §. 55. Die fragliche Höhe \mathfrak{H}_1 oder der Uebergangspunkt A_1 , wo der Wechsel des Gesetzes für die Bruchrichtung eintritt, ergibt sich durch Construction nach der zu Fig. 110 erläuterten Methode, durch Rechnung aber nach der Formel (255), denn es ist hiernach:

$$\mathfrak{H}_1 = \frac{a' [1 - a (a' - a)]}{a' - \sqrt{(1 + a^2) a' (a' - a)}} h \dots \dots \dots (258),$$

wenn die früher eingeführten Abkürzungen:

$$a = \operatorname{tg} \alpha \text{ und } a' = \operatorname{tg} \alpha'$$

beibehalten werden.

Für Druckhöhen innerhalb des Wandtheiles $\overline{BA_1}$, also für solche Werthe von x , die zwischen $x = h$ und $x = \mathfrak{H}_1$ gelegen sind, erhält man die Grösse des Erddruckes nach der auf Seite 156 gegebenen Formel (159), wobei zu beachten kommt, dass der dort mit δ bezeichnete Winkel im vorliegenden Falle durch $(\alpha' - \alpha)$ auszudrücken ist.

Nennt man daher den Erddruck an die Wandfläche von der bezüglichen Höhe $(x - h)$, in so lange x nicht unter den Punkt A_1 hinabgreift: $y_1 = f_1(x)$, so erhält man der bezogenen Formel (159) gemäss:

$$y_1 = f_1(x) = k(x - h)^2 \dots\dots\dots(259),$$

worin der von x unabhängige Coefficient

$$k = \frac{g}{2} \left[\frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg}(\alpha' - \alpha)}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} \right] \left[\sqrt{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg}(\alpha' - \alpha)} - \sqrt{\operatorname{tg}(\alpha' - \alpha)} \right]^2$$

zu setzen ist.

Es ist aber:

$$\operatorname{tg}(\alpha' - \alpha) = \frac{\operatorname{tg} \alpha' - \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \alpha'} = \frac{a' - a}{1 + aa'}$$

daher auch:

$$k = \frac{1}{2} g a' \left[\frac{\sqrt{a'(1+a^2)} - \sqrt{a'-a}}{1+aa'} \right]^2 \dots\dots\dots(260).$$

Die Formeln (259) und (260) gelten, wie bemerkt, so lange, als x den Höhenwerth von \mathfrak{H}_1 nicht überschreitet; im Gegenfalle muss man auf die Formel (256) Rücksicht nehmen. Setzt man nämlich dort x anstatt \mathfrak{H} und $y_2 = f_2(x)$ anstatt D , wobei y_2 den Erddruck an die Wandfläche von der bezüglichen Höhe $(x - h)$ bedeutet, so findet man:

$$y_2 = f_2(x) = \frac{g}{2a^2} \left[x \sqrt{1+a^2} - \sqrt{x^2 + aa'h^2} \right]^2 \dots\dots(261),$$

und diese Relation ist nun giltig innerhalb der Grenzen $x = \mathfrak{H}_1$ und $x = \mathfrak{H}$.

Selbstverständlich müssen für $x = \mathfrak{H}_1$ die beiden Formeln (259) und (261) einerlei Resultat geben, so wie man anderer-

seits für $x = \mathfrak{H}$ den Erddruck D auf die ganze Wandhöhe \overline{AB} , übereinstimmend mit der Formel (256), erhält.

Aus den beiderseitigen Formeln für den Erddruck ist das Gesetz erkennbar, nach welchem derselbe mit der Druckhöhe zunimmt.

Der Mittelpunkt des Erddruckes, welcher im Abstände e von der Wandbasis liegt, ergibt sich nach der Regel, welche hier für in §. 54 gegeben und insbesondere in der Gleichung (191) enthalten ist.

Betrachtet man nämlich die Höhenwerthe x als verticale Abscissen, die dazu gehörigen Druckwerthe y_1 , beziehungsweise y_2 aber als horizontale Ordinaten, und denkt man sich die hier nach entstehende Druckveränderungs-Curve gezeichnet, so hat man im Sinne der erwähnten Regel und der weiteren Bemerkungen hierüber auf Seite 227—229:

$$D e = \int_{x=h}^{x=\mathfrak{H}_1} y_1 dx + \int_{x=\mathfrak{H}_1}^{x=\mathfrak{H}} y_2 dx \dots \dots \dots (262),$$

worin statt y_1 , y_2 , D , \mathfrak{H}_1 und \mathfrak{H} die bezüglichen Werthe einzusetzen sind, um schliesslich e zu berechnen*).

Das erste Integrale ist:

$$\int_{x=h}^{x=\mathfrak{H}_1} y_1 dx = k \int_h^{\mathfrak{H}_1} (x - h)^2 dx = \frac{1}{3} k (\mathfrak{H}_1 - h)^3 \dots \dots \dots (263),$$

und das zweite ergibt das Resultat:

$$\int_{x=\mathfrak{H}_1}^{x=\mathfrak{H}} y_2 dx = \frac{g}{2a^2} \int_{\mathfrak{H}_1}^{\mathfrak{H}} \left(x \sqrt{1+a^2} - \sqrt{x^2 + a^2 h^2} \right)^2 dx \dots \dots \dots (264)$$

* Da hier die Höhe x von dem Erdplateau nach abwärts gerechnet wird, während auf Seite 227—229 die dort mit x bezeichnete Höhe erst von der Wandkrone an gezählt wurde, so erklärt es sich, dass im vorliegenden Falle das erste Integrale nicht von $x=0$, sondern erst von $x=h$ an genommen werden darf.

$$\begin{aligned}
&= \frac{g}{2a^2} \int_{\mathfrak{H}_1}^{\mathfrak{H}} \left[aa'h^2 + (2 + a^2)x^2 - 2x\sqrt{1+a^2} \cdot \sqrt{aa'h^2+x^2} \right] dx \\
&= \frac{g}{6a^2} \left\{ 3aa'h^2(\mathfrak{H} - \mathfrak{H}_1) + (2 + a^2)(\mathfrak{H}^3 - \mathfrak{H}_1^3) - \right. \\
&\quad \left. - 2\sqrt{1+a^2} \left[(aa'h^2 + \mathfrak{H}^2)^{\frac{3}{2}} - (aa'h^2 + \mathfrak{H}_1^2)^{\frac{3}{2}} \right] \right\},
\end{aligned}$$

wonach die Aufgabe rechnermässig gelöst ist.

Ex. Man nehme hiezu dasjenige Beispiel auf, welches auf Seite 289 behufs der Berechnung der Grösse des Erddruckes durchgeführt wurde.

Hiernach hat man zu setzen:

$H = 10$, $h = 3$, $\mathfrak{H} = 13$ Fuss; ferner $a = \operatorname{tg} \alpha = 1$, $a' = \operatorname{tg} \alpha' = 1\frac{1}{2}$, $g = 100$ Pfund und $D = 11.9$ Ctr.

Zunächst ergibt sich nach den Formeln (258) und (260):

$$\begin{aligned}
\mathfrak{H}_1 &= \frac{9}{2(3 - \sqrt{6})} = \frac{3}{2}(3 + \sqrt{6}) = 8.174 \text{ Fuss,} \\
k &= \frac{3}{50} (\sqrt{6} - 1)^2 g = \frac{3}{50} (7 - 2\sqrt{6}) g = 0.126 g \\
&= 6(7 - 2\sqrt{6}) \text{ Pfund} = 0.126 \text{ Ctr}^*).
\end{aligned}$$

Weiter ist nach den Formeln (263) und (264):

$$\begin{aligned}
x &= \mathfrak{H}_1 \\
\int_{x=h}^{x=\mathfrak{H}_1} y_1 dx &= \frac{27}{400} (7 - 2\sqrt{6}) (1 + \sqrt{6})^3 = \frac{27}{16} (1 + \sqrt{6}) \\
x &= h \\
&= 5.82 \text{ Ctr. Fuss,}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
x &= \mathfrak{H} \\
\int_{x=\mathfrak{H}_1}^{x=\mathfrak{H}} y_2 dx &= \frac{1}{48} \left[57669 - 2920\sqrt{365} - 81\sqrt{6} \right] \\
x &= \mathfrak{H}_1 \\
&= 35.08 \text{ Ctr. Fuss,}
\end{aligned}$$

*) Da $\operatorname{tg}(\alpha' - \alpha) = 0.2$ ist, so kann man zur Bestimmung von k auch die Tabelle X auf Seite 157 benützen, indem der dort mit δ bezeichnete Werth eben derjenige ist, welcher hier durch $(\alpha' - \alpha)$ ausgedrückt erscheint. Es ist also in der gedachten Tabelle nachzusehen, welche Zahl den Werthen $\operatorname{tg} \delta = 0.2$ und $\operatorname{tg} \alpha = 1$ entspricht. Man findet dort die Zahl 0.252 eingeschrieben; d. h. es ist $\frac{w}{g} = 0.252$, somit der bezügliche Erddruck, hier mit y_1 bezeichnet, $y_1 = \frac{1}{2} w(x-h)^2$, woraus wegen $y_1 = k(x-h)^2$, unmittelbar folgt: $k = \frac{1}{2} w g = 0.126 g$, wie dies in der That auch oben gefunden worden ist.

somit:

$$\int_{x=h}^{x=h_1} y_1 dx + \int_{x=h_1}^{x=h_2} y_2 dx = 40 \cdot 90 \text{ Ctr. Fuss,}$$

nach der Gleichung (262) aber:

$$De = 11 \cdot 9 e = 40 \cdot 90 \text{ Ctr. Fuss,}$$

und hieraus:

$$e = 3 \cdot 45 \text{ Fuss} = 0 \cdot 345 H.$$

Wie aus diesem Beispiele ersichtlich, und es auch der Natur der Sache angemessen ist, liegt der Mittelpunkt des Erddruckes in solchen Fällen etwas höher, als im dritten Theile der Druckhöhe $\overline{AB} = H$, wenn gleich der Unterschied nicht bedeutend ist. Insoferne derlei Berechnungen als zu umständlich gehalten werden, kann man sich erlauben, die Bestimmung des Druckmittelpunktes annäherungsweise in derselben Weise vorzunehmen, wie solches in dem früher behandelten Falle am Schlusse des §. 60 angedeutet wurde. Zu diesem Behufe hat man in dem Profile des Bruchprismas den Schwerpunkt zu suchen, und die Projection desselben in der zur Bruchfläche parallelen Richtung an die Stützwand zu bestimmen. Dort, wo diese getroffen wird, kann der Druckmittelpunkt angenommen werden*).

In dem letzten Beispiele findet man durch diese Annäherungsmethode $e = 0 \cdot 342 H = 3 \cdot 42 \text{ Fuss}$, also in der That fast denselben Werth, welcher zuvor nach der genauen Methode berechnet wurde.

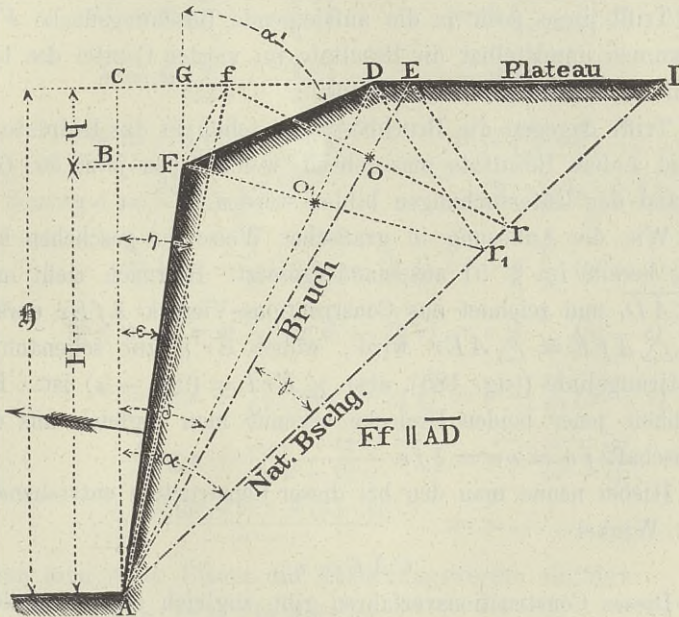
§. 63.

Erddruck an eine geneigte Stützwand \overline{AF} , wenn die Oberfläche des Erdreiches zuerst nach einer beliebigen Böschung \overline{FD} ansteigt, obenauf aber wieder

*) Die allgemeine rechnungsmässige Vergleichung dieser Annäherungsmethode mit der genauen hier durchzuführen, würde viel zu weitläufig sein, kann übrigens dem im mathematischen Calcul Geübten keine erheblichen Schwierigkeiten bieten, wenn gleich hierauf eine nicht geringe Mühe verwendet werden muss.

von einem horizontalen Plateau \overline{DI} begrenzt ist. (Fig. 128.) Dieser Fall unterscheidet sich von dem, in den vorhergehenden zwei §§. besprochenen dadurch, dass die Stützwand \overline{AF} nicht wie dort lothrecht steht, sondern um den Winkel ε gegen das Loth geneigt ist.

Fig. 128.



Im Sonstigen werden die bisherigen Bezeichnungen beibehalten, so dass man unter

$H = \overline{AB}$ die lothrechte Stützwandhöhe,

$h = \overline{BC} = \overline{FG}$ die Ueberhöhung des Erdplateaus von der Stützwandkrone aufwärts,

$H = \overline{AC}$ die ganze Höhe ($H + h$),

$\delta = \sphericalangle CAD$ den Neigungswinkel der Verbindungslinie zwischen dem Wandfusse und dem Plateaubeginne, gegen das Loth,

$\alpha = \sphericalangle CAI$ den Winkel für die natürliche Böschung,

$\alpha' = \sphericalangle GFD$ den Winkel für die von der Wandkrone aufwärts steigende Erdböschung,

$\gamma = \sphericalangle EAI$ endlich den Bruchwinkel zu verstehen hat.

Um diesen Fall zu untersuchen, handelt es sich zunächst um die wenigstens beiläufige Kenntniss über die Lage der Bruchböschung \overline{AE} .

Trifft diese noch in die aufsteigende Böschungsfläche \overline{FD} , so kommen unmittelbar die Resultate im vierten Capitel des laufenden Abschnittes zur Anwendung.

Trifft dagegen die Bruchböschung schon in das Erdplateau, so sind andere Resultate massgebend, welche eben jetzt den Gegenstand der Untersuchungen bilden werden.

Wie die Auflösung in grafischer Weise zu geschehen hat, wurde bereits im §. 51 auseinandergesetzt. Hiernach zieht man $\overline{Ff} \parallel \overline{AD}$, und zeichnet das Constructions-Viereck $AfEr$ derart, dass $\triangle AfE = \triangle AEr$ wird, wobei $\overline{Er} \parallel$ zur sogenannten Orientirungslinie (pag. 185), also $\sphericalangle ErI = (90^\circ - \varepsilon)$ ist. Die Gleichheit jener beiden Dreiecke erkennt man sogleich aus der Eigenschaft $\overline{fo} = \overline{or} = \frac{1}{2}\overline{fr}$.

Hiebei nenne man den bei dieser Construction entstehenden neuen Winkel

$$CAf = \eta.$$

Dieses Constructionsverfahren gibt zugleich einen Anhaltspunkt hiefür, um auch ohne die wirkliche Ausführung desselben leicht zu erkennen, ob die Bruchlinie das Erdplateau treffen muss oder nicht.

Zu diesem Behufe ist nur nöthig, die Linie \overline{AD} zu ziehen, $\overline{Dr_1} \parallel$ zur Orientirungslinie zu zeichnen, \overline{F} mit r_1 zu verbinden, und nachzusehen, ob $\overline{o_1r_1} >$ oder $<$ als $\overline{Fo_1}$ wird.

Wie nach einiger Ueberlegung einleuchtet, trifft die Bruchlinie im ersten Falle das Erdplateau \overline{DI} , im zweiten aber die vorliegende Erdböschung \overline{FD} .

Nunmehr auf die eigentliche Berechnung des erstgedachten Falles, welcher hier allein mehr in Betracht kommt, über-

gehend, wird es zweckdienlich sein, hiebei das angedeutete Constructionsverfahren zu verfolgen.

Zunächst beachte man, dass zwischen den Höhen \mathfrak{H} , H und h einerseits und den Winkeln α' , ε und δ andererseits folgende Relationen existiren:

$$\mathfrak{H} = (H + h) \dots\dots\dots(265)$$

$$H = \mathfrak{H} \left(\frac{\operatorname{tg} \alpha' - \operatorname{tg} \delta}{\operatorname{tg} \alpha' - \operatorname{tg} \varepsilon} \right) = \mathfrak{H} \left(\frac{a' - b}{a' - c} \right) \dots\dots(266)$$

$$h = \mathfrak{H} \left(\frac{\operatorname{tg} \delta - \operatorname{tg} \varepsilon}{\operatorname{tg} \alpha' - \operatorname{tg} \varepsilon} \right) = \mathfrak{H} \left(\frac{b - c}{a' - c} \right) \dots\dots(267)$$

$$h = H \left(\frac{\operatorname{tg} \delta - \operatorname{tg} \varepsilon}{\operatorname{tg} \alpha' - \operatorname{tg} \delta} \right) = H \left(\frac{b - c}{a' - b} \right) \dots\dots(268)$$

$$b = \operatorname{tg} \delta = \frac{H \operatorname{tg} \varepsilon + h \operatorname{tg} \alpha'}{\mathfrak{H}} = \frac{(\mathfrak{H} - h) \operatorname{tg} \varepsilon + h \operatorname{tg} \alpha'}{\mathfrak{H}}$$

$$= \operatorname{tg} \varepsilon + \frac{h}{\mathfrak{H}} (\operatorname{tg} \alpha' - \operatorname{tg} \varepsilon) = c + \frac{h}{\mathfrak{H}} (a' - c) \quad (269)$$

$$\operatorname{tg} \eta = \operatorname{tg} \varepsilon + \frac{h}{\mathfrak{H}} (\operatorname{tg} \delta - \operatorname{tg} \varepsilon) = c + \frac{h}{\mathfrak{H}} (b - c)$$

$$= \operatorname{tg} \varepsilon + \frac{h^2}{\mathfrak{H}^2} (\operatorname{tg} \alpha' - \operatorname{tg} \varepsilon) = c + \frac{h^2}{\mathfrak{H}^2} (a' - c)$$

$$= \operatorname{tg} \varepsilon + \frac{(\operatorname{tg} \delta - \operatorname{tg} \varepsilon)^2}{(\operatorname{tg} \alpha' - \operatorname{tg} \varepsilon)} = c + \frac{(b - c)^2}{(a' - c)}$$

$$= \frac{c(a' - b) + b(b - c)}{(a' - c)} = m \dots\dots\dots(270),$$

wenn man unter Einem die Abkürzungswerthe einführt:

$$\operatorname{tg} \alpha = a \quad \left| \quad \operatorname{tg} \delta = b \quad \left| \quad \operatorname{tg} \eta = m \dots\dots\dots(271). \right. \right.$$

$$\operatorname{tg} \alpha' = a' \quad \left| \quad \operatorname{tg} \varepsilon = c \quad \left| \right. \right.$$

Um den Bruchwinkel γ zu bestimmen, wird man der Construction gemäss und mit Rücksicht auf die Hauptregel (177) erwägen, dass

$$\text{area } AFDE = \triangle AfE = \triangle AEr$$

sein muss.

Es ist aber einerseits:

$$\triangle AfE = \frac{1}{2} \overline{AC} (\overline{CE} - \overline{Cf}) = \frac{1}{2} \mathfrak{H}^2 [\operatorname{tg} (\alpha - \gamma) - \operatorname{tg} \eta],$$

und andererseits wegen Gleichung (180) auf Seite 185:

$$\begin{aligned} \triangle AEr &= \frac{1}{2} A^2 \frac{\sin \gamma \cos (\gamma + \varepsilon)}{\cos \varepsilon} \\ &= \frac{1}{2} H^2 \frac{\sin \gamma \cos (\gamma + \varepsilon)}{\cos \varepsilon \cos^2 (\alpha - \gamma)}, \end{aligned}$$

indem man berücksichtigt, dass $A = \overline{AE} = \frac{H}{\cos (\alpha - \gamma)}$ zu setzen ist.[§]

Somit ergibt sich aus der Gleichheit der beiden berechneten Dreiecke die Bedingung:

$$\operatorname{tg} (\alpha - \gamma) - \operatorname{tg} \eta = \frac{\sin \gamma \cos (\gamma + \varepsilon)}{\cos^2 (\alpha - \gamma) \cos \varepsilon},$$

woraus der Bruchwinkel γ abzuleiten ist.

Einfacher wird sich die Rechnung gestalten, wenn man unmittelbar nicht γ , sondern $(\alpha - \gamma)$, und zwar den Tangentenwerth hiefür aufsucht, somit die letzte Gleichung entsprechend umstaltet.

Zu diesem Behufe beachte man nachstehende Relationen:

$$\begin{aligned} \sin \gamma &= \sin [\alpha - (\alpha - \gamma)] \\ &= \cos \alpha \cos (\alpha - \gamma) [\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} (\alpha - \gamma)], \\ \cos (\gamma + \varepsilon) &= \cos [(\alpha + \varepsilon) - (\alpha - \gamma)] \\ &= \cos (\alpha + \varepsilon) \cos (\alpha - \gamma) [1 + \operatorname{tg} (\alpha + \varepsilon) \operatorname{tg} (\alpha - \gamma)], \\ \frac{\sin \gamma \cos (\gamma + \varepsilon)}{\cos^2 (\alpha - \gamma) \cos \varepsilon} &= \frac{\cos \alpha \cos (\alpha + \varepsilon)}{\cos \varepsilon} [\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} (\alpha - \gamma)] \times \\ &\quad \times [1 + \operatorname{tg} (\alpha + \varepsilon) \operatorname{tg} (\alpha - \gamma)], \end{aligned}$$

oder wegen:

$$\frac{\cos \alpha \cos (\alpha + \varepsilon)}{\cos \varepsilon} = \cos^2 \alpha (1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \varepsilon) = \frac{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \varepsilon}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}$$

auch:

$$\begin{aligned} \frac{\sin \gamma \cos (\gamma + \varepsilon)}{\cos^2 (\alpha - \gamma) \cos \varepsilon} &= \left[\frac{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \varepsilon}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} \right] [\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} (\alpha - \gamma)] \times \\ &\quad \times [1 + \operatorname{tg} (\alpha + \varepsilon) \operatorname{tg} (\alpha - \gamma)]. \end{aligned}$$

Führt man jetzt die obigen Abkürzungswerthe ein und setzt zudem:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} (\alpha + \varepsilon) &= \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \varepsilon}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \varepsilon} = \frac{a + c}{1 - ac} = d \\ \operatorname{tg} (\alpha - \gamma) &= x \dots \dots \dots \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (272),$$

so entsteht die Bedingungsgleichung:

$$(x - m) = \left(\frac{1 - ac}{1 + a^2} \right) (a - x) (1 + xd)$$

Nun ist aber:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= (\alpha + \varepsilon) - \alpha, \\ c = \operatorname{tg} \varepsilon &= \frac{\operatorname{tg} (\alpha + \varepsilon) - \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} (\alpha + \varepsilon)} = \frac{d - a}{1 + ad}, \\ (1 - ac) &= 1 - a \left(\frac{d - a}{1 + ad} \right) = \frac{1 + a^2}{1 + ad}, \end{aligned}$$

daher:

$$\left(\frac{1 - ac}{1 + a^2} \right) = \frac{1}{1 + ad},$$

mit Benützung welchen Werthes die obige Bedingungsgleichung die Form annimmt:

$$(x - m) = \frac{(a - x) (1 + xd)}{(1 + ad)},$$

somit im geordneten Zustande heisst:

$$x^2 + \frac{2}{d} x = \frac{a + m(1 + ad)}{d},$$

und endlich, nach x aufgelöset, für diese Unbekannte folgenden Werth ergibt:

$$x = \frac{1}{d} \left[-1 + \sqrt{(1 + ad)(1 + md)} \right] \dots (273)$$

worin nach den vorne eingeführten Bezeichnungen

$$a = \operatorname{tg} \alpha, \quad d = \operatorname{tg} (\alpha + \varepsilon), \quad m = \operatorname{tg} \eta$$

$$\text{und } x = \operatorname{tg} (\alpha - \gamma)$$

bedeuten.

Sucht man aus $\operatorname{tg} (\alpha - \gamma)$ den Werth von $\operatorname{tg} \gamma$ selbst, so findet man:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \gamma &= \operatorname{tg} \left[\alpha - (\alpha - \gamma) \right] = \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} (\alpha - \gamma)}{1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} (\alpha - \gamma)} \\ &= \frac{a - x}{1 + ax} = \frac{1 + ad - \sqrt{(1 + ad)(1 + md)}}{d - a + a \sqrt{(1 + ad)(1 + md)}}, \end{aligned}$$

und, da nach dem Früheren

$$d - a = c(1 + ad)$$

gesetzt werden kann, weiter:

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{\sqrt{1 + ad} - \sqrt{1 + md}}{c \sqrt{1 + ad} + a \sqrt{1 + md}} \dots \dots \dots (274).$$

Zur Controle kann man untersuchen, ob in dem für $\text{tg } \gamma$ hier gefundenen allgemeineren Resultate in der That diejenigen enthalten sind, welche in den vorausgegangenen specielleren Fällen aufgestellt erscheinen.

Zu diesem Zwecke blicke man zunächst auf die Figur 124 zurück, wo die Stützwand eine verticale Lage hat, somit $c = \text{tg } \varepsilon = 0$ ist.

Hiernach erhält man:

$$\text{Aus (270) } \dots\dots\dots m = \text{tg } \eta = \frac{b^2}{a'},$$

$$\text{„ (272) } \dots\dots\dots d = \text{tg } \alpha = a,$$

$$\text{„ (274) } \dots\dots\dots \text{tg } \gamma = \frac{1}{a} \left[\sqrt{\frac{1+a^2}{1+\frac{a}{a'}b^2}} - 1 \right],$$

also, wie es sein soll, das Resultat (248).

Steigt nebstbei die vordere Erdböschung, wie in der Figur 112, nach der natürlichen Böschung an, so ist noch $\alpha' = \alpha$, also auch $a' = a$ zu setzen, und es ergibt sodann das auf die gedachte Figur bezügliche Resultat (204).

Bleibt die Stützwand schief gestellt, nimmt man aber dabei die Erdüberhöhung $h = 0$ an, so kommt der in Figur 34 ersichtliche Fall zum Vorschein, und es ist hiefür:

$$\text{Nach (270) } \dots\dots\dots m = \text{tg } \eta = c = \text{tg } \varepsilon$$

$$\text{„ (271) } \dots\dots\dots a = \text{tg } \alpha$$

$$\text{„ (272) } \dots\dots\dots d = \text{tg } (\alpha + \varepsilon);$$

somit nach (274):

$$\begin{aligned} \text{tg } \gamma &= \frac{\sqrt{1 + \text{tg } \alpha \text{tg } (\alpha + \varepsilon)} - \sqrt{1 + \text{tg } \varepsilon \text{tg } (\alpha + \varepsilon)}}{\text{tg } \varepsilon \sqrt{1 + \text{tg } \alpha \text{tg } (\alpha + \varepsilon)} + \text{tg } \alpha \sqrt{1 + \text{tg } \varepsilon \text{tg } (\alpha + \varepsilon)}} \\ &= \frac{\cos \varepsilon - \cos \alpha}{\sin \varepsilon + \sin \alpha} = \text{tg } \left(\frac{\alpha - \varepsilon}{2} \right), \end{aligned}$$

d. h.:

$$\gamma = \left(\frac{\alpha - \varepsilon}{2} \right),$$

wiederum in Uebereinstimmung mit der betreffenden Formel (87).

Auch der specielle Fall in Figur (54) kann betrachtet werden. Dort ist $h = \infty$ und $\alpha' = \alpha$, somit hat man nach Formel (270) wegen $\mathfrak{H} = h = \infty$ unmittelbar $m = \text{tg } \eta = \text{tg } \alpha$ zu setzen, wodurch $\text{tg } \gamma = 0$, also eben so wie auf Seite 170 bei der speciellen Untersuchung des bezüglichen Falles, erhalten wird.

Die beiden in den Figuren 63 und 75 dargestellten Fälle gehören nicht in diejenige Kategorie, auf welche die Untersuchungen im laufenden §. passen; denn, obgleich diese Fälle durch die Annahme $h = \infty$ entste-

hend gedacht werden können, so ist dabei doch nicht zu übersehen, dass die Bruchböschung jetzt nicht mehr, wie für die Giltigkeit des Resultates (274) vorausgesetzt, bis zum Erdplateau reicht, sondern stets in die von der Wandkrone aufsteigende Erdböschung trifft, somit der bezügliche Bruchwinkel niemals nach jener Formel berechnet werden darf.

Der normale Erddruck D auf die Stützwand \overline{AF} ist nach der, die zweite Hauptregel (178) enthaltenden Formel (176):

$$D = \frac{1}{2} g A^2 \frac{\sin^2 \gamma}{\cos \varepsilon},$$

also wegen:

$$A = \overline{AE} = \frac{\mathfrak{H}}{\cos(\alpha - \gamma)}$$

auch:

$$D = \frac{1}{2} \frac{\mathfrak{H}^2}{\cos \varepsilon} \frac{\sin^2 \gamma}{\cos^2(\alpha - \gamma)} \dots \dots \dots (275).$$

Es ist aber:

$$\begin{aligned} \frac{\sin^2 \gamma}{\cos^2(\alpha - \gamma)} &= \left\{ \frac{\sin[\alpha - (\alpha - \gamma)]}{\cos(\alpha - \gamma)} \right\}^2 \\ &= \cos^2 \alpha [\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg}(\alpha - \gamma)]^2 \\ &= \frac{(a - x)^2}{(1 + a^2)}, \end{aligned}$$

und nach Einsetzung des Werthes von x aus (273):

$$\begin{aligned} \frac{\sin^2 \gamma}{\cos^2(\alpha - \gamma)} &= \frac{(1 + ad)}{(1 + a^2)} \left[\frac{\sqrt{1 + ad} - \sqrt{1 + md}}{d} \right]^2, \\ &= \frac{1}{(1 - ac)} \left[\frac{\sqrt{1 + ad} - \sqrt{1 + md}}{d} \right]^2, \end{aligned}$$

wenn man die oben angedeutete Beziehung zwischen a , c und d berücksichtigt.

Hiernach ergibt sich:

$$\begin{aligned} D &= \frac{1}{2} g \frac{\mathfrak{H}^2}{\cos \varepsilon} \cdot \frac{1}{(1 - ac)} \left[\frac{\sqrt{1 + ad} - \sqrt{1 + md}}{d} \right]^2 \\ &= \frac{1}{2} g \mathfrak{H}^2 \frac{\sqrt{1 + c^2}}{(1 - ac)} \cdot \left[\frac{\sqrt{1 + ad} - \sqrt{1 + md}}{d} \right]^2 \dots (276), \end{aligned}$$

wonach der Erddruck D bestimmbar ist.

Um die eigentliche Wandhöhe H einzuführen, setze man nach Gleichung (266) anstatt \mathfrak{H} den Werth:

$$\mathfrak{H} = H \left(\frac{a' - c}{a' - b} \right);$$

in Folge dessen die letzte Formel in folgende übergeht:

$$D = \frac{1}{2} g \frac{H^2}{\cos \varepsilon} \cdot \frac{1}{(1 - ac)} \left[\frac{a' - c}{a' - b} \cdot \frac{\sqrt{1 + ad} - \sqrt{1 + md}}{d} \right]^2$$

$$= \frac{1}{2} w \frac{H^2}{\cos \varepsilon} \dots \dots \dots (277),$$

worin:

$$\frac{w}{g} = \frac{1}{(1 - ac)} \left[\frac{a' - c}{a' - b} \cdot \frac{\sqrt{1 + ad} - \sqrt{1 + md}}{d} \right]^2 \dots \dots (278),$$

das Einheitsgewicht derjenigen sich einzubildenden tropfbaren Flüssigkeit bedeutet, welche auf die Wand \overline{AB} denselben Druck ausüben würde.

Auch jetzt kann man so, wie es bezüglich der Formel (274) geschehen ist, constatiren, dass in der allgemeineren Relation (278) thatsächlich diejenigen Resultate enthalten sind, welche in den vorausgegangenen §§. unter den dort besprochenen besonderen Umständen sich ergeben haben.

Ex. Es seien, ebenso wie in dem Beispiele auf Seite 289, nur jetzt bei schief gestellter Stützwand, folgende Daten bekannt:

$H = 10$, $h = 3$, somit $\mathfrak{H} = 13$ Fuss, $\text{tg } \alpha = 1$ ($\alpha = 45^\circ$), $\text{tg } \alpha' = 1\frac{1}{2}$ ($\alpha' = 56^\circ 19'$), $g = 100$ Pfd.; ferner $\text{tg } \varepsilon = \frac{1}{6}$ ($\varepsilon = 9^\circ 28'$).

Hiernach und zu Folge der Formeln (269) bis (272) hat man:

$a = \text{tg } \alpha = 1$		$c = \text{tg } \varepsilon = \frac{1}{6}$
$a' = \text{tg } \alpha' = \frac{3}{2}$		$d = \text{tg } (\alpha + \varepsilon) = \frac{7}{5}$
$b = \text{tg } \delta = \frac{37}{78}$		$m = \text{tg } \eta = \frac{241}{1014}$;

somit findet man nach der Gleichung (273) oder (274) in Bezug auf den Bruchwinkel

entweder:

$$x = \text{tg } (\alpha - \gamma) = \frac{-65 + \sqrt{13514}}{91} = 0.5632,$$

oder:

$$\text{tg } \gamma = \frac{156 - \sqrt{13514}}{26 + \sqrt{13514}} = 0.2794,$$

woraus jederseits folgt:

$$\gamma = 15^\circ 36\frac{1}{2}'$$

welcher Winkel, wie dies in solchen Fällen eintreten muss, kleiner als $\left(\frac{\alpha - \varepsilon}{2}\right) = 17^\circ 46'$ ist.

Für die Grösse des Erddruckes ergibt sich zunächst nach Formel (278):

$$\frac{w}{g} = \frac{18925 - 156 \sqrt{13514}}{4900} = 0.161,$$

oder:

$$w = 16.1 \text{ Pfd.} = 0.161 \text{ Ctr.},$$

somit schliesslich:

$$D = \frac{1}{2} w \frac{H^2}{\cos \varepsilon} = 8.2 \text{ Ctr.},$$

indem man hiebei, wegen $\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{1}{3}$, nach Tabelle III auf Seite 19 den Werth von $\frac{1}{\cos \varepsilon} = 1.0138$ einsetzt.

§. 64.

Zunahme des Erddruckes von oben nach unten, und Lage des Mittelpunktes des ganzen Erddruckes in dem voruntersuchten Falle. Der Vorgang hiebei ist analog mit demjenigen, welcher im §. 62, bezüglich des dort untersuchten Falles mit lothrechter Stützwand, beobachtet worden ist. Auch das am Schlusse des §. 62 besprochene Annäherungsverfahren zur leichteren Auffindung des Druckmittelpunktes lässt sich diessfalls, und zwar um so mehr mit Vortheil anwenden, als die genauen Resultate in dieser Hinsicht noch weitläufiger und zur Benützung unbequemer werden, als früher.

Jedenfalls ist der Abstand e des Druckmittelpunktes von dem durch die Wandbasis gelegten Horizont in der Regel etwas (bis höchstens um 9%) grösser als ein Drittel von der Stützwandhöhe H . Nur in den zwei Grenzfällen, wo die Erdüberhöhung h einerseits unendlich klein und andererseits unendlich gross gedacht wird, ist geradezu $e = \frac{1}{3} H$.

Dritter Abschnitt.

Activer Erddruck an eine Stützwand mit Rücksicht auf die Reibung zwischen derselben und der Erde.

§. 65.

Einfluss der Berücksichtigung dieser Reibung. Wie schon im §. 26 erwähnt, erhält man in diesem Falle rechnungsmässig ein kleineres Resultat für den normalen Erddruck, als wenn die Wirkung der gedachten Reibung unberücksichtigt bleibt.

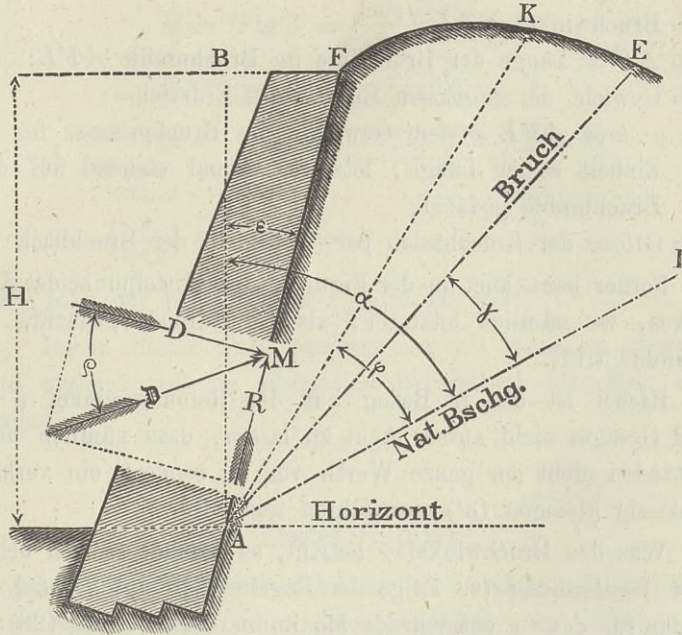
Obwohl das letztere Verfahren, wenn auch weniger genau, dennoch für die praktische Anwendung aus den in dem bezogenen §. angedeuteten Gründen in der Regel zulässig ist, so kann es gleichwohl wünschenswerth, ja nothwendig erscheinen, die Wirkung des Erddruckes mit grösserer Genauigkeit zu bestimmen, insbesondere in Fällen, wo es sich um die Prüfung der Theorie durch praktische Versuche handelt, weil man sonst nicht berechtigt ist, aus der Vergleichung der wissenschaftlichen Resultate mit denjenigen, welche aus Versuchen sich ergeben, massgebende Folgerungen zu ziehen.

Dieserwegen, und weil der Einfluss der Reibung an der Stützwand auf die Wirkung des Erddruckes eigentlich erst dann gehörig beurtheilt werden kann, wenn man die Grösse dieses Einflusses rechnungsmässig oder grafisch dargestellt hat, haben die Untersuchungen, welche dem gegenwärtigen Abschnitt einverleibt sind, nicht nur einen theoretischen, sondern auch einen praktischen Werth.

Da übrigens die Grundformeln für die bezüglichen Untersuchungen bereits im ersten Abschnitte, insbesondere auf Seite 37 unter den Nummern (24), (25) und (26) aufgestellt erscheinen, so können dieselben zu dem angedeuteten Zwecke sogleich benützt werden.

Ist nämlich (Fig. 129) der normal auf die Stützwand \overline{AF} wirkende Erddruck = D ,

Fig. 129.



der Reibungswiderstand an derselben = R ,
 und der mit Rücksicht auf diesen letzteren entstehende
 schiefe Erddruck, beziehungsweise Widerstand der
 Stützwand = \mathfrak{D} ;
 so hat man:

$$D = \dots \frac{\cos \varrho}{\cos (\gamma + \varepsilon - \varrho)} [G \sin \gamma - c A \sin \alpha],$$

$$R = D \operatorname{tg} \varrho = \frac{\sin \varrho}{\cos (\gamma + \varepsilon - \varrho)} [G \sin \gamma - c A \sin \alpha],$$

$$\mathfrak{D} = \frac{D}{\cos \varrho} = \frac{1}{\cos (\gamma + \varepsilon - \varrho)} [G \sin \gamma - c A \sin \alpha].$$

Die übrigen Buchstaben haben folgende Bedeutung:

$\alpha = \sphericalangle B A I =$ Neigungswinkel für die natürliche Erdböschung

$\varepsilon = \sphericalangle B A F =$ Neigungswinkel der Stützwand von der Höhe H ;

ϱ = Reibungswinkel in Bezug auf die jetzt in Betracht kommende Reibung des Erdreiches an der Stützwand, daher $\operatorname{tg} \varrho = \mu$ = dem bezüglichen Reibungscoefficienten (Gleichung 3);

γ = Bruchwinkel EAI ;

$A = \overline{AE}$ = Länge der Bruchlinie im Bruchprofile AFE ;

g = Gewicht der cubischen Einheit des Erdreiches;

$G = g \cdot \text{area } AFE$ = dem Gewichte des Bruchprismas für die Einheit seiner Länge, letztere normal stehend auf dem Bruchprofile gedacht;

c = Grösse der Erdeohäsion per \square Einheit der Bruchfläche.

Ferner bezeichnet in der Figur M den Mittelpunkt des Erddruckes, wo nämlich letzterer, als Resultirende gedacht, die Stützwand trifft.

Hiebei ist das in Bezug auf den Reibungswinkel ϱ im §. 12 Gesagte nicht ausser Acht zu lassen, dass nämlich unter Umständen nicht der ganze Werth von ϱ , sondern ein verhältnissmässig kleinerer (ϱ') einzuführen sein wird.

Was den Bruchwinkel γ betrifft, so handelt es sich behufs seiner Bestimmung (zu Folge der Regeln auf Seite 39 und 40) um das für $\varphi = \gamma$ entstehende Maximum des Werthes (28):

$$\Delta = \frac{\cos \varrho}{\cos (\varphi + \varepsilon - \varrho)} [X \sin \varphi - cS \sin \alpha],$$

oder eigentlich, da ϱ nicht variabel ist, um jenes von:

$$\frac{\Delta}{\cos \varrho} = \frac{1}{\cos (\varphi + \varepsilon - \varrho)} [X \sin \varphi - cS \sin \alpha],$$

und es ist sodann insbesondere:

$$\max \Delta = D$$

$$\max \left(\frac{\Delta}{\cos \varrho} \right) = \mathfrak{D}.$$

Die sonstigen Buchstaben bedeuten, und zwar:

$\varphi = \sphericalangle KAI$ die Neigung irgend einer durch den Wandfuss gedachten Böschung;

$S = \overline{AK}$ die Länge der Böschungslinie \overline{AK} ;

$X = g \cdot \text{area } AFK$ das Gewicht des Erdprofiles AFK .

Ist die Erdcohesion gleich Null, oder vernachlässiget man überhaupt ihren Einfluss, so erhält man wegen $c = 0$:

$$D = \dots\dots\dots \frac{\cos \varrho \sin \gamma}{\cos (\gamma + \varepsilon - \varrho)} G \dots\dots\dots (279),$$

$$R = D \operatorname{tg} \varrho = \frac{\sin \varrho \sin \gamma}{\cos (\gamma + \varepsilon - \varrho)} G \dots\dots\dots (280),$$

$$\mathfrak{D} = \frac{D}{\cos \varrho} = \frac{\sin \gamma}{\cos (\gamma + \varepsilon - \varrho)} G \dots\dots\dots (281),$$

$$\mathcal{A} = \dots\dots\dots \frac{\cos \varrho \sin \varphi}{\cos (\varphi + \varepsilon - \varrho)} X \dots\dots\dots (282),$$

$$\max \mathcal{A} = D \dots\dots\dots (283),$$

$$\max \left(\frac{\mathcal{A}}{\cos \varrho} \right) = \max \mathcal{A}' = \mathfrak{D} \dots\dots\dots (284),$$

wenn man der Kürze wegen $\frac{\mathcal{A}}{\cos \varrho} = \mathcal{A}'$ setzt.

Indem dieser Fall vorzugsweise in's Auge zu fassen ist, wird sogleich auf die allgemeine Behandlung desselben eingegangen.

Erstes Capitel.

Allgemeine Regeln zur Bestimmung der gefährlichen oder Bruchböschung und des Druckes eines gestützten cohesionlosen Erdreiches bei beliebiger Gestalt der Oberfläche desselben mit Rücksichtnahme auf die Reibung an der Stützwand. Grafische Auflösung.

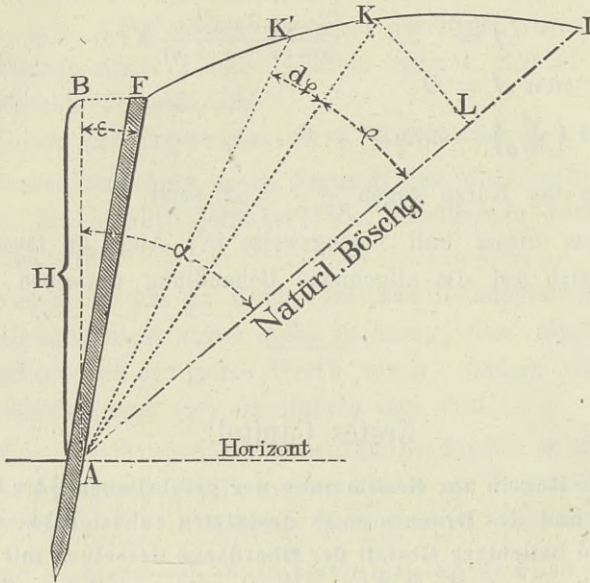
§. 66.

Eigenthümliche Untersuchungsmethode. Zur Auflösung der gestellten Aufgabe kann man, eben so wie im zweiten Abschnitte, auf zweierlei Art verfahren. Entweder betrachtet man aufeinanderfolgend die vorkommenden Specialfälle in Bezug auf Stützwandrichtung und Oberflächengestalt des Hinterfüllungsmateriales, und sucht sodann jedesmal das fragliche Maximum von \mathcal{A} , beziehungsweise \mathcal{A}' , auf, oder man geht in umgekehrter Weise, nämlich so vor, wie es im §. 47 und den daran geknüpften Untersuchungen geschehen ist.

Indem die Wirkung der Erdcohesion hiebei ausser Betracht bleibt, wird das zweite Verfahren, das in diesem Falle das allgemeinere und zugleich übersichtlichere ist, vorgezogen.

Hiernach hat man den in der Figur 130 angedeuteten allgemeinen Fall, wo die Stützwand irgendwie geneigt und das Erd-

Fig. 130.



reich oben auf beliebig begrenzt ist, den Betrachtungen zu Grunde zu legen, und zunächst allgemein zu untersuchen, unter welchen Verhältnissen das Maximum des Werthes von Δ , beziehungsweise Δ' , eintritt.

Nach den Gleichungen (282) und (284) ist:

$$\Delta' = \frac{\Delta}{\cos \varphi} = \frac{X \sin \varphi}{\cos (\varphi + \varepsilon - \varrho)} \dots \dots \dots (285)$$

Vergleicht man diesen Ausdruck mit jenem auf Seite 180, welcher

$$\Delta = \frac{X \sin \varphi}{\cos (\varphi + \varepsilon)}$$

heisst, und dort ebenfalls in Bezug auf φ zu einem Maximum

zu machen war, so sieht man, dass hieraus der jetzige Ausdruck entsteht, wenn man dort $(\varepsilon - \varrho)$ anstatt ε einsetzt.

Die zwei Bedingungsgleichungen (175) und (176), welche auf Seite 183 aufgestellt erscheinen, können daher insoferne auch gegenwärtig beibehalten werden, als man hierin $(\varepsilon - \varrho)$ anstatt ε substituirt, und zugleich beachtet, dass es sich jetzt um das Maximum von \mathcal{A}' handelt, welches dem schiefen Erddrucke \mathcal{A} gleichzusetzen ist.

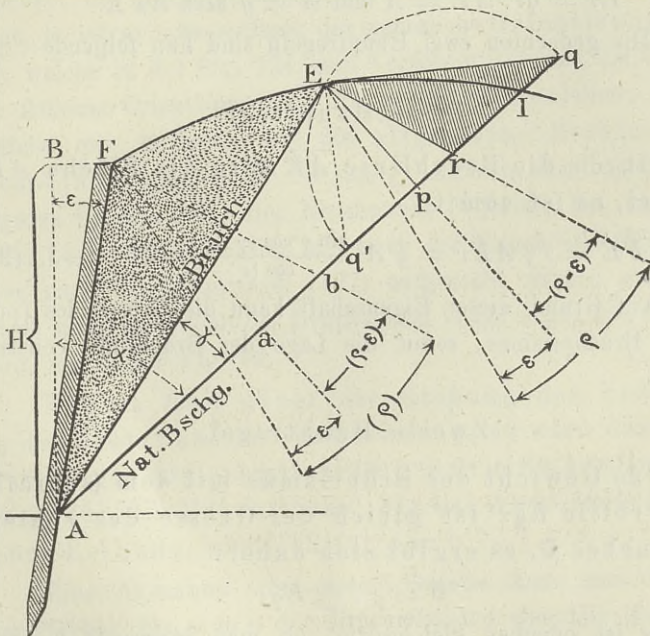
Hiernach ergibt sich:

$$G^* = \frac{1}{2} g A^2 \frac{\sin \gamma \cos (\gamma + \varepsilon - \varrho)}{\cos (\varepsilon - \varrho)} \dots \dots \dots (286)$$

$$\mathcal{A} = \frac{1}{2} g A^2 \frac{\sin^2 \gamma}{\cos (\varepsilon - \varrho)} \dots \dots \dots (287),$$

wobei man im Nenner auch $\cos (\varrho - \varepsilon)$ anstatt $\cos (\varepsilon - \varrho)$ setzen kann.

Fig. 131.



Diese beiden Gleichungen enthalten, analog wie jene unter (175) und (176), zwei eben so einfache, wie

merkwürdige Hauptregeln, welche man sofort erkennt, wenn man die geometrische Bedeutung jener Gleichungen in's Auge fasst.

Zu diesem Behufe zeichne man die Fig. 131 eben so, wie die Fig. 82, nur mit dem Unterschiede, dass der dortige Winkel pEr nicht $= \varepsilon$, sondern $= (\varepsilon - \varrho)$ gemacht wird, also derselbe, insoferne $(\varepsilon - \varrho)$ negativ ist, in der Grösse von $(\varrho - \varepsilon)$ auf die andere Seite des Perpendikels \overline{Ep} hinübergetragen wird.

Das Gleiche gilt von der sogenannten Orientirungslinie \overline{Fb} .

Man hat daher, falls \overline{AE} die Bruchlinie bezeichnet, in der Fig. 131, wenn die Winkeldifferenz $(\varrho - \varepsilon)$ als positiv angenommen wird:

$$\begin{aligned} \overline{Fa} \parallel \overline{Ep} \perp \overline{AI}, \sphericalangle aFb = \sphericalangle pEr = (\varrho - \varepsilon), \\ \overline{Er} = \overline{qr}, \overline{AE} = A \text{ und } G = g. \text{ area } AFE. \end{aligned}$$

Die gedachten zwei Hauptregeln sind nun folgende:

Erste Hauptregel.

Durch die Bruchlinie \overline{AE} wird die Fläche $AFEr$ halbirt, es ist somit:

$$\text{area } AFE = \triangle AEr = \frac{1}{2} A^2 \frac{\sin \gamma \cos (\gamma + \varepsilon - \varrho)}{\cos (\varepsilon - \varrho)} \dots \dots (288).$$

Auf Grund dieser Eigenschaft kann die Grösse des (punktirten) Bruchprismas, somit die Lage der Bruchlinie construirt werden.

Zweite Hauptregel.

Das Gewicht des Erdprismas mit dem (schraffirten) Profile Eqr ist gleich der Grösse des schiefen Erddruckes \mathfrak{D} , es ergibt sich daher:

$$\mathfrak{D} = g \cdot \triangle Eqr.$$

Es ist offenbar gleichgiltig, ob man einerseits $\overline{Er} = \overline{qr}$ oder andererseits $\overline{Er} = \overline{q'r}$ aufträgt, und sodann das Profil $Eq'r$, anstatt des vorigen Eqr , als Grundlage bei der Berechnung für

den Erddruck annimmt, weil die Grösse dieser beiden Dreiecke dieselbe ist, so dass man auch schreiben kann:

$$\mathfrak{D} = g \cdot \triangle Eqr = g \cdot \triangle Eq'r \dots \dots \dots (289).$$

Der Beweis für die Statthaftigkeit dieser Hauptregeln ist in derselben Weise zu führen, wie bezüglich der Hauptregeln (177) und (178) auf Seite 184 und 185.

Augenscheinlich ergeben sich hier wie dort die gleichen Resultate, nur mit der Modification, dass jetzt überall ($\varepsilon - \varrho$) an die Stelle von ε tritt.

Da die Winkeldifferenz ($\varrho - \varepsilon$) an die auf die natürliche Böschung gefällten Perpendikel \overline{Fa} und \overline{Ep} auch so construirt werden kann, dass man zuerst den Winkel ε genau so wie in der Figur 82 ansetzt, dann aber diesen Ansatzwinkel um den Reibungswinkel ϱ vermindert, also letzteren an den gefundenen Schenkel des Ansatzwinkels ε im entgegengesetzten Sinne aufträgt, so ist es sehr einfach, die neuerliche Orientirungslinie \overline{Fb} , welche in der Fig. 131 zum Vorschein kommt, aus der Lage der früheren Orientirungslinie \overline{Fb} in Fig. 82 abzuleiten; und das Gleiche gilt in Bezug auf die allgemeine Richtung der Abschlussgeraden \overline{Er} für das $\triangle AEr$ in den beiderseitigen Figuren 82 und 131. Der Bruchpunkt E jedoch hat nicht dieselbe Lage, indem solcher hier nach der Hauptregel (288), dort aber nach der Hauptregel (177) aufgesucht werden muss, wodurch augenscheinlich der Bruchwinkel in der Figur 131 kleiner wird, als in der Fig. 82.

Nimmt man daher die Reibung des Erdreiches an der Stützwand mit in Rechnung, so wird das Bruchprisma grösser, somit erhält man eine sanftere Neigung für die Bruchfläche, als bei Ausserachtlassung jener Reibung, nämlich für $\varrho = 0$.

Eine Ausnahme von diesem Gesetze kann nur entstehen, wenn schon für $\varrho = 0$ der Bruchwinkel γ ebenfalls gleich Null wird, wie z. B. in dem Falle nach Fig. 54 (pag. 141), wo das Erdreich von der Wandkrone an nach der natürlichen Böschung

fort ansteigend gedacht wird; weil dann der Bruchwinkel, welcher niemals kleiner als Null werden kann, überhaupt für jeden Werth von ϱ Null bleiben muss, worauf man später noch zurückkommen wird.

Was die Intension des Erddruckes betrifft, so wird der schiefe Erddruck, wenn nämlich die Reibung an der Stützwand mit in Rechnung kommt, je nach Umständen kleiner oder grösser als der normale in dem Falle, wo die gedachte Reibung ausser Betracht bleibt; was man schon ohne Schwierigkeit erkennt, wenn man die beiderseitigen Constructionsregeln auf verschiedene Fälle anwendet.

Betrachtet man jedoch stets den normalen Erddruck hier wie dort, so zeigt sich ein anderes Ergebniss, indem dann die Grösse des Druckes mit Rücksicht auf die Reibung an der Wand ($\mathfrak{D} \cos \varrho$) niemals jene übertreffen kann, welche ohne eine solche Rücksichtnahme sich ergibt. (Siehe §. 26.)

Combinirt man die zweite der aufgestellten Hauptregeln (289), wonach der schiefe Erddruck \mathfrak{D} ermittelt wird, mit den Gleichungen (279), (280) und (281), worin der normale Erddruck ($D = \mathfrak{D} \cos \varrho$) und die dem Reibungswiderstande an der Stützwand äquivalente Druckkraft ($R = \mathfrak{D} \sin \varrho$) als Componenten des schiefen Erddruckes in Betracht kommen, so kann man die Grösse dieser Componenten ebenfalls grafisch, nämlich jede durch das Gewicht eines gewissen Erdprismas darstellen, welches sich insbesondere ergibt, wenn man das den Druck \mathfrak{D} repräsentirende Erdprisma in dem Verhältnisse wie $1 : \cos \varrho$ und beziehungsweise wie $1 : \sin \varrho$ verkleinert.

In der Figur 132 ist dieses Verfahren anschaulich gemacht. Zunächst ist $\overline{Er} = \overline{rq'}$ und $\triangle Eq'r$ das Profil des Erdprismas, dessen Gewicht dem schiefen Erddrucke \mathfrak{D} gleich kommt. Zieht man nun $\overline{rm} \perp \overline{El}$, und macht einerseits $\overline{En} = \overline{Em}$, andererseits aber $\overline{rk} = \overline{rm}$, so hat man offenbar:

$$\overline{Em} = \overline{En} = \overline{Er} \cdot \cos \varrho,$$

$$\overline{rm} = \overline{rk} = \overline{Er} \cdot \sin \varrho,$$

$$\triangle Enq' = \cos \varrho \cdot \triangle Eq'r$$

$$\triangle Ekr = \sin \varrho \cdot \triangle Eq'r,$$

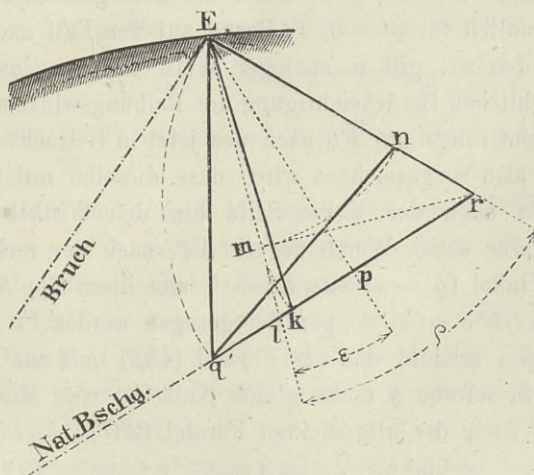
daher wegen $\mathfrak{D} = g \cdot \triangle Eq'r$, $D = \mathfrak{D} \cos \varrho$ und $R = \mathfrak{D} \sin \varrho$:

$$\left. \begin{array}{l} D = g \cdot \triangle Enq' \dots\dots \\ R = g \cdot \triangle Ekr \dots\dots \end{array} \right\} \dots\dots\dots (290),$$

d. h.:

Das Gewicht des Erdprismas mit dem Profile Enq' gibt den Normaldruck D , jenes mit dem Profile

Fig. 132.



Ekr aber die an der Stützwand entstehende Reibung R an.

Da die den Kräften \mathfrak{D} , D und R entsprechenden Dreiecke $Eq'r$, $Eq'n$ und Ekr eine gleiche Höhe haben, wenn die Spitze für das erste und dritte in E , für das zweite aber in q' gedacht wird, so verhalten sich die Dreiecksgrößen zu einander, wie die bezüglichen Grundlinien $q'r$, En und kr , und da diese aus den drei Seiten des rechtwinkligen Dreieckes Emr entstanden sind, so ergibt sich die Relation:

$$\overline{q'r}^2 = \overline{En}^2 + \overline{kr}^2,$$

welche in der That vorhanden sein muss, weil ja auch

$$\mathfrak{D}^2 = D^2 + R^2$$

ist.

Indem man weiterhin, insoferne nicht ausdrücklich etwas Anderes bemerkt ist, immer den schiefen Erddruck \mathfrak{D} construiren oder berechnen wird, kann es keinem Anstande unterliegen, eventuell auch die mit D und R bezeichneten Seitenkräfte jenes Druckes sowohl grafisch, als auch im Wege der Rechnung zu bestimmen, wenn man sich hierbei nur stets gegenwärtig hält, dass $D = \mathfrak{D} \cos \varrho$ und $R = \mathfrak{D} \sin \varrho$ zu setzen ist.

Dasjenige, was im §. 47 unter der dort gemachten Voraussetzung, nämlich für $\varrho = 0$, in Bezug auf den Fall nach Fig. 84 gesagt worden ist, gilt in analoger Weise auch gegenwärtig bei der thatsächlichen Berücksichtigung des Reibungswinkels ϱ , wenn nur die Orientirungslinie \overline{Fb} nach der jetzt in Betracht kommenden Regel, also so gezeichnet wird, dass dieselbe mit dem Perpendikel \overline{Fa} nach der linken Seite hin den Winkel $(\varepsilon - \varrho)$, oder, insoferne dieser Werth negativ ist, nach der rechten Seite hin den Winkel $(\varrho - \varepsilon)$ einschliesst, und hiezu die Abschlussgeraden \overline{Er} , $\overline{E'r'}$ u. s. w. parallel gezogen werden.*)

Dagegen erleidet das zur Formel (183) und zur Figur 85 Bemerkte, in soferne ϱ nicht gleich Null ist, eine Modification; denn es ist nach der allgemeinen Formel (287):

$$\mathfrak{D} = \frac{1}{2} g \frac{A^2 \sin^2 \gamma}{\cos(\varepsilon - \varrho)} = \frac{1}{2} g \frac{[A \sin \gamma]^2}{\cos(\varepsilon - \varrho)} = \frac{1}{2} g \frac{P^2}{\cos(\varepsilon - \varrho)}$$

wenn, wie auf Seite 192, die Grösse des Perpendikels, welches von dem Bruchpunkte E bis zur natürlichen Böschung reicht,

*) Die Bruchlinie bleibt in diesem Falle eigentlich unbestimmt, sie kann nämlich in der Strecke $\overline{e'e''}$ irgendwo angenommen werden, ohne dass die durch die Formel (288), beziehungsweise (177), ausgedrückte Hauptregel alterirt wird. Denn man findet leicht, dass — wenn $\text{area } AFe'E = \triangle AEr$ ist — dann auch überhaupt $\text{area } AFe'E' = \triangle AE'r'$ sein muss, wo immer der Punkt E' in der Linie $\overline{e'e''}$ liegen mag. Durch das Ver-

mit P bezeichnet, also $A \sin \gamma = P$ gesetzt wird. (Siehe auch die Figur 131, wo $P = Ep \perp AI$ ist.)

Hiernach hat man:

$$\mathfrak{D} = \frac{1}{2} g \frac{P^2}{\cos(\varepsilon - \varrho)} = \frac{1}{2} \left[g \frac{\cos \varepsilon}{\cos(\varepsilon - \varrho)} \right] \frac{P^2}{\cos \varepsilon} = \frac{1}{2} g' \frac{P^2}{\cos \varepsilon} \dots (291)$$

und wegen $D = \mathfrak{D} \cos \varrho$:

$$D = \frac{1}{2} \left[g \frac{\cos \varepsilon \cos \varrho}{\cos(\varepsilon - \varrho)} \right] \frac{P^2}{\cos \varepsilon} = \frac{1}{2} g'' \frac{P^2}{\cos \varepsilon} \dots \dots \dots (292).$$

Zwar enthalten die beiden letzten Gleichungen ebenfalls das hydrostatische Gesetz, indessen ist das per Cubikeinheit entfallende Gewicht der sich einzubildenden tropfbaren Flüssigkeit, welche denselben Druck ausüben würde, nicht mehr, wie nach der Formel (183), geradezu gleich dem Einheitsgewichte des Erdreiches (g), sondern davon verschieden, nämlich bei der Zugrundelegung der Formel (291) mit $g' = g \frac{\cos \varepsilon}{\cos(\varepsilon - \varrho)}$, bei jener der anderen (292) aber mit $g'' = g \frac{\cos \varepsilon \cos \varrho}{\cos(\varepsilon - \varrho)} = g \left(\frac{1}{1 + \operatorname{tg} \varepsilon \operatorname{tg} \varrho} \right)$ zu bemessen.

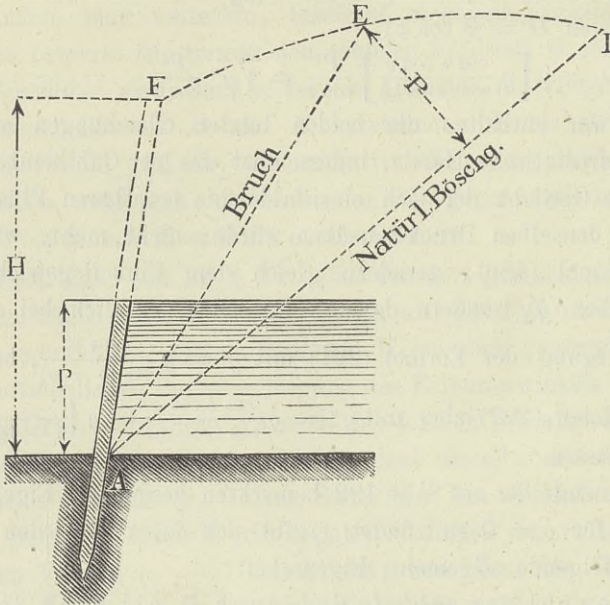
Anstatt der auf Seite 192 bemerkten besonderen Eigenschaft, welche für $\varrho = 0$ stattfindet, ergibt sich daher für jeden Werth von ϱ folgende allgemeine Eigenschaft:

Sowohl der schiefe Erddruck \mathfrak{D} , als auch der normale D auf die ganze Wandhöhe H (Fig. 133) ist eben so gross, wie der Druck einer sich einzubildenden tropfbaren Flüssigkeit von dem Einheitsgewichte g' , beziehungsweise g'' , wenn die Druckhöhe hierbei jedesmal nur mit der Grösse desjenigen Perpendikels P bemessen wird, welches vom Bruchpunkte E bis zur natürlichen Erdböschung AI reicht.

rücken des Bruchpunktes nimmt nämlich jede der zwei Flächen, die einander gleich sein sollen, um dieselbe Grösse zu oder ab, so dass, wenn die fraglichen Flächen bei der Wahl des Einen Bruchpunktes einander gleich waren, dieselben durch dessen Verschiebung immer wieder einander gleich werden. Hiernach kann der Bruch nach der Richtung Ae' oder Ae'' , oder nach einer beliebigen Zwischenrichtung erfolgen, wodurch übrigens die Wirkung des Erddruckes auf die Stützwand nicht geändert wird.

Für $\varepsilon = 0$, also für eine verticale Stützwand, erhält man ausnahmsweise $g'' = g =$ dem Erdgewichte selbst, und zwar ohne Rücksicht auf den Werth von ϱ .

Fig. 133.



Es ist jedoch wohl zu beachten, dass das Perpendikel P in den Fällen, in welchen einmal $\varrho = 0$ und das andere Mal $\varrho > 0$ ist, nicht dasselbe bleibt, indem die Bruchfläche \overline{AE} mit ϱ veränderlich ist.

§. 67.

Erläuterungen zu den im vorigen §. entwickelten Gesetzen.

A.

Für eine liegende Stützwand, wie in Fig. 131, ist ε positiv, folglich $\chi(\varrho - \varepsilon) = \chi p Er$ an das Perpendikel \overline{Ep} , beziehungsweise \overline{Fa} nach aufwärts oder nach abwärts anzusetzen, je nachdem $\varrho >$ oder $<$ als ε ist. Für $\varrho = \varepsilon$ steht die Orientierungslinie \overline{Fb} senkrecht auf der natürlichen Böschung \overline{AI} , somit fällt

\overline{Er} mit dem Perpendikel \overline{Ep} unmittelbar zusammen, und die beiden Dreiecke AEr und Erq , beziehungsweise Erq' , werden rechtwinklige. Für eine verticale Stützwand wird $\varepsilon = 0$, folglich der Ansatzwinkel $(\varrho - \varepsilon) = \varrho$, sodann schliessen die Linien \overline{Fb} und \overline{Er} mit den daselbst auf die natürliche Böschungsrichtung gefällten Perpendikeln \overline{Fa} und \overline{Ep} geradezu den Reibungswinkel ϱ ein.

Für eine um den Winkel ε gegen das Loth überhängende Stützwand ist in den vorigen Untersuchungen ($-\varepsilon$) statt $(+\varepsilon)$ zu setzen und umgekehrt; es werden also in diesem Falle die beiden Winkel pEr und $aFb = (\varrho + \varepsilon)$, so dass dann die Orientierungslinie, von der Stützwand aus betrachtet, jedenfalls jenseits des Perpendikels \overline{Fa} zu liegen kommt.

B.

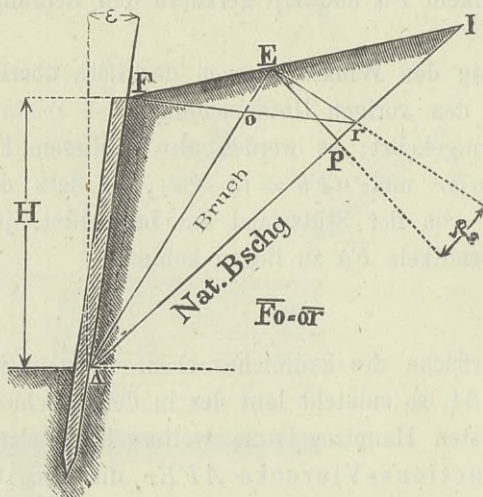
Ist die Oberfläche des Erdreiches eben, wenn auch schief, wie in der Fig. 134, so entsteht laut der in der Gleichung (288) ausgedrückten ersten Hauptregel die weitere Eigenschaft, dass in dem Constructions-Vierecke $AFEr$ die zweite Diagonale \overline{Fr} durch die erste (zugleich Bruchlinie \overline{AE}) im Kreuzungspunkte o halbirt wird; wie man dies auch schon in dem §. 48 mit Bezug auf den dortigen Fall nach Fig. 89, wobei die Reibung zwischen Erde und Stützwand gleich Null gesetzt ward, bemerkt hat, so dass die angedeutete Eigenschaft nunmehr ganz allgemein für jeden Werth des Reibungswinkels ϱ giltig ist.

Zur grafischen Darstellung der Bruchlinie kann man in diesem Falle jede der drei Methoden benützen, welche im §. 49 mittelst der Figuren 93, 94 und 95 angedeutet erscheinen, nur mit der Modification, dass jetzt die Orientierungslinie \overline{Fb} mit dem Perpendikel \overline{Fa} nicht den Winkel ε , sondern $(\varepsilon - \varrho)$ einschliesst; was selbstverständlich auch für die Gerade \overline{Er} in Bezug auf das Perpendikel \overline{Ep} gilt.

Die Richtigkeit dieser Behauptung ergibt sich aus der Schlussanmerkung im §. 49. Heisst man nämlich den bezüglichen Ansatzwinkel ε' , ist also dieser irgendwie von dem Neigungs-

winkel ε der Stützwand verschieden, wie das in der Figur 96 angedeutet ist, so bleiben dennoch die sonstigen geometrischen Gesetze der Hauptsache nach dieselben wie in den Figuren 93,

Fig. 134.



94 und 95; nur wird jetzt die Richtung der Bruchlinie \overline{AE} eine andere. Hiernach können bei Berücksichtigung der Reibung zwischen Erde und Stützwand in dem vorausgesetzten Falle, wenn das Erdreich von der Stützwandkrone angefangen von einer Ebene begrenzt wird, gleichgiltig, ob diese Ebene horizontal, ansteigend oder abfallend ist, die Bruchfläche und die Grösse des Erddruckes eben so einfach construirt werden, wie wenn auf die gedachte Reibung keine Rücksicht genommen wird, indem nämlich auch die Grösse des Erddruckes nach der zweiten Hauptregel (289) sogleich bestimmbar ist, nachdem man die Lage der Bruchfläche gefunden hat.

C.

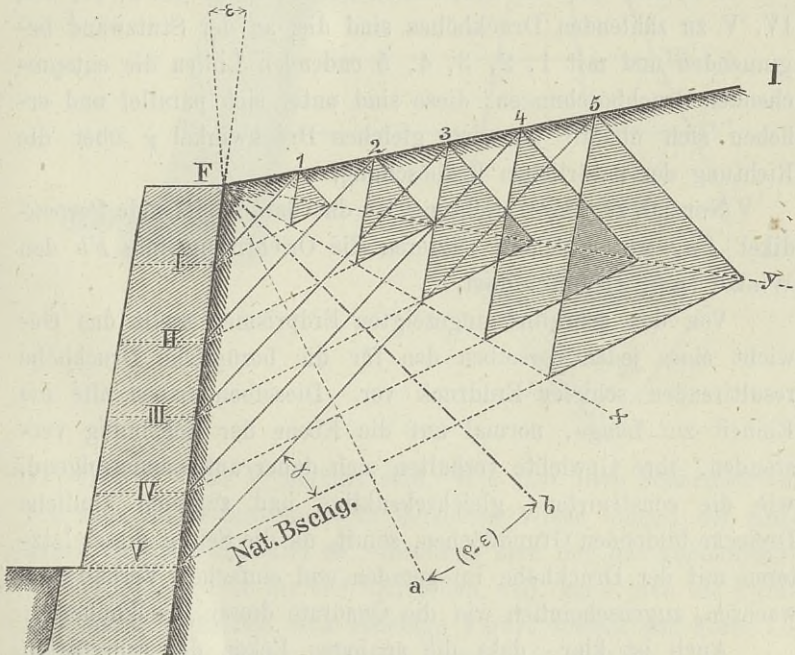
Alles das, was in den §§. 50, 51 und 52 gesagt worden ist, gilt auch dermalen, wenn nur die sogenannte Orientierungslinie,

welche in den betreffenden Figuren 97, 98, 99, 100 und 101 mit \overline{Fb} bezeichnet ist, nicht, wie dort, sondern nach der jetzt in Betracht kommenden Regel eingezeichnet wird.

D.

In dem unter lit. B. besprochenen Falle (Fig. 134) erhält man durch die Construction offenbar stets einen und denselben Werth für den Bruchwinkel γ , wenn unter sonst gleichen Umständen bloß die Stützwandhöhe H variabel ist, weil dann die für die verschiedenen Höhen entstehenden Zeichnungen, welche

Fig. 135.



nach einer der angegebenen drei Constructionsmethoden gemacht werden, nur in der Grösse von einander verschieden, unter sich aber ähnlich ausfallen.

Die den einzelnen Druckhöhen zukommenden Bruchflächen sind daher mit einander parallel, und die Grösse des Erddruckes

nimmt, da auch die Profile der Erdprismen, deren Gewicht jedesmal die Grösse des Erddruckes vorstellt, unter einander ähnlich sind, mit dem Quadrate der Druckhöhe zu; Eigenschaften, welche auch schon in dem vorigen Abschnitte, wo eine Reibung zwischen Erde und Stützwand nicht in Rechnung kam, gefunden wurden, und die nunmehr in dem vorausgesetzten Falle als allgemein gültig (nämlich unabhängig von dem Reibungswinkel ϱ) anzusehen sind, insoferne die Erdcohesion gleich Null angenommen wird.

Diese Eigenschaften sind in der Figur 135 anschaulich gemacht.

Für die, von der Stützwandkrone F herab bis I, II, III, IV, V zu zählenden Druckhöhen sind die, an der Stützwand beginnenden und mit 1, 2, 3, 4, 5 endenden Linien die entsprechenden Bruchböschungen; diese sind unter sich parallel und erheben sich überall um den gleichen Bruchwinkel γ über die Richtung der natürlichen Erdböschung.

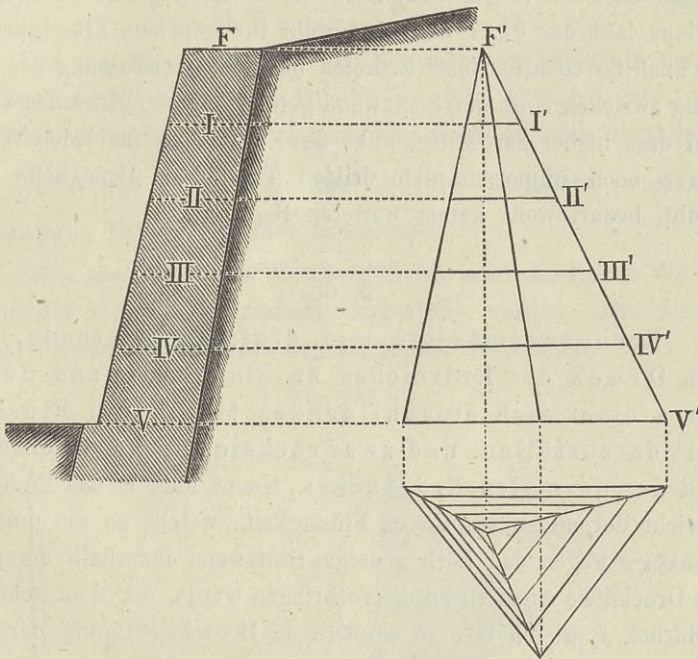
Normal zu dieser Richtung ist das darauf stehende Perpendikel \overline{Fa} , mit welchem letzteren die Orientierungslinie \overline{Fb} den Winkel ($\varrho - \epsilon$) einschliesst.

Von den schraffirt angezeigten Erdprismen stellt das Gewicht eines jeden derselben den für die bezügliche Druckhöhe resultirenden schiefen Erddruck vor. Dieselben haben alle die Einheit zur Länge, normal auf die Ebene der Zeichnung verstanden, ihre Gewichte verhalten sich daher aufeinanderfolgend, wie die construirten, gleichschenklige und zugleich ähnliche Dreiecke bildenden Grundflächen, somit, da die Seiten dieser letzteren mit der Druckhöhe im geraden und einfachen Verhältnisse wachsen, augenscheinlich wie die Quadrate dieser Druckhöhen.

Auch ist klar, dass die analogen Ecken der schraffirten Dreiecke stets in einer und derselben Geraden (\overline{FI} , \overline{Fx} , \overline{Fy}) liegen, wonach diese Dreiecke auch als die, in dem Niveau der Stellen I, II, III, IV, V geführten horizontalen Schnittflächen einer und derselben aufrecht stehenden Pyramide angesehen werden können, von welcher die Spitze mit der Wandkrone F , die

horizontale Basis aber mit dem Wandfusse V in gleichem Niveau gelegen ist, und zu dieser Basis das grösste der schraffirten Erdprofile verwendet wird. Siehe Figur 136, wo die Spitze der besagten Pyramide in F' ist, und die horizontalen Schnitte in I',

Fig. 136.



II', III', IV' und V' geführt sind. Wie also diese Schnittflächen von oben herab zunehmen, in derselben Weise nimmt der Erddruck an die Stützwand zu. Insoferne man nur das zunehmende Verhältniss an und für sich darstellen will, kann man als Pyramidenbasis eigentlich eine beliebige Figur, sowohl der Form als auch der Grösse nach, wählen; nur dann, wenn, wie es oben beabsichtigt war, die jeweilige Schnittfläche in der Pyramide unmittelbar das Profil desjenigen Erdprismas, dessen Gewicht dem Erddrucke gleich ist, geben soll, ist es nothwendig, als Pyramidenbasis, wie es geschehen, das grösste der schraffirten Dreiecke in der Fig. 135 anzunehmen.

Selbstverständlich ist das angedeutete zunehmende Verhältniss auch bezüglich der Veränderung des normalen Erddruckes und des Reibungswiderstandes an der Stützwand nach Mässgabe der Druckhöhe vorhanden*).

Dass nebstbei das in Rede stehende Verhältniss in dem betrachteten Falle (Figur 134) auch durch die Figuren 12 und 13, welche laut der §§. 7 und 55 sowohl für tropfbare Flüssigkeiten, als auch für cohäsionsloses Erdreich bei Ausserachtlassung der Reibung zwischen Erde und Stützwand gelten, dargestellt werden kann, und dass hiebei der Mittelpunkt des Erddruckes für jeden Werth von ϱ noch immer in dem dritten Theile der Druckhöhe verbleibt, bedarf wohl keiner weiteren Begründung.

§. 68.

Rechnungsmässige und grafische Methode, um den Druck des Erdreiches an eine Stützwand durch jenen einer sich einzubildenden tropfbaren Flüssigkeit darzustellen, und zwar rücksichtlich des schiefen und des normalen Erddruckes. Nennt man w das Einheitsgewicht derjenigen tropfbaren Flüssigkeit, welche an die um den Winkel ε gegen das Loth geneigte Stützwand innerhalb der ganzen Druckhöhe einen Druck hervorbringen würde, der dem schiefen Erddruck \mathfrak{D} gleich ist, so entsteht in Berücksichtigung der Relationen (4) und (287) die Gleichung:

$$\mathfrak{D} = \frac{1}{2} g A^2 \cdot \frac{\sin^2 \gamma}{\cos(\varepsilon - \varrho)} = \frac{1}{2} w \frac{H^2}{\cos \varepsilon},$$

woraus sich ergibt:

$$\frac{w}{g} = \frac{\cos \varepsilon}{\cos(\varepsilon - \varrho)} \left[\frac{A \sin \gamma}{H} \right]^2 = \frac{\cos \varepsilon}{\cos(\varepsilon - \varrho)} \left[\frac{P}{H} \right]^2 \dots \dots (293),$$

wenn, wie in der Formel (291), das Perpendikel $P = A \sin \gamma$ in Rechnung genommen wird.

*) Das so eben Erläuterte gilt allgemein für cohäsionsloses Erdreich, also auch für den Fall der Nichtberücksichtigung der Reibung zwischen Erde und Stützwand, dann eben so für tropfbare Flüssigkeiten.

$\triangle Eqr$ wird, indem man insbesondere $\overline{Am} = \overline{qr}$, $\overline{Ak} = \overline{Ep} = P$ und $\overline{kn} \parallel \overline{AC}$ macht. Hierauf verwandle man das $\triangle Amn$ in das $\triangle AFu$ mit der Höhe $\overline{AB} = H$ (ziehe also $\overline{nu} \parallel \overline{Fm}$), und fälle schliesslich das Perpendikel \overline{tu} auf die Stützwand \overline{AF} .

Alsdann hat man:

$$\frac{w}{g} = \frac{\overline{tu}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{tu}}{H} \dots \dots \dots (296),$$

so dass nur die Linien \overline{tu} und H nach irgend einem Massstabe abzumessen sind, um die Grundlagen für den zu bildenden Quotienten zu bekommen, der übrigens schliesslich, wenn man will, ebenfalls construirt werden kann, indessen besser durch Rechnung zu ermitteln sein wird.

Beweis.

Zunächst ist:

$$\begin{aligned} \overline{Au} &= \overline{Am} \cdot \frac{\overline{An}}{\overline{AF}} = \overline{Am} \cdot \frac{P}{H} \\ &= \overline{qr} \cdot \frac{P}{H} = \overline{Er} \cdot \frac{P}{H} = \frac{P^2}{H \cos(\varrho - \varepsilon)}, \end{aligned}$$

also:

$$\begin{aligned} \overline{tu} &= \overline{Au} \cdot \cos \varepsilon = \frac{\cos \varepsilon}{\cos(\varrho - \varepsilon)} \cdot \frac{P^2}{H} \\ \frac{\overline{tu}}{H} &= \frac{\cos \varepsilon}{\cos(\varrho - \varepsilon)} \left(\frac{P}{H}\right)^2 = \frac{w}{g}, \end{aligned}$$

indem man unter einem die Gleichung (293) benützt, und hiebei beachtet, dass $\cos(\varepsilon - \varrho) = \cos(\varrho - \varepsilon)$ ist.

Wird in der Relation (296) die Linie \overline{tu} in dem Verhältnisse wie $1 : \cos \varrho$ verkleinert, oder die Druckhöhe H in dem umgekehrten Verhältnisse vergrössert, so kann man selbstverständlich auch die Relation (295) grafisch darstellen!

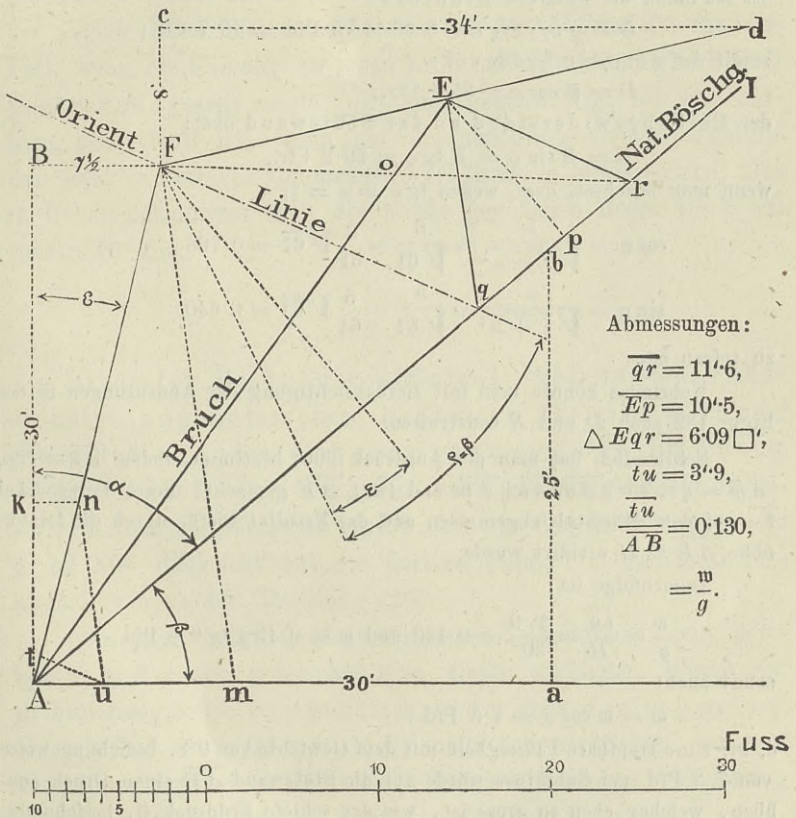
Beispiel.

Um das so eben Gesagte speciell zu erläutern, und unter Einem damit das grafische Verfahren zur Bestimmung des Erddruckes überhaupt zu verbinden, wird im Nachfolgenden das in Figur 103 (pag. 222) gegebene Beispiel neuerdings, und zwar jetzt mit Rücksicht auf die Reibung zwischen

der Erde und Stützwand aufgelöset, während dort von einer solchen Reibung abgesehen wurde. Zu diesem Behufe werden die am Anfange der Seite 223 bemerkten Daten unverändert beibehalten und es wird nur beigefügt, dass der dermal in Betracht kommende Coefficient für die Reibung an der Stützwand eben so gross sein soll, wie jener für die Reibung zwischen den Erdtheilchen, nämlich $\mu = \operatorname{tg} \varrho = \operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg} (90^\circ - \alpha) = \operatorname{cotg} \alpha = \frac{5}{6}$, also $\varrho = \beta = (90^\circ - \alpha)$.

Die grafische Auflösung dieser Aufgabe ist in der Figur 138 nach dem daselbst angedeuteten Massstabe durchgeführt. Vor allem wurde das

Fig. 138.



Erdprofil $AFdI$ genau so, wie in der Figur 103, gezeichnet. Sodann hat man die Bruchböschung AE auf Grund einer der im §. 67 (lit. B) erwähnten Methoden derart ermittelt, dass hiedurch das Constructionsviereck $AFer$, worin die Abschlusslinie Er parallel zur Orientierungslinie läuft,

in zwei gleiche Theile getheilt, also $\overline{Fo} = \overline{or}$ wird, wie dies die erste Hauptregel (288) verlangt.

Weiter wurde in Gemässheit der zweiten Hauptregel (289) $\overline{Er} = \overline{qr}$ und hiedurch das gleichschenklige Dreieck Eqr construirt, welches das Profil desjenigen Erdprismas vorstellt, dessen Gewicht dem schiefen Erddrucke an die Stützwand gleichkommt.

Auf dem Massstab gemessen, findet man in Bezug auf dieses Dreieck:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Basis } \overline{qr} = 11' \cdot 6 \\ \text{Höhe } \overline{Ep} = 10' \cdot 5 \end{array} \right\} \triangle Eqr = \frac{11 \cdot 6 \times 10 \cdot 5}{2} = 6 \cdot 09 \square'.$$

Es ist daher der schiefe Erddruck:

$$\mathfrak{D} = g \cdot \triangle Eqr = 6 \cdot 09 \times 75 \text{ Pfd.} = 45 \cdot 7 \text{ Ctr.};$$

somit der normale Erddruck:

$$D = \mathfrak{D} \cos \varrho = 35 \cdot 1 \text{ Ctr.};$$

der Reibungswiderstand an der Stützwand aber:

$$R = \mathfrak{D} \sin \varrho = R \operatorname{tg} \varrho = 29 \cdot 2 \text{ Ctr.},$$

wenn man beachtet, dass, wegen $\operatorname{tg} \varrho = \mu = \frac{5}{6}$,

$$\cos \varrho = \frac{1}{\sqrt{1 + \mu^2}} = \frac{6}{\sqrt{61}} = \frac{6}{61} \sqrt{61} = 0 \cdot 768$$

$$\sin \varrho = \frac{\mu}{\sqrt{1 + \mu^2}} = \frac{5}{\sqrt{61}} = \frac{5}{61} \sqrt{61} = 0 \cdot 640$$

zu setzen ist.

Uebrigens könnte man mit Berücksichtigung der Andeutungen in der Figur 132 auch D und R construiren.

Schliesslich hat man den Ausdruck (296) bestimmt, indem $\overline{Ak} = \overline{Ep}$, $\overline{Am} = \overline{qr}$, $\overline{kn} \parallel \overline{Aa}$, $\overline{nu} \parallel \overline{Fm}$ und $\overline{tu} \perp \overline{AF}$ gemacht, dieses Perpendikel \overline{tu} auf dem Massstab abgemessen und das Resultat hiefür durch die Druckhöhe $\overline{AB} = H$ dividirt wurde.

Demzufolge ist:

$$\frac{w}{g} = \frac{\overline{tu}}{H} = \frac{3' \cdot 9}{30'} = 0 \cdot 130 \text{ und } w = 0 \cdot 13 g = 9 \cdot 8 \text{ Pfd.},$$

somit auch:

$$w = w \cos \varrho = 7 \cdot 5 \text{ Pfd.};$$

d. h.: Eine tropfbare Flüssigkeit mit dem Gewichte von $9 \cdot 8$, beziehungsweise von $7 \cdot 5$ Pfd. per Cubikfuss würde auf die Stützwand \overline{AB} einen Druck ausüben, welcher eben so gross ist, wie der schiefe Erddruck \mathfrak{D} , beziehungsweise der normale Erddruck D .

Vergleicht man diese Ergebnisse mit jenen auf pag. 223 und 224, so erkennt man den Einfluss der jetzt in Rechnung genommenen Reibung zwischen der Erde und der Stützwand. Mit Rücksicht darauf beträgt näm-

lich der schiefe Erddruck nur 89%, der normale aber nur 68% von demjenigen, welcher unter der Annahme einer absolut glatten Wand sich ergeben hat.

§. 69.

Allgemeine grafische Methode zur Bestimmung der Erddruckveränderungs-Curve, aus welcher die Zunahme des Erddruckes von oben nach unten, sowie der Mittelpunkt des Druckes sich ergibt. Besondere Eigenschaften in dieser Beziehung. Alles das, was in der angedeuteten Hinsicht schon in den §§. 54 und 55 für den Fall, wenn die Reibung zwischen Erde und Stützwand gleich Null gesetzt wird, gesagt wurde, gilt auch gegenwärtig, wo jene Reibung nicht Null ist, wenn nur die bezügliche Orientirungslinie den jetzt in Betracht kommenden Verhältnissen entsprechend, also in Uebereinstimmung mit der hiefür gegebenen Regel im §. 66 construirt wird.

§. 70.

Grösster Reibungscoefficient, welcher bei cohäsionslos angenommenem Erdreiche für die Reibung zwischen diesem und der Stützwand in Rechnung kommen darf. Das Maximum dieses rechnermässig zulässigen Reibungscoefficienten ergibt sich aus den Erörterungen im §. 12 mit Rücksicht auf die dortige Figur 17, und zwar insbesondere nach der Gleichung (13).

So lange nämlich der wirkliche Reibungscoefficient $\mu = \operatorname{tg} \varrho \leq \operatorname{tg} \beta = \operatorname{cotg} \alpha$ ist, hat man diesen wirklichen Werth von μ , beziehungsweise ϱ , einzuführen; wenn aber $\mu = \operatorname{tg} \varrho$ grösser, als $\operatorname{tg} \beta$ ist, so darf man nicht mehr den wirklichen, sondern man muss dann einen kleineren Reibungscoefficienten in Rechnung nehmen, welcher geradezu gleich $\operatorname{tg} \beta = \operatorname{cotg} \alpha$ zu setzen ist.

Die beiden Grenzwerte, ausserhalb welchen der in Rechnung kommende Reibungscoefficient $\mu = \operatorname{tg} \varrho$ nicht liegen darf, sind daher 0 und $\operatorname{cotg} \alpha$, vorausgesetzt, dass (wenigstens bezüglich

des zweiten Grenzfalles) cohäsionslos gedachtes Erdmateriale in Betracht steht. Indem die Untersuchungen im zweiten Abschnitte bereits auf den ersten Grenzwerth $\mu = \rho = 0$ Bezug nehmen, wird im laufenden dritten Abschnitte gelegentlich auch der zweite Grenzfall $\mu = \cotg \alpha$ in's Auge gefasst werden.

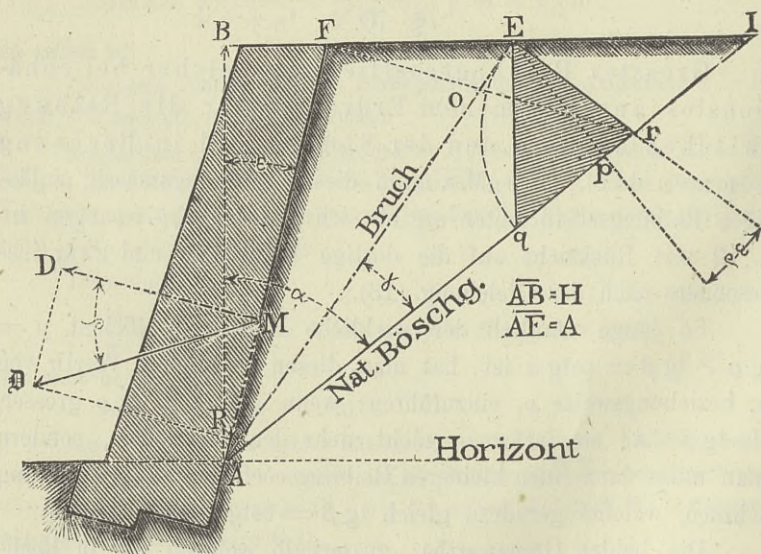
Zweites Capitel.

Druck eines cohäsionslosen Erdreiches an eine um den Winkel ε geneigte Stützwand von der Höhe H , wenn dasselbe eine horizontale Oberfläche im gleichen Niveau mit der Wandkrone hat.

§. 71.

Bruchböschung und Grösse des Erddruckes in diesem Falle. (Fig. 139.) Nach der ersten in der Gleichung

Fig. 139.



(288) ausgedrückten Hauptregel liegt die um den Winkel γ über die natürliche Erdböschung sich erhebende Bruchfläche \overline{AE} so,

dass in dem Constructionsvierecke $AFEr$, wobei $\overline{Ep} \perp \overline{AI}$ und $\sphericalangle pEr = (\varrho - \varepsilon)$ ist, die beiden Dreiecke AFE und AEr gleich grossen werden.

Es ist aber einerseits:

$$\begin{aligned} \triangle AFE &= \frac{1}{2} \overline{AF} \cdot \overline{AE} \cdot \sin(\alpha - \gamma - \varepsilon) \\ &= \frac{1}{2} \overline{AE}^2 \cdot \frac{\cos(\alpha - \gamma) \sin(\alpha - \gamma - \varepsilon)}{\cos \varepsilon} \\ &= \frac{1}{2} A^2 \cdot \frac{\cos(\alpha - \gamma) \sin(\alpha - \gamma - \varepsilon)}{\cos \varepsilon} \end{aligned}$$

und andererseits zu Folge der bezogenen Gleichung (288):

$$\triangle AEr = \frac{1}{2} A^2 \cdot \frac{\sin \gamma \cos(\gamma + \varepsilon - \varrho)}{\cos(\varepsilon - \varrho)}$$

es ergibt sich daher, wegen $\triangle AFE = \triangle AEr$, die Bedingungsgleichung:

$\sin(\alpha - \gamma - \varepsilon) \cos(\alpha - \gamma) \cos(\varepsilon - \varrho) = \sin \gamma \cos(\gamma + \varepsilon - \varrho) \cos \varepsilon$,
woraus der Bruchwinkel γ abzuleiten ist.

Einfacher wird es hier sein, unmittelbar nicht γ , sondern $(\alpha - \gamma)$ zu bestimmen, zu welchem Zwecke die einzelnen Factoren der gefundenen Bedingungsgleichung umgestaltet werden, wie folgt:

$$\begin{aligned} \sin(\alpha - \gamma - \varepsilon) &= \sin[(\alpha - \gamma) - \varepsilon] \\ &= \cos(\alpha - \gamma) \cos \varepsilon [x - b], \\ \cos(\varepsilon - \varrho) \dots &= \cos[(\alpha + \varepsilon - \varrho) - \alpha] \\ &= \sin(\alpha + \varepsilon - \varrho) \cos \alpha [a + n], \\ \sin \gamma \dots &= \sin[\alpha - (\alpha - \gamma)] \\ &= \cos \alpha \cos(\alpha - \gamma) [a - x], \\ \cos(\gamma + \varepsilon - \varrho) &= \cos[(\alpha + \varepsilon - \varrho) - (\alpha - \gamma)] \\ &= \sin(\alpha + \varepsilon - \varrho) \cos(\alpha - \gamma) [n + x], \end{aligned}$$

wenn man unter Einem die abkürzenden Bezeichnungen einführt:

$$\left. \begin{array}{l} \operatorname{tg} \alpha = a \\ \operatorname{tg} \varepsilon = b \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} \cotg(\alpha + \varepsilon - \varrho) = n \\ \operatorname{tg}(\alpha - \gamma) = x \end{array} \right\} \dots \dots \dots (297).$$

Hiernach nimmt die obige Bedingungsgleichung die Form an:

$$(x - b)(a + n) = (a - x)(n + x),$$

oder:

$$x^2 + 2nx = an + b(a + n),$$

und die Auflösung derselben nach x ergibt:

$$\left. \begin{aligned} x &= -n + \sqrt{(a+n)(b+n)} \dots\dots\dots \\ \text{tg}(\alpha - \gamma) &= -\text{cotg}(\alpha + \varepsilon - \varrho) + \\ &+ \sqrt{[\text{tg} \alpha + \text{cotg}(\alpha + \varepsilon - \varrho)][\text{tg} \varepsilon + \text{cotg}(\alpha + \varepsilon - \varrho)]} \dots \end{aligned} \right\} (298),$$

wenn man hierbei beachtet, dass von dem Doppelzeichen der Wurzelgrösse, weil x nicht negativ werden soll, das positive zu wählen ist.

Zieht man den trigonometrischen Ausdruck zusammen, so findet man noch:

$$\text{tg}(\alpha - \gamma) = \frac{-\cos(\alpha + \varepsilon - \varrho) + \sqrt{\frac{\cos(\alpha - \varrho)}{\cos \alpha} \cdot \frac{\cos(\varepsilon - \varrho)}{\cos \varepsilon}}}{\sin(\alpha + \varepsilon - \varrho)} \quad (299),$$

worin man auch $\cos(\varrho - \varepsilon)$ anstatt $\cos(\varepsilon - \varrho)$ setzen kann.

Für $\varrho = 0$ ist insbesondere:

$$\text{tg}(\alpha - \gamma) = \frac{1 - \cos(\alpha + \varepsilon)}{\sin(\alpha + \varepsilon)} = \text{tg} \frac{1}{2}(\alpha + \varepsilon),$$

$$(\alpha - \gamma) = \frac{1}{2}(\alpha + \varepsilon) \text{ und } \gamma = \frac{1}{2}(\alpha - \varepsilon),$$

was in der That mit den Resultaten (87) und (88) im §. 27, wo gleich von vorne herein $\varrho = 0$ angenommen ward, übereinstimmt.

Der schiefe Erddruck ist gleich dem Gewichte des Erdprismas mit dem Profile Eqr mit den gleichen Schenkeln $\overline{Er} = \overline{qr}$, und zu Folge der allgemeinen Gleichung (287) im vorliegenden Falle insbesondere:

$$\mathfrak{D} = \frac{1}{2} g A^2 \frac{\sin^2 \gamma}{\cos(\varepsilon - \varrho)} = \frac{1}{2} g H^2 \frac{\sin^2 \gamma}{\cos(\varepsilon - \varrho) \cos^2(\alpha - \gamma)},$$

weil man jetzt $A = \overline{AE} = \frac{H}{\cos(\alpha - \gamma)}$ zu setzen hat.

Nach Umgestaltung dieser Formel erhält man:

$$\mathfrak{D} = \frac{1}{2} g H^2 \cdot \frac{\sin^2[\alpha - (\alpha - \gamma)]}{\cos[(\alpha + \varepsilon - \varrho) - \alpha] \cos^2(\alpha - \gamma)},$$

und, wenn man die oben gegebenen Werthe für die trigonometrischen Factoren substituirt:

$$\begin{aligned} \mathfrak{D} &= \frac{1}{2} g H^2 \frac{\cos \alpha}{\sin(\alpha + \varepsilon - \varrho)} \cdot \frac{[\text{tg} \alpha - \text{tg}(\alpha - \gamma)]^2}{[\text{tg} \alpha + \text{cotg}(\alpha + \varepsilon - \varrho)]} \\ &= \frac{1}{2} g H^2 \frac{\cos \alpha}{\sin(\alpha + \varepsilon - \varrho)} \cdot \frac{(a - x)^2}{(a + n)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2} g H^2 \sqrt{\frac{1+n^2}{1+a^2}} \cdot \frac{(a-x)^2}{(a+n)} \\
&= \frac{1}{2} g H^2 \sqrt{\frac{1+n^2}{1+a^2}} \cdot \frac{[a+n - \sqrt{(a+n)(b+n)}]^2}{(a+n)}
\end{aligned}$$

daher:

$$\begin{aligned}
\mathfrak{D} &= \frac{1}{2} g H^2 \sqrt{\frac{1+n^2}{1+a^2}} \cdot \left[\sqrt{a+n} - \sqrt{b+n} \right]^2 \\
&= \frac{1}{2} w \frac{H^2}{\cos \varepsilon} = \frac{1}{2} w H^2 \sqrt{1+b^2} \dots\dots\dots
\end{aligned} \quad (300),$$

wobei:

$$\frac{w}{g} = \sqrt{\frac{(1+n^2)}{(1+a^2)(1+b^2)}} \cdot \left[\sqrt{a+n} - \sqrt{b+n} \right]^2 \quad (301),$$

ist, und w das Einheitsgewicht der sich einzubildenden tropf-
baren Flüssigkeit bedeutet, welche denselben Druck \mathfrak{D} ausüben
würde.

Bei Benützung dieser Formeln kann man die Rechnung
ohne Zuhilfenahme trigonometrischer Tafeln durchführen, insoferne,
wie es in der Regel vorkommt, die Tangentenwerthe der Winkel
 α , ε und ϱ gegeben sind, somit auch n bekannt ist; denn
man hat:

$$\begin{aligned}
n &= \cotg(\alpha + \varepsilon - \varrho) = \frac{1 + \tg(\alpha + \varepsilon) \tg \varrho}{\tg(\alpha + \varepsilon) - \tg \varrho} = \\
&= \frac{1 - \tg \alpha \tg \varepsilon + (\tg \alpha + \tg \varepsilon) \tg \varrho}{\tg \alpha + \tg \varepsilon - (1 - \tg \alpha \tg \varepsilon) \tg \varrho} = \frac{1 - ab + (a+b)\mu}{a+b + (1-ab)\mu},
\end{aligned}$$

wo $\mu = \tg \varrho$ den Reibungscoefficienten für die Reibung an der
Stützwand vorstellt.

Substituirt man jedoch in die Gleichung (301) die Werthe
für a , b und n zurück, so erscheint dieselbe nach erfolgter Redu-
cirung in der trigonometrischen Form:

$$\begin{aligned}
\frac{w}{g} &= \frac{\cos \alpha \cos \varepsilon}{\sin(\alpha + \varepsilon - \varrho)} \left[\sqrt{\tg \alpha + \cotg(\alpha + \varepsilon - \varrho)} - \right. \\
&\quad \left. - \sqrt{\tg \varepsilon + \cotg(\alpha + \varepsilon - \varrho)} \right]^2 \\
&= \left[\frac{\sqrt{\cos \varepsilon \cos(\varepsilon - \varrho)} - \sqrt{\cos \alpha \cos(\alpha - \varrho)}}{\sin(\alpha + \varepsilon - \varrho)} \right]^2 \dots \dots \\
&= \left[\frac{\sin(\alpha - \varepsilon)}{\sqrt{\cos \varepsilon \cos(\varepsilon - \varrho) + \cos \alpha \cos(\alpha - \varrho)}} \right]^2 \dots\dots\dots
\end{aligned} \quad (302).$$

Das Einheitsgewicht w derjenigen tropfbaren Flüssigkeit, deren Druck dem normalen Erddrucke $D = \mathfrak{D} \cos \varrho = \frac{\mathfrak{D}}{\sqrt{1 + \mu^2}}$ gleich wäre, ergibt sich aus der Relation:

$$w = \mathfrak{w} \cos \varrho = \frac{\mathfrak{w}}{\sqrt{1 + \mu^2}} \dots \dots \dots (303);$$

der Reibungswiderstand an der Stützwand aber ist:

$$R = \mathfrak{D} \sin \varrho = \mathfrak{D} \frac{\mu}{\sqrt{1 + \mu^2}} = D \operatorname{tg} \varrho = D \mu \dots \dots (304).$$

Für $\mu = \varrho = 0$ geht der untersuchte Fall in den besondern des §. 27 über; in der That findet man hiefür in Uebereinstimmung mit dem dortigen Resultate (95) aus den jetzigen Formeln (302) und (303):

$$\frac{\mathfrak{w}}{g} = \frac{w}{g} = \left[\frac{\cos \varepsilon - \cos \alpha}{\sin(\alpha + \varepsilon)} \right]^2 = \left[\frac{\sin(\alpha - \varepsilon)}{\cos \varepsilon + \cos \alpha} \right]^2 = \left[\frac{\sin \frac{1}{2}(\alpha - \varepsilon)}{\cos \frac{1}{2}(\alpha + \varepsilon)} \right]^2.$$

Ex. Es sei, wie in dem Beispiele auf Seite 91, der Erddruck an eine liegende Stützmauer zu berechnen, wenn die Oberfläche des Erdreichs horizontal im gleichen Niveau mit der Mauerkrone liegt, und dasselbe keine Cohäsion besitzt; nur dass jetzt die Reibung zwischen der Erde und Stützmauer mit in Berücksichtigung gezogen, und hiefür der Reibungs-Coefficient mit $\mu = \operatorname{tg} \varrho = \frac{1}{2}$ in Rechnung kommen soll. Die sonstigen Daten werden ebenso wie auf Seite 91 angenommen, nämlich: $H = 30$ Fuss, $\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{1}{4}$, $\operatorname{tg} \alpha = 1.27$ und $g = 85$ Pfd.

Die entsprechenden Winkel sind hiernach: $\alpha = 51^\circ 47'$, $\varepsilon = 9^\circ 28'$, $\varrho = 26^\circ 34'$.

Macht man zunächst die Rechnung nach den trigonometrischen Formeln (299) und (302), so findet man, wegen $(\alpha + \varepsilon - \varrho) = 34^\circ 41'$, $(\alpha - \varrho) = 25^\circ 13'$ und $(\varepsilon - \varrho) = -17^\circ 6'$, einerseits:

$x = \operatorname{tg}(\alpha - \gamma) = 0.6469$, $(\alpha - \gamma) = 32^\circ 54'$, somit Bruchwinkel $\gamma = 18^\circ 53'$,

und andererseits: $\frac{1}{2}$

$$\frac{\mathfrak{w}}{g} = 0.153, \quad \mathfrak{w} = 0.153 g = 13.00 \text{ Pfd.} = 0.13 \text{ Ctr.},$$

wonach der schiefe Erddruck \mathfrak{D} eben so gross ist, wie der einer tropfbaren Flüssigkeit mit dem Gewichte von 13 Pfunden per Cubikfuss.

Führt man dagegen die Rechnung nach den in der algebraischen Form erscheinenden Gleichungen (298) und (301) durch, so hat man hierin zu setzen:

$$\left. \begin{array}{l} a = \operatorname{tg} \alpha = 1.27 \\ b = \operatorname{tg} \varepsilon = \frac{1}{8} \end{array} \right\} \text{ und } n = \operatorname{cotg} (\alpha + \varepsilon - \varrho) = \frac{1808}{1251},$$

wodurch man die gleichen Resultate, wie vorhin, erhält.

Hiernach ist der schiefe Erddruck:

$$\mathfrak{D} = \frac{1}{2} w \frac{H^2}{\cos \varepsilon} \dots \dots \dots = 59.3 \text{ Ctr.};$$

der normale Erddruck:

$$D = \mathfrak{D} \cos \varrho = \frac{D}{\sqrt{1 + \mu^2}} \dots \dots = 53.0 \text{ Ctr.};$$

die Reibung an der Stützwand:

$$R = \mathfrak{D} \sin \varrho = D \operatorname{tg} \varrho = D \mu = 26.5 \text{ Ctr.}$$

Hiebei hat man, wegen $\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{1}{8}$, nach der Tabelle III (pag. 19)

$$\frac{1}{\cos \varepsilon} = 1.0138; \text{ ferner, wegen } \mu = \operatorname{tg} \varrho = \frac{1}{2}, \text{ einerseits } \cos \varrho = \frac{1}{\sqrt{1 + \mu^2}}$$

$$= \frac{2}{3} \sqrt{5} = 0.8944 \text{ und andererseits } \sin \varrho = \frac{\mu}{\sqrt{1 + \mu^2}} = \frac{1}{3} \sqrt{5} = 0.4472$$

einzusetzen.

Das Gewicht per Cubikfuss von derjenigen tropfbaren Flüssigkeit, welche eine mit dem normalen Erddruck D übereinstimmende Wirkung hervorbringen würde, ist: $w = w \cos \varrho = 11.63$ Pfd.

Vergleicht man diese Resultate mit jenen auf pag. 91 und 92, so bemerkt man, dass jetzt die Bruchfläche im Erdkörper sanfter geneigt, und der normale Erddruck an die Stützmauer geringer ist, als dort, wie dies nach den Bemerkungen im §. 66 (pag. 311, 312) in der That zu erwarten war. Aber auch der schiefe Erddruck ist im vorliegenden Beispiele noch immer kleiner, als der auf pag. 92 ohne Rücksicht auf die an der Stützmauer entstehende Reibung berechnete, obwohl ein ähnliches Verhalten nicht in allen Fällen stattfindet.

§. 72.

Besonderer Fall, wo die Stützwand lothrecht steht. Jetzt vereinfachen sich die Formeln des vorigen §. Zunächst ist:

$$\varepsilon = 0, a = \operatorname{tg} \alpha, b = \operatorname{tg} \varepsilon = 0, \mu = \operatorname{tg} \varrho,$$

$$n = \operatorname{cotg} (\alpha + \varepsilon - \varrho) = \operatorname{cotg} (\alpha - \varrho) = \frac{1 + a\mu}{a - \mu},$$

daher:

$$\begin{aligned}
 \operatorname{tg}(\alpha - \gamma) &= -n + \sqrt{n(a+n)} = \sqrt{n} [\sqrt{a+n} - \sqrt{n}] \\
 &= \frac{-(1+a\mu) + \sqrt{(1+a^2)(1+a\mu)}}{(a-\mu)} \\
 &= \frac{\sqrt{1+a\mu}}{a-\mu} \left[\sqrt{1+a^2} - \sqrt{1+a\mu} \right] \\
 &= \frac{a\sqrt{1+a\mu}}{\sqrt{1+a^2} + \sqrt{1+a\mu}} \dots \dots \dots (305),
 \end{aligned}$$

ferner:

$$\begin{aligned}
 \frac{w}{g} &= \sqrt{\frac{1+n^2}{1+a^2}} \left[\sqrt{a+n} - \sqrt{n} \right]^2 \\
 &= \sqrt{1+\mu^2} \left[\frac{\sqrt{1+a^2} - \sqrt{1+a\mu}}{a-\mu} \right]^2 \\
 &= \sqrt{1+\mu^2} \left[\frac{a}{\sqrt{1+a^2} + \sqrt{1+a\mu}} \right]^2 \dots \dots \dots (306),
 \end{aligned}$$

oder:

$$\begin{aligned}
 \frac{w}{g} &= \left[\frac{\sqrt{\cos \varrho} - \sqrt{\cos \alpha \cos(\alpha - \varrho)}}{\sin(\alpha - \varrho)} \right]^2 \\
 &= \left[\frac{\sin \alpha}{\sqrt{\cos \varrho} + \sqrt{\cos \alpha \cos(\alpha - \varrho)}} \right]^2 \dots \dots \dots (307),
 \end{aligned}$$

endlich, wegen $w = w \cos \varrho = \frac{w}{\sqrt{1+\mu^2}}$, noch:

$$\begin{aligned}
 \frac{w}{g} &= \left[\frac{\sqrt{1+a^2} - \sqrt{1+a\mu}}{a-\mu} \right]^2 \\
 &= \left[\frac{a}{\sqrt{1+a^2} + \sqrt{1+a\mu}} \right]^2 \dots \dots \dots (308).
 \end{aligned}$$

Insoferne $\alpha = \operatorname{tg} \alpha$ und $\mu = \operatorname{tg} \varrho$ in der Regel gegeben sind, empfehlen sich insbesondere die beiden letzten Formeln für $\frac{w}{g}$ zum Gebrauche, wofür zur Bequemlichkeit die nachfolgende Tabelle XIII zusammengestellt wurde.

XIII. Tabelle.

Nach Formel (308)		Coefficient der Reibung zwischen Erde und Stütz wand $\mu = \text{tg } \varrho$, wenn $\mu = \text{ist}$:										
$\frac{w}{\varrho}$		0*)	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	$\frac{1}{\alpha}$
1.0		0.172	0.165	0.159	0.153	0.148	0.144	0.139	0.135	0.132	0.128	0.125
1.1		0.196	0.188	0.180	0.174	0.168	0.162	0.157	0.152	0.148	0.144	0.144
1.2		0.219	0.210	0.201	0.193	0.187	0.180	0.174	0.169	0.164	0.163	0.163
1.3		0.242	0.231	0.221	0.213	0.205	0.198	0.191	0.185			0.181
1.4		0.265	0.252	0.241	0.231	0.222	0.214	0.207	0.200			0.199
1.5		0.286	0.272	0.260	0.249	0.239	0.230	0.222				0.217
1.6		0.307	0.291	0.278	0.266	0.255	0.246	0.237				0.235
1.7		0.327	0.310	0.295	0.282	0.271	0.260					0.252
1.8		0.346	0.327	0.311	0.298	0.285	0.274					0.269
1.9		0.364	0.344	0.327	0.312	0.299	0.287					0.285
2.0		0.382	0.360	0.342	0.326	0.312						0.300
2.1		0.399	0.376	0.356	0.340	0.325						0.315

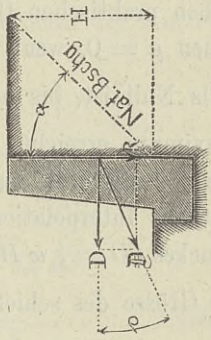
Naturliches Böschungsverhältniss: $\text{tg } \alpha = a$

$$R = D \mu$$

$$w = \frac{w}{\cos \varrho} = w \sqrt{1 + \mu^2}$$

$$\varphi = \frac{1}{2} w H^2, D = \frac{1}{2} w H^2.$$

Fig. 140.



*) Die Zahlen in dieser Verticalspalte, sind, wie eindeutet, dieselben, welche schon in der für $\text{tg } \varepsilon = 0$ entsprechenden Verticalspalte der Tabelle VI (pag. 90) vorkommen.

Diese Tabelle enthält eine Reihe berechneter Resultate von $\frac{w}{g}$ für verschiedene Werthe von a und μ . Von Zehntel zu Zehntel vorschreitend, variiren die Werthe von a zwischen den gewöhnlichen praktischen Grenzen 1 und 2·1, jene von μ aber zwischen $\mu = 0$, wenn somit die Reibung an der Stützwand gleichfalls Null ist, bis $\mu = \cotg \alpha = \frac{1}{a}$, wo dann diese Reibung ihr Maximum erreicht. Mit Benützung der Tabelle kann man für die jeweilig vorkommenden Werthe von a und μ , nöthigenfalls mittelst Interpolation, zunächst die Grösse des normalen Erddruckes ($D = \frac{1}{2} w H^2$) bestimmen, und hieraus weiter sowohl auf die Grösse des schiefen Erddruckes ($P = \frac{D}{\cos \varrho}$), als auch auf jene der an der Stützwand entstehenden Reibung ($R = \mu D$) schliessen.

Zur Einführung des hiebei nöthigen Factors $\frac{1}{\cos \varrho}$ für die betreffenden Werthe von μ , einschliesslich des oberen Grenzwertes $\mu = \cotg \alpha = \frac{1}{a}$, dient die nächste Tabelle XIV.

XIV. Tabelle.

Für $\mu = \tg \varrho =$										
0	0·1	0·2	0·3	0·4	0·5	0·6	0·7	0·8	0·9	1·0
ist $\frac{1}{\cos \varrho} = \sqrt{1 + \mu^2} =$										
1	1·0050	1·0198	1·0440	1·0770	1·1180	1·1662	1·2207	1·2806	1·3454	1·4142
Für $\mu = \tg \varrho = \cotg \alpha = \frac{1}{a}$ und für $a = \tg \alpha =$										
1·1	1·2	1·3	1·4	1·5	1·6	1·7	1·8	1·9	2·0	2·1
ist $\frac{1}{\cos \varrho} = \sqrt{1 + \mu^2} = \frac{1}{\sin \alpha} = \frac{\sqrt{1 + a^2}}{a} =$										
1·3515	1·3017	1·2616	1·2289	1·2019	1·1792	1·1602	1·1440	1·1300	1·1180	1·1076

Was den in den Tabellen bereits berücksichtigten Grenzfall für die Reibung an der Stützwand betrifft, in welchem dem §. 70 zu Folge $\mu = \operatorname{tg} \varrho = \operatorname{cotg} \alpha = \frac{1}{a}$ zu setzen ist, so vereinfachen sich die bezüglichen Berechnungsformeln des laufenden §. noch wesentlich.

Man erhält nämlich aus der Gleichung (305):

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}(\alpha - \gamma) &= \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{2 + \sqrt{1 + a^2}}} = \frac{a}{1 + \sqrt{\frac{1 + a^2}{2}}} \\ &= \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha + \frac{1}{2}\sqrt{2}} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha + \cos 45^\circ} \\ &= \frac{\sin \alpha}{2 \cos\left(\frac{\alpha + 45^\circ}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha - 45^\circ}{2}\right)} \dots \dots \dots (309), \end{aligned}$$

somit, wegen $\gamma = \alpha - (\alpha - \gamma)$, auch:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \gamma &= \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg}(\alpha - \gamma)}{1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg}(\alpha - \gamma)} = \frac{a}{1 + \sqrt{2}(1 + a^2)} \\ &= \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha + \sqrt{2}} \dots \dots \dots (310). \end{aligned}$$

Auch ist:

$$\frac{\operatorname{tg}(\alpha - \gamma)}{\operatorname{tg} \gamma} = \frac{\cos \alpha + \sqrt{2}}{\cos \alpha + \frac{1}{2}\sqrt{2}} > 1,$$

daher $\dots \dots \dots (\alpha - \gamma) > \gamma$ und $\gamma < \frac{\alpha}{2}$.

Die Formel (309) für $\operatorname{tg}(\alpha - \gamma)$ ist mit jener unter (162) übereinstimmend, daher kann man hier den Winkel $(\alpha - \gamma)$ eben so construiren, wie dies dort in der Figur 68 rücksichtlich des Winkels γ geschehen ist; selbstverständlich ganz abgesehen von der allgemein giltigen Construction der Bruchböschung, welche im §. 67 (lit. B) erläutert ist.

Weiter ergibt sich in dem betrachteten Grenzfall aus der Formel (308):

$$\begin{aligned} \frac{w}{g} &= \left[\frac{a}{\sqrt{2 + \sqrt{1 + a^2}}} \right]^2 = \left[\frac{\sin \alpha}{1 + \sqrt{2} \cos \alpha} \right]^2 \\ &= \frac{1}{2} \left[\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha + \frac{1}{2}\sqrt{2}} \right]^2 = \frac{1}{2} \left[\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha + \cos 45^\circ} \right]^2 \end{aligned}$$

$$\frac{w}{g} = \frac{1}{8} \left[\frac{\sin \alpha}{\cos \left(\frac{\alpha + 45^\circ}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha - 45^\circ}{2} \right)} \right]^2 = \frac{1}{2} \operatorname{tg}^2 (\alpha - \gamma) \dots (311),$$

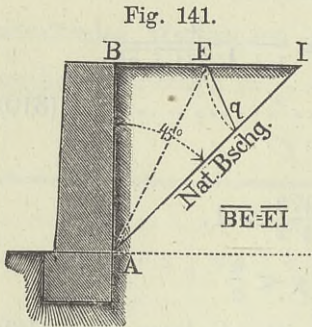
wonach wegen Formel (303) auch geschrieben werden kann:

$$\begin{aligned} \frac{w}{g} &= \frac{\sin \alpha}{[1 + \sqrt{2} \cos \alpha]^2} = \frac{1}{8} \frac{\sin \alpha}{\left[\cos \left(\frac{\alpha + 45^\circ}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha - 45^\circ}{2} \right) \right]^2} \\ &= \frac{\operatorname{tg}^2 (\alpha - \gamma)}{2 \sin \alpha} \dots \dots \dots (312). \end{aligned}$$

Für $\alpha = 45^\circ$ ist $a = 1$ und $\sin \alpha = \cos \alpha = \frac{1}{2} \sqrt{2}$, daher:

$$\operatorname{tg} (\alpha - \gamma) = \frac{1}{2}, \operatorname{tg} \gamma = \frac{1}{3}, \frac{w}{g} = \frac{1}{8} = 0.125, \frac{w}{g} = \frac{1}{8} \sqrt{2} = 0.177.$$

In diesem speciellen Falle wird der Bruchpunkt E (Fig. 141) gefunden, wenn man die Horizontale \overline{BI} halbt. Diese Horizontale ist zugleich die Orientierungslinie, somit stellt, wenn $\overline{EI} = \overline{Iq}$ ist, das Dreieck EIq das Profil des Erdprismas vor, dessen Gewicht der Grösse des schiefen Erddruckes \mathfrak{D} , der jetzt die Stützwand unter dem Winkel von 45 Graden trifft, gleich kommt.



Der normale Erddruck D beträgt hierbei, wegen $w = \frac{1}{8} g$, geradezu den achten Theil von dem hydrostatischen Drucke einer tropfbaren Flüssigkeit, welche eben so schwer wie das Erdreich gedacht wird, oder, was auf das Gleiche hinauskommt, eine tropfbare Flüssigkeit mit dem Einheitsgewichte $\frac{1}{8} g = 12\frac{1}{2}\%$ von g würde auf die Stützwand eben so stark, wie das

Erdreich normal darauf, drücken; welches Ergebniss auch in der Tabelle XIII enthalten ist, indem man dort für $a = 1$ und $\mu = \frac{1}{a} = 1$ ebenfalls den Werth von $\frac{w}{g} = 0.125$ eingeschrieben findet.

Der schiefe Erddruck \mathfrak{D} ist jedoch gleich $D \sqrt{2} = 1.4142 D$, nämlich: $w = w \sqrt{2} = 0.177 g$, wonach die tropfbare Flüssigkeit, welche eben so stark drücken würde, 17.7% des Erdgewichtes haben müsste. Diese Resultate beziehen sich, wie oben angenommen, auf den Fall, in welchen der Reibungswinkel sowohl für die Reibung zwischen den Erdtheilchen, als auch für jene zwischen diesen und der Stützwand 45 Grade beträgt.

Nach der Tabelle VI (pag. 90) hat man dagegen für den bei keiner Reibung an der Stützwand entstehenden Erddruck, unter sonst gleichen

Verhältnissen ($\operatorname{tg} \alpha = 1$, $\operatorname{tg} \varepsilon = 0$), anstatt $\frac{w}{g}$ den Werth 0.172 in Rechnung zu nehmen, woraus folgt, dass im Vergleiche zu diesem Drucke wohl der vorberechnete normale Erddruck kleiner ist, indessen der schiefe Erddruck nahezu ebenso gross, eigentlich noch etwas grösser, entfällt. Es tritt also hier die schon auf Seite 312 hervorgehobene Eigenschaft ein, dass bei Berücksichtigung der Reibung an der Stützwand wohl der normale, aber nicht immer auch der schiefe Erddruck kleiner werden muss, dieser vielmehr mitunter grösser werden kann, als der ohne Rücksicht auf jene Reibung berechnete.

§. 73.

Besondere Resultate für den Fall, wenn die Stützwand geneigt, und die Reibung zwischen dem Erdreiche und der Stützwand ebenso gross, wie jene zwischen den Erdtheilchen, in Rechnung zu nehmen ist. Dieser bereits am Schlusse des vorigen §. für eine verticale Stützwand erörterte Fall soll nun auch für eine geneigte Stützwand in Betracht kommen. Derselbe tritt nach den Erklärungen im §. 70 nicht nur bei der factischen Gleichheit der beiderseitigen Reibungscoefficienten, sondern auch dann ein, wenn der Coefficient für die ersterwähnte Reibung denjenigen der anderen Reibung überschreitet, wenn also $\varrho > [\beta = (90^\circ - \alpha)]$ ist, wo dann anstatt ϱ , beziehungsweise $\operatorname{tg} \varrho = \mu$, in den bezüglichen Formeln jederzeit zu setzen ist:

$$\varrho = \beta = (90^\circ - \alpha), \quad \mu = \operatorname{tg} \varrho = \operatorname{cotg} \alpha.$$

Hiernach erhalten die mit a , b und n bezeichneten Abkürzungswerthe (297) folgende Form:

$$\begin{aligned} a = \operatorname{tg} \alpha & \quad | \quad n = \operatorname{cotg} (\alpha + \varepsilon - \varrho) = \operatorname{cotg} (-90^\circ + 2\alpha + \varepsilon) \\ b = \operatorname{tg} \varepsilon & \quad | \quad = -\operatorname{cotg} (90^\circ - 2\alpha - \varepsilon) = -\operatorname{tg} (2\alpha + \varepsilon), \end{aligned}$$

und es ergeben sich weiter die Relationen:

Nach Formel (298):

$$\begin{aligned} & \operatorname{tg} (\alpha - \gamma) = \\ & = \operatorname{tg} (2\alpha + \varepsilon) + \sqrt{[\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} (2\alpha + \varepsilon)][\operatorname{tg} \varepsilon - \operatorname{tg} (2\alpha + \varepsilon)]} \\ & = \operatorname{tg} (2\alpha + \varepsilon) - \sqrt{[\operatorname{tg} (2\alpha + \varepsilon) - \operatorname{tg} \alpha][\operatorname{tg} (2\alpha + \varepsilon) - \operatorname{tg} \varepsilon]} \dots (313) \end{aligned}$$

oder auch:

$$\operatorname{tg}(\alpha - \gamma) = \frac{\sin(2\alpha + \varepsilon) - \sqrt{2 \sin(\alpha + \varepsilon) \frac{\sin \alpha}{\cos \varepsilon}}}{\cos(2\alpha + \varepsilon)} \dots (314).$$

Nach den Formeln (302):

$$\begin{aligned} \frac{w}{g} &= \frac{\cos \alpha \cos \varepsilon}{\cos(2\alpha + \varepsilon)} \left[\sqrt{\operatorname{tg}(2\alpha + \varepsilon) - \operatorname{tg} \varepsilon} - \sqrt{\operatorname{tg}(2\alpha + \varepsilon) - \operatorname{tg} \alpha} \right]^2 \\ &= \left[\frac{\cos \alpha \sqrt{2 \sin \alpha} - \sqrt{\cos \varepsilon \sin(\alpha + \varepsilon)}}{\cos(2\alpha + \varepsilon)} \right]^2 \\ &= \left[\frac{\sin(\alpha - \varepsilon)}{\cos \alpha \sqrt{2 \sin \alpha} + \sqrt{\cos \varepsilon \sin(\alpha + \varepsilon)}} \right]^2 \dots \dots \dots (315). \end{aligned}$$

Mit Rücksicht auf die Formel (303), worin $\cos \varrho = \sin \alpha$ zu setzen kommt, endlich:

$$\frac{w}{g} = \frac{w}{g} \sin \alpha = \left[\frac{\sin(\alpha - \varepsilon)}{\sqrt{2} \cdot \cos \alpha + \sqrt{\sin(\alpha + \varepsilon) \frac{\cos \varepsilon}{\sin \alpha}}} \right]^2 \dots (316).$$

Um derlei Rechnungen ohne Zuhilfenahme von trigonometrischen Tafeln durchzuführen, stalle man den zuletzt gegebenen Ausdruck so um, dass darin bloß die unmittelbar bekannten Grössen $\operatorname{tg} \alpha = a$ und $\operatorname{tg} \varepsilon = b$ vorkommen.

Hiernach erhält man:

$$\begin{aligned} \frac{w}{g} &= \left[\frac{\cos \alpha \cos \varepsilon (a - b)}{\sqrt{2} \cdot \cos \alpha + \cos \varepsilon \sqrt{\frac{a + b}{a}}} \right]^2 \\ &= \left[\frac{(a - b) \sqrt{a}}{\frac{\sqrt{2a}}{\cos \varepsilon} + \frac{1}{\cos \alpha} \sqrt{a + b}} \right]^2 \\ &= \frac{a(a - b)^2}{[\sqrt{2a(1 + b^2)} + \sqrt{(a + b)(1 + a^2)}]^2}, \end{aligned}$$

daher:

$$\begin{aligned} \frac{w}{g} &= a \left[\frac{(a - b)}{\sqrt{(a + b)(1 + a^2)} + \sqrt{2a(1 + b^2)}} \right]^2 \\ &= a \left[\frac{\sqrt{(a + b)(1 + a^2)} - \sqrt{2a(1 + b^2)}}{a^2 + 2ab - 1} \right]^2 \dots \dots \dots (317). \end{aligned}$$

Die folgende Tabelle XV enthält eine Reihe berechneter Resultate von $\frac{w}{g}$ für verschiedene Werthe von a und b .

XV. Tabelle.

Nach Formel (317)	tg ε = b, für die innere Neigung der Stützwand:										Anmerkung
	0*)	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$			
1·0	0·125	0·101	0·096	0·093	0·089	0·079	0·072	0·061	Oberfläche des Erdreichts horizontal im gleichen Niveau mit der Stützwandkronen. Cohäsion zwischen den Erdtheilen gleich Null. Reibung zwischen denselben eben so gross, wie jene zwischen ihnen und der Stützwand.		
1·1	0·144	0·118	0·113	9·110	0·106	0·095	0·087	0·075			
1·2	0·163	0·135	0·130	0·127	0·123	0·111	0·102	0·090			
1·3	0·181	0·153	0·148	0·144	0·140	0·127	0·118	0·105			
1·4	0·199	0·170	0·165	0·161	0·157	0·144	0·134	0·120			
1·5	0·217	0·188	0·183	0·178	0·174	0·160	0·150	0·135			
1·6	0·235	0·204	0·199	0·195	0·190	0·176	0·165	0·150			
1·7	0·252	0·221	0·215	0·211	0·206	0·192	0·181	0·165			
1·8	0·269	0·237	0·231	0·227	0·222	0·207	0·196	0·180			
1·9	0·285	0·253	0·247	0·243	0·238	0·223	0·211	0·194			
2·0	0·300	0·268	0·262	0·258	0·253	0·238	0·226	0·209			
2·1	0·315	0·283	0·277	0·273	0·268	0·253	0·240	0·223			

tg α = a, für die natürliche Erdböschung:

*) Die Zahlen in dieser Vertical - Spalte müssen offenbar dieselben sein, welche in der letzten Vertical - Spalte der XIII. Tabelle vorkommen.

Aus der vorstehenden Tabelle erhält man, unter den in der letzten Verticalspalte angegebenen Voraussetzungen, mittelst der Daten $a = \operatorname{tg} \alpha$ und $b = \operatorname{tg} \varepsilon$ entweder unmittelbar, oder, wenn nöthig, auf dem Wege der Interpolation den dazu gehörigen Werth für $\frac{w}{g}$, wobei w das Einheitsgewicht der sich einzubildenden tropfbaren Flüssigkeit bedeutet, welche normal auf die Stützwand denselben Druck (D) wie das Erdreich ausüben würde.

Ist auf diese Weise w bestimmt, so kann hiernach $w = \frac{w}{\cos \varrho}$ $= \frac{w}{\sin \alpha} = w \frac{\sqrt{1 + a^2}}{a}$ berechnet werden, wobei w das Einheitsgewicht derjenigen sich einzubildenden tropfbaren Flüssigkeit anzeigt, deren Druck auf die Stützwand mit dem schiefen Erddruck (\mathfrak{D}) gleich gross wäre. Die erwähnten beiden Druckwerthe ergeben sich dann aus den Gleichungen:

$$D = \frac{1}{2} w \frac{H^2}{\cos \varepsilon} \quad \text{und} \quad \mathfrak{D} = \frac{1}{2} w \frac{H^2}{\cos \varepsilon}.$$

Hiebei ist der Werth von $\frac{1}{\cos \varepsilon} = \sqrt{1 + b^2}$ zu setzen, welcher entweder eigens berechnet, oder auch aus der Tabelle III (pag. 19) entnommen werden kann.

Was endlich den an der Stützwand entstehenden Reibungswiderstand betrifft, so hat man hiefür:

$$R = D \operatorname{tg} \mu = D \operatorname{cotg} \alpha = \frac{D}{a}.$$

Um sogleich die Anwendung dieser Tabelle auf einen besonderen Fall zu zeigen, werde dasjenige Beispiel, welches zuerst auf pag. 91, für $\mu = \operatorname{tg} \varrho = 0$, dann auf pag. 332 für $\mu = \operatorname{tg} \varrho = \frac{1}{2}$ berechnet worden ist, nunmehr für den grössten zulässigen Werth von $\mu = \operatorname{tg} \varrho = \operatorname{cotg} \alpha = \frac{1}{a}$ aufgelöst.

Die Daten für dieses Beispiel sind folgende:

Höhe der Stützwand $H = 30$ Fuss,

Neigungswinkel dieser letzteren gegen das Loth $= \varepsilon$, und

hiefür $\operatorname{tg} \varepsilon = b = \frac{1}{2}$,

Verhältniss zwischen Anlage und Höhe der natürlichen

Erdböschung $\operatorname{tg} \alpha = a = 1.27$,

Erdgewicht per Cubikfuss $g = 85$ Pfd.

Aus der Tabelle XV findet man unter Festhaltung des Werthes von $\text{tg } \varepsilon = b = \frac{1}{6}$:

$$\text{Für } \text{tg } \alpha = a = 1.2 \dots \dots \dots \frac{w}{g} = 0.111,$$

$$\text{„ } \text{tg } \alpha = a = 1.3 \dots \dots \dots \frac{w}{g} = 0.127,$$

$$\text{Differenz: } \dots \dots 0.1 \dots \dots \dots 0.016,$$

daher, wenn man — da $\text{tg } \alpha = a = 1.27$ ist — interpolirt:

$$0.1 : 0.016 = (1.3 - 1.27) : x,$$

woraus folgt:

$$x = 0.005,$$

und

$$\frac{w}{g} = (0.127 - x) = 0.122.$$

Wegen $g = 85$ Pfd. erhält man:

$$w = 0.122 g \dots = 10.37 \text{ Pfd.},$$

somit ist, mit Berücksichtigung des Werthes von $\frac{1}{\cos \varepsilon} = 1.0138$ aus der Tabelle III (pag. 19), der normale Erddruck:

$$D = \frac{1}{2} w \frac{H^2}{\cos \varepsilon} \dots \dots = 47.3 \text{ Ctr.},$$

der schiefe Erddruck aber:

$$\mathfrak{D} = \frac{D}{\cos \varrho} = \frac{D}{\sin \alpha} \dots \dots = 60.2 \text{ Ctr.},$$

endlich die Reibung an der Stützwand:

$$R = D \text{tg } \varrho = D \text{cotg } \alpha = 37.3 \text{ Ctr.}$$

Hiebei kann man den Werth von $\frac{1}{\sin \alpha}$, falls man ihn nicht directe berechnen will, mit Hilfe der Tabelle XIV durch Interpolation bestimmen.

Es ist interessant, die nach Massgabe des Grades der Reibung zwischen Erde und Stützwand gefundenen dreifachen Resultate in dem sonst gleich gewählten beispielsweisen Falle neben einander zu stellen, was hiemit im Folgenden geschieht:

1. Für $\mu = \text{tg } \varrho = 0$:

$$\mathfrak{D} = \dots \dots D = 68.2, R = 0 \text{ Ctr.}$$

2. Für $\mu = \text{tg } \varrho = \frac{1}{2}$:

$$\mathfrak{D} = 59.3, \dots D = 53.0, R = 26.5 \text{ Ctr.}$$

3. Für $\mu = \text{tg } \varrho = \text{cotg } \alpha = \frac{1}{1.27}$:

$$\mathfrak{D} = 60.2, \dots D = 47.3, R = 37.3 \text{ Ctr.}$$

§. 74.

Mittelpunkt des Erddruckes. In allen Fällen, auf welche die vorstehenden §§. 71, 72 und 73 Bezug nehmen, liegt der Mittelpunkt des Erddruckes zu Folge der am Schlusse des §. 67 gemachten Bemerkung in dem dritten Theil der Druckhöhe, von der Basis dieser letzteren an gerechnet; so dass hierauf der Umstand, ob und welche Reibung zwischen dem Erdreiche und der Stützwand in Betracht kommt, von keinem Einflusse ist.

§. 75.

Einfluss einer zufälligen Belastung auf der Oberfläche des hinter der Stützwand aufgeschichteten Erdreiches. Unter den in der Ueberschrift des laufenden Capitels angedeuteten Umständen und unter der Voraussetzung, dass die auf die Quadrateinheit der Oberfläche des Erdreiches entfallende zufällige Belastung p Gewichtseinheiten betrage, kann die im §. 31 unter (115) gegebene Relation und die unmittelbar daran geknüpfte Regel offenbar auch gegenwärtig angewendet werden.

Daher hat man in Gemässheit der dortigen Formeln (123) und (134):

$$D' = \left(1 + \frac{2p}{gH}\right) D \dots\dots\dots (318)$$

$$R' = \left(1 + \frac{2p}{gH}\right) R \dots\dots\dots (319)$$

$$\mathfrak{D}' = \left(1 + \frac{2p}{gH}\right) \mathfrak{D} \dots\dots\dots (320)$$

$$e' = \left(\frac{1 + \frac{3p}{gH}}{1 + \frac{2p}{gH}}\right) e \dots\dots\dots (321),$$

wenn man unter D' den normalen Erddruck, unter R' die Reibung des Erdreiches an der Stützwand, unter \mathfrak{D}' den schiefen Erddruck, unter e' aber die Distanz des Erddruckmittelpunktes von dem durch den Stützwandfuss gedachten Horizonte — und

zwar mit Rücksicht auf die Wirkung der angenommenen zufälligen Belastung — versteht, während die gleichen Buchstaben ohne Strich die analoge Bedeutung, jedoch ohne Rücksicht auf eine zufällige Belastung haben; d. h. die Werthe von D , R und Φ sind nach den Anleitungen der vorstehenden §§. 71, 72 und 73 zu berechnen, und weiter ist der Abstand $e = \frac{1}{3} H$ zu setzen.

Anmerkung.

Schon in der Anmerkung auf Seite 83 wurde darauf hingewiesen, dass — insoferne es sich um die Durchführung von praktischen Versuchen in der Absicht handelt, die Resultate derselben mit jener der Theorie zu vergleichen, und so die Richtigkeit der letzteren zu prüfen — bei den theoretischen Bestimmungen alle Umstände möglichst genau berücksichtigt werden müssen, daher unter Anderem auch der Einfluss der Reibung zwischen Erde und Stützwand gehörig in Rechnung zu nehmen sei, indem eine solche Reibung doch jedenfalls vorhanden ist.

Bei den von Martony gemachten — obwohl in mancher Beziehung recht schätzenswerthen Versuchen — geschah dies jedoch nicht, indem hiebei die Resultate der Theorie nach Coulomb und Français (welche mit jenen im ersten Capitel des zweiten Abschnittes übereinstimmen) zu Grunde gelegt wurden, worin die oberwähnte Reibung an der Stützwand nicht berücksichtigt erscheint. Zudem wurde das Versuchserdreich stets in einen Kasten eingezwängt, an dessen Seitenwänden ebenfalls eine Reibung entstand, welche Martony nicht in Rechnung nahm.

Hagen's Versuche erscheinen an und für sich zweckmässiger durchgeführt, indem hiebei ein solcher Kasten nicht benützt wurde. Indessen ist die von ihm vorgenommene Vergleichung der bezüglichen Versuchsergebnisse mit den theoretischen Formeln gleichfalls insoferne unstatthaft, als diese letzteren den Einfluss der besagten Reibung an der Stützwand nicht in sich enthalten. Hiedurch erklärt es sich, dass die von Hagen zunächst in's Auge gefassten Formeln nach Coulomb, Français und Prony (abgesehen von den durch Letzteren aufgestellten, anerkannt unrichtigen Resultaten bezüglich schiefer Stützwände, wovon am Kopfe der Seite 46 die Rede war) den Druck des Hinterfüllungsmateriales jedesmal grösser, als Hagen's Versuche, ergaben; es kann aber daraus nicht gefolgert werden, dass die theoretischen Untersuchungen der genannten Autoren in Bezug auf die von diesen vorgenommene Kräftenzerlegung principiell unrichtig sein müssen. In der Nichtübereinstimmung seiner Versuchsergebnisse mit den Formeln jener Autoren liegt noch kein Beweis einer solchen Unrichtigkeit; denn diese Formeln

dürfen hiebei gar nicht zur Anwendung kommen, weil sie eben ein wichtiges Element, nämlich den Einfluss der Reibung zwischen dem Hinterfüllungsmateriale und der Stützwand, gar nicht enthalten. Dass dieser Einfluss kein geringfügiger ist, geht aus der Vergleichung der zwei Tabellen VI (pag. 90) und XV (pag. 341) deutlich hervor, indem sich die jeweiligen zwei Resultate für den Druck eines cohäsionslosen Hinterfüllungsmateriales mit horizontaler Oberfläche einmal ohne, und das andere Mal mit Berücksichtigung der Reibung (und zwar der grössten Reibung) an der Stützwand eben so verhalten, wie die Zahlen der einen Tabelle zu jenen der anderen, also (innerhalb der dort eingehaltenen Grenzen für $\operatorname{tg} \alpha$ und $\operatorname{tg} \epsilon$) wie 100 zu 65 bis 79. Hagen glaubte dagegen die Nichtübereinstimmung der Formeln der besagten Autoren mit seinen Versuchs-Resultaten nicht dem eben angedeuteten Umstande zuzuschreiben, sondern stellte die Behauptung auf, es seien überhaupt die Kräfte, welche bei der Berechnung des Erddruckes in Betracht kommen, in einer anderen Weise, als dies von den genannten Autoren geschehen, zu zerlegen. Hagen führte in der That eine solche andere Kräftenzerlegung ein, berücksichtigte aber dabei ebenfalls nicht den Einfluss der an der Stützwand entstehenden Reibung, und er fand schliesslich die in der Anmerkung auf Seite 49 bezogene Berechnungs-Formel, welche die Eigenschaft hat, dass man hiernach den normalen Erddruck an die Stützwand bedeutend kleiner findet, als nach den Formeln von Coulomb, Français und Prony. Indem nun nach den letzterwähnten Formeln aus der oben angegebenen Ursache — nämlich wegen Vernachlässigung des Einflusses der Reibung zwischen der Erde und Stützwand — wirklich zu grosse Resultate zum Vorschein kommen müssen, so erklärt es sich, dass die von Hagen nach seiner Theorie entwickelten Rechnungsergebnisse mit den Resultaten seiner Versuche wohl besser übereinstimmen konnten; allein dieserwegen ergibt sich keineswegs — wie Hagen glaubt — die Berechtigung zu dem Schlusse, dass seine Theorie, beziehungsweise die von ihm eingeführte Kräftenzerlegung, die richtigere sein müsse. Dies ist durchaus nicht der Fall. Denn die Art und Weise, wie Hagen die Wirksamkeit der bezüglichen Kräfte sich vorstellt, widerspricht den Lehren der Mechanik über die Keilwirkung, welche letztere doch jedenfalls in erster Linie in Betracht zu kommen hat, weil das Bruchprisma offenbar als ein Keil anzusehen ist, der zwischen dem noch unterhalb gelegenen Erdreiche und der Stützwand eingezwängt liegt*). Hätte Hagen seine Theorie noch durch die Einrechnung der Reibung zwischen Erdreich

*) Aus dem Werke Woltmann's „Beiträge zur Hydraulischen Architectur, III. und IV. Band, Göttingen 1794 und 1799“; ist zu ersehen, dass schon Hofrath Kästner bei der Berechnung des Erddruckes ein Ver-

und Stützwand ergänzt, so würde die von ihm wahrgenommene schöne Uebereinstimmung der berechneten mit den experimentellen Resultaten vollends verschwunden sein; denn dann hätte sich offenbar ergeben müssen, dass seine Rechnungswerthe für den Druck des Hinterfüllungsmateriales im Allgemeinen viel zu klein ausfallen. Letzteres hat man schon bei einem früheren Anlasse, nämlich im §. 16, wo von dem Zusammenhange zwischen der Theorie des Erddruckes und der Hydrostatik die Rede ist, wahrgenommen, denn in der Anmerkung zu diesem §. ist nachgewiesen, dass in dem Falle, wenn keine Reibungs- und Cohäsionswiderstände zwischen den Theilchen des Hinterfüllungsmateriales vorhanden sind, und auch die Reibung an der Stützwand gleich Null gesetzt wird, aus der von Hagen aufgestellten Formel keineswegs, wie zu erwarten, das Resultat für den hydrostatischen Druck, sondern ein kleineres zum Vorschein kommt, mit Ausnahme des einzigen Falles, wenn die Stützwand lothrecht steht, in welchem der im Allgemeinen beobachtete Fehler verschwindet. Es ist daher vollkommen begründet, wenn am Schlusse der bezogenen Anmerkung gesagt wurde, dass die Ansicht Hagen's, als wäre die Richtigkeit seiner Theorie durch seine Versuche bestätigt worden, auf einer Täuschung beruhe; denn die nach Hagen's Theorie sich ergebenden Rechnungsergebnisse für den normalen Erddruck sind einerseits wegen der hierin unrichtigen Kräftenzerlegung zu klein, andererseits aber wegen der Nichtberücksichtigung der an der Stützwand entstehenden Reibung zu gross; und da die beiderseitigen Differenzen sich mehr oder weniger aufheben müssen, so ist eine annähernde Uebereinstimmung von Hagen's Theorie mit manchen Versuchen durchaus nicht ausgeschlossen, aus einer solchen zufälligen Uebereinstimmung aber kann ein allgemeiner Rückschluss auf die Statthaftigkeit der erwähnten Theorie nicht gemacht werden, und zwar um so weniger, als Hagen seine Versuche, bei welchen Druckhöhen von nur wenigen Zollen vorkamen, in einem für die praktische Verwerthung derselben viel zu kleinen Masstabe angestellt hatte.

Will man eine nutzbringende Vergleichung von Experimenten mit den theoretischen Formeln zu dem Zwecke, um die Richtigkeit der letzteren zu

fahren befolgte, mit dem jenes von Hagen grundsätzlich übereinstimmt. Woltmann konnte sich jedoch damit nicht befreunden; überdiess findet man in dem IV. Bande seines Werkes pag. 307—310 den Auszug eines Briefes, welchen der Mathematiker C. L. Brünings unterm 19. December 1798 an Woltmann schrieb, mitgetheilt, aus dem hervorgeht, dass auch Brünings sich gegen Kästner's Verfahren aussprach, das er für nichts weniger, als einen Verstoss gegen die ganze Mathematik von Archimedes bis de la Grange erklärte.

prüfen, durchführen, so ist nothwendig, dass solche Experimente in einem ausreichenden grossen Massstabe stattfinden, und dass in den theoretischen Formeln auch auf die Reibung zwischen dem Hinterfüllungsmateriale und der Stützwand, eventuell auf die Mitwirkung der Erdcohäsion und der Reibung an den Seitenwänden des Versuchskastens die gehörige Rücksicht genommen werde. Insoferne die Versuche mit Streusand, Schrotkörnern, Schotter oder cohäsionslosem Sande gemacht werden, also keine Cohäsion zwischen den Theilchen des Hinterfüllungsmateriales in Betracht kommt, werden es die in dem letztbehandelten Capitel aufgestellten Berechnungsformeln sein, welche behufs der Vergleichung mit den Versuchsergebnissen zu benützen sind, vorausgesetzt, dass man für den Fall der Verwendung eines Kastens zu den Versuchen noch ausserdem die Reibung an den Seitenwänden desselben entsprechend in Rechnung nimmt.

Die Versuche des Professors Dr. E. Winkler, welche im Civilingenieur vom Jahre 1865 beschrieben sind, entsprechen so ziemlich diesen Bedingungen. Er hat hiezu cohäsionslosen Sand unter einer Druckhöhe von 25 Centimetern verwendet, die Reibung an den Seitenwänden des Versuchskastens in einer angemessenen Weise berücksichtigt, und im Uebrigen für den normalen Erddruck und die Reibung an der Stützwand — bei lothrechter Stellung dieser Letzteren und bei horizontaler Begrenzung der Oberfläche des dahinter aufgeschütteten Materiales — geeignete Formeln (welche mit der im vorstehenden Capitel enthaltenen Theorie im Einklange sind) zur Anwendung gebracht.

Zugleich hat er den Vergleich seiner Versuchsergebnisse auch mit den bekannten Formeln nach Prony und Français (ohne Rücksicht auf die Reibung an der Stützwand) und mit der Theorie nach Hagen durchgeführt. Wie zu erwarten, ergaben gegenüber der Wirklichkeit nur die Rechnungsergebnisse, worin die Reibung an der Stützwand mitberücksichtigt war, relativ die beste Uebereinstimmung, während jene nach Hagen's Theorie sogar noch weiter von der Wahrheit (obwohl im entgegengesetzten Sinne) abwichen, als die Resultate nach Prony und Français.

Allein nicht nur relativ betrachtet, sondern auch an und für sich kann jene Uebereinstimmung, wenigstens in Bezug auf den normalen Erddruck, als eine befriedigende erklärt werden, indem die Differenzen zwischen der Rechnung und den Versuchen sich durchschnittlich nur mit 2·2 Procenten herausstellten.

Weniger gut stimmten zwar die verglichenen Resultate für die Reibungsgrösse an der Stützwand; indessen müssen wohl noch weitere Versuche ähnlicher Art abgewartet werden, um sich auch in dieser Beziehung ein massgebendes Urtheil bilden zu können.

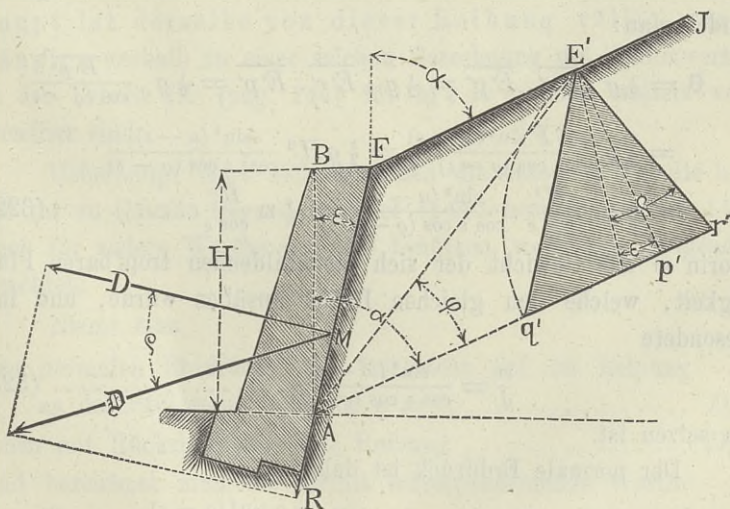
Drittes Capitel.

Druck eines cohäsionslosen Erdreiches an eine um den Winkel ε geneigte Stützwand von der Höhe H , wenn dasselbe von der Wandkrone an nach der natürlichen Böschung ansteigt.

§. 76.

Bruchfläche im Erdkörper. Grösse des Erd-
druckes und Mittelpunkt desselben in diesem Falle.
Schon aus der Figur 91, welche sich auf die analoge Unter-
suchung, jedoch ohne Rücksicht auf die Reibung zwischen Erd-
reich und Stützwand bezieht, ergibt sich, dass in dem Construc-
tionsvierecke $AFE'r'$ die beiden Dreiecke AFE' und $AE'r'$
nicht einander gleich werden können, insolange φ einen von Null
verschiedenen Werth hat. In dem gegenwärtigen Falle, in wel-
chem auf die Reibung zwischen dem Erdreiche und der Stütz-

Fig. 142.



wand Bedacht genommen werden soll, kommt die Linie $\overline{F'r'}$
näher an das Perpendikel $\overline{E'p'}$, in der Regel sogar jenseits dieses

letzteren zu liegen, wie es beispielsweise in der Figur 142 angedeutet ist, daher kann die Gleichheit der beiden Dreiecke AFE' und $AE'r'$ um so weniger stattfinden, wenn φ nicht Null ist. Hieraus geht hervor, dass auch jetzt der Bruchwinkel $\varphi = \gamma = 0$ sein muss.

Was die Grösse des Erddruckes betrifft, so hat hierauf für die Durchführung der bezüglichen grafischen Darstellung die Richtung der Bruchlinie keinen Einfluss, was aus den Bemerkungen auf pag. 314 erhellet.

Zu diesem Zwecke kann daher auch die Linie AE' als Bruchlinie gelten, und hiernach die Construction für die Grösse des schiefen Erddruckes \mathfrak{D} nach der unter (289) gegebenen zweiten Hauptregel stattfinden, der zu Folge anzuordnen ist:

$E'p' \perp Ap'$, $\sphericalangle p'E'r' = (\varrho - \varepsilon)$ und $\overline{q'r'} = \overline{E'r'}$,
um zu erhalten:

$$\mathfrak{D} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Gewicht des Erd-} \\ \text{prismas } E'q'r' \end{array} \right\} = g \cdot \triangle E'q'r'.$$

Uebersetzt man diese Construction in die Rechnung, so findet man:

$$\begin{aligned} \mathfrak{D} &= \frac{1}{2} g \cdot \overline{q'r'} \cdot \overline{E'p'} = \frac{1}{2} g \cdot \overline{E'r'} \cdot \overline{E'p'} = \frac{1}{2} g \cdot \frac{\overline{E'p'}^2}{\cos(\varrho - \varepsilon)} \\ &= \frac{1}{2} g \cdot \frac{AF'^2 \sin^2(\alpha - \varepsilon)}{\cos(\varrho - \varepsilon)} = \frac{1}{2} g H^2 \frac{\sin^2(\alpha - \varepsilon)}{\cos^2 \varepsilon \cos(\varrho - \varepsilon)} \\ &= \frac{1}{2} g \cdot \frac{H^2}{\cos \varepsilon} \cdot \frac{\sin^2(\alpha - \varepsilon)}{\cos \varepsilon \cos(\varrho - \varepsilon)} = \frac{1}{2} w \frac{H^2}{\cos \varepsilon} \dots \dots \dots (322) \end{aligned}$$

worin w das Gewicht der sich einzubildenden tropfbaren Flüssigkeit, welche den gleichen Druck ausüben würde, und insbesondere

$$\frac{w}{g} = \frac{\sin^2(\alpha - \varepsilon)}{\cos \varepsilon \cos(\varrho - \varepsilon)} \dots \dots \dots (323)$$

zu setzen ist.

Der normale Erddruck ist daher:

$$\begin{aligned} D &= \mathfrak{D} \cos \varrho = \frac{1}{2} g H^2 \frac{\cos \varrho \sin^2(\alpha - \varepsilon)}{\cos^2 \varepsilon \cos(\varrho - \varepsilon)} \\ &= \frac{1}{2} w \frac{H^2}{\cos \varepsilon} \dots \dots \dots (324) \end{aligned}$$

und die den gleichen Druck bewirkende tropfbare Flüssigkeit hat das Einheitsgewicht w , welches sich ergibt aus der Formel:

$$\frac{w}{g} = \frac{w}{g} \cos \varrho = \frac{\cos \varrho \sin^2 (\alpha - \varepsilon)}{\cos \varepsilon \cos (\varrho - \varepsilon)} \dots \dots \dots (325)$$

der Reibungswiderstand an der Stützwand endlich ist:

$$R = \mathfrak{D} \sin \varrho = \frac{1}{2} g H^2 \frac{\sin \varrho \sin^2 (\alpha - \varepsilon)}{\cos^2 \varepsilon \cos (\varrho - \varepsilon)} \dots \dots \dots (326).$$

Für $\varepsilon = 0$ steht die Stützwand vertical, und es wird insbesondere:

$$\frac{w}{g} = \frac{\sin^2 \alpha}{\cos \varrho} \dots \dots \dots (327)$$

$$\frac{w}{g} = \sin^2 \alpha \dots \dots \dots (328)$$

$$R = \frac{1}{2} g H^2 \operatorname{tg} \varrho \sin^2 \alpha \dots \dots \dots (329),$$

wobei bemerkenswerth ist, dass jetzt die Gleichung (328) mit der früheren unter (146) identisch wird. Der berechnete normale Erddruck ist also in diesem Falle ausnahmsweise der gleiche, ob man hiebei auf die Reibung an der Stützwand Rücksicht nimmt oder nicht, überhaupt ist derselbe von dieser Reibung völlig unabhängig, weshalb zu einer solchen Berechnung die Zahlenwerthe in der Tabelle IX (pag. 144) für $\operatorname{tg} \varepsilon = 0$ ohne weiters verwendbar sind.

Ueberhaupt lässt sich dermalen die bezogene Tabelle und die ihr zu Grunde liegende Formel (144, beziehungsweise 145) auch für andere Werthe von $\operatorname{tg} \varepsilon$ benützen, wenn man Folgendes beachtet:

Nennt man

den normalen Erddruck ohne Rücksicht auf die Reibung an der Stützwand, also für $\varrho = 0$, $\dots \dots \dots D_0$

jenen mit Rücksicht auf diese Reibung $\dots \dots \dots D_p$

und bezeichnet man die hiemit correspondirenden Werthe

für w mit $\dots \dots \dots w_0$ und w_p ,

so hat man offenbar:

$$D_p : D_0 = w_p : w_0,$$

oder:

$$D_\rho = \frac{w_\rho}{w_0} D_0 \dots \dots \dots (330),$$

wobei einerseits laut Formel (144):

$$w_0 = g \frac{\sin^2(\alpha - \varepsilon)}{\cos^2 \varepsilon}$$

und andererseits laut Formel (325):

$$w_\rho = g \frac{\cos \rho \sin^2(\alpha - \varepsilon)}{\cos \varepsilon \cos(\rho - \varepsilon)}$$

ist.

Hiernach ergibt als Verhältniss:

$$\frac{w_\rho}{w_0} = \frac{\cos \rho \cos \varepsilon}{\cos(\rho - \varepsilon)} = \frac{1}{1 + \operatorname{tg} \rho \operatorname{tg} \varepsilon} \dots \dots \dots (331)$$

also auch:

$$D_\rho = \frac{D_0}{1 + \operatorname{tg} \rho \operatorname{tg} \varepsilon} \dots \dots \dots (332),$$

so zwar, dass, wenn man D_0 mit Hilfe der Tabelle IX berechnet hat, das Resultat nur durch $(1 + \operatorname{tg} \rho \operatorname{tg} \varepsilon)$ zu dividiren ist, um den jetzt in Betracht kommenden normalen Erddruck D_ρ zu finden, woraus dann weiter auch auf den schiefen Erddruck und auf die Reibung an der Stützwand geschlossen werden kann.

Der Mittelpunkt des Erddruckes liegt dem §. 69 zu Folge in dem dritten Theile der Höhe.

Ex. Es werde der Erddruck mit Rücksicht auf die an der Stützwand entstehende Reibung berechnet, wenn, wie in dem Beispiele auf Seite 145, folgende Daten bekannt sind:

- Höhe der Stützmauer $H = 30$ Fuss,
- Verhältniss zwischen der Anlage und Höhe der inneren
Mauerböschung $\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{1}{3}$,
- Erdgewicht per Cubikfuss $g = 85$ Pfd.,
- Verhältniss zwischen Anlage und Höhe der natürlichen Erd-
böschung $\operatorname{tg} \alpha = 1.27$,
- Ausserdem sei der Coefficient der Reibung zwischen Erde
und Stützwand $\mu = \operatorname{tg} \rho = 0.6$.

Nach der Bestimmung auf Seite 145 hat man, da der dortige Werth von D jetzt mit D_0 zu bezeichnen ist:

$$D_0 = 180.7 \text{ Ctr.},$$

also, wegen $(1 + \operatorname{tg} \rho \operatorname{tg} \varepsilon) = 1.1$, nach der Formel (332):

$$D_\rho = 164.3 \text{ Ctr.}$$

Ferner erhält man (unter Beachtung der Tabelle XIV) für den schiefen Erddruck:

$$D = \frac{D_p}{\cos \varrho} = D_p \sqrt{1 + \mu^2} = 1.1662 D_p = 191.6 \text{ Ctr.},$$

für die Reibung an der Stützmauer aber:

$$R = D_p \operatorname{tg} \varrho = \mu D_p = 0.6 D_p \dots\dots\dots = 98.6 \text{ Ctr.}$$

§. 77.

Erddruck bei dem Stattfinden des Maximums der Reibung zwischen Erdreich und Stützwand. In diesem Falle ist laut §. 70 der Reibungswinkel $\varrho = 90^\circ - \alpha$, somit $\operatorname{tg} \varrho = \operatorname{cotg} \alpha$, und man erhält, bezüglich des normalen Erddruckes D , zu Folge der Formel (325) das Einheitsgewicht der sich einzubildenden tropfbaren Flüssigkeit von der gleichen Druckwirkung aus der Relation:

$$\begin{aligned} \frac{w}{g} &= \frac{\sin \alpha \sin^2 (\alpha - \varepsilon)}{\cos \varepsilon \sin (\alpha + \varepsilon)} \\ &= \frac{\operatorname{tg} \alpha (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \varepsilon)^2}{(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \varepsilon)} \\ &= \frac{a (a - b)^2}{(1 + a^2) (a + b)} \dots\dots\dots (333), \end{aligned}$$

wenn $\operatorname{tg} \alpha = a$ und $\operatorname{tg} \varepsilon = b$ ist.

Die entsprechenden Werthe ergeben sich somit, wenn man die analogen Resultate in der IX. Tabelle mit $\frac{a}{a+b}$ multiplicirt, welche Bemerkung übrigens auch aus der Gleichung (332) folgt.

Viertes Capitel.

Erddruck an eine um den Winkel ε geneigte Stützwand von der Höhe H , wenn das anliegende Erdreich, von der Wandkrone an, nach einer beliebigen Richtung ansteigt, welche mit der natürlichen Böschung der Winkel δ einschliesst.

§. 78.

Rechnungsmässige Behandlung des in der Ueberschrift bezeichneten Falles. Dieser in der Figur 143 ver-

Weiter ist nach Gleichung (288):

$$\triangle AEr = \frac{1}{2} \overline{AE} \cdot \overline{Ar} \cdot \sin \gamma = \frac{1}{2} A^2 \frac{\sin \gamma \cos (\gamma + \varepsilon - \varrho)}{\cos (\varepsilon - \varrho)},$$

folglich, da die erwähnten Dreiecke gleich gross sind, die Bedingungsgleichung vorhanden:

$$\begin{aligned} & \sin (\alpha - \varepsilon - \gamma) \sin (\gamma + \delta) \cos (\varepsilon - \varrho) \\ & = \sin \gamma \sin (\alpha + \delta - \varepsilon) \cos (\gamma + \varepsilon - \varrho), \end{aligned}$$

woraus der Bruchwinkel γ zu bestimmen ist.

Setzt man:

$$(\alpha - \varrho) = \alpha_1 \text{ und } (\varepsilon - \varrho) = \varepsilon_1 \dots \dots \dots (334),$$

so erhält man die umgestaltete Bedingungsgleichung:

$$\begin{aligned} & \sin (\alpha_1 - \varepsilon_1 - \gamma) \sin (\gamma + \delta) \cos \varepsilon_1 \\ & = \sin \gamma \sin (\alpha_1 + \delta - \varepsilon_1) \cos (\gamma + \varepsilon_1), \end{aligned}$$

welche sich von jener auf Seite 201 (zur Figur 92 gehörig) nur dadurch unterscheidet, dass hier die Buchstaben α und ε mit dem Zeiger 1 behaftet sind, was dort nicht der Fall ist. Dieser Wahrnehmung gemäss muss daher das Resultat für $x = \operatorname{tg} \gamma$, welches aus der jetzigen Bedingungsgleichung folgt, die Gestalt der Gleichung (169) annehmen; es muss nämlich sein:

$$\begin{aligned} x = \operatorname{tg} \gamma &= \frac{-bc + \sqrt{bc(a+b)(c-a)}}{(c-a-b)} \\ &= \frac{\sqrt{bc}}{(c-a-b)} \left[-\sqrt{bc} + \sqrt{(a+b)(c-a)} \right] \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\frac{-bc + \sqrt{bc(a+b)(c-a)}}{(c-a-b)}}} \right\} (335),$$

wenn zur Abkürzung gesetzt wird:

$$\left. \begin{aligned} a &= \operatorname{tg} (\alpha_1 - \varepsilon_1) = \operatorname{tg} (\alpha - \varepsilon) \dots \dots \dots \\ b &= \operatorname{tg} \delta = \operatorname{tg} (\alpha' - \alpha) \dots \dots \dots \\ c &= \operatorname{cotg} \varepsilon_1 = \operatorname{cotg} (\varepsilon - \varrho) \dots \dots \dots \end{aligned} \right\} (336).$$

Auf die Gleichung für den schiefen Erddruck übergehend, so hat man nach der Gleichung (289), beziehungsweise (287):

$$\mathfrak{D} = \frac{1}{2} g A^2 \frac{\sin^2 \gamma}{\cos (\varepsilon - \varrho)},$$

daher wegen:

$$A = \frac{H}{\cos \varepsilon} \cdot \frac{\sin (\alpha + \delta - \varepsilon)}{\sin (\gamma + \delta)}$$

auch:

$$\begin{aligned} \mathfrak{D} &= \frac{1}{2} g H^2 \frac{\sin^2 (\alpha + \delta - \varepsilon) \sin^2 \gamma}{\sin^2 (\gamma + \delta) \cos^2 \varepsilon \cos (\varepsilon - \varrho)} \\ &= \frac{1}{2} w \frac{H^2}{\cos \varepsilon} \dots \dots \dots (337). \end{aligned}$$

Der normale Erddruck ist hiernach:

$$\begin{aligned} D &= \mathfrak{D} \cos \varrho \\ &= \frac{1}{2} g H^2 \frac{\cos \varrho \sin^2 (\alpha + \delta - \varepsilon) \sin^2 \gamma}{\sin^2 (\gamma + \delta) \cos^2 \varepsilon \cos (\varepsilon - \varrho)} \\ &= \frac{1}{2} w \frac{H^2}{\cos \varepsilon} \dots \dots \dots (338), \end{aligned}$$

wenn in:

$$\frac{w}{g} = \frac{1}{\cos \varepsilon \cos (\varepsilon - \varrho)} \left[\frac{\sin (\alpha + \delta - \varepsilon) \sin \gamma}{\sin (\gamma + \delta)} \right]^2 \dots \dots (339)$$

und in:

$$\frac{w}{g} = \frac{\cos \varrho}{\cos \varepsilon \cos (\varepsilon - \varrho)} \left[\frac{\sin (\alpha + \delta - \varepsilon) \sin \gamma}{\sin (\gamma + \delta)} \right]^2 \dots \dots (340)$$

w und $w = w \cos \varrho$ das Einheitsgewicht der sich einzubildenden tropfbaren Flüssigkeiten bedeuten, welche den gleichen Druck \mathfrak{D} und beziehungsweise D ausüben würden.

Der Ausdruck (340) kann mit Rücksicht auf die eingeführten Bezeichnungen a , b und c umgestaltet werden, wie folgt:

$$\begin{aligned} \cos \varepsilon &= \cos (\varepsilon - \varrho + \varrho) = \sin (\varepsilon - \varrho) \cos \varrho [\cotg (\varepsilon - \varrho) - \tg \varrho] \\ &= \sin (\varepsilon - \varrho) \cos \varrho [c - \mu], \end{aligned}$$

wenn — wie in den früheren Fällen — auch jetzt $\tg \varrho = \mu$ ist.

$$\begin{aligned} \frac{\cos \varrho}{\cos \varepsilon \cos (\varepsilon - \varrho)} &= \frac{1}{(c - \mu) \sin (\varepsilon - \varrho) \cos (\varepsilon - \varrho)} \\ &= \frac{1 + \cotg^2 (\varepsilon - \varrho)}{(c - \mu) \cotg (\varepsilon - \varrho)} \\ &= \frac{1 + c^2}{c(c - \mu)}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin^2 (\alpha + \delta - \varepsilon) &= \cos^2 (\alpha - \varepsilon) \cos^2 \delta [\tg (\alpha - \varepsilon) + \tg \delta]^2 \\ &= \frac{\cos^2 \delta}{(1 + a^2)} (a + b)^2 \end{aligned}$$

$$\left[\frac{\sin \gamma}{\sin (\gamma + \delta)} \right]^2 = \frac{\tg^2 \gamma}{\cos^2 \delta (\tg \delta + \tg \gamma)^2} = \frac{1}{\cos^2 \delta} \left(\frac{x}{b + x} \right)^2;$$

also:

$$\frac{w}{g} = \frac{(a+b)^2(1+c^2)}{c(c-\mu)(1+a^2)} \left(\frac{x}{b+x}\right)^2.$$

Nun ist aber:

$$b+x = \frac{\sqrt{b(a+b)}}{c-a-b} \left[\sqrt{c(c-a)} - \sqrt{b(a+b)} \right],$$

$$\left(\frac{x}{b+x}\right)^2 = \frac{c}{(a+b)} \left[\frac{\sqrt{(a+b)(c-a)} - \sqrt{bc}}{\sqrt{c(c-a)} - \sqrt{b(a+b)}} \right]^2,$$

somit endlich:

$$\frac{w}{g} = \frac{(a+b)(1+c^2)}{(c-\mu)(1+a^2)} \left[\frac{\sqrt{(a+b)(c-a)} - \sqrt{bc}}{\sqrt{c(c-a)} - \sqrt{b(a+b)}} \right]^2 \quad (341),$$

und:

$$\frac{w}{g} = \frac{1}{\cos \varrho} \frac{w}{g} = \frac{w}{g} \sqrt{1+\mu^2} \dots \dots \dots (342).$$

Der Ausdruck (341) unterscheidet sich der Form nach von jenem unter (170) nur dadurch, dass dermalen als erster Factor im Nenner $(c - \mu)$ anstatt, wie dort, c steht.

In der obigen Gleichung ist, wie bereits früher angedeutet, zu setzen:

$$a = \operatorname{tg}(\alpha - \varepsilon), \quad b = \operatorname{tg} \delta = \operatorname{tg}(\alpha' - \alpha)$$

$$c = \operatorname{cotg}(\varepsilon - \varrho) \quad \text{und} \quad \mu = \operatorname{tg} \varrho.$$

Für $\mu = 0$ werden die Gleichungen (170), (341) und (342) identisch, was erklärlich ist, weil in der erstgenannten gleich von vorne herein $\mu = 0$ angenommen ward.

Die Resultate (335), (341) und (342) können ohne Benützung trigonometrischer Tafeln berechnet werden, wenn — wie in der Regel — gegeben sind:

$\operatorname{tg} \alpha, \operatorname{tg} \alpha', \operatorname{tg} \varepsilon$ und $\mu = \operatorname{tg} \varrho$, denn dann hat man:

$$a = \operatorname{tg}(\alpha - \varepsilon) \dots \dots \dots = \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \varepsilon}{1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \varepsilon}$$

$$b = \operatorname{tg} \delta = \operatorname{tg}(\alpha' - \alpha) = \frac{\operatorname{tg} \alpha' - \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \alpha'}$$

$$c = \operatorname{cotg}(\varepsilon - \varrho) \dots \dots \dots = \frac{1 + \mu \operatorname{tg} \varepsilon}{\operatorname{tg} \varepsilon - \operatorname{tg} \mu}$$

Ex. Es stehe dasselbe Beispiel in Betracht, welches auf den Seiten 172 und 173 ohne Rücksicht auf die Reibung an der Stützwand, also für $\mu = 0$,

berechnet wurde; und zwar sei jetzt der Coefficient dieser Reibung nach §. 70 mit seinem Maximalwerthe ($\mu = \operatorname{tg} \varrho = \operatorname{cotg} \alpha$) in Rechnung zu nehmen. Hiernach hat man folgende Daten:

$\operatorname{tg} \alpha = 1.2$, $\operatorname{tg} \alpha' = 4\frac{1}{4}$, $\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{1}{4}$, $H = 30$ Fuss und $g = 75$ Pfd., daher: $a = \frac{1}{2}\frac{9}{10}$, $b = \frac{1}{4}$, $c = -\frac{2}{4}\frac{9}{4}$ und $\mu = \operatorname{cotg} \alpha = \frac{5}{6}$.

Mit diesen Daten findet man:

$$x = \operatorname{tg} \gamma = 0.2587 \quad (\gamma = 14^\circ 30'),$$

$$\frac{w}{g} = 0.101, \quad \frac{w}{g} = \frac{0.101}{\cos \varrho} = 0.131, \quad w = 0.101 g = 7.57 \quad \text{und} \quad w = 0.131 g = 9.82 \text{ Pfd., somit:}$$

$$\mathfrak{D} = \frac{1}{2} w \frac{H^2}{\cos \varepsilon} = 45.6 \text{ Ctr.,}$$

$$D = \mathfrak{D} \cos \varrho = 35.0 \quad "$$

$$R = D \operatorname{tg} \varrho = 29.2 \quad "$$

wenn man die Reibung R an der Stützwand ebenfalls aufsucht, und überhaupt

beachtet, dass (nach Tabelle XIV, pag. 336) $\cos \varrho = \frac{1}{\sqrt{1 + \mu^2}} = 0.768$,

$\frac{1}{\cos \varrho} = \sqrt{1 + \mu^2} = 1.302$, und (nach Tabelle III, pag. 19) $\frac{1}{\cos \varepsilon} = 1.031$ zu setzen ist.

In der Figur 138 (pag. 325) hat man die gleiche Aufgabe grafisch aufgelöst. Die Vergleichung der dortigen Resultate mit den jetzigen zeigt eine gute Uebereinstimmung*).

§. 79.

Besonderer Fall, wenn die Stützwand lothrecht steht. Dann ist in den Formeln des vorigen §. $\varepsilon = 0$ zu setzen, wodurch man erhält:

*) Insoferne, wie in dem gegebenen Beispiele, der Werth von c negativ, etwa $c = -\varepsilon$ wird, wobei jetzt ε eine positive Zahl bedeutet, kann man, um diese letztere unmittelbar in Rechnung zu nehmen, die Formeln (335) und (341) auch so schreiben:

$$\begin{aligned} x &= \operatorname{tg} \gamma = \frac{-b \varepsilon + \sqrt{b \varepsilon (a + b) (a + \varepsilon)}}{a + b + \varepsilon} \\ &= \frac{\sqrt{b \varepsilon}}{a + b + \varepsilon} \left[-\sqrt{b \varepsilon} + \sqrt{(a + b) (a + \varepsilon)} \right] \\ \frac{w}{g} &= \frac{(a + b) (1 + \varepsilon^2)}{(\varepsilon + \mu) (1 + a^2)} \left[\frac{\sqrt{(a + b) (a + \varepsilon)}}{\sqrt{\varepsilon (a + \varepsilon)}} + \frac{\sqrt{b \varepsilon}}{\sqrt{b (a + b)}} \right]^2. \end{aligned}$$

$\alpha = \text{tg } \alpha$, $b = \text{tg } \delta = \text{tg } (\alpha' - \alpha)$, $\mu = \text{tg } \rho$ und $c = -\text{cotg } \rho = -\frac{1}{\mu}$, und hiernach:

$$x = \text{tg } \gamma = \frac{-b + \sqrt{b(a+b)(1+a\mu)}}{1+(a+b)\mu}$$

$$= \frac{\sqrt{b}}{1+(a+b)\mu} \left[-\sqrt{b} + \sqrt{(a+b)(1+a\mu)} \right] \quad (343),$$

$$\frac{w}{g} = \left(\frac{a+b}{1+a^2} \right) \left[\frac{\sqrt{(a+b)(1+a\mu)}}{\sqrt{1+a\mu}} + \mu \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b(a+b)}} \right]^2 \dots \quad (344).$$

Für $\mu = 0$ gehen diese Gleichungen, wie es sein soll, in jene unter (156) und (159) über.

Für die grösste Reibung an der Stützwand, welche möglicher Weise in Betracht kommen könnte, ist laut §. 70 der Reibungs-Coefficient $\mu = \text{cotg } \alpha = \frac{1}{a}$ zu setzen. In diesem Falle findet man:

$$x = \text{tg } \gamma = a \left(\frac{-b + \sqrt{2b(a+b)}}{2a+b} \right)$$

$$= \frac{a\sqrt{b}}{2a+b} \left[-\sqrt{b} + \sqrt{2(a+b)} \right] \dots \dots \dots (345),$$

$$\frac{w}{g} = \frac{a^2(a+b)}{(1+a^2)} \left[\frac{\sqrt{2(a+b)}}{a\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b(a+b)}} \right]^2 \dots \dots \dots (346),$$

$$\frac{w}{g} = \frac{1}{\sin \alpha} w = \frac{\sqrt{1+a^2} w}{a} \dots \dots \dots (347).$$

Ex. Nimmt man hier das auf Seite 154 begonnene und auf Seite 156 fortgesetzte Beispiel (dort ohne Berücksichtigung der Reibung an der Stützwand) in der Absicht auf, um den Bruchwinkel und die Grösse des Erddruckes nunmehr, wenn der Coefficient für die erwähnte Reibung mit dem Maximalwerthe von $\mu = \text{cotg } \alpha$ in Rechnung genommen wird, zu bestimmen, so hat man zu setzen; $a = \text{tg } \alpha = 1.2$, $b = \text{tg } \delta = 0.5$, $\mu = \frac{1}{a} = \frac{5}{6}$, $g = 75$ Pfd. und $H = 30$ Fuss.

Hiernach ergibt sich:

$$x = \text{tg } \gamma = \frac{6}{145} (\sqrt{170} - 5) = 0.333,$$

$$\gamma = 18^\circ 49',$$

$$\frac{w}{g} = \frac{1224}{305} \left(\frac{\sqrt{170} - 5}{\sqrt{170} + 14} \right)^2 = \frac{1224}{2989} (13 \cdot 5 - \sqrt{170}) = 0 \cdot 189,$$

$$w = 0 \cdot 189 g = 14 \cdot 2 \text{ Pfd.};$$

somit der normale Erddruck an die Stützwand:

$$D = \frac{1}{2} w H^2 = 63 \cdot 9 \text{ Ctr.},$$

und, wegen $\frac{1}{\cos \varrho} = \frac{1}{\sin \alpha} = \frac{\sqrt{1+a^2}}{a} = \frac{1}{6} \sqrt{61} = 1 \cdot 302$ der schiefe Erddruck:

$$\mathfrak{D} = \frac{D}{\cos \varrho} = 1 \cdot 302 D = 83 \cdot 2 \text{ Ctr.},$$

endlich die Reibung an der Stützwand:

$$R = \mu D = \frac{5}{6} D = 53 \cdot 3 \text{ Ctr.}$$

Vergleicht man diese Resultate mit jenen auf den Seiten 154 und 156, so gibt sich der Einfluss der Reibung an der Stützwand dadurch kund, dass in Folge dessen der Bruchwinkel kleiner, also das Bruchprisma grösser wird, und der normale Erddruck sich nur mit 76% von dem ohne jene Reibungsberücksichtigung entzifferten herausstellt, während dieser letztere mit dem jetzigen schiefen Erddruck nahezu dieselbe Grösse hat.

Zur Vereinfachung derartiger Rechnungen dient die jenseits folgende Tabelle Nr. XVI, welche, wie die dazu gehörige Figur 144 zeigt, sich auf den Fall bezieht, wenn die Stützwand lothrecht steht, die Oberfläche des dahinter liegenden Erdreiches von einer Ebene, die mit der natürlichen Böschung den Winkel δ einschliesst, begrenzt, und die Reibung zwischen der Stützwand und den Erdtheilchen ein Maximum, also eben so gross, ist, wie jene zwischen diesen letzteren, während eine Cohäsion zwischen ihnen nicht in Betracht kommt.

So würde man in dem vorhergehenden Beispiele für $a = 1 \cdot 2$ und $b = 0 \cdot 5$ den entsprechenden Werth von $\frac{w}{g} = 0 \cdot 189$ unmittelbar aus der Tabelle entnehmen, und darauf gestützt die weitere Rechnung durchführen.

Finden sich die gegebenen Werthe für a und b nicht genau in der Tabelle vor, so muss man zur Erreichung des Resultates für $\frac{w}{g}$ das bekannte Interpolationsverfahren anwenden.

XVI. Tabelle.

Werthe für $\operatorname{tg} \delta = b$

$\frac{s}{a}$	Werthe für $\operatorname{tg} \delta = b$										
	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
1.0	0.500	0.246	0.201	0.177	0.162	0.152	0.144	0.138	0.132	0.128	0.125
1.1	0.548	0.276	0.227	0.200	0.183	0.171	0.162	0.154	0.149	0.144	
1.2	0.590	0.305	0.251	0.221	0.203	0.189	0.179	0.171	0.164		
1.3	0.628	0.331	0.273	0.242	0.221	0.206	0.195	0.186			
1.4	0.662	0.355	0.294	0.261	0.238	0.222	0.210	0.201			
1.5	0.692	0.378	0.314	0.278	0.255	0.238	0.224				
1.6	0.719	0.399	0.332	0.295	0.270	0.252	0.238				
1.7	0.743	0.418	0.349	0.310	0.284	0.265					
1.8	0.764	0.436	0.365	0.325	0.297	0.277					
1.9	0.783	0.452	0.379	0.338	0.310	0.289					
2.0	0.800	0.467	0.393	0.351	0.322	0.300					
2.1	0.815	0.481	0.306	0.362	0.333						

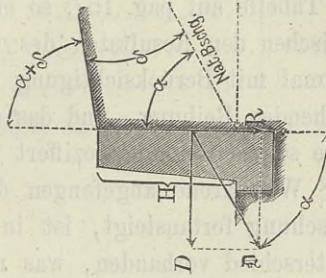
Natürliches Böschungsverhältniss $\operatorname{tg} \alpha = a$

$$D = \frac{1}{2} w H^2$$

$$\mathfrak{P} = \frac{D}{\sin \alpha} = \frac{D}{a}$$

$$R = \frac{D}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{D}{a}$$

Fig. 144.



$$\frac{w}{g} = \frac{a^2 (a+b)}{(1+a^2)} \left[\frac{\sqrt{2(a+b)}}{\sqrt{b}} + \frac{\sqrt{b(a+b)}}{a\sqrt{2}} \right]^2$$

Vergleicht man die Zahlen dieser Tabelle mit jenen der X. Tabelle auf pag. 157, so ergibt sich der jeweilige Unterschied zwischen den Resultaten des normalen Erddruckes, wenn dieser einmal mit Berücksichtigung der grössten an der Stützwand entstehenden Reibung, und das anderemal ohne Rücksicht auf eine jede solche Reibung beziffert wird. Für $b = 0$, wenn also von der Wandkrone angefangen das Erdreich nach der natürlichen Böschung fortansteigt, ist in der angedeuteten Beziehung kein Unterschied vorhanden, was mit dem Ergebnisse der Gleichung (328) und der daran geknüpften Bemerkung geradezu übereinstimmt; sonst aber besteht ein solcher Unterschied, indem der mit Rücksicht auf die erwähnte Maximalreibung resultirende normale Erddruck mitunter bis um 28% kleiner wird, als der nach der X. Tabelle berechnete.

§. 80.

Besondere Fälle in Bezug auf die Richtung der Oberfläche des Hinterfüllungsmateriales. In dieser Beziehung gilt im Allgemeinen dasselbe, was schon im Eingange des §. 42, so wie im §. 44 (Punkt 4) gesagt wurde, wonach der Winkel $\delta = (\alpha' - \alpha)$ zwischen den Grenzen $\delta = 0$ und $\delta = (180^\circ - 2\alpha)$ variiren kann.

Hiebei erhält man für $\delta = 0$ den Fall Fig. 142, für $\delta = (90^\circ - \alpha)$ jenen in der Fig. 139 und für $\delta = (180^\circ - 2\alpha)$ denjenigen Fall, wo, von der Wandkrone angefangen, das Erdreich nach der natürlichen Böschung abfällt. Eine abfallende Oberflächenböschung überhaupt entsteht für $\delta > (90^\circ - \alpha)$ und unter diesen Fällen ist insbesondere jener bemerkenswerth, in welchem die gedachte Böschung mit dem Horizontale den Reibungswinkel ϱ einschliesst, so dass dann, wie die nebigte Figur 145 zeigt, zu setzen ist:

$$\left. \begin{aligned} \alpha' &= 90^\circ + \varrho \dots\dots\dots \\ \delta &= (\alpha' - \alpha) = 90^\circ - (\alpha - \varrho) \dots\dots\dots \end{aligned} \right\} (348).$$

$$\sphericalangle FAE = \sphericalangle EAI = \frac{1}{2} \sphericalangle FAI = \frac{1}{2} (\alpha - \varepsilon) \dots (351).$$

Um die Grösse des Erddruckes zu finden, hat man auf die Gleichungen (341) und (342)), oder — was hier zweckmässiger sein wird — auf jene unter (339) und (340) zurückzugreifen. Geschieht dieses, so ergibt sich nach einiger Reduction:

$$\left. \begin{aligned} \frac{w}{g} &= \frac{\cos(\varepsilon - \varrho)}{\cos \varepsilon} \left[\frac{\sin\left(\frac{\alpha - \varepsilon}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\alpha + \varepsilon}{2} - \varrho\right)} \right]^2 \dots \dots \dots \\ \frac{w}{g} &= \cos \varrho \left(\frac{w}{g}\right) \dots \dots \dots \end{aligned} \right\} (352).$$

Für $\varrho = 0$ führen beide Werthe auf die Relation (95), was auch zu erwarten war, weil jetzt die Oberfläche des Hinterfüllungsmateriales horizontal wird, und keine Reibung zwischen diesem und der Stützwand in Rechnung zu kommen hat, welche Voraussetzungen geradezu jener Relation (95) zu Grunde liegen.

Die Richtigkeit des Resultates (350) für die Lage der Bruchfläche leuchtet übrigens sogleich ein, wenn man die Hauptregel (288) in's Auge fasst, und hiernach die beiden Dreiecke AFE und AEr gleich gross construiert, wenn hiebei $\overline{Ep} \perp \overline{AI}$ steht und $\sphericalangle pEr = (\varrho - \varepsilon)$ gemacht wird. Denn dann ist $\sphericalangle AFE = \sphericalangle ArE = (90^\circ + \varepsilon - \varrho)$, folglich können die gedachten zwei Dreiecke nur dann gleich gross werden, wenn sie zugleich congruent sind.

Hiernach ergibt sich:

$$\overline{AF} = \overline{Ar}, \overline{FE} = \overline{Er}, \sphericalangle AEF = \sphericalangle AEr,$$

endlich gleichfalls, wie oben:

$$\sphericalangle FAE = \sphericalangle EAI = \frac{1}{2} (\alpha - \varepsilon).$$

Ferner folgt, dass die Diagonalen des Constructions-Viereckes AEr , nämlich \overline{AE} und \overline{Er} , wovon diese durch jene in o halbirt wird, auf einander senkrecht stehen.

Die Grösse des schiefen Erddruckes \mathfrak{D} kann nach der Hauptregel (289) durch das Gewicht des Erdprismas Eqr , wobei $\overline{Er} = qr$ ist, ausgedrückt werden, wodurch man selbstverständ-

lich ebenfalls auf die Gleichungen (352) gelangt, wenn beachtet wird, dass die Relationen:

$$\mathfrak{D} = \frac{1}{2} w \frac{H^2}{\cos \varepsilon}, \quad D = \frac{1}{2} w \frac{H^2}{\cos \varepsilon} \quad \text{und} \quad D = \mathfrak{D} \cos \varrho$$

stattfinden.

Erreicht ϱ den nach §. 70 möglichen Maximalwerth, nämlich: $\varrho = (90^\circ - \alpha)$, so fällt die Oberfläche des Erdreiches \overline{BI} nach der natürlichen Böschung ab, und es wird dann insbesondere:

$$\frac{w}{g} = \frac{\sin(\alpha + \varepsilon)}{\cos \varepsilon} \left[\frac{\sin\left(\frac{\alpha - \varepsilon}{2}\right)}{\sin\left(\frac{3\alpha + \varepsilon}{2}\right)} \right]^2 \dots \dots \dots (353).$$

Ist zudem die Stützwand lothrecht, also $\varepsilon = 0$, so hat man:

$$\begin{aligned} \frac{w}{g} &= \sin \alpha \left[\frac{\sin \frac{1}{2} \alpha}{\sin \frac{3}{2} \alpha} \right]^2 = \sin \alpha \left[\frac{2 \sin \frac{1}{2} \alpha \cos \frac{1}{2} \alpha}{2 \sin \frac{3}{2} \alpha \cos \frac{1}{2} \alpha} \right]^2 \\ &= \frac{\sin^3 \alpha}{[\sin 2\alpha + \sin \alpha]^2} = \frac{\sin \alpha}{[2 \cos \alpha + 1]^2}, \end{aligned}$$

also auch:

$$\begin{aligned} \frac{w}{g} &= \left(\frac{w}{g}\right) \cos \varrho = \left(\frac{w}{g}\right) \sin \alpha = \left[\frac{\sin \alpha}{2 \cos \alpha + 1} \right]^2 \\ &= \left[\frac{\operatorname{tg} \alpha}{2 + \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}} \right]^2 \dots \dots \dots (354). \end{aligned}$$

Diese Relation bezieht sich auf den normalen Erddruck für den Fall, wenn die Stützwand lothrecht steht, von der Wandkrone angefangen das Erdreich nach der natürlichen Böschung abfällt, und der Coefficient für die Reibung zwischen der Stützwand und dem Erdreiche mit seinem Maximalwerthe, d. h. eben so gross in Rechnung kommt, wie jener für die Reibung zwischen den Erdtheilchen selbst.

Vergleicht man das Resultat (354) mit jenem unter (164*), welches letztere auf demselben Fall, nur mit Beiseitelassung der

*) Zu Folge dieses Resultates ist mit Rücksichtnahme auf die Formel (163):

$$\frac{w}{g} = \frac{1}{2} \operatorname{tg}^2 \gamma = \frac{1}{2} \left[\frac{\operatorname{tg} \alpha}{1 + \sqrt{\frac{1}{2}(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha)}} \right]^2 = \left[\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\sqrt{2} + \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}} \right]^2.$$

Wirkung der Reibung zwischen Erdreich und Stützwand, also für $\varrho = 0$, Bezug nimmt, so ersieht man den Einfluss dieser Reibung auf die Wirkung des Erddruckes.

§. 81.

Vergleichung zwischen den Resultaten für den Erddruck bei verschiedenen Richtungen der Oberfläche des Hinterfüllungsmateriales. Man findet leicht, dass mit der Zunahme des Winkels α' , beziehungsweise δ (Figur 143), der Erddruck unter sonst gleichen Umständen abnimmt, so dass für den Einen Grenzwert $\delta = 0$ das Maximum, für den anderen Grenzwert $\delta = (180^\circ - 2\alpha)$ aber das Minimum des Erddruckes eintritt.

Um dies beispielsweise zu erläutern, stehe eine verticale Stützwand in Betracht, und es sei für das Hinterfüllungsmateriale $a = \operatorname{tg} \alpha = 1.2$, der Coefficient der Reibung zwischen demselben und der Stützwand aber (wie in der XVI. Tabelle vorausgesetzt) $\mu = \operatorname{tg} \varrho = \operatorname{cotg} \alpha = \frac{1}{a}$. Hiernach ist

$$\frac{1}{\cos \varrho} = \frac{1}{\sin \alpha} = \frac{\sqrt{1+a^2}}{a} = 1.3017 \text{ (siehe Tabelle XIV).}$$

Man betrachte nun folgende fünf Fälle:

I.

(Fig. 146.) Die Oberfläche des Erdreiches steigt nach der natürlichen Böschung an. Hier ist nach der Tabelle XVI (für $a = 1.2$ und $b = 0$) oder auch zu Folge der Gleichung (328) nach der IX. Tabelle (für $\operatorname{tg} \alpha = 1.2$ und $\operatorname{tg} \varepsilon = 0$):

$$\frac{w}{g} = \sin^2 \alpha = 0.590 \text{ und } \frac{w}{g} = \sin \alpha = 0.768.$$

II.

(Fig. 147.) Die Oberfläche des Erdreiches steigt etwas sanfter an, so dass das Verhältniss zwischen der Anlage und Höhe der bezüglichen Böschung, das Doppelte von jenem des I. Falles (also $\operatorname{tg} \alpha' = 2 \operatorname{tg} \alpha$) beträgt. Hier ist $a = 1.2$ und, wegen der zweiten Gleichung in (336), $b = \frac{30}{97}$

$= 0.3093$, somit erhält man nach der XVI. Tabelle im Wege des Interpolirens, oder nach den Formeln (346) und (347):

$$\frac{w}{g} = 0.219 \text{ und } \frac{w}{g} = 0.285.$$

Fig. 146.

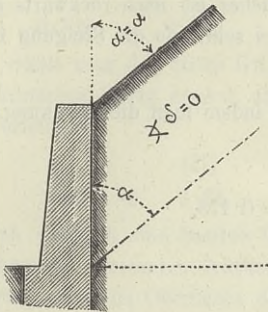
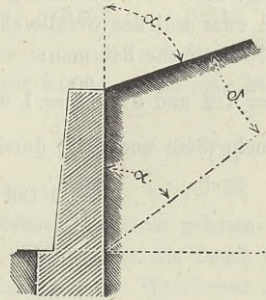


Fig. 147.



III.

(Fig. 148.) Die Oberfläche des Erdreiches ist horizontal. Jetzt ist $a = \operatorname{tg} \alpha = 1.2$ und $b = \operatorname{tg} \delta = \operatorname{cotg} \alpha = \frac{5}{6}$, und man kann entweder, wie

Fig. 148.

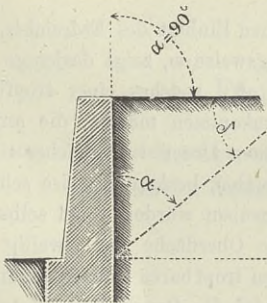
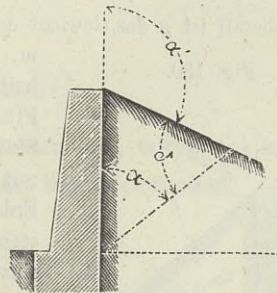


Fig. 149.



vorhin, oder, was bequemer ist, so verfahren, dass man auf das zweite Capitel des laufenden Abschnittes zurückblickt, und die dortige Formel (317) oder die dazu gehörige XV. Tabelle (für $\operatorname{tg} \alpha = 1.2$ und $\operatorname{tg} \varepsilon = 0$) berücksichtigt. Hiernach findet man:

$$\frac{w}{g} = 0.163 \text{ und } \frac{w}{g} = 0.212.$$

Derselbe Werth für $\frac{w}{g}$ kommt zum Vorschein aus der XIII. Tabelle, wenn $\text{tg } \alpha = 1.2$ und $\mu = \frac{1}{a}$ gesetzt wird.

IV.

(Fig. 149.) Die Oberfläche des Erdreiches ist nach rückwärts abfallend, und zwar soll das Gefälle eben so gross sein, wie die Steigung in der Fig. 147. Nunmehr hat man:

$a = 1.2$ und $b = \frac{90}{47} = 1.9149$, also, indem man die Rechnung nach den Formeln (346) und (347) durchführt:

$$\frac{w}{g} = 0.133 \quad \text{und} \quad \frac{w}{g} = 0.173.$$

V.

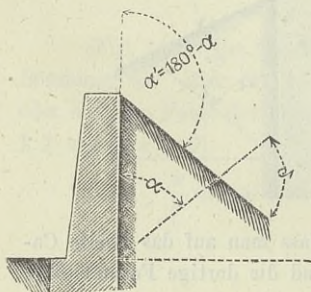
(Fig. 150.) Die Oberfläche des Erdreiches fällt nach der natürlichen Böschung ab. Dann ist:

$a = \text{tg } \alpha = 1.2$ und, wegen $\delta = 180 - 2\alpha$, $b = \text{tg } \delta = -\text{tg } 2\alpha = \frac{2a}{a^2 - 1} = \frac{60}{11} = 5.45$, somit erhält man nach den vorbezogenen Formeln, oder mit Benützung der Relation (354):

$$\frac{w}{g} = 0.114 \quad \text{und} \quad \frac{w}{g} = 0.148.$$

Ueberall ist g das Gewicht der cubischen Einheit des Erdreiches, und

Fig. 150.



w , beziehungsweise w , zeigt dasjenige Einheitsgewicht an, welches einer tropfbaren Flüssigkeit zukommen müsste, die auf die Stützmauer einen Druck von gleicher Grösse mit dem normalen, beziehungsweise schiefen Erddrucke ausüben würde, wobei selbstverständlich die Oberfläche der jeweilig sich einzubildenden tropfbaren Flüssigkeit immer horizontal, und der Druck dieser Letzteren stets normal auf die Stützmauer sich vorzustellen ist.

Da in den verglichenen Fällen der normale Erddruck immer durch die Formel $D = \frac{1}{2} w H^2$, der schiefe aber durch die Formel $D = \frac{1}{2} w H^2$ ausgedrückt erscheint, und hiebei stets $w = w \sin \alpha$ ist, so stehen sowohl die fünf Werthe für den normalen, als auch jene für den schiefen Erddruck aufeinanderfolgend in demselben Verhältniss zu ein-

ander, wie die obengefundenen fünf Resultate für $\frac{w}{g}$, beziehungsweise $\frac{w}{g}$, also wie:

$$(I) \quad (II) \quad (III) \quad (IV) \quad (V)$$

$$0.590 \quad : \quad 0.219 \quad : \quad 0.163 \quad : \quad 0.133 \quad : \quad 0.114$$

oder wie:

$$0.768 \quad : \quad 0.285 \quad : \quad 0.212 \quad : \quad 0.173 \quad : \quad 0.148.$$

Stellt man das dritte Glied, welches auf die horizontale Oberfläche des Erdreiches Bezug nimmt, als die Einheit dar, so erhält man beiderseits das Verhältniss:

$$(I) \quad (II) \quad (III) \quad (IV) \quad (V)$$

$$3.62 \quad : \quad 1.34 \quad : \quad 1 \quad : \quad 0.82 \quad : \quad 0.70,$$

wodurch zugleich eine bessere Uebersichtlichkeit insoferne geboten ist, als man jetzt den Procenten-Antheil erkennt, um welchen der Druck zu- oder abnimmt, wenn die Oberfläche des Erdreiches, von der Wandkrone an, über den dortigen Horizont sich erhebt, oder unter demselben abfällt.

Vergleicht man die gefundenen Ergebnisse mit jenen auf Seite 167, wo dieselbe Aufgabe mit Vernachlässigung der Reibung an der Stützwand durchgeführt wurde, so ersieht man den Einfluss, welchen die fragliche, jetzt in Rechnung gebrachte Reibung äussert.

Fünftes Capitel.

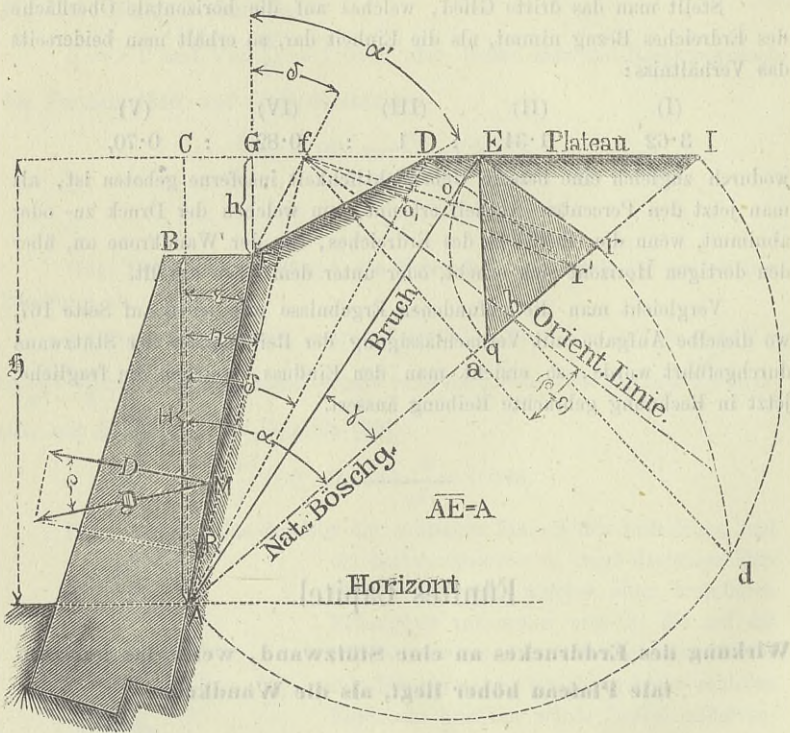
Wirkung des Erddruckes an eine Stützwand, wenn das horizontale Plateau höher liegt, als die Wandkrone.

§. 82.

Allgemeiner Fall. Dieser ist in der Figur 151 dargestellt. Die Bezeichnungen H , h , \mathfrak{H} , α , α' , δ , γ , ε und η sind dieselben, wie im §. 63, nur kommt jetzt noch der Reibungswinkel (ρ) für die Reibung zwischen Erde und Stützwand in Betracht, der dort gleich Null gesetzt ward. Die Auflösung in grafischer Weise erfolgt nach den Erläuterungen im ersten Capitel des laufenden Abschnittes. Hiernach hat man die Bruchlinie \overline{AE}

derart zu zeichnen, dass $\text{area } AFDE = \triangle AEr$ wird, wobei \overline{Er} parallel zur Orientirungslinie \overline{fb} , diese aber so zu ziehen ist, dass — wenn $\overline{fa} \perp \overline{AI}$ steht — der Winkel $\overline{afb} = (\varrho - \varepsilon)$ wird, was zur Folge hat, dass man auch $\overline{fo} = \overline{or} = \frac{1}{2} \overline{fr}$ erhält. Der Punkt f ergibt sich aus der Verwandlung des Drei-

Fig. 151.



eckes \overline{AFD} in das gleich grosse Dreieck \overline{AfD} , von welchem die Seite \overline{Df} in das Niveau des Plateaus zu liegen kommt, was dadurch erreicht wird, dass man $\overline{Ff} \parallel \overline{AD}$ zieht. Um den Punkt r zu finden, hat man mit Rücksicht auf den Inhalt der §§. 51 und 67 (lit. C) $\overline{bd} \perp \overline{AI}$ zu stellen, über \overline{AI} als Diameter einen Halbkreis zu ziehen und mit dem Radius \overline{Ad} von A aus den Bogen \overline{dr} zu beschreiben.

Was die Grösse des schiefen Erddruckes betrifft, so wird diese durch das Gewicht des Erdprismas Eqr (wobei $\overline{qr} = \overline{Er}$ ist) dargestellt, daher ist:

$$\mathfrak{D} = g \cdot \triangle Eqr.$$

Ferner hat man für den normalen Erddruck und für die Reibung an der Stützwand:

$$D = \mathfrak{D} \cos \varrho \text{ und } R = \mathfrak{D} \sin \varrho.$$

Verfolgt man diese grafische Darstellung auf dem Wege der Rechnung, so findet man Folgendes:

Zu Folge der Gleichung (288):

$$\triangle AEr = \frac{1}{2} A^2 \frac{\sin \gamma \cos (\gamma + \varepsilon - \varrho)}{\cos (\varepsilon - \varrho)},$$

oder, wegen $A = \overline{AE} = \frac{\mathfrak{H}}{\cos (\alpha - \gamma)}$ auch:

$$\triangle AEr = \frac{1}{2} \mathfrak{H}^2 \frac{\sin \gamma \cos (\gamma + \varepsilon - \varrho)}{\cos^2 (\alpha - \gamma) \cos (\varepsilon - \varrho)};$$

ferner nach der Figur:

$$\text{area } AFDE = \frac{1}{2} \mathfrak{H}^2 [\text{tg} (\alpha - \gamma) - \text{tg} \eta];$$

somit durch Gleichsetzung beider Resultate:

$$\text{tg} (\alpha - \gamma) - \text{tg} \eta = \frac{\sin \gamma \cos (\gamma + \varepsilon - \varrho)}{\cos^2 (\alpha - \gamma) \cos (\varepsilon - \varrho)},$$

aus welcher Bedingungsgleichung der Bruchwinkel γ abzuleiten ist.

Um diese Ableitung in einer möglichst einfachen Weise zu veranlassen, bestimme man zunächst nicht γ , sondern $(\alpha - \gamma)$, beziehungsweise $\text{tg} (\alpha - \gamma)$, und führe nebstbei folgende Abkürzungen ein:

$$\left. \begin{array}{l} \text{tg } \alpha = a \\ \text{tg } \eta = m \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} \text{cotg} (\alpha + \varepsilon - \varrho) = n \\ \text{tg} (\alpha - \gamma) = x \end{array} \right\} \dots \dots (355).$$

Hiernach erhält man für die Factoren in dem Bruche der vorigen Bedingungsgleichung:

$$\begin{aligned} \sin \gamma \dots \dots \dots &= \sin [\alpha - (\alpha - \gamma)] \\ &= \cos \alpha \cos (\alpha - \gamma) [a - x], \\ \cos (\gamma + \varepsilon - \varrho) &= \cos [(\alpha + \varepsilon - \varrho) - (\alpha - \gamma)] \\ &= \cos (\alpha - \gamma) \sin (\alpha + \varepsilon - \varrho) [n + x], \\ \cos (\varepsilon - \varrho) \dots &= \cos [(\alpha + \varepsilon - \varrho) - \alpha] \\ &= \cos \alpha \sin (\alpha + \varepsilon - \varrho) [a + n], \end{aligned}$$

mit deren Benützung jene Bedingungsgleichung in eine neue übergeht, welche heisst:

$$x - m = \frac{(a - x)(n + x)}{(a + n)},$$

oder, indem man nach der Unbekannten x ordnet:

$$x^2 + 2nx = an + m(a + n).$$

Die Auflösung nach x ergibt:

$$x = -n + \sqrt{(a + n)(m + n)} \dots \dots \dots (356).$$

Der schiefe Erddruck ist nach der Formel (287) mit gleichzeitiger Berücksichtigung des oben erwähnten Werthes von A :

$$\mathfrak{D} = \frac{1}{2} g A^2 \frac{\sin^2 \gamma}{\cos(\varepsilon - \varrho)} = \frac{1}{2} \mathfrak{H}^2 \frac{\sin^2 \gamma}{\cos^2(\alpha - \gamma) \cos(\varepsilon - \varrho)}.$$

Setzt man hierin zu Folge der obigen Bezeichnungen:

$$\begin{aligned} \sin^2 \gamma &= \sin^2 [\alpha - (\alpha - \gamma)] = \cos^2 \alpha \cos^2(\alpha - \gamma) [a - x]^2, \\ \cos(\varepsilon - \varrho) &= \cos \alpha \sin(\alpha + \varepsilon - \varrho) [a + n], \end{aligned}$$

so ergibt sich:

$$\mathfrak{D} = \frac{1}{2} g \mathfrak{H}^2 \frac{\cos \alpha}{\sin(\alpha + \varepsilon - \varrho)} \cdot \frac{(a - x)^2}{(a + n)}.$$

Nun ist aber:

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}} = \frac{1}{\sqrt{1 + a^2}} \\ \frac{1}{\sin(\alpha + \varepsilon - \varrho)} &= \sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2(\alpha + \varepsilon - \varrho)} = \sqrt{1 + n^2} \\ \frac{(a - x)^2}{(a + n)} &= \left[\sqrt{a + n} - \sqrt{m + n} \right]^2, \end{aligned}$$

Folglich findet man schliesslich für die Grösse des schiefen Erddruckes:

$$\mathfrak{D} = \frac{1}{2} g \mathfrak{H}^2 \sqrt{\frac{1 + n^2}{1 + a^2}} \cdot \left[\sqrt{a + n} - \sqrt{m + n} \right]^2 \quad (357),$$

für jene des normalen Erddruckes:

$$D = \mathfrak{D} \cos \varrho = \frac{1}{\sqrt{1 + \mu^2}} \mathfrak{D} \dots \dots \dots (358),$$

und für die Grösse der Reibung an der Stützwand:

$$\left. \begin{aligned} R &= \mathfrak{D} \sin \varrho = \frac{\mu}{\sqrt{1 + \mu^2}} \mathfrak{D} \dots \dots \dots \\ &= D \operatorname{tg} \varrho = \mu D \dots \dots \dots \end{aligned} \right\} (359),$$

wenn wieder, wie früher, $\operatorname{tg} \varrho = \mu$ gesetzt wird.

Die im Eingange des §. bezeichneten Grössen stehen unter sich in derselben Verbindung, wie solche in den Gleichungen (265) bis (271) angedeutet erscheint, daher hierauf, namentlich wegen Bestimmung der Werthe $\operatorname{tg} \delta = b$ und $\operatorname{tg} \eta = m$ Rücksicht zu nehmen ist.

Auch hat man:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}(\alpha + \varepsilon) &= \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \varepsilon}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \varepsilon} \\ &= \frac{a + c}{1 - ac} = d \dots \dots \dots (360) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \operatorname{cotg}(\alpha + \varepsilon - \varrho) &= \frac{1 + \operatorname{tg}(\alpha + \varepsilon) \operatorname{tg} \varrho}{\operatorname{tg}(\alpha + \varepsilon) - \operatorname{tg} \varrho} \\ &= \frac{1 + d\mu}{d - \mu} = n \dots \dots \dots (361). \end{aligned}$$

Ex. Es seien, wie in dem Beispiele auf Seite 302, folgende Daten bekannt:

$H=10$, $h=3$, somit $\mathfrak{H}=13$ Fuss, $\operatorname{tg} \alpha=1$, $\operatorname{tg} \alpha'=1\frac{1}{2}$, $g=100$ Pfd., ferner $\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{1}{6}$. Nur soll hier nicht, wie dort, die Reibung zwischen Erde und Stützwand ausser Acht bleiben, sondern hiefür der Reibungscoefficient mit seinem grössten Werthe, nämlich mit $\mu = \operatorname{tg} \varrho = \operatorname{cotg} \alpha = 1$ angenommen werden.

Hiernach hat man mit gleichzeitiger Berücksichtigung der Formeln (265) bis (271), dann (360) und (361), zu setzen:

$a = \operatorname{tg} \alpha$	$= 1$	$d = \operatorname{tg}(\alpha + \varepsilon)$	$= \frac{7}{5}$
$a' = \operatorname{tg} \alpha'$	$= 1\frac{1}{2}$	$u = \operatorname{tg} \varrho$	$= 1$
$b = \operatorname{tg} \delta$	$= \frac{37}{78}$	$m = \operatorname{tg} \eta$	$= \frac{241}{1014}$
$c = \operatorname{tg} \varepsilon$	$= \frac{1}{6}$	$n = \operatorname{cotg}(\alpha + \varepsilon - \varrho) = 6$,	

somit findet man zunächst nach der Gleichung (356):

$$\begin{aligned} x &= \operatorname{tg}(\alpha - \gamma) = 0.608, \\ \alpha - \gamma &= 31^\circ 18', \quad \gamma = 13^\circ 42', \end{aligned}$$

daher etwas kleiner, als in dem Beispiele auf Seite 302.

Nach den Formeln (357), (358) und (359) erhält man weiter:

$\mathfrak{D} = 7.98$, $D = 5.64$ und $R = 5.64$ Ctr., wobei der normale Erd-
druck D kleiner ist, als jener auf Seite 303 erhaltene, welcher letztere
nämlich ohne Rücksicht auf die Reibung an der Stützwand, unter sonst
gleichen Umständen, berechnet wurde.

Ist die Reibung zwischen dem Erdreiche und der Stützwand gleich Null, also auch $\mu = \operatorname{tg} \varrho = 0$, so erhält man die Resultate im §. 63.

Ist dagegen für μ der grösste Reibungscoefficient in Rechnung zu bringen, so hat man überall $\varrho = (90^\circ - \alpha)$, somit $\mu = \operatorname{tg} \varrho = \operatorname{cotg} \alpha = \frac{1}{\alpha}$ zu setzen.

Was die Lage des Druckmittelpunktes betrifft, so sind zur genauen, eventuell zur approximativen Bestimmung derselben die Erörterungen in den §§. 69, beziehungsweise 64, massgebend.

§. 83.

Besonderer Fall, wenn die Stützwand lothrecht steht und das Erdreich, von der Wandkrone an, bis zum Plateau nach der natürlichen Böschung ansteigt. Unter diesen Voraussetzungen hat man in der vorstehenden Untersuchung und der dazu gehörigen Figur 151 zunächst $\varepsilon = 0$ und $\alpha' = \alpha$ zu setzen. Geschieht dies, so ergeben sich folgende Werthe:

$$\left. \begin{aligned} a &= \operatorname{tg} \alpha = \alpha' = d \dots\dots\dots \\ b &= \operatorname{tg} \delta = \frac{h}{\mathfrak{H}} \operatorname{tg} \alpha = \frac{h}{\mathfrak{H}} a \dots\dots\dots \\ c &= \operatorname{tg} \varepsilon = 0 \dots\dots\dots \\ m &= \operatorname{tg} \eta = \frac{\operatorname{tg}^2 \delta}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{b^2}{a} = \frac{h^2}{\mathfrak{H}^2} a \dots\dots\dots \\ n &= \operatorname{cotg} (\alpha - \varrho) = \frac{1 + a \mu}{a - \mu} \dots\dots\dots \\ x &= \operatorname{tg} (\alpha - \gamma) \end{aligned} \right\} (362)$$

$$= \frac{\sqrt{(1 + a^2) \left[1 + b^2 + \frac{\mu}{a} (a^2 - b^2) \right]} - (1 + a \mu)}{a - \mu} \quad (363)$$

$$\mathfrak{D} = \frac{1}{2} g \mathfrak{H}^2 \sqrt{1 + \mu^2} \times \left[\frac{\sqrt{1 + a^2} - \sqrt{1 + b^2 + \frac{\mu}{a} (a^2 - b^2)}}{a - \mu} \right]^2 \dots\dots (364).$$

Der normale Erddruck ist:

$$D = \mathfrak{D} \cos \varrho = \frac{\mathfrak{D}}{\sqrt{1 + \mu^2}},$$

also:

$$D = \frac{1}{2} g \mathfrak{H}^2 \left[\frac{\sqrt{1+a^2} - \sqrt{1+b^2 + \frac{\mu}{a}(a^2-b^2)}}{a-\mu} \right]^2 \dots (365),$$

und wenn man hierin den Zähler rational macht, ferner in Folge der auch hierher passenden Relation (194)

$$\mathfrak{H} = H \left(\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \delta} \right) = \left(\frac{a}{a-b} \right) H$$

setzt:

$$D = \frac{1}{2} g H^2 \left[\frac{a+b}{\sqrt{1+a^2} + \sqrt{1+b^2 + \frac{\mu}{a}(a^2-b^2)}} \right]^2 \dots (366).$$

Diese Formel geht für $\mu = 0$ in jene unter (207) über, wie dies auch zu erwarten war; überhaupt enthält dieselbe das hydrostatische Gesetz, denn man hat:

$$D = \frac{1}{2} w H^2,$$

wenn hiebei

$$\frac{w}{g} = \left[\frac{a+b}{\sqrt{1+a^2} + \sqrt{1+b^2 + \frac{\mu}{a}(a^2-b^2)}} \right]^2 \dots \dots \dots (367)$$

gesetzt wird, und w das Einheitsgewicht der sich einzubildenden tropfbaren Flüssigkeit bedeutet, welche an die Wand von der Höhe H den gleichen Druck ausüben würde.

Für $\operatorname{tg} \delta = b = 0$ ist keine Ueberhöhung des Erdplateaus über der Wandkrone vorhanden, dasselbe liegt vielmehr im Niveau der letzteren und man erhält auf diese Weise den in der Fig. 140 dargestellten Fall. Hiefür folgt aus der letzten Formel:

$$\frac{w}{g} = \left(\frac{a}{\sqrt{1+a^2} + \sqrt{1+a\mu}} \right)^2 = \left(\frac{\sqrt{1+a^2} - \sqrt{1+a\mu}}{a-\mu} \right)^2,$$

also in der That dasselbe Resultat, welches schon unter (308) für den erwähnten Special-Fall gefunden wurde.

Für $a = b$ gelangt das Plateau in eine unendlich grosse Entfernung somit kommt der in der Figur 142 angedeutete Fall (für $\varepsilon = 0$) zum Vorschein. Dann erhält man in Uebereinstimmung mit der Formel (328):

$$\frac{w}{g} = \frac{a^2}{1+a^2} = \sin^2 \alpha.$$

Tritt an der Stützwand das Maximum der Reibung ein, ist nämlich $\mu = \operatorname{tg} \varrho = \operatorname{cotg} \alpha = \frac{1}{a}$, so erhält man für die Bestimmung des normalen Erddruckes D die Hilfsrelation:

$$\frac{w}{g} = \left[\frac{a+b}{\sqrt{1+a^2} + \sqrt{2+b^2\left(1-\frac{1}{a^2}\right)}} \right]^2 \dots\dots\dots (368).$$

Sodann ist der normale Erddruck:

$$D = \frac{1}{2} w H^2 \dots\dots\dots (369),$$

der schiefe Erddruck:

$$\mathfrak{D} = \frac{D}{\cos \varrho} = \frac{D}{\sin \alpha} = D \frac{\sqrt{1+a^2}}{a} \dots\dots\dots (370),$$

und die Reibung an der Stützwand:

$$R = D \operatorname{tg} \varrho = D \operatorname{cotg} \alpha = \frac{D}{a} \dots\dots\dots (371).$$

Zur bequemeren Bestimmung des Werthes in (368) dient die jenseits stehende Tabelle Nr. XVII.

Anmerkung.

Die in diesem §. gegebenen Formeln sind insofern allgemeine, als sie für jede beliebige Wandhöhe gelten. Der Fall, dass die Bruchfläche die vordere Böschung \overline{FD} trifft, kommt nämlich hier gar nicht vor, denn die bezügliche Bruchfläche muss stets in das Plateau ausmünden. Die Ursache davon ist leicht einzusehen. Zu Folge der Figur 111 und der dazu gehörigen Erörterungen auf Seite 239 ist nämlich die erwähnte Eigenschaft in dem betrachteten Falle schon dann vorhanden, wenn auf die Reibung zwischen dem Erdreiche und der Stützwand unberücksichtigt bleibt. Um so mehr muss also jene Eigenschaft Platz greifen, wenn die bezeichnete Reibung in Rechnung kommt, da ja dann nach der Beweisführung auf Seite 311 die jeweilige Bruchfläche noch eine sanftere Neigung annimmt.

XVII. Tabelle.

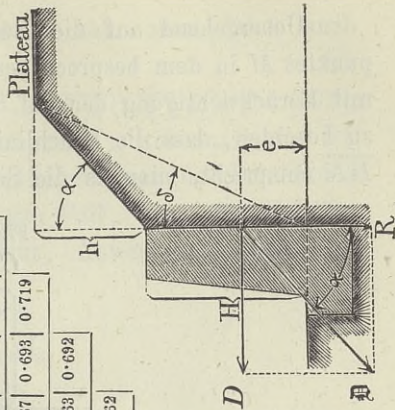
Normaler Erddruck D (innerhalb der Höhe H) = $\frac{1}{2} w H^2$; $\frac{w}{g}$ = $\left[\frac{a+b}{\sqrt{1+a^2} + \sqrt{2+b^2} \left(1 - \frac{1}{a^2}\right)} \right]^2$

$b = \text{tg } \delta = \frac{h}{(H+h)} \text{tg } \alpha$, für das Niveau von dem die Stützwandkrone überragenden Erdplateau:

$\frac{w}{g}$	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0
2.0	0.300	0.330	0.361	0.392	0.423	0.453	0.483	0.512	0.540	0.567	0.593	0.619	0.643	0.666	0.688	0.709	0.729	0.748	0.766	0.783	0.800
1.9	0.285	0.315	0.346	0.377	0.408	0.439	0.469	0.499	0.528	0.556	0.583	0.609	0.635	0.659	0.682	0.704	0.725	0.746	0.765	0.783	
1.8	0.269	0.299	0.330	0.361	0.392	0.424	0.455	0.485	0.515	0.544	0.573	0.600	0.627	0.652	0.676	0.700	0.722	0.744	0.764		
1.7	0.252	0.282	0.313	0.345	0.376	0.408	0.440	0.471	0.502	0.533	0.562	0.591	0.619	0.645	0.671	0.696	0.720	0.743			
1.6	0.235	0.265	0.296	0.327	0.360	0.392	0.425	0.457	0.489	0.521	0.551	0.581	0.611	0.639	0.667	0.693	0.719				
1.5	0.217	0.247	0.278	0.310	0.342	0.375	0.408	0.442	0.475	0.508	0.540	0.572	0.603	0.634	0.663	0.692					
1.4	0.199	0.229	0.259	0.291	0.324	0.358	0.392	0.426	0.461	0.495	0.529	0.563	0.597	0.630	0.662						
1.3	0.181	0.210	0.240	0.272	0.305	0.339	0.374	0.410	0.446	0.482	0.519	0.556	0.592	0.628							
1.2	0.163	0.191	0.221	0.252	0.286	0.321	0.357	0.394	0.432	0.471	0.510	0.550	0.590								
1.1	0.144	0.171	0.200	0.232	0.266	0.301	0.338	0.377	0.418	0.460	0.503	0.548									
1.0	0.125	0.151	0.180	0.211	0.245	0.281	0.320	0.361	0.405	0.451	0.500										

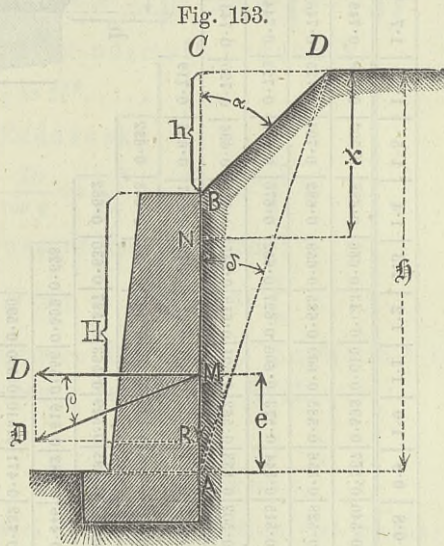
$a = \text{tg } \alpha$, für die natürliche Erdböschung:

Fig. 152.



Der Coefficient für die Reibung zwischen der Stützwand und den Erdtheilen ist gleich jenem für die Reibung zwischen diesen letzteren.

Uebergehend auf die Bestimmung des Erddruck-Mittelpunktes M in dem besprochenen Falle (Fig. 153), so ist zunächst mit Berücksichtigung der auf Seite 376 beigefügten Anmerkung zu beachten, dass die Bruchlinie, welche irgend einer Wandhöhe \overline{BN} entspricht, niemals die Seitenböschung \overline{BD} , sondern stets



das Plateau trifft, folglich das Gesetz für die Veränderung des Erddruckes mit der Druckhöhe innerhalb der ganzen Ausdehnung dieser letzteren durch ein und dieselbe Formel ausgedrückt werden kann.

Nennt man daher y den normalen Erddruck an den Wandtheil \overline{BN} , wofür $\overline{CN} = x$ ist, so hängt y in derselben Weise von x ab, wie der normale Erddruck auf die ganze Wandhöhe \overline{AB} von der Höhe h .

Nun hat man aber nach der Relation (365), wenn dort $b = \operatorname{tg} \delta = \frac{h}{h} \operatorname{tg} \alpha = \frac{h}{h} a$ gesetzt wird:

$$D = \frac{1}{2} g \left[\frac{h}{h} \sqrt{1 + a^2} - \frac{V a (a - \mu) h^2 + (1 + a \mu) h^2}{a - \mu} \right]^2 \\ = \mathfrak{A} \left[\frac{h}{h} \sqrt{1 + a^2} - \frac{V a (a - \mu) h^2 + (1 + a \mu) h^2}{a - \mu} \right]^2 \quad (372),$$

wobei $\mathfrak{A} = \frac{g}{2(a - \mu)^2}$ ein von h unabhängiger Factor ist.

Der vorigen Bemerkung gemäss kann man daher auch schreiben:

$y = \mathfrak{A} [x \sqrt{1+a^2} - \sqrt{a(a-\mu)h^2 + (1+a\mu)x^2}]^2$. (373),
wodurch die Abhängigkeit zwischen y und x gekennzeichnet ist.

In Folge der Gleichung (191), welche nach der Bemerkung im §. 69 auch für den gegenwärtigen Fall, wenn die Reibung an der Stützwand in Betracht kommt, Anwendung findet, hat man nunmehr:

$$De = \int_{x=h}^{x=\mathfrak{H}} y dx,$$

wenn man hierbei beachtet, dass die beiden Integrationsgrenzen für die Variable x die Höhen h und \mathfrak{H} sind.

Hiernach ergibt sich:

$$e = \frac{\int_{x=h}^{x=\mathfrak{H}} dx [x \sqrt{1+a^2} - \sqrt{a(a-\mu)h^2 + (1+a\mu)x^2}]^2}{[\mathfrak{H} \sqrt{1+a^2} - \sqrt{a(a-\mu)h^2 + (1+a\mu)\mathfrak{H}^2}]^2}$$

$$= \frac{\int_{x=h}^{x=\mathfrak{H}} \mathfrak{F}(x) \cdot dx}{\mathfrak{F}(\mathfrak{H})} \dots \dots \dots (374^*).$$

Um eine bequeme Bestimmung dieses Werthes zu ermöglichen, setze man zunächst:

$$\operatorname{tg}(\alpha - \varrho) = \nu \operatorname{tg} \alpha,$$

und beachte, dass man nach den vorausgegangenen Bezeichnungen hat:

$$\operatorname{tg} \alpha = a, \operatorname{tg} \varrho = \mu, \operatorname{tg} \delta = \frac{h}{\mathfrak{H}} \operatorname{tg} \alpha = \frac{h}{\mathfrak{H}} a = b.$$

Der neu eingeführte Coefficient ν ist daher:

$$\nu = \frac{\operatorname{tg}(\alpha - \varrho)}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{(a - \mu)}{a(1 + a\mu)} \dots \dots \dots (375).$$

Mit Rücksicht darauf findet man:

$$\mu = \frac{a(1 - \nu)}{1 + \nu a^2} \dots \dots \dots (376),$$

*) \mathfrak{F} ist das bezügliche Functionszeichen.

$$a - \mu = \frac{a v (1 + a^2)}{1 + v a^2} \dots \dots \dots (377),$$

$$1 + a\mu = \frac{1 + a^2}{1 + v a^2} \dots \dots \dots (378);$$

somit:

$$\begin{aligned} \mathfrak{F}(x) &= \left(\frac{1 + a^2}{1 + v a^2} \right) \left(x \sqrt{(1 + v a^2)} - \sqrt{v a^2 h^2 + x^2} \right)^2 \\ &= \left(\frac{1 + a^2}{1 + v a^2} \right) \mathfrak{f}(x) \dots \dots \dots (379), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathfrak{F}(\mathfrak{H}) &= \left(\frac{1 + a^2}{1 + v a^2} \right) \left(\mathfrak{H} \sqrt{1 + v a^2} - \sqrt{v a^2 h^2 + \mathfrak{H}^2} \right)^2 \\ &= \left(\frac{1 + a^2}{1 + v a^2} \right) \mathfrak{f}(\mathfrak{H}) \dots \dots \dots (380). \end{aligned}$$

Hiernach erhält man auch:

$$e = \frac{\int_{x=h}^{x=\mathfrak{H}} \mathfrak{f}(x) \cdot dx}{\mathfrak{f}(\mathfrak{H})} \dots \dots \dots (381),$$

wobei man anstatt $\mathfrak{f}(x)$ zu setzen hat:

$$\begin{aligned} \mathfrak{f}(x) &= (x \sqrt{1 + v a^2} - \sqrt{v a^2 h^2 + x^2})^2 \\ &= v a^2 h^2 + (2 + v a^2) x^2 - 2 x \sqrt{(1 + v a^2)(v a^2 h^2 + x^2)}. \end{aligned}$$

Das zu suchende Integrale ist allgemein:

$$\int \mathfrak{f}(x) \cdot dx = \frac{1}{3} \left[3 v a^2 h^2 x + (2 + v a^2) x^3 - 2 \sqrt{1 + v a^2} (v a^2 h^2 + x^2)^{\frac{3}{2}} \right],$$

somit wird das begrenzte:

$$\begin{aligned} &\int_{x=h}^{x=\mathfrak{H}} \mathfrak{f}(x) \cdot dx \\ &= \frac{1}{3} \left[2 v^2 a^4 h^3 + 3 v a^2 h^2 \mathfrak{H} + (2 + v a^2) \mathfrak{H}^3 - 2 \sqrt{1 + v a^2} (\mathfrak{H}^2 + v a^2 h^2)^{\frac{3}{2}} \right] \end{aligned}$$

oder, wegen $b \mathfrak{H} = a h$, auch:

$$\int_{x=h}^{x=\mathfrak{H}} \mathfrak{f}(x) \cdot dx = \frac{1}{3} \mathfrak{H}^3 \left[2 + v a^2 + 3 v b^2 + 2 v^2 a b^3 - 2 \sqrt{1 + v a^2} (1 + v b^2)^{\frac{3}{2}} \right].$$

Setzt man in (380) ebenfalls $b \mathfrak{H} = a h$, so wird weiter:

$$\mathfrak{f}(\mathfrak{H}) = \mathfrak{H}^2 \left[\sqrt{1 + v a^2} - \sqrt{1 + v b^2} \right]^2,$$

daher ergibt sich aus Gleichung (381):

$$e = \frac{1}{3} \mathfrak{H} \frac{2 + va^2 + 3vb^2 + 2v^2ab^3 - 2\sqrt{1+va^2}(1+vb^2)^{\frac{3}{2}}}{(\sqrt{1+va^2} - \sqrt{1+vb^2})^2},$$

und, indem man hierin \mathfrak{H} durch H ausdrückt, daher $\mathfrak{H} = \left(\frac{a}{a-b}\right) H$ substituirt, gleichzeitig aber wieder, wie auf Seite 266, $e = \frac{1}{3} m H$ setzt:

$$m = \left(\frac{a}{a-b}\right) \frac{2 + va^2 + 3vb^2 + 2v^2ab^3 - 2\sqrt{1+va^2}(1+vb^2)^{\frac{3}{2}}}{(\sqrt{1+va^2} - \sqrt{1+vb^2})^2}.$$

Vergleicht man diesen Ausdruck mit dem auf Seite 266 für m gegebenen, so ersieht man, dass man dort $a\sqrt{v}$ und $b\sqrt{v}$ anstatt a und b zu setzen hat, um auf das jetzige Resultat zu gelangen, wenn man hiebei berücksichtigt, dass in diesem letzteren anstatt $\frac{a}{a-b}$ auch $\frac{a\sqrt{v}}{a\sqrt{v} - b\sqrt{v}}$ geschrieben werden kann.

Die auf Seite 268 zusammengestellten Ergebnisse für m können somit auch gegenwärtig benützt werden, wenn man nur anstatt a und b überall $a\sqrt{v}$ und $b\sqrt{v}$ setzt.

Dieser Wahrnehmung zu Folge findet man analog mit den Gleichungen (224) bis (227) folgende bemerkenswerthe Formeln:

$$e = \frac{1}{3} m H \dots \dots \dots (382)$$

$$m = \left(\frac{a}{a+b}\right) \left[1 + \frac{2b\sqrt{1+vb^2}}{a\sqrt{1+vb^2} + b\sqrt{1+va^2}}\right] \dots (383)$$

$$= 1 + \left(\frac{b}{a-b}\right) \left[\frac{a\sqrt{1+vb^2} - b\sqrt{1+va^2}}{a+b}\right]^2 \dots (384)$$

$$= 1 + \frac{b(a-b)}{(a\sqrt{1+vb^2} + b\sqrt{1+va^2})^2} \dots \dots \dots (385).$$

Ist keine Reibung zwischen Erde und Stützwand in Rechnung zu nehmen, also $\mu = \operatorname{tg} \varrho = 0$, so wird nach der Relation (375) $v = 1$, und die vorigen Formeln gehen unmittelbar in jene auf Seite 268 über.

Kommt dagegen das Maximum des Reibungscoefficienten für μ in Betracht, ist daher im Sinne des §. 70 $\varrho = (90^\circ - \alpha)$

oder $\mu = \operatorname{tg} \varrho = \operatorname{cotg} \alpha = \frac{1}{a}$, so folgt zunächst aus der Relation (375):

$$v = \frac{a^2 - 1}{2a^2} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{a^2}\right) \dots \dots \dots (386),$$

und es ist dann dieser specielle Werth in die Formeln für m einzuführen.

Zur bequemerer Bestimmung des diesfälligen Werthes von m , beziehungsweise von e , dient die jenseits stehende Tabelle Nr. XVIII*).

*) Zu Folge der Anmerkung auf Seite 376 gilt auch diese Tabelle für alle Höhenwerthe von H und h , indem der Fall, dass die Bruchfläche in die, von der Wandkrone an, aufsteigende Erdböschung trifft, unter dem vorausgesetzten Umstande, dass diese Erdböschung die natürliche Neigung hat, nicht vorkommt, sondern die bezügliche Bruchfläche stets in das horizontale Plateau ausmündet.

XVIII. Tabelle.

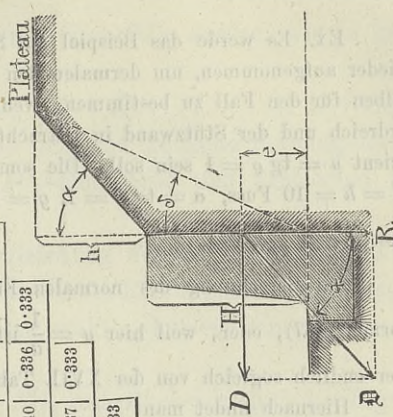
Werthe von: $\frac{e}{H} = \frac{1}{3} \left(\frac{a}{a+b} \right) \left[1 + \frac{2b\sqrt{1+va^2}}{a\sqrt{1+vb^2+2b\sqrt{1+va^2}}} \right] = \frac{1}{3} \left\{ 1 + \left(\frac{b}{a-b} \right) \left[a\sqrt{1+vb^2} - b\sqrt{1+va^2} \right] \right\} = \frac{a}{a+b}$

$b = \text{tg } \delta = \frac{h}{(H+h)}$ für das Niveau von dem die Stützwand überragenden Erdplateau:

$\frac{e}{H} =$	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0
2.0	0.333	0.347	0.355	0.360	0.363	0.363	0.363	0.361	0.360	0.357	0.355	0.353	0.350	0.348	0.346	0.343	0.341	0.339	0.337	0.335	0.333
1.9	0.333	0.348	0.356	0.361	0.364	0.364	0.364	0.362	0.360	0.357	0.355	0.352	0.349	0.346	0.344	0.342	0.339	0.337	0.335	0.333	0.333
1.8	0.333	0.348	0.358	0.363	0.365	0.365	0.364	0.362	0.360	0.358	0.355	0.352	0.349	0.346	0.343	0.340	0.338	0.335	0.333	0.333	0.333
1.7	0.333	0.349	0.359	0.364	0.366	0.366	0.365	0.363	0.360	0.357	0.354	0.351	0.348	0.345	0.342	0.339	0.336	0.333	0.333	0.333	0.333
1.6	0.333	0.350	0.360	0.365	0.367	0.367	0.366	0.363	0.360	0.357	0.353	0.350	0.346	0.343	0.340	0.336	0.333	0.333	0.333	0.333	0.333
1.5	0.333	0.351	0.361	0.367	0.368	0.368	0.366	0.363	0.360	0.356	0.352	0.348	0.344	0.341	0.337	0.333	0.333	0.333	0.333	0.333	0.333
1.4	0.333	0.352	0.363	0.368	0.370	0.369	0.367	0.363	0.359	0.355	0.351	0.346	0.342	0.337	0.333	0.333	0.333	0.333	0.333	0.333	0.333
1.3	0.333	0.353	0.365	0.370	0.372	0.370	0.368	0.364	0.359	0.354	0.349	0.343	0.338	0.333	0.333	0.333	0.333	0.333	0.333	0.333	0.333
1.2	0.333	0.355	0.366	0.371	0.372	0.370	0.367	0.362	0.357	0.351	0.345	0.339	0.333	0.333	0.333	0.333	0.333	0.333	0.333	0.333	0.333
1.1	0.333	0.356	0.368	0.373	0.373	0.371	0.366	0.360	0.354	0.347	0.340	0.333	0.333	0.333	0.333	0.333	0.333	0.333	0.333	0.333	0.333
1.0	0.333	0.358	0.370	0.375	0.374	0.370	0.365	0.358	0.350	0.342	0.333	0.333	0.333	0.333	0.333	0.333	0.333	0.333	0.333	0.333	0.333

$a = \text{tg } \alpha$, für die natürliche Erd-böschung:

Fig. 154.



$= \frac{1}{3} \left\{ 1 + \frac{b(a-b)}{(a\sqrt{1+vb^2+2b\sqrt{1+va^2}})^2} \right\}$, zur Berechnung des Hebels-
armes e für den Erddruck, wobei $v = \frac{a^2 - 1}{2a^2}$ ist.

Ex. Es werde das Beispiel auf Seite 249 und 269 zu dem Behufe wieder aufgenommen, um dermalen den Erddruck und den Mittelpunkt desselben für den Fall zu bestimmen, wenn hiebei die Reibung zwischen dem Erdreich und der Stützwand in Betracht kommt, wofür der Reibungs-Coefficient $\mu = \operatorname{tg} \rho = 1$ sein soll. Die sonstigen Daten für das Beispiel sind: $H = h = 10$ Fuss, $a = \operatorname{tg} \alpha = 1$, $g = 100$ Pfund, also $\mathfrak{H} = 20$ Fuss und $b = \operatorname{tg} \delta = \frac{h}{\mathfrak{H}} a = \frac{1}{2}$.

Zur Berechnung des normalen Erddruckes kann man entweder die Formel (367), oder, weil hier $\mu = \frac{1}{a}$ ist, auch die Formel (368) benützen, oder endlich sogleich von der XVII. Tabelle Gebrauch machen.

Hiernach findet man:

$$\frac{w}{g} = 0.281, \quad w = 0.281 g = 28.1 \text{ Pfd.},$$

daher wird nach der hydrostatischen Formel (369) der normale Erddruck:

$$D = \frac{1}{2} w H^2 = 14.05 \text{ Ctr.}$$

Nach der Formel (370) wird der schiefe Erddruck:

$$\mathfrak{D} = D \sqrt{2} = 19.87 \text{ Ctr.},$$

endlich nach der Formel (371) der Reibungswiderstand an der Stützwand:

$$R = D = 14.05 \text{ Ctr.}$$

Wie man sieht, ist der schiefe Erddruck grösser und der normale kleiner, als der für dasselbe Beispiel auf Seite 249 berechnete Werth für die Intension des Druckes (17.5 Ctr.) unter der dortigen Voraussetzung, wonach die Reibung an der Stützwand gleich Null gesetzt wurde.

Für die Lage des Druckmittelpunktes erhält man ferner jetzt nach der XVIII. Tabelle für $a = 1$ und $b = \frac{1}{2}$:

$$\frac{e}{H} = 0.370, \quad e = 3.70 \text{ Fuss},$$

während man auf Seite 269 bei Vernachlässigung der Stützwandreibung $e = 3.58$ Fuss gefunden hat. Die hier zum Vorschein kommende Differenz von 0.12 Fuss = 1.44 Zoll ist übrigens von keinem praktischen Belange.

Eben so, wie auf den Seiten 268 und 269, ergibt sich bei der Betrachtung der für e gefundenen Relationen (382) bis (385), dass einerseits für $b = \operatorname{tg} \delta = 0$ und andererseits für $b = a$ oder $\delta = \alpha$ jedesmal $m = 1$, also $e = \frac{1}{3} H$ wird, was auch zu erwarten war, weil hiedurch die beiden Grenzfälle in Beziehung auf die Erdüberhöhungsgrösse h (nämlich: $h = 0$ und $h = \infty$) gekennzeichnet sind. Sonst aber ist jedenfalls $m > 1$ und $e > \frac{1}{3} H$,

daher man mit Einbeziehung jener Grenzfälle analog, wie in der Relation (228) zu setzen hat:

$$m \geq 1 \text{ und } e \geq \frac{1}{3} H \dots \dots \dots (386),$$

was nunmehr allgemein gilt, ob und mit welchem Reibungscoefficienten immer die Reibung zwischen Erde und Stützwand in Betracht gezogen werden will.

Uebrigens ergibt die Vergleichung der beiden Tabellen XII und XVIII, dass überhaupt die erwähnte Reibung auf die in Rede stehende Lage des Erddruckmittelpunktes keinen bemerkenswerthen Einfluss nimmt.

Dasjenige, was auf Seite 271 mit Rücksicht auf die Figur 121 wegen der Veränderung der Lage dieses Mittelpunktes gesagt worden ist, gilt der Hauptsache nach auch in dem gegenwärtigen Falle, es muss nämlich jetzt gleichfalls für eine gewisse Höhenlage des Erdplateaus der Werth von e ein Maximum werden.

Um diese besondere Höhenlage zu finden, beachte man, dass zu Folge der Gleichung (229) für den dort untersuchten Fall $\delta = \frac{1}{3} \alpha$ resultirte, was mit dem Ausdrücke $\text{arc. tg. } b = \frac{1}{3} \text{ arc. tg. } a$ gleichbedeutend ist.

Da nun nach der Bemerkung, welche den Fingerzeig zur sogleichen Aufstellung der Formeln (382) bis (385) gab, auch jetzt, nämlich so vorgegangen werden kann, dass man in dem zuletzt angegebenen Ausdrücke νa und νb anstatt a und b schreibt, um die geeignete Formel für den dormaligen Fall, wo die Reibung an der Stützwand mit in Rechnung kommt, zu finden, so ergibt sich:

$$\text{arc. tg. } \nu b = \frac{1}{3} \text{ arc. tg. } \nu a.$$

Es ist aber $a = \text{tg } \alpha$ und $b = \text{tg } \delta$, ferner nach (375):

$$\nu = \frac{\text{tg } (\alpha - \varrho)}{\text{tg } \alpha},$$

somit hat man:

$$\begin{aligned} \text{arc. tg. } \left[\frac{\text{tg } \delta \text{ tg } (\alpha - \varrho)}{\text{tg } \alpha} \right] &= \frac{1}{3} \text{ arc. tg. } [\text{tg } (\alpha - \varrho)] \\ &= \frac{1}{3} (\alpha - \varrho), \end{aligned}$$

oder:

$$\frac{\text{tg } \delta \text{ tg } (\alpha - \varrho)}{\text{tg } \alpha} = \text{tg } \frac{1}{3} (\alpha - \varrho),$$

und hieraus:

$$\operatorname{tg} \delta = \operatorname{tg} \alpha \frac{\operatorname{tg} \frac{1}{3}(\alpha - \varrho)}{\operatorname{tg}(\alpha - \varrho)} \dots \dots \dots (387).$$

Der entsprechende Maximalwerth von e (dieser sei e') ergibt sich, und zwar nach der Gleichung (230) und wieder mit Rücksicht darauf, dort νa anstatt a zu setzen, wie folgt:

$$\begin{aligned} e' &= \frac{1}{8} [3 - \operatorname{tg}^2 \frac{1}{3} \operatorname{arc} . \operatorname{tg} . \nu a \} H \\ &= \frac{1}{8} [3 - \operatorname{tg}^2 \frac{1}{3} (\alpha - \varrho)] H \dots \dots \dots (388). \end{aligned}$$

Für $\varrho = 0$ gehen die Gleichungen (387) und (388), wie es sein soll, in jene unter (229) und (230) über.

Für $\varrho = \alpha$ erhält man $\operatorname{tg} \delta = \frac{1}{3} \operatorname{tg} \alpha$ und $e' = \frac{3}{8} H \dots \dots (389)$, und dieser letztere Werth ist der grösste, der eintreten kann; höher hinauf kann der Erddruckmittelpunkt keinesfalls rücken.

Für den Maximalwerth von ϱ wird $\varrho = 90^\circ - \alpha$, somit hat man in diesem Falle:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \delta &= - \operatorname{tg} \alpha . \operatorname{tg} 2 \alpha . \operatorname{tg} \left(\frac{2}{3} \alpha - 30^\circ \right) \dots \dots \dots \\ e' &= \frac{1}{8} [3 - \operatorname{tg}^2 \left(\frac{2}{3} \alpha - 30^\circ \right)] H \dots \dots \dots \end{aligned} \right\} (390),$$

wobei $\operatorname{tg} \delta$ dennoch positiv sein wird, weil für die verschiedenen Erdgattungen der Böschungswinkel α nicht unter 45 Graden ist.

Noch bestehen, was leicht einzusehen ist, analog mit den Gleichungen (232) und (233) folgende Relationen:

$$\left. \begin{aligned} \frac{h'}{H} &= 2 \cos^2 \left(\frac{\alpha - \varrho}{3} \right) - \frac{3}{2} \dots \dots \dots \\ &= 2 \sin \left(30^\circ + \frac{\alpha - \varrho}{3} \right) \sin \left(30^\circ - \frac{\alpha - \varrho}{3} \right) \dots \dots \dots \end{aligned} \right\} (391),$$

wenn h' dass Mass der Erdüberhöhung für den Fall bezeichnet, in dem der Erddruckmittelpunkt die höchste Lage einnimmt.

Endlich ist die Gleichung (234) auch jetzt vollkommen gültig, man hat nämlich ebenfalls:

$$\frac{e'}{H} = \frac{1}{3} \left(\frac{H + h'}{H + \frac{2}{3} h'} \right) \dots \dots \dots (392),$$

nur haben e' und h' dermalen etwas andere Werthe als dort.

Anmerkung zu diesem Capitel. Die allgemeinen Formeln im §. 82 (Fig. 151) gelten nur insolange, als die Bruchlinie das Plateau trifft, wozu $\overline{f o_1} \ll \overline{o_1 r'}$ sein muss, wenn $\overline{f r'}$ || zur Orientirungslinie gezogen wird. Im Gegenfalle gelten die Formeln des vcrhergehenden Capitels.

Zweites Hauptstück.

Passiver Erddruck oder Widerstand der Erde.



§. 84.

Rückblick auf §. 4. Mit Rücksicht auf die dortige Einteilung des Erddruckes, und bei dem Umstande, als der active Erddruck in dem ersten Hauptstücke bereits abgehandelt erscheint, wird nunmehr auf die Untersuchung des passiven Erddruckes oder des Widerstandes der Erde übergegangen.



Erster Abschnitt.

Allgemeiner Fall bezüglich des passiven Erddruckes gegen eine ebene Wand.

§. 85.

Umstände, welche als allgemeine angenommen werden. Sonstige Voraussetzungen. In Bezug auf die Stellung der an das Erdreich angeprägten ebenen Wand, auf die Form der Oberfläche desselben hinter dieser Wand, auf die bezüglichen Gewichts-, Reibungs- und Cohäsionsverhältnisse, so wie in Bezug auf die Grösse der Reibung zwischen Erde und Wand, werden vorerst keinerlei einschränkende Voraussetzungen

gemacht, so dass die diessfälligen Umstände als ganz allgemeine aufzufassen sind. Hiebei soll die Wand als absolut steif und unpressbar, ferner auf vollkommen fester, unnachgiebiger Basis stehend angenommen werden.

Was die Bruch- oder gefährliche Fläche im Erdkörper betrifft, welche in der Fig. 5 im Allgemeinen angedeutet ist, so soll dieselbe aus ähnlichen Gründen, wie solche bei der Untersuchung des activen Erddruckes im §. 11 geltend gemacht wurden, neuerdings als eine Ebene, welche durch den Fuss der Wand geht, vorausgesetzt werden. Die Länge des Erdkörpers, senkrecht auf seine Profilebene, werde unbegrenzt gedacht, und es soll hievon stets ein Theilkörper mit der Einheit als Länge in Rechnung genommen werden; eben so, wie dies früher bei der Bestimmung des activen Erddruckes der Fall war.

§. 86.

Allgemeine Formel zur Berechnung des passiven Erddruckes. I. Methode (neu). Der hiebei zu beobachtende Vorgang ist dem analog, welcher im §. 13 bei der Bestimmung des activen Erddruckes eingehalten wurde. Es sei nämlich (Fig. 155) hinter der Wand \overline{AF} , mit dem Neigungswinkel ε gegen das Loth \overline{AB} , anliegendes Erdreich vorhanden, an welches die Wand mit einer solchen Intension angepresst wird, dass das Erdreich geradezu im Grenzzustande des Gleichgewichtes sich befindet. In diesem Augenblicke beginnt die Gefahr, dass sich in dem Erdreiche eine Bruchfläche (\overline{AE}) bildet, die Wand nach rückwärts ausweicht, und das keilförmige Bruchprisma AFE über die Bruchfläche und an der Wand nach aufwärts verschoben wird. Der normale Druck, welchen hiebei die Wand an das Erdreich überträgt, wird mit D bezeichnet, und eben so gross ist offenbar auch der passive Erddruck oder der Widerstand des Erdreiches normal gegen jene Wand.

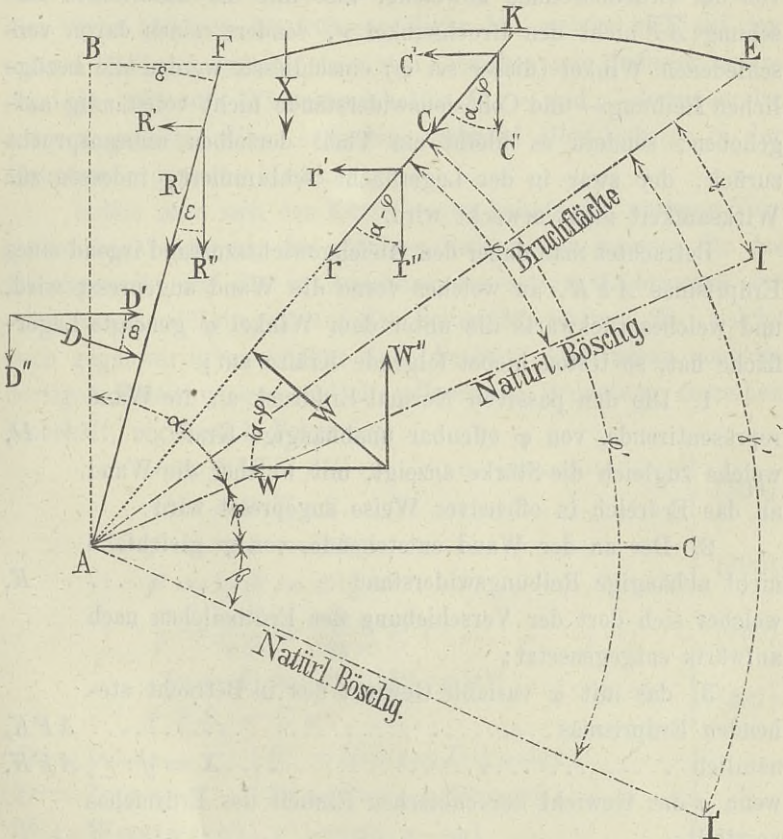
Der erwähnten Verschiebung setzen sich in der Bruchfläche die Reibungs- und Cohäsionswiderstände zwischen den Erdtheilchen entgegen, an der Wand aber tritt als Widerstand noch die Reibung

auf, welche dort in Folge des Anpressens derselben an das Erdreich entsteht. Dieser Reibungswiderstand, er sei R , ist eben so wie in der Gleichung (6) auszudrücken, nämlich:

$$R = \mu D = D \operatorname{tg} \varrho \dots\dots\dots(393),$$

wobei $\mu = \operatorname{tg} \varrho$ den diessfälligen Reibungscoefficienten bezeichnet.

Fig. 155.



Nur geht die Richtung desselben nicht, wie in der Fig. 18, nach aufwärts, sondern, wie in der Fig. 155 bereits angedeutet, nach abwärts. Im Uebrigen gilt in dieser Beziehung wieder dasselbe, worauf bei der Besprechung des activen Erddruckes vermittlest der Relationen (8) bis (14) aufmerksam gemacht wurde.

Die beiden Kräfte D und R sind es nun, welche unmittelbar an der Wand auftreten, und durch den in Betracht stehenden Grenzzustand des Gleichgewichtes im Erdreiche bedingt werden, wonach nämlich die Reibungs- und Cohäsionswiderstände in der Bruch- oder gefährlichen Fläche geradezu aufgehoben werden müssen. In jeder anderen Böschungsfläche \overline{AK} , welche von der Bruchböschung abweicht, also mit der natürlichen Böschung \overline{AT} nicht den Bruchwinkel γ , sondern einen davon verschiedenen Winkel (dieser sei φ) einschliesst, werden die bezüglichen Reibungs- und Cohäsionswiderstände nicht vollständig aufgehoben, sondern es bleibt ein Theil derselben unbeanspruch zurück, der zwar in der Lagerfläche schlummert, indessen zur Wirksamkeit nicht erweckt wird.

Betrachtet man daher den Gleichgewichtszustand irgend eines Erdprismas AFK , an welches vorne die Wand angepresst wird, und welches rückwärts die unter dem Winkel φ geneigte Lagerfläche hat, so treten hiebei folgende Kräfte auf:

1. Die den passiven Normal-Erddruck an die Wand repräsentirende, von φ offenbar unabhängige Kraft D , welche zugleich die Stärke anzeigt, mit welcher die Wand an das Erdreich in offensiver Weise angepresst wird;

2. Der an der Wand entstehende, von φ gleichfalls nicht abhängige Reibungswiderstand R , welcher sich dort der Verschiebung der Erdtheilchen nach aufwärts entgegensetzt;

3. das mit φ variable Gewicht des in Betracht stehenden Erdprismas AFK , nämlich $X = g \cdot \triangle AFK$, wenn g das Gewicht der cubischen Einheit des Erdreiches vorstellt;

4. die von φ abhängige normale Reaction W des unter der Lagerfläche \overline{AK} gelegenen Erdreiches;

5. Die Reibung r
und

6. die Cohäsion C ,

welche zwei Widerstände sich dem Verschieben des Erdreiches in der Lagerfläche \overline{AK} entgegensetzen, wobei die Grösse dieser Widerstände von φ abhängt, und der Richtungspfeil derselben offenbar nach abwärts anzunehmen ist, weil die Verschiebungstendenz daselbst nach aufwärts geht.

Diese sechs Kräfte müssen unter einander im Gleichgewichte sein. Man bemerkt bei der Vergleichung der in Betracht stehenden Figur 155 mit der früheren Figur 18, welche sich auf den activen Erddruck bezieht, dass sich dieselben nur dadurch unterscheiden, dass die Widerstandskräfte R , r und C dermalen im entgegengesetzten Sinne auftreten, während alles Uebrige in der Hauptsache dasselbe bleibt.

Indem man sich der Kürze wegen behufs des weiteren Vorgehens zur Gewinnung der nöthigen Bedingungsrelationen für das Gleichgewicht auf die in Ansehung des activen Erddruckes geschehenen Ausführungen auf den Seiten 34, 35 und 36, welche auch gegenwärtig anwendbar sind, bezieht, und indem man die dortigen Bezeichnungen und die allgemeine Bedeutung derselben beibehält, ergibt sich Folgendes:

$$\left. \begin{aligned} r &= f' W \overline{\overline{f W}} \dots\dots\dots \end{aligned} \right\} (394)$$

$$\left. \begin{aligned} C &= c' S \overline{\overline{c S}} \dots\dots\dots \\ f &= \text{tg } \beta = \text{cotg } \alpha \dots\dots\dots \end{aligned} \right\} (395)$$

$$\left. \begin{aligned} f' &= \text{tg } \beta' = \text{cotg } \alpha' \dots\dots\dots \\ \frac{f'}{f} &= \frac{\text{tg } \beta}{\text{tg } \beta'} = \frac{\text{cotg } \alpha}{\text{cotg } \alpha'} \overline{\overline{1}} \dots\dots\dots \end{aligned} \right\} (396)$$

$$\left. \begin{aligned} (\alpha + \beta) &= (\alpha' + \beta') = 90^\circ \dots\dots\dots \\ \beta' &\overline{\overline{\beta}}, \alpha' \overline{\overline{\alpha}} \dots\dots\dots \end{aligned} \right\} (397)$$

$$\left. \begin{aligned} D' &= D \cos \varepsilon & \left. \begin{aligned} R' &= R \sin \varepsilon = D \text{tg } \varrho \sin \varepsilon \dots\dots\dots \\ R'' &= R \cos \varepsilon = D \text{tg } \varrho \cos \varepsilon \dots\dots\dots \end{aligned} \right\} \\ D'' &= D \sin \varepsilon & \\ W' &= W \cos(\alpha - \varphi) & \left. \begin{aligned} r' &= r \sin(\alpha - \varphi) \\ &= W \text{cotg } \alpha' \sin(\alpha - \varphi) \dots\dots\dots \end{aligned} \right\} \\ W'' &= W \sin(\alpha - \varphi) & \left. \begin{aligned} r'' &= r \cos(\alpha - \varphi) \\ &= W \text{cotg } \alpha' \cos(\alpha - \varphi) \dots\dots\dots \end{aligned} \right\} \\ C' &= C \sin(\alpha - \varphi) = c' S \sin(\alpha - \varphi) \dots\dots\dots \\ C'' &= C \cos(\alpha - \varphi) = c' S \cos(\alpha - \varphi) \dots\dots\dots \end{aligned} \right\} (398)$$

$$\left. \begin{aligned} D' - R' - W' - \gamma' - C' &= 0 \dots\dots\dots \\ X + D'' + R'' - W'' + \gamma'' + C'' &= 0 \dots\dots\dots \end{aligned} \right\} (399)$$

$$D[\cos \varepsilon - \operatorname{tg} \varrho \sin \varepsilon] - W[\cos(\alpha - \varphi) + \operatorname{cotg} \alpha' \sin(\alpha - \varphi)] - c' S \sin(\alpha - \varphi) = 0$$

$$X + D[\sin \varepsilon + \operatorname{tg} \varrho \sin \varepsilon] - W[\sin(\alpha - \varphi) - \operatorname{cotg} \alpha' \cos(\alpha - \varphi)] + c' S \cos(\alpha - \varphi) = 0$$

$$D \frac{\cos(\varrho + \varepsilon)}{\cos \varrho} - W \frac{\sin(\alpha + \alpha' - \varphi)}{\sin \alpha'} - c' S \sin(\alpha - \varphi) = 0$$

$$X + D \frac{\sin(\varrho + \varepsilon)}{\cos \varrho} + W \frac{\cos(\alpha + \alpha' - \varphi)}{\sin \alpha'} + c' S \cos(\alpha - \varphi) = 0$$

$$\frac{W}{\sin \alpha'} = \frac{D \cos(\varrho + \varepsilon)}{\cos \varrho \sin(\alpha + \alpha' - \varphi)} - \frac{c' S \sin(\alpha - \varphi)}{\sin(\alpha + \alpha' - \varphi)}$$

$$X + \frac{D}{\cos \varrho} [\sin(\varrho + \varepsilon) + \cos(\varrho + \varepsilon) \operatorname{cotg}(\alpha + \alpha' - \varphi)] + c' S [\cos(\alpha - \varphi) - \sin(\alpha - \varphi) \operatorname{cotg}(\alpha + \alpha' - \varphi)] = 0$$

$$X + D \frac{\cos(\alpha + \alpha' - \varrho - \varepsilon - \varphi)}{\cos \varrho \sin(\alpha + \alpha' - \varphi)} + c' S \frac{\sin \alpha'}{\sin(\alpha + \alpha' - \varphi)} = 0.$$

Aus der letzten Gleichung folgt für den passiven normalen Erddruck:

$$D = \frac{-\cos \varrho}{\cos(\alpha + \alpha' - \varrho - \varepsilon - \varphi)} [X \sin(\alpha + \alpha' - \varphi) + c' S \sin \alpha'] \quad (400)$$

Dieser Werth kann, wie bereits oben bemerkt, von φ nicht abhängen, er muss also für verschiedene φ constant werden, was nur dadurch möglich wird, dass α' und c' sich hiernach entsprechend verändern.

Geht man sogleich auf die Bruchfläche über, so wird $\varphi = \gamma$, $X = G$, $S = A$, $\alpha' = \alpha$ und $c' = c$, sonach erhält man:

$$D = -\frac{\cos \varrho}{\cos(2\alpha - \varrho - \varepsilon - \gamma)} [G \sin(2\alpha - \gamma) + cA \sin \alpha] \quad (401).$$

Diese Gleichung ist geeignet, den passiven Normaldruck des Erdreiches an die Wand zu bestimmen, wenn es gelingt, den Bruchwinkel γ ausfindig zu machen. Zu diesem Zwecke kann man ähnliche Erwägungen, wie auf den Seiten 38 und 39, anstellen.

Würde man nämlich in der allgemeinen Gleichung (400) $\alpha' = \alpha$ und $c' = c$ setzen, d. h. sich vorstellen, dass in der Fläche \overline{AK} die Reibungs- und Cohäsionswiderstände zwischen den dortigen Erdtheilchen in ihrer ganzen möglichen Grösse der Ver-

schiebung entgegenwirken könnten, so müsste offenbar der hieraus resultirende passive Normaldruck ein grösserer, als der thatsächlich eintretende sein, d. h. ein Resultat hiefür zum Vorschein kommen, welches, wenn es mit \mathcal{A} bezeichnet wird, zu dem wirklichen Passivdrucke in einer Beziehung steht, die durch die Ungleichung:

$$\mathcal{A} > D \dots\dots\dots(402)$$

ausgedrückt erscheint, wobei wegen $\alpha = \alpha'$ und $c = c'$, der Werth für \mathcal{A} mit:

$$\mathcal{A} = - \frac{\cos \varrho}{\cos (2\alpha - \varrho - \varepsilon - \varphi)} [X \sin (2\alpha - \varphi) + cS \sin \alpha] \dots (403),$$

zu bemessen ist.

Es wird daher die Differenz $(\mathcal{A} - D)$, welche mit U bezeichnet werden mag, im Allgemeinen jedenfalls eine positive sein, und nur in dem Falle, wenn die Fläche \overline{AK} mit der Bruchfläche \overline{AE} zusammenfällt, vollends verschwinden, d. h. insbesondere $\mathcal{A} = D$ werden. Man kann daher, auch diesen Fall im Auge behaltend, schreiben:

$$U = \mathcal{A} - D = - \frac{\cos \varrho [X \sin (2\alpha - \varphi) + cS \sin \alpha]}{\cos (2\alpha - \varrho - \varepsilon - \varphi)} - D \geq 0 \quad (404):$$

Ist auch nach der vorigen Erörterung \mathcal{A} eigentlich eine bloß eingebildete Grösse, so hat dennoch die Differenz U eine reelle Bedeutung. Indem nämlich D der wirkliche passive Normaldruck ist, dagegen \mathcal{A} denjenigen vorstellt, welcher sich ergäbe, falls in der betrachteten Fläche \overline{AK} die ganzen möglichen Reibungs- und Cohäsionswiderstände zwischen den dortigen Erdtheilchen absorbirt werden könnten, letzteres aber nur für die Bruchfläche eintritt; so leuchtet ein, dass $U = (\mathcal{A} - D)$ von dem Ueberschusse an diesen Widerständen herrührt, welcher durch die vermittelt der Wand übertragene Offensivpressung an das Erdreich nicht aufgehoben wird, sondern gleichsam in der Fläche \overline{AK} aufgespeichert bleibt, und zur Folge hat, dass daselbst im Beginne des Ausweichens der Wand ins solange keine Trennung zwischen den Erdtheilchen eintreten kann, als \overline{AK} eine von \overline{AE} verschiedene Neigung hat. Aus der fraglichen Differenz ergibt sich somit gewissermassen der Anhaltspunkt zur Beurtheilung

des Grades an Sicherheit, mit welchem das Erdreich in der Fläche \overline{AK} , ungeachtet der factischen Tendenz zum Hinaufschieben, noch immer aneinander haften bleibt. Offenbar muss die Gefahr eines Bruches in dem Erdreiche zunächst unter demjenigen Neigungswinkel $\varphi = \gamma$ auftreten, wofür die fragliche Differenz $U = (\mathcal{A} - D)$ ein Minimum und insbesondere $= 0$ wird, weil dann in der dazu gehörigen Bruchfläche \overline{AE} die dort schlummernden Reibungs- und Cohäsionswiderstände vollständig zur Thätigkeit erweckt werden, und kein unbeanspruchter Ueberschuss davon zurückbleibt.

Indem aber D constant ist, erreicht die Differenz $U = (\mathcal{A} - D)$ ihr Minimum, wenn die Grösse \mathcal{A} ihren kleinsten Werth annimmt, und da das gedachte Minimum schliesslich gleich Null sein muss, so erhält man: $D = \min \mathcal{A}$, daher, weil in diesem Falle in der Relation (403) $\varphi = \gamma$, $X = G$ und $S = A$ zu setzen ist, übereinstimmend mit der Gleichung (401):

$$D = \min \mathcal{A} = \frac{-\cos \varrho}{\cos(2\alpha - \varrho - \varepsilon - \gamma)} [G \sin(2\alpha - \gamma) + cA \sin \alpha] \quad (405).$$

Der Vorgang zur Berechnung des passiven Erddruckes ist hiernach folgender:

1. Man stelle zunächst die Gleichung (403):

$$\mathcal{A} = \frac{-\cos \varrho}{\cos(2\alpha - \varrho - \varepsilon - \varphi)} [X \sin(2\alpha - \varphi) + cS \sin \alpha]$$

auf, worin X und S Functionen von φ sind, und untersuche, bei welchem Werthe von φ der Ausdruck für \mathcal{A} seinen kleinsten Werth erhält.

In der Voraussetzung, dass dieser Ausdruck geeignet ist, ein analytisches Minimum anzunehmen, suche man

2. den ersten Differential-Quotienten von \mathcal{A} nach φ , um denselben gleich Null zu setzen.

$$\text{Also } \frac{d\mathcal{A}}{d\varphi} = 0 \dots\dots\dots(406).$$

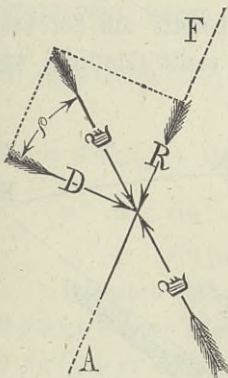
Der hieraus sich ergebende Werth für φ bedeutet, wenn hiefür $\frac{d^2\mathcal{A}}{d\varphi^2}$ positiv wird, den Bruchwinkel γ , wonach dann auch die dazu gehörigen Grössen $X = G$ und $S = A$ bestimmt werden können:

3. Wird endlich der so ermittelte Werth von $\varphi = \gamma$ in die unter Punkt 1 erwähnte Gleichung für Δ substituirt, so erhält man das in der Gleichung (405) angedeutete Minimum von Δ , welches sofort die Grösse des normalen passiven Erddruckes (D) repräsentirt.

4. Insoferne es vorkommen sollte, dass der Ausdruck für Δ eines analytischen Minimums nicht fähig ist, oder, wenn dies auch der Fall wäre, hiefür ein unbrauchbarer Werth von φ resultirt, muss man auf die Bestimmung des numerischen Minimums übergehen.

Setzt man die beiden zunächst an der Wand auftretenden

Fig. 156.



Kräfte D und R zu einer Mittelkraft zusammen, welche \mathfrak{D} heissen soll, so kann diese letztere auch als die schiefe Druckkraft angesehen werden, welche, von der Wand ausgehend, auf das Erdreich in dem Augenblicke wirken muss, als der Grenzzustand des Gleichgewichtes erreicht wird.

Als gleich gross, aber entgegengesetzt gerichtet, ist daher der schiefe passive Erddruck oder der schiefe Widerstand der Erde anzunehmen, welcher offenbar die Resultirende aus den Kräften X , W , r und C sein wird. (Siehe

Fig. 156). Zwischen dem schiefen und dem normalen passiven Erddrucke, dann dem Reibungswiderstande an der Wand bestehen übrigens dieselben Relationen, wie solche schon auf Seite 27 in den Gleichungen (7) bei Betrachtung des activen Erddruckes aufgestellt wurden.

Man hat somit:

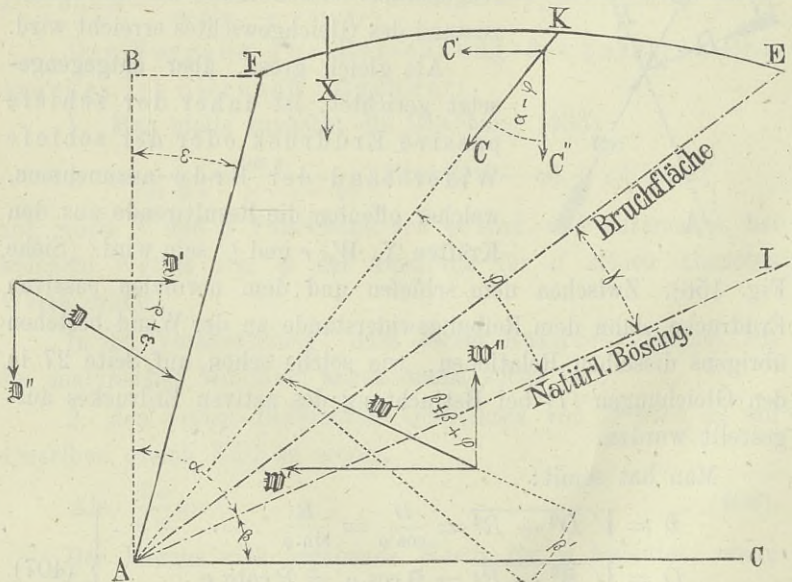
$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{D} &= \sqrt{D^2 + R^2} = \frac{D}{\cos \varphi} = \frac{R}{\sin \varphi} \dots\dots\dots \\ D &= \sqrt{\mathfrak{D}^2 - R^2} = \mathfrak{D} \cos \varphi = R \cotg \varphi \dots\dots\dots \\ R &= \sqrt{\mathfrak{D}^2 - D^2} = \mathfrak{D} \sin \varphi = D \operatorname{tg} \varphi \dots\dots\dots \end{aligned} \right\} (407).$$

Ist daher D auf Grundlage der obigen Regeln bestimmt, so können auch \mathfrak{D} und R berechnet werden.

§. 87.

Allgemeine Formel zur Berechnung des passiven Erddruckes. II. Methode (neu). Diese Methode ist der Hauptsache nach mit derjenigen übereinstimmend, welche im §. 14 bei der Bestimmung des activen Erddruckes angegeben wurde. Man setze nämlich gleich von vorne herein sowohl die in der Figur 155 mit D und R , als auch die mit W und r angedeuteten Kräfte je zu einer Resultirenden zusammen, von welchen die erste, wie in der Fig. 156, mit \mathfrak{D} , die zweite aber mit \mathfrak{W} bezeichnet wird. Die Bedeutung von \mathfrak{D} ist bereits am Schlusse des vorigen §. angegeben, jene von \mathfrak{W} aber stellt (ähnlich, wie

Fig. 157.



in der Fig. 19) den schiefen Widerstand des unter der Lagerfläche AK liegenden Erdreiches mit gleichzeitiger Rücksichts-

nahme auf die dort auftretende Reibung r vor. Der Winkel, den der normale Widerstand W mit dem schiefen einschliesst, ist, eben so wie in der Fig. 19, mit $\beta' = 90^\circ - \alpha'$ zu bemessen, nur liegt dermalen dieser Winkel an der entgegengesetzten Seite des Lothes auf die Lagerfläche \overline{AK} . Hiernach findet die Darstellung in der Fig. 157 ihre hinreichende Erklärung. Nunmehr hat man blos die Kräfte \mathfrak{D} , \mathfrak{W} , X und C , welche unter einander im Gleichgewichte stehen müssen.

Beobachtet man behufs der sofortigen Untersuchung dieses Gleichgewichtes das Verfahren, wie im §. 14, so erhält man:

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{D}' - \mathfrak{W}' - C' &= 0 \dots\dots\dots \\ X + \mathfrak{D}'' - \mathfrak{W}'' + C'' &= 0 \dots\dots\dots \end{aligned} \right\} (408),$$

worin man, wegen $\alpha + \beta = \alpha' + \beta' = 90^\circ$, zu setzen hat:

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{D}' &= \mathfrak{D} \cos(\varrho + \varepsilon) \left\{ \begin{aligned} \mathfrak{W}' &= \mathfrak{W} \sin(\beta + \beta' + \varphi) \\ &= \mathfrak{W} \sin(\alpha + \alpha' - \varphi) \end{aligned} \right\} \dots\dots \\ \mathfrak{D}'' &= \mathfrak{D} \sin(\varrho + \varepsilon) \left\{ \begin{aligned} \mathfrak{W}'' &= \mathfrak{W} \cos(\beta + \beta' + \varphi) \\ &= \mathfrak{W} \cos(\alpha + \alpha' - \varphi) \end{aligned} \right\} \dots\dots \\ C' &= C \sin(\alpha - \varphi) = c' S \sin(\alpha - \varphi) \dots\dots \\ C'' &= C \sin(\alpha - \varphi) = c' S \cos(\alpha - \varphi) \dots\dots \end{aligned} \right\} (409).$$

Hiernach ist:

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{D} \cos(\varrho + \varepsilon) - \mathfrak{W} \sin(\alpha + \alpha' - \varphi) - c' S \sin(\alpha - \varphi) &= 0 \\ \mathfrak{D} \sin(\varrho + \varepsilon) + \mathfrak{W} \cos(\alpha + \alpha' - \varphi) + c' S \cos(\alpha - \varphi) &= 0 \end{aligned} \right\} (410),$$

woraus durch Elimination von \mathfrak{W} folgt:

$$\mathfrak{D} = - \frac{X \sin(\alpha + \alpha' - \varphi) + c' S \sin \alpha'}{\cos(\alpha + \alpha' - \varrho - \varepsilon - \varphi)} \dots\dots\dots (411),$$

daher, indem man jetzt auf den normalen passiven Erddruck D übergeht, wegen $D = \mathfrak{D} \cos \varrho$, auch:

$$D = - \frac{\cos \varrho}{\cos(\alpha + \alpha' - \varrho - \varepsilon - \varphi)} [X \sin(\alpha + \alpha' - \varphi) + c' S \sin \alpha'],$$

welche Relation mit der im vorigen §. gefundenen (400) übereinstimmt, daher, indem hieran die gleichen Raisonnements, wie dort, angeknüpft werden, der im gegenwärtigen §. besprochenen Untersuchungsmethode nichts mehr beizufügen ist.

§. 88.

Allgemeine Formel zur Bestimmung des passiven Erddrucks. Aeltere Methode, wonach ein Erdprisma vom kleinsten passiven Erddrucke oder vom kleinsten Widerstande zum Vorschein kommt. Indem die vorstehenden neuen Methoden in dem vorliegenden Werke zum ersten Male zur Veröffentlichung gelangen, soll auch der bisher üblichen älteren Untersuchungsmethode gedacht werden. Hiernach berechnet man zunächst den passiven Druck, welchen ein beliebiges Erdprisma AFK (Fig. 155, 157) gegen die Wand unter der idealen Voraussetzung ausüben müsste, wenn in der Lagerfläche des Erdprismas (\overline{AK}) der Bruch eintreten könnte, so dass dann in dieser Lagerfläche die sämtlichen Reibungs- und Cohäsionswiderstände zwischen den Erdtheilchen absorbirt würden. Hierbei kann man natürlicher Weise gleichfalls auf zwei Arten vorgehen, je nachdem man die Reibungswiderstände an der Wand \overline{AF} und in der Lagerfläche \overline{AK} abgesondert, oder aber in gleichzeitiger Verbindung mit den normal auf jene Ebenen wirkenden Kräften einführt. Gesetzt, man geht nach der erstbezeichneten Art vor, so gelangt man zu folgender Betrachtung:

Der normal auf die Wand resultirende Erddruck in dem eben angedeuteten Sinne, bezüglich des Erdprismas AFK , wird offenbar durch eine Formel ausgedrückt sein, welche man eben so wie jene unter (400) erhält, nur mit dem Unterschiede, dass jetzt zwischen α' und α , sowie zwischen c' und c keine Differenz anzunehmen, also gleich vom Anfange her $\alpha' = \alpha$ und $c' = c$ zu setzen ist.

Nach diesem Vorgange würde man für

$$D = - \frac{\cos \varrho}{\cos (2\alpha - \varrho - \varepsilon - \varphi)} [X \sin (2\alpha - \varphi) + cS \sin \alpha],$$

also genau dasselbe Resultat finden, welches im §. 86 mit \mathcal{A} bezeichnet und in der Gleichung (403) dargestellt wurde. Dieser Druckwerth ist jedoch mit φ variabel, würde daher bald grösser,

bald kleiner werden, je nachdem man sich die unter dem Winkel φ gedachte Lagerfläche \overline{AK} mehr oder weniger geneigt vorstellt.

Die Autoren*), welche sich seither mit diesem Gegenstande beschäftigten, haben zwar die Formel für den Erddruck nicht in jener allgemeinen Weise, wie in der vorigen Gleichung, dargestellt, sondern sich hiebei mehr oder weniger auf besondere Fälle beschränkt; doch ergab sich überall die Wahrnehmung, dass das Resultat für den Erddruck mit der verschiedenen Grösse des Erdprismas, welches als verschiebbar gedacht wird, veränderlich ausfallen würde, so dass ohne die Auffindung eines geeigneten Auskunftsmittels das fragliche Resultat unbestimmt bleiben müsste.

Um nun dieser Unbestimmtheit zu entgehen, griff man zu einem ähnlichen Auskunftsmittel, wie in der älteren Theorie des activen Erddruckes, indem man nämlich sagte:

Es leuchte ein, dass von allen Erdprismen, welche als verschiebbar gedacht werden können, im Beginne der Gleichgewichtsstörung dasjenige zunächst abgeschoben werden müsse, welches den kleinsten Widerstand oder den kleinsten passiven Erddruck gegen die Wand ausübt, d. h. für welches der Werth von D ein Minimum wird.

Dieser Minimalwerth sei sodann der zu suchende passive Erddruck oder Widerstand der Erde.

Von diesem Gesichtspunkte aus würde daher ein Erdprisma vom kleinsten passiven Drucke oder vom kleinsten Widerstande existiren.

Da nun, wie bereits bemerkt, die vorige Formel für D mit der früher unter (403) für \angle gegebenen vollkommen übereinstimmt, und nach den in den §§. 86 und 87 erläuterten neuen Methoden ebenfalls die Nothwendigkeit sich ergibt, den Werth für \angle zu

*) Moseley in seinem bereits auf Seite 46 citirten Werke. Weisbach in seinem Lehrbuche der Ingenieur- und Maschinenmechanik. Zweiter Theil. Vierte Auflage. 1865.

einem Minimum zu machen, um den Bruchwinkel und das Bruchprisma zu finden, so leuchtet ein, dass man allerdings auch nach der älteren Methode, gestützt auf das Princip des Prismas vom kleinsten passiven Erddrucke, zu den richtigen Schlussresultaten gelangt; gleichwohl involvirt diese Methode ein Missverständniss, indem man hiedurch unwillkürlich zu der Ansicht geleitet wird, als würde das Bruchprisma einen kleineren Widerstand gegen die Wand ausüben, als jedes der übrigen Erdprismen. Dies ist aber keineswegs der Fall. Thatsächlich muss jedes Erdprisma, das bis zum Fusse der Wand reicht, den gleichen Widerstand, wie das Bruchprisma, leisten. Eine Ungleichheit in den Resultaten für den passiven Druck der verschiedenen Erdprismen erscheint nur insoferne, als man sich eben vorstellt, es werden in der jeweilig gedachten Lagerfläche \overline{AK} stets die gesammten Reibungs- und Cohäsionswiderstände in Folge der Abschiebungswirkung aufgezehrt; und wenn auch diese Vorstellung an und für sich auf die weiteren Untersuchungen nicht störend einwirkt, so bleibt solche gleichwohl insoferne unrichtig, als die erwähnte Aufzehrung aller Reibungs- und Cohäsionswiderstände nur in der Bruchfläche, sonst aber in keiner anderen, factisch eintritt. Es ist also angezeigt, diese ältere Theorie fallen zu lassen.

§. 89.

Uebergang von dem passiven Erddrucke auf den hydrostatischen Druck. Es leuchtet schon von vorne ein, dass in der Theorie des passiven Erddruckes auch die Gesetze der Hydrostatik euthalten sein und insbesondere dann zum Vorschein kommen müssen, wenn für das Hinterfüllungsmateriale die sämmtlichen Reibungs- und Cohäsionswiderstände gleich Null gesetzt werden. In diesem Falle ist in den bezüglichen Formeln für den passiven Erddruck $\beta' = \beta = 0$, also $\alpha' = \alpha = 90^\circ$, ferner $c' = c = 0$ und $\rho = 0$ zu substituiren. Geschieht dies, und geht man im Weiteren wie im §. 16 vor, so findet man in der That den oben gemachten Ausspruch bestätigt. Zugleich ergibt sich,

dass in diesem Falle eine bestimmte Bruchrichtung nicht entsteht, vielmehr jede beliebig geneigte, durch den Wandfuss gehende Fläche als Bruchfläche angesehen werden kann, gerade so, wie dies auch in Bezug auf den activen Druck tropfbarer Flüssigkeiten gefunden ward. Ueberhaupt ist hiebei zwischen dem activen und dem passiven Drucke kein Unterschied vorhanden.

§. 90.

Umgestaltung der Formeln für den passiven Erddruck zum bequemeren Gebrauche. Zählt man (Fig. 155) die Böschungswinkel für die Lagerfläche \overline{AK} und für die Bruchböschung nicht von der ansteigenden natürlichen Böschung \overline{AI} , sondern von der abfallenden $\overline{AI'}$ an, welche nämlich durch den Wandfuss A nach abwärts, um den Winkel β gegen den Horizont geneigt, läuft, und setzt man

$$\sphericalangle KAI' = \varphi' \text{ und } \sphericalangle EAI' = \gamma' \dots\dots\dots (412),$$

so hat man:

$\varphi = (\varphi' - 2\beta)$, $\gamma = (\gamma' - 2\beta)$, daher, wegen $\alpha = (90^\circ - \beta)$; und zwar zu Folge der Gleichung (403):

$$\mathcal{A} = \frac{\cos \varrho}{\cos (\varphi' + \varepsilon + \varrho)} [X \sin \varphi' + cS \sin \alpha] \dots\dots\dots (413),$$

ferner laut Relation (405):

$$D = \min \mathcal{A} = \frac{\cos \varrho}{\cos (\gamma' + \varepsilon + \varrho)} [G \sin \gamma' + cA \sin \alpha] \quad (414).$$

Die Gleichungen (407) reihen sich in unveränderter Form hier an.

Diese neuen Ausdrücke für \mathcal{A} und D haben eine bemerkenswerthe Aehnlichkeit mit jenen unter (28) und (30), welche auf den activen Erddruck sich beziehen, indem man nämlich daselbst nur φ' und γ' anstatt φ und γ zu setzen, und hiebei das Zeichen von ϱ und c in das entgegengesetzte umzuwandeln hat.

§. 91.

Formeln für den passiven Erddruck unter besondern Voraussetzungen.

A) Vernachlässiget man die Reibung an der Wand, so ist $\varrho = 0$, $R = 0$, $D = \mathfrak{D}$, und man findet nach den Gleichungen (413) und (414):

$$D = \min \mathcal{A} = \min \left\{ \begin{array}{l} \frac{X \sin \varphi' + c S \sin \alpha}{\cos (\varphi' + \varepsilon)} \dots\dots\dots \\ \frac{G \sin \gamma' + c A \sin \alpha}{\cos (\gamma' + \varepsilon)} \dots\dots\dots \end{array} \right\} \quad (415).$$

Wird überdies die Cohäsion $c = 0$ gesetzt, so vereinfacht sich der eben gefundene Ausdruck, wie folgt:

$$D = \min \mathcal{A} = \min \left[\frac{X \sin \varphi'}{\cos (\varphi' + \varepsilon)} \right] \\ = \frac{G \sin \gamma'}{\cos (\gamma' + \varepsilon)} \dots\dots\dots (416),$$

und wenn hiebei die Wand auch noch vertical steht, wegen $\varepsilon = 0$:

$$D = \min \mathcal{A} [X \operatorname{tg} \varphi'] = G \operatorname{tg} \gamma' \dots\dots\dots (417).$$

B) Nimmt man den Reibungswiderstand an der Wand in Rechnung, hiebei aber die Cohäsion zwischen den Erdtheilchen $c = 0$ an, so hat man:

$$D = \min \mathcal{A} = \min \left[\frac{X \cos \varrho \sin \varphi'}{\cos (\varphi' + \varepsilon + \varrho)} \right] \\ = \frac{G \cos \varrho \sin \gamma'}{\cos (\gamma' + \varepsilon + \varrho)} \dots\dots\dots (418),$$

welche Gleichung für den Fall, in welchem die Reibung an der Wand ihr Maximum erreicht, also $\varrho = (90^\circ - \alpha)$ wird, übergeht in:

$$D = \min \mathcal{A} = \min \left[\frac{X \sin \alpha \sin \varphi'}{\sin (\alpha - \varepsilon - \varphi')} \right] \\ = \frac{G \sin \alpha \sin \gamma'}{\sin (\alpha - \varepsilon - \gamma')} \dots\dots\dots (419).$$

Zweiter Abschnitt.

Passiver Erddruck gegen eine Wand ohne Rücksicht auf die Reibung zwischen derselben und der Erde.

§. 92.

Einfluss der Weglassung dieser Reibung. Es leuchtet schon von vorne herein ein, dass durch die Weglassung der gedachten Reibung der normale passive Erddruck gegen eine

Wand rechnermässig kleiner als in der Wirklichkeit entfällt, weil diese Reibung jedenfalls als eine der Widerstandskräfte gegen das Abschieben der Erde mitwirkt. Analytisch ergibt sich diese Thatsache aus der Betrachtung der Formel (413) für die Grösse Δ :

$$\Delta = \frac{\cos \varrho}{\cos (\varphi' + \varepsilon + \varrho)} \left[X \sin \varphi' + cS \sin \alpha \right],$$

welche nämlich, um den normalen passiven Erddruck D zu erhalten, in Bezug auf φ' zu einem Minimum zu machen ist.

Sieht man vorerst von diesem Minimalwerthe ab und betrachtet den vorstehenden Ausdruck in seiner ganz allgemeinen Form, so hat man, um den Einfluss der Reibung, welche zwischen Erde und Stützwand stattfindet, d. h. um den Einfluss des Reibungswinkels ϱ zu untersuchen, blos dem Factor $\frac{\cos \varrho}{\cos (\varphi' + \varepsilon + \varrho)}$ die Aufmerksamkeit zuzuwenden, weil eben dieser Factor mit jenem Reibungswinkel variabel ist, während der andere Factor innerhalb der Eckklammern hievon nicht abhängt.

Setzt man den allgemeinen Factor:

$$\frac{\cos \varrho}{\cos (\varphi' + \varepsilon + \varrho)} = F(\varrho),$$

so ist der erste Differential-Quotient in Bezug auf ϱ :

$$\frac{d F(\varrho)}{d \varrho} = \frac{\sin (\varphi' + \varepsilon)}{\cos^2 (\varphi' + \varepsilon + \varrho)} \dots \dots \dots (420),$$

also positiv, was anzeigt, dass $F(\varrho)$ mit der Zunahme des Reibungswinkels wächst, woraus folgt, dass Δ und $D = \min \Delta$ für $\varrho = 0$ kleiner werden, als wenn ϱ nicht gleich Null angenommen wird. Indem man nun in den Untersuchungen des laufenden Abschnittes $\varrho = 0$ setzt, also von dem Einflusse der Reibung zwischen Erdreich und Wand abstrahirt, wird sich offenbar ein geringerer Widerstand des Erdreiches gegen die Wand, als solcher wirklich auftritt, durch die Rechnung ergeben, was auf die Stabilitätsverhältnisse desselben nur günstig einwirken kann. Für $\varrho = 0$ gelten die Relationen (415), ausserdem aber hat man:

$$D = D \text{ und } R = 0 \dots \dots \dots (421).$$

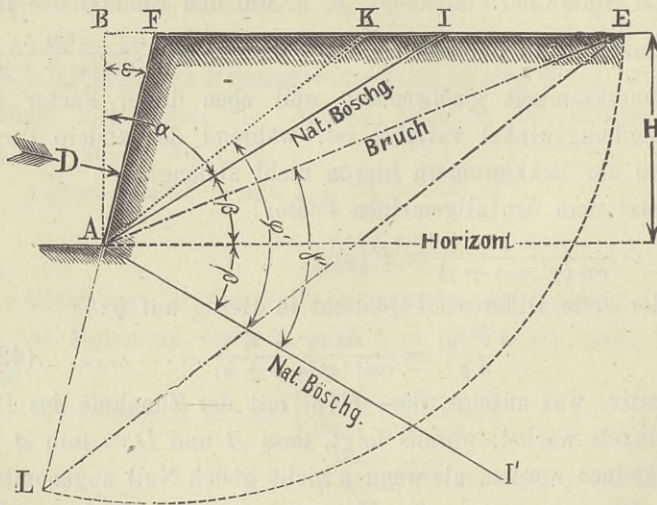
Erstes Capitel.

Passiver Erddruck an eine um den Winkel ε gegen das Loth geneigte Wand von der Höhe H , wenn das anliegende Erdreich eine horizontale Oberfläche im gleichen Niveau mit der Wandkrone hat.

§. 93.

Gefährliche oder Bruchböschung \overline{AE} , gefährliches oder Bruchprisma AFE und Grösse des passiven

Fig. 158.



Erddruckes in diesem Falle. (Fig. 158.) Nach den im §. 86 aufgestellten Regeln hat man zunächst die Gleichung (403), oder die umgestaltete (415), worin

$$\Delta = \frac{X \sin \varphi' + c S \sin \alpha}{\cos (\varphi' + \varepsilon)}$$

ist, in's Auge zu fassen, und den Werth von $\varphi' =$ Bruchwinkel γ' aufzusuchen, wofür Δ ein Minimum wird.

Im vorliegenden Falle ist insbesondere:

$$S = \overline{AK} = \frac{H}{\cos (\alpha + 2 \beta - \varphi')} = - \frac{H}{\cos (\alpha + \varphi')},$$

$$\begin{aligned}
X &= g \cdot \triangle AFK = \frac{1}{2} g \cdot \overline{AB} \cdot \overline{FK} \\
&= \frac{1}{2} g H (\overline{BK} - \overline{BF}) = \frac{1}{2} g H^2 [\operatorname{tg} \sphericalangle BAK - \operatorname{tg} \varepsilon] \\
&= \frac{1}{2} g H^2 [\operatorname{tg} (\alpha + 2\beta - \varphi') - \operatorname{tg} \varepsilon] \\
&= -\frac{1}{2} g H^2 [\operatorname{tg} (\alpha + \varphi') + \operatorname{tg} \varepsilon] \\
&= -\frac{1}{2} g \frac{H^2}{\cos \varepsilon} \frac{\sin (\alpha + \varepsilon + \varphi')}{\cos (\alpha + \varphi')},
\end{aligned}$$

indem man hierbei beachtet, dass $\beta = (90^\circ - \alpha)$ ist.

Hiernach erhält man:

$$\begin{aligned}
\mathcal{A} &= -\frac{1}{2} g \frac{H^2}{\cos \varepsilon} \left[\frac{\sin \varphi' \sin (\alpha + \varepsilon + \varphi') + \frac{2c}{gH} \sin \alpha \cos \varepsilon}{\cos (\alpha + \varphi') \cos (\varphi' + \varepsilon)} \right] \\
&= -\frac{1}{2} g \frac{H^2}{\cos \varepsilon} \left[\frac{\sin \varphi' \sin (\alpha + \varepsilon + \varphi') + a}{\cos (\alpha + \varphi') \cos (\varphi' + \varepsilon)} \right] \dots \dots \dots (422)
\end{aligned}$$

wobei als vorläufige Abkürzung:

$$a = \frac{2c}{gH} \sin \alpha \cos \varepsilon \dots \dots \dots (423)$$

gesetzt wird.

Das Minimum von \mathcal{A} nach φ' findet statt, wenn das Gleiche in Bezug auf den Factor:

$$U = -\frac{\sin \varphi' \sin (\alpha + \varepsilon + \varphi') + a}{\cos (\alpha + \varphi') \cos (\varphi' + \varepsilon)}$$

eintritt, daher man — anstatt $\frac{d\mathcal{A}}{d\varphi'} = 0$ — unmittelbar $\frac{dU}{d\varphi'} = 0$ setzen kann.

Vorher aber erscheint es zweckmässig, den Ausdruck für U in einer zum Differenziren bequemen Form darzustellen, was dadurch geschieht, dass man die goniometrischen Relationen:

$$\sin \varphi' \sin (\alpha + \varepsilon + \varphi') = \frac{1}{2} [\cos (\alpha + \varepsilon) - \cos (\alpha + \varepsilon + 2\varphi')]$$

$$\cos (\alpha + \varphi') \cos (\varphi' + \varepsilon) = \frac{1}{2} [\cos (\alpha - \varepsilon) + \cos (\alpha + \varepsilon + 2\varphi')]$$

berücksichtigt, und hiernach schreibt:

$$U = \frac{\cos (\alpha + \varepsilon + 2\varphi') - \cos (\alpha + \varepsilon) - 2a}{\cos (\alpha + \varepsilon + 2\varphi') + \cos (\alpha - \varepsilon)}.$$

Zum Behufe einer weiteren Abkürzung setze man:

$$b = \cos (\alpha + \varepsilon) + 2a = \cos (\alpha + \varepsilon) + \frac{4c}{gH} \sin \alpha \cos \varepsilon \dots (424)$$

$$b' = \cos (\alpha - \varepsilon) \dots \dots \dots (425)$$

$$(\alpha + \varepsilon + 2\varphi') = u \dots \dots \dots (426),$$

so dass jetzt u an die Stelle der Variablen φ' tritt, und somit nach u anstatt nach φ' zu differenzieren ist.

Hiernach findet man:

$$U = \frac{\cos u - b}{\cos u + b'} \dots\dots\dots (427),$$

$$\frac{dU}{d\varphi'} = - (b + b') \frac{\sin u}{(\cos u + b')^2} = 0,$$

hieraus aber, weil nur $u = 180^\circ$ zu einem brauchbaren Resultate führt:

$$u = (\alpha + \varepsilon + 2\varphi') = 180^\circ, \text{ d. i.}$$

$$\varphi' = \gamma' = 90^\circ - \left(\frac{\alpha + \varepsilon}{2}\right) = \frac{1}{2} \sphericalangle FAF' \dots\dots (428),$$

d. h.: die gefährliche oder Bruchböschung \overline{AE} halbirt den Winkel zwischen der Wand \overline{AF} und der natürlichen Böschung $\overline{AF'}$, ohne von der Erdcohäsion abzuhängen*).

Ferner ist:

$$\sphericalangle BEA = \left(\frac{\alpha - \varepsilon}{2}\right) \dots\dots\dots (429)$$

$$A = \overline{AE} = \frac{H}{\sin\left(\frac{\alpha - \varepsilon}{2}\right)} \dots\dots\dots (430)$$

$$G = g \cdot \triangle FAE = \frac{1}{2} g \frac{H^2}{\cos \varepsilon} \cdot \frac{\cos\left(\frac{\alpha + \varepsilon}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\alpha - \varepsilon}{2}\right)} \dots\dots (431),$$

und nach den Gleichungen (422) und (423):

$$\begin{aligned} D = \min A &= \frac{1}{2} g \frac{H^2}{\cos \varepsilon} \left[\frac{\cos^2\left(\frac{\alpha + \varepsilon}{2}\right) + a}{\sin^2\left(\frac{\alpha - \varepsilon}{2}\right)} \right] \\ &= \frac{1}{2} g \frac{H^2}{\cos \varepsilon} \left[\frac{\cos^2\left(\frac{\alpha + \varepsilon}{2}\right) + \frac{2c}{gH} \sin \alpha \cos \varepsilon}{\sin^2\left(\frac{\alpha - \varepsilon}{2}\right)} \right] \end{aligned} \quad (432).$$

*) Hieraus ergibt sich, dass die Bruchebene, je nach Umständen, ober- oder unterhalb der aufsteigenden natürlichen Böschung \overline{AF} liegt, oder mit dieser selbst zusammenfällt, je nachdem $\alpha \geq 60^\circ + \frac{1}{3} \varepsilon$ ist, wobei

Beachtet man, dass nach der für die Cohäsionshöhe gefundenen Gleichung (55):

$$h = \frac{2c}{g} \frac{\sin \alpha \cos \varepsilon}{\sin^2 \left(\frac{\alpha - \varepsilon}{2} \right)}$$

der oben mit a bezeichnete Werth auf die Form:

$$a = \frac{h}{H} \sin^2 \left(\frac{\alpha - \varepsilon}{2} \right) \dots \dots \dots (433)$$

gebracht werden kann, so erhält man schliesslich für den normalen passiven Erddruck:

$$D = \frac{1}{2} g \frac{H^2}{\cos \varepsilon} \left[\frac{\cos^2 \left(\frac{\alpha + \varepsilon}{2} \right)}{\sin^2 \left(\frac{\alpha - \varepsilon}{2} \right)} + \frac{h}{H} \right] \dots \dots \dots (434).$$

Dass man es in dem behandelten Falle wirklich mit einem Minimum von U in Bezug auf u zu thun hat, zeigt der zweite Differentialquotient $\frac{d^2 U}{d u^2}$ an. Denn dieser ist allgemein:

$$\frac{d^2 U}{d u^2} = - (b + b') \frac{1 + b' \cos u + \sin^2 u}{(\cos u + b')^3},$$

also insbesondere für $u = 180^\circ$:

$$\frac{d^2 U}{d u^2} = \frac{b + b'}{(1 - b')^2} > 0.$$

Nur der Fall, wenn $(b + b') = 0$ wird, bildet eine Ausnahme, weil schon der erste Differentialquotient $\frac{dU}{du}$ für jeden beliebigen Werth u (beziehungsweise φ') verschwindet, was offenbar anzeigt, dass der ursprüngliche Ausdruck für U (beziehungsweise Δ) nicht mehr veränderlich, sondern constant ist, daher unter diesen Umständen von einer bestimmten gefährlichen Böschung und einem bestimmten gefährlichen Erdprisma keine Rede sein kann. Augenscheinlich deutet diese Eigenschaft auf die Natur der tropfbaren Flüssigkeiten hin, was sich auch analytisch dadurch ergibt, dass man untersucht, unter welchen Bedingungen die oberwähnte Summe $(b + b')$ verschwindet.

Es ist nämlich auf Grundlage der Gleichungen (424) und (425):

ε für überhängende Wände negativ wird. Nachdem für Erdreich in der Regel $\alpha < 60^\circ + \frac{1}{3} \varepsilon$ ist, so erhält man somit im Allgemeinen für die Bruchebene eine sanftere Neigung, als die natürliche Böschung hat.

$$(b + b') = \cos(\alpha - \varepsilon) + \cos(\alpha + \varepsilon) + \frac{4c}{gH} \sin \alpha \cos \varepsilon$$

$$= 2 \cos \varepsilon \left[\cos \alpha + \frac{2c}{gH} \sin \alpha \right],$$

und dieser Ausdruck ist derselbe, welcher schon auf Seite 88 bei der Betrachtung des activen Erddruckes für die dort ebenfalls mit $(b + b')$ bezeichnete Summe erhalten wurde. Wie daselbst bemerkt, muss hiebei $\alpha = 90^\circ$ und $c = 0$ sein, wie dies in der That bei den tropfbaren Flüssigkeiten eintritt. In Uebereinstimmung damit wird ferner das Resultat für D nach der allgemeinen Gleichung (422):

$$D = -\frac{1}{2} g \frac{H^2}{\cos \varepsilon} \cdot \frac{\sin \varphi' \sin(90^\circ + \varepsilon + \varphi')}{\cos(90^\circ + \varphi') \cos(\varphi' + \varepsilon)} = \frac{1}{2} g \frac{H^2}{\cos \varepsilon},$$

also, wie vorhergesehen, wirklich von φ' unabhängig, und identisch mit jenem für den activen hydrostatischen Druck. Selbstverständlich erhält man das gleiche Ergebniss auch aus den besonderen Gleichungen (432) und (434), wenn man dort $\alpha = 90^\circ$ und $c = 0$, beziehungsweise $h = 0$, setzt.

Steht ein cohäsionsloses Hinterfüllungsmateriale in Betracht, oder vernachlässiget man den Einfluss der vorhandenen Cohäsion, so hat man $c = h = 0$, und nach der Formel (434):

$$D = \frac{1}{2} g \frac{H^2}{\cos \varepsilon} \left[\frac{\cos \frac{1}{2}(\alpha + \varepsilon)}{\sin \frac{1}{2}(\alpha - \varepsilon)} \right]^2 = \frac{1}{2} w \frac{H^2}{\cos \varepsilon} \dots \dots (435),$$

woraus unter Rücksichtnahme auf die hydrostatische Formel die Regel sich ergibt, dass in dem angedeuteten Falle der passive Erddruck eben so gross ist, wie der Druck einer tropfbaren Flüssigkeit mit dem Gewichte:

$$w = g \left[\frac{\cos \frac{1}{2}(\alpha + \varepsilon)}{\sin \frac{1}{2}(\alpha - \varepsilon)} \right]^2 \dots \dots \dots (436)$$

per Cubikeinheit.

Für eine verticale Wand ist $\varepsilon = 0$, und hiernach insbesondere:

$$w = g \cotg^2 \frac{\alpha}{2} \dots \dots \dots (437).$$

Um daher in denjenigen Fällen, in welchen eine Erdcohäsion nicht in Betracht kommt, den gegen eine Wand entstehenden passiven Druck des dahinter gelegenen Erdreiches mit horizontaler Oberfläche zu bestimmen, berechne man zunächst das Gewicht (w) per Cubikeinheit derjenigen sich einzubildenden tropf-

baren Flüssigkeit, welche unter sonst gleichen Umständen denselben Druck ausüben müsste; hiernach aber den hydrostatischen Gesetzen gemäss die Grösse dieses Druckes selbst.

Hiebei kommt es, wie man sieht, vor Allem darauf an, den Werth des Factors $\left[\frac{\cos \frac{1}{2}(\alpha + \varepsilon)}{\sin \frac{1}{2}(\alpha - \varepsilon)} \right]^2$ zu bestimmen, mit dem nämlich das per Cubikeinheit gegebene Gewicht der Erde (g) zu multipliciren ist, um jenes der erwähnten Flüssigkeit zu erhalten.

Im Weiteren kann man die Bemerkungen auf Seite (89), welche sich auf den activen Erddruck beziehen, auch gegenwärtig vollständig benützen, wenn man hiebei nur beachtet, dass das jetzige Resultat den reciproken Ausdruck des dortigen Resultats (97), beziehungsweise (98), bildet.

Auch die auf Seite 90 erscheinende Tabelle VI kann zur Berechnung des Werthes (436), beziehungsweise (437), benützt werden, wenn man der eben geschehenen Andeutung zu Folge die Zahlenresultate in der Tabelle nicht directe, sondern stets mit ihrem reciproken Werthe in Rechnung nimmt.

Ex. Es sei der passive Erddruck mit Rücksicht auf diejenigen Daten zu berechnen, welche in dem auf Seite 91 erscheinenden Beispiele behufs der dortigen Bestimmung des activen Erddruckes zu Grunde gelegt wurden.

Da dort $\frac{w}{g} = 0.176$ gefunden ward, so hat man jetzt:

$$\frac{w}{g} = \frac{1}{0.176} = 5.682,$$

daher, wegen $g = 85$ Pfd:

$$w = 5.682 g = 482.97 \text{ Pfd.}$$

und, weil $\text{tg } \varepsilon = \frac{1}{6}$, $\cos \varepsilon = 1.0138$ und $H = 30$ Fuss ist, für den zu suchenden passiven Erddruck, wenn das Erdreich ohne Cohäsion ist:

$$D = \frac{1}{2} w \frac{H^2}{\cos \varepsilon} = 2203.36 \text{ Ctr.}$$

Unter denselben Umständen war der active Erddruck (pag. 92) 68.25 Ctr., somit ist der passive 32.28mal so gross.

Für cohärirendes Erdreich ist der mit Rücksicht auf die Erdcohäsion sich ergebende passive Erddruck nach der Relation

(434) zu berechnen, worin gleichfalls das hydrostatische Gesetz erkennbar ist.

Indem man nämlich schreiben kann:

$$D = \frac{1}{2} g \frac{H^2}{\cos \varepsilon} \left[\frac{\cos^2 \left(\frac{\alpha + \varepsilon}{2} \right)}{\sin^2 \left(\frac{\alpha - \varepsilon}{2} \right)} + \frac{h}{H} \right] = \frac{1}{2} w \frac{H^2}{\cos \varepsilon} \dots (438),$$

worin wieder w das Einheitsgewicht der sich einzubildenden tropfbaren Flüssigkeit, welche ebenfalls den Druck D ausüben könnte, bedeutet, ergibt sich hieraus:

$$\frac{w}{g} = \left[\frac{\cos \frac{1}{2} (\alpha + \varepsilon)}{\sin \frac{1}{2} (\alpha + \varepsilon)} \right]^2 + \frac{h}{H} \dots \dots \dots (439),$$

so dass der auf das cohärirende Erdreich Bezug nehmende Werth von $\frac{w}{g}$ gleich ist demjenigen, welcher sich laut Gleichung (436) für das cohäsionslos gedachte Material ergibt, mehr dem Verhältnisse $\frac{h}{H}$.

Dass der passive Erddruck durch das Hinzutreten der Wirkung einer Cohäsion des Erdreiches vergrößert werden muss, ist wohl sogleich einleuchtend.

Ex. Nimmt man das vorige Beispiel wieder auf, und sucht den passiven Erddruck unter der Voraussetzung, dass die Cohäsionshöhe (wie auf Seite 92) $h = 3$ Fuss sei, so erhält man offenbar:

$$\frac{w}{g} = 5.682 + 0.1 = 5.782,$$

wobei das erste Glied (5.682) dem vorhergehenden Beispiele entnommen, das zweite Glied aber durch das Verhältniss $h:H$ entstanden ist.

Folglich hat man:

$$w = 5.782 g = 491.47 \text{ Pfd.}$$

$$D = \frac{1}{2} w \frac{H^2}{\cos \varepsilon} = 2242.14 \text{ Ctr.},$$

also 1.0176mal so gross, wie D ohne Rücksicht auf die Erdecohäsion.

Auf Seite 92 wurde gefunden, dass der active Erddruck unter den gleichen Umständen 61.42 Ctr. betrage, somit ist in diesem Falle der passive Erddruck 36.50mal so gross.

Bezeichnet man für einen gegebenen Fall den activen Erddruck mit D_a , dagegen den passiven mit D_p , und setzt man

$$\left. \begin{aligned} D_{p,g} : D_{p,c} &= w_{p,o} : w_{p,c} \dots\dots\dots \\ &= 1 : 1 + \frac{h}{H} z \dots\dots\dots \end{aligned} \right\} (444),$$

wobei die Grösse $z = \left[\frac{\sin \frac{1}{2}(\alpha - \varepsilon)}{\cos \frac{1}{2}(\alpha + \varepsilon)} \right]^2$ aus der Tabelle VI entnommen werden kann.

Auch hat man:

$$\begin{aligned} w_{a,o} \cdot w_{p,o} &= g^2, \\ w_{a,o} : g &= g : w_{p,o} \dots\dots\dots \end{aligned} (445),$$

wonach g die mittlere geometrische Proportionale zwischen $w_{a,o}$ und $w_{p,o}$ ist.

Ex. Nach den vorhin beispieisweise eingeführten Daten hat man; $z = 0.176$, $\frac{1}{z} = 5.682$, $H = 30$ Fuss und $h = 3$ Fuss, somit:

$$\begin{aligned} D_{a,o} : D_{p,o} &= w_{a,o} : w_{p,o} = 1 : 30.28 \\ D_{a,c} : D_{p,c} &= w_{a,c} : w_{p,c} = 1 : 36.50 \\ D_{p,o} : D_{p,c} &= w_{p,o} : w_{p,c} = 1 : 1.0176, \end{aligned}$$

welche Verhältnisse in der That mit den besonderen Resultaten auf den Seiten 409 und 410 übereinstimmen.

Wie zu ersehen, ist der passive Erddruck bedeutend grösser als der active, und zwar desto mehr, je mehr sich die Eigenschaften des Erdreiches von jenen der tropfbaren Flüssigkeiten unterscheiden. Für letztere dagegen sind, wie schon früher erwähnt, der active und der passive Druck einander gleich.

§. 94.

Grafische Darstellung des passiven Erddruckes. Zunächst auf den besonderen Fall

A) übergehend, wenn die Erdcohesion gleich Null ist oder nicht in Betracht kommt, ist die Grösse des passiven Erddruckes nach der Formel für $D_{p,o}$ in Nr. (440):

$$D_{p,o} = \frac{1}{2} g \frac{H^2}{\cos \varepsilon} \left[\frac{\cos \frac{1}{2}(\alpha + \varepsilon)}{\sin \frac{1}{2}(\alpha - \varepsilon)} \right]^2.$$

Zu Folge der Formel (431) aber war:

$$G = \frac{1}{2} g \frac{H^2}{\cos \varepsilon} \left[\frac{\cos \frac{1}{2}(\alpha + \varepsilon)}{\sin \frac{1}{2}(\alpha - \varepsilon)} \right],$$

somit ergibt sich die Proportion:

$$D_{p,o} : G = \cos \frac{1}{2} (\alpha + \varepsilon) : \sin \frac{1}{2} (\alpha - \varepsilon),$$

wobei, wie bekannt, G das Gewicht des Bruchprismas AFE (Fig. 158) bezeichnet.

In dem dreieckigen Profile dieses Prismas ist der Winkel bei A , nämlich $\sphericalangle FAE = 90^\circ - \frac{1}{2} (\alpha + \varepsilon)$, und jener bei E , also $\sphericalangle AEF = \frac{1}{2} (\alpha - \varepsilon)$, was man aus den Gleichungen (428) und (429) leicht erkennt und eine Folge der Eigenschaft der Bruchlinie \overline{AE} ist, durch welche insbesondere der Winkel FAL halbart wird*).

Dieserwegen besteht die Proportion:

$$\overline{FE} : \overline{AF} = \sin \sphericalangle EAF : \sin \sphericalangle AEF = \cos \left(\frac{\alpha + \varepsilon}{2} \right) : \sin \left(\frac{\alpha - \varepsilon}{2} \right),$$

also auch:

$$D_{p,o} : G = \overline{FE} : \overline{AF} \dots \dots \dots (446).$$

Hiernach verhält sich der passive Erddruck zum Gewichte des Bruchprismas, wie in dem dreieckigen Profile dieses letzteren die horizontale Seite \overline{FE} zu Wandseite \overline{AF} ; eine bemerkenswerthe Relation, welche laut der Proportion (101) auch in Bezug auf den activen Erddruck vorhanden war.

Auf Grundlage dieser Eigenschaft kann man jetzt ein Erdprisma construiren, dessen Gewicht der Intension des passiven Erddruckes gleich ist. Zu diesem Behufe zeichne man zuerst die Bruchebene \overline{AE} , nämlich durch Halbierung des Winkels FAL , mache sodann $\overline{EL} = \overline{FE}$, und berechne das Gewicht des Erdprismas mit dem Profile FLE . Dieses Gewicht ist nämlich dasjenige, welches der Intension des passiven Erddruckes gleich kommt. Denn man hat:

$$\triangle LFE : \triangle AFE = \overline{FL} : \overline{AF} = \overline{FE} : \overline{AE},$$

*) Hieraus und mit Rücksicht auf die Bemerkungen zur Figur 36 folgt, dass die beiden Bruchprofile, einerseits in Bezug auf den activen und andererseits in Bezug auf den passiven Erddruck bei sonst gleichen Umständen unter einander ähnlich sind.

also auch:

$$g \cdot \triangle LFE : g \cdot \triangle AFE = \overline{FE} : \overline{AF},$$

und wegen $G = g \cdot \triangle AFE$:

$$g \cdot \triangle LFE : G = \overline{FE} : \overline{AF},$$

woraus durch Vergleichung mit der obigen Relation (446) unmittelbar folgt:

$$D_{p,o} = g \cdot \triangle LFE = [\text{Gewicht des Erdprismas } LFE] \dots (447),$$

was zu beweisen war.

Was das Gesetz für die Zunahme des passiven Erddruckes mit der Vermehrung der Druckhöhe betrifft, so gilt dieserwegen dasselbe, was in Bezug des activen Erddruckes im §. 28 unter lit. A bemerkt worden ist.

Indem man nunmehr

B) auf den allgemeineren Fall übergeht, in welchem die Erdcohesion bei der Bestimmung des passiven Erddruckes berücksichtigt werden soll, so wird man zum Behufe der grafischen Darstellung desselben am besten der Formel für $D_{p,c}$ in Nr. (440) die Aufmerksamkeit in der Absicht zuwenden, um zunächst nach den unter lit. A gegebenen Andeutungen den Erddruck $D_{p,o}$ (ohne Rücksicht auf die Cohäsion) mittelst Zeichnung darzustellen, und sodann dieses Resultat um die Differenz $(D_{p,c} - D_{p,o})$ zu vergrössern.

Es ist nämlich:

$$(D_{p,c} - D_{p,o}) = \frac{1}{2} g \frac{Hh}{\cos \varepsilon} \dots \dots \dots (448),$$

also gleich dem Gewichte eines Erdprismas, welches zum Profile ein Dreieck Aff (Fig. 159) hat, dessen Basis die Wandseite $\overline{AF} = \frac{H}{\cos \varepsilon}$ und dessen Höhe die Cohäsionshöhe $\overline{Ff} = h \perp \overline{AF}$ ist.

Hiernach hat man:

$$D_{p,c} = \text{Gewicht des Erdprismas } FLE,$$

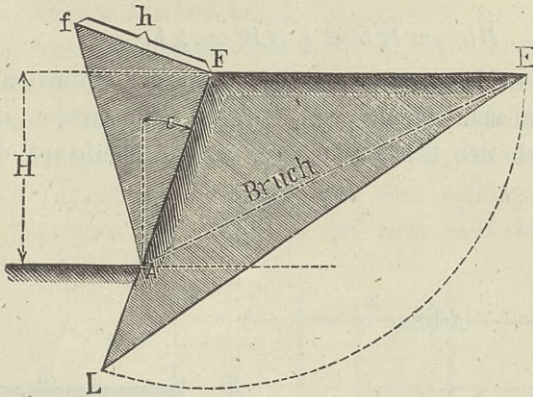
welches nach der Anleitung unter lit. A zu construiren ist, ferner:

$$D_{p,o} = \text{Gewicht des Erdprismas } LAfFE,$$

welches um das Prisma Aff grösser als das vorige ist.

Auch die Zunahme des passiven Druckes cohärirender Erde mit der Vermehrung der Druckhöhe kann leicht in grafischer Weise versinnlichtet werden, und zwar ähnlich, wie dies bezüglich

Fig. 159.



des activen Erddruckes vermittelst der Figuren 39 und 40 gesehen ist.

Indem man nämlich für die Druckhöhe H den passiven Erddruck durch die Formel:

$$D = \frac{1}{2} g \frac{H^2}{\cos \varepsilon} \left\{ \left[\frac{\cos \frac{1}{2} (\alpha + \varepsilon)}{\sin \frac{1}{2} (\alpha - \varepsilon)} \right]^2 + \frac{h}{H} \right\} = k [H^2 + hzH] \dots \dots \dots (449)$$

darstellt, ist derselbe für eine andere Druckhöhe x , wenn solcher mit y bezeichnet wird:

$$y = \frac{1}{2} g \frac{x^2}{\cos \varepsilon} \left\{ \left[\frac{\cos \frac{1}{2} (\alpha + \varepsilon)}{\sin \frac{1}{2} (\alpha - \varepsilon)} \right]^2 + \frac{h}{x} \right\} = k [x^2 + hzx] \dots \dots \dots (450),$$

wenn hiebei als Abkürzung:

$$k = \frac{1}{2} \frac{g}{\cos \varepsilon} \left[\frac{\cos \frac{1}{2} (\alpha + \varepsilon)}{\sin \frac{1}{2} (\alpha - \varepsilon)} \right]^2 \text{ und } z = \left[\frac{\sin \frac{1}{2} (\alpha - \varepsilon)}{\cos \frac{1}{2} (\alpha + \varepsilon)} \right]^2$$

gesetzt wird.

Hiernach ergibt sich:

$$\frac{y}{D} = \frac{x^2 + hzx}{H^2 + hzH} = \frac{x}{H} \left(\frac{x + hz}{H + hz} \right) \dots \dots \dots (451).$$

Stellt man sich vor, dass x die Abscissen und y die Ordinaten einer Curve (Druckveränderungs-Curve) seien, so erhält

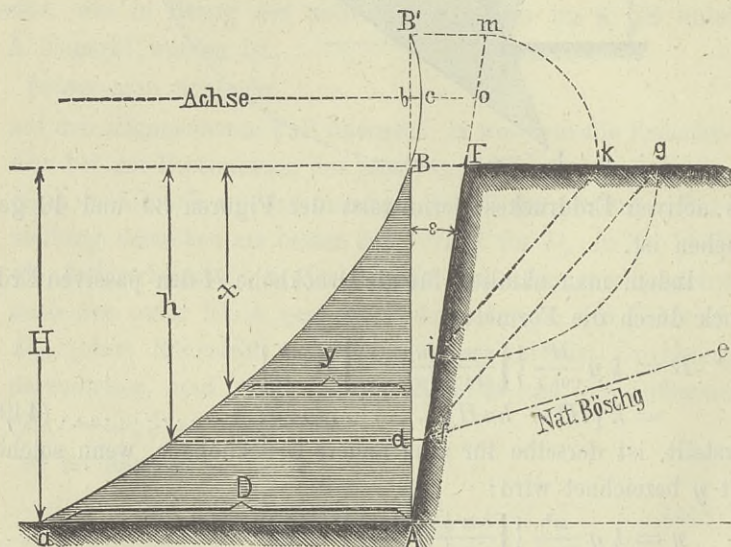
man als solche eine gemeine Parabel, deren Lage in der Fig. 160 anschaulich gemacht ist. Ihr Scheitel liegt in c , ihre Achse aber horizontal, und es ist hiebei:

$$\overline{BB'} = hz = h \left[\frac{\sin \frac{1}{2}(\alpha - \varepsilon)}{\cos \frac{1}{2}(\alpha + \varepsilon)} \right]^2;$$

$$\overline{Bb} = \overline{B'b} = \frac{1}{2} \overline{BB'} = \frac{1}{2} hz.$$

Da der Massstab zur Construction der Ordinaten beliebig ist, so kann man für $D = \overline{Aa}$ irgend eine Grösse annehmen, und hiernach den Scheitelpunkt c , so wie überhaupt die ganze

Fig. 160.



Parabel zeichnen, wenn man beachtet, dass diese durch die Punkte B' , B und a gehen muss. Auch umgekehrt kann man verfahren; man wird nämlich die Ordinate \overline{bc} für den Curvenscheitel beliebig annehmen, und die Parabel durch die Punkte B' , c und B , sofort aber weiter bis zu dem Horizonte, der durch den Wandfuss gelegt wird, zeichnen, wodurch dann der Punkt a und hiernach die Grösse $\overline{Aa} = D$ gefunden wird. Wie man aber auch verfahren mag, in jedem Falle erhält man eine parabolische Curve, deren horizontale Ordinaten y verhältnissmässig die Grösse

des passiven Erddruckes für die dazu gehörigen Druckhöhen α repräsentiren.

Hiebei handelt es sich, wie aus dem Gesagten hervorgeht, vor Allem um die Construction der Linie $\overline{BB'} = hz$, was in folgender Weise geschehen kann:

Man trage die Cohäsionshöhe $\overline{Bd} = h$ von oben herab auf, markire den im Niveau von d liegenden Punkt f an der Wand, ziehe durch diesen Punkt die ansteigende natürliche Böschung \overline{fe} , halbiere den Winkel Ffe durch die Gerade \overline{fg} , mache $\overline{Fi} = \overline{Fg}$, ziehe $\overline{ik} \parallel \overline{fg}$, schneide auf der nach oben verlängerten Wandrichtung das Stück $\overline{Fm} = \overline{Fk}$ ab und ziehe $\overline{mB'}$ horizontal.

Sodann ist:

$$\overline{BB'} = hz = h \left[\frac{\sin \left(\frac{\alpha - \varepsilon}{2} \right)}{\cos \left(\frac{\alpha + \varepsilon}{2} \right)} \right]^2.$$

Denn man hat:

$$\sphericalangle Ffg = \left(\frac{\alpha - \varepsilon}{2} \right), \quad \sphericalangle Fgf = 90 - \left(\frac{\alpha + \varepsilon}{2} \right), \quad \overline{Ff} = \frac{h}{\cos \varepsilon},$$

$$\overline{Fg} = \overline{Ff} \cdot \frac{\sin \left(\frac{\alpha - \varepsilon}{2} \right)}{\cos \left(\frac{\alpha + \varepsilon}{2} \right)} = \frac{h}{\cos \varepsilon} \cdot \frac{\sin \left(\frac{\alpha - \varepsilon}{2} \right)}{\cos \left(\frac{\alpha + \varepsilon}{2} \right)}, \quad \overline{Fi} = \overline{Fg},$$

$$\overline{Fk} = \overline{Fi} \cdot \frac{\sin \left(\frac{\alpha - \varepsilon}{2} \right)}{\cos \left(\frac{\alpha + \varepsilon}{2} \right)} = \frac{h}{\cos \varepsilon} \left[\frac{\sin \left(\frac{\alpha - \varepsilon}{2} \right)}{\cos \left(\frac{\alpha + \varepsilon}{2} \right)} \right]^2, \quad \overline{Fm} = \overline{Fk},$$

somit

$$\overline{BB'} = \overline{Fm} \cdot \cos \varepsilon = h \left[\frac{\sin \left(\frac{\alpha - \varepsilon}{2} \right)}{\cos \left(\frac{\alpha + \varepsilon}{2} \right)} \right]^2 = hz,$$

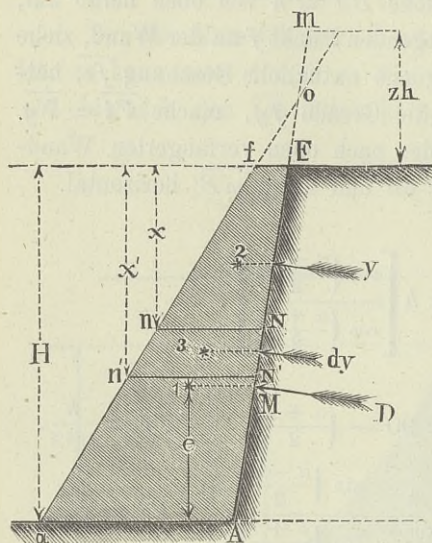
was zu beweisen war.

Die weitere Beweisführung, dass die vorangegebene Parabel der Gleichung (451) entspricht, kann ähnlich, wie auf Seite 99, bezüglich der in der dortigen Figur 39 angedeuteten Parabel geschehen.

Eine andere grafische Darstellung ist (analog mit jener nach Fig. 40) in der Fig. 161 zur Anschauung gebracht. Der passive

Erddruck für irgend eine Höhe x ist nämlich stets dem vorliegenden Trapeze $FfNn$ proportional, wenn man die Gerade af derart zieht, dass ihre Verlängerung durch den Punkt o geht, welche die Linie $F'm$ halbiert, wobei $F'm$ dieselbe Bedeutung wie

Fig. 161.



in der vorigen Fig. 160 hat. So wie also die fraglichen Trapeze von oben nach unten zunehmen, eben so nimmt der passive Erddruck zu, so dass hiernach die Trapeze $FfNn$, $FfN'n'$, $FfAa$ als die Repräsentanten des passiven Erddruckes für die Druckhöhen x , x' , H angesehen werden können. Die Richtigkeit dieser Behauptung kann mit Rücksicht auf die Gleichung (449) eben so bewiesen werden, wie dies auf Seite 100 und 101 bezüglich des activen Erddruckes durch die Vergleichung der dortigen Fig. 40 mit den dazu gehörigen Relationen (102) und (103) geschehen ist.

§. 95.

Einfluss der Richtung der Wand auf die Grösse des passiven Erddruckes. Auf einem ähnlichen Wege, wie im §. 29, findet man leicht, dass die Grösse des passiven Erddruckes unter sonst gleichen Umständen mit dem Wandneigungswinkel ε zunimmt, so dass man schreiben kann:

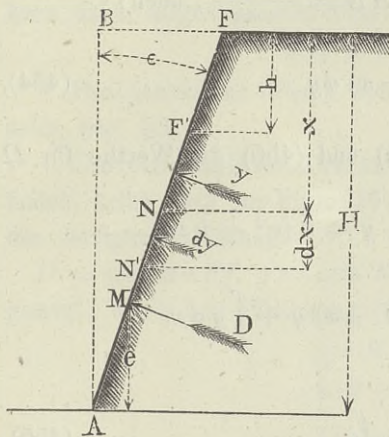
$$D_{\varepsilon} > D_0 > D_{-\varepsilon} \dots \dots \dots (452).$$

Wird daher eine Wand an ein Erdreich gedrückt,} so wird dasselbe am leichtesten nach rückwärts verschoben, wenn die Wand überhängt, minder leicht, wenn sie lothrecht steht, und am schwierigsten, wenn sie liegend ist.

§. 96.

Mittelpunkt des passiven Erddruckes. Ist eine Cohäsion des Erdreiches nicht in Rechnung zu nehmen, so steht die Grösse des passiven Erddruckes im quadratischen Verhältnisse

Fig. 162.



mit der Druckhöhe, also eben so, wie solches in Bezug auf den hydrostatischen Druck der Fall ist, weshalb dann der Mittelpunkt des Druckes hier wie dort in dem dritten Theile der Druckhöhe, von der Wandbasis an gerechnet, sich befindet.

Eine andere Lage kommt jedoch diesem Druckmittelpunkte zu, wenn hiebei eine Cohäsion des Erdreiches in Rechnung zu bringen ist. Zur

diesfälligen Untersuchung stehe die Fig. 162 in Betracht, in welcher M der fragliche Mittelpunkt des passiven Erddruckes, und e sein Abstand von dem Niveau der Wandbasis sein soll.

Man nenne:

H ... die ganze Wandhöhe \overline{AB} ;

D ... die Grösse des in dieser Höhe stattfindenden passiven Erddruckes;

h ... die Cohäsionshöhe;

x ... eine beliebig gewählte Druckhöhe;

y ... den innerhalb derselben entstehenden passiven Erddruck;

dx ... die unendlich kleine Vergrößerung der Druckhöhe x ;

dy ... die unendlich kleine Zunahme von y , welche zugleich den passiven Erddruck gegen das Wandelement $\overline{NN'}$ vorstellt;

und behalte die sonstigen Bezeichnungen: α , ε und g bei.

Das zur Bestimmung von e einzuhaltende Verfahren ist in der Hauptsache mit jenem im §. 30, bezüglich des activen Erddruckes, übereinstimmend, nur sind jetzt die betreffenden Integra-

tionsgrenzen: $x=0$ und $x=H$, weil auch innerhalb der Cohäsionshöhe h ein passiver Erddruck vorhanden ist. Hiernach erhält man:

$$D \cdot \overline{AM} = \int_{x=0}^{x=H} \overline{AN} \cdot dy \dots \dots \dots (453),$$

daher, wegen $\overline{AM} = \frac{e}{\cos \varepsilon}$ und $\overline{AN} = \frac{(H-x)}{\cos \varepsilon}$, auch:

$$De = \int_{x=0}^{x=H} (H-x) dy \dots \dots \dots (454),$$

worin laut der Gleichungen (449) und (450) die Werthe für D und y folgende sind:

$$D = k(H^2 + hzH), \quad y = k(x^2 + hzx).$$

Allgemein ist:

$$\int (H-x) dy = (H-x) y + \int y dx,$$

daher insbesondere:

$$\int_{x=0}^{x=H} (H-x) dy = \int_0^H y dx \dots \dots \dots (455),$$

weil das Glied $(H-x)y$ sowohl für $x=0$, als auch für $x=H$, somit in dem hiernach begrenzten Integrale jedenfalls verschwindet.

Man hat daher:

$$\begin{aligned} De &= \int_0^H y dx = k \int_0^H (x^2 + hzx) dx \\ &= \frac{1}{3} k H^3 \left(1 + \frac{3z h}{2H} \right), \end{aligned}$$

und, statt D den vorigen Werth eingesetzt:

$$\begin{aligned} e &= \frac{1}{3} H \left[\frac{1 + \frac{3}{2} z \frac{h}{H}}{1 + z \frac{h}{H}} \right] \\ &= \frac{1}{3} H \left\{ \frac{1 + \frac{3}{2} \left[\frac{\sin \frac{1}{2}(\alpha - \varepsilon)}{\cos \frac{1}{2}(\alpha + \varepsilon)} \right]^2 \frac{h}{H}}{1 + \left[\frac{\sin \frac{1}{2}(\alpha - \varepsilon)}{\cos \frac{1}{2}(\alpha + \varepsilon)} \right]^2 \frac{h}{H}} \right\} \dots \dots \dots (456), \end{aligned}$$

wenn man unter Einem den Werth von z zurückschreibt.

Die Relation (456) lehrt, dass der Mittelpunkt des passiven Erddruckes bei cohärirendem Erdreiche höher liegt, als bei cohäsionslosem, und zwar desto höher, je grösser die Erdcohäsion ist. Indessen muss e immer kleiner sein, als $\frac{1}{2}H$, weil dieser letztere Werth erst für $\frac{h}{H} = \infty$ zum Vorschein kommt. Man kann daher allgemein schreiben:

$$\frac{1}{2}H > e > \frac{1}{3}H \dots \dots \dots (457).$$

Den jeweiligen Werth von z findet man aus der VI. Tabelle, pag. 90.

Um den fraglichen Druckmittelpunkt mittelst Zeichnung zu finden, kehre man zur Figur 161 zurück, und beachte, dass nach der dortigen Erklärung

$D = \text{area } AaFf$, $y = \text{area } NnFf$ und $dy = \text{area } NnN'n'$ gesetzt, somit laut Gleichung (454) geschrieben werden kann:

$$e = \frac{\int_{x=0}^{x=H} (H-x) \text{area } NnN'n'}{\text{area } AaFf} \dots \dots \dots (458),$$

welche Relation besagt, dass der Mittelpunkt des passiven Erddruckes D im Niveau des Schwerpunktes (1) des Trapezes $AaFf$ gelegen ist.

Eben so befindet sich der Angriffspunkt für den passiven Erddruck y bei der Druckhöhe x in dem Niveau des Schwerpunktes (2) von dem Trapeze $NnFf$, und jener für dy innerhalb des Wandelementes $(x' - x) = dx$ im Niveau des Schwerpunktes (3) von dem Trapeze $NnN'n'$. Die Aufsuchung des jeweiligen Schwerpunktes geschieht am besten nach derjenigen Regel, welche in der Figur 45 zur Anwendung gekommen ist.

§. 97.

Einfluss einer zufälligen Belastung des hinter einer Wand aufgeschichteten Erdreiches auf dem passiven Druck dieses Letzteren. Es leuchtet ein, dass bei dem Vorhandensein einer zufälligen Belastung der passive

Erddruck grösser werden muss, als ohne eine solche. Um so gleich einen bestimmten Fall zu untersuchen, werde, eben so wie bezüglich des activen Erddruckes, angenommen, dass die zufällige Belastung auf der [horizontalen Oberfläche des Erdreiches gleichförmig vertheilt, und das auf die Quadrateinheit entfallende Gewicht p sei. Wie im §. 31, so findet man auch hier, dass die Grösse des passiven Erddruckes D' , welcher bei dem Vorhandensein der zufälligen Belastung entsteht, aus der Grösse desjenigen passiven Erddruckes D , welcher dem alleinigen Erdreiche zukommt, gefunden wird, wenn man in dem Ausdrucke für D — siehe die Relationen (432) und (434) — g' anstatt g substituirt, wobei man

$$g' = g + \frac{2p}{H} = g \left(1 + \frac{2p}{gH} \right)$$

zu setzen hat.

Hiernach ergibt sich Folgendes:

$$\begin{aligned} D &= \frac{1}{2} g \frac{H^2}{\cos \varepsilon} \left[\frac{\cos^2 \frac{1}{2} (\alpha + \varepsilon) + \frac{2c}{gH} \sin \alpha \cos \varepsilon}{\sin^2 \frac{1}{2} (\alpha - \varepsilon)} \right] \\ &= \frac{1}{2} \frac{H}{\cos \varepsilon} \left[\frac{gH \cos^2 \frac{1}{2} (\alpha + \varepsilon) + 2c \sin \alpha \cos \varepsilon}{\sin^2 \frac{1}{2} (\alpha - \varepsilon)} \right], \\ D' &= \frac{1}{2} \frac{H}{\cos \varepsilon} \left[\frac{g'H \cos^2 \frac{1}{2} (\alpha + \varepsilon) + 2c \sin \alpha \cos \varepsilon}{\sin^2 \frac{1}{2} (\alpha - \varepsilon)} \right] \\ &= \frac{1}{2} \frac{H}{\cos \varepsilon} \left[\frac{(gH + 2p) \cos^2 \frac{1}{2} (\alpha + \varepsilon) + 2c \sin \alpha \cos \varepsilon}{\sin^2 \frac{1}{2} (\alpha - \varepsilon)} \right] \\ &= \frac{1}{2} \frac{H}{\cos \varepsilon} \left[(gH + 2p) \frac{\cos^2 \frac{1}{2} (\alpha + \varepsilon)}{\sin^2 \frac{1}{2} (\alpha - \varepsilon)} + gh \right] \dots \dots (459). \end{aligned}$$

Dieser Ausdruck kann noch unter verschiedenen anderen Gestalten gegeben werden, nämlich:

$$D' = \frac{1}{2} g \frac{H^2}{\cos \varepsilon} \left\{ \left(1 + \frac{2p}{gH} \right) \left[\frac{\cos \frac{1}{2} (\alpha + \varepsilon)}{\sin \frac{1}{2} (\alpha - \varepsilon)} \right]^2 + \frac{h}{H} \right\} \dots \dots (460),$$

oder auch:

$$\begin{aligned} D' &= \frac{1}{2} g \frac{H^2}{\cos \varepsilon} \left\{ \left[\frac{\cos \frac{1}{2} (\alpha + \varepsilon)}{\sin \frac{1}{2} (\alpha - \varepsilon)} \right]^2 + \frac{h}{H} + \frac{2p}{gH} \left[\frac{\cos \frac{1}{2} (\alpha + \varepsilon)}{\sin \frac{1}{2} (\alpha - \varepsilon)} \right]^2 \right\} \\ &= D + \frac{pH}{\cos \varepsilon} \left[\frac{\cos \frac{1}{2} (\alpha + \varepsilon)}{\sin \frac{1}{2} (\alpha - \varepsilon)} \right]^2 \dots \dots \dots (461); \end{aligned}$$

wonach man die Differenz zwischen den Druckwerthen einerseits mit und andererseits ohne Rücksicht auf die Wirkung der zufälligen Belastung mittelst der Formel:

$$D' - D = \frac{pH}{\cos \varepsilon} \left[\frac{\cos \frac{1}{2}(\alpha + \varepsilon)}{\sin \frac{1}{2}(\alpha - \varepsilon)} \right]^2 \dots \dots \dots (462),$$

also unabhängig von der Erdcohesion findet. *)

Ist die Erdcohesion $c = 0$, also auch die Cohäsionshöhe $h = 0$, so geht die Gleichung (460) in folgende über:

$$\begin{aligned} D' &= \frac{1}{2} g \left(1 + \frac{2p}{gH} \right) H^2 \left[\frac{\cos \frac{1}{2}(\alpha + \varepsilon)}{\sin \frac{1}{2}(\alpha - \varepsilon)} \right]^2 \\ &= \left(1 + \frac{2p}{gH} \right) D \dots \dots \dots (463), \end{aligned}$$

wonach das Verhältniss entsteht:

$$D : D' = 1 : \left(1 + \frac{2p}{gH} \right),$$

somit eben so, wie solches aus der Gleichung (123) bezüglich des activen Erddruckes folgt. †

Uebergehend auf den Mittelpunkt des passiven Erddruckes bei dem Vorhandensein einer zufälligen Belastung, so hat man zur Bestimmung desselben der Hauptsache nach in derselben Weise, wie im §. 31, wo von dem activen Erddrucke die Rede ist, vorzugehen. Auch die dortige Figur 47 und die hiebei gewählten Bezeichnungen, nur jetzt auf den passiven Erddruck Bezug nehmend, können beibehalten werden, mit Ausnahme der Grösse h , welche dermalen nicht in Betracht kommt.

Diesen Bemerkungen gemäss erhält man nach der Gleichung (460):

$$\begin{aligned} D' &= \frac{1}{2} g \frac{H}{\cos \varepsilon} \left[\frac{\cos \frac{1}{2}(\alpha + \varepsilon)}{\sin \frac{1}{2}(\alpha - \varepsilon)} \right]^2 \left\{ \left(H + \frac{2p}{g} \right) + h \left[\frac{\sin \frac{1}{2}(\alpha - \varepsilon)}{\cos \frac{1}{2}(\alpha + \varepsilon)} \right]^2 \right\} \\ &= kH[H + a] \dots \dots \dots (464), \end{aligned}$$

wenn man zur Abkürzung setzt:

$$\left. \begin{aligned} k &= \frac{g}{2 \cos \varepsilon} \left[\frac{\cos \frac{1}{2}(\alpha + \varepsilon)}{\sin \frac{1}{2}(\alpha - \varepsilon)} \right]^2 \dots \dots \dots \\ a &= \frac{2p}{g} + h \left[\frac{\sin \frac{1}{2}(\alpha - \varepsilon)}{\cos \frac{1}{2}(\alpha + \varepsilon)} \right]^2 \dots \dots \dots \end{aligned} \right\} (465).$$

*) In Bezug auf den activen Erddruck ergibt sich die analoge Differenz, indem man die Gleichungen (93) und (120) mit einander verbindet, in folgender Weise:

$$D' - D = \frac{pH}{\cos \varepsilon} \left[\frac{\sin \frac{1}{2}(\alpha - \varepsilon)}{\cos \frac{1}{2}(\alpha + \varepsilon)} \right]^2,$$

somit ebenfalls unabhängig von der Erdcohesion.

Analog damit wird man jetzt für die Druckhöhe x schreiben :

$$y' = kx(x + a) = k(ax + x^2) \dots \dots \dots (466),$$

wonach man auf die statische Momentengleichung gelangt:

$$D' \cdot \overline{AM} = \int_{x=0}^{x=H} \overline{AN} \cdot dy' \dots \dots \dots (467),$$

wenn man beachtet, dass dormalen das begrenzte Integrale offenbar mit $x = 0$ beginnt.

Wegen $\overline{AM} = \frac{e'}{\cos \varepsilon}$ und $\overline{AN} = \left(\frac{H-x}{\cos \varepsilon} \right)$ hat man weiter:

$$\begin{aligned} D' e' &= \int_{x=0}^{x=H} (H-x) dy' = [(H-x) y']_{x=0}^{x=H} + \int_0^H y' dx \\ &= \int_0^H y' dx = k \int_0^H (ax + x^2) dx = k \left(\frac{1}{2} a H^2 + \frac{1}{3} H^3 \right) \\ &= \frac{1}{3} k H^2 (H + \frac{2}{3} a) \dots \dots \dots (468), \end{aligned}$$

indem man hiebei berücksichtigt, dass $(H-x) y'$ für die Grenzwerte von $x = 0$ und $x = H$ verschwindet.

Gemäss der Gleichung (468) folgt durch Einsetzung des Werthes für D' aus (464):

$$e' = \frac{1}{3} H \left(\frac{H + \frac{2}{3} a}{H + a} \right) = \frac{1}{3} H \left(\frac{1 + \frac{2}{3} \frac{a}{H}}{1 + \frac{a}{H}} \right),$$

somit wegen der Relation für a in (465):

$$e' = \frac{1}{3} H \left\{ \frac{1 + \frac{2}{3} \left[\frac{\sin \frac{1}{2} (\alpha - \varepsilon)}{\cos \frac{1}{2} (\alpha + \varepsilon)} \right]^2 \frac{h}{H} + \frac{3p}{gH}}{1 + \left[\frac{\sin \frac{1}{2} (\alpha - \varepsilon)}{\cos \frac{1}{2} (\alpha + \varepsilon)} \right]^2 \frac{h}{H} + \frac{2p}{gH}} \right\} \dots \dots (469),$$

wonach der Druckmittelpunkt sowohl vermöge der Erdcohesion als auch vermöge der zufälligen Belastung über das Drittel der Druckhöhe hinaufrückt.

Für $p = 0$ geht die Gleichung (469), wie es sein soll, in jene unter (456) über, und für $h = 0$ erhält man insbesondere:

$$e' = \frac{1}{3} H \left(\frac{1 + \frac{3p}{gH}}{1 + \frac{2p}{gH}} \right),$$

also dieselbe Relation, welche bei cohäsionslosem Erdreiche auch bezüglich des activen Erddruckes — siehe Gleichung (134) — gefunden ward.

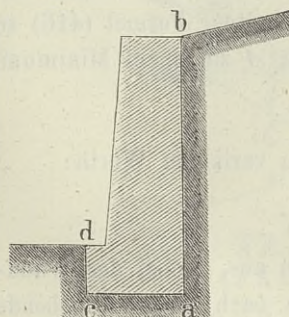
Für $\frac{h}{H} = \infty$ oder $\frac{p}{H} = \infty$, oder auch in beiden Fällen zugleich, ergibt sich $e' = \frac{1}{3} H$, welches Resultat den nicht erreichbaren oberen Grenzwert h bezeichnet, während der untere Grenzwert für $h = 0$ und $p = 0$ entsteht, und insbesondere $\frac{1}{3} H$ wird, so dass die im §. 96 aufgestellte Relation (457) auch in Bezug auf das belastete Erdreich gilt.

§. 98.

Besondere Bemerkungen für die Praxis. Die Berücksichtigung des passiven Erddruckes kommt vorzugsweise bei der Beurtheilung der Stabilität von Stützmauer-Fundamenten vor, worauf schon auf Seite 17 hingewiesen wurde.

Soll ein derartiges Mauer-Fundament (Fig. 163) gehörig fixirt sein, so muss es eine solide Basis \overline{ac} haben, und zudem an seiner Vorderseite \overline{cd} durch den passiven Druck des vorliegenden Erdreiches gegen Verschiebung oder Drehung gesichert sein. Hier handelt es sich also auch um die Bestimmung des passiven Erddruckes von der Druckhöhe \overline{cd} . Wenn in einem solchen Falle von der Cohäsion zwischen den Erdtheilchen, so wie von der Reibung zwischen diesen und der Fundamentwand \overline{cd} abgesehen wird, so ist dies offenbar zu Gunsten der Stabilität, doch muss

Fig. 163.



man hiebei das Gewicht des Erdreiches mit Rücksicht auf die allfällige Verdichtung desselben in Rechnung nehmen, weil es

nicht wohl angeht, auch noch die günstige Wirkung einer solchen Verdichtung zu vernachlässigen. Der Mittelpunkt des passiven Erddruckes kann hiebei, da weder eine Erdcohesion noch eine zufällige Belastung vor dem Fundamentsfusse in Betracht kommt, geradezu in dem dritten Theile der Druckhöhe \overline{cd}_2 (von c an gerechnet) angenommen werden.

Zweites Capitel.

Allgemeine Regeln zur Bestimmung der gefährlichen oder Bruchböschung und des passiven Druckes eines hinter einer Wand aufgeschichteten Erdreiches bei beliebiger Gestalt der Oberfläche desselben. Grafische Auflösung.

§. 99.

Eigenthümliche Untersuchungsmethode. In analoger Weise, wie bei der Untersuchung des activen Erddruckes in §. 47, kann man auch in Bezug auf den passiven Erddruck vorgehen. Indem hiebei wieder der Einfluss der etwaigen Erdecohesion vernachlässiget und weiter beachtet wird, dass zu Folge der in dem laufenden Abschnitte gemachten Voraussetzung auch die Reibung zwischen dem Erdreiche und der Wand entfällt, hat man die im Uebrigen ganz allgemein gehaltene Formel (416) zu untersuchen, und hierin den Werth von Δ zu einem Minimum, also $\frac{d\Delta}{d\varphi'} = 0$ zu machen.

Zu diesem Behufe drücke man den variablen Werth:

$$\Delta = \frac{X \sin \varphi'}{\cos (\varphi' + \varepsilon)}$$

als eine Function von Polar-Coordinationen aus, wobei der Wandfuss A als Pol angenommen wird, die nach abwärts gehende natürliche Böschung \overline{Aq} die Polarachse, somit φ' den Polarwinkel vorstellt, die Gerade $\overline{AK} = S$ aber der dazu gehörige Leitstrahl ist. (Fig. 164.)

Was die Rechnungsoperation betrifft, welche in Anwendung zu bringen ist, um $\frac{d\Delta}{d\varphi} = 0$ zu machen, so hat man hiezu in derselben Weise zu verfahren, wie dies im §. 47 bezüglich der Nullsetzung des dortigen Differential-Quotienten $\frac{d\Delta}{d\varphi}$ der Fall war, nur mit dem einzigen Unterschiede, dass anstatt φ und γ , dormalen stets φ' und γ' zu schreiben ist.

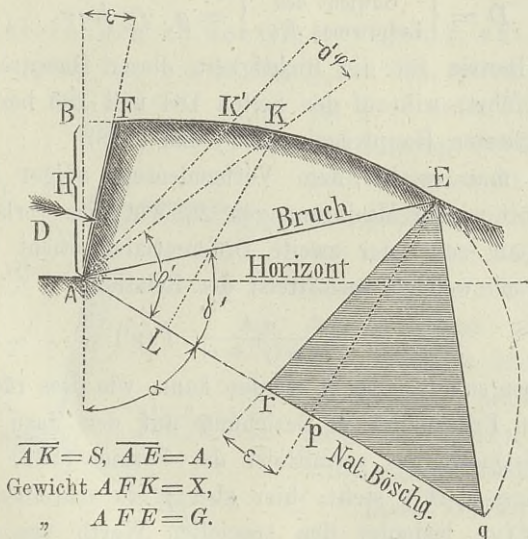
Hiernach erhält man, ähnlich wie in (175) und (176), die Bedingungsgleichungen:

$$G = \frac{1}{2} g A^2 \frac{\sin \gamma' \cos (\gamma' + \varepsilon)}{\cos \varepsilon} \dots\dots\dots (470)$$

$$D = \frac{1}{2} g A^2 \frac{\sin^2 \gamma'}{\cos \varepsilon} \dots\dots\dots (471),$$

worin $\gamma' = \sphericalangle EAq$ den Bruchwinkel, $A = \overline{AE}$ die Länge der Bruchlinie, $G = g \cdot \text{area } AFE$ das Gewicht des Bruchprismas und D die Grösse des passiven Erddruckes bedeutet.

Fig. 164.



Diese Gleichungen enthalten zwei eben so einfache wie merkwürdige Hauptregeln, welche man leicht

erkennt, wenn man die geometrische Bedeutung derselben in's Auge fasst. Zieht man nämlich $\overline{Ep} \perp \overline{Aq}$, setzt an dieses Perpendikel den $\sphericalangle pEr = \varepsilon$, und construirt das gleichschenklige Dreieck Eqr , indem man $\overline{qr} = \overline{Er}$ macht, so finden folgende zwei Hauptregeln statt:

Erste Hauptregel.

Durch die Bruchlinie \overline{AE} wird die Fläche $AFEr$ halbt; es ist somit:

$$\text{area } AFE = \triangle AEr = \frac{1}{2} A^2 \frac{\sin \gamma' \cos (\gamma' + \varepsilon)}{\cos \varepsilon} \dots (472).$$

Auf Grund dieser Eigenschaft kann die Lage der Bruchlinie construirt werden.

Zweite Hauptregel.

Das Gewicht des Erdprismas mit dem Profile Eqr ist gleich der Grösse des passiven Erddruckes gegen die Wand, es ergibt sich daher:

$$D = \left\{ \begin{array}{l} \text{Gewicht des} \\ \text{Erdprismas } Eqr \end{array} \right\} = g \cdot \triangle Eqr \dots \dots \dots (473).$$

Der Beweis für die Richtigkeit dieser Hauptregeln wird eben so geführt, wie auf den Seiten 184 und 185 bezüglich der dort betrachteten Hauptregeln (177) und (178).

Dass man es bei dem Vorhandensein obiger Relationen wirklich mit einem Minimum von \mathcal{A} , wie dies verlangt wird, zu thun hat, zeigt der zweite Differential-Quotient von \mathcal{A} in Bezug auf φ' , welcher vermittelt der Relation:

$$\frac{d^2 \mathcal{A}}{d\varphi'^2} = - \frac{gA}{\cos (\gamma' + \varepsilon)} \cdot f(\gamma') \dots \dots \dots (474),$$

nämlich eben so ausgedrückt werden kann, wie dies rücksichtlich des activen Erddruckes in Beziehung auf den dazu gehörigen Differential-Quotienten vermittelt der Formel (181) geschehen ist, nur dass dort γ steht, hier aber γ' zu schreiben ist. Die Function $f(\gamma')$ bedeutet den speciellen Werth von $f(\varphi')$ für $\varphi' = \gamma'$, wobei

$$f(\varphi') = \frac{dZ}{d\varphi'},$$

Z aber das Perpendikel \overline{KL} auf die natürliche Böschung \overline{Aq} vorstellt.

Indem nun im Allgemeinen die Grösse des Perpendikels Z mit der Zunahme von φ' abnimmt, weil die Oberfläche des cohäsionslos angenommenen Hinterfüllungsmateriales niemals steiler abfallen kann, als die natürliche Böschung \overline{Aq} , so wird in der Regel $\frac{dZ}{d\varphi'}$ negativ, daher $\frac{d^2\Delta}{d\varphi'^2}$ positiv, was in der That auf ein Minimum von Δ hinweist.

Nur in dem Grenzfalle, wenn die Oberfläche des Hinterfüllungsmateriales an der betreffenden Stelle geradezu nach der natürlichen Böschung abfällt, ist der erwähnte Differential-Quotient gleich Null, indessen gelten auch dann die vorigen Hauptregeln noch immer, und zwar aus demselben Grunde, welcher auch bezüglich des activen Erddruckes in dem analogen Falle (siehe pag. 190) angegeben wurde.

§. 100.

Erläuterungen zu den im vorigen §. enthaltenen Gesetzen. Alles das, was in Bezug auf den activen Erddruck

im §. 48 unter lit. A, B, C und D gesagt worden ist, gilt auch dermalen in Bezug auf den passiven Erddruck, nur hat man jetzt die natürliche Böschung des Erdreiches durch den Wandfuss nicht nach auf-, sondern nach abwärts zu zeichnen, und hiernach auch die Orientirungslinie entsprechend zu ziehen.

Diese Orientirungslinie (\overline{Fb}) wird nämlich gefunden, wenn man vom Wand-

kopfe F das Perpendikel \overline{Fa} auf die natürliche Böschung \overline{AI}

Fig. 165.

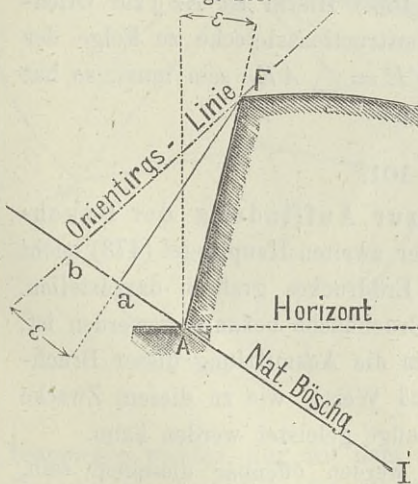
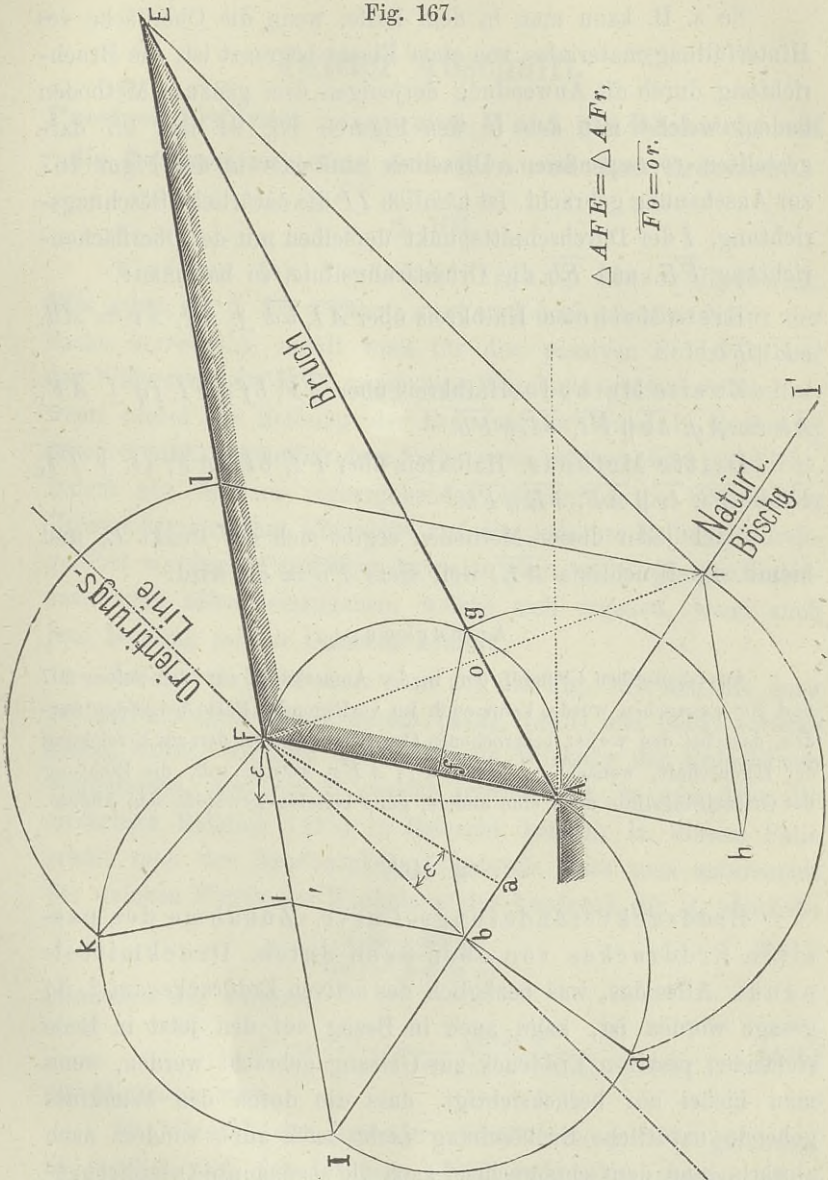


Fig. 167.



besprochen wurden, nur mit dem schon im vorigen §. bemerkten Unterschieden bezüglich der Richtung für die natürliche Erdböschung und der Orientierungslinie.

So z. B. kann man in dem Falle, wenn die Oberfläche des Hinterfüllungsmateriales von einer Ebene begrenzt ist, die Bruchrichtung durch die Anwendung derjenigen drei genauen Methoden finden, welche mit den in den Figuren 93, 94 und 95 dargestellten correspondiren. Dieselben sind hier in der Figur 167 zur Anschauung gebracht. Ist nämlich \overline{II} die natürliche Böschungsrictung, I der Durchschnittspunkt derselben mit der Oberflächenrictung \overline{FE} , und \overline{Fb} die Orientirungslinie, so hat man:

Erste Methode. Halbkreis über \overline{AI} , $\overline{bd} \perp \overline{AI}$, $\overline{Ar} = \overline{Ad}$, $\overline{rE} \parallel \overline{Fb}$.

Zweite Methode. Halbkreis über \overline{AF} , $\overline{bf} \parallel \overline{FI}$, $\overline{fg} \perp \overline{AF}$, $\overline{Ah} = \overline{Ag}$, $\overline{hr} \parallel \overline{FI}$, $\overline{rE} \parallel \overline{Fb}$.

Dritte Methode. Halbkreis über \overline{FI} , $\overline{bi} \parallel \overline{AF}$, $\overline{ik} \perp \overline{FI}$, $\overline{Fk} = \overline{Fl}$, $\overline{lr} \parallel \overline{AF}$, $\overline{rE} \parallel \overline{Fb}$.

Nach jeder dieser Methoden ergibt sich der Punkt E , und hiemit die Bruchlinie \overline{AE} , weil stets $\overline{Fo} = \overline{or}$ wird.

Anmerkung.

Aus demselben Grunde, der in der Anmerkung auf den Seiten 207 und 208 angegeben wurde, kann auch im vorliegenden Falle beigefügt werden, dass bei den vorher besprochenen Constructionsmethoden zur Erreichung der Eigenschaft, wonach $\triangle AFE = \triangle AEr$ werden soll, die Rictung der Orientirungslinie auch eine andere, ganz beliebig gewählte sein könnte.

§. 102.

Erddruckveränderungs-Curve. Zunahme des passiven Erddruckes von oben nach unten. Druckmittelpunkt. Alles das, was bezüglich des activen Erddruckes im §. 54 gesagt worden ist, kann auch in Bezug auf den jetzt in Rede stehenden passiven Erddruck zur Geltung gebracht werden, wenn man hiebei nur berücksichtigt, dass die durch den Wandfuss gehende natürliche Erdböschung nicht nach auf-, sondern nach abwärts, und dem entsprechend auch die sogenannte Orientirungslinie einzuzeichnen ist.

Dritter Abschnitt.

Passiver Erddruck gegen eine Wand mit Rücksicht auf die Reibung zwischen derselben und dem Erdreiche.

§. 103.

Einfluss der Berücksichtigung dieser Reibung. Wie schon im §. 92 erwähnt ward und auch aus der Natur der Sache hervorgeht, erhält man für den passiven Erddruck oder den Widerstand der Erde gegen eine Wand ein grösseres Resultat, wenn hiebei die Reibung der Erde an der Wand in Rechnung gezogen wird, gegenüber dem Falle, wenn solches nicht geschieht. Indem nun in dem vorhergehenden Abschnitte die bezüglichen Untersuchungen ohne Rücksicht auf die gedachte Reibung durchgeführt wurden, so erübriget dermalen noch, auf diejenigen Untersuchungen näher einzugehen, welche sich ergeben, wenn auch jene Reibung mit in Betracht kommt.

In diesem Falle muss man auf die Fig. 155 und die dazu gehörigen allgemeinen Formeln (412), (413) und (414) zurückgehen, wobei, wie dies üblich ist, die Wirkung der Erdeohäsion weggelassen, also $c = 0$ gesetzt werden soll, so dass dann die einfachere Relation (418) in Betracht kommt. In diesem Falle erhält man den Bruchwinkel γ' dadurch, dass man untersucht, für welchen Werth des Winkels φ' der Ausdruck für Δ , nämlich:

$$\Delta = \frac{X \cos \varrho \sin \varphi'}{\cos (\varphi' + \varepsilon + \varrho)},$$

also auch der weitere:

$$\Delta' = \frac{\Delta}{\cos \varrho} = \frac{X \sin \varphi'}{\cos (\varphi' + \varepsilon + \varrho)} \dots \dots \dots (475)$$

ein Minimum wird.

Ist hiernach der besondere Werth von $\varphi' = \gamma'$ gefunden, so ergeben sich den Formeln (407) und (418) gemäss nachstehende Relationen:

$$\mathfrak{D} = \min \Delta' = \frac{G \sin \gamma'}{\cos (\gamma' + \varepsilon + \varrho)} \dots \dots \dots (476)$$

$$D = \mathfrak{D} \cos \varrho \dots\dots\dots (477)$$

$$R = \mathfrak{D} \sin \varrho = R \operatorname{tg} \varrho = \mu R \dots\dots\dots (478),$$

wobei \mathfrak{D} den schiefen und D den normalen Passivdruck, ferner R die Reibung an der Wand und $\operatorname{tg} \varrho = \mu$ den Reibungscoefficienten hiefür bezeichnen. G ist das Gewicht des Bruchprismas, also derjenige Werth von X , welcher für $\varphi' = \gamma'$ entsteht. Im Uebrigen wird sich hiebei auf die Figuren 155 und 156 bezogen.

Erstes Capitel.

Allgemeine Regeln zur Bestimmung der gefährlichen oder Bruchböschung und des passiven Druckes von cohäsionslosem Erdmateriale gegen eine Wand bei beliebiger Gestalt der Oberfläche des Erdreiches unter Mitberücksichtigung der Reibung zwischen demselben und der Wand. Grafische Auflösung.

§. 104.

Eigenthümliche Untersuchungsmethode. Man kann eben so wie im §. 99 verfahren, nur dass dort $\mu = \operatorname{tg} \varrho = 0$ gesetzt ward, während hier ein gewisser Werth hiefür einzuführen ist. Vergleicht man den Ausdruck für \mathcal{A}' in der vorigen Gleichung (475) mit jenem für \mathcal{A} im §. 99. auf der Seite 426, so ist zu ersehen, dass der Werth von \mathcal{A}' aus Formel für \mathcal{A} entstehend gedacht werden kann, wenn man in dieser $(\varepsilon + \varrho)$ anstatt ε einsetzt. Dieser Wahrnehmung zu Folge ist man berechtigt, die Gleichungen (470) und (471) sogleich hieher zu übertragen, wenn man, wie eben bemerkt, überall $(\varepsilon + \varrho)$ anstatt ε setzt, und weiter beachtet, dass der Minimalwerth von \mathcal{A}' den schiefen Passivdruck \mathfrak{D} bezeichnet.

Hiernach ergeben sich folgende Bedingungsgleichungen:

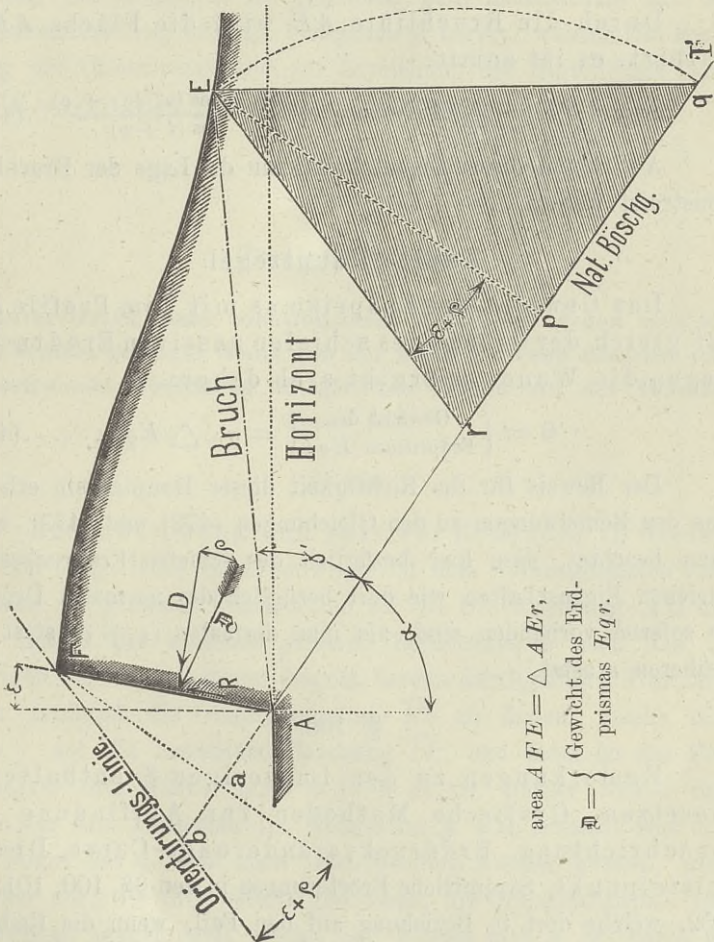
$$G = \frac{1}{2} g A^2 \frac{\sin \gamma' \cos (\gamma' + \varepsilon + \varrho)}{\cos (\varepsilon + \varrho)} \dots\dots\dots (479),$$

$$\mathfrak{D} = \frac{1}{2} g A^2 \frac{\sin^2 \gamma'}{\cos (\varepsilon + \varrho)} \dots\dots\dots (480),$$

worin $A = \overline{AE}$ die Länge der Bruchlinie im Bruchprofile anzeigt.

Analog, wie dies bei den Gleichungen (470) und (471) der Fall war, enthalten auch die jetzt gefundenen Formeln zwei eben so einfache wie merkwürdige Haupt-

Fig. 168.



regeln, welche man leicht erkennt, wenn man die geometrische Bedeutung derselben in's Auge fasst.

Zieht man nämlich (Fig. 168) $\overline{Ep} \perp \overline{Ar}$, setzt an dieses Perpendikel den $\sphericalangle pEr = (\epsilon + \rho)$ und construirt das gleich-

schenkliche Dreieck Eqr , indem man $\overline{qr} = \overline{Er}$ macht, so finden folgende zwei Hauptregeln statt:

Erste Hauptregel.

Durch die Bruchlinie \overline{AE} wird die Fläche $AFEr$ halbiert, es ist somit:

$$\text{area } AFE = \triangle AEr = \frac{1}{2} A^2 \frac{\sin \gamma' \cos (\gamma' + \varepsilon + \varrho)}{\cos (\varepsilon + \varrho)} \dots (481).$$

Auf Grund dieser Eigenschaft kann die Lage der Bruchlinie construirt werden.

Zweite Hauptregel.

Das Gewicht des Erdprismas mit dem Profile Eqr ist gleich der Grösse des schiefen passiven Erddruckes gegen die Wand, es ergibt sich daher:

$$D = \left\{ \begin{array}{l} \text{Gewicht des} \\ \text{Erdprismas } Eqr \end{array} \right\} = g \cdot \triangle Eqr \dots \dots (482).$$

Der Beweis für die Richtigkeit dieser Hauptregeln erhellet aus den Bemerkungen zu den Gleichungen (472) und (473), wenn man beachtet, dass hier bezüglich des schiefen Erddruckes die gleichen Eigenschaften wie dort bezüglich des normalen Druckes in soferne vorhanden sind, als man dormalen $(\varepsilon + \varrho)$ statt des früheren ε setzt.

§. 105.

Bemerkungen zu den im vorigen §. enthaltenen Gesetzen. Grafische Methoden zur Auffindung der Bruchrichtung. Erddruckveränderungs-Curve. Druckmittelpunkt. Sämmtliche Erörterungen in den §§. 100, 101 und 102, welche dort in Beziehung auf den Fall, wenn die Reibung zwischen dem Erdreiche und der Wand nicht in Rechnung kommt, stattgefunden haben, lassen sich auch gegenwärtig, wo jene Reibung zu berücksichtigen ist, geltend machen, nur mit dem Unterschiede, dass die sogenannte Orientirungslinie \overline{Fb} (Fig. 168), wozu die Abschlussgerade \overline{Er} parallel läuft, mit dem auf die

natürliche Böschung \overline{bI} gefällten Perpendikel \overline{Fa} nicht wie dort den Winkel ε , sondern den Winkel $(\varepsilon + \varrho)$ einzuschliessen hat. Dass es unter dieser Bedingung keinem Anstande unterliegt, die im §. 101 (Fig. 167) aufgeführten Constructionsmethoden zur Auffindung der Bruchlinie zu benutzen, geht insbesondere aus der Schlussanmerkung zu dem bezogenen §. hervor, wonach die Richtung der Orientirungslinie zur Erreichung der Eigenschaft (area $AFe = \triangle AEr$) ganz beliebig sein kann.

Zweites Capitel.

Passiver Druck eines cohäsionslosen Erdreiches gegen eine um den Winkel geneigte Wand von der Höhe H , wenn dasselbe eine horizontale Oberfläche im gleichen Niveau mit der Wandkrone hat.

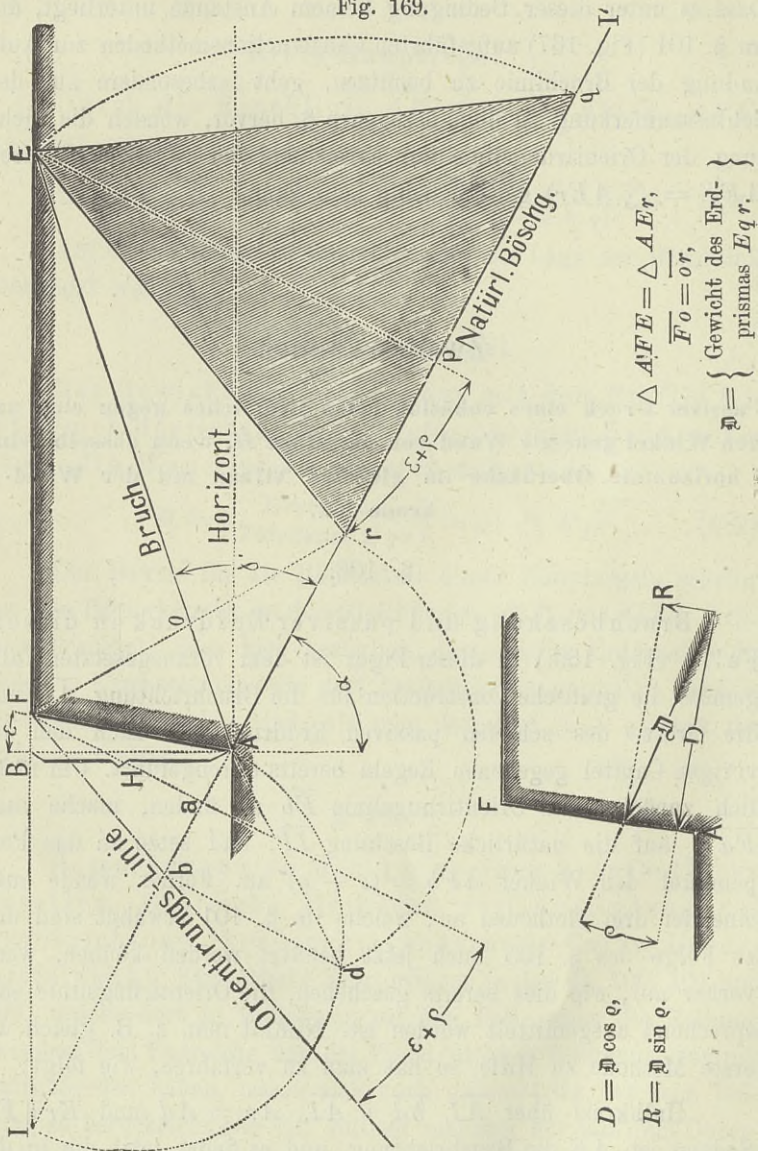
§. 106.

Bruchböschung und passiver Erddruck in diesem Falle. (Fig. 169.) In dieser Figur ist dem vorausgesetzten Falle gemäss die grafische Construction für die Bruchrichtung \overline{AE} und die Grösse des schiefen passiven Erddruckes \mathfrak{D} nach den im vorigen Capitel gegebenen Regeln bereits durchgeführt. Um nämlich zunächst die Orientirungslinie \overline{Fb} zu finden, mache man $\overline{Fa} \perp$ auf die natürliche Böschung $\overline{II'}$, und setze an das Perpendikel den Winkel $aFb = (\varepsilon + \varrho)$ an. Ferner wende man eine der drei Methoden an, welche im §. 101 erwähnt sind und zu Folge des §. 105 auch jetzt benützt werden können, wenn vorher nur, wie dies bereits geschehen, die Orientirungslinie entsprechend ausgemittelt worden ist. Nimmt man z. B. gleich die erste Methode zu Hilfe, so hat man zu verfahren, wie folgt:

Halbkreis über \overline{AI} , $\overline{bd} \perp \overline{AI}$, $\overline{Ar} = \overline{Ad}$ und $\overline{Er} \parallel \overline{Fb}$. Sodann ist \overline{AE} die Bruchrichtung, und es findet jetzt die in der ersten Hauptregel (481) enthaltene Eigenschaft statt, wonach man

$\frac{\triangle AFE}{Fo} = \frac{\triangle AEr}{or}$, oder, was auf dasselbe hinauskommt, $\frac{Fo}{or}$ erhält.

Fig. 169.



Wird endlich $\overline{qr} = \overline{Er}$ gemacht, so ist zu Folge der zweiten Hauptregel (482) der schiefe passive Erddruck:

$$\mathfrak{D} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Gewicht des} \\ \text{Erdprismas } Eqr \end{array} \right\} = g \cdot \triangle Eqr \dots (483)$$

der normale passive Erddruck aber:

$$D = \mathfrak{D} \cos \varrho \dots (484)$$

und der Reibungswiderstand an der Wand:

$$R = \mathfrak{D} \sin \varrho = D \operatorname{tg} \varrho = D\mu \dots (485),$$

welche zwei Seitenkräfte ebenfalls leicht grafisch darzustellen sind, wenn der gegebene Reibungscoefficient $\mu = \operatorname{tg} \varrho$ berücksichtigt wird.

Verfolgt man diese grafische Darstellung auf dem Wege der Rechnung, so ergeben sich die bezüglichlichen Berechnungsformeln, und zwar findet man insbesondere den Bruchwinkel γ' aus der Relation:

$$\operatorname{tg}(\alpha + \gamma') = -n - \sqrt{(a+n)(n-b)} \dots (486),$$

die Grösse des schiefen passiven Erddruckes aber aus der Formel:

$$\mathfrak{D} = \frac{1}{2} g H^2 \sqrt{\frac{1+n^2}{1+a^2}} \left[\sqrt{a+n} + \sqrt{n-b} \right]^2 \dots (487),$$

wenn folgende Abkürzungen eingeführt werden:

$$a = \operatorname{tg} \alpha, \quad b = \operatorname{tg} \varepsilon, \quad n = \operatorname{cotg}(\alpha - \varepsilon - \varrho) = n \quad (488)*.$$

Um diese Formeln ohne Zuhilfenahme von trigonometrischen Tafeln benützen zu können, wenn, wie es gewöhnlich der Fall ist, $\operatorname{tg} \alpha$, $\operatorname{tg} \varepsilon$ und $\mu = \operatorname{tg} \varrho$ bekannt sind, so beachte man, dass der Werth von n sich auf nachstehende Art ergibt:

$$n = \operatorname{cotg}(\alpha - \varepsilon - \varrho) = \frac{1 + \operatorname{tg}(\alpha - \varepsilon) \operatorname{tg} \varrho}{\operatorname{tg}(\alpha - \varepsilon) - \operatorname{tg} \varrho} \dots (489),$$

worin zu setzen kommt:

$$\operatorname{tg}(\alpha - \varepsilon) = \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \varepsilon}{1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \varepsilon} = \frac{a - b}{1 + ab} \dots (490).$$

Ist $\mu = \operatorname{tg} \varrho = 0$, d. h. wird eine Reibung an der Wand nicht in Rechnung genommen, so reduciren sich die Formeln (484), (485), (486) und (487) wie folgt:

*) Der Kürze wegen wird hier der mathematische Calcul nicht mehr durchgeführt, sondern es werden bloß die Resultate desselben angegeben, was um so mehr zulässig erscheint, als namentlich auf den Seiten 371 und 372 bereits eine ähnliche Entwicklung im Detail ausgeführt erscheint, welche auch für den jetzt einzuschlagenden Gang die nöthigen Anhaltspunkte bietet.

$$D = \mathfrak{D}, R = 0,$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + \gamma') = -\operatorname{cotg}\left(\frac{\alpha - \varepsilon}{2}\right), \gamma' = 90^\circ - \left(\frac{\alpha + \varepsilon}{2}\right),$$

$$\mathfrak{D} = \frac{1}{2} g \frac{H^2}{\cos \varepsilon} \left[\frac{\cos \frac{1}{2}(\alpha + \varepsilon)}{\sin \frac{1}{2}(\alpha - \varepsilon)} \right]^2,$$

welche Relationen, wie es sein soll, mit den Resultaten im ersten Capitel des laufenden Abschnitts übereinstimmen.

Für $\varrho = (\alpha - \varepsilon)$ wird $n = \infty$, folglich $\operatorname{tg}(\alpha + \gamma') = \infty$, $\gamma' = (90^\circ - \alpha)$ und $\mathfrak{D} = \infty$. In diesem Falle würde die Bruchfläche horizontal und der passive Erddruck oder der Widerstand der Erde unendlich gross. Eine Gleichgewichtsstörung in dem auf den passiven Erddruck bezüglichen Sinne wäre dann offenbar nicht mehr möglich. Dasselbe gilt auch dann, wenn $\varrho > (\alpha - \varepsilon)$ sein sollte, weil unter dieser Bedingung von einer Gleichgewichtsstörung um so weniger die Rede sein kann, womit auch die Wahrnehmung zusammenhängt, dass dann die Formeln (486) und (487) imaginär werden. Es versteht sich übrigens von selbst, dass hier eben so wie bei dem activen Erddrucke der Werth von ϱ überhaupt höchstens gleich $(90^\circ - \alpha)$ gesetzt werden darf, indem hiedurch die Grenze gekennzeichnet ist, welche bei cohäsionslosem Erdreiche nicht überschritten werden darf. Uebrigens kann jedenfalls sowohl die Grösse des schiefen, als auch jene des normalen Passivdruckes durch eine Formel dargestellt werden, welche das hydrostatische Gesetz enthält. Setzt man nämlich:

$$\mathfrak{D} = \frac{1}{2} w \frac{H^2}{\cos \varepsilon} \quad \text{und} \quad D = \frac{1}{2} w \frac{H^2}{\cos \varepsilon},$$

so sind w und w die Einheitsgewichte derjenigen sich einzubildenden tropfbaren Flüssigkeiten, welche an die Wand der Grösse nach die gleichen Drucke \mathfrak{D} und beziehungsweise D ausüben würden. Alsdann ergibt sich:

$$\frac{w}{g} = \sqrt{\frac{(1+n^2)}{(1+a^2)(1+b^2)}} \left[\sqrt{a+n} + \sqrt{n-b} \right]^2 \dots (491),$$

$$\frac{w}{g} = \left(\frac{w}{g}\right) \cos \varrho = \left(\frac{w}{g}\right) \frac{1}{\sqrt{1+\mu^2}} \dots \dots \dots (492),$$

indem man berücksichtigt, dass (wegen $\operatorname{tg} \varepsilon = b$ und $\operatorname{tg} \varrho = \mu$)

$$\cos \varepsilon = \frac{1}{\sqrt{1+b^2}} \quad \text{und} \quad \cos \varrho = \frac{1}{\sqrt{1+\mu^2}} \quad \text{ist.}$$

Was den Mittelpunkt des Druckes in dem behandelten Falle betrifft, so liegt derselbe mit Rücksicht auf die Bemerkungen im §. 105 in dem dritten Theile der Druckhöhe, von dem Wandfusse an gerechnet.

Ex. Es sei der passive Erddruck in demjenigen besonderen Falle zu berechnen, welcher in dem Beispiele auf Seite 409 in Betracht stand. Nur hat man dort auf die Reibung zwischen Erde und Wand keine Rücksicht genommen, während jetzt diese Reibung mit in Rechnung kommen und der Reibungs-Coefficient hiefür etwa mit $\mu = \operatorname{tg} \varrho = \frac{1}{2}$ angenommen werden soll. Die übrigen Daten sind dieselben, wie in dem Beispiele auf Seite 91, nämlich: $\operatorname{tg} \alpha = 1.27$, $\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{1}{6}$, $g = 85$ Pfd. und $H = 30$ Fuss.

Hiernach hat man zunächst nach den Formeln (488), (489) und (490):

$$a = 1.27, b = \frac{1}{6}, n = \frac{2116}{597} = 3.5444,$$

und hiernach auf Grund der Relation (486):

$$\operatorname{tg}(\alpha + \gamma') = -7.5770,$$

woraus sich ergibt:

$$(\alpha + \gamma') = 180^\circ - 82^\circ 29' = 97^\circ 31',$$

oder, indem $\alpha = 51^\circ 47'$ ist:

$$\gamma' = 45^\circ 44'.$$

So gross ist im vorliegenden Falle der Bruchwinkel, welcher in der allgemeinen Figur 169 mit EAI' bezeichnet erscheint. Die Bruchböschung \overline{AE} erhebt sich daher über den Horizont nur um einen kleinen Winkel, dessen Grösse ist:

$$(\gamma' - \beta) = (\gamma' + \alpha - 90^\circ) = 7^\circ 31'.$$

Ohne Rücksicht auf die Reibung zwischen Erde und Wand, also für $\mu = \operatorname{tg} \varrho = 0$, würde offenbar die Bruchfläche steiler sein, denn dann wäre nach der Gleichung (428): $\gamma' = 90^\circ - \left(\frac{\alpha + \varepsilon}{2}\right)$, daher weil $\alpha = 51^\circ 47'$ und $\varepsilon = 9^\circ 28'$ ist: $\gamma' = 59^\circ 22\frac{1}{2}'$, und es hätte die Bruchfläche eine Neigung über den Horizont von $(\gamma' + \alpha - 90^\circ) = 21^\circ 9\frac{1}{2}'$, somit um $13^\circ 38\frac{1}{2}'$ mehr, als zuvor in dem Falle gefunden wurde, für den man die Reibung an der Wand mit dem Reibungs-Coefficienten $\mu = \operatorname{tg} \varrho = \frac{1}{2}$ in Rechnung gezogen hat.

Die Wirkung des passiven Erddruckes betreffend, so hat man zunächst nach den Formeln (491) und (492):

$$\frac{w}{g} = 37.8 \text{ und } \frac{w}{g} = 33.8,$$

wenn man beachtet, dass, wie auf Seite 333, wegen $\mu = \operatorname{tg} \varrho = \frac{1}{2}$, $\cos \varrho = 0.8944$ zu setzen ist.

Hiernach findet man, indem $g = 85$ Pfd. ist:

$$m = 32 \cdot 13 \text{ und } w = 28 \cdot 73 \text{ Ctr.}$$

Wegen $\frac{1}{\cos \varepsilon} = 1 \cdot 0138$ hat man daher für die Grösse des schiefen Erddruckes:

$$D = \frac{1}{2} m \frac{H^2}{\cos \varepsilon} = 14658 \text{ Ctr.};$$

für jene des normalen Erddruckes:

$$D = \frac{1}{2} w \frac{H^2}{\cos \varepsilon} = 13107 \text{ Ctr.};$$

endlich für die Grösse der Reibung an der Wand:

$$R = D \mu = 6553 \cdot 5 \text{ Ctr.}$$

Vergleicht man diese Resultate mit jenen auf Seite 409, wo die Wirkung des passiven Erddruckes ohne Rücksicht auf die Reibung an der Wand unter sonst gleichen Umständen berechnet erscheint, so erkennt man den wesentlichen Einfluss, welchen die gedachte Reibung auf den Widerstand der Erde auszuüben im Stande ist.

Zweite Abtheilung.

Theorie der Futtermauern.

Vorbemerkungen.

§. 107.

Eintheilung der Futtermauern. Voraussetzungen, welche dabei gemacht werden. Von der Eintheilung der Futtermauern einerseits in Stütz- und Wandmauern, andererseits in liegende, stehende und überhängende, war bereits in den §§. 3 und 5 die Rede. Es wird eine gehörig feste Mauerfundirung, daher vorausgesetzt, dass hiezu, falls der alleinige natürliche Untergrund nicht sicher genug wäre, in künstlicher Weise mittelst Rostlegung, Pilotirung, Betonirung u. s. w. entsprechend vorgesorgt werde. Ferner wird das Mauerwerk in rationeller Weise hergestellt gedacht, wobei übrigens die Cohäsion des Mörtels zu Gunsten der Stabilität nicht in Betracht kommen soll, zumal hierauf bei dem anfänglich [noch grünen Zustande des Mauerwerkes ohnehin ein hinlänglich gerechtfertigtes Vertrauen nicht gesetzt werden darf.

Die Länge der Mauer, normal auf das Profil stehend, wird mit der Einheit in Rechnung genommen, analog mit dem Verfahren, welches auch bei der Bestimmung des Erddruckes zur Anwendung kam.

Das Einheitsgewicht des Mauerkörpers wird im Allgemeinen mit q bezeichnet, und ist im Besonderen je nach Umständen verschieden.

Beiläufig kann man für das Gewicht eines Cubikfusses annehmen, und zwar für Mauern

	Wiener Gewicht
aus Ziegeln	80 Pfd.
aus leichtem Gestein	100 „
„ mittelschwerem Gestein	125 „
„ schwerem Gestein	150 „

§. 108.

Art und Weise der zu verhindernden Gleichgewichtsstörung bei Futtermauern. Solche ist zweifach. Entweder durch Umsturz um eine Drehungskante, oder durch Verschiebung von Steinschaaren übereinander. Zur Sicherheit, dass eine Gleichgewichtsstörung weder in der einen noch in der anderen Weise erfolgen könne, ist nothwendig, die bezüglichen Bedingungen des Gleichgewichtes in beiden Beziehungen zu untersuchen. Auch durch Zerquetschung der Mauersteine in Folge übergrossen Druckes kann ein Einsturz erfolgen. Da es sich übrigens bei einer Futtermauer nicht nur um den ausserhalb des Fundaments stehenden Theil handelt, sondern auch das Fundamentmauerwerk selbst, ungeachtet einer festen Fundirung in dem Untergrunde, aus dem Gewichtszustande gerathen könnte, falls die Stärke und Tiefe des Fundamentmauerwerkes den Verhältnissen nicht angepasst wären, so ergibt sich hieraus die Nothwendigkeit, auch in dieser Richtung die geeigneten Berechnungen anzustellen.

Erster Abschnitt.

Stabilität der Futtermauern ausserhalb des Fundamentes.

§. 109.

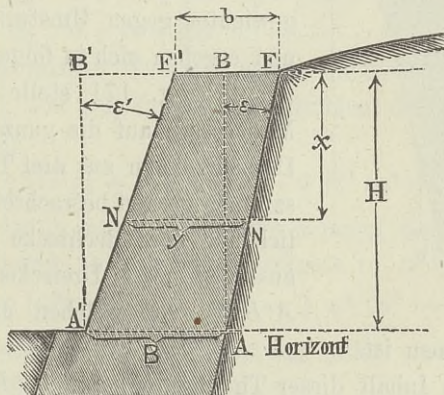
Allgemeiner Fall für ein trapezförmiges Mauerprofil. Dieses Profil sei $AFF'A'$ (Fig. 170), und man setze hiebei:

die untere Mauerstärke, zunächst am Fundamente $\overline{AA'} = B$,
 die Breite der Mauerkrone $\overline{FF'} = b$,
 die Mauerhöhe über dem Fundamente $\overline{AB} = \overline{A'B'} = H$,
 den Neigungswinkel für die Hinterwand $\sphericalangle BAF = \varepsilon$,
 den Böschungswinkel für die Vorderwand, nämlich $\sphericalangle B'A'F' = \varepsilon'$,
 und das bezügliche Verhältniss zwischen Anlage und Höhe dieser Böschung, also $\frac{\overline{B'F'}}{\overline{A'B'}} = \text{tg } \varepsilon' = n$.

Hiernach hat man zwischen B und b folgende Relation:

$$B = b + (\text{tg } \varepsilon' - \text{tg } \varepsilon) H = b + (n - \text{tg } \varepsilon) H \dots (493).$$

Fig. 170.



Analog damit kann man daher für jede beliebige Höhe x die entsprechende Mauerstärke $\overline{NN'} = y$ (horizontal gemessen) ausdrücken durch die Formel:

$$y = b + (n - \text{tg } \varepsilon) x \dots (494),$$

indem man nämlich in der Formel (493) x und y anstatt H und B substituirt.

Hiernach findet man:

$$\text{area } AA'F'F = \frac{1}{2} H (B + b) = H [b + \frac{1}{2} (n - \text{tg } \varepsilon) H],$$

$$\text{area } NN'F'F = \frac{1}{2} x (y + b) = x [b + \frac{1}{2} (n - \text{tg } \varepsilon) x];$$

ferner das Gewicht Q des Mauerkörpers mit dem Profile $AA'F'F$, und zwar per Längeneinheit normal auf dieses Profil verstanden:

$$Q = q \cdot \text{area } AA'F'F = qH [b + \frac{1}{2} (n - \text{tg } \varepsilon) H] \quad (495),$$

so wie jenes für den Mauerkörper mit dem Profile $NN'F'F$, wenn es mit Y bezeichnet wird:

$$Y = q \cdot \text{area } NN'F'F = qx [b + \frac{1}{2} (n - \text{tg } \varepsilon) x] \quad (496).$$

Was das statische Moment des einen und des anderen Mauerkörpers in Bezug auf die Drehungskante in A' , beziehungsweise in N' betrifft, so wird das erstere mit..... S_M und das letztere mit Σ_M bezeichnet, wobei der jeweilige Zeiger M andeuten soll, dass es

sich um das Moment von einem Mauerwerkskörper handelt. Diese Momente kommen bei der Erörterung des Gleichgewichtes gegen Umsturz in Betracht, und ergeben sich in folgender Weise:

In Fig. 171 stelle $AA'F'F$ das Mauerprofil auf die ganze Höhe H dar. Dasselbe kann aus drei Theilfiguren zusammengesetzt betrachtet werden, nämlich aus dem Rechtecke $AA'B'B$ und aus den zwei Dreiecken ABF und $A'B'F'$, von welchen das letztere negativ zu nehmen ist.

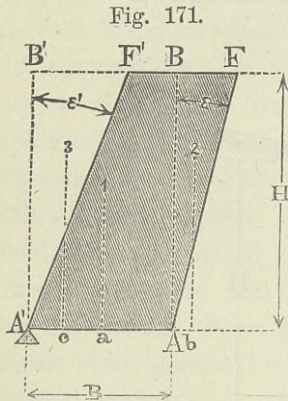


Fig. 171.

negativ zu nehmen ist.

Für den Inhalt dieser Theilfiguren, mit F_1 , F_2 und F_3 bezeichnet, hat man:

$$\left. \begin{aligned} F_1 &= BH \dots\dots\dots \\ F_2 &= \frac{1}{2} H^2 \text{tg } \varepsilon \dots\dots\dots \\ F_3 &= \frac{1}{2} H^2 \text{tg } \varepsilon' = \frac{1}{2} H^2 n \dots\dots\dots \end{aligned} \right\} (497),$$

folglich sind die per Längeneinheit entfallenden Mauergewichte, wobei diese Theilfiguren als Profile vorkommen, wenn jene mit Q_1 , Q_2 und beziehungsweise Q_3 bezeichnet wurden, insbesondere:

$$\left. \begin{aligned} Q_1 &= qF_1 = qBH \dots\dots\dots \\ Q_2 &= qF_2 = \frac{1}{2} qH^2 \text{tg } \varepsilon \dots\dots\dots \\ Q_3 &= qF_3 = \frac{1}{2} qH^2 n \dots\dots\dots \end{aligned} \right\} (498).$$

Die Schwerpunkte jener Theilfiguren sind in 1, 2 und 3, und ihre Projection auf die Mauerbasis in a , b und c . Es sind daher $\overline{A'a}$, $\overline{A'b}$ und $\overline{A'c}$ die Hebelsarme für die drei Theilkörper, aus welchen das ganze Mauerwerk zusammengesetzt gedacht wird, und zwar hat man:

$$\left. \begin{aligned} \overline{A'a} &= \frac{1}{2} \overline{AA'} = \frac{1}{2} B \dots\dots\dots \\ \overline{A'b} &= \overline{AA'} + \frac{1}{3} \overline{BF} = B + \frac{1}{3} H \operatorname{tg} \varepsilon \dots\dots \\ \overline{A'c} &= \frac{1}{3} \overline{B'F'} = \frac{1}{3} H \operatorname{tg} \varepsilon' = \frac{1}{3} Hn \dots\dots \end{aligned} \right\} (499).$$

Hiernach ergeben sich die Werthe für das statische Moment der betrachteten Theilkörper in Bezug auf die Drehungskante in A' , wenn dieselben mit S_1 , S_2 und S_3 bezeichnet werden, wie folgt:

$$\left. \begin{aligned} S_1 &= Q_1 \cdot \overline{A'a} = \frac{1}{2} q B^2 H \dots\dots\dots \\ S_2 &= Q_2 \cdot \overline{A'b} = \frac{1}{2} q H^2 \operatorname{tg} \varepsilon (B + \frac{1}{3} H \operatorname{tg} \varepsilon) \dots\dots \\ S_3 &= Q_3 \cdot \overline{A'c} = \frac{1}{6} q H^3 n^2 \dots\dots\dots \end{aligned} \right\} (500).$$

Die algebraische Summe dieser Momente ist nunmehr $(S_1 + S_2 - S_3)$, und gibt das fragliche Moment der ganzen Mauer; es ist nämlich:

$$S_M = \frac{1}{2} q [B^2 H + B H^2 \operatorname{tg} \varepsilon - \frac{1}{3} H^3 (n^2 - \operatorname{tg}^2 \varepsilon)] (501).$$

Analog damit ist das statische Moment des Mauerkörpers $NN'F'F'$ in Bezug auf die Drehungskante in N' (Fig. 170):

$$\Sigma_M = \frac{1}{2} q [y^2 x + y x^2 \operatorname{tg} \varepsilon - \frac{1}{3} x^3 (n^2 - \operatorname{tg}^2 \varepsilon)] (502),$$

indem man nämlich in die Gleichung (501) x und y anstatt H und B einsetzt.

Erstes Capitel.

Stabilität der Futtermauern gegen Umsturz.

§. 110.

Statisches Offensivmoment des Erddruckes. Statisches Defensivmoment der Futtermauern. Stärke der letzteren. Wird zunächst die Umsturzkante in A_1 angenommen,

so ergibt sich das statische Moment des Erddruckes, welches offensiv auftritt, mit Beziehung auf die Fig. 172, in folgender Weise:

M .. ist der Ort für den Mittelpunkt des activen Erddruckes;
 e .. der Abstand desselben von dem durch den Wandfuss gelegten Horizont;

\mathfrak{D} .. die Grösse dieses letzteren nach der schiefen Richtung, welche mit der Normalen auf die Hinterwand der Mauer den Reibungswinkel ϱ einschliesst;

$\text{tg } \varrho = \mu$.. der Coefficient für die Reibung zwischen dem Erdreiche und der Stützwand;

$D = \mathfrak{D} \cos \varrho$.. der normal auf die Stützwand wirkende Erddruck;

$R = \mathfrak{D} \sin \varrho = R \text{tg } \varrho = R\mu$.. die an dieser Stützwand entstehende Reibung;

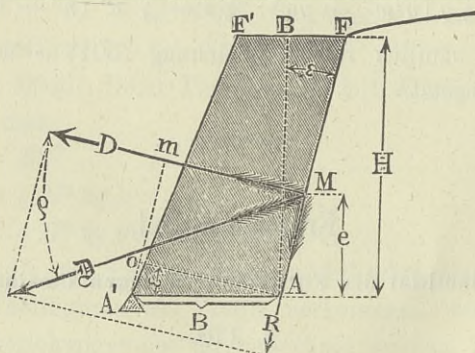
w .. das Einheitsgewicht der sich einzubildenden tropfbaren Flüssigkeit, welche auf die Stützwand den Normaldruck D ebenfalls ausüben würde;

H .. die Höhe der Stützwand;

ε .. die Neigung ihrer Hinterwand gegen das Loth; endlich

B .. die Mauerstärke an der Basis.

Fig. 172.



Heisst man das statische Umsturzmoment S_E , wobei der Zeiger E auf die Wirkung durch das Erdreich hindeutet, so hat man offenbar:

$$S_E = D \cdot \overline{A'm} - R \cdot \overline{Ao},$$

indem $\overline{A'm}$ und \overline{Ao} die Hebelsarme der Kräfte D und R sind, wenn $\overline{A'm} \parallel \overline{AF}$ und $\overline{Ao} \perp \overline{AF}$ gezogen werden.

Nun ist aber einerseits:

$$D = \frac{1}{2} w \frac{H^2}{\cos \varepsilon}, \quad R = D \mu,$$

und andererseits:

$$\overline{A'm} = \overline{AM} + \overline{A'o} = \frac{e}{\cos \varepsilon} + B \sin \varepsilon,$$

$$\overline{Ao} = B \cos \varepsilon;$$

folglich findet man:

$$\begin{aligned} S_E &= D \cos \varepsilon \left[\frac{e}{\cos^2 \varepsilon} - B (u - \operatorname{tg} \varepsilon) \right] \\ &= \frac{1}{2} w H^2 \left[\frac{e}{\cos^2 \varepsilon} - B (u - \operatorname{tg} \varepsilon) \right]. \end{aligned}$$

Beachtet man, dass unter den in der Praxis üblichen Voraussetzungen, nach den Erörterungen in der ersten Abtheilung dieses Buches, der Werth von e entweder genau mit $\frac{1}{3} H$ angenommen werden kann, oder wenigstens nicht viel davon abweicht, so ist es zweckmässig, im Allgemeinen

$$e = \frac{1}{3} m H \dots \dots \dots (503)$$

zu setzen, wobei dann der Coefficient m entweder genau die Einheit ist, oder aber diese letztere nur wenig überschreitet.

Hiernach kann man auch schreiben:

$$S_E = \frac{1}{2} w H^2 \left[\frac{m H}{3 \cos^2 \varepsilon} - B (u - \operatorname{tg} \varepsilon) \right] \dots \dots \dots (504).$$

Soll die Futtermauer eine s -fache Sicherheit darbieten, so muss das s -fache Offensivmoment des Erddruckes gleich gesetzt werden dem einfachen Defensivmomente des Mauerwerkes. Es muss also die Bedingungsgleichung bestehen:

$$s \cdot S_E = S_M \dots \dots \dots (505),$$

wobei für S_M der entsprechende Ausdruck in (501) aufgestellt wurde.

Wird diese Absicht ausgeführt, so specialisirt sich die angegebene Bedingungsgleichung in folgender Weise:

$$sw H^2 \left[\frac{mH}{3 \cos^2 \varepsilon} - B(\mu - \operatorname{tg} \varepsilon) \right] \\ = q \left[B^2 H + BH^2 \operatorname{tg} \varepsilon - \frac{1}{3} H^3 (n^2 - \operatorname{tg}^2 \varepsilon) \right],$$

woraus, indem man B oder eigentlich $\frac{B}{H}$ aufsucht, die nach dieser Unbekannten geordnete Gleichung folgt:

$$\left(\frac{B}{H}\right)^2 + \left(\frac{B}{H}\right) \left[\operatorname{tg} \varepsilon + \frac{sw}{q}(\mu - \operatorname{tg} \varepsilon) \right] = \frac{msw}{3q \cos^2 \varepsilon} + \frac{1}{3} (n^2 - \operatorname{tg}^2 \varepsilon),$$

und somit für die Unbekannte selbst erhalten wird:

$$\frac{B}{H} = -\frac{1}{2} \left[\operatorname{tg} \varepsilon + \frac{sw}{q}(\mu - \operatorname{tg} \varepsilon) \right] + \\ + \sqrt{\frac{1}{4} \left[\operatorname{tg} \varepsilon + \frac{sw}{q}(\mu - \operatorname{tg} \varepsilon) \right]^2 + \frac{msw}{3q \cos^2 \varepsilon} + \frac{1}{3} (n^2 - \operatorname{tg}^2 \varepsilon)} \quad (506).$$

Weiter ist nach Gleichung (493):

$$\frac{b}{H} = \frac{B}{H} - (n - \operatorname{tg} \varepsilon) \dots \dots \dots (507);$$

wobei zur Erlangung brauchbarer Resultate die Wurzelgrösse augenscheinlich mit dem positiven Zeichen zu versehen ist.

§. 111.

Bestimmung der Mauerstärken für den Fall, wenn der Einfluss der Reibung zwischen Erde und Stützwand nicht directe in Rechnung kommt, sondern erst bei der Feststellung des Sicherheits-Coefficienten berücksichtigt wird. Jetzt ist zunächst $\mu = \operatorname{tg} \rho = 0$ zu setzen, wodurch die Gleichung (506) in folgende übergeht:

$$\frac{B}{H} = -\frac{1}{2} \left(1 - \frac{sw}{q} \right) \operatorname{tg} \varepsilon + \\ + \sqrt{\frac{1}{4} \left(1 - \frac{sw}{q} \right)^2 \operatorname{tg}^2 \varepsilon + \frac{msw}{3q \cos^2 \varepsilon} + \frac{1}{3} (n^2 - \operatorname{tg}^2 \varepsilon)} \quad (508).$$

Das zweite Glied unter dem Wurzelzeichen kann übrigens auch ausgedrückt werden durch:

$$\frac{msw}{3q} (1 + \operatorname{tg}^2 \varepsilon).$$

In dieser Formel hat man nach den im zweiten Abschnitte des ersten Hauptstückes der ersten Abtheilung dieses Buches enthaltenen Regeln und Resultaten den bezüglichen Werth für

$\frac{w}{g}$ einzuführen, und auch den Sicherheits-Coefficienten s der Erfahrung gemäss zu wählen. In letzterer Beziehung dienen die Bemerkungen in den §§. 35, 36 und 46, wo die dort aufgestellten Sicherheits-Coefficienten schon mit Rücksicht auf den Umstand, dass bei der Ausmittlung des Werthes für $\frac{w}{g}$ die an der Stützwand entstehende Reibung nicht in Rechnung kommt, bemessen erscheinen, und demnach bezüglich der Bestimmung der Mauerstärken zu praktisch brauchbaren Resultaten führen.

Ist die Oberfläche des Erdreiches von einer Ebene begrenzt, so hat man $m = 1$ zu setzen. Ausserdem ist w , beziehungsweise $\frac{w}{g}$, je nach Umständen im Sinne des §. 37 aus den Formeln (95), (96), (97), (98), oder aber aus jenen unter (145), (146), (161), (164), (170) zu berechnen, je nachdem jene Oberfläche horizontal oder irgendwie geneigt ist. Auch kann man zur Vereinfachung die dazu gehörigen Tabellen benützen, oder unmittelbar in grafischer Weise hiebei vorgehen, wie dies beispielsweise in dem in der Fig. 103 auf Seite 222 angedeuteten Falle geschehen ist.

Liegt das Plateau des Erdreiches höher als die Mauerkrone, und trifft hiebei die Bruch- oder gefährliche Böschung noch das Plateau, so ist $m > 1$, wie dies aus der XII. Tabelle (Seite 270), dann aus den Bemerkungen in den §§. 62 und 64 ersichtlich ist. Der bezügliche Werth von w , beziehungsweise $\frac{w}{g}$, ergibt sich sodann je nach dem gegebenen Falle aus den Formeln (209), (252), (278), eventuell auch aus der Tabelle XI.

Trifft dagegen die Bruch- oder gefährliche Böschung nicht das Plateau, sondern die vordere, von der Wandkrone aufsteigende Erdböschung, wie das den vorausgegangenen Untersuchungen gemäss unter Umständen in den Fällen nach Fig. 126 oder 128 stattfindet, so ist abermals $m = 1$ zu setzen, und der Werth von $\frac{w}{g}$ so zu bestimmen, wie wenn das Plateau nicht vorhanden wäre, was aus der Bemerkung auf Seite 281 zu Fig. 125, so wie aus jener auf Seite 296 erhellet.

Die vorige Formel (508) vereinfacht sich für besondere Mauerprofile, wie folgt:

Ist die Mauer vorne und rückwärts vertical, also $n = 0$ und $\varepsilon = 0$, so hat man:

$$\frac{B}{H} = \sqrt{\frac{m s w}{3 q}} \dots \dots \dots (509).$$

Ist dieselbe bloß rückwärts vertical, vorne aber geböschet, somit $\varepsilon = 0$, so ergibt sich:

$$\frac{B}{H} = \sqrt{\frac{1}{3} \left(\frac{m s w}{q} + n^2 \right)} \dots \dots \dots (510).$$

Ist endlich die vordere Mauerböschung mit der rückwärtigen parallel, wenn auch schief, so erhält man wegen $n = \operatorname{tg} \varepsilon$:

$$\frac{B}{H} = -\frac{1}{2} \left(1 - \frac{s w}{q} \right) \operatorname{tg} \varepsilon + \sqrt{\frac{1}{4} \left(1 - \frac{s w}{q} \right)^2 \operatorname{tg}^2 \varepsilon + \frac{m s w}{3 q \cos^2 \varepsilon}} \quad (511).$$

Fälle, in welchen $m = 1$ zu setzen ist, nämlich der Mittelpunkt des Erddruckes in dem dritten Theile der Druckhöhe angenommen werden kann, kommen zumeist vor (z. B. wenn die Oberfläche des Hinterfüllungsmateriales von einer Ebene begrenzt ist); für solche hat man daher:

$$\begin{aligned} \frac{B}{H} = & -\frac{1}{2} \left(1 - \frac{s w}{q} \right) \operatorname{tg} \varepsilon + \\ & + \sqrt{\frac{1}{4} \left(1 - \frac{s w}{q} \right)^2 \operatorname{tg}^2 \varepsilon + \frac{s w}{3 q \cos^2 \varepsilon} + \frac{1}{3} (n^2 - \operatorname{tg}^2 \varepsilon)} \quad (512). \end{aligned}$$

Zur Erleichterung der Rechnung in derartigen Fällen kann man die tabellarische Zusammenstellung (XIX) auf den Seiten 456 bis 459 benützen.

Diese enthält eine Reihe berechneter Werthe von $\left(\frac{B}{H} \right)$ für verschiedene Werthe von $\left(\frac{s w}{q} \right)$, n und $\operatorname{tg} \varepsilon$.

Hiebei kommt den bezeichneten Grössen folgende Bedeutung zu:

s .. ist der Sicherheits-Coefficient — nach Massgabe des Zweckes der Futtermauer, also eventuell auch mit Rücksicht auf die Wirkung der ungünstigsten zufälligen Belastung auf dem gestützten Erdreiche zu bemessen;

q .. ist das Gewicht einer Cubikeinheit des Mauerwerkes;
 w .. ist das Einheitsgewicht derjenigen sich einzubildenden
 tropfbaren Flüssigkeit, welche den gleichen Druck an die
 Mauer wie das Erdreich erzeugen würde;

$\left(\frac{sw}{q}\right)$.. ist eine hiernach zu berechnende Zahl;

n .. ist das Böschungsverhältniss für die vordere, und
 $\text{tg } \varepsilon$.. jenes für die rückwärtige Mauerfläche;

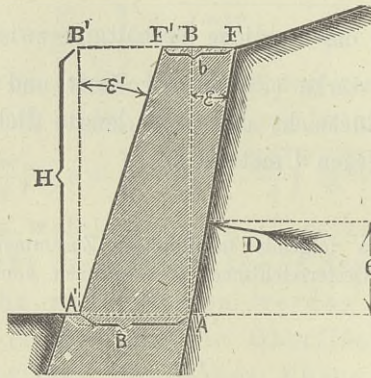
$\frac{B}{H}$.. endlich ist das fragliche Verhältniss zwischen der nöthi-
 gen Mauerstärke (B) an der Basis und der Druckhöhe
 (H) mit Rücksicht auf die verlangte Sicherung der Con-
 struction gegen Umsturz*).

*) Die jenseits folgende tabellarische Zusammenstellung hat der
 Verfasser zuerst im Oesterreichischen Bau Almanach vom Jahre 1861 ver-
 öffentlicht.

XIX. Tabelle,

zur Bestimmung der Stärke von Futtermauern für $m = 1$ mit Rücksicht auf den sfachen Widerstand gegen Umsturz.

Fig. 173.



$$\frac{\overline{BF}}{\overline{AB}} = \operatorname{tg} \varepsilon, \quad \frac{\overline{B'F'}}{\overline{A'B'}} = \operatorname{tg} \varepsilon' = n, \quad D = \frac{1}{2} w \frac{H^2}{\cos \varepsilon},$$

$$e = \frac{1}{3} m H = \frac{1}{3} H, \quad m = 1, \quad b = B - (n - \operatorname{tg} \varepsilon) H.$$

1. Für $\frac{sw}{q} = 0.1$.

$\frac{B}{H} =$	Innere Mauerböschung $\operatorname{tg} \varepsilon$								
	0	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	
Äussere Mauerböschung n	$\frac{1}{4}$	—	0.194	0.186	0.180	0.173	0.152	0.134	0.107
	$\frac{5}{8}$	0.216	0.177	0.169	0.163	0.156	0.135	0.117	
	$\frac{1}{6}$	0.206	0.167	0.159	0.153	0.146	0.125		
	$\frac{1}{8}$	0.196	0.157	0.149	0.143	0.136			
	$\frac{1}{9}$	0.194	0.154	0.145	0.140				
	$\frac{1}{10}$	0.192	0.152	0.144					
	$\frac{1}{12}$	0.189	0.150						
	0	0.183							

2. Für $\frac{sw}{q} = 0.2$.

$\frac{B}{H} =$		Innere Mauerböschung $\text{tg } \varepsilon$							
		0	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$
Aeusserer Mauer- böschung n	$\frac{1}{4}$	0.296	0.261	0.254	0.249	0.243	0.224	0.208	0.184
	$\frac{1}{5}$	0.283	0.248	0.241	0.236	0.230	0.211	0.195	
	$\frac{1}{6}$	0.276	0.241	0.233	0.229	0.222	0.203		
	$\frac{1}{8}$	0.268	0.233	0.226	0.221	0.215			
	$\frac{1}{9}$	0.266	0.231	0.223	0.219				
	$\frac{1}{10}$	0.265	0.230	0.222					
	$\frac{1}{12}$	0.262	0.228						
	0	0.258							

3. Für $\frac{sw}{q} = 0.3$.

$\frac{B}{H} =$		Innere Mauerböschung $\text{tg } \varepsilon$							
		0	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$
Aeusserer Mauer- böschung n	$\frac{1}{4}$	0.348	0.317	0.311	0.307	0.301	0.285	0.271	0.250
	$\frac{1}{5}$	0.337	0.306	0.300	0.296	0.290	0.274	0.260	
	$\frac{1}{6}$	0.331	0.300	0.294	0.289	0.284	0.268		
	$\frac{1}{8}$	0.325	0.294	0.288	0.283	0.278			
	$\frac{1}{9}$	0.323	0.292	0.286	0.282				
	$\frac{1}{10}$	0.321	0.291	0.285					
	$\frac{1}{12}$	0.320	0.290						
	0	0.316							

4. Für $\frac{sw}{q} = 0.4$.

$\frac{B}{H} =$		Innere Mauerböschung $\text{tg } \varepsilon$							
		0	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$
Aeusserer Mauer- böschung n	$\frac{1}{4}$	0.393	0.367	0.361	0.358	0.353	0.339	0.327	0.309
	$\frac{1}{5}$	0.384	0.357	0.352	0.348	0.343	0.329	0.317	
	$\frac{1}{6}$	0.378	0.352	0.346	0.343	0.338	0.323		
	$\frac{1}{8}$	0.372	0.346	0.341	0.337	0.332			
	$\frac{1}{9}$	0.371	0.345	0.339	0.336				
	$\frac{1}{10}$	0.370	0.343	0.338					
	$\frac{1}{12}$	0.368	0.342						
	0	0.365							

5. Für $\frac{sw}{q} = 0.5$.

$\frac{B}{H} =$		Innere Mauerböschung $\text{tg } \varepsilon$							
		0	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$
Äussere Mauerböschung n	$\frac{1}{4}$	0.433	0.411	0.407	0.404	0.400	0.388	0.378	0.363
	$\frac{1}{5}$	0.424	0.403	0.398	0.395	0.391	0.379	0.369	
	$\frac{1}{6}$	0.419	0.398	0.393	0.390	0.386	0.374		
	$\frac{1}{8}$	0.414	0.393	0.388	0.385	0.381			
	$\frac{1}{9}$	0.413	0.392	0.387	0.384				
	$\frac{1}{10}$	0.412	0.391	0.386					
	$\frac{1}{12}$	0.411	0.389						
	0	0.408							

6. Für $\frac{sw}{q} = 0.6$.

$\frac{B}{H} =$		Innere Mauerböschung $\text{tg } \varepsilon$							
		0	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$
Äussere Mauerböschung n	$\frac{1}{4}$	0.470	0.453	0.449	0.446	0.443	0.434	0.426	0.414
	$\frac{1}{5}$	0.462	0.444	0.441	0.438	0.435	0.426	0.418	
	$\frac{1}{6}$	0.457	0.440	0.436	0.434	0.431	0.422		
	$\frac{1}{8}$	0.453	0.436	0.432	0.429	0.426			
	$\frac{1}{9}$	0.452	0.434	0.430	0.428				
	$\frac{1}{10}$	0.451	0.434	0.430					
	$\frac{1}{12}$	0.450	0.432						
	0	0.447							

7. Für $\frac{sw}{q} = 0.7$.

$\frac{B}{H} =$		Innere Mauerböschung $\text{tg } \varepsilon$							
		0	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$
Äussere Mauerböschung n	$\frac{1}{4}$	0.504	0.491	0.488	0.487	0.484	0.477	0.471	0.462
	$\frac{1}{5}$	0.497	0.484	0.481	0.479	0.477	0.469	0.464	
	$\frac{1}{6}$	0.493	0.480	0.477	0.475	0.473	0.465		
	$\frac{1}{8}$	0.488	0.475	0.473	0.471	0.468			
	$\frac{1}{9}$	0.487	0.474	0.471	0.470				
	$\frac{1}{10}$	0.486	0.473	0.471					
	$\frac{1}{12}$	0.485	0.472						
	0	0.483							

8. Für $\frac{sw}{q} = 0.8$.

$\frac{B}{H} =$		Innere Mauerböschung $\text{tg } \varepsilon$							
		0	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$
Aeusserer Mauerböschung n	$\frac{1}{4}$	0.536	0.528	0.526	0.525	0.523	0.518	0.514	0.508
	$\frac{1}{5}$	0.529	0.520	0.519	0.517	0.516	0.511	0.507	
	$\frac{1}{6}$	0.525	0.517	0.515	0.514	0.512	0.507		
	$\frac{1}{8}$	0.521	0.513	0.511	0.510	0.508			
	$\frac{1}{9}$	0.520	0.512	0.509	0.509				
	$\frac{1}{10}$	0.519	0.511	0.509					
	$\frac{1}{12}$	0.519	0.510						
	0	0.516							

9. Für $\frac{sw}{q} = 0.9$.

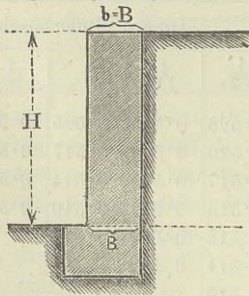
$\frac{B}{H} =$		Innere Mauerböschung $\text{tg } \varepsilon$							
		0	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$
Aeusserer Mauerböschung n	$\frac{1}{4}$	0.567	0.562	0.561	0.560	0.560	0.557	0.555	0.552
	$\frac{1}{5}$	0.560	0.555	0.554	0.554	0.553	0.550	0.549	
	$\frac{1}{6}$	0.556	0.552	0.551	0.550	0.549	0.547		
	$\frac{1}{8}$	0.552	0.548	0.547	0.547	0.546			
	$\frac{1}{9}$	0.551	0.547	0.546	0.546				
	$\frac{1}{10}$	0.551	0.546	0.545					
	$\frac{1}{12}$	0.550	0.545						
	0	0.548							

10. Für $\frac{sw}{q} = 1$.

$\frac{B}{H} =$		Innere Mauerböschung $\text{tg } \varepsilon$							
		0	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$
Aeusserer Mauerböschung n	$\frac{1}{4}$	0.595	0.595	0.595	0.595	0.595	0.595	0.595	0.595
	$\frac{1}{5}$	0.589	0.589	0.589	0.589	0.589	0.589	0.589	
	$\frac{1}{6}$	0.585	0.585	0.585	0.585	0.585	0.585		
	$\frac{1}{8}$	0.582	0.582	0.582	0.582	0.582			
	$\frac{1}{9}$	0.581	0.581	0.581	0.581				
	$\frac{1}{10}$	0.580	0.580	0.580					
	$\frac{1}{12}$	0.579	0.579						
	0	0.577							

Beispiele.

I. (Fig. 174.)



Wie stark ist, eine 30 Fuss hohe, vorne und rückwärts verticale Stützmauer längs einer Strasse herzustellen, wenn der Cubikfuss des Mauerwerkes 120 Pfund wiegt. Die natürliche Erdböschung, nach dem Verhältnisse zwischen Anlage und Höhe ausgedrückt, sei 1·2. Das Erdreich soll ferner mit demjenigen Gewichte in Rechnung genommen werden, welches in dem Beispiele auf Seite 140 (nämlich 80 Pfund per Cubikfuss) angegeben ist. Auch der dort ermittelte Sicherheits-Coefficient (1·55) soll hierher übertragen werden.

Hiernach erscheinen folgende Daten gegeben:

$H = 30'$, $\text{tg } \alpha = 1\cdot2$, $n = \text{tg } \varepsilon = 0$, $g = 80$ Pfd., $q = 120$ Pfd. und $s = 1\cdot55$.

Zunächst hat man w , beziehungsweise $\frac{w}{g}$ zu bestimmen. Nach der Tabelle VI auf Seite 90 ergibt sich für $\text{tg } \alpha = 1\cdot2$ und $\text{tg } \varepsilon = 0$:

$$\frac{w}{g} = 0\cdot219, w = 0\cdot219 g = 17\cdot52 \text{ Pfd.}$$

Jetzt ist $\frac{sw}{q}$ auszumitteln. Geschieht dies, so erhält man:

$$\frac{sw}{q} = \frac{1\cdot55 \times 0\cdot219 \times 80}{120} = 0\cdot226.$$

Auf Grund dieses Werthes und der Daten $n = \text{tg } \varepsilon = 0$ sucht man schliesslich mit Hilfe der Tabelle XIX die fragliche Grösse $\frac{B}{H}$, und zwar hat man hierzu, da dort die Resultate nur für ganze Zehntel von $\frac{sw}{q}$ eingetragen sind, die Interpolations-Methode anzuwenden, wie folgt:

$$\text{Für } n = 0, \text{tg } \varepsilon = 0 \text{ und } \frac{sw}{q} = 0\cdot2 \text{ ist } \frac{B}{H} = 0\cdot258$$

$$\text{„ „ „ „ } \frac{sw}{q} = 0\cdot3 \text{ „ } \frac{B}{H} = 0\cdot316$$

Differenz ... 0·1 0·058.

$$0.1 : 0.058 = (0.226 - 0.2) : x,$$

$$x = 0.015.$$

Corrigirter Werth von $\frac{B}{H}$:

$$\frac{B}{H} = 0.258 + x = 0.273.$$

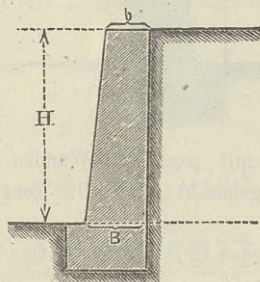
Also hat man:

$$B = b = 0.273 H = 8.19 \text{ Fuss.}$$

Die Fläche des Mauerprofils, diese sei F , wird hiernach:

$$F = BH = 245.7 \square \text{ Fuss.}$$

II. (Fig. 175.)



Dasselbe Beispiel, wie früher, nur mit dem Unterschiede, dass die Stützmauer vorne nicht vertical, sondern geböschet ist, und das bezügliche Böschungsverhältniss $\frac{1}{2}$ sein soll.

Jetzt ist $n = \frac{1}{2}$, die übrigen Daten sind eben so wie im ersten Beispiele.

Hiernach erhält man zunächst, wie früher:

$$\frac{sw}{q} = 0.226,$$

daher:

$$\text{Für } \operatorname{tg} s = 0, n = \frac{1}{2} \text{ und } \frac{sw}{q} = 0.2 \dots \frac{B}{H} = 0.262$$

$$\text{„ „ „ „ } \frac{sw}{q} = 0.3 \dots \frac{B}{H} = 0.320$$

Differenz... 0.1 0.058.

$$0.1 : 0.058 = (0.226 - 0.2) x,$$

$$x = 0.015.$$

Corrigirter Werth von $\frac{B}{H}$:

$$\frac{B}{H} = 0.262 + x = 0.277.$$

Also hat man:

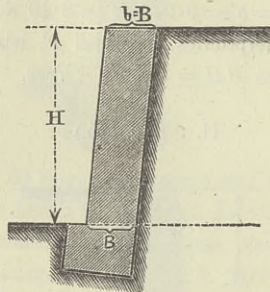
$$B = 0.277 H = 8.31 \text{ Fuss,}$$

$$b = B - \frac{1}{2} H = 5.81 \text{ Fuss.}$$

Querprofil der Stützmauer:

$$F = \frac{1}{2} (B + b) H = 211.8 \square \text{ Fuss.}$$

III. (Fig. 176.)



Strassenstützmauer mit parallelen Wänden, welche nach dem Verhältnisse $n = \operatorname{tg} \varepsilon = \frac{1}{2}$ gebösch sind. Die sonstigen Daten wie in den beiden vorigen Beispielen.

Jetzt erhält man, wegen $\operatorname{tg} \alpha = 1.2$ und $\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{1}{2}$, aus der Tabelle VI auf Seite 90:

$$\frac{w}{g} = 0.189, \quad w = 0.189 g = 15.12 \text{ Pfd.};$$

ferner:

$$\frac{sw}{q} = \frac{1.55 \times 0.189 \times 80}{120} = 0.195.$$

Hiernach ergibt sich:

$$\text{Für } \operatorname{tg} \varepsilon = n = \frac{1}{2} \text{ und } \frac{sw}{q} = 0.1 \dots \frac{B}{H} = 0.150$$

$$\text{'' '' '' '' '' } \frac{sw}{q} = 0.2 \dots \frac{B}{H} = 0.228$$

$$\text{Differenz} \dots 0.1 \dots \dots \dots 0.078.$$

$$0.1 : 0.078 = (0.2 - 0.195) : x,$$

$$x = 0.004.$$

Corrigirter Werth von $\frac{B}{H}$:

$$\frac{B}{H} = 0.228 - x = 0.224.$$

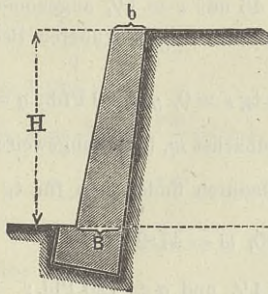
Also hat man:

$$B = b = 0.224 H = 6.72 \text{ Fuss.}$$

Die Fläche des Mauerprofils ist:

$$F = BH = 201.6 \square \text{ Fuss.}$$

IV. (Fig. 177.)



Strassenstützmauer vorne und rückwärts geböschet. Für die erstere Böschung sei $n = \frac{1}{6}$, für die letztere aber $\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{1}{12}$. Alle übrigen Daten wie früher.

Hier ist, wie in dem dritten Beispiele:

$$\frac{sw}{q} = 0.195,$$

wonach man erhält:

$$\text{Für } \operatorname{tg} \varepsilon = \frac{1}{12}, n = \frac{1}{6} \text{ und } \frac{sw}{q} = 0.1 \dots \frac{B}{H} = 0.167$$

$$\text{„ „ „ „ } \frac{sw}{q} = 0.2 \dots \frac{B}{H} = 0.241$$

$$\text{Differenz} \dots 0.1 \dots \dots \dots 0.074.$$

$$0.1 : 0.074 = (0.2 - 0.195) : x,$$

$$x = 0.004.$$

Corrigirter Werth von $\frac{B}{H}$:

$$\frac{B}{H} = 0.241 - 0.004 = 0.237.$$

Also hat man:

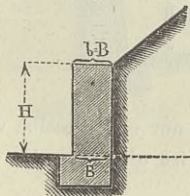
$$B = 0.237 H = 7.11 \text{ Fuss,}$$

$$b = B - \frac{1}{12} H = 4.61 \text{ Fuss.}$$

Die Fläche des Mauerprofiles ist:

$$F = \frac{1}{2} (B + b) H = 175.8 \square \text{ Fuss.}$$

V. (Fig. 178.)



Es soll die Stärke einer 10 Fuss hohen, vorne und rückwärts verticalen Wandmauer an einem nach der natürlichen Böschung ansteigenden

Erdreiche bestimmt werden, wenn der Sicherheits-Coefficient mit Rücksicht auf die Bemerkungen im §. 46 mit $s = 1\frac{1}{4}$ angenommen wird. Die sonstigen Daten sollen dieselben sein, wie in den früheren Beispielen.

Jetzt hat man:

$$H = 10', \quad \text{tg } \alpha = 1.2, \quad n = \text{tg } \varepsilon = 0, \quad g = 80 \text{ Pfd.}, \quad q = 120 \text{ Pfd.} \quad \text{und} \quad s = 1\frac{1}{4}.$$

Für diesen Fall ist zunächst w , beziehungsweise $\frac{w}{g}$, aus der Tabelle IX, Seite 144, zu bestimmen. Dadurch findet man für $\text{tg } \alpha = 1.2$ und $\text{tg } \varepsilon = 0$:

$$\frac{w}{g} = 0.590, \quad w = 47.2 \text{ Pfd.};$$

hiernach aber, wegen $s = 1\frac{1}{4}$ und $q = 120$ Pfd.:

$$\frac{sw}{q} = \frac{1\frac{1}{4} \times 0.590 \times 80}{120} = 0.492.$$

Dieser Werth liegt zwischen 0.4 und 0.5, und man erhält nach der Tabelle XIX:

$$\text{Für } n = \text{tg } \varepsilon = 0 \text{ und } \frac{sw}{q} = 0.4 \dots \frac{B}{H} = 0.365$$

$$\text{„ „ „ „ „ } \frac{sw}{q} = 0.5 \dots \frac{B}{H} = 0.408$$

$$\text{Differenz} \dots 0.1 \dots \dots \dots 0.043,$$

daher, indem man interpolirt:

$$0.1 : 0.043 = (0.5 - 0.492) : x,$$

$$x = 0.003,$$

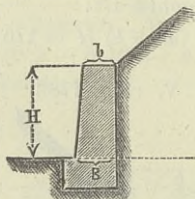
$$\frac{B}{H} = 0.408 - x = 0.405,$$

$$B = b = 0.405 H = 4.05 \text{ Fuss.}$$

Fläche des Mauerprofiles:

$$F = BH = 40.5 \square \text{ Fuss.}$$

VI. (Fig. 179.)



Wandmauer wie zuvor; nur soll dieselbe vorne nicht vertical, sondern $\frac{1}{2}$ geböschet sein. Dermalen ist also $n = \frac{1}{2}$, alle übrigen Daten wie im Beispiele V.

Indem die Hinterwand lothrecht steht, so hat man zunächst wie früher:

$$\frac{sw}{q} = 0.492,$$

folglich nach der Tabelle XIX:

$$\text{Für } \operatorname{tg} \varepsilon = 0, n = \frac{1}{2} \text{ und } \frac{sw}{q} = 0.4 \dots \frac{B}{H} = 0.368$$

$$\text{" " " " " } \frac{sw}{q} = 0.5 \dots \frac{B}{H} = 0.411$$

Differenz... 0.1 0.043,

und wenn man interpolirt:

$$0.1 : 0.043 = (0.5 - 0.492) : x,$$

$$x = 0.003,$$

$$\frac{B}{H} = 0.411 - 0.003 = 0.408,$$

hiernach aber:

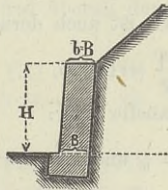
$$B = 0.408 H = 4.08 \text{ Fuss},$$

$$b = B - \frac{1}{2} H = 3.25 \text{ Fuss}.$$

Die Mauerprofilfläche ist:

$$F = \frac{1}{2} (B + b) H = 36.65 \square \text{ Fuss}.$$

VII. (Fig. 180.)



Wandmauer vorne und rückwärts parallel gebösch, und das bezügliche Böschungsverhältniss $n = \operatorname{tg} \varepsilon = \frac{1}{2}$. Die sonstigen Daten sollen so wie zuvor sein.

Jetzt ist wegen $\operatorname{tg} \alpha = 1.2$ und $\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{1}{2}$ nach der Tabelle IX:

$$\frac{w}{g} = 0.511, w = 0.511 g = 40.88 \text{ Pfd.},$$

somit:

$$\frac{sw}{q} = \frac{1\frac{1}{4} \times 0.511 \times 80}{120} = 0.426.$$

Mit Benützung der Tabelle XIX ergibt sich hiernach:

$$\text{Für } n = \operatorname{tg} \varepsilon = \frac{1}{2} \text{ und } \frac{sw}{q} = 0.4 \dots \frac{B}{H} = 0.342$$

$$\text{" " " " " } \frac{sw}{q} = 0.5 \dots \frac{B}{H} = 0.389$$

Differenz... 0.1 0.047.

$$0.1 : 0.047 = (0.426 - 0.4) : x,$$

$$x = 0.012.$$

Corrigirter Werth von $\frac{B}{H}$:

$$\frac{B}{H} = 0.342 + 0.012 = 0.354.$$

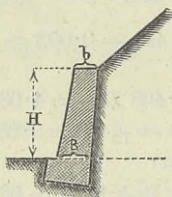
Folglich findet man:

$$B = b = 0.354 = 3.54 \text{ Fuss.}$$

Die Fläche des Mauerprofils ist:

$$F = BH = 35.4 \square \text{ Fuss.}$$

VIII. (Fig. 181.)



Wandmauer vorne $\frac{1}{6}$ und rückwärts $\frac{1}{2}$ gebösch, also $n = \frac{1}{6}$ und $\text{tg } \varepsilon = \frac{1}{2}$; sonst die früheren Daten.

Wie in dem Beispiele VII, ist auch dermalen:

$$\frac{sw}{q} = 0.426,$$

daher mit Rücksicht auf die Tabelle XIX:

$$\text{Für } \text{tg } \varepsilon = \frac{1}{2}, n = \frac{1}{6} \text{ und } \frac{sw}{q} = 0.4 \dots \frac{B}{H} = 0.352$$

$$\text{" " " " } \frac{sw}{q} = 0.5 \dots \frac{B}{H} = 0.398$$

Differenz... 0.1.....0.046.

$$0.1 : 0.046 = (0.426 - 0.4) : x,$$

$$x = 0.012.$$

Corrigirter Werth von $\frac{B}{H}$:

$$\frac{B}{H} = 0.352 + x = 0.364.$$

Sofort findet man:

$$B = 0.364 H = 3.64 \text{ Fuss.}$$

$$b = B - \frac{1}{2} H = 2.81 \text{ Fuss.}$$

Die Mauerprofilfläche ist:

$$F = \frac{1}{2} (B + b) H = 32.25 \square \text{ Fuss.}$$

Für die gewöhnlich vorkommenden praktischen Verhältnisse ergibt sich in Bezug auf den Grad der Zweckmässigkeit der Mauerprofilformen, dass unter sonst gleichen Umständen solche Mauern, welche vorne und rückwärts vertical angeordnet sind, einen grösseren Materialaufwand erfordern, als diejenigen, welche bloß rückwärts vertical, vorne aber geböschet sind; ferner, dass liegende Mauern, also vorne und rückwärts geböschet, mit noch weniger Materiale hergestellt werden können, wobei es übrigens einen weiteren Vortheil gewährt, wenn die vordere Böschung etwas grösser als die rückwärtige ist.

Diese Bemerkungen findet man in den zuvor gegebenen Beispielen bestätigt, denn die mit F bezeichneten Mauerprofile, mit denen der Materialaufwand proportional ist, verhalten sich in den vier ersten Beispielen, wie:

$$\begin{array}{cccc} \text{(I)} & \text{(II)} & \text{(III)} & \text{(IV)} \\ 245.7 & : & 211.8 & : & 201.6 & : & 175.8, \end{array}$$

und in den vier letzten Beispielen, wie:

$$\begin{array}{cccc} \text{(V)} & \text{(VI)} & \text{(VII)} & \text{(VIII)} \\ 40.5 & : & 36.65 & : & 35.4 & : & 32.25; \end{array}$$

oder, indem man das erste Glied überall durch die Einheit darstellt, einerseits, wie:

$$\begin{array}{cccc} \text{(I)} & \text{(II)} & \text{(III)} & \text{(IV)} \\ 1 & : & 0.86 & : & 0.82 & : & 0.72, \end{array}$$

und andererseits, wie:

$$\begin{array}{cccc} \text{(V)} & \text{(VI)} & \text{(VII)} & \text{(VIII)} \\ 1 & : & 0.90 & : & 0.87 & : & 0.79. \end{array}$$

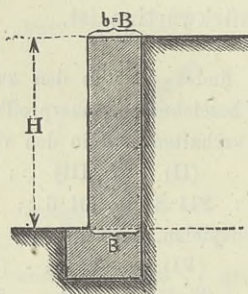
Bisher wurde die Mauerstärke aus dem Sicherheits-Coefficienten s und den sonstigen Daten bestimmt. Mitunter ist aber die Mauerstärke bekannt, und es soll dann nach dieser und den übrigen Daten der Sicherheits-Coefficient ermittelt werden. Dieser Fall tritt ein bei einer theoretisch vorzunehmenden Prüfung der Stabilität von projectirten oder ausgeführten Futtermauern. Hierbei kann man entweder mittelst Rechnung oder in grafischer Weise verfahren. Wird der Weg der Rechnung eingeschlagen, so hat man nach der bezüglichen Bedingungsgleichung für den s -fachen Widerstand der Mauer gegen Umsturz die Grösse s zu berechnen.

Geschieht dies, so erhält man:

$$s = \frac{q}{w} \cdot \frac{\left(\frac{B}{H}\right)^2 + \left(\frac{B}{H}\right) \operatorname{tg} \varepsilon - \frac{1}{3} (n^2 - \operatorname{tg}^2 \varepsilon)}{\frac{1}{3} m (1 + \operatorname{tg}^2 \varepsilon) + \left(\frac{B}{H}\right) \operatorname{tg} \varepsilon} \dots\dots(513).$$

Ex. Es seien, wie in dem Beispiele I auf Seite 460 folgende Daten gegeben; $H = 10$ Fuss, $n = 0$, $\operatorname{tg} \varepsilon = 0$, $m = 1$, $g = 80$ Pfd. und $q = 120$ Pfd.; ausserdem sei die Stärke $B = 8.19$ Fuss bekannt, welche die Mauer

Fig. 182.



(Fig. 182) erhalten soll. Wie gross ist der betreffende Sicherheits-Coefficient s ?

Zunächst hat man $\left(\frac{B}{H}\right) = 0.273$, und $w = 0.219 g = 17.52$ Pfd.; somit $\frac{q}{w} = 6.85$.

Hiernach ergibt die Gleichung (513):

$$s = 3 \left(\frac{q}{w}\right) \left(\frac{B}{H}\right)^2 = 1.54,$$

also in der That nahezu 1.55, für welchen Sicherheits-Coefficienten die hier zu Grunde gelegte Mauerstärke $B = 8.19$ Fuss gefunden wurde.

Um hiebei in grafischer Weise vorzugehen, hat man mit Bezug auf Fig. 183, worin das Mauerprofil $AA'FF'$ gegeben ist, Folgendes zu beachten*):

*) Ueber die grafische Bestimmung der Widerstandsfähigkeit von Futtermauern veröffentlichte der Verfasser schon im J. 1850 in Förster's allgemeiner Bauzeitung einen Aufsatz, welcher hierauf in die Zeitschrift des österreichischen Ingenieur-Vereines v. J. 1851 übergang und auch in Becker's Werk „Allgemeine Baukunde des Ingenieurs“ (§. 110) eingeschaltet wurde.

Mittelpunkt M des gedachten Erddruckes geht und auf der Stützwand \overline{AF} lothrecht steht, wenn, wie in diesem §. vorausgesetzt, die Reibung zwischen Erdreich und Stützwand nicht in Betracht kommt.

Man hat also zu construiren:

$$\overline{AM} = \frac{1}{3} m \cdot \overline{AF} \text{ und } \overline{Mm} \perp \overline{AF},$$

wobei in den Fällen, wo das Erdreich hinter der Stützwand, von der Mauerkrone an, von einer Ebene begrenzt wird, der Coefficient $m = 1$, also $\overline{AM} = \frac{1}{3} \overline{AF}$ wird.

Die Resultirende des Mauergewichtes Q ist durch den Schwerpunkt S des gegebenen Mauerprofiles (des Trapezes $AA'F'F$) lothrecht zu zeichnen, wobei nach einer bekannten Regel aus der Mechanik der erwähnte Schwerpunkt S in dem Durchschnitte der beiden Geraden $\overline{af'}$ und \overline{bc} liegt, wenn a der Halbirungspunkt der Basis $\overline{AA'}$ und f' jener der Krone $\overline{F'F'}$ ist, während sowohl $\overline{F'c}$ als auch $\overline{A'b}$ die Summe der zwei Parallelen des Trapezes vorstellt, wonach einerseits $\overline{F'c} = \overline{AA'}$ und andererseits $\overline{A'b} = \overline{F'F'}$ zu machen ist.

Um nun auch die Grösse der Kräfte grafisch darzustellen, so beachte man zunächst, dass der Erddruck D nach der zur Figur 102 gehörigen Erläuterung eben so gross ist, wie das Gewicht eines Erdprismas mit dem dort gezeichneten Profile $Eqr = Amn$, an dessen Stelle auch das ebenfalls dort ange deutete Dreieck AFu gesetzt werden kann. Angenommen, es sei dieses Dreieck AFu in der jetzt in Betracht stehenden Figur 183 vorschriftsmässig construirt worden, so stellt das Gewicht eines Erdprismas, welches das gedachte Dreieck mit der Höhe H zum Profile hat, die Grösse des Erddruckes D vor.

Uebergehend auf die zweite Kraft Q , so entsteht diese durch die Schwere des Steinprismas mit dem trapezförmigen Profile $AA'FF'$. Verwandelt man das Letztere in das Dreieck AFc , indem man den schon früher gefundenen Punkt c mit A verbindet, so ist Q auch das Gewicht eines Steinprismas mit dem dreieckigen Profile AFc . Der Gleichmässigkeit der Darstellung

wegen wird man nunmehr an die Stelle dieses Steinprismas ein Erdprisma von demselben Gewichte Q substituiren, was dadurch geschieht, dass man die Grundlinie \overline{Fc} von dem Steinprofilprisma in demselben Verhältnisse vergrößert, in dem das Gewicht einer cubischen Einheit vom Erdreiche kleiner ist, als jenes vom Mauerwerke. Angenommen, es sei das erwähnte Verhältniss durch jenes der beiden Geraden $\overline{\alpha\beta}$ und $\overline{\gamma\delta}$ ausgedrückt, so dass also die Proportion existirt:

$$\overline{\alpha\beta} : \overline{\gamma\delta} = g : q,$$

so braucht man zu dem ausgesprochenen Zwecke nur von F aus eine beliebig gerichtete Gerade zu zeichnen, darauf $\overline{Fh} = \overline{\alpha\beta}$ und $\overline{Fi} = \overline{\gamma\delta}$ aufzutragen, h mit c zu verbinden, und $\overline{di} \parallel \overline{ch}$ zu ziehen. Sodann ist \overline{Fd} die fragliche in dem Verhältnisse $\left(\frac{q}{g} = \frac{\overline{\gamma\delta}}{\overline{\alpha\beta}}\right)$ vergrößerte Gerade, und es leuchtet ein, dass das Mauergewicht Q nunmehr gerade so gross ist, wie das Gewicht des Erdprismas mit dem dreieckigen Profile AFd .

Hiernach ergibt sich:

$$D : Q = \triangle \overline{AFu} : \triangle AFd,$$

oder, indem beide Dreiecke die gleiche Höhe H haben, auch:

$$D : Q = \overline{Au} : \overline{Fd};$$

es kommt also blos das Verhältniss der zwei Dreiecks-Grundlinien in Betracht.

Da der Massstab zur grafischen Darstellung der Kräfte beliebig ist, so ist es erlaubt, als Repräsentanten der Erddruckgrösse D directe die Dreiecksbasis Au anzunehmen, wodurch dann das Mauergewicht Q vermittelt der anderen Dreiecksbasis \overline{Fd} ebenfalls unmittelbar dargestellt sein wird.

Wenn man jetzt die Kraft $Q = \overline{Fd}$ von o aus vertical nach abwärts aufträgt, also $\overline{ko} = \overline{Fd}$ macht, ist das ganze Kräfteparallelogramm $klmo$ bestimmt; indem man nämlich die Diagonale $\overline{oA'l}$ zieht, dann $\overline{kl} \parallel \overline{om}$ und $\overline{lm} \parallel \overline{ko}$ macht.

Auf diese Weise ist diejenige offensive Druckkraft $\overline{om} = \overline{kl}$ gefunden, welche vorhanden sein kann, um der Defensivkraft Q

im ungünstigsten Falle noch das Gleichgewicht zu halten. Jene Offensivkraft ist aber das s -fache des Erddruckes D , also:

$$\overline{kl} = \overline{mo} = sD,$$

und da nach dem Obigen $D = \overline{Au}$ war, so hat man schliesslich für die zu suchende Grösse des Sicherheits-Coefficienten:

$$s = \frac{mo}{Au} \dots \dots \dots (514).$$

Misst man daher diese beiden Linien \overline{mo} und \overline{Au} auf irgend einem Massstabe ab, und dividirt die betreffenden Zahlenwerthe durch einander, so erhält man den Coefficienten s . Selbstverständlich kann man die angedeutete Division auch grafisch ausführen.

So findet man nach den vorkommenden Verhältnissen in der zur Erläuterung dienenden Figur 183 beispielsweise $s = 2$.

Oben wurde, wie es gewöhnlich ist, $g < q$ und hiernach auch $\overline{\alpha\beta} < \overline{\gamma\delta}$ angenommen. Ausnahmsweise kann aber $g > q$ sein, sodann ist auch $\overline{\alpha\beta} > \overline{\gamma\delta}$, und es wird die in der Figur 183 erscheinende Dreiecksbasis \overline{Fc} nach dem betreffenden Verhältnisse beider Einheitsgewichte nicht zu vergrössern, sondern zu verkleinern sein, wodurch man $\overline{Fd} < \overline{Fc}$ erhält. Dieser Fall kann z. B. eintreten, wenn hinter einer Ziegelmauer schweres Erdreich (Schotter gestampfter Lehm) aufgeschichtet wird.

Bei der bisherigen Betrachtung des Umsturmmentes wurde angenommen, dass die Drehungsachse hiefür ganz unten in A' (Fig. 184) gelegen sei. Zur Rechtfertigung für diese Annahme dienen folgende Bemerkungen:

Gesetzt, es seien B und b die Dimensionen für die Mauerstärke unten und oben, wie solche mittelst des vorne angegebenen Verfahrens bei der ganzen Mauerhöhe H sich ergeben. Würde man die Mauerstärken B_1 und b_1 , B_2 und b_2 , B_3 und b_3 , u. s. w. für kleinere Mauerhöhen (H_1 , H_2 , H_3 , u. s. w.) unter sonst gleichen Verhältnissen bestimmen, und zugleich annehmen, dass hiebei sowohl der Werth von w , als auch jener des Sicherheitscoefficienten s nicht von der Grösse der Druckhöhe abhängig

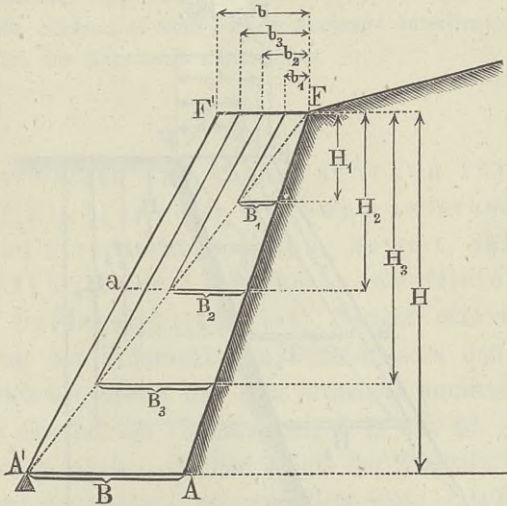
wäre, so erhielte man zu Folge der Gleichung (512) also für $m = 1$, die Relationen:

$$\left. \begin{aligned} \frac{B_1}{H_1} &= \frac{B_2}{H_2} = \frac{B_3}{H_3} = \dots = \frac{B}{H} \\ \frac{b_1}{H_1} &= \frac{b_2}{H_2} = \frac{b_3}{H_3} = \dots = \frac{b}{H} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (515),$$

wonach die verschiedenen Mauerprofile unter einander ähnlich erschienen, und daher die äussere Ecke der jedesmaligen Basis in die Diagonale $\overline{A'F}$ zu liegen käme.

Der Umstand, dass in manchen Fällen m von der Einheit etwas abweicht, ist nicht geeignet, die erwähnte Eigenschaft

Fig. 184.



wesentlich zu alteriren, und eine ähnliche Bemerkung kann man in Bezug auf die Grösse w machen, insoferne diese zuweilen mit der Druckhöhe etwas differirt.

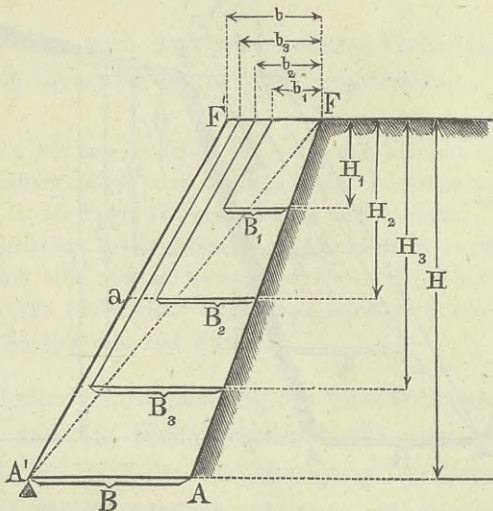
Anders verhält es sich mit dem Werthe des Sicherheits-Coefficienten s , welcher in gewissen Fällen namentlich bei Stützmauern an Strassen- und Eisenbahnen, in einer mehr auffälligen Weise, mit der Druckhöhe variirt. Alsdann werden die erforderlichen Mauerstärken B_1 , B_2 , B_3 , u. s. w., welche sich bei verschiedenen Druckhöhen H_1 , H_2 , H_3 , u. s. w. (Fig. 185) ergeben,

merklich grösser, als bei dem in der Figur 184 betrachteten Falle; indessen reichen dieselben doch niemals bis zu derjenigen äusseren Mauerböschung $\overline{A'F'}$, welche dem Mauerprofile für die grösste Höhe H zugehört. Es bestehen dann folgende Relationen:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{B_1}{H_1} > \frac{B_2}{H_2} > \frac{B_3}{H_3} > \dots > \frac{B}{H} \\ \frac{b_1}{H_1} > \frac{b_2}{H_2} > \frac{b_3}{H_3} > \dots > \frac{b}{H} \end{array} \right\} \dots\dots\dots (516).$$

Wenn daher für diese letztere Höhe H die entsprechenden Mauerstärken B und b , einerseits an der Basis und andererseits an der Krone construirt worden sind, so kann die nächste Ge-

Fig. 185.



fahr des Umsturzes an einer oberhalb A' gelegenen Stelle (beispielsweise in a) nicht vorhanden sein, weil dort in dem Profile $AFF'A'$ schon eine grössere Mauerstärke besteht, als für die dazu gehörige Druckhöhe (beispielsweise H_2) eigentlich erforderlich wäre.

Hieraus geht hervor, dass es allerdings richtig ist, die Umsturzkannte, wie es in der vorstehenden Theorie geschehen, ganz unten in A' anzunehmen.

Vom praktischen Standpunkte aus muss man zu den vorstehenden Bemerkungen wohl noch einige hinzufügen. Bei verhältnissmässig kleinen Mauerhöhen ist es nämlich oft nöthig, die berechneten Mauerstärken etwas zu vergrössern, damit ein regelrechter Verband zwischen den Mauersteinen angeordnet werden kann. Uebrigens liegt es in der Natur der Sache, dass die Qualität des Mauerwerkes nicht an allen Stellen vollkommen dieselbe sein werde, sondern, dass vielmehr in dieser Beziehung manche Verschiedenheiten Platz greifen können. Sind dieselben zu bedeutend, so kann es im Gegensatze zu der oberwähnten Annahme allerdings geschehen, dass die Gefahr eines Umsturzes für eine oberhalb der Mauerbasis gelegene Stelle in den Vordergrund tritt. Allein, derlei Zufälligkeiten in eine förmliche Berechnung einzubeziehen, ist weder möglich, noch nöthig, zumal jedenfalls dafür Sorge zu tragen ist, dass das Mauerwerk möglichst gleichförmig und mit entsprechendem Steinverbaude, überhaupt in kunstgerechter Weise ausgeführt werde, alsdann es wohl keinem Anstande unterliegt, die Umstürzkante zunächst der Mauerbasis anzunehmen.

§. 112.

Bestimmung der Mauerstärken für den Fall, wenn der Einfluss der Reibung zwischen Erde und Stützwand directe in Rechnung kommt, daher bei der Feststellung des Sicherheits-Coefficienten nicht mehr zu berücksichtigen ist. Nimmt man schon bei der Bestimmung des Erddruckes an Futtermauern den Einfluss der Reibung zwischen diesen und dem Erdreiche unmittelbar in Rechnung, wie dies bei den Untersuchungen in den §§. 65 bis 83 geschehen ist, so müssen offenbar behufs der Ermittlung der Mauerstärken verhältnissmässig grössere Sicherheits-Coefficienten, als solche nach den Erörterungen im vorigen §. entfallen, zur Anwendung kommen, um den praktischen Verhältnissen zu genügen, worauf übrigens schon am Schlusse des §. 26 hingedeutet worden ist.

Zur diesfälligen Berechnung dient die im §. 110 entwickelte Formel (506), welche heisst:

$$\frac{B}{H} = -\frac{1}{2} \left[\operatorname{tg} \varepsilon + \frac{sw}{q} (\mu - \operatorname{tg} \varepsilon) \right] + \sqrt{\frac{1}{4} \left[\operatorname{tg} \varepsilon + \frac{sw}{q} (\mu - \operatorname{tg} \varepsilon) \right]^2 + \frac{msw}{3q \cos^2 \varepsilon} + \frac{1}{3} (n^2 - \operatorname{tg}^2 \varepsilon)}$$

Mit Ausnahme des Reibungs-Coefficienten $\mu = \operatorname{tg} \varrho$, welcher hier nicht wie im vorigen §. Null ist, sondern einen davon verschiedenen Werth hat, dann mit Ausnahme der Grössen w und s , welche ebenfalls andere Werthe annehmen, als nach dem Vorgange im vorigen §., kommen in einem gegebenen Falle den übrigen Buchstaben in der betrachteten Formel dieselben Werthe zu, wie, wenn die Auflösung nach der früheren Formel (508) geschehen würde. Eigentlich sollte zu den Ausnahmen mitunter auch der Coefficient $m = \frac{e}{\frac{1}{3}H} = \frac{3e}{H}$ gezählt werden, welcher in Fällen, in denen die von der Mauerkrone beginnende Oberfläche des Erdreiches nicht von einer Ebene begrenzt ist, streng genommen nicht denselben Werth beibehält, wenn man einmal die Reibung an der Stützwand in Rechnung nimmt, und das andere Mal ausser Acht lässt, wie dies z. B. bei der Vergleichung der beiden Tabellen XII und XVIII zu ersehen ist; allein, da der diessfällige Unterschied verhältnissmässig nur gering sein wird, ist es wohl gestattet, von dem Einflusse dieses Unterschiedes ganz abzusehen.

Was insbesondere das Einheitsgewicht w betrifft, welches einer sich einzubildenden tropfbaren Flüssigkeit zukommt, die einen mit dem normalen Erddrucke gleichen Druck an die Stützwand ausüben würde, so ist die Grösse desselben nach den Anleitungen in dem dritten Abschnitte des ersten Hauptstückes der Theorie des Erddruckes zu bestimmen. Insbesondere wird es sich hiebei je nach Umständen um die Benützung der Formeln (301), (302), (303), (308) zur XIII. Tabelle gehörig, (311), (317) auf Tabelle XV Bezug nehmend, (325), (328), (333), (341), (344), (346), nach dieser ist die Tabelle XVI berechnet, (352), (354), (367) und (368), wozu die Tabelle XVII gehört, handeln.

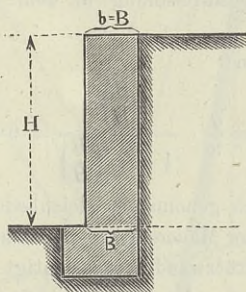
Ex. Es sei die Mauerstärke in dem auf Seite 460 gegebenen Beispiele I zu berechnen, wenn der Coefficient für die Reibung zwischen Erde und Stützwand mit seinem grössten Werthe in Rechnung genommen, also $\mu = \operatorname{tg} \varrho = \operatorname{cotg} \alpha$ gesetzt wird. Gegeben sind somit folgende Grössen: $H = 30'$, $\operatorname{tg} \alpha = 1.2$, $n = \operatorname{tg} \varepsilon = 0$, $g = 80$ Pfd., $q = 120$ Pfd. und $\mu = \frac{3}{4}$; der Sicherheits-Coefficient ferner sei $s = 6$. (Siehe Fig. 186.)

Zunächst hat man w zu bestimmen; der Werth hiefür ergibt sich aus der XIII. Tabelle, beziehungsweise aus der Formel (308), und zwar für $a = 1.2$ und $\mu = \frac{1}{a}$, wie folgt:

$$\frac{w}{g} = 0.163, \quad w = 0.163 g = 13.04 \text{ Pfd.}$$

Auch die Tabelle XV, beziehungsweise die Formel (315) kann hiezu benützt werden, wenn man beachtet, dass in dem vorliegenden Falle den dortigen Grössen a und b die Werthe 1.2 und 0 zukommen.

Fig. 186.



Hiernach findet man:

$$\frac{sw}{q} = 0.652.$$

Zur weiteren Berechnung dient die Formel (506), welche für den gegebenen Fall, wegen $n = \operatorname{tg} \varepsilon = 0$ und $m = 1$, zunächst übergeht in:

$$\frac{B}{H} = -\frac{u s w}{2q} + \sqrt{\left(\frac{\mu s w}{2q}\right)^2 + \frac{sw}{3q}},$$

woraus zu Folge der speciellen Werthe von μ und $\left(\frac{sw}{q}\right)$ sich ergibt:

$$\frac{B}{H} = 0.269, \quad B = b = 8.07 \text{ Fuss,}$$

also nahezu dasselbe Resultat, wie auf der Seite 461.

Will man bei gegebener Mauerstärke den bezüglichlichen Sicherheits-Coefficienten bestimmen, so ist aus der Gleichung (506) die Grösse s zu bestimmen. Geschieht dies, so findet man die allgemeine Formel:

$$s = \frac{q}{w} \cdot \frac{\left(\frac{B}{H}\right)^2 + \left(\frac{B}{H}\right) \operatorname{tg} \varepsilon - \frac{1}{3} (n^2 - \operatorname{tg}^2 \varepsilon)}{\frac{1}{3} m (1 + \operatorname{tg}^2 \varepsilon) - (\mu - \operatorname{tg} \varepsilon) \left(\frac{B}{H}\right)} \dots (517),$$

welche mit jener unter (513) analog ist, nur dass dort $\mu = \operatorname{tg} \varrho = 0$ ist, und w einen anderen Werth hat, als hier.

Ex. Wird diese Formel auf das vorige Beispiel angewendet, und derjenige Sicherheits-Coefficient s gesucht, nach welchem die Mauerstärke $B = b$ ebenso gross entfele, wie es in dem I. Beispiele auf Seite 460 der Fall war, wo die Rechnung nach den Andeutungen im §. 111 durchgeführt wurde, so hat man zu setzen:

$\frac{B}{H} = 0.273$, $n = \operatorname{tg} \varepsilon = 0$, $m = 1$, $\mu = \frac{5}{6}$, $g = 80$ Pfd., $q = 120$ Pfd. und, mit Rücksicht auf die Detailrechnung in dem vorhergehenden [Beispiele, $w = 13.04$ Pfd.

Hiernach findet man:

$$s = \frac{q}{w} \cdot \frac{\left(\frac{B}{H}\right)^2}{\frac{1}{3} - \mu \left(\frac{B}{H}\right)} = 6.46.$$

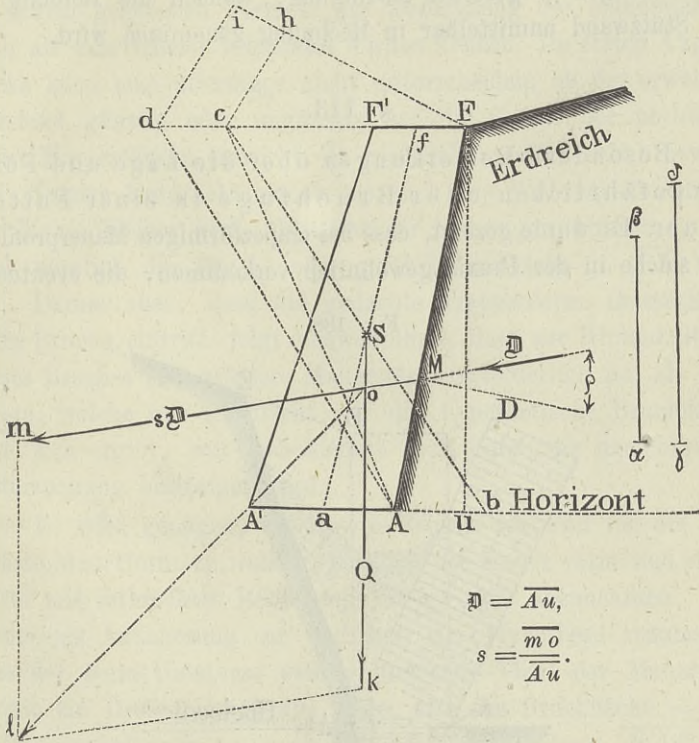
Es ist also, praktisch genommen, gleichbedeutend, ob man in diesem beispielsweisen Falle bei der Mauerstärken-Berechnung unmittelbar den Einfluss der Reibung an der Stützwand berücksichtigt und den Sicherheits-Coefficienten mit 6.46 annimmt, oder aber, ob hiebei jene Reibung ausser Betracht bleibt, dafür aber der Sicherheits-Coefficient nur $= 1.55$ gesetzt wird.

Bei der angedeuteten Bestimmung von s kann man auch grafisch zu Werke gehen. Das diessfällige Verfahren ist grundsätzlich dasselbe, welches im vorigen §. vermittelt der Figur 183 erläutert worden ist; nur hat man dabei den jetzt in Betracht kommenden schiefen Erddruck \mathfrak{D} , sowohl der Richtung als auch der Grösse nach, entsprechend zu construiren, wobei auf die Erklärungen im §. 68 zur Figur 137 Rücksicht zu nehmen ist.

Zur Erläuterung dieses Verfahrens dient die Fig. 187. Diese unterscheidet sich von der Figur 183 nur dadurch, dass in dem zu construiren den Kräftenparallelogramm $klmo$ die Richtung des Erddruckes \mathfrak{D} , beziehungsweise $s \mathfrak{D}$, von dem Druckmittelpunkte M aus, eine andere ist, nämlich eine solche, welche mit der auf die Stützwand stehenden Normalen den Reibungswinkel ϱ einschliesst, wodurch selbstverständlich auch der Angriffspunkt (o) der Kräfte und die Richtung (\overline{ol}) der Mittelkraft sich anders, als in der

Figur 183, herstellt. Auch die Gerade \overline{Au} , deren Grösse den schiefen Erddruck \mathfrak{D} repräsentirt, ist jetzt nicht dieselbe, wie in der Figur 183, sondern wie in der Figur 137 zu construiren, indem man nämlich beachtet, dass dort der schiefe Erddruck

Fig. 187.



durch das Gewicht eines Erdprismas mit dem Profile $Eqr = Amn = AFu$ dargestellt wurde.

Das Mauerengewicht Q dagegen bleibt der Grösse und Richtung nach eben so, wie in Figur 183 zu zeichnen, es ist nämlich durch die verticale Gerade $\overline{ok} = \overline{Fd}$ darzustellen.

Indem man schliesslich wieder $\overline{om} = s\mathfrak{D}$ durch $\overline{Au} = \mathfrak{D}$ dividirt, also die Relation:

$$s = \frac{\overline{mo}}{\overline{Au}} \dots \dots \dots (518),$$

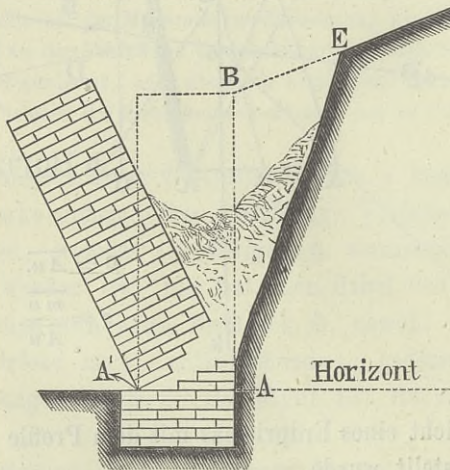
berücksichtigt, ergibt sich der fragliche Sicherheits - Coefficient; beispielsweise in der Figur 187 mit der Zahl 5.

Das am Schlusse des §. 111 Gesagte, wozu die Figuren 184 und 185, so wie die Relationen (515) und (516) gehören, erleidet der Hauptsache nach keine Aenderung durch die in dem gegenwärtigen §. gestellte Bedingung, wonach die Reibung an der Stützwand unmittelbar in Rechnung genommen wird.

§. 113.

Besondere Bemerkungen über die Lage und Form der gefährlichen oder Bruchfuge in einer Futtermauer. Es wurde gezeigt, dass bei trapezförmigen Mauerprofilen, wie solche in der Praxis gewöhnlich vorkommen, die eventuelle

Fig. 188.



Umsturzkannte an der Mauerbasis angenommen werden kann. Allein es handelt sich noch darum, zu untersuchen, ob auch die ganze Bruchfuge in die Basis falle, und wenn nicht, welchen Einfluss die bezügliche Abweichung auf die Stabilitäts - Berechnung nehme.

Die Erfahrung lehrt, dass bei dem Umsturze einer Futtermauer auf dem Fundamente, wenn dieses nicht ausweichen kann,

in der Regel ein Absatz von treppenförmiger Gestalt stehen bleibt, wie dies beispielsweise in der Figur 188 angedeutet ist.

Es ist daher zu erwägen, welchen Einfluss diese besondere Gestalt der gefährlichen Fläche in den Futtermauern auf die Standfähigkeit derselben äussert, namentlich, ob mit Bezug darauf die früher gegebenen Formeln zur Berechnung der Mauerstärken noch als ausreichend betrachtet werden können. Im ersten Augenblicke kann man allerdings nicht unterscheiden, ob der erwähnte Umstand günstig oder ungünstig auf die Grösse der nothwendigen Mauerstärken einwirkt, da hiedurch augenscheinlich sowohl das offensive Erddruckmoment, als auch das Widerstandsmoment der Mauer kleiner wird, als unter der bisherigen Annahme, wonach nämlich die Bruch- oder gefährliche Fläche in $\overline{AA'}$ war.

Daraus aber, dass die gedachte Treppenform thatsächlich beim Bruche eintritt, folgt unzweifelhaft, dass zur Hintanhaltung dieses Bruches eine grössere Mauerstärke erforderlich ist, als diejenige, welche mit Rücksicht auf die hypothetische Bruchfläche $\overline{AA'}$ sich ergibt, was insbesondere noch durch die nachfolgende Untersuchung bestätigt wird.

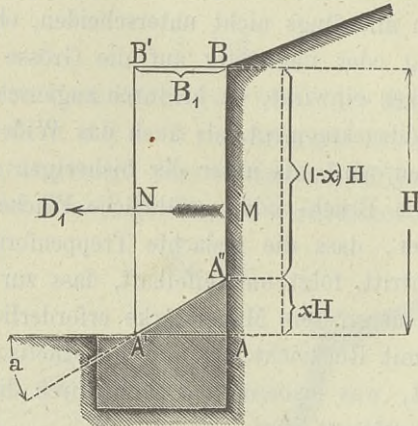
Es wird genügen, zu diesem Behufe den Fall für die einfachste Mauerform zu wählen, nämlich die Mauer vorne und rückwärts mit lothrechter Begrenzung (Fig. 189) anzunehmen, und hiebei als Annäherung zur Wahrheit die Hypothese zuzulassen, dass der beim Umsturze stehen bleibende Theil der Mauer im Profile ein Dreieck ($AA'A''$) bilde, also die Bruchfläche — anstatt treppenförmig — nach der schiefen Richtung $\overline{A'A''}$ entstehe. Es handelt sich nun darum, nicht nur diese Bruchrichtung, sondern auch die Mauerstärke B_1 zu bestimmen, welche nothwendig ist, um den angedeuteten Umsturz zu verhindern, und zwar unter der üblichen Voraussetzung, dass auf die Cohäsion des Mörtels im Mauerwerke keine Rücksicht genommen werde. Auch soll der Einfachheit wegen die Reibung zwischen dem Erdreiche und der Stützwand nicht besonders in Rechnung kommen.

Setzt man die Theilhöhe $\overline{AA''} = \alpha H$, so bedeutet α einen gewissen Coefficienten, kleiner als die Einheit, welcher, wenn er

bestimmt worden ist, einen Begriff darüber gibt, den wie vielten Theil die Höhe des nicht umstürzenden Mauerstückes von der ganzen Mauerhöhe ausmacht.

Der auf den Umsturz abzielende, normal auf die Wand gerichtete Erddruck wirkt hiernach nur in der Druckhöhe $\overline{A''B} =$

Fig. 189.



$(1 - x) H$, und die Grösse desselben (mit D_1 bezeichnet) kann durch die hydrostatische Formel:

$$D_1 = \frac{1}{2} w \cdot \overline{A''B}^2 = \frac{1}{2} w (1 - x)^2 H^2$$

ausgedrückt werden, wenn w das Gewicht der sich einzubildenden tropfbaren Flüssigkeit bedeutet, welche denselben Druck, wie das Erdreich auszuüben im Stande wäre.

Nimmt man ferner den Druckmittelpunkt M in dem dritten Theile der Druckhöhe an, was entweder genau oder wenigstens sehr nahe richtig sein wird, so hat man:

$$\overline{A''M} = \frac{1}{3} \overline{A''B} = \frac{1}{3} (1 - x) H,$$

und der Hebelsarm für die Druckkraft wird hiernach:

$$\overline{A'N} = \overline{AA''} + \overline{A''M} = \frac{1}{3} (1 + 2x) H,$$

so dass das Umsturz- oder Erddruckmoment in folgender Weise sich bezieft:

$$D_1 \cdot \overline{A'N} = \frac{1}{6} w (1 + 2x) (1 - x)^2 H^3 \dots \dots (519).$$

Um das widerstehende Moment des Mauergewichtes zu finden, beachte man, dass dasselbe gleich ist dem Momente der ganzen Mauer $AA'B'B$ weniger dem Momente des stehenden bleibenden Mauerstückes $AA'A''$. Hiernach hat man unter Beibehaltung der Bezeichnung q für das Einheitsgewicht des Mauerwerkes:

$$\begin{aligned} \text{Mauermoment} &= q \left[\frac{1}{2} B_1 \cdot B_1 H - \frac{2}{3} B_1 \cdot \frac{1}{2} B_1 \cdot x H \right] \\ &= \frac{1}{6} (3 - 2x) q B_1^2 H \dots \dots \dots (520). \end{aligned}$$

Setzt man nunmehr mit Rücksicht auf die verlangte sfache Sicherheit das eben gefundene Mauermoment gleich dem sfachen Momente des Erddruckes, so erhält man die Bedingungsgleichung:

$$\frac{1}{6} (3 - 2x) q B_1^2 H = \frac{1}{6} s w (1 + 2x) (1 - x)^2 H^3,$$

woraus folgt:

$$\frac{B}{H} = \sqrt{\frac{(1 + 2x)(1 - x)^2 s w}{(3 - 2x) q}} \dots \dots \dots (521).$$

Hiernach wäre B_1 mit x variabel, so dass die nothwendige Mauerstärke verschieden ausfallen würde, je nachdem die Richtung der gefährlichen oder Bruchfläche im Mauerwerke angenommen wird.

Nimmt man z. B. die Bruchfläche horizontal, also $x = 0$ und setzt man den diessfälligen speciellen Werth von $B_1 = B$, so findet man:

$$\frac{B}{H} = \sqrt{\frac{s w}{3 q}},$$

welcher für die hier geschehene Voraussetzung, wonach $m = 1$ angenommen ward, mit dem Resultate (509) übereinstimmt, was auch zu erwarten war, weil dort in der That eine horizontale Bruchfläche in Aussicht genommen worden ist.

Als Verhältniss zwischen B_1 und B ergibt sich nun:

$$\frac{B_1}{B} = \sqrt{\frac{3(1 + 2x)(1 - x)^2}{(3 - 2x)}} = \sqrt{3f(x)} \dots \dots (522),$$

wobei die bezügliche Function von x durch die Relation ausgedrückt ist:

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{(1 + 2x)(1 - x)^2}{(3 - 2x)} = \frac{(1 - 3x^2 + 2x^3)}{(3 - 2x)} \\ &= \frac{1 - x^2(3 - 2x)}{(3 - 2x)} = \frac{1}{(3 - 2x)} - x^2. \end{aligned}$$

Es kommt hier zu bemerken, dass zwar für den Fall, wenn die Erdoberfläche von einer Ebene begrenzt ist, w nicht von x abhängt, dass aber sonst eine solche Abhängigkeit zwischen w und x stattfindet, somit im Allgemeinen der Werth von w in den Ausdrücken für B_1 und B nicht ein und derselbe ist. Nachdem indessen w nur sehr allmählich mit x sich verändert, und die verschiedenen Werthe von x , um die es sich hier handelt, nur innerhalb enger Grenzen eingeschlossen sind, so wird es keinen nennenswerthen Irrthum veranlassen, wenn man für den Zweck der gegenwärtigen Untersuchung w auch in solchen Fällen, wenn die Erdoberfläche hinter der Mauerkrone nicht von einer Ebene begrenzt ist, ungeachtet der variablen Druckhöhe als constant gelten lässt, wie dies bei der Aufstellung der Gleichung (522) bereits geschehen ist.

Unter den verschiedenen Werthen für die Mauerstärke, die sich aus der letztgenannten Gleichung ergeben, je nachdem x gewählt wird, wird nun offenbar der ungünstigste, also der grösste zu beachten, mithin zu untersuchen sein, für welches x die Breite B_1 , beziehungsweise $f(x)$, ein Maximum wird.

Heisst man den x_1 diessfälligen Werth von x , so hat man zur Ausmittlung desselben $\frac{df(x)}{dx} = 0$ für $x = x_1$ zu setzen.

Es ist aber:

$$\begin{aligned} \frac{df(x)}{dx} &= 2 \left[\frac{1}{(3-2x)^2} - x \right] \\ &= \frac{2}{(3-2x)^2} (1-x)(1-8x+4x^2), \end{aligned}$$

daher, weil $x = x_1$ sein soll:

$$(1-x_1)(1-8x_1+4x_1^2) = 0,$$

Hieraus ergeben sich folgende drei Wurzeln:

$$x_1 = \begin{cases} 1 \\ 1 + \frac{1}{2} \sqrt{3} = 1.866 \\ 1 - \frac{1}{2} \sqrt{3} = 0.134. \end{cases}$$

Zur Entscheidung, welche von diesen Wurzeln zu nehmen ist, dient der Werth des zweiten Differential-Quotienten von $f(x)$ nach x , und zwar ebenfalls für $x = x_1$ verstanden.

Dieser ist, wegen $(3 - 2x_1)^2 = \frac{1}{x_1}$:

$$\frac{d^2 f(x)}{dx^2} = 6 \left(\frac{2x_1 - 1}{3 - 2x_1} \right), \text{ wonach man für}$$

$$x_1 = \begin{cases} 1 \\ 1 + \frac{1}{2} \sqrt{3} \\ 1 - \frac{1}{2} \sqrt{3} \end{cases} \dots \frac{d^2 f(x)}{dx^2} = \begin{cases} 6 > 0 \\ 6 \left(\frac{1 + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}} \right) < 0 \\ 6 \left(\frac{1 - \sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}} \right) < 0 \end{cases}$$

findet, welche Resultate anzeigen, dass $f(x)$ in zwei Fällen ein Maximum wird, nämlich sowohl für $x = x_1 = 1 + \frac{1}{2} \sqrt{3}$, als auch für $x = x_1 = 1 - \frac{1}{2} \sqrt{3}$. Aus der Natur der Sache ergibt sich aber, dass nur der letzte Werth $(1 - \frac{1}{2} \sqrt{3})$ brauchbar ist, weil offenbar x nicht grösser als die Einheit werden soll.

Hiernach erhält man für den massgebenden Werth von x_1 :

$$x_1 = 1 - \frac{1}{2} \sqrt{3} = 0.134,$$

also wird:

$$\overline{AA''} = x_1 H = (1 - \frac{1}{2} \sqrt{3}) H = 0.134 H \dots (523).$$

Geht man hiemit in die allgemeine Gleichung (522) ein, so erhält man den Maximalwerth von B_1 , wie folgt:

$$\frac{\max B_1}{B} = \frac{3}{2} \sqrt{2\sqrt{3} - 3} = 1.022,$$

oder

$$\max B_1 = 1.022 B = 1.022 \sqrt{\frac{sw}{3q}} \dots \dots \dots (524);$$

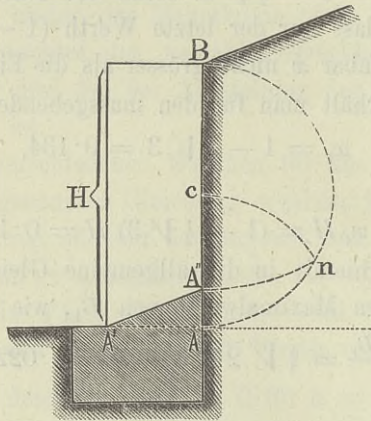
d. h. mit Worten: Im ungünstigsten Falle muss die Mauerstärke um 2.2% grösser sein, als man dieselbe bei der Annahme einer horizontalen Bruchfläche findet. Diese Differenz ist aber sehr geringfügig, und kann um so mehr vernachlässiget werden, als eine Genauigkeit bis auf ein Paar Percente bei derartigen Berechnungen schon aus anderen nahe liegenden Gründen überhaupt nicht zu erwarten steht.

Diese Bemerkungen gelten der Hauptsache nach auch in denjenigen Fällen, wo das Mauerprofil nicht ein Rechteck, sondern ein Trapez ist, und es nimmt hierauf selbst der Umstand, dass in den obigen Untersuchungen die Reibung zwischen Erde

und Stützwand nicht besonders in Rechnung kam, keinen wesentlichen Einfluss; weshalb es einem Anstande nicht unterliegt, auszusprechen, dass vorkommenden Falls die Mauerstärken so berechnet werden können, wie es in den vorausgegangenen §§. geschehen ist, nämlich unter der Annahme, dass die gefährliche Fläche horizontal sei.

Die laut der Formel (523) gefundene Theilhöhe $\overline{AA''}$ lässt sich leicht construiren. Zu diesem Ende beschreibe man (Fig. 190) über die Höhe $\overline{AB} = H$ als Durchmesser einen Halbkreis, schneide

Fig. 190.



darauf von A aus mit dem Radius \overline{Ac} als Sehne den 60gradigen Bogen \widehat{An} ab, und beschreibe von B aus mit der Sehne des 120gradigen Bogens \widehat{Bn} den Kreisbogen $\widehat{nA''}$, bis nämlich die Wand in A'' getroffen wird.

Alsdann ist, wie es sein soll:

$$\overline{AA''} = x_1 H = (1 - \frac{1}{2} \sqrt{3}) H,$$

wenn man beachtet, dass das Stück $\overline{BA''}$ der Seite des regelmäßigen Dreieckes im Kreise von dem Durchmesser H gleich ist.

Annäherungsweise ist übrigens $\overline{AA''} = \frac{1}{2} (\frac{7}{8} + \frac{1}{8}) H$, somit das arithmetische Mittel zwischen dem 7. und 8. Theile der Druckhöhe, weshalb auch nach dieser Regel die Construction jener Theilhöhe vorgenommen werden kann.

Merkwürdiger Weise hängt die Höhe des nicht umstürzen- den Mauertheiles, wenigstens in dem untersuchten Falle, blos von der Höhe der ganzen Mauer ab; die Neigung der Bruch- oder gefährlichen Fläche aber, wofür der Richtungswinkel in der Fig. 189 mit a bezeichnet erscheint, variirt jedenfalls mit der betreffenden Mauerstärke, folglich auch mit denjenigen Elementen, von welchen dieselbe abhängt.

Denn es ist:

$$\operatorname{tg} \sphericalangle A A' A'' = \operatorname{tg} a = \frac{\overline{A A''}}{A A'} = \frac{x_1 H}{B_1} = \frac{x_1}{\left(\frac{B_1}{H}\right)},$$

folglich mit Benützung der Resultate (523) und (524) auch:

$$\operatorname{tg} a = \frac{0.227}{\sqrt{\frac{sw}{q}}} \dots \dots \dots (525).$$

Um einen Begriff zu bekommen, wie gross der Neigungs- winkel a werden kann, führe man dessen Berechnung für $\frac{sw}{q} = 0.1$ und $\frac{sw}{q} = 1.0$ durch, innerhalb welcher Grenzen die praktisch vorkommenden Fälle in der Regel liegen. Dadurch erhält man einerseits $a = 35^\circ 41'$ und andererseits $a = 12^\circ 47'$.

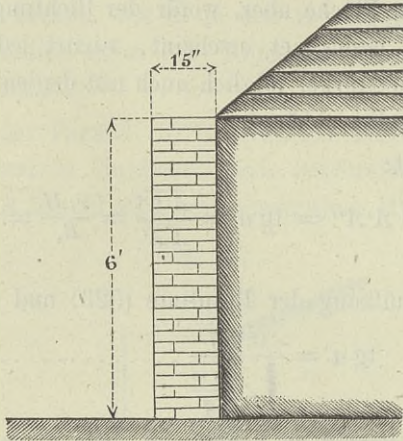
Je ungünstiger überhaupt die auf den Umsturz bezüglichen Verhältnisse sind, je grösser also der Erddruck und je leichter das Mauerwerk ist, desto kleiner wird der fragliche Winkel und eben so umgekehrt; ein Resultat, was in der That dem prak- tischen Gefühle entspricht.

Es erübrigt noch zu bemerken, dass die Steinschaaren, welche nach dem Umsturz der Mauern ganz oder theilweise stehen bleiben, durch die Wirkung desselben etwas horizontal verschoben werden, wie dies aus dem Versuche erhellet, welchen Martony am 18. Mai 1827 angestellt hat. (Siehe Figur 191.)

Hiebei war die Mauer vertical aus Ziegeln ohne Mörtel aufgeführt, hatte eine Höhe von 6', nämlich 27 Ziegelschaaren über einander, und eine Dicke von 1' 5'' ($1\frac{1}{2}$ Ziegel stark); das dahinter befindliche Materiale war locker aufgeschüttete Damm-

erde, welche zunächst in gleicher Höhe mit der Mauerkrone abgeglichen wurde. Hierauf fand allmählig eine schichtenweise Ueber-

Fig. 191.

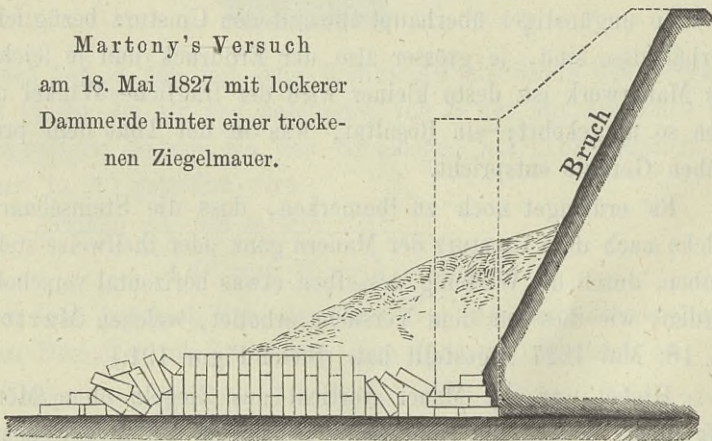


höhung der Anschüttung statt, bis der Umsturz der Mauer erfolgte.

Die Art und Weise dieses Umsturzes ist in der Fig. 192 angedeutet, woraus man ersieht, dass die ganz oder theilweise

Fig. 192.

Martony's Versuch
am 18. Mai 1827 mit lockerer
Dammerde hinter einer trocken-
en Ziegelmauer.



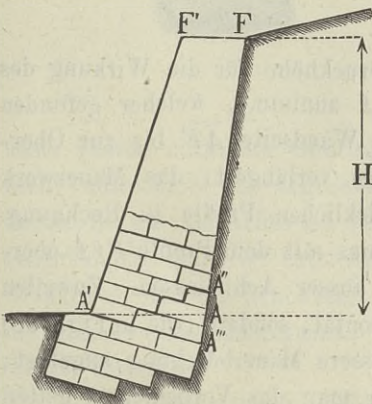
stehen gebliebenen Ziegelschaaren horizontal etwas verschoben wurden. Die Drehungskante für den Umsturz lag zwar hier nicht

in der Basis, sondern zwei Ziegelschaaren höher; allein dieser Umstand beirret das hierüber Gesagte nicht wesentlich, und findet seine Erklärung wohl darin, dass bei solchen Versuchen manches auch vom Zufalle abhängt, dessen Wirkungen ausserhalb des Kreises einer jeden Berechnung liegen.

Die Höhe des stehen gebliebenen Mauertheiles betrug die vierfache Ziegeldicke, was mit dem Resultate der vorstehenden theoretischen Untersuchung ganz gut übereinstimmt. Denn nach der Formel (523) ergibt sich die fragliche Theilhöhe (wegen $H = 6' = 72''$) mit $\alpha_1 H = 9 \cdot 6''$, und da die durchschnittliche Dicke eines Ziegels mit $\left(\frac{72''}{27}\right) = 2\frac{2}{3}''$ in Rechnung zu nehmen ist, so findet man, dass in jener auf $9 \cdot 6''$ berechneten Theilhöhe $\left(\frac{9 \cdot 6}{2\frac{2}{3}}\right) = 3 \cdot 6$ Ziegeldicken enthalten sind, wonach, weil jedenfalls die nächst gelegene ganze Zahl zu berücksichtigen ist, die Anzahl der Ziegelschaaren, deren Absturz nicht oder wenigstens nicht vollständig zu erwarten war, mit vier sich ergibt — also gerade so, wie dies thatsächlich stattgefunden hat.

Wie man im nächsten Capitel sehen wird, kommt es bei geböschten Futtermauern mitunter vor, dass die Lagerfugen des

Fig. 193.



Mauerwerkes nicht horizontal, sondern schief, und zwar normal auf die äussere Mauerböschung $A'F'$ (Fig. 193) angeordnet werden, um namentlich das Gleiten der Steinschaaren übereinander zu verhindern. Dieser Umstand nimmt indessen auf die Bestimmung der Mauerstärken auf Grundlage des Umsturzmomentes keinen oder wenigstens keinen nennenswerthen Einfluss, weil die Bruch- oder gefährliche Fläche

nicht mit der Lagerfuge $A'A'''$ zusammenfällt, sondern in Uebereinstimmung mit den Erörterungen des laufenden §. treppen-

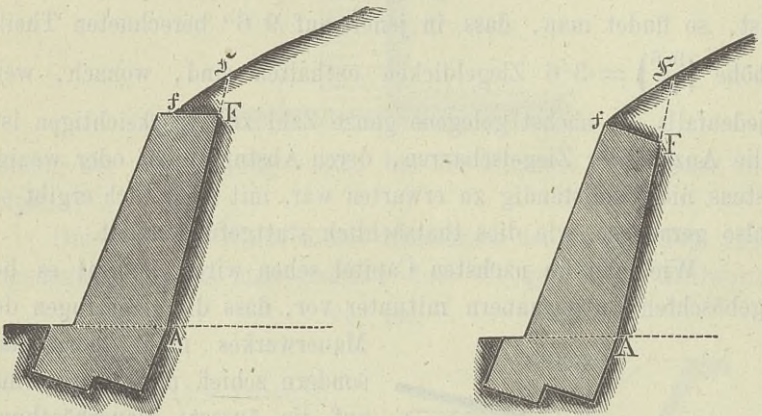
förmig nach aufwärts ($A'A''$) entsteht, und dieserwegen der Hauptsache nach das Ergebniss der vorstehenden Untersuchung ebenfalls noch als giltig betrachtet werden kann, welches nämlich darin besteht, dass es bei der Berechnung jener Mauerstärken zulässig ist, die Bruchfläche horizontal anzunehmen.

§. 114.

Fälle, in denen das Erdreich ganz oder theilweise die Mauerkrone bedeckt. (Fig. 194.) Es genügt, hier

Fig. 194.

Fig. 195.



so zu verfahren, dass man die Druckhöhe für die Wirkung des Erddruckes bis zu dem Punkte F annimmt, welcher gefunden wird, wenn man die rückwärtige Wandseite AF bis zur Oberfläche des Hinterfüllungsmateriales verlängert; das Mauerwerk dagegen kommt nach seinem wirklichen Profile in Rechnung. Das Gewicht des kleinen Erdprismas mit dem Profile FfF oberhalb der Mauerkrone kann man ausser Acht lassen. Zuweilen wird die Mauerkrone Ff nicht horizontal, sondern (wie in Fig. 195) schief, nämlich normal auf die äussere Mauerböschung angelegt; auch in einem solchen Falle kann man das Vorbemerkte gelten lassen.

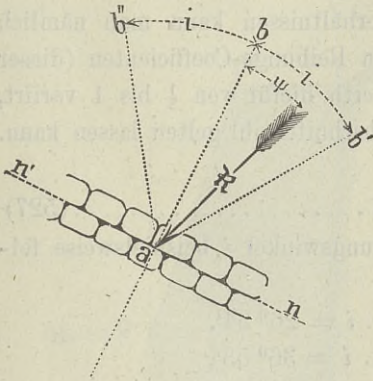
Zweites Capitel.

Stabilität der Futtermauern gegen Gleiten.

§. 115.

Allgemeine Bedingung, das Gleiten von übereinander liegenden Mauerwerks-Steinschaaren zu verhindern. In dieser Beziehung ist auf zweierlei Acht zu geben; einerseits auf die Richtung der resultirenden Druckkraft gegen die Lagerfugen des Mauerwerkes, und andererseits auf die Grösse des Coefficienten für die gleitende Reibung zwischen den Mauersteinen. Eigentlich setzt sich dem Gleiten der übereinander-

Fig. 196.



liegenden Steine noch die Cohäsion des Mörtels entgegen, wovon jedoch hier ebenso, wie in dem vorigen Capitel abgesehen werden soll. Ist (Fig. 196) R die resultirende Druckkraft auf die Lagerfuge nn' des Mauerwerkes, ab das auf diese Fuge gestellte Loth, und bezeichnet $i = \sphericalangle bab' = \sphericalangle bab''$ den Reibungswinkel für die gleitende Reibung in jener Lagerfuge, so herrscht nach einem bekannten Satze der Mechanik in

allen Fällen noch das Gleichgewicht, in denen die Druckkraft nicht ausserhalb des sogenannten Reibungskegels, welcher durch die um die Achse ab vorgenommene Rotation der Winkelschenkel ab' und ab'' entsteht, gelegen ist. Hiernach darf der Winkel ψ , den die Druckkraft mit dem Lothe auf die Lagerfuge des Mauerwerkes einschliesst, nicht grösser, als der Reibungswinkel i werden.

Damit also von den beiden Steinschaaren, die sich in der Lagerfuge nn' berühren, nicht eine über die andere hinweggleitet, muss die Relation vorhanden sein:

$$\psi \overline{<} i \dots \dots \dots (526),$$

wobei selbstverständlich bloß der numerische Werth von ψ in Betracht kommt, da es im Uebrigen gleichgiltig ist, nach welcher Seite hin die Druckkraft von dem Lothe ab abweicht.

Für $\psi = i$ besteht der Grenzzustand des Gleichgewichtes, welcher zugleich als Beginn der Gleitungsbewegung anzusehen ist.

Wäre $i = 0$, daher keine Reibung zwischen den Steinen vorhanden, so müsste dann auch $\psi = 0$ werden, d. h. die Druckkraft lothrecht auf die Lagerfuge gerichtet sein.

Die Erfüllung dieser Bedingung erscheint aber durchaus nicht nothwendig, weil der Reibungswinkel i jedenfalls einen von Null verschiedenen Werth hat, der, wie die Erfahrung zeigt, gar nicht unbedeutend ist.

Für die gleitende Reibung von Stein auf Stein unter den in der Praxis vorkommenden Verhältnissen kann man nämlich in Bezug auf den dazu gehörigen Reibungs-Coefficienten (dieser heisse k) annehmen, dass der Werth hiefür von $\frac{1}{2}$ bis 1 variirt, so dass man $k = \frac{3}{4}$ als eine Durchschnittszahl gelten lassen kann. Indem nun bekanntermassen

$$k = \operatorname{tg} i \dots \dots \dots (527)$$

ist, so ergeben sich für den Reibungswinkel i beispielsweise folgende Werthe:

$$\text{Für } k = \frac{1}{2} \dots i = 26^{\circ} 34',$$

$$\text{„ } k = \frac{3}{4} \dots i = 36^{\circ} 53',$$

$$\text{„ } k = 1 \dots i = 45^{\circ} 0',$$

so dass unter den vorbezeichneten Grenzen die Werthe von i zwischen $26\frac{1}{2}$ und 45 Graden hineinfallen, und der Scheitelwinkel des erwähnten Reibungskegels von 53 bis 90 Graden variirt, daher jedenfalls eine ganz ansehnliche Grösse annimmt.

§. 116.

Anwendung der im vorigen §. angedeuteten Regel auf Futtermauern. Betrachtet man (Fig. 197) irgend eine Lagerfuge der Futtermauer, etwa jene in nn' , so sind die Kräfte,

Punkte aus die beiden Kräfte, macht man nämlich $\overline{om} = s\mathfrak{D}$ und $\overline{ok} = Q$, so ergibt sich aus dem Kräfteparallelogramme $klmo$ die vorerwähnte resultirende Druckkraft $\mathfrak{R} = \overline{lo}$. Deren Richtung ist durch die Linie \overline{lac} bestimmt, und wenn man jetzt die Normale \overline{ab} auf die Lagerfuge nn' zieht ($\overline{ab} \perp \overline{nn'}$), so wird die durch den Winkel ψ bezeichnete Abweichung der Richtung jener Resultirenden von dieser Normalen ersichtlich.

Für die Grösse dieses Winkels besteht, wie man leicht findet, die Relation:

$$\psi = (\eta - \nu) \dots \dots \dots (528)$$

wobei ν den Neigungswinkel der Mauerwerksfuge $\overline{nn'}$ gegen den Horizont, und η denjenigen Winkel bedeutet, den die Resultirende \mathfrak{R} mit der Schwerkraft Q einschliesst. Ersterer hängt davon ab, in welcher Weise die Mauerwerksfugen ausgeführt werden, und Letzterer ist aus dem Kräfteparallelogramme abzuleiten, es ist nämlich:

$$\operatorname{tg} \eta = \frac{s\mathfrak{D} \cos(\varrho - \varepsilon)}{Q + s\mathfrak{D} \sin(\varrho - \varepsilon)} \dots \dots \dots (529),$$

wenn die Abweichung der gedrückten Stützwand von der verticalen Richtung wieder, wie früher, mit dem Winkel ε bezeichnet wird.

Aus der Gleichung (528) folgt:

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{\operatorname{tg} \eta - \operatorname{tg} \nu}{1 + \operatorname{tg} \eta \operatorname{tg} \nu},$$

und wenn man hierin die Relation (529) berücksichtigt, weiter:

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{s\mathfrak{D} \cos(\nu + \varrho - \varepsilon) - Q \sin \nu}{s\mathfrak{D} \sin(\nu + \varrho - \varepsilon) + Q \cos \nu} \dots \dots \dots (530),$$

wonach in Verbindung mit den Relationen (526) und (527) die Bedingung zum Vorschein kommt:

$$k \geq \frac{s\mathfrak{D} \cos(\nu + \varrho - \varepsilon) - Q \sin \nu}{s\mathfrak{D} \sin(\nu + \varrho - \varepsilon) + Q \sin \nu} \dots \dots \dots (531).$$

Diese Formel vereinfacht sich in besonderen Fällen. Es wird nämlich für eine horizontale Mauerfuge $\nu = 0$, für eine verticale Hinterwand der Mauer $\varepsilon = 0$, und, wenn das Hinterfüllungsmaterial Wasser ist, oder überhaupt die Reibung an der Stützwand nicht besonders in Rechnung kommt, $\varrho = 0$.

Steht die Mauerfuge $\overline{nn'}$ normal auf der vorderen Mauerböschung, und weicht diese um den Winkel ε' von der verticalen Richtung ab, so hat man $\nu = \varepsilon'$ zu setzen.

In der Regel sind die Lagerfugen des Mauerwerkes unter sich parallel, sodann ergibt sich schon nach einiger Ueberlegung, dass, wenn man in der Betrachtung der einzelnen Lagerfugen von der Mauerkrone gegen das Fundament zu fortschreitet, die Werthe für das Mauergewicht Q verhältnissmässig weniger zunehmen, als jene für den Erddruck \mathfrak{D} .

Aus diesem Grunde wird der Werth auf der rechten Seite der Relation (531) im Allgemeinen desto mehr wachsen, je tiefer die in Betracht stehende Mauerwerksfuge liegt, woraus folgt, dass die grösste Gefahr des Ausgleitens in der untersten Steinschaar, welche unmittelbar auf dem Fundamente liegt, also in derselben Gegend zu suchen ist, wo auch die Umsturzgefahr vorherrscht. Im Nachfolgenden wird daher die Untersuchung sogleich auf diese unterste Steinschaar bezogen werden.

Um übrigens die Formel (531) anzuwenden, kann man auf zweierlei Art verfahren.

Entweder: Man berechnet zuerst die nöthige Mauerstärke nach der Anleitung im vorigen Capitel, nämlich in Bezug auf das Umsturmmoment, bestimmt hiernach das davon abhängige Mauergewicht Q , und setzt dieses Resultat, so wie die sonstigen Einfluss nehmenden Daten in Formel (531); ergibt sich hiebei, dass die in dieser Formel angedeutete Relation für k wirklich statt hat, so ist die aus der Beachtung des Umsturmmentes abgeleitete Mauerstärke auch zur Verhinderung des Gleitens genügend. Wenn jedoch bei einer solchen Berechnung die Relation für k nicht zum Vorschein kommt, so muss die erwähnte Mauerstärke vergrössert werden.

Oder: Man berechne unmittelbar aus der Grenz-Relation für k :

$$k = \frac{s \mathfrak{D} \cos(\nu + \varrho - \varepsilon) - Q \sin \nu}{s \mathfrak{D} \sin(\nu + \varrho - \varepsilon) + Q \cos \nu} \dots \dots \dots (532)$$

die ihr entsprechende Mauerstärke, nämlich dadurch, dass man Q allgemein als Function dieser Mauerstärke ausdrückt,

und sodann diese letztere bestimmt. Das Resultat wird anzeigen, wie stark die Mauer anzulegen wäre, um das Gleiten der auf einander ruhenden Steinschaaren zu verhindern.

Man vergleiche nun diese Mauerstärke mit derjenigen, welche mit Rücksicht auf die Verhinderung des Umsturzes der Mauer sich berechnet, und wähle von beiden Resultaten für die Ausführung die grössere Stärke.

Die Mauerwerksfugen werden entweder horizontal, oder, namentlich bei geböschten Mauern, normal auf die äussere Mauerböschung angelegt. Dass die letztgenannte Richtung mehr, als die horizontale, geeignet ist, das Gleiten zu verhindern, ist schon nach einiger Ueberlegung einleuchtend.

Um sogleich zu untersuchen, ob die aus der Betrachtung des Umsturzmomentes sich ergebende Mauerstärke bei der horizontalen Anordnung der Mauerwerksfugen auch zur Verhinderung des Gleitens genüge, oder welche grössere Mauerstärke hiezu vorhanden sein müsse, setze man für horizontale Lagerfugen in der Gleichung (532) zunächst $\nu = 0$, ferner anstatt Q und \mathfrak{D} die betreffenden Werthe, nämlich:

$$Q = \frac{1}{2} q (B + b) H = \frac{1}{2} q [2B - (n - \operatorname{tg} \varepsilon) H] H$$

$$\mathfrak{D} = \frac{1}{2} w \frac{H^2}{\cos \varepsilon} = \frac{1}{2} w \frac{H^2}{\cos \varepsilon \cos \varrho},$$

worin w und w die Einheitsgewichte der sich einzubildenden tropfbaren Flüssigkeiten sind, welche an die Wand die gleichen Drücke \mathfrak{D} und beziehungsweise D hervorbringen würden.

Hiernach, und weil $\operatorname{tg} \varrho = \mu$ ist, erhält man:

$$k = \frac{\left(\frac{sw}{q}\right) \frac{\cos(\varrho - \varepsilon)}{\cos \varepsilon \cos \varrho}}{\left(\frac{sw}{q}\right) \frac{\sin(\varrho - \varepsilon)}{\cos \varepsilon \cos \varrho} + 2 \left(\frac{B}{H}\right) - (n - \operatorname{tg} \varepsilon)}$$

$$= \frac{\frac{sw}{q} (1 + \mu \operatorname{tg} \varepsilon)}{\left(\frac{sw}{q}\right) (\mu - \operatorname{tg} \varepsilon) + 2 \left(\frac{B}{H}\right) - (n - \operatorname{tg} \varepsilon)} \dots (533),$$

woraus für die zur Verhinderung des Gleitens nothwendige Minimal-Mauerstärke (B) folgt:

$$\frac{B}{H} = -\frac{1}{2} \left[\operatorname{tg} \varepsilon + \frac{sw}{q} (\mu - \operatorname{tg} \varepsilon) \right] + \frac{sw}{q} \left(\frac{1 + \mu \operatorname{tg} \varepsilon}{2k} \right) + \frac{1}{2} n \quad (534).$$

Ist die Mauer vorne und rückwärts vertical, also $n = \operatorname{tg} \varepsilon = 0$, so hat man insbesondere:

$$\frac{B}{H} = \frac{sw}{2q} \left(\frac{1}{k} - \mu \right) \dots \dots \dots (535).$$

Ist die Mauer blos rückwärts vertical, vorne aber geböschet, so findet man:

$$\frac{B}{H} = \frac{sw}{2q} \left(\frac{1}{k} - \mu \right) + \frac{1}{2} n \dots \dots \dots (536).$$

Ist die Mauer endlich mit parallelen Böschungen versehen, somit $n = \operatorname{tg} \varepsilon$, so ergibt sich:

$$\frac{B}{H} = \frac{sw}{2q} \left[\operatorname{tg} \varepsilon - \mu + \frac{1}{k} (1 + \mu \operatorname{tg} \varepsilon) \right] \dots \dots \dots (537).$$

Nimmt man bei solchen Rechnungen auf die Reibung zwischen Erdreich und Stützwand nicht unmittelbar, sondern erst bei der Feststellung des Sicherheits-Coefficienten s Rücksicht, so ist $\mu = 0$ zu setzen, hiernach w zu bestimmen, s aber nach den Andeutungen im §. 111 zu wählen. Im Gegenfalle ist anstatt $\mu = \operatorname{tg} \varrho$ die entsprechende Grösse einzuführen, dieser der Werth von w anzupassen, und für s , der Bemerkung im §. 112 gemäss, ein entsprechend grösserer Coefficient wie früher zu wählen.

Ex. Wie gross ist die geringste Mauerstärke zur Verhinderung des Gleitens in dem mit I bezeichneten Falle (Seite 460), wenn $k = \frac{3}{4}$, alles Uebrige aber, wie dort, angenommen wird.

Wegen $\mu = 0$ und $\frac{sw}{q} = 0.226$ erhält man aus der hieher passenden Gleichung (535):

$$\frac{B}{H} = 0.151, \quad B = 0.151 H = 4.53 \text{ Fuss.}$$

Macht man die Auflösung in der Weise, dass man μ nicht gleich Null setzt, sondern etwa, wie in demselben Beispiele auf Seite 477, $\mu = \frac{5}{8}$, dagegen $s = 6$ und $\frac{sw}{q} = 0.652$ substituirt, so findet man auf Grundlage der bezogenen Gleichung (535):

$$\frac{B}{H} = 0.163, \quad B = 0.163 H = 4.89 \text{ Fuss.}$$

Jedenfalls ist die so erhaltene Mauerstärke weit kleiner, als diejenige, die zur Verhinderung des Umsturzes sich als nothwendig herausstellt, weshalb die Gefahr eines etwaigen Gleitens ganz in den Hintergrund tritt, weil eben die erwähnte grössere Mauerstärke auszuführen sein wird.

So wie in dem gegebenen Beispiele, wird man in der Regel finden, dass selbst bei horizontaler Fugenrichtung die Gleitungsgefahr mehr in den Hintergrund tritt, insolange es sich um Mauern handelt, die vertical stehen oder wenigstens nicht sehr liegend sind.

Nur unter extremen Verhältnissen kommt das Gegentheil zum Vorschein, wenn nämlich das specifische Gewicht des Mauerwerkes im Vergleiche zu jenem des Hinterfüllungsmateriales aussergewöhnlich leicht, oder die natürliche Böschung dieses letzteren sehr flach sein sollte.

Insbesondere bei Mauern, welche dem Wasserdrucke zu widerstehen haben, kann der Fall, dass die Gleitungsgefahr in den Vordergrund tritt, leicht vorkommen. Für solche Mauern, welche gewöhnlich rückwärts vertical sind, hat man nämlich bei der Benützung der Formeln (506) und (534) zu setzen: $\mu = 0$, $\varepsilon = 0$, $m = 1$ und $w = g = 56 \cdot 4$ Pfd., wonach die zur Beseitigung der Umsturzgefahr nöthige Mauerstärke (B') sich ergibt mit:

$$\frac{B'}{H} = \sqrt{\frac{1}{3} \left(\frac{sg}{q} + n^2 \right)} \dots \dots \dots (538),$$

die zur Beseitigung der Gleitungsgefahr erforderliche Mauerstärke (B'') aber mit:

$$\frac{B''}{H} = \frac{1}{2k} \left(\frac{sg}{q} \right) + \frac{1}{2} n \dots \dots \dots (539).$$

Hiebei wird $B' \geq B''$, wenn folgende Relationen vorhanden sind:

$$\frac{sg}{q} \geq \frac{1}{3} k \left[2 \sqrt{3n^2 - 3nk + k^2} - (3n - 2k) \right] \quad (540),$$

worunter selbst unter gewöhnlichen Verhältnissen öfter die letzte Relation statt hat, d. h. der Fall zum Vorschein kommt, dass zur Verhinderung des Gleitens eine grössere Mauerstärke sich

ergibt, als jene ist, welche zur Verhinderung des Umsturzes genügen würde.

Wenn man übrigens beachtet, dass bei den Berechnungen auf die Cohäsion des Mörtels keine Rücksicht genommen wurde und dass man in vielen Fällen im Stande sein wird, durch Anbringung von Steindöbeln der Gleitungsgefahr wirksam zu begegnen, so wird in der Praxis die Nothwendigkeit, grössere Mauerstärken, als die durch die Betrachtung der Umsturz Wirkung ermittelten, auszuführen, selbst bei der horizontalen Fugenrichtung nur selten sich ergeben.

Ein sehr wirksames Mittel, der Gleitungsgefahr entgegen zu treten, ist überdies die Schiefstellung der Mauerwerksfugen.

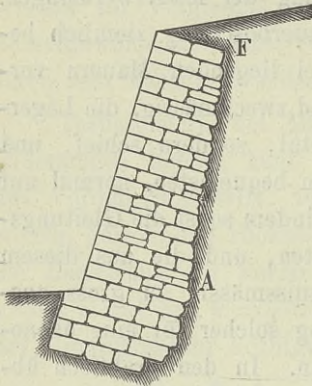
In Fällen, wenn die äussere Mauerböschung ziemlich bedeutend ist, wie dies insbesondere bei liegenden Mauern vorkommen kann, ist es nämlich üblich und zweckmässig, die Lagerfugen des Mauerwerkes nicht horizontal, sondern schief, und zwar, weil dann für die Ausführung am bequemsten, normal auf die äussere Mauerböschung anzuordnen, indem sonst die Gleitungsgefahr zu sehr in den Vordergrund treten, und die aus diesem Grunde nöthigen Mauerstärken verhältnissmässig zu gross ausfallen könnten, als dass die Ausführung solcher für eine ökonomische Bauführung zu empfehlen wären. In den praktisch üblichen Fällen genügt eine solche Schiefstellung zur Verhinderung des Gleitens vollkommen, wie man sich nöthigenfalls auch durch Rechnung überzeugen kann, wenn man die Formel (532) in geeigneter Weise anwendet.

Es ist übrigens keineswegs nothwendig, bei der Ausführung solcher Mauern, ja von Futtermauern überhaupt, die an ihrer Rückseite zu situirenden Steine so passend zu behauen, dass die innere Mauerböschung eben werde; im Gegentheile ist es vom Vortheile, wenn die dortige Begrenzungsfläche (\overline{AF} , wie in der Figur 198 angedeutet) einigermaßen unregelmässig und hiedurch die Rauigkeit derselben gesteigert wird. Denn dadurch kann die Reibung zwischen dem Erdreiche und der Mauer vermehrt, und in Folge dessen der active Erddruck auf dieselbe vermindert

werden, was für die Stabilitätsverhältnisse jedenfalls günstig ist, wenn man nur im Sonstigen für eine regelrechte Aufmauerung Sorge trägt, nämlich hiebei mit lagerhaften Steinen arbeitet, Laufer und Binder gehörig abwechseln lässt, überall „Voll auf Fug“ construirt, u. s. w.

Wenn auf die bemerkte Weise der Coefficient jener Reibung grösser ausfiele, als der für die Reibung zwischen den Erdtheilchen, so wird in den meisten Fällen auch von diesem Reibungsüberschusse ein nicht zu unterschätzender Nutzen für die Mauerstabilität erwartet werden können, insoferne man es in der Praxis

Fig. 198.



gewöhnlich mit cohärendem Hinterfüllungsmateriale zu thun hat, bei welchem man laut der Relation (9) nicht mehr, wie bei cohäsionslosem Materiale, an die Beschränkung, dass der in die Betrachtung eintretende Coefficient der Reibung an der Stützwand jenen für die Reibung zwischen den Erdtheilchen nicht überschreiten dürfe, gebunden ist, und zwar um so weniger, als es nach den Bemerkungen im §. 37 nöthig ist, bei der Aufschichtung des Hinterfüllungsmateriales für dessen thunlichste Verdichtung, wodurch zugleich die Cohäsion desselben wächst, Sorge zu tragen.

Zu weit darf man indessen einzelne Mauersteine nicht in das dahinter gelegene Erdreich hineingreifen lassen, weil sonst der eine oder der andere von solchen Steinen abgebrochen oder aus seiner Lage gerückt, überdies das Erdreich bei allfälliger Setzung wegen der ungleichen Widerstände, die an den verschiedenen Mauerschaaren dem Nachsinken der Erdschichten sich entgegen stellen würden, mehr als sonst rissig, und dadurch zum Nachtheile des Ganzen das Wassereinsickern befördert werden könnte.

genannten Reibungskegels, so ist hinlängliche Sicherheit gegen die Gleitungsgefahr vorhanden, im Gegentheile nicht.

Vermittelst der Figur 199 ist das Gesagte erläutert, und insbesondere hiebei der allgemeinere Fall einer schiefen Fugenrichtung berücksichtigt.

$\overline{A'A''}$ ist nämlich die in Betracht kommende am tiefsten gelegene Lagerfuge des Mauerwerkes oberhalb dem Fundamente. Das Gewicht des Erdprismas $A''Fu$ repräsentirt die Intension des auf die Stützwand $\overline{A''F}$ wirkenden schiefen Erddruckes \mathfrak{D} , dessen Angriffspunkt in M sein soll, so dass $\overline{A''M} = \frac{1}{3} m \cdot \overline{A''F}$, und hierin je nach Umständen der Coefficient $m > 1$ ist. Das Gewicht Q des Mauerwerks ist gleich jenem eines Steinprismas mit dem Profile $A''cF$, oder gleich dem eines Erdprismas mit dem Profile $A''dF$, wobei das erstgenannte Profil $A''cF$ mit dem Mauerprofil $A'A''FF'$ einerlei Grösse hat ($\overline{A''c} \parallel \overline{A''F'}$), und die Grundlinie \overline{Fc} desselben nach dem Verhältnisse $\frac{q}{g} = \frac{\gamma \delta}{\alpha \beta}$ zu vergrössern ist, um die Grundlinie \overline{Fd} des zweiterwähnten Profiles $A''dF$ zu erhalten. Ist ferner in S der Schwerpunkt des Mauerprofiles*) und \overline{Sk} die lothrechte Richtung des Mauergewichtes Q , so findet man das obbesprochene Kräftenparallelogramm $klmo$, wenn man $\overline{ok} = \overline{Fd}$ als Repräsentanten des Mauergewichtes Q und $\overline{om} = s \cdot A''u = s \cdot \mathfrak{D}$ als Repräsentanten des s fachen schiefen Erddruckes aufträgt. Die Diagonale $\overline{ol} = \mathfrak{R}$ gibt die Resultirende, welche die Mauerwerksfuge in a , und zwar unter dem Winkel ψ gegen das Loth \overline{ap} auf diese Fuge trifft.

Trägt man endlich den Reibungswinkel i von dem letztgenannten Lothe \overline{ap} nach beiden Seiten auf, nämlich $\sphericalangle pas = \sphericalangle pat = i$, so deutet sat den bezüglichen Reibungskegel an, und man kann jetzt entnehmen, welche Lage jene Resultirende gegen diesen Reibungskegel einnimmt.

*) Hiebei kann man ebenso vorgehen, wie in der Fig. 123 bei der Aufsuchung des Schwerpunktes von dem Vierecke $ABDE$, worauf die dortige Anmerkung (pag. 278, 279) Bezug nimmt.

Fällt \mathfrak{R} noch innerhalb desselben, wie in der Figur, oder geradezu in die Conusseite, ist also $\psi \leq i$, so ist selbst bei einem sfachen Erddruck noch keine Gleitungsgefahr, eventuell geradezu der Grenzzustand des Gleichgewichtes vorhanden; während für $\psi > i$ die gewünschte Sicherheit gegen eine solche Gleitungsgefahr nicht mehr bestehen würde.

Die Principien für diese grafische Darstellung sind augenscheinlich dieselben, welche schon früher bei der grafischen Untersuchung der Stabilitätssicherheit gegen Umsturz (Fig. 187) angewendet wurden, nur besteht zwischen beiden Methoden im Allgemeinen, wenn nämlich die Mauerwerksfugen schief sind, insoferne ein Unterschied, als die Lagerfuge $A'A''$ wohl als gefährliche oder Bruchfläche für das Gleiten, nicht aber auch als solche für den Umsturz anzusehen ist. In letzterer Beziehung ist vielmehr die gefährliche oder Bruchrichtung, wenigstens nahezu, unabhängig von der Fugenrichtung, denn es ist laut der Erklärung zur Figur 193 erlaubt, erstere nach $\overline{AA'}$, nämlich horizontal anzunehmen. In dieser Verschiedenheit der Umstände, welche bei den verglichenen zwei grafischen Methoden in Betracht kommt, liegt die Ursache, warum man bei der Untersuchung des Gleitwiderstandes die Grösse des Erddruckes auf die Wand $\overline{FA''}$ und jene des Mauergewichtes $A'A''FF'$ zu berücksichtigen hat, während es sich bei der Untersuchung des Widerstandes gegen Umsturz darum handelt, das Resultat für den Erddruck auf die kleinere Wandfläche \overline{FA} und jenes für das geringere Mauergewicht $A'AFF'$ einzuführen. Nur für den Fall horizontaler Lagerfugen verschwindet der angedeutete Unterschied.

Es ist übrigens einleuchtend, dass bei der Auflösung der Aufgabe in Fig. 199 sowohl die Lage des Schwerpunktes S vom Mauerprofile, als auch jene des Erddruckmittelpunktes M ganz ohne Einfluss auf das Schlussergebniss, nämlich auf die Grösse des Winkels ψ , ist, daher es zu dem besprochenen Zwecke nicht geradezu nöthig erscheint, die fraglichen zwei Punkte genau aufzusuchen, sondern es auch genügt, die Orte hiefür allenfalls bloß beiläufig anzunehmen.

Drittes Capitel.

Stabilität der Futtermauern in Bezug auf die Festigkeit der Mauersteine.

§. 117.

Allgemeine Stabilitätsbedingungen in der ange-deuteten Hinsicht. Nach §. 108 soll auch die Gefahr eines Einsturzes von Futtermauern, aus Anlass eines etwaigen Zerquetschens der Mauersteine durch übergrossen Druck, in's Auge gefasst werden. In dieser Beziehung kommt ein neues Element, nämlich die Zerdrückungs-Festigkeit des Bausteines und derjenige Sicherheits-Coefficient in Betracht, welcher anzeigt, der wie viele Theil jener Festigkeit durch die vereinte Wirkung des Erddruckes und des Mauergewichtes höchstens beansprucht werden darf. Per Quadrateinheit der Lagerfläche des Steines soll die Zerdrückungs-Festigkeit desselben mit \mathfrak{z} , seine zulässig grösste Beanspruchung aber mit \mathfrak{z} , und der damit im Zusammenhange stehende Sicherheits-Coefficient mit \mathfrak{s} bezeichnet werden, wonach man hat:

$$\mathfrak{s} = \frac{\mathfrak{z}}{\mathfrak{z}} \dots\dots\dots (541).$$

Der Sicherheits-Coefficient wird gewöhnlich zwischen 10 und 20 angenommen. Die Zerdrückungs-Festigkeit der Bausteine ist sehr verschieden. In Wiener Centnern und per Wiener \square Zoll verstanden variirt \mathfrak{z} für gebrannte Ziegel von 5 bis 40, für natürliche Bausteine (weicher Gattung) von 10 bis 20, (härterer Gattung) von 20 bis 50, (sehr harter Gattung) von 50 bis 100 und darüber; für Granit insbesondere von 80 bis 130*).

Verbreitet sich der Druck zwischen zwei aufeinander liegenden Steinen gleichmässig über die Lagerfläche, so geht die

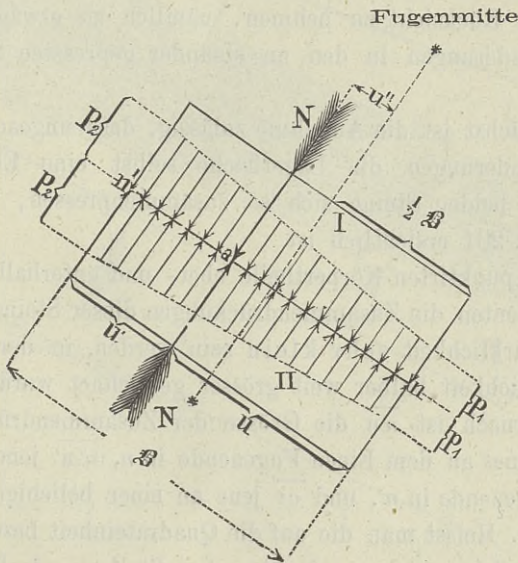
*) Siehe die Beschreibung der vom Verfasser durchgeführten Festigkeits-Versuche mit Ziegeln und natürlichen Bausteinen. Zeitschrift des österr. Ingenieur- und Architekten-Vereines ex 1865 und 1866.

Druckresultirende bekanntlich durch den Schwerpunkt dieser Lagerfläche, also bei einer rechteckigen Gestalt derselben durch ihren Mittelpunkt. Hat daher die Druckresultirende eine andere Lage, so kann offenbar von dem Vorhandensein einer solchen gleichförmigen Druckvertheilung keine Rede mehr sein.

Um über die, in einem derartigen Falle wirklich stattfindende Druckvertheilung in's Klare zu kommen, dienen die nachfolgenden Betrachtungen.

Gesetzt, es liegen zwei Steine I und II (Fig. 200), deren Länge (normal auf die Zeichnung gedacht) gleich der Einheit ist,

Fig. 200.



so aufeinander, dass sie sich in der rechteckigen Lagerfläche $\overline{nn'}$ von der Breite B und der Länge 1 innig berühren.

Die Resultirende der in dieser Lagerfuge auftretenden Normalpressungen sei N und ihr Angriffspunkt in a , welcher einerseits von dem Fugenende n um die Grösse u entfernt sein, und andererseits die Lagerfläche in ihrer halben Länge treffen soll. Ist a , wie im Allgemeinen vorausgesetzt, nicht in der halben

Fugenbreite gelegen, so kann dies nur von einer nach dieser Fugenbreite vorhandenen ungleichförmigen Vertheilung der Pressungen herrühren, deren Aufsuchung nicht nur bei den Futtermauern insbesondere, sondern bei Steinconstructions überhaupt wichtig ist.

Insolange die Steine als unpressbar vorausgesetzt werden, bleibt die Aufgabe eine unbestimmte, weil man sich dann offenbar unendlich viele von einander verschiedene Druckvertheilungsgesetze denken kann, von welchen jedes einzelne die Eigenschaft hat, dass hiernach die Druckresultirende ihrer Grösse nach gleich N wird, und die Lagerfläche normal in a trifft. Um dieser Unbestimmtheit zu entgehen, ist es nöthig, auf die Pressbarkeit der Steine Rücksicht zu nehmen, nämlich zu erwägen, welche Formveränderungen in den an einander gepressten Steinen entstehen*).

Zunächst ist die Annahme zulässig, dass ungeachtet solcher Formveränderungen die Lagerfläche selbst eine Ebene bleibt, somit die beiden Steine sich so zusammenpressen, wie dies in der Figur 201 ersichtlich ist.

Die punktirten Körpertheile ober- und unterhalb der Lagerfuge $\overline{m'}$ deuten die Zusammendrückungen dieser Steine an, welche in der Wirklichkeit sehr klein sein werden, in der Figur aber der Deutlichkeit halber weit grösser gezeichnet wurden.

Hiernach ist \overline{nn} die Grösse der Zusammendrückung eines jeden Steines an dem Einen Fugende in n , $\overline{n'n'}$ jene an dem anderen Fugende in n' , und \overline{cc} jene an einer beliebigen Zwischenstelle in c . Heisst man die auf die Quadratinheit bezogenen Pressungen, welche an den gedachten drei Stellen, nämlich in n , n_1 und c , stattfinden, aufeinanderfolgend p_1 , p_2 und p , so kann

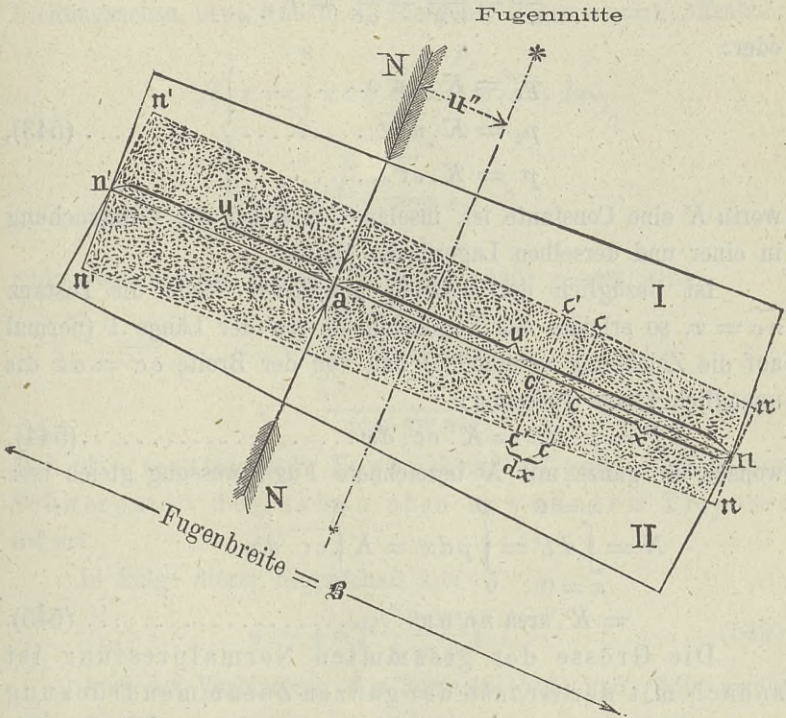
*) Analoge Fälle kommen bekanntlich auch bei den Holz- und Eisenconstructions vor. Wenn z. B. ein über mehrere Stützen continuirlich laufender Träger belastet wird, so lassen sich die Reactionen der Stützpunkte und überhaupt die ganzen Festigkeitsverhältnisse nur dadurch bestimmen, dass man hiebei auch auf die Formveränderung in Folge der Belastung des Trägers Rücksicht nimmt.

man in Anbetracht der Kleinheit der stattfindenden Zusammen-
drückungen setzen:

$$p_1 : p_2 : p = \overline{nn} : \overline{n'n'} : \overline{c'r} \dots \dots \dots (542),$$

weil das überhaupt für feste, mehr oder weniger elastische Körper
giltige Annäherungs-Gesetz, wonach die Grösse einer ganz kleinen

Fig. 201.



Formveränderung zu der Grösse der Erzeugungskraft im geraden
und einfachen Verhältnisse steht, auch im vorliegenden Fall an-
gewendet werden kann.

Wenn man daher die an den einzelnen Fugenstellen auf-
tretenden Pressungen (per □ Einheit) normal auf die Fugen-
richtung vermittelt Ordinaten grafisch darstellt, so werden diese
letzteren, indem man von dem einen Fugenende zu dem anderen
allmählig fortschreitet, ihre Begrenzung durch eine gerade Linie

erhalten, wie dies bereits in der früheren Figur 200 angedeutet wurde. Hieraus folgt, dass an dem Einen Fugeneinde die kleinste, und an dem anderen die grösste Pressung stattfinden muss, während den an allen sonstigen Stellen der Fugenbreite entstehenden Pressungen Zwischenwerthe zukommen.

Den obigen Bemerkungen zu Folge hat man noch:

$$\frac{p_1}{nn} = \frac{p_2}{n'n'} = \frac{p}{cc} = K,$$

oder:

$$\left. \begin{aligned} p_1 &= K \cdot \overline{nn} \dots\dots\dots \\ p_2 &= K \cdot \overline{n'n'} \dots\dots\dots \\ p &= K \cdot \overline{cc} \dots\dots\dots \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (543),$$

worin K eine Constante ist, insolange man bei der Untersuchung in einer und derselben Lagerfläche bleibt.

Ist bezüglich der beliebig gewählten Stelle die Distanz $nc = x$, so erleidet das Fugenelement von der Länge 1 (normal auf die Zeichnung verstanden) und von der Breite $cc' = dx$ die unendlich kleine Pressung:

$$dP = p \cdot dx = K \cdot \overline{cc'} \cdot dx \dots\dots\dots (544),$$

wonach die ganze mit N bezeichnete Fugenpressung gleich ist:

$$\begin{aligned} N &= \int_{x=0}^{x=\mathfrak{B}} dP = \int_0^{\mathfrak{B}} p dx = K \int_0^{\mathfrak{B}} \overline{cc'} \cdot dx \\ &= K \cdot \text{area } nn'n'n' \dots\dots\dots (545). \end{aligned}$$

Die Grösse der gesammten Normalpressung ist sonach mit der Grösse der ganzen Zusammendrückung eines Steines, d. i. mit der punktirten Fläche des Trapezes $nn'n'n'$ proportional.

Nun ist aber, wegen $\overline{nn'} = \mathfrak{B}$, auch:

$$\text{area } nn'n'n' = \frac{1}{2} (\overline{nn} + \overline{n'n'}) \mathfrak{B},$$

oder, indem man die Relationen (543) beachtet:

$$\text{area } nn'n'n' = \frac{1}{2K} (p_1 + p_2) \mathfrak{B},$$

somit nach Formel (545):

$$N = \frac{1}{2} (p_1 + p_2) \mathfrak{B} \dots\dots\dots (546).$$

Nennt man p_0 das arithmetische Mittel zwischen p_1 und p_2 , so ist:

$$\left. \begin{aligned} p_0 &= \left(\frac{p_1 + p_2}{2} \right) \dots\dots\dots \\ N &= p_0 \mathfrak{B} \dots\dots\dots \end{aligned} \right\} \dots\dots (547).$$

Für die Lage des Druckmittelpunktes a hat man, indem man auf die statischen Druckmomente in Bezug auf irgend eine Drehungsachse, etwa jene in n , übergeht, wegen $\overline{an} = u$, offenbar:

$$\begin{aligned} N \cdot u &= \int_0^{\mathfrak{B}} x dP = K \int_0^{\mathfrak{B}} x \cdot \overline{cr} \cdot dx \\ &= K \int_0^{\mathfrak{B}} x \cdot \text{area } cc'rr', \end{aligned}$$

und, wenn anstatt N der Werth aus (545) gesetzt wird:

$$u = \frac{\int_0^{\mathfrak{B}} x \cdot \text{area } cc'rr'}{\text{area } nn'nn'} \dots\dots\dots (548);$$

d. h. die resultierende Normalkraft N geht durch den Schwerpunkt des schon oben erwähnten Trapezes $nn'nn'$.

In Folge dieser Eigenschaft ist:

$$u = \frac{1}{3} \mathfrak{B} \left(\frac{p_1 + 2p_2}{p_1 + p_2} \right) \dots\dots\dots (549).$$

Aus der Verbindung der Formeln (547) und (549) ergibt sich sofort:

$$p_0 = \left(\frac{p_1 + p_2}{2} \right) = \frac{N}{\mathfrak{B}} \dots\dots\dots (550),$$

$$p_1 = 2 \left(2 - 3 \frac{u}{\mathfrak{B}} \right) p_0 \dots\dots\dots (551),$$

$$p_2 = 2 \left(3 \frac{u}{\mathfrak{B}} - 1 \right) p_0 \dots\dots\dots (552).$$

Führt man den Abstand u' der Druckresultirenden von dem anderen Fugenende n' ein, ist nämlich $u' = \mathfrak{B} - u$, so erhält man:

$$p_1 = 2 \left(3 \frac{u'}{\mathfrak{B}} - 1 \right) p_0 \dots \dots \dots (553),$$

$$p_2 = 2 \left(2 - 3 \frac{u'}{\mathfrak{B}} \right) p_0 \dots \dots \dots (554),$$

Berücksichtigt man endlich den Abstand u'' der Normal-
 pressung N aus der halben Fugenbreite, setzt man nämlich
 $u = \frac{1}{2} \mathfrak{B} + u''$ oder $u' = \frac{1}{2} \mathfrak{B} - u''$, wobei u'' positiv oder ne-
 gativ sein kann, so hat man auch:

$$p_1 = \left(1 - 6 \frac{u''}{\mathfrak{B}} \right) p_0 \dots \dots \dots (555),$$

$$p_2 = \left(1 + 6 \frac{u''}{\mathfrak{B}} \right) p_0 \dots \dots \dots (556).$$

Hieraus ergeben sich folgende Gesetze:

1. Befindet sich die Druckresultirende in der halben Fugen-
 breite, so hat man, wegen $u = u' = \frac{1}{2} \mathfrak{B}$ oder $u'' = 0$, ins-
 besondere:

$$p_1 = p_2 = p_0 \dots \dots \dots (557),$$

es findet also eine gleichmässige Druckvertheilung über die ganze
 Fuge statt.

2. Ist $u > \frac{1}{2} \mathfrak{B}$ und $< \frac{2}{3} \mathfrak{B}$, oder, was auf das Gleiche
 hinauskommt, $u' < \frac{1}{2} \mathfrak{B}$ und $> \frac{1}{3} \mathfrak{B}$, mithin $u'' > 0$ und $< \frac{1}{6} \mathfrak{B}$,
 so erhält man:

$$\left. \begin{array}{l} p_1 < p_0 \text{ und } > 0 \dots \dots \dots \\ p_2 > p_0 \text{ und } < 2 p_0 \dots \dots \dots \end{array} \right\} \dots \dots (558).$$

3. Ist $u < \frac{1}{2} \mathfrak{B}$ und $> \frac{1}{3} \mathfrak{B}$, oder $u' > \frac{1}{2} \mathfrak{B}$ und $< \frac{2}{3} \mathfrak{B}$,
 daher u'' negativ und numerisch kleiner als $\frac{1}{6} \mathfrak{B}$, so findet man:

$$\left. \begin{array}{l} p_1 > p_0 \text{ und } < 2 p_0 \dots \dots \dots \\ p_2 < p_0 \text{ und } > 0 \dots \dots \dots \end{array} \right\} \dots \dots (559),$$

somit das Umgekehrte, wie unter Punkt 2.

4. Für $u = \frac{2}{3} \mathfrak{B}$, also $u' = \frac{1}{3} \mathfrak{B}$ oder $u'' = \frac{1}{6} \mathfrak{B}$ ist:

$$p_1 = 0, p_2 = 2 p_0 \dots \dots \dots (560).$$

5. Das Gegentheil findet für $u = \frac{1}{3} \mathfrak{B}$, $u' = \frac{2}{3} \mathfrak{B}$ oder $u =$
 $-\frac{1}{6} \mathfrak{B}$ statt, denn dann ist:

$$p_1 = 2 p_0, p_2 = 0 \dots \dots \dots (561).$$

6. Grösser als $\frac{2}{3} \mathfrak{B}$ oder kleiner als $\frac{1}{3} \mathfrak{B}$ dürfen u und u'
 in den Gleichungen (550) bis (554) nicht werden, d. h. die Druck-

resultirende darf sich nicht mehr, als um den sechsten Theil der Fugenbreite aus deren Mitte entfernen, oder mit anderen Worten, dieselbe darf aus dem mittleren Drittel der Fugenbreite nicht heraustreten, falls die aufgestellten Berechnungsformeln noch Anwendung finden sollen, weil sonst einer der beiden Druckwerthe p_1 und p_2 negativ ausfielen, also auf einen Zug hinweisen würde, der das Oeffnen der Fuge an der betreffenden Seite anstrebt, für welchen Fall aber die vorigen Gleichungen nicht mehr giltig sind.

Abgesehen von diesem Falle, der noch zu erörtern ist, lassen sich die bemerkten Gesetze in folgender Weise mit Worten ausdrücken:

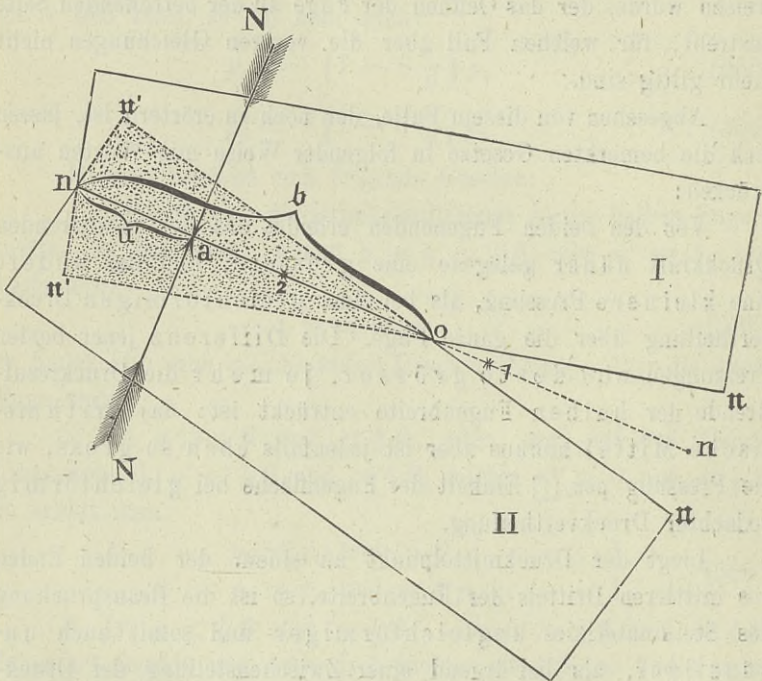
Von den beiden Fugenenden erleidet das der resultirenden Druckkraft näher gelegene eine grössere, und das andere eine kleinere Pressung, als bei einer gleichförmigen Druckvertheilung über die ganze Fuge. Die Differenz jener beiden Pressungen wird desto grösser, je mehr die Druckresultirende der halben Fugenbreite entrückt ist: das arithmetische Mittel hieraus aber ist jedenfalls eben so gross, wie die Pressung per □ Einheit der Fugenfläche bei gleichförmig gedachter Druckvertheilung.

Liegt der Druckmittelpunkt an einem der beiden Enden des mittleren Drittels der Fugenbreite, so ist die Beanspruchung des Steinmaterials ungleichförmiger und somit auch ungünstiger, als bei irgend einer Zwischenstellung der Druckresultirenden; denn dann wird das näher gelegene Fugenende einer doppelt so grossen Pressung, als bei gleichförmig gedachter Druckvertheilung, ausgesetzt, während das andere Fugenende gar keine Pressung empfängt.

Es erübrigt jetzt noch den Fall zu untersuchen, wenn der Angriffspunkt der resultirenden Druckkraft N ausserhalb des mittleren Drittels der Fugenbreite, etwa in a (Fig. 202), gelegen ist. An dem davon entfernteren Fugenende in n entsteht dann ein Oeffnen der Fuge, indem die Steine sich so in einanderdrücken, wie dies in der erwähnten Figur angedeutet ist.

Es stellt nämlich $\overline{nn'} = \mathfrak{B}$ die ganze Breite der Fuge vor, in welcher die beiden Steine I und II ursprünglich aufeinander lagen. Die Strecke $\overline{1, 2}$ bildet darin das mittlere Fugendrittel, ausserhalb welchem der resultirende Normaldruck seinen An-

Fig. 202.



griffspunkt a hat. In Folge dieses Druckes berühren sich jetzt die Steine nur mehr in dem Fugenthail $\overline{on'}$ von der Breite b , während in dem anderen Theil zwischen o und n die Fuge etwas klafft. Die punktirten Körpertheile $on'n'$ ober- und unterhalb der Fuge zeigen hiebei wieder (in vergrössertem Massstabe) die beiderseitigen Zusammendrückungen an.

Die per \square Einheit entfallende Pressung der Steine ist offenbar in o , wo keine Zusammendrückung vorhanden ist, gleich Null, und sie nimmt von da an nach den Ordinaten der Zusammen-

drückung, also nach jenen einer geraden Linie, bis n' allmählig zu, wo ihr grösster Werth auftritt.

Im Weiteren kann die Untersuchung in derselben Weise, wie früher, durchgeführt werden, wenn man beachtet, dass der gegenwärtige Fall gerade so ist, wie wenn die Steintheile zwischen o und n nicht vorhanden wären, sondern der Gesamtdruck N zwischen zwei Steinen von der kleineren Breite b stattfände, und zwar derart, dass hiebei die per \square Einheit entfallende Pressung an dem Einen Ende dieser Breite (nämlich in o) gleich Null würde.

Nach dem hier in Betracht kommenden Punkt 4 der vorhin aufgestellten Gesetze kann die eben ausgesprochene Bedingung nur dann eintreten, wenn

$$\overline{an'} = u' = \frac{1}{3} b \dots \dots \dots (562)$$

ist, was auch aus dem erhellet, weil jetzt die Druckresultirende N durch den Schwerpunkt des, die Grösse der Zusammendrückung repräsentirenden Dreieckes $on'n'$ gehen muss, wobei es übrigens bei der Kleinheit desselben gleichgiltig ist, die Richtung des Druckes N senkrecht auf $\overline{on'}$ oder \overline{on} anzusehen.

Ferner erhält man für die Durchschnittspressung p_0 per \square Einheit der Theilfuge $\overline{on'}$, analog mit der Gleichung (550):

$$p_0 = \frac{N}{b} = \frac{N}{3u'} \dots \dots \dots (563),$$

und für die Pressungen p_1 und p_2 , welche an den Enden dieser Theilfuge stattfinden, eben so, wie in den Relationen (560), nämlich einerseits bei o , wie schon erwähnt:

$$p_1 = 0 \dots \dots \dots (564),$$

und andererseits bei n' :

$$p_2 = 2p_0 = \frac{2N}{b} = \frac{2N}{3u'} \dots \dots \dots (565).$$

Hiernach beträgt die grösste per Quadrat-Einheit entfallende Pressung (nämlich die mit p_2 bezeichnete bei n') das Doppelte der Durchschnittspressung p_0 ; oder auch zwei Drittheile von demjenigen Drucke per \square Einheit, der vorhanden wäre, wenn der ganze Normaldruck in dem Fugen-

theile $\overline{an'}$ gleichförmig auftreten würde, da ja in dem letztgedachten Falle ein Druck von $\frac{N}{u'}$ per \square Einheit entfiel.

Je kleiner u' wird, d. h. je näher die Druckresultirende an das Fugenende n' rückt, desto grösser wird die dort auftretende Pressung p_2 per \square Einheit, und für $u' = 0$ erhält man $p_2 = \infty$. Dieses Resultat ist leicht erklärlich, denn für $u' = 0$ wirkt der Normaldruck N ausschliesslich auf das Fugenende in n' , somit auf eine blossе Kante, welche demselben keine, oder wie man auch sagen kann, nur eine unendlich kleine Druckfläche darbietet. Empfängt aber eine solche einen endlichen Druck, und berechnet man, wie viel hiernach auf die Druckflächeneinheit entfiel, so ergibt sich offenbar ein unendlich grosses Resultat.

Da in einem solchen Falle die Steine an der gepressten Kante zerquetscht werden würden, so folgt hieraus die Regel, dass die resultirende Druckkraft niemals durch ein Fugenende gehen darf, sondern vielmehr ihr Angriffspunkt innerhalb der Fugenbreite, und zwar in einer angemessenen Entfernung von jedem der beiden Fugenenden gelegen sein muss.

Wie gross die Minimal-Entfernung ist, bis auf welche die resultirende Druckkraft dem einen oder dem anderen Fugenende nahe kommen darf, hängt mit der Druckfestigkeit des Steinmaterials und dem Grade der Sicherheit, den man in dieser Beziehung erreichen will, zusammen.

Es darf nämlich die in der Formel (541) mit ζ bezeichnete zulässig grösste Pressung der Steine per \square Einheit der Druckfläche nicht kleiner sein, als die thatsächlich entstehende, wie solche aus den Gleichungen (551) bis (556), oder aus der Formel (565) sich ergibt, je nachdem die Druckresultirende inner- oder ausserhalb des mittleren Drittels der ganzen Fugenbreite gelegen ist. Es muss daher jedenfalls sein:

$$\zeta \left\{ \begin{array}{l} \text{sowohl } \overline{\zeta} p_1 \\ \text{als auch } \overline{\zeta} p_2 \end{array} \right\} \dots\dots\dots (566).$$

Tritt dies nicht ein, so ist der in Bezug auf die Steinfestigkeit verlangte Sicherheitsgrad nicht vorhanden.

Insoferne nach der ganzen Fugenbreite zwischen n und n' (Fig. 203) mehrere zusammenstossende Steine liegen, tritt bei den vorigen Untersuchungen an die Stelle eines jeden der beiden Steine I und II eine ganze Steinschaar, sonst aber können die angedeuteten Resultate gleichfalls angewendet werden. Wenn ferner, wie es gewöhnlich vorkommt, die einwirkende Druckkraft die Lagerfuge nn' schief, etwa um dem Winkel ψ gegen das Loth ab auf dieselbe, trifft, so hat man anstatt der normalen

Fig. 203.

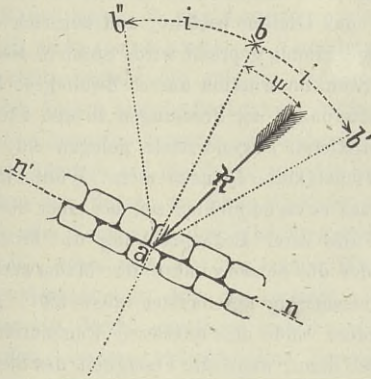
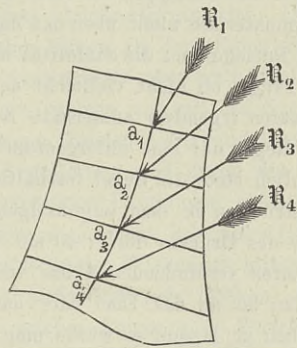


Fig. 204.



Druckkraft N , welche bei den vorigen Berechnungen in Betracht zu ziehen ist, den Werth $K \cos \psi$ zu setzen, wenn K die Grösse jener schiefen Druckkraft bezeichnet.

Verbindet man (Fig. 204) die in den aufeinander folgenden Lagerfugen sich ergebenden Druckmittelpunkte $a_1, a_2, a_3, a_4 \dots$, wo nämlich die resultirenden Druckkräfte K_1, K_2, K_3, K_4 die bezüglichen Lagerfugen treffen, so erhält man die sogenannte Mittellinie des Druckes im Mauerwerke. Aus einer solchen Figur ist sogleich zu ersehen, wie weit die jeweilige Druckresultirende von jedem der beiden Fugenenden absteht.

Anmerkung.

Der Umstand, dass in den Fällen, wenn die Druckresultirende ausserhalb des mittleren Drittels der ganzen Fugenbreite liegt, an dem von ihr

entfernteren Fugeneinde eine auf das Oeffnen der Fuge abzielende Drehungswirkung sich äussert, ist nicht geeignet, die mitunter vorkommende Behauptung zu rechtfertigen, es müsse bei Steinconstructions unter allen Umständen das Eintreten solcher Fälle, weil gefährlich, vermieden, und dieserwegen vorgesorgt werden, dass die Druckresultirende aus dem mittleren Fugendrittel nicht heraustrete, sondern höchstens bis an Eines der beiden Enden dieses Fugendrittels heranrücke.

Zunächst ist nämlich zu bemerken, dass in Fällen der bezeichneten Art, von einer eigentlichen Gefahr insolange nicht die Rede sein kann, als eine solche nicht schon aus einer anderen Ursache herantritt, daher insolange nicht, als überhaupt noch eine ausreichende Sicherheit sowohl gegen das Umkippen als auch gegen das Gleiten besteht, und zugleich das Steinmaterial nicht über das Zulässige hinaus gepresst wird. Steht in diesen drei Beziehungen die Stabilität einer Steinconstruction ausser Zweifel, so hat die Frage, ob nicht vielleicht der Mittelpunkt der Pressungen in den Steinschaaren irgendwo ausserhalb des mittleren Fugendrittels gelegen sei, in der Regel nur eine untergeordnete Wichtigkeit. Ja noch mehr. Wollte man nämlich stets die Regel festhalten, dass es zu empfehlen sei, bei einer Steinconstruction in dem ungünstigsten Falle ihrer Beanspruchung die Mittellinie des Druckes dort, wo sie von der die Schwerpunkte der Mauerwerkschaaren verbindenden Achse verhältnissmässig am meisten ausweicht, geradezu bis an das Eine oder das andere Ende des mittleren Fugendrittels reichen zu lassen, so würde man selbst dann, wenn die Festigkeit des Steinmaterials eine ganz ausreichende ist, mitunter zu Resultaten für die betreffende Mauerstärke gelangen, welche mit den praktischen Erfahrungen nicht im Einklange sind.

In ähnlicher Weise spricht sich auch Scheffler in seinem auf Seite 46 des vorliegenden Buches angeführten Werke aus, und zwar auf Seite 63, wo von der Mittellinie des Druckes in einem Gewölbe die Rede ist. Dort heisst es nämlich:

„Im Uebrigen kann man an ausgeführten Brücken beobachten, dass „bei den besseren Baumaterialien, als Granit, hartem Kalk- und Sandstein, „die Drucklinie oftmals fast ganz genau die eigentliche Kante des Fugenschnittes erreicht, dass also auch die von manchen Schriftstellern, namentlich von Navier, angenommene Hypothese, wonach die Pressung von der „Einen Kante nach der anderen gleichmässig wachsen, also die Resultante um den dritten Theil der Fugenbreite von der letzteren Kante „abstehen und das Material an dieser Kante pro Quadrateinheit doppelt „so stark gedrückt werden würde, als wenn eine gleichförmige Vertheilung des Druckes stattfände, für die Praxis ganz unzulässig ist.“

Man kann freilich einwenden, dass in dem Falle, wenn die Mittellinie des Druckes in einer Steinconstruction aus dem mittleren Fugendrittel heraustritt, an dem Einen Ende solcher Fugen die Steine klaffen würden, daher dort eine Lockerung ihrer Verbindung mit der Mörtelschichte entstehen müsse. Allein in den meisten Fällen geschieht dies dennoch nicht, oder in kaum nennenswerthem Grade, worüber sich folgende Erklärung geben lässt:

Die zwischen den Steinschaaren in Betracht kommenden Pressungen gelangen in der Regel schon während der Maueraufführung oder gleich nach ihrer Vollendung grösstentheils oder ganz zur Wirksamkeit. Zu einer solchen Zeit ist das Mauerwerk noch in einem mehr oder weniger grünen Zustande, in Folge dessen in den Lagerfugen, wo die Druckresultirende sehr excentrisch wirkt, eine zweifache Veränderung fast gleichzeitig auftritt. Denn einerseits besteht die auf ein Oeffnen solcher Fugen an dem Einen ihrer beiden Enden abzielende Drehungswirkung, andererseits aber tritt eine gewisse allgemeine Setzung des Mauerwerkes ein, welche eine auf das Gegentheil, nämlich auf die Verengung der Lagerfugen abzielende Wirkung äussert. Indem nun durch die Eine Wirkung eine Erweiterung und durch die andere eine Verengung der sehr excentrisch gepressten Lagerfugen entstehen würde, wenn man jede der beiden Wirkungen abgesondert in's Auge fasst, so erklärt es sich, wie das vereinigte Resultat beider Wirkungen mitunter sogar ein derart günstiges sein kann, dass nicht nur kein Oeffnen oder Klaffen, sondern vielmehr eine Verengung solcher Fugen zum Vorschein kommt. Ausserdem ist zu beachten, dass eben in Folge der allgemeinen Setzung des Mauerwerkes der weiche Mörtel aus den sich verengenden Fugestrecken zum Theile in die relativ weiteren hinübergedrängt wird, so dass selbst für den Fall, als diese letzteren Fugestrecken im Vergleiche zu ihrem anfänglichen Zustande hin und wieder wirklich sich etwas geöffnet hätten, eine genügende Ausfüllung derselben mittelst Mörtel nicht ausgeschlossen bleibt, zumal es sich ja nur um verhältnissmässig ganz kleine Veränderungen in den Lagerfugen handeln kann. Und sollte es schliesslich doch vorkommen, dass Mörtelbänder hie und da etwas rissig werden, so ist dies an und für sich in der Regel noch nicht genügend, um hieraus auf eine eigentliche Gefahr für den Bestand des Mauerwerkes zu schliessen, weil hiezu, wie schon früher bemerkt, noch andere ungünstige Umstände hinzutreten müssten, deren Vorhandensein von Fall zu Fall erst zu constatiren wäre. Uebrigens zeigt die Erfahrung, dass eben wegen der vorbemerkten allgemeinen Setzung eines Mauerwerkes ein Rissigwerden von manchen Mörtelbändern, namentlich in grossen Mauerwerkskörpern selbst dann, wenn die einzelnen Steinschaaren keine sehr ungleichförmige Pressung erfahren, nicht immer hintangehalten werden kann, und dass man darin

gewichte Q zu der mit \mathfrak{R} bezeichneten Resultirenden zusammen, welche die Fuge in a (von n um die Grösse u entfernt) trifft, und mit dem Normaldrucke N den Winkel ψ einschliesst.

Die Distanz des Erddruckmittelpunktes M von dem durch n gelegten Horizont wird mit e , jene des Punktes n aber von der durch den Schwerpunkt S des Mauerprofiles vertical wirkenden Resultirenden des Mauergewichtes Q , nämlich das Stück kn , mit d bezeichnet. Im Uebrigen ist die Zeichnung jener in der Figur 197 analog, nur mit dem Unterschiede, dass jetzt bloß der einfache Erddruck \mathfrak{D} in Betracht kommt, während es sich dort um das s -fache desselben handelte.

Zunächst hat man daher, wie in der Gleichung (530), nur jetzt mit Beseitelassung der Grösse s :

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{\mathfrak{D} \cos (\nu + \varrho - \varepsilon) - Q \sin \nu}{\mathfrak{D} \sin (\nu + \varrho - \varepsilon) + Q \cos \nu} \dots \dots \dots (367).$$

Weiter hat man zum Behufe der Bestimmung des Normaldruckes N :

$$\sphericalangle (\mathfrak{D}, Q) = 90^\circ - (\varrho - \varepsilon) \dots \dots \dots (568),$$

$$\mathfrak{R} = \sqrt{\mathfrak{D}^2 + Q^2 + 2 \mathfrak{D} Q \cos \sphericalangle (\mathfrak{D}, Q)}$$

$$= \sqrt{\mathfrak{D}^2 + Q^2 + 2 \mathfrak{D} Q \sin (\varrho - \varepsilon)} \dots \dots \dots (569),$$

$$\cos \psi = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \psi}} = \frac{\mathfrak{D} \sin (\nu + \varrho - \varepsilon) + Q \cos \nu}{\mathfrak{R}} \dots \dots (570);$$

also:

$$N = \mathfrak{R} \cos \psi = \mathfrak{D} \sin (\nu + \varrho - \varepsilon) + Q \cos \nu \dots \dots (571).$$

Um den Angriffspunkt a der Druck-Resultirenden in der Fuge nn' zu finden, beachte man, dass das statische Moment von \mathfrak{R} eben so gross sein muss, wie die Summe der statischen Momente von \mathfrak{D} und Q , und zwar in Bezug auf jede beliebig gelegene Drehungsachse. Nimmt man solche der Bequemlichkeit halber in n an, so hat man:

$$\mathfrak{R} \cdot u \cos \psi = \mathfrak{D} \cdot \frac{e}{\cos \varepsilon} \cos \varrho + Qd,$$

oder:

$$Nu = \mathfrak{D} e \frac{\cos \varrho}{\cos \varepsilon} + Qd,$$

mithin:

$$u = \frac{D e \frac{\cos \varrho}{\cos \varepsilon} + Q d}{D \sin (\nu + \varrho - \varepsilon) + Q \cos \nu} \dots \dots \dots (572),$$

worin man anstatt $D \cos \varrho$ auch den normalen Erddruck D substituiren kann.

Offenbar hängt der Werth von u davon ab, wo die in Betracht gezogene Mauerwerksfuge nn' liegt, derselbe ist daher mit der jeweiligen Druckhöhe veränderlich. Zeichnet man hiernach die Mittellinie des Druckes, so findet man unter den in der Praxis üblichen Constructionsverhältnissen, dass der Mittelpunkt für die Druckresultirende namentlich in den unteren Mauerwerksschichten desto mehr an die äussere Mauerflucht rückt, je weniger dieselben von dem Fundamente entfernt sind. Hieraus, und weil auch der Druck im Mauerwerke nach unten zunimmt, ergibt sich die Berechtigung, das Stattfinden der grössten Pressung der Steine in der untersten Schichte, und zwar an der äusseren Mauerflucht anzunehmen, folglich auch dort den geringsten Sicherheitsgrad gegen die Gefahr einer Steinzerquetschung zu suchen, insoferne nämlich das Mauerwerk aus Steinen von derselben oder wenigstens nahezu gleichen Qualität zusammengesetzt gedacht wird.

Man wird also an dieser ungünstigen Stelle die per \square Einheit entfallende Pressung der Mauersteine nach den Regeln im vorigen §. berechnen, und auf Grundlage der Formel (566) beurtheilen, ob und inwieweit der nothwendige Sicherheitsgrad gegen das Zerquetschen vorhanden ist.

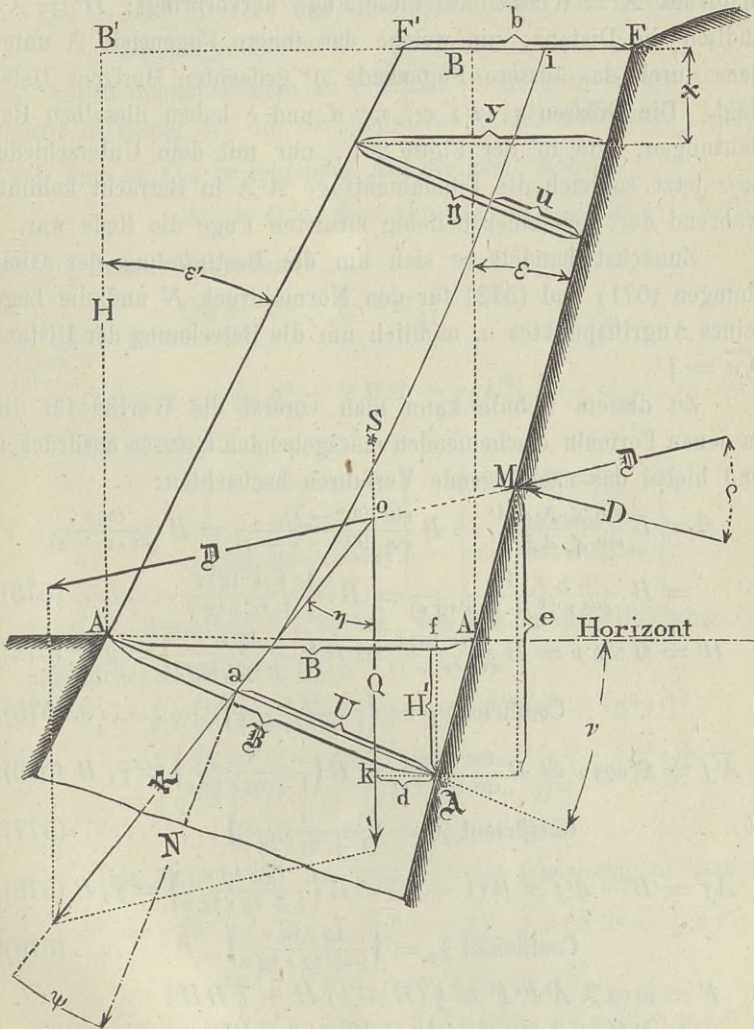
Uebrigens kann, wenn man es für nöthig erachtet, die Mittellinie des Druckes im Mauerwerke auch förmlich berechnet oder construirt werden.

§. 119.

Anwendung der vorangedeuteten Untersuchungsmethode. Es sei für die in der Figur 206 dargestellte Futtermauer (von der Höhe $AB = A'B' = H$ über dem Fundamente)

die horizontale Mauerbreite an der Krone $\overline{FF'} = b$ und jene an der Basis $\overline{AA'} = B$; ferner $A'A$ die Richtung der um den

Fig. 206.



Winkel v geneigten Lagerfuge am Fundamente und $\overline{A'A} = B$ die Breite dieser letzteren; D der schiefe Erddruck auf die Wand

\overline{AF} , $D = \mathfrak{D} \cos \varrho$ der Normaldruck auf dieselbe, Q das Mauer-
gewicht $\mathfrak{A}A'FF'$ und \mathfrak{H} die aus \mathfrak{D} und Q sich ergebende Re-
sultirende, welche die Lagerfuge $\overline{AA'}$ in a trifft und den Nor-
maldruck $N = \mathfrak{H} \cos \psi$ auf diese Fuge hervorbringt; $H' = \overline{Af}$
endlich die Distanz, um welche das innere Fugenende \mathfrak{A} unter
dem durch das äussere Fugenende A' gedachten Horizont tiefer
liegt. Die Grössen ε , ε' , ψ , η , d und e haben dieselben Be-
deutungen, wie in der Figur 205, nur mit dem Unterschiede,
dass jetzt sogleich die Fundamentfuge $\overline{A'A}$ in Betracht kommt,
während dort von einer beliebigen Fuge die Rede war.

Zunächst handelt es sich um die Bestimmung der Glei-
chungen (571) und (572) für den Normaldruck N und die Lage
seines Angriffspunktes a , nämlich um die Berechnung der Distanz
 $\overline{Aa} = U$.

Zu diesem Behufe kann man vorerst die Werthe für die
in jenen Formeln erscheinenden massgebenden Grössen ausdrücken
und hiebei das nachfolgende Verfahren beobachten:

$$\mathfrak{B} = B \frac{\sin \chi \mathfrak{A}A'}{\sin \chi A\mathfrak{A}'} = B \frac{\sin (90^\circ - \varepsilon)}{\sin (90^\circ - \nu + \varepsilon)} = B \frac{\cos \varepsilon}{\cos (\nu - \varepsilon)}$$

$$= B \cdot \frac{1}{\cos \nu (1 + \operatorname{tg} \varepsilon \operatorname{tg} \nu)} = B \cdot \frac{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \nu}}{1 + \operatorname{tg} \varepsilon \operatorname{tg} \nu} \dots \dots \dots (573).$$

$$H' = \mathfrak{B} \sin \nu = B \frac{\sin \nu \cos \varepsilon}{\cos (\nu - \varepsilon)} = B \left(\frac{\operatorname{tg} \nu}{1 + \operatorname{tg} \varepsilon \operatorname{tg} \nu} \right) = \gamma B \quad (574),$$

$$\text{Coefficient } \gamma = \left(\frac{\operatorname{tg} \nu}{1 + \operatorname{tg} \varepsilon \operatorname{tg} \nu} \right) \dots \dots \dots (575).$$

$$\overline{A'f} = \mathfrak{B} \cos \nu = B \frac{\cos \varepsilon \cos \nu}{\cos (\nu - \varepsilon)} = B \left(\frac{1}{1 + \operatorname{tg} \varepsilon \operatorname{tg} \nu} \right) = \gamma_1 B \quad (576),$$

$$\text{Coefficient } \gamma_1 = \left(\frac{1}{1 + \operatorname{tg} \varepsilon \operatorname{tg} \nu} \right) \dots \dots \dots (577).$$

$$\overline{Af} = B - \overline{A'f} = B (1 - \gamma_1) = B \left(\frac{\operatorname{tg} \varepsilon \operatorname{tg} \nu}{1 + \operatorname{tg} \varepsilon \operatorname{tg} \nu} \right) = \gamma_2 B \quad (578),$$

$$\text{Coefficient } \gamma_2 = \left(\frac{\operatorname{tg} \varepsilon \operatorname{tg} \nu}{1 + \operatorname{tg} \varepsilon \operatorname{tg} \nu} \right) \dots \dots \dots (579).$$

$$F = \text{area } \mathfrak{A}A'F'F = \frac{1}{2} (B + b) H + \frac{1}{2} BH'$$

$$= BH - \frac{1}{2} (\operatorname{tg} \varepsilon' - \operatorname{tg} \varepsilon) H^2 + \frac{1}{2} \gamma B^2$$

$$= BH - \frac{1}{2} (n - \operatorname{tg} \varepsilon) H^2 + \frac{1}{2} \gamma B^2$$

$$= \frac{1}{2} [\gamma B^2 + 2 BH - (n - \operatorname{tg} \varepsilon) H^2]$$

$$= \frac{1}{2} [\gamma B^2 + 2 BH - \gamma_3 H^2] \dots \dots \dots (580);$$

Coefficient $\gamma_3 = (n - \text{tg } \varepsilon)$ und $\text{tg } \varepsilon' = n \dots \dots (581)$.

$$Q = q F' = \frac{1}{2} q [\gamma B^2 + 2 BH - \gamma_3 H^2] \dots \dots \dots (582);$$

q = Gewicht der cubischen Einheit des Mauerwerkes.

Qd = stat. Moment des Mauergewichtes Q in Bezug auf die Drehungsachse in \mathfrak{A} .

Um dieses Moment zu erhalten, suche man früher das Moment in Bezug auf die Drehungsachse in A' , welches S_M heissen soll und zu Qd in folgender Abhängigkeit steht:

$$S_M = Q [\overline{A'f} - d] = Q \cdot \overline{A'f} - Qd.$$

Hieraus folgt dann:

$$Qd = Q \cdot \overline{A'f} - S_M,$$

oder:

$$Qd = \frac{1}{2} q \gamma_1 [\gamma B^2 + 2 BH - \gamma_3 H^2] B - S_M \dots \dots (583)$$

Es ist aber:

$$S_M = \left\{ \begin{array}{l} S'_M = \\ \text{Moment} \\ \text{des Mauerwerkes} \\ AA'F'F \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} S''_M = \\ \text{Moment} \\ \text{des Mauertheiles} \\ \mathfrak{A}AA' \end{array} \right\},$$

wobei S'_M denselben Werth hat, wie das in der Gleichung (501) ausgedrückte Moment, also:

$$\begin{aligned} S'_M &= \frac{1}{2} q [B^2 H + B H^2 \text{tg } \varepsilon - \frac{1}{3} H^3 (n^2 - \text{tg}^2 \varepsilon)] \\ &= \frac{1}{6} q [3 B^2 H + 3 B H^2 \text{tg } \varepsilon - H^3 (n^2 - \text{tg}^2 \varepsilon)] \\ &= \frac{1}{6} q [3 B^2 H + 3 B H^2 \text{tg } \varepsilon - \gamma_4 H^3], \end{aligned}$$

Coefficient $\gamma_4 = (n^2 - \text{tg}^2 \varepsilon) \dots \dots \dots (584)$.

Das Moment S''_M hat man aus der Gleichung zu suchen:

$$\begin{aligned} S''_M &= q [\frac{1}{2} \overline{A'f} \cdot \overline{\mathfrak{A}f} \cdot \frac{2}{3} \overline{A'f} + \frac{1}{2} \overline{A'f} \cdot \overline{\mathfrak{A}f} (\overline{AA'} - \frac{2}{3} \overline{A'f})] \\ &= \frac{1}{6} q \cdot H' (2 \overline{A'f}^2 + 3 B \cdot \overline{A'f} - 2 \overline{A'f}^2) \\ &= \frac{1}{6} q \gamma (2 \gamma_1^2 + 3 \gamma_2 - 2 \gamma_2^2) B^3 = \frac{1}{6} q \gamma (1 + \gamma_1) B^3 \\ &= \frac{1}{6} q \text{tg } \nu \frac{(2 + \text{tg } \varepsilon \text{tg } \nu)}{(1 + \text{tg } \varepsilon \text{tg } \nu)^2} B^3 = \frac{1}{6} q \gamma_5 B^3, \end{aligned}$$

Coefficient $\gamma_5 = \text{tg } \nu \frac{(2 + \text{tg } \varepsilon \text{tg } \nu)}{(1 + \text{tg } \varepsilon \text{tg } \nu)^2} = \gamma (1 + \gamma_1) \dots (585)$.

Hiernach hat man:

$Qd = \frac{1}{6} q (\gamma_6 B^3 + \gamma_7 B^2 H - \gamma_8 B H^2 + \gamma_4 H^3) \dots (586)$,
wobei die Coefficienten γ_6 , γ_7 , und γ_8 die nachstehenden Werthe haben:

$$\gamma_6 = \gamma (2 \gamma_1 - 1) = \operatorname{tg} \nu \frac{(1 - \operatorname{tg} \varepsilon \operatorname{tg} \nu)}{(1 + \operatorname{tg} \varepsilon \operatorname{tg} \nu)^2} \dots (587),$$

$$\gamma_7 = 3 (2 \gamma_1 - 1) = 3 \left(\frac{1 - \operatorname{tg} \varepsilon \operatorname{tg} \nu}{1 + \operatorname{tg} \varepsilon \operatorname{tg} \nu} \right) \dots (588),$$

$$\gamma_8 = 3 (\gamma_1 \gamma_3 + \operatorname{tg} \varepsilon) = 3 \left(\frac{n + \operatorname{tg}^2 \varepsilon \operatorname{tg} \nu}{1 + \operatorname{tg} \varepsilon \operatorname{tg} \nu} \right) \dots (589).$$

Ausserdem kann man schreiben:

$$D = \frac{1}{2} w \frac{(\text{Druckhöhe})^2}{\cos \varepsilon},$$

worin w das Gewicht per Cubikeinheit der sich einzubildenden tropfbaren Flüssigkeit vorstellt, welche denselben Normaldruck D ausüben würde. Es ist daher:

$$D = \frac{1}{2} w \frac{(H + H')^2}{\cos \varepsilon} = \frac{1}{2} w \frac{(H + \gamma B)^2}{\cos \varepsilon}$$

sowie:

$$\mathfrak{D} = \frac{D}{\cos \varrho} = \frac{1}{2} w \frac{(H + H')^2}{\cos \varepsilon \cos \varrho} = \frac{1}{2} w \frac{(H + \gamma B)^2}{\cos \varepsilon \cos \varrho} \dots (590).$$

Die auf die Lage des Erddruckmittelpunktes M bezügliche Grösse e kann gesetzt werden:

$$\begin{aligned} e &= \frac{1}{3} m (\text{Druckhöhe}) = \frac{1}{3} m (H + H') \\ &= \frac{1}{3} m (H + \gamma B) \dots (590), \end{aligned}$$

worin der Coefficient m entweder gleich der Einheit ist, oder einen diesen etwas übersteigenden Werth hat.

Hiernach erhält man anstatt des Gliedes $\mathfrak{D} \sin (\nu + \varrho - \varepsilon)$ in der Gleichung (571) folgenden Ausdruck:

$$\begin{aligned} \mathfrak{D} \sin (\nu + \varrho - \varepsilon) &= \frac{1}{2} w \frac{(H + H')^2}{\cos \varepsilon \cos \varrho} \sin (\nu + \varrho - \varepsilon) = \\ &= \frac{1}{2} w (H + \gamma B)^2 \cos \nu [\operatorname{tg} \nu (1 + \operatorname{tg} \varepsilon \operatorname{tg} \varrho) + \operatorname{tg} \varrho - \operatorname{tg} \varepsilon] \\ &= \frac{1}{2} w \cos \nu \gamma_9 (H + \gamma B)^2 \dots (591), \end{aligned}$$

$$\text{Coefficient } \gamma_9 = \operatorname{tg} \nu (1 + \operatorname{tg} \varepsilon \operatorname{tg} \varrho) + \operatorname{tg} \varrho - \operatorname{tg} \varepsilon \dots (592).$$

Ferner wird das erste Glied im Zähler des Bruches (572):

$$\mathfrak{D} e \frac{\cos \varrho}{\cos \varepsilon} = \frac{1}{6} m w \frac{(H + H')^3}{\cos^2 \varepsilon} = \frac{1}{6} \frac{m w}{\cos^2 \varepsilon} (H + \gamma B)^3 \dots (593).$$

Mit Rücksicht auf alle diese besonderen Theil-Ausdrücke hat man endlich für den Normaldruck N laut Gleichung (571):

$$N = \frac{1}{2} q \cos \nu \left[\gamma B^2 + 2BH - \gamma_3 H^2 + \gamma_9 \frac{w}{q} (H + \gamma B)^2 \right] \quad (594),$$

und für die aus der Gleichung (572) zu bestimmende Distanz u , welche für die hier in Betracht stehende unterste Lagerfuge insbesondere U heissen soll:

$$U = \frac{1}{3 \cos \nu} \times \frac{\gamma_6 B^3 + \gamma_7 B^2 H - \gamma_8 B H^2 + \gamma_4 H^3 + \frac{m w}{q \cos^2 \varepsilon} (H + \gamma B)^3}{\gamma B^2 + 2BH - \gamma_3 H^2 + \gamma_9 \frac{w}{q} (H + \gamma B)^2} \quad (595),$$

in welchen Gleichungen noch $\cos \nu = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \nu}}$ und $\frac{1}{\cos^2 \varepsilon} = (1 + \operatorname{tg}^2 \varepsilon)$ gesetzt werden kann, um da in der Regel die Tangentenwerthe der Winkel ε und ν bekannt sind, ohne Hilfe von trigonometrischen Tabellen zu rechnen.

Ist die Oberfläche des Erdreiches, von der Mauerkrone an, nach einer Ebene ansteigend, und nicht zufällig belastet, so hat man $m = 1$ zu setzen, und w ist unabhängig von der Druckhöhe. Ist jene Oberfläche horizontal und zugleich in gleichförmiger Weise zufällig belastet, so hat man im Sinne des §. 75 anstatt des ohne eine solche Belastung sich ergebenden Werthes von w_0 einen entsprechend grösseren, nämlich:

$$\begin{aligned} w &= w_0 \left(1 + \frac{2p}{\text{Druckhöhe}} \right) = w_0 \left(1 + \frac{2p}{H + H'} \right) \\ &= w_0 \left(1 + \frac{2p}{H + \gamma B} \right) = w_0 \left(\frac{H + \gamma B + 2p}{H + \gamma B} \right) \dots \quad (596) \end{aligned}$$

für den Coefficienten m aber zu setzen:

$$\begin{aligned} m &= \frac{1 + \frac{3p}{\text{Druckhöhe}}}{1 + \frac{2p}{\text{Druckhöhe}}} = \frac{H + H' + 3p}{H + H' + 2p} \\ &= \frac{H + \gamma B + 3p}{H + \gamma B + 2p} \dots \dots \dots (597), \end{aligned}$$

worin p die zufällige Belastung per \square Einheit der Erdreichoberfläche bezeichnet.

In einem derartigen Falle wird das letzte Glied in der Gleichung (594) und eben so jenes im Nenner der Gleichung (595):

$$\gamma_0 \frac{w}{q} (H + \gamma B)^2 = \gamma_0 \frac{w_0}{q} (H + \gamma B + 2p) (H + \gamma B) \dots (598),$$

ferner das letzte Glied des Zählers in der letztbezogenen Gleichung:

$$\frac{m w}{q \cos^2 \varepsilon} (H + \gamma B)^3 = \frac{w_0}{q \cos^2 \varepsilon} (H + \gamma B + 3p) (H + \gamma B)^2 \dots (599).$$

Um noch die Mittellinie des Druckes im Mauerwerke $[\widehat{ai}]$, nämlich für jeden beliebigen Höhentheil x den dazu gehörigen Werth von u (anstatt U) zu erhalten (Fig. 206), wird man in den vorigen Gleichungen überall x anstatt H , y aber anstatt B setzen, und hiebei die zwischen y und x stattfindende Relation (494), nämlich $y = b + (n - \operatorname{tg} \varepsilon) x$, benützen, so wie noch darauf Acht zu geben haben, ob und inwieweit auch die Grössen w und m von x abhängig seien, wodurch schliesslich u als eine Function von x sich darstellt.

In besonderen Fällen werden sich die gegebenen Formeln mehr oder weniger vereinfachen. Handelt es sich z. B. um den Wasserdruck, so ist $w = g$, $\rho = 0$ und $m = \frac{1}{3}$ zu setzen; sind die Lagerfugen horizontal, so ist $\nu = 0$; sind sie normal auf die äussere Mauerböschung, so wird $\nu = \varepsilon'$; für vorne und rückwärts vertical begrenzte Mauern ist $\varepsilon = \varepsilon' = n = 0$; u. s. w.

Ex. An der italienischen Reichsstrasse bei Tarvis in Kärnthen bestehen 10 Klafter hohe Stützmauern, vorne $\frac{1}{4}$ und rückwärts $\frac{1}{2}$ gebösch. Ihre horizontale Breite beträgt an der Krone 9 und an der Basis 14 Fuss. Das Mauerwerk ist aus Bruchstein und hat ein Gewicht von circa 125 Pfunden per Cubikfuss. Die Lagerfugen des Mauerwerkes sind normal auf die äussere Mauerböschung angeordnet. Für das dahinter liegende Erdreich kann man nach den diessfälligen Erhebungen und unter Beachtung der Bemerkungen im §. 37 das durchschnittliche Gewicht mit 85 Pfunden per Cubikfuss, und das Verhältniss zwischen Anlage und Höhe der natürlichen Erdböschung mit 1.3 annehmen. Bei der bedeutenden Rauheit der inneren Mauerböschung und bei der geschehenen Verdichtung des Erdreiches durch Anstampfen, soll ferner der Coefficient für die Reibung an der Wand eben so gross, wie jener für die Reibung zwischen den Erdtheilchen, eingeführt

werden. Behufs der Wirkung der zufälligen Belastung auf der Strassenbahn berücksichtige man endlich die Regeln im §. 75, beziehungsweise 35.

Hiernach hat man folgende Daten: $H=60'$, $b=9'$, $B=14'$, $\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{1}{12}$, $n = \operatorname{tg} \varepsilon' = \operatorname{tg} \nu = \frac{1}{6}$, $\operatorname{tg} \alpha = 1.3$, $\mu = \operatorname{tg} \rho = \operatorname{cotg} \alpha = \frac{1}{3}$, $g = p = 0.85$ Ctr. und $q = 125$ Ctr., in Folge welcher man zunächst findet:

$$\begin{aligned} \beta &= 14.00' = B, \quad \gamma = \frac{1}{3}, \quad H' = \frac{1}{3} B = 2.30', \quad \gamma_1 = \frac{1}{3}, \quad \gamma_2 = \frac{1}{3}, \\ \gamma_3 &= \frac{1}{2}, \quad \gamma_4 = \frac{1}{8}, \quad \gamma_5 = \frac{1}{5329}, \quad \gamma_6 = \frac{1}{5329}, \quad \gamma_7 = \frac{1}{3}, \quad \gamma_8 = \frac{1}{52}, \quad \gamma_9 = \frac{1}{11}, \\ \cos \nu &= \frac{6}{37} \sqrt{37}, \quad \frac{1}{\cos \nu} = \frac{1}{6} \sqrt{37}, \quad \frac{1}{\cos^2 \varepsilon} = \frac{1}{44}. \end{aligned}$$

Ferner ist, bezüglich der in den Gleichungen (598) und (599) erscheinenden Grösse w_0 , nach der Tabelle XV für $\operatorname{tg} \alpha = 1.3$ und $\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{1}{12}$:

$$\frac{w_0}{g} = 0.153, \quad w_0 = 0.153 g = 0.1300 \text{ Ctr.},$$

somit hiernach und auf Grund der Gleichungen (594) und (595) nach geschehener Reduction:

$$\begin{aligned} N &= k_1 B^2 + k_2 BH + k_3 H^2 + k_4 B + k_5 H, \\ U &= \frac{k_6 B^3 + k_7 B^2 H - k_8 B H^2 + k_9 H^3 + k_{10} B^2 + k_{11} B H + k_{12} H^2}{N}, \end{aligned}$$

wenn die Dimensionen B und H vorläufig noch in ihrer allgemeinen Bedeutung belassen werden. Die angedeuteten Coefficienten haben folgende numerische Werthe:

$k_1 = 0.1028$	$k_4 = 0.0155$	$k_7 = 0.6096$	$k_{10} = 0.0015$
$k_2 = 1.2512$	$k_5 = 0.0941$	$k_8 = 0.0927$	$k_{11} = 0.0183$
$k_3 = 0.0040$	$k_6 = 0.0334$	$k_9 = 0.0262$	$k_{12} = 0.0556$

Setzt man jetzt $B = 14'$ und $H = 60'$, so findet man insbesondere:
 $N = 1091$ Ctr. und $U = 7.76$ Fuss.

In diesem Beispiele beträgt daher die resultirende Normalpressung in der untersten Lagerfuge des Mauerwerkes ($\mathfrak{A}A'$, Fig. 206) 1091 Centner, und ihr Angriffspunkt ist ausserhalb der Fugenmitte, nämlich in a , welcher Punkt von dem inneren Fugenende \mathfrak{A} um 7.76 und von dem äusseren in A' um 6.24 Fuss absteht, weshalb auch eine ungleichförmige Fugenpressung stattfinden muss.

In der That beträgt in der erwähnten Fuge die durchschnittliche Pressung, laut Gleichung (550):

$$\begin{aligned} p_0 &= \frac{N}{\mathfrak{A}} = 77.9 \text{ Centner per } \square \text{ Fuss} \\ &\text{oder} = 0.54 \text{ „ „ } \square \text{ Zoll,} \end{aligned}$$

während nach den Gleichungen (551) und (552) die thatsächlich auftretende Minimalpressung in \mathfrak{A} mit

$$\begin{aligned} p_1 &= 0.67 p_0 = 0.36, \text{ und die Maximalpressung in } A' \text{ mit} \\ p_2 &= 1.33 p_0 = 0.72 \text{ Centnern pr. } \square \text{ Zoll Druckfläche sich ergibt.} \end{aligned}$$

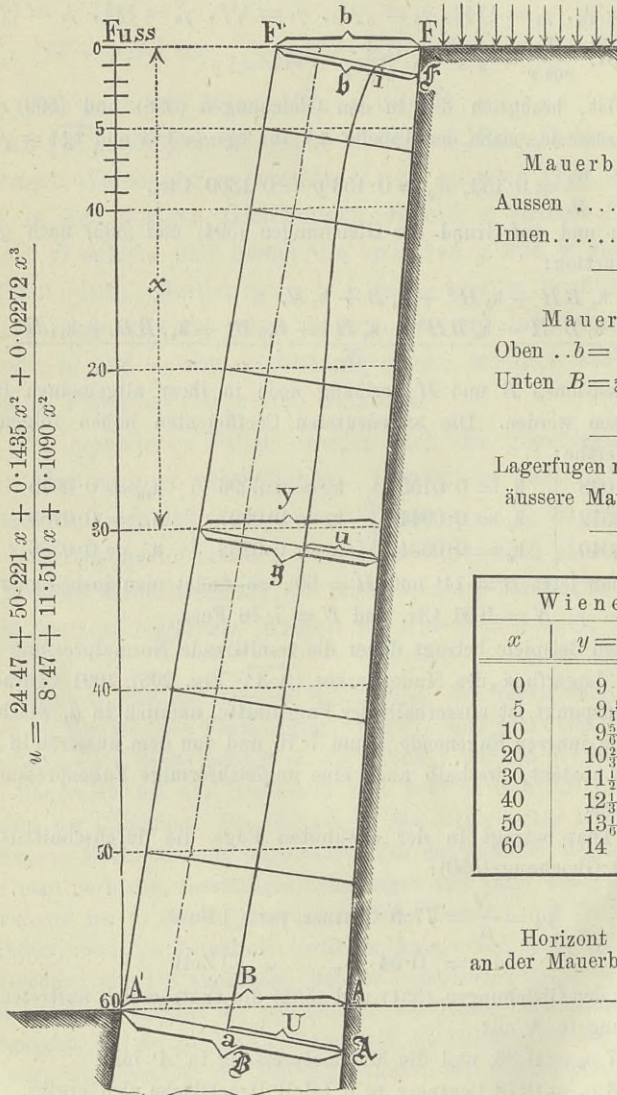
Profil 10 Klaffer hoher Stützmauern an der italienischen Reichsstrasse bei Tarvis in Kärnten.

Fig. 207.

Zufällige Last = 0.85 Ctr. pr. □'

Gleichung für die Mittellinie des Druckes im Mauerwerke:

$$u = \frac{24 \cdot 47 + 50 \cdot 221 x + 0 \cdot 1435 x^2 + 0 \cdot 02272 x^3}{8 \cdot 47 + 11 \cdot 510 x + 0 \cdot 1090 x^2}$$



Mauerböschung:

Aussen $\frac{1}{6}$
 Innen..... $\frac{1}{12}$

Mauerstärke:

Oben .. $b = b = 9$ } Fuss.
 Unten $B = B = 14$ }

Lagerfugen normal auf die äussere Mauerböschung.

Wiener Fuss		
x	$y = \eta$	u
0	9	2.89
5	$9\frac{5}{12}$	4.10
10	$9\frac{5}{6}$	4.19
20	$10\frac{2}{3}$	4.49
30	$11\frac{1}{2}$	5.03
40	$12\frac{1}{3}$	5.78
50	$13\frac{1}{6}$	6.70
60	14	7.76

Horizont
 an der Mauerbasis.

Hiernach wäre bei einer 10- bis 20-fachen Sicherheit für den Baustein mindestens eine Zerdrückungsfestigkeit von 3·6 bis 14·4 Centnern per □ Zoll erforderlich. In dem angeführten Falle wurde zwar die Steinfestigkeit nicht besonders erhoben, gleichwohl ist kein Zweifel vorhanden, dass dieselbe weitaus grösser als absolut nothwendig ist, weil bekanntlich schon Bruchsteine weicher Gattung eine Festigkeit von 10 bis 20 Centnern per □ Zoll haben, thatsächlich aber eine ziemlich harte Steingattung zur Verwendung kam.

In der Figur 207 sind die Querschnittsverhältnisse der ausgeführten Stützmauern ersichtlich gemacht, und es ist hierin zugleich die Mittellinie des Druckes im Mauerwerke, wie solche unter den thatsächlichen Verhältnissen sich ergibt, eingezeichnet. Die Gleichung für ihre Hauptstrecke \overline{ai} , nämlich $u = \text{Function}(x)$, ist dort ebenfalls angegeben. Sie wird dadurch gefunden, dass man in der oben gefundenen Formel für U die Grössen x , y und u anstatt H , B und U einsetzt, und weiter für y , der Gleichung (494) gemäss, den Werth $[b + (n - \text{tg } \varepsilon) x] = (9 + \frac{1}{12} x)$ substituirt. Die zur Druckhöhe x gehörige Fugenbreite η ist von der horizontalen Mauerbreite y so wenig verschieden, dass beide überall als gleich gross gelten können; denn es ist laut Gleichung (573):

$$\frac{\eta}{y} = \frac{\beta}{B} = \frac{\sqrt{1 + \text{tg}^2 \nu}}{1 + \text{tg } \varepsilon \text{ tg } \nu} = \frac{\sqrt{1 + \text{tg}^2 \varepsilon'}}{1 + \text{tg } \varepsilon \text{ tg } \varepsilon'} = 0\cdot9999.$$

Der Nenner des Bruches in jener Curvengleichung gibt unmittelbar die ganze Normalpressung an, welche in der zur Druckhöhe x gehörigen Lagerfuge das Mauerwerk erleidet; und zwar findet man hiefür, insbesondere für $x = 0, 5, 10, 20, 30, 40, 50, 60$ Fussen, aufeinanderfolgend 8, 69, 134, 282, 452, 643, 856, 1091 Centner, wovon das letzte Resultat bereits oben angegeben wurde. Hiernach unterliegt es auch keinem Anstande, nach den Regeln im §. 116 die jeweilig entstehende Maximalpressung der Steinschaaren per □ Zoll zu bestimmen, und man findet auf diese Weise die grösste Beanspruchung des Mauersteines in der untersten Lagerfuge $\overline{A'A}$, was man übrigens, weil vorhergesehen, bei der obigen Berechnung des Beispiels gleich im Vorhinein angenommen hat.

Für die ganz kleine Strecke der Mittellinie des Druckes von i aufwärts bis an die Mauerkrone gilt die angegebene Curvengleichung nicht mehr, weil sonst, was offenbar nicht zulässig ist, für x negative Werthe angenommen werden müssten. Dort besteht vielmehr eine andere Curvengleichung, welche übrigens nach den früheren Daten und Resultaten leicht aufzufinden ist. Nachdem indessen in der Gegend der Mauerkrone die Mittellinie des Druckes, weil dort die Pressung in den Mauerschichten verhältnissmässig sehr klein ist, keine praktische Bedeutung hat, so mag die Bemerkung genügen, dass das bezügliche Curvenstück in F endet und nahezu

In dem voruntersuchten Beispiele trifft die gedachte Regel auch keineswegs zu, denn es wurde hiebei $U = 7.76$ Fuss gefunden, welcher Werth geringer ist, als zwei Drittheile der 14 Fuss messenden Fugenbreite. Es mag aber untersucht werden, wie gross die Stärke der besprochenen Futtermauer zu wählen gewesen wäre, damit man $U = \frac{2}{3} \mathfrak{G}$ erhalten hätte.

Zu diesem Behufe muss man auf die oben aufgestellte Gleichung:

$$U = \frac{k_6 B^3 + k_7 B^2 H - k_8 B H^2 + k_9 H^3 + k_{10} B^2 + k_{11} B H + k_{12} H^2}{k_1 B^2 + k_2 B H + k_3 H^2 + k_4 B + k_5 H}$$

zurückkehren, hierin $U = \frac{2}{3} \mathfrak{G} = \frac{2}{3} B$ (weil \mathfrak{G} und B sehr nahe gleich sind) dann $H = 60$ Fuss, so wie für die Coefficienten $k_1, k_2 \dots k_{12}$ die bereits berechneten Werthe einsetzen, endlich aber die so entstehende cubische Gleichung nach der Unbekannten B auflösen. Geschieht dies, so hält man:

$$B^3 + 383.7 B^2 + 9847.8 B - 166775.0 = 0,$$

und hieraus:

$$B = \mathfrak{G} = 11.57 \text{ Fuss.}$$

Hiernach hätte man, falls die in Betracht stehende Regel richtig wäre, die 60 Fuss hohen Stützmauern an der Basis nur 11.57 Fuss und an der Krone nur $(11.57 - \frac{1}{2} H) = 6.57$ Fuss stark anzulegen brauchen. Thatsächlich aber messen dieselben unten 14 und oben 9 Fuss, also fast um $2\frac{1}{2}$ Fuss mehr, und dennoch berechtigen die hiebei gemachten Erfahrungen durchaus nicht zu dem Schlusse, als seien diese Mauern zu massiv gehalten; denn es sind an denselben ungeachtet ihrer Stärke hin und wieder nicht unbedeutende Ausbauchungen entstanden, so dass es sicherlich ein Wagniss gewesen wäre, wenn man die Mauerstärken um ein so bedeutendes Mass von $2\frac{1}{2}$ Fussen, wie es nach der erwähnten Regel sich ergeben würde, reducirt hätte. In der Fig. 207 sind die Querschnittsverhältnisse, wie diese bei einer solchen Reducirung entstanden wären, ebenfalls anschaulich gemacht, indem dort die entsprechende neue Vorderböschung der Mauer mittelst Punktirung angedeutet wurde. Schon der einfache Anblick des so reducirtten Mauerprofiles ist nicht geeignet, das praktische Gefühl erfahrener Ingenieure zu befriedigen, so dass man gleichsam auch in empirischer Weise zu demselben Ausspruch über das Unzulässige der besprochenen Reducirung gelangt.

Aus dieser Darstellung geht daher im Anschlusse an die Anmerkung im §. 116 neuerdings hervor, dass die vermeintlichen Regeln, von denen oben die Rede war, nicht als zuverlässlich betrachtet werden können.

Wenn übrigens (wie in Ott's Baumechanik) darauf hingewiesen wird, dass die jenen Regeln angepasste Methode zur Bestimmung der Mauerstärken derjenigen, welche aus der Betrachtung des Umsturzmomentes unter Einführung eines Stabilitäts-Coefficienten sich ergibt, vorzuziehen, und dass diese letztere Methode schon aus dem Grunde verwerflich sei, weil sie von

der Voraussetzung ausgeht, dass die Umsturzkannte den Druck der Resultirenden, welche sich aus dem s -fachen Erddrucke und dem Mauergerichte zusammensetzt, aufzunehmen im Stande wäre, was — da eine Kannte, ohne beschädiget zu werden, einem endlichen Drucke nicht widerstehen könne — absurd sei; so ist dagegen zu bemerken, dass hier jedenfalls ein Missverständniss zu Grunde liegt. Denn jener Stabilitäts - Coefficient dient nur zur rechnungsmässigen Durchführung, und muss der Erfahrung gemäss so gross gewählt werden, dass ein ausreichender Stabilitätsüberschuss vorhanden ist. Geschieht dies, so kann der Fall, dass die Druckresultirende durch die Umsturzkannte geht, thatsächlich gar nicht vorkommen, obgleich man in der Rechnung die bezüglichen statischen Momente auf diese Kannte beziehen muss. Zudem ist es unzulässig, diese auf die Sicherung gegen Umsturz Bezug nehmende Methode mit der Frage, wie gross die Pressung an irgend einer Stelle sei, in unmittelbare Verbindung zu bringen, weil die Art und Weise, wie der vorgedachte Stabilitäts-Coefficient in die Rechnung eingeführt wird, zur Beantwortung einer solchen Frage nicht mehr anwendbar ist, sondern dann nach den Lehren des laufenden Capitels vorgegangen werden muss, wo es sich nicht nur um einen ganz anderen Sicherheits-Coefficienten, nämlich s , siehe Formel (541), sondern auch um eine ganz andere Art und Weise seiner Einführung in die Rechnung handelt.

So wie in dem vorhin behandelten Beispiele wird fast in allen Fällen sich das Resultat ergeben, dass eine Störung des Gleichgewichtes von Futtermauern in Folge einer übergrossen Pressung der Mauersteine nicht zu befürchten sei, wenn nur die Mauerdimensionen den sonstigen Stabilitätsbedingungen gemäss angeordnet sind.

Zweiter Abschnitt.

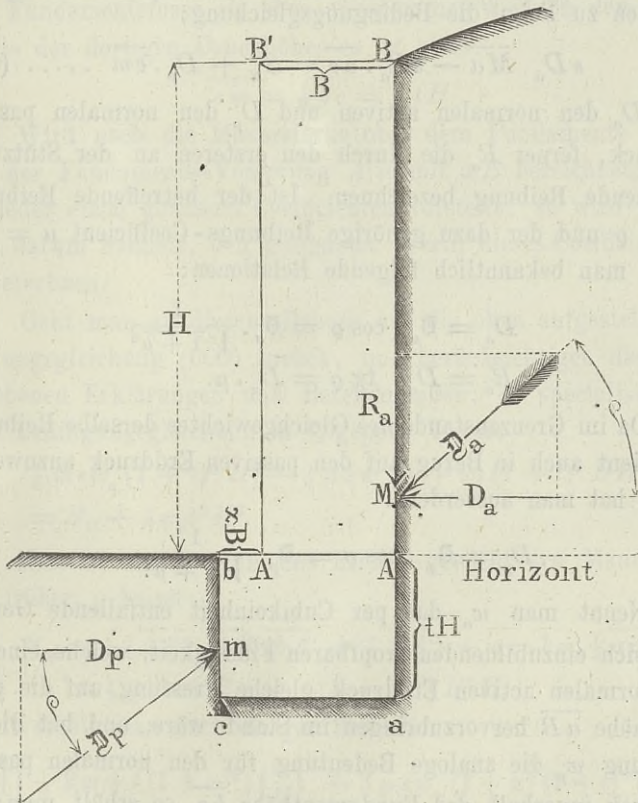
Stabilität der Futtermauern mit Rücksicht auf ihr Fundament.

§. 120.

Stärke der Futtermauern im Fundamente. Unter der Voraussetzung, dass der Untergrund, worauf das Mauerfundament steht, unnachgiebig ist, eventuell diese Eigenschaft durch

künstliche Mittel (Rostlegung, Pilotirung, Betonirung u. s. w.) erhält, lassen sich Berechnungen über die nöthige Fundamentsmauerdicke anstellen. In der Regel ist die Stabilität des Fundamentes gegen Umsturz zu berücksichtigen. Um das diessfällige Verfahren anzudeuten, wird es genügen, den in der Fig. 208

Fig. 208.



ersichtlichen Fall, in welchem eine Stützmauer mit verticalen Seitenwänden in Betracht steht, zu untersuchen.

Damit das Fundament gegen Umsturz um die Kante in c gesichert ist, muss im Grenzzustande des Gleichgewichtes das Umsturmmoment des activen Erddruckes D_a , welcher in der ganzen Mauerhöhe \overline{aB} stattfindet, ebenso gross sein, wie das Wider-

standsmoment des Mauerwerkes, vermehrt um jenes des passiven Erddruckes \mathfrak{D}_p , welcher der Fundamentshöhe \overline{bc} zugehört. Selbstverständlich hat man für eine s -fache Sicherheit den activen Erddruck $smal$ zu nehmen. Sind M und m die Mittelpunkte des activen und passiven Erddruckes, und bezeichnet S_M das statische Widerstandsmoment des Mauerwerkes, so hat man dem Gesagten zu Folge die Bedingungsgleichung:

$$s D_a \cdot \overline{Ma} - s R_a \cdot \overline{ac} = S_M + D_p \cdot \overline{cm} \dots \dots (600),$$

wenn D_a den normalen activen und D_p den normalen passiven Erddruck, ferner R_a die durch den ersteren an der Stützwand entstehende Reibung bezeichnen. Ist der betreffende Reibungswinkel ϱ und der dazu gehörige Reibungs-Coefficient $\mu = \operatorname{tg} \varrho$, so hat man bekanntlich folgende Relationen:

$$D_a = \mathfrak{D}_a \cdot \cos \varrho = \mathfrak{D}_a \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \mu^2}}$$

$$R_a = D_a \cdot \operatorname{tg} \varrho = D_a \cdot \mu.$$

Da im Grenzzustande des Gleichgewichtes derselbe Reibungs-Coefficient auch in Bezug auf den passiven Erddruck anzuwenden ist, so hat man ausserdem:

$$D_p = \mathfrak{D}_p \cdot \cos \varrho = \mathfrak{D}_p \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \mu^2}}.$$

Nennt man w_a das per Cubikeinheit entfallende Gewicht einer sich einzubildenden tropfbaren Flüssigkeit, welche eine mit dem normalen activen Erddruck gleiche Pressung auf die ganze Wandhöhe \overline{aB} hervorzubringen im Stande wäre, und hat die Bezeichnung w_p die analoge Bedeutung für den normalen passiven Erddruck innerhalb der Fundamenthöhe \overline{bc} , so erhält man:

$$D_a = \frac{1}{2} w_a \cdot \overline{Ba}^2 = \frac{1}{2} w_a (1 + t)^2 H^2,$$

$$D_p = \frac{1}{2} w_p \cdot \overline{bc}^2 = \frac{1}{2} w_p t^2 H^2;$$

indem man die Fundamenttiefe $\overline{bc} = tH$ setzt, und hiebei t als einen numerischen Coefficienten ansieht, der mit H multiplicirt, jene Tiefe ergibt.

Für die Bestimmung der Lage des Druckmittelpunktes M , in Betreff des activen Erddruckes, dient die Relation:

$$\overline{aM} = \frac{1}{3} m \cdot \overline{aB} = \frac{1}{3} m (1 + t) H,$$

worin, je nach der Form der Oberfläche des Hinterfüllungsmaterials, der Coefficient $m \gg 1$ ist; der Mittelpunkt des passiven Erddruckes dagegen liegt, da die Oberfläche des Erdreiches vor dem Fundamentsfusse als eben angenommen wird, in dem dritten Theile der dortigen Druckhöhe, es ist also:

$$\overline{cm} = \frac{1}{3} \overline{bc} = \frac{1}{3} t H.$$

Wird noch die Mauerstärke ober dem Fundamente mit B , und der Fundaments-Vorsprung $\overline{A'b}$ mit αB bezeichnet, wobei α wieder einen gewissen Coefficienten vorstellt, so wird es sich eben darum handeln, den geeigneten Werth dieses Coefficienten α zu berechnen.

Geht man zu diesem Behufe auf die oben aufgestellte Bedingungsgleichung (600) zurück, und berücksichtigt die weiter gegebenen Erklärungen und Bezeichnungen, so specialisirt sich jene Bedingungsgleichung in folgender Weise:

$$\frac{1}{6} m s w_a (1 + t)^3 H^3 - \frac{1}{2} \mu s w_a (1 + \alpha) (1 + t)^2 B H^2 = S_M + \frac{1}{6} w_p t^3 H^3.$$

Nun ist aber, wenn das Einheitsgewicht des Mauerwerkes wie früher, q heisst:

$$S_M = q [\overline{AA'} \cdot \overline{AB} (\overline{bA'} + \frac{1}{2} \overline{AA'}) + \overline{ac} \cdot \overline{bc} \cdot \frac{1}{2} \overline{ac}] \\ = \frac{1}{2} q [1 + 2\alpha + t(1 + \alpha)^2] B^2 H,$$

somit erhält man nach einiger Reduction:

$$3q [1 + 2\alpha + t(1 + \alpha)^2] \left(\frac{B}{H}\right)^2 + 3\mu s w_a (1 + \alpha) (1 + t)^2 \left(\frac{B}{H}\right) - m s w_a (1 + t)^3 + w_p t^3 = 0,$$

woraus, wenn die Fundamenttiefe und die sonstigen Daten bekannt sind, die den fraglichen Fundaments-Vorsprung bestimmende Grösse α berechnet werden kann.

Zur bequemeren Berechnung mag man hiebei in nachstehender Art verfahren:

Für $t = 0$ wäre kein Fundamentmauerwerk vorhanden, die Mauer stände dann lediglich auf der Basis $\overline{AA'}$, wo die Mauerstärke B zur Stabilität in Bezug auf die Umsturzkannte in A' ausreichend sein würde, so dass in diesem Falle $x = 0$ sein müsste. Die vorige Gleichung muss somit die Eigenschaft haben, dass hierin x und t gleichzeitig verschwinden. Wird dies beachtet, so findet man die Relation:

$$3q \left(\frac{B}{H}\right)^2 + 3\mu s w_a \left(\frac{B}{H}\right) = m s w_a \dots\dots\dots(601),$$

und hieraus:

$$\frac{B}{H} = -\frac{\mu s w_a}{2q} + \sqrt{\left(\frac{\mu s w_a}{2q}\right)^2 + \frac{m s w_a}{3q}},$$

wodurch sich die Mauerstärke oberhalb des Fundamentes ergibt*).

Setzt man den aus der Relation (601) sich ergebenden Werth:

$$3q \left(\frac{B}{H}\right)^2 = m s w_a \left[1 - \frac{3\mu}{m} \left(\frac{B}{H}\right) \right]$$

in die allgemeine Bedingungsgleichung, welche zwischen x und t stattfindet, und führt man hiebei die abkürzenden Bezeichnungen:

$$\left(\frac{w_p}{m s w_a}\right) = \gamma \text{ und } \left(\frac{3\mu}{m}\right) \left(\frac{B}{H}\right) = \delta \dots\dots\dots(602)$$

ein, so findet man nach gepflogener Reduction:

$$x^2 + \frac{(1+t)(2-\delta+\delta t)}{(1-\delta)t} x = \frac{(2-\delta) + (3-\delta)t - (\gamma-1)t^2}{(1-\delta)},$$

woraus folgt:

$$x = \frac{c_0 + c_1 t + c_2 t^2 + \sqrt{c_3 + c_4 t + c_5 t^2 + c_6 t^3 + c_7 t^4}}{2(1-\delta)t} \dots\dots (603),$$

wörin den angedeuteten Coefficienten die Werthe zukommen:

$$\left. \begin{array}{l} c_0 = -(2-\delta) \\ c_1 = -2 \\ c_2 = -\delta \\ c_3 = (2-\delta)^2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} c_4 = 4(2-\delta) \\ c_5 = 2(6-4\delta+\delta^2) \\ c_6 = 4(3-3\delta+\delta^2) \\ c_7 = 4\gamma(1-\delta) - (2-\delta)^2 \end{array} \dots\dots (604).$$

* Die Richtigkeit dieses Ergebnisses erhellet aus der Vergleichung desselben mit der Formel (506), wenn man dort $n = \text{tg } \varepsilon = 0$ setzt.

Ex. Es werde das auf den Seiten 476 und 477 angegebene Beispiel neuerdings, nämlich zu dem Zwecke in Betracht gezogen, um die Stärke der Fundamentmauer für den Fall zu bestimmen, wenn die Fundamentstiefe drei Fuss beträgt. Nach den dort angegebenen Daten und berechneten Resultaten hat man zunächst:

$$H = 30 \text{ Fuss, } \operatorname{tg} \alpha = 1.2, \quad g = 80 \text{ Pfd., } q = 120 \text{ Pfd., } \mu = \operatorname{tg} \varrho = \frac{3}{8}, \\ s = 6, \quad w_a = 0.163 \text{ g} = 13.04 \text{ Pfd. und } \frac{B}{H} = 0.269.$$

Da ferner die Oberfläche des Hinterfüllungsmateriales horizontal ist so wird $m = 1$ angenommen. Hiernach ergibt sich:

$$\gamma = \frac{w_p}{78.24} \text{ und } \delta = 0.6725.$$

Um noch w_p ausfindig zu machen, hat man die Gleichungen (491) und (492) zu beachten, worin für den vorliegenden Fall $a = \operatorname{tg} \alpha$, $b = 0$, $n = \operatorname{cotg}(\alpha - \varrho)$ und $\mu = \operatorname{tg} \varrho = \operatorname{cotg} \alpha$ einzusetzen ist. Geschieht dies, so findet man:

$$\frac{w_p}{g_p} = \left(\frac{\sqrt{1+a^2} + \sqrt{1+a^2\mu}}{a-\mu} \right)^2 = \left[\frac{a(\sqrt{2} + \sqrt{1+a^2})}{a^2-1} \right]^2 \\ = \left(\frac{\sin \alpha}{1 - \sqrt{2} \cos \alpha} \right)^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{\sin \alpha}{\cos 45^\circ - \cos \alpha} \right)^2,$$

daher mit Rücksicht auf den besonderen Werth von $a = \operatorname{tg} \alpha = 1.2$:

$$\frac{w_p}{g_p} = 65.9.$$

Das Einheitsgewicht des Erdreiches ist hier g_p benannt, wobei durch den Zeiger p angezeigt wird, dass das dem Fundamente vorliegende Erdreich, wo der passive Erddruck entsteht, gemeint sei. Nach den Bemerkungen im §. 98 hat man für w_p das Gewicht dieses Erdreiches im verdichteten Zustande in Rechnung zu bringen, daher hiefür $g_p = 90$ Pfd. angenommen werden soll, während der, zur Bestimmung des activen Erddruckes, oben beispielsweise eingeführte Werth für g nur mit 80 Pfunden bemessen wurde, weil man zu diesem Zwecke (laut §. 37) die erwähnte Verdichtung des Erdreiches ausser Acht lassen kann. In Folge der so geschehenen Annahme für g_p hat man nunmehr:

$$w_p = 5931 \text{ Pfd. und } \gamma = 75.8.$$

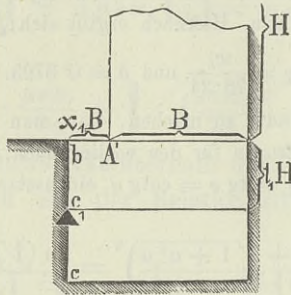
Mit Hilfe der jetzt bekannten Werthe von γ und δ findet man endlich nach der Gleichung (603):

$$x = 0.051 \text{ und } xB = \overline{A'b} = 0.014 H = 0.42 \text{ Fuss.}$$

Das auf eine solche Weise gefundene Resultat für x ist jedoch nur dann anwendbar, wenn, wie vorausgesetzt, die Um-

sturzgefahr wirklich in Bezug auf die am tiefsten gelegene Kante c (Fig. 209) in den Vordergrund tritt. Es ist daher noch zu untersuchen, ob es nicht eine höher gelegene Drehungskante, etwa c_1 , gibt, in Bezug welcher die Umsturzgefahr näher gerückt ist, oder mit anderen Worten, man hat die Frage zu beantworten, ob nicht für eine kleinere Fundamentstiefe, als die

Fig. 209.



gegebene, ein grösserer Fundamentvorsprung notwendig werde. Zu diesem Behufe wird man in der Gleichung (603) das Maximum von x in Bezug auf t suchen, und diesen Maximalwerth (x_1) als massgebend betrachten, falls sich hiebei herausstellen sollte, dass der dazu gehörige Werth von t (er heisse t_1) noch kleiner, als der, der gegebenen Fundamentstiefe entsprechende wäre. Sucht man das fragliche Maximum, indem man die oben aufgestellte Gleichung für x nach t differenzirt, so erhält man nach gepfogener Reduction zur Bestimmung des bezüglichen Werthes von t_1 folgende Gleichung:

$$C_0 + C_1 t_1 + C_2 t_1^2 + C_3 t_1^3 + C_4 t_1^4 + C_5 t_1^5 + C_6 t_1^6 = 0 \dots (605),$$

worin die angedeuteten Coefficienten die Werthe haben:

$$\left. \begin{aligned} C_0 &= (2 - \delta)^3 \dots\dots\dots \\ C_1 &= 2 (2 - \delta)^2 (3 - \delta) \dots\dots\dots \\ C_2 &= (2 - \delta) [12 - 9\delta + 2\delta^2 - 3\gamma (2 - \delta)] \dots\dots \\ C_3 &= 2 (2 - \delta) [(1 - \delta) (2 - \delta) - 2\gamma] \dots\dots\dots \\ C_4 &= 2 \delta \gamma (2 - \delta) - 9 + 5\delta - \delta^2 \dots\dots\dots \\ C_5 &= 4 (\gamma - 1) (3 - 3\delta + \delta^2) \dots\dots\dots \\ C_6 &= (\gamma - 1) [(2 - \delta)^2 - 4\gamma (1 - \delta)] \dots\dots\dots \end{aligned} \right\} (606).$$

Ex. Macht man gleich die Anwendung auf das vorige Beispiel, so hat man $\gamma = 75.8$ und $\delta = 0.6725$ zu setzen, und man erhält nach den Relationen (606):

$C_0 = 2.33940$, $C_1 = 8.20330$, $C_2 = -391.6410$, $C_3 = -401.344$,
 $C_4 = 129.250$, $C_5 = 429.279$ und $C_6 = -7295.674$, daher mit Benützung dieser Coefficienten, und wenn man durchaus mit C_6 dividirt, die geordnete Bedingungsgleichung:

$$t_1^6 - 0.05884 t_1^5 - 0.01772 t_1^4 + 0.05501 t_1^3 + 0.05368 t_1^2 - 0.001125 t_1 - 0.0003207 = 0.$$

Diese Gleichung hat nur eine brauchbare Wurzel, nämlich $t_1 = 0.0845$, somit ist die Tiefe, in welcher die Kante für den zunächst drohenden Umsturz liegt:

$$\overline{bc}_1 = t_1 H = 2.54 \text{ Fuss,}$$

daher in der That geringer, als die ganze Fundamentstiefe, welche drei Fuss beträgt.

Der Maximalwerth x_1 , welcher jenem Werthe von t_1 entspricht, folgt nunmehr nach der Gleichung (603) mit: $x_1 = 0.055$, d. h. der Fundamentvorsprung beträgt:

$$\overline{A'b} = x_1 B = 0.44 \text{ Fuss,}$$

welcher übrigens nur unbedeutend grösser ist, als der früher berechnete.

Selbstverständlich hat eine solche Rechnung nicht den Zweck, bei der Ausführung mit ängstlicher Genauigkeit sich an das Resultat zu halten, indem dieses eigentlich nur anzeigt, wie gross der Fundamentvorsprung wenigstens gemacht werden soll; verschiedene praktische Rücksichten, insbesondere jene, welche auf

Fig. 210.

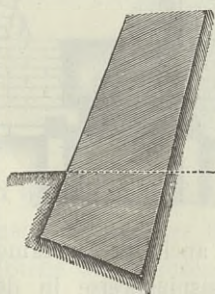
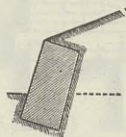


Fig. 211.



die Herstellung eines ordentlichen Steinverbandes im Mauerwerke Bezug nehmen, werden es häufig nothwendig machen, den frag-

lichen Fundamentsvorsprung grösser, als er rechnermässig sich ergibt, auszuführen.

In manchen Fällen wird die Nothwendigkeit der Herstellung eines Fundamentsvorsprungs auch ganz entfallen. Dies kann eintreten bei Mauern mit nach unten sich entsprechend erweiternden Profilen (Fig. 210), übrigens auch bei dem Abgange dieser Eigenschaft unter der Voraussetzung, dass die Mauerstärke oberhalb des Fundamentes aus irgend einem Grunde ohnehin schon eine reichlicher bemessene, nämlich eine grössere ist, als solche mit Rücksicht auf den betreffenden Stabilitäts-Coefficienten sich ergibt, was z. B. bei niedrigen Mauern leicht vorkommen kann. (Fig. 211.)

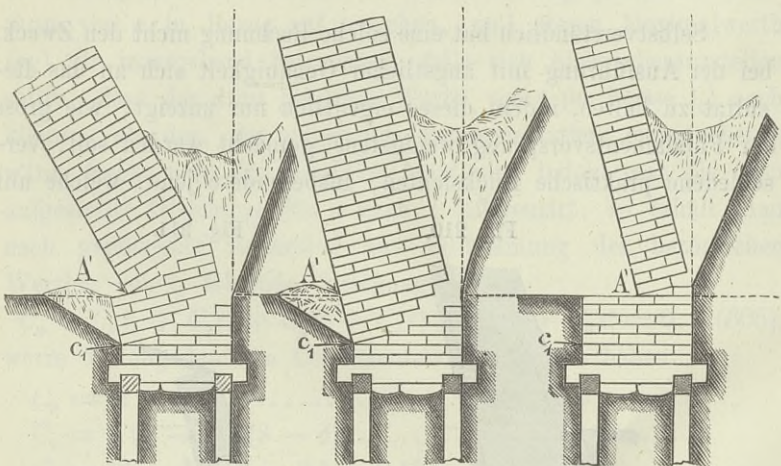
§. 121.

Gestalt der gefährlichen oder Bruchfuge. Aus den Bemerkungen im §. 113 kann man schliessen, dass die gefähr-

Fig. 212.

Fig. 213.

Fig. 214.



liche, also die eventuelle Bruchfuge auch im Fundamente stufenförmig anzunehmen sei, wie dies beispielsweise in der Fig. 212 angedeutet erscheint. Ist, wie in dem Falle nach dieser Figur vorausgesetzt wird, der Sicherheitsgrad in Beziehung auf den

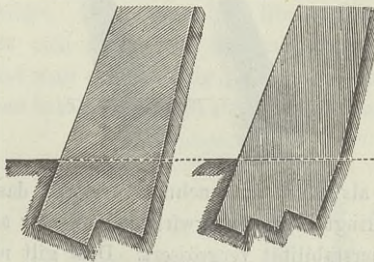
Umsturz für die Kante A' derselbe, wie für die Kante c_1 , so entstehen gleichzeitig zwei gefährliche Fugen, jede treppenförmig aufsteigend. Davon liegt die Eine im Fundamente in einer gewissen bis c_1 reichenden Tiefe, welche mit Rücksicht auf die Bemerkungen im vorigen §. nicht immer der ganzen Fundamentstiefe gleich ist; die andere aber, bei A' beginnend, befindet sich in dem darauf stehenden Mauerwerke.

Ist dagegen die Gleichheit des Sicherheitsgrades an den gedachten zwei Kanten nicht vorhanden, so wird nur Eine gefährliche Fuge entstehen, wie dies beispielsweise in den Figuren 213 und 214 ersichtlich gemacht ist. Im Falle nach Fig. 213 ist nämlich der Sicherheitsgrad in Bezug auf den Umsturz der ausserhalb des Fundamentes stehenden Mauer grösser, als jener der ganzen Construction einschliessig des Fundamentes, es ist daher in diesem letzteren allein die gefährliche Fuge zu suchen; im Falle nach Figur 214 aber gilt das Umgekehrte.

Die in Bezug auf die Stufenform der gefährlichen Fuge gemachten Andeutungen führen zur Erkenntniss, dass es nicht unumgänglich nothwendig sei, die hintere Fundamentsecke nach Art der Fig. 210 anzuordnen; vielmehr ist es unter Umständen

Fig. 215.

Fig. 216.

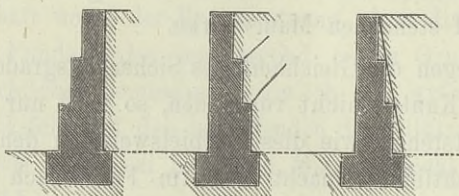


zulässig und wegen Ersparniss an Mauerwerk sogar zu empfehlen, den Fundamentsfuss an der Rückseite in einer passenden Weise abzustufen (Siehe die Figuren 215 und 216.)

Schluss-Bemerkungen.

Absätze an der Vorderseite einer Stützmauer, wie in Figur 217, sind augenscheinlich vortheilhaft; nur wird man die Breitseite solcher Absätze nicht horizontal anlegen, sondern etwas abdachen, damit das Regen-

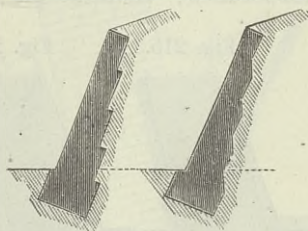
Fig. 217. Fig. 218. Fig. 219.



und Schneewasser besser abfließen kann. Dagegen können Absätze an der Rückseite einer Stützwand mitunter nicht unbedeutende Nachtheile im Gefolge haben.

Das Erdreich setzt sich nämlich in der Regel mehr, als das Mauerwerk, wodurch es leicht geschehen kann, dass im Ersteren Risse entstehen, entweder von den Absätzen aufsteigend, wie in der Figur 218, oder die Absätze berührend, wie in der Figur 219. An solchen rissigen Stellen wird die Cohäsion des Erdreiches zerstört, und zudem erhält dieses die Fähig-

Fig. 220. Fig. 221.



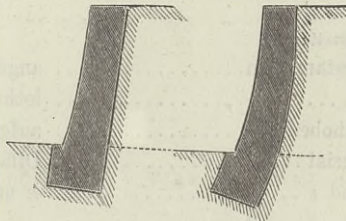
keit, mehr Wasser als sonst aufzunehmen, sei es, dass dasselbe von oben oder unten her eindringt. Jedenfalls wird dadurch der active Erddruck zum Nachtheile der Mauerstabilität vergrößert. Dies gilt nicht nur für verticale, sondern auch, obgleich in verringertem Grade, für liegende Mauern (Fig. 220). Zuweilen wird es, um den Nachtheil der erwähnten Absätze wegzuschaffen, zweckmässig sein, dieselben, wie in der Figur 221 angedeutet, lothrecht zu begrenzen.

Endlich kann es vortheilhaft sein, die vordere Mauerfläche, wie in Figur 222, oder gleichzeitig auch die hintere Mauerfläche, wie in Figur 223 krumm anzuordnen, so dass im Ganzen genommen die Mauer mehr oder

weniger liegend wird, und ihre Stärke von oben nach unten angemessen zunimmt. Stellt man hiebei die Lagerfugen stets normal auf die Aussenfläche der Mauer, so werden dieselben zwar unter sich nicht parallel, in dessen wäre ein solches Verfahren insoferne rationell, als aus den Betrachtungen über die Stabilität einer Futtermauer gegen das Gleiten die Ueber-

Fig. 222.

Fig. 223.



zeugung sich ergibt, dass in dieser Beziehung zur Erreichung einer möglichst gleichmässigen Sicherheit in den verschiedenen Lagerfugen die Neigung dieser letzteren gegen den Horizont desto grösser werden soll, je tiefer dieselben unter der Mauerkrone gelegen sind.

In Fällen, wo die Rückwand einer Futtermauer stufenförmig oder krumm ist, also nicht alle Wandelemente eine und dieselbe Richtung haben, kann man, da sich derzeit ein genaueres Verfahren nicht angeben lässt, annäherungsweise den darauf stattfindenden Erddruck berechnen, wenn man für die ganze Wand eine und dieselbe durchschnittliche Böschung einführt, somit an Stelle des gegebenen Falles einen anderen, nahezu gleichbedeutenden setzt, in welchem die Rückwand eine Ebene mit jener Durchschnittsböschung bildet. Nur, wenn das Hinterfüllungsmateriale tropfbar flüssig ist, und es sich daher um die Bestimmung des hydrostatischen Druckes handelt, hat man nicht nöthig, zu einem Annäherungs-Verfahren zu greifen, weil dann bekanntlich die Aufgabe genau aufgelöst werden kann.



Berichtigungen.

Seite:	Zeile:	statt:	lies:
6..	5 v. o...	ungestampften.....	angestampften
25..	10 v. u...	und	lothrechter Stand und
38..	6 v. u...	abgehoben	aufgehoben
39..	6 v. u...	Differial.....	Differential
68..	4 v. u...	α und ε	α und c
79..	5 v. o...	$g' = g \left(1 + \frac{2p}{h}\right)$	$g' = g \left(1 + \frac{2p}{gh}\right)$
90..	8 v. u...	0·308	0·318,
103..	3 v. o...	$D_0 = \frac{1}{2} g \frac{H^2}{\cos \varepsilon} \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}$	$D_0 = \frac{1}{2} g H^2 \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}$
105..	15 v. o...	$D_0 = \frac{1}{2} g \frac{H^2}{\cos \varepsilon} \left(1 - \frac{h_0}{H}\right) \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}$..	$D_0 = \frac{1}{2} H^2 \left(1 - \frac{h_0}{H}\right) \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}$
166..	9 v. u...	Neigung.....	Steigung
202..	10 v. o...	$\overline{Er^2}$	\overline{Er}^2
224..	1 v. o...	den	dem
238..	7 v. o...	FfF ,	FfF'
288..	7 v. o...	Bedingungsgleichung.....	Bedingung
307..	9 v. o...	$\frac{A}{\cos \varrho}$	$\frac{A}{\cos \varrho}$
348..	2 v. o...	ausreichenden	ausreichend
376..	5 v. u...	wenn auf	wenn
437..	11 v. o...	Winkel.....	Winkel ε
527..	5 v. o...	125	1·25

15.. In der Fig. 2 soll der Raum 2 nicht punktirt sein.

S. 61

WYDZIAŁY POLITECHNICZNE KRAKÓW

BIBLIOTEKA GŁÓWNA



7832

L. inw.

Druk. U. J. Zam, 356. 10.000.

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000299610