WYZNACZANIE ROZKŁADU POLA MAGNETYCZNEGO W BLACHACH TRANSFORMATOROWYCH Z UWZGLĘDNIENIEM HISTEREZY MAGNETYCZNEJ

ROZPRAWA DOKTORSKA

Dziedzina nauk inżynieryjno-technicznych
Dyscyplina naukowa:
Automatyka, elektronika, elektrotechnika
i technologie kosmiczne

Politechnika Krakowska im. Tadeusza Kościuszki
Wydział Inżynierii Elektrycznej i Komputerowej

mgr inż. Michał Sierżęga

WYZNACZANIE ROZKŁADU POLA MAGNETYCZNEGO W BLACHACH TRANSFORMATOROWYCH Z UWZGLĘDNIENIEM HISTEREZY MAGNETYCZNEJ

Promotor:
dr hab. inż. Witold Mazgaj, prof. PK

Promotor pomocniczy:
dr inż. Zbigniew Szular

Kraków 2024

Dziękuję promotorowi Witoldowi Mazgajowi
za poświęcony mi czas

Ten owoc mojej pracy dedykuję Rodzicom.

1. Spis treści

Streszczenie……....6
Abstract……..7
Wykaz ważniejszych oznaczeń ……8

1. Wprowadzenie ……10

1.1. Charakterystyka zagadnienia ……...10
1.2. Cel i zakres pracy ……11

2. Charakterystyka blach transformatorowych … ……..14

2.1. Struktura krystalograficzna blach ……14
2.2. Właściwości magnetyczne i materiałowe blach transformatorowych ……15
2.3. Parametry porównawcze i oznaczenia blach transformatorowych ……..17

3. Modelowanie pętli histerezy blach transformatorowych……20

3.1. Aproksymacja zmian histerezowych z wykorzystaniem funkcji eksponencjalnej…..20
3.2. Modyfikacja modelu pętli histerezy dla blach transformatorowych……26
3.2.1. Model oparty na pętli histerezy dla kierunku TD (model A) ……26
3.2.2. Model wykorzystujący funkcje arctg (model B)……30
3.3. Porównanie pętli histerezy obliczonych z pętlami wyznaczonymi pomiarowo……32

4. Modelowanie procesu magnesowania blach transformatorowych……...36

4.1. Opis procesu magnesowania blach transformatorowych ……36
4.2. Opis sposobu modelownia procesów magnesowania……..39
4.3. Weryfikacja pomiarowa modelu magnesowania blach transformatorowych……...45

5. Uwzględnienie modelu magnesowania w analizie zmian indukcji w blachach transformatorowych……50

5.1. Równania rozkładu dwuwymiarowego pola magnetycznego……...50
5.2. Uwzględnienie modelu histerezy magnetycznej w obliczeniach zmian indukcji…….53
5.3. Weryfikacja pomiarowa sposobu wyznaczania zmian indukcji……58

6. Przykłady wyznaczania zmian indukcji w próbce blachy transformatorowej……..64

7. Podsumowanie……..72
7.1. Wnioski z prac badawczych…….....72
7.2. Zagadnienia dalszych prac badawczych……74

BIBLIOGRAFIA……..76

STRESZCZENIE

Wyznaczanie strat mocy w transformatorach jest zagadnieniem ciągle aktualnym, zwłaszcza w odniesieniu do transformatorów średniej i dużej mocy. Wyznaczanie strat histerezowych w kolumnach i jarzmie transformatora nie jest zagadnieniem skomplikowanym. Jednak problem pojawia się przy określaniu tych strat w narożach rdzenia transformatora oraz w obszarach połączeń kolumny środkowej z jarzmem transformatora trójfazowego. Zasadnicza trudność przy wyznaczaniu strat histerezowych w tych przypadkach wynika z faktu, że wektory natężenia pola magnetycznego i indukcji magnetycznej nie są współliniowe, a charakterystyki magnesowania dla kierunku walcowania i kierunku do niego poprzecznego znacznie różnią się między sobą. Głównym celem pracy jest przedstawienie propozycji modelowania procesu magnesowania blach transformatorowych o strukturze krystalicznej w dowolnym kierunku na jej płaszczyźnie. W drugim rozdziale rozprawy przedstawiono krótką charakterystykę typowych blach transformatorowych stosowanych w transformatorach średniej i dużej mocy, ich strukturę krystalograficzną a także właściwości magnetyczne wybranych blach elektrotechnicznych, ze szczególnym uwzględnieniem blach transformatorowych. W kolejnym rozdziale przedstawiono sposób modelowania pętli histerezy magnetycznej blach elektrotechnicznych z wykorzystaniem funkcji eksponencjalnej. Porównano pętle histerezy obliczone za pomocą zaproponowanego sposobu modelowania z pętlami histerezy wyznaczonymi pomiarowo wybranej blachy transformatorowej. W rozdziale czwartym przedstawiono sposób modelowania procesu magnesowania blach transformatorowych dla dowolnego kierunku zmian natężenia pola magnetycznego na płaszczyźnie blachy. Uwzględniono przy tym zjawisko nasycenia blachy transformatorowej. Weryfikacji zaproponowanych sposobów modelowania dokonano przez porównanie wyznaczonych numerycznie pętli histerezy z pętlami zmierzonymi dla kilku wybranych kierunków magnesowania. Piąty rozdział poświęcony jest zagadnieniu wprowadzenia modelu magnesowania blach transformatorowych do równań rozkładu pola magnetycznego. Wykorzystano równania sformułowane w metodzie podobnej do metody sieci reluktancyjnych. Obliczenia rozkładu pola magnetycznego dokonano z wykorzystaniem jednego, wypadkowego układu nieliniowych równań algebraicznych, w którym wielkością szukaną jest wektor składowych natężeń pola magnetycznego w elementarnych segmentach. W celu weryfikacji poprawności zaproponowanej metody wyznaczania zmian indukcji w blachach transformatorowych porównano wyniki obliczeń numerycznych z wynikami pomiarów indukcji magnetycznej wykonanych z wykorzystaniem laboratoryjnego pakietu blach transformatorowych. W szóstym, przedostatnim rozdziale przedstawiono wyniki przykładowych obliczeń numerycznych zmian indukcji magnetycznej w próbce blachy transformatorowej, jaka była wykorzystana do pomiarów weryfikacyjnych. Obliczenia zostały wykonane dla kilku zadanych prądów wymuszających zmiany pola magnetycznego. Ostatni, siódmy rozdział zawiera wnioski wynikające z badań dotyczących modelowania procesów magnesowania w blachach transformatorowych. W tym rozdziale zaproponowano również zagadnienia dalszych prac badawczych dotyczących przede wszystkim analizy zmian indukcji magnetycznej w narożach i obszarach T rdzeni transformatorów trójfazowych.

Abstract

Determining power losses in transformers is still a current issue, especially in relation to medium and high power transformers. Determining hysteretic losses in the columns and yoke of a transformer is not a complicated issue. However, problems arise when determining these losses in the corners of the transformer core and in the areas of connections between the middle column and the yoke of a three-phase transformer. The main difficulty in determining hysteretic losses in these cases results from the fact that the vectors of the magnetic field strength and the flux density are not collinear, and the magnetization characteristics for the rolling direction and the direction transverse to it differ significantly. Therefore, the main objective of the work is to present a proposal for modeling the magnetization process of transformer sheets with a crystalline structure in arbitrary directions on its plane. The second chapter of the dissertation presents brief characteristics of typical transformer sheets used in medium and high power transformers, their crystallographic structure, and the magnetic properties of selected electrical sheets, with particular emphasis on transformer sheets. In the next chapter the author describes a method of modeling the magnetic hysteresis loop of electrical sheets using the exponential function. Hysteresis loops calculated using the proposed modeling method are compared with the hysteresis loops from measurements of a selected transformer sheet. Next, the fourth chapter contains a description of a method for modeling the magnetization process of transformer sheets in any direction of changes in the magnetic field strength on the sheet surface. The phenomenon of transformer sheet saturation is taken into account. The proposed modeling methods are verified by comparing the numerically determined hysteresis loops with the loops measured for several selected magnetization directions. The fifth chapter is devoted to the issue of introducing the model of the hysteresis into the equations of the magnetic field distribution. The equations formulated by means of the method similar to the reluctance network method are used. The calculation of the magnetic field distribution is performed using one system of nonlinear algebraic equations, in which the quantity sought is the column vector of the components of the magnetic field strength in elementary segments. In order to verify the correctness of the proposed method for determining changes in the flux density in transformer sheets, the results of numerical calculations were compared with the results of measurements performed with a laboratory package of transformer sheets. The sixth, penultimate chapter presents the results of exemplary numerical calculations of changes in the flux density in a sample of transformer sheets, which was used for verification of the measurements. The calculations were performed for several given currents forcing changes in the magnetic field. The last, seventh chapter contains conclusions resulting from research on modeling magnetization processes in transformer sheets. This chapter also proposes issues for further research, primarily concerning the analysis of changes in the flux density in the corners and ’T’ areas of three-phase transformer cores.

WYKAZ WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ

a	współczynnik związany z indukcją nasycenia, zależy od kierunku natężenia pola
$\mathbf{A_m}$, $\mathbf{A_p}$	macierze wymiarów geometrycznych elementarnych segmentów
$B_b(H)$	dolna krzywa granicznej pętli histerezy
$B_u(H)$	górna krzywa granicznej pętli histerezy
$B_r(H)$	indukcja magnetyczna dla narastającej wartości natężenia pola
$B_r(H)$	indukcja magnetyczna dla malejącej wartości natężenia pola
$\mathbf{B_{xa}}$, $\mathbf{B_{xb}}$	wektory kolumnowe składowych indukcji magnetycznej równoległych do kierunku walcowania RD
$\mathbf{B_{yl}}$, $\mathbf{B_{yr}}$	wektory kolumnowe składowych indukcji magnetycznej równoległych do kierunku poprzecznego TD
$\mathbf{C_{xa}}$, $\mathbf{C_{xb}}$	macierze wymiarów geometrycznych boków segmentów, przez które przenikają strumienie magnetyczne w kierunku walcowania RD
$\mathbf{C_{yl}}$, $\mathbf{C_{yr}}$	macierze wymiarów geometrycznych boków segmentów, przez które przenikają strumienie magnetyczne w kierunku poprzecznym TD
H_c	natężenie koercji
$\mathbf{H_m}$	wektor kolumnowy składowych natężenia pola magnetycznego, które są związane z niezależnymi gałęziami drzewa
$\mathbf{H_p}$	wektor kolumnowy składowych natężenia pola magnetycznego, które są związane z zależnymi gałęziami drzewa
H_1, H_2	wartości natężeń pola do kształtowania granicznej pętli histerezy opisanej sumą dwóch funkcji arctg
$\mathbf{J_{ex}}$	wektor kolumnowy gęstości prądów zewnętrznych przenikających przez elementarne segmenty
k_{Br}	współczynnik tłumienia składowej „przejściowej” zmian indukcji dla narastającej wartości natężenia pola
k_{Bd}	współczynnik tłumienia składowej „przejściowej” zmian indukcji dla malejącej wartości natężenia pola
$\mathbf{M}$	macierze określające składowe natężenia pola, od których zależne są poszczególne składowe indukcji magnetycznej
$\mathbf{S_J}$	wektor powierzchni elementarnych segmentów

t_r	parametr równy jeden, jeśli dana składowa H natężenia pola narasta, w przeciwnym przepadku $t_r = 0$
t_d	parametr równy jeden, jeśli dana składowa H natężenia pola maleje, w przeciwnym przepadku $t_d = 0$
w_{TD}	stromość nachylenia krzywej, która dla magnesowania w kierunkach odbiegających od osi RD jest zmienna
ΔB_r	różnica pomiędzy indukcją magnetyczną B_0 dla punktu $P(H_0, B_0)$ oraz indukcją magnetyczną $B_b(H_0)$ na dolnej krzywej granicznej
ΔB_d	różnica między indukcją na górnej krzywej granicznej pętli histerezy $B_u(H)$ dla natężenia pola H_0 a indukcją magnetyczną B_0 w punkcie $P(H_0, B_0)$
$\mathbf{\Delta B_{mr}}$	wektor kolumnowy różnic ΔB_{mr}
$\mathbf{\Delta B_{md}}$	wektor kolumnowy różnic ΔB_{md}
.*	mnożenie odpowiadających sobie elementów wektorów kolumnowych

2. WPROWADZENIE

1. 1. Charakterystyka zagadnienia

Wyznaczanie strat mocy w transformatorach jest ciągle aktualnym zagadnieniem, zwłaszcza w odniesieniu do transformatorów średniej i dużej mocy. Wszystkie transformatory energetyczne mają bardzo wysoką sprawność energetyczną, która dla transformatorów o mocach powyżej 10 MVA wynosi około 99 %. Ale warto sobie uświadomić, że przy tej mocy 1 % strat to jest 100 kW energii traconej bezpowrotnie. Straty w transformatorach są sumą strat w uzwojeniach, strat powodowanych przez prądy wirowe oraz strat histerezowych w rdzeniu transformatora. W literaturze światowej istnieje szereg opracowań dotyczących szacowania strat w transformatorze, jednak istnieją zagadnienia, które nie doczekały się jeszcze zadowalającego rozwiązania.

Pole magnetyczne w kolumnach i jarzmie transformatora może być traktowane jako pole jednowymiarowe, co oznacza, że wektory natężenia pola magnetycznego i indukcji magnetycznej są współliniowe. Wyznaczenie strat histerezowych w tym przypadku nie jest zagadnieniem skomplikowanym, gdyż istnieją wzory analityczne pozwalające oszacować wartość tych strat. Problem pojawia się przy określaniu strat histerezowych w narożach rdzenia transformatora oraz w obszarach połączeń kolumny środkowej z jarzmem transformatora trójfazowego czyli w tak zwanych obszarach T. Zasadnicza trudność przy wyznaczaniu strat histerezowych w tych przypadkach wynika z faktu, że wektory natężenia pola magnetycznego i indukcji magnetycznej nie są współliniowe. Wyniki badań procesów magnesowania blach elektrotechnicznych wskazują, że procesy przemagnesowania w tych przypadkach mają wręcz charakter przemagnesowania obrotowego o charakterze eliptycznym. Z kolei obliczenia numeryczne pokazują, że strumień magnetyczny, a zarazem indukcja mają największą wartość w wewnętrznych częściach naroży, co jest przyczyną lokalnego nagrzewania i większych strat mocy; jest to również potwierdzone przez pomiary z wykorzystaniem kamery termowizyjnej. Problem niewspółliniowości wektorów natężenia pola magnetycznego i indukcji magnetycznej występuje również w przypadku dużych prądów uzwojeń a zwłaszcza prądów zwarciowych. Wówczas następuje nasycenie magnetyczne rdzenia i wzrost strumieni rozproszenia. W efekcie wektory natężenia pola i indukcji magnetycznej w obszarze rdzenia blisko końców uzwojeń również nie będą współliniowe.

Istotną trudnością w obliczeniach strat jest uwzględnienie nieliniowości rdzenia transformatora, a przede wszystkim histerezy magnetycznej. Profesjonalne programy do obliczeń polowych pozwalają na uwzględnienie nieliniowych, ale jednoznacznych charakterystyk magnesowania Jednak bezpośrednie uwzględnienie histerezy magnetycznej poprzez wprowadzenie pewnego modelu tego zjawiska do równań rozkładu pola nie jest możliwe w metodach takich jak Metoda Różnic Skończonych, czy Metoda Elementów Skończonych, ponieważ metody te opierają się na różniczkowej postaci równań Maxwella. W tym przypadku, po uzyskaniu stabilnego rozwiązania w danym kroku obliczeń krzywe histerezy są aproksymowane do następnego kroku obliczeń. Bezpośrednie wprowadzenie modelu histerezy do równań rozkładu pola magnetycznego jest możliwe w metodzie

wywodzącej się z Metody Sieci Reluktancyjnych, która bazuje na równaniach Maxwella w postaci całkowej. W przypadku blach transformatorowych istotną trudnością przy uwzględnieniu zjawiska histerezy są inne charakterystyki magnesowania dla kierunku walcowania i kierunku do niego poprzecznego. Charakterystyki magnesowania blach transformatorowych wyznaczane dla kierunków innych niż kierunek walcowania mają kształt istotnie różniący się w odniesieniu do kształtu „klasycznej" pętli histerezy. Powoduje to znaczne trudności w obliczaniu rozkładu pola magnetycznego we wspomnianych rejonach rdzeni transformatorów, ponieważ pętle histerezy dla poszczególnych kierunków możliwych procesów magnesowania różnią się od siebie. Dodatkowe utrudnienia w obliczaniu rozkładu pola magnetycznego w blachach transformatorowych wynikają z faktu, że dominującą teksturą w tych blachach jest tekstura Gossa, charakteryzująca się dobrymi właściwościami magnetycznymi w kierunku walcowania i znacznie gorszymi właściwościami magnetycznymi w innych kierunkach. Jeśli proces magnesowania odbywa się w kierunku znacznie odchylonym od kierunku walcowania, to w blachach transformatorowych następuje przebudowa struktury domenowej, której skutkiem jest wzrost indukcji wzdłuż kierunku poprzecznego do kierunku walcowania blachy. Uwzględnienie tego zjawiska dodatkowo komplikuje modelowanie procesu magnesowania blach transformatorowych. Światowa literatura naukowa zawiera pewne propozycje modelowania pętli histerezy dla wybranych kierunków magnesowania, jednak brak jest propozycji modelowania procesu magnesowania tych blach dla dowolnych kierunków. W takich przypadkach wyznaczanie strat mocy powodowanych występowaniem zjawiska histerezy może być realizowane z wykorzystaniem ogólnej zależności na straty histerezowe, a to wymaga znajomości rozkładu natężenia pola magnetycznego i indukcji magnetycznej w analizowanych strefach rdzenia transformatora. Z tego względu niniejsza rozprawa doktorska poświęcona jest problemowi wyznaczania zmian indukcji magnetycznej w blachach transformatorowych z uwzględnieniem zjawiska histerezy magnetycznej i tekstury Gossa charakterystycznej dla tych blach.

1. 2. Cel i zakres rozprawy

Głównym celem pracy jest przedstawienie propozycji modelowania procesu magnesowania blach transformatorowych o strukturze krystalicznej w dowolnym kierunku na jej płaszczyźnie. Model procesu magnesowania ma uwzględnić zjawisko histerezy magnetycznej oraz zjawisko nasycenia wzdłuż kierunku walcowania lub kierunku poprzecznego. Teza rozprawy jest następująca: **zmiany indukcji magnetycznej w blachach transformatorowych dla dowolnego kierunku magnesowania mogą być wyznaczane z uwzględnieniem histerezy magnetycznej i tekstury Gossa tylko na podstawie dwóch odpowiednio modyfikowanych charakterystyk magnesowania wyznaczonych dla kierunku walcowania blachy transformatorowej i kierunku prostopadłego do kierunku walcowania.** Udowodnieniu tej tezy poświęcone są kolejne rozdziały niniejszej rozprawy.

Drugi rozdział rozprawy przedstawia krótką charakterystykę typowych blach transformatorowych stosowanych w transformatorach średniej i dużej mocy, ich strukturę krystalograficzną a także właściwości magnetyczne wybranych blach elektrotechnicznych, ze

szczególnym uwzględnieniem blach transformatorowych. Przedstawiono właściwości magnetyczne i materiałowe blach. Właściwości te zostały omówione w aspekcie odpowiednich zapisów norm dotyczących blach transformatorowych o tzw. ziarnie zorientowanym. Zwrócono uwagę na parametry służące porównywaniu różnych typów blach transformatorowych.

Trzeci rozdział dotyczy modelowania zjawiska histerezy magnetycznej a dokładniej modelowania pętli histerezy magnetycznej. Po krótkim scharakteryzowaniu istniejących modeli histerezy magnetycznej omówiono sposób aproksymacji pętli statycznej histerezy magnetycznej wykorzystujący funkcję eksponencjalną. W dalszej części tego rozdziału przedstawiono sposób modelowania pętli histerezy blach transformatorowych dla kierunków różnych od kierunku walcowania. W ostatniej części tego rozdziału porównano pętle histerezy wyznaczone dla wybranej blachy z pętlami obliczonymi za pomocą propozycji modelowania pętli histerezy blach transformatorowych.

W rozdziale czwartym przedstawiono sposób modelowania procesu magnesowania blach transformatorowych dla dowolnego kierunku zmian natężenia pola magnetycznego na płaszczyźnie blachy. Założono, że sposób modelowania ma być oparty tylko o znajomość charakterystyk magnesowania dla kierunku walcowania i kierunku poprzecznego oraz pętli histerezy dla kilku wybranych kierunków w celu właściwego wyznaczenia odpowiednich współczynników korekcyjnych charakterystyk magnesowania dla różnych kierunków zmian natężenia pola magnetycznego. W rozdziale tym zaproponowano dwa sposoby modelowania procesu magnesowania w oparciu o dwa modele pętli histerezy blach transformatorowych omówionych w rozdziale trzecim. W proponowanych modelach uwzględniono zjawisko nasycenia, które może wystąpić wzdłuż kierunku walcowania lub kierunku poprzecznego. Weryfikacji zaproponowanych sposobów modelowania dokonano przez porównanie wyznaczonych numerycznie pętli histerezy z pętlami zmierzonymi dla kilku wybranych kierunków magnesowania.

Piąty rozdział poświęcony jest zagadnieniu wprowadzenia modelu magnesowania blach transformatorowych do równań rozkładu pola magnetycznego. Wykorzystano równania sformułowane w metodzie podobnej do metody sieci reluktancyjnych, przy czym do równań rozkładu pola nie wprowadza się reluktancji a jedynie wykorzystuje się nieliniowe zależności między indukcją magnetyczną a natężeniem pola magnetycznego w analizowanym fragmencie dwuwymiarowego obszaru występowania pola magnetycznego. Próbkę blachy transformatorowej podzielono na elementarne segmenty, a poszczególnym krawędziom tych segmentów przypisano odpowiednie składowe natężenia pola magnetycznego, z którymi powiązano składowe indukcji magnetycznej. Z uwagi na nieliniowość, a zwłaszcza na występowanie zjawiska histerezy, zmiany indukcji i natężenia pola w każdym elementarnym segmencie występowania pola magnetycznego przebiegają inaczej względem siebie. Obliczenia rozkładu pola magnetycznego dokonano z wykorzystaniem jednego, wypadkowego układu nieliniowych równań algebraicznych, w którym wielkością szukaną jest wektor składowych natężeń pola magnetycznego w elementarnych segmentach. W celu weryfikacji poprawności zaproponowanej metody wyznaczania zmian indukcji magnetycznej w blachach transformatorowych porównano wyniki obliczeń numerycznych z wynikami

pomiarów indukcji magnetycznej wykonanych na modelu fizycznym w postacji pakietu wybranej blachy transformatorowej z dwoma zwojami wymuszającymi pole magnetyczne w pakiecie blach. W celu wykazania potrzeby uwzględnienia zjawiska histerezy magnetycznej wykonano obliczenia z pominięciem tego zjawiska a uwzględniono jedynie nieliniową lecz jednoznaczną charakterystykę magnesowania danej blachy.

W szóstym, przedostatnim rozdziale przedstawiono wyniki przykładowych obliczeń numerycznych zmian indukcji magnetycznej w próbce blachy transformatorowej, jaka była wykorzystana do pomiarów weryfikacyjnych. Obliczenia zostały wykonane dla różnych, zadanych prądów wymuszających zmiany pola magnetycznego, w tym również dla wartości prądu powodującego wzrost indukcji w pewnych punktach próbki blachy do wartości bliskiej indukcji nasycenia. Założono, że w pierwszym przypadku przez zwoje wymuszające pole magnetyczne w kierunku walcowania i kierunku poprzecznym płynie ten sam prąd, a w drugim przypadku prądy zwojów były przesunięte o kąt 90°. Dla zadanych warunków przedstawiono zmiany indukcji wzdłuż kierunku walcowania i kierunku poprzecznego oraz zmiany wypadkowej indukcji magnetycznej w wybranych punktach próbki blachy transformatorowej.

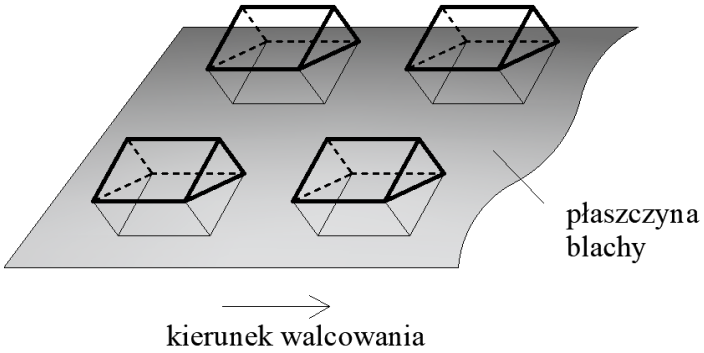
Ostatni, siódmy rozdział zawiera wnioski wynikające z badań dotyczących modelowania procesów magnesowania w blachach transformatorowych. W tym rozdziale zaproponowano również zagadnienia dalszych prac badawczych dotyczących przede wszystkim analizy zmian indukcji magnetycznej w narożach i obszarach T rdzeni transformatorów trójfazowych.

2. CHARAKTERYSTYKA BLACH TRANSFORMATOROWYCH

2.1. Struktura krystalograficzna blach

Blachy transformatorowe stosowane są przede wszystkim do budowy rdzeni transformatorów o mocach od kilkunastu kVA wzwyż. Największe moce transformatorów energetycznych osiągają wartości nawet ponad 1000 MVA. Są to najczęściej transformatory blokowe elektrowni służące do zamiany napięcia wyjściowego generatorów na napięcia 220 kV lub 400 kV. Mniejsze moce (do 500 MVA) mają transformatory sieciowe sprzęgające sieci przesyłowe lub transformatory obniżające napięcie sieci przesyłowej do wartości napięcia sieci rozdzielczej. Również rdzenie dławików indukcyjnych, w których prąd zmienia się z częstotliwością 50 Hz lub 60 Hz, wykonywane są z blach transformatorowych.

Typowe blachy transformatorowe mają strukturę krystalograficzną [2, 5, 11, 27, 28, 56, 66, 72, 75, 76]. Pojedynczy kryształ żelaza ma kształt sześcienny. Na skutek oddziaływań międzyatomowych kryształy żelaza tworzą uporządkowaną strukturę przestrzenną zwaną siecią krystaliczną. Jeżeli pewna próbka blachy zawiera znaczną ilość tak samo ułożonych kryształów, to określa się ją jako ziarno lub rzadziej krystalit. Ziarna żelaza nierzadko mają grubość blachy transformatorowej wynoszącej przeciętnie od 0,21 do 0,35 mm. Warto wspomnieć, że ziarna w blachach prądnicowych są znacznie mniejsze a ich maksymalna wielkość to około 250 nm, przy czym przeciętna grubość blach prądnicowych wynosi 0,5 mm. Na skutek różnych zabiegów technologicznych zdecydowana większość (nawet 97 %) kryształów żelaza ma takie samo ułożenie w blachach transformatorowych i to ułożenie określa się jako teksturę Gossa [5, 13, 49, 56]. Na rys. 2.1 przedstawiony jest poglądowy szkic ułożenia kryształów żelaza w blachach transformatorowych.

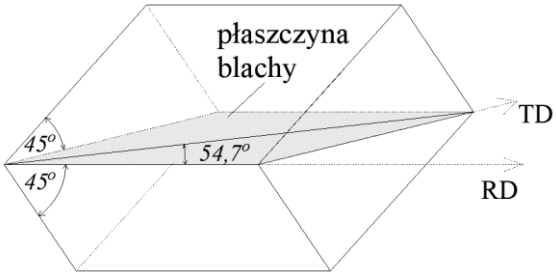


Rys. 2.1. Typowe ułożenie kryształów żelaza w blasze transformatorowej z teksturą Gossa

Z uwagi na ułożenie ziaren blachy transformatorowe określane są często jako blachy o ziarnie zorientowanym w przeciwieństwie do blach prądnicowych oznaczanych jako blachy o ziarnie nieorientowanym. Z pewnych względów blachy prądnicowe również wykorzystywane są do

konstrukcji rdzeni transformatorów, ale o relatywnie małych mocach (przeciętnie do kilkunastu kVA).

Ułożenie ziaren w blachach z teksturą Gossa powoduje, że blachy te bardzo łatwo poddają się magnesowaniu w kierunku walcowania, co oznacza, że w tym kierunku mają bardzo dobre właściwości magnetyczne. W kierunkach innych niż kierunek walcowania przemagnesowanie blachy przebiega trudniej i proces ten zależy od kąta zmian natężenia pola odniesionego do kierunku walcowania. W blachach transformatorowych wyróżnia się dwa charakterystyczne kierunki. Pierwszym z nich jest kierunek walcowania, oznaczany w dalszej części pracy jako kierunek RD (ang. rolling direction); jest to jednocześnie kierunek łatwego magnesowania. Drugim charakterystycznym kierunkiem jest kierunek prostopadły do kierunku RD i określa się go jako kierunek poprzeczny lub kierunek TD (ang. transverse direction). Na rys. 2.2 przedstawiono pojedynczy kryształ żelaza z zaznaczonymi kierunkami różnych właściwości magnetycznych.



Rys. 2.2. Kryształ żelaza z kierunkami różnych właściwości magnetycznych

W rdzeniach transformatorów osie kolumn i jarzm są najczęściej równoległe do kierunku łatwego magnesowania czyli do kierunku walcowania blachy transformatorowej. Jednak w narożach rdzeni lub punktach połączeń kolumn z jarzmem w rdzeniach transformatorów trój- lub pięciokolumnowych kierunek linii sił pola magnetycznego jest zwykle inny niż kierunek RD i skutkiem tego przebieg procesu magnesowania ma inny charakter niż wzdłuż kierunku RD.

2.2. Właściwości magnetyczne i materiałowe blach transformatorowych

W analizie procesów magnesowania materiałów ferromagnetycznych, w tym również blach transformatorowych, wykorzystuje się takie wielkości jak natężenie pola magnetycznego *H*, indukcja magnetyczna *B* oraz niekiedy namagnesowanie *M*. W ogólnym przypadku wielkości te są wektorami powiązanymi zależnością [29, 68]:

$$\vec{\boldsymbol{B}} = \mu_0 \left(\vec{\boldsymbol{H}} + \vec{\boldsymbol{M}} \right) \tag{2.1}$$

gdzie μ_0 jest przenikalnością magnetyczną próżni.

W materiałach magnetycznie miękkich o budowie krystalicznej namagnesowanie *M* jest wielokrotnie większe od natężenia pola i iloczyn $\mu_0 \vec{\boldsymbol{H}}$ w zależności (2.1) może być

pominięty. Ponieważ namagnesowanie jest funkcją natężenia pola magnetycznego, to można przyjąć, że indukcja magnetyczna równa w przybliżeniu iloczynowi $\mu_0 \vec{\boldsymbol{M}}$ jest bezpośrednio funkcją natężenia pola magnetycznego. Procesy magnesowania blach elektrotechnicznych mogą być więc opisywane tylko za pomocą dwóch wielkości jakimi są natężenie pola magnetycznego i indukcja magnetyczna. W niektórych pracach zamiast namagnesowania $\vec{\boldsymbol{M}}$ stosuje się polaryzację magnetyczną $\vec{\boldsymbol{J}}$. Wówczas zależność wektorowa między indukcją magnetyczną, natężeniem pola i polaryzacją magnetyczną jest następująca:

$$\vec{\boldsymbol{B}} = \mu_0 \vec{\boldsymbol{H}} + \vec{\boldsymbol{J}} \tag{2.2}$$

przy czym $\vec{\boldsymbol{J}} = \mu_0 \vec{\boldsymbol{M}}$.

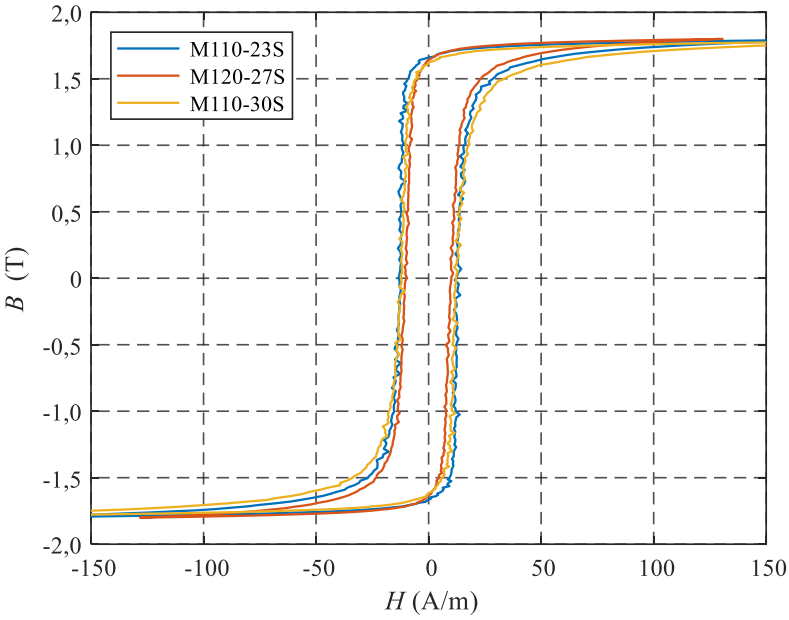
Dla typowych blach elektrotechnicznych różnica między polaryzacją a indukcją jest niewielka i wynosi od 1 mT do 6 mT, jeśli natężenie pola zmienia się w przedziale od 1 kA/m do 5 kA/m [2].

Ważnym parametrem blach elektrotechnicznych jest przenikalność magnetyczna $\mu = B/H$, która określa zmiany indukcji magnetycznej w danej blasze pod wpływem zmiany natężenia pola magnetycznego. Przyjęto posługiwać się przenikalnością magnetyczną względną, która jest definiowana jako $\mu_r = \mu / \mu_0$. Przenikalność dla blach transformatorowych określana jest dla magnesowania w kierunku walcowania.

Blachy transformatorowe powinny mieć możliwie dużą rezystywność w celu ograniczenia prądów wirowych powstających podczas przemagnesowania blach. Z tego względu blachy elektrotechniczne wytwarza się ze stopów żelaza i krzemu, przy czym przeciętna zawartość krzemu wynosi około 3 % (blachy FeSi), gdyż krzem zwiększa rezystywność blachy. Rezystywność blach transformatorowych zawiera się najczęściej w przedziale $(0{,}4 - 0{,}6)\cdot 10^6\ \Omega$m. Zwiększanie zawartości krzemu powoduje zmniejszenie się indukcji nasycenia blachy, ale wzrasta twardość i kruchość blachy. Zawartość krzemu 6,5 % jest pożądana z uwagi na uzyskanie zerowej magnetostrykcji blachy; magnetostrykcja jest główną przyczyną emitowania „buczenia" przez transformatory dużej mocy. Znacznie rzadziej wykonuje się blachy ze stopu żelaza i kobaltu lub żelaza i niklu. W Polsce jedynym producentem blach transformatorowych jest firma Stalprodukt SA w Bochni.

Blachy transformatorowe mają najczęściej grubość 0,23, 0,27; 0,30 lub 0,33 mm. Indukcja nasycenia zależy od grubości blachy transformatorowej i zawartości krzemu. Warto wspomnieć, że indukcja nasycenia czystego żelaza wynosi 2,16 T. Dla blach transformatorowych podaje się najczęściej wartość indukcji przy natężeniu pola magnetycznego 800 A/m; wartości tych indukcji zawierają się przeciętnie w przedziale od 1,80 do 1,88 T (dla blach produkowanych w Polsce). Cechą charakterystyczną blach o strukturze krystalograficznej jest występowanie pętli histerezy, która przedstawia opóźnianie się zmian indukcji magnetycznej względem zmian natężenia pola magnetycznego; zmiany indukcji mają charakter nieodwracalny (rys. 2.3). Wartościami charakterystycznymi pętli histerezy są natężenie koercji i indukcja remanencji. Natężenie koercji zawiera się w przedziale od 8 A/m do około 15 A/m a indukcja remanencji wynosi około 1,6 T. Z uwagi na

konieczność ograniczenia prądów wirowych blachy są obustronnie powlekane lakierem elektroizolacyjnym. Kilkanaście lat temu w firmie Stalprodukt SA w Bochni rozpoczęto produkcję blach laserowanych. Laserowanie blach pozwala na znaczne, trwałe polepszenie parametrów magnetycznych blach przez zmniejszenie ich strat.



Rys. 2.3. Pętle histerezy wyznaczone dla kierunku walcowania dla trzech blach transformatorowych: M110-23S, M120-27S, M110-30S.

Należy wspomnieć, że w połowie lat osiemdziesiątych ubiegłego wieku rozpoczęto wytwarzanie nowej grupy materiałów magnetycznych tak zwanych stopów amorficznych. Charakteryzują się one brakiem sieci krystalicznej, a struktura materiału amorficznego przypomina strukturę szkła. Taką strukturę otrzymuje się przez gwałtowne schłodzenie ciekłego stopu metalu (stygnięcie z szybkością 10^5–10^6 K/s), dzięki czemu nie występuje proces krystalizacji. Taśmy amorficzne charakteryzują się węższą pętlą histerezy niż blachy o strukturze krystalicznej, przez co występują mniejsze straty histerezowe. Grubość taśm amorficznych zawiera się przeciętnie w przedziale od 15 μm do 25 μm, co istotnie wpływa na ograniczenie strat wywoływanych przez prądy wirowe.

2.3. Parametry porównawcze i oznaczenia blach transformatorowych

W celach porównawczych właściwości blach, zwłaszcza w aspekcie komercyjnym, określa się pewne parametry blach elektrotechnicznych. Do takich parametrów zalicza się:

- maksymalną stratność całkowitą w W/kg jako moc strat na skutek występowania histerezy i prądów wirowych, przy czym stratność wyznaczana jest dla częstotliwości 50 Hz lub 60 Hz i indukcji magnetycznej 1,5 T lub 1,7 T,
- minimalną wartość indukcji magnetycznej dla natężenia pola 800 A/m oraz
- tzw. współczynnik zapełnienia, związany z przygotowaniem próbek blachy do wykonania pomiarów.

Blachy elektrotechniczne oznaczane są według szablonu: M*stratność*x100 *grubość*x100 oraz dodatkowe oznaczenie blachy, np. M089-23S oznacza blachę elektrotechniczną o stratności 0,89 W/kg, grubości 0,23 mm i wykonaniu specjalnym. W celach handlowych blachy oznacza się literami ET podając dalej tzw. stratność gwarantowaną mierzoną przy indukcji 1,7 T i częstotliwości 50 Hz, na końcu zaznaczając grubość blachy w milimetrach. Blachy laserowane mają dodane na końcu oznaczenia litery LS. Parametry te odnoszą się do umownej gęstości wyrażonej w kg/dcm^3 lub w kg/m^3. Dla blach prądnicowych podaje się niekiedy minimalne wartości indukcji dla natężenia pola 2500 A/m, 5000 A/m i 10000 A/m. Pomiary właściwości magnetycznych wykonuje się wykorzystując aparat Epsteina lub na tzw. aparat SST (single sheet tester), który pozwala na wykonywanie pomiarów na arkuszach blachy o wymiarach 500 mm x 500 mm. Definicje i sposoby wyznaczania tych parametrów są określone w odpowiednich normach m. in. dla blach transformatorowych norma PN-EN 10107 „Blacha i taśma stalowa elektrotechniczna o ziarnie zorientowanym dostarczana w stanie w pełni przetworzonym”, dla blach prądnicowych norma PN-EN 10106 „Blacha i taśma stalowa elektrotechniczna walcowana na zimno o ziarnie niezorietowanym w stanie w pełni przetworzonym”. Obecnie normy polskie są w większości przypadków oparte o normy europejskie. Blachy transformatorowe produkowane są również w wersji o wysokiej przenikalności w odniesieniu do wyrobu zwykłego. W tabeli 2.1 zamieszono przykłady parametrów kilku blach prądnicowych a w tabelach 2.2, 2.3 i 2.4 przykłady parametrów wybranych blach transformatorowych [57]. Blachy elektrotechniczne stosowane są także do konstrukcji obwodów magnetycznych transformatorów i dławików pracujących przy częstotliwościach rzędu kilkuset Hz a nawet kilku kHz. Wówczas pomiary parametrów blach dokonuje się m.in. o normę PN-EN 10252 „Blachy i taśmy stalowe magnetyczne. Metody pomiaru własności magnetycznych przy podwyższonych częstotliwościach”.

Tabela 2.1. Parametry wybranych blach prądnicowych (blachy o ziarnie niezorientowanym)

Oznaczenie blachy	Grubość znamionowa w [mm]	Maksymalna stratność w [W/kg] przy 1,5 T i 50 Hz	Minimalna indukcja magnetyczna w [T] przy natężeniu pola:		
			2500 A/m	5000 A/m	10000 A/m
M270-35A	0,35	2,70	1,49	1,60	1,70
M470-50A	0,50	4,70	1,54	1,64	1,74
M530-65A	0,65	5,30	1,54	1,64	1,74
M800-100A	1,00	8,40	1,56	1,66	1,75

Tabela 2.2. Parametry wybranych konwencjonalnych blach transformatorowych

Oznaczenie blachy	Grubość znamionowa w [mm]	Typowa stratność w [W/kg] przy 1,5T i 1,7T i 50Hz:		Typowa indukcja w [T] przy 800 A/m
		1,5 T	1,7 T	
M110-23	0,23	0,73	1,07	1,89
M120-27	0,27	0,83	1,18	1,89
M130-30	0,30	0,90	1,24	1,88
M140-35	0,35	0,97	1,34	1,88

Tabela 2.3. Parametry wybranych konwencjonalnych blach transformatorowych laserowanych

Oznaczenie blachy	Grubość znamionowa w [mm]	Typowa stratność w [W/kg] przy 1,5T i 1,7T i 50Hz:		Typowa indukcja w [T] przy 800 A/m
		1,5 T	1,7 T	
M090-23 LS	0,23	0,62	0,89	1,88
M105-27 LS	0,27	0,73	1,03	1,87
M110-30 LS	0,30	0,77	1,07	1,87

Tabela 2.4. Parametry wybranych blach transformatorowych o wysokiej przenikalności magnetycznej

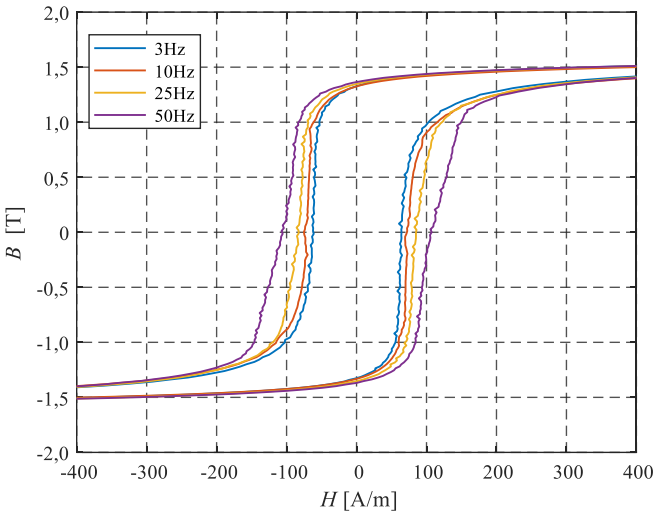
Oznaczenie blachy	Grubość znamionowa w [mm]	Typowa stratność w [W/kg] przy 1,5T i 1,7T i 50Hz		Typowa indukcja w [T] przy 800 A/m
		1,5 T	1,7 T	
M095-23S	0,23	0,63	0,93	1,90
M100-23S	0,23	0,66	0,98	1,90
M105-30S	0,30	0,75	1,04	1,91

W celach handlowych podawana jest w katalogach tzw. stratność gwarantowana dla indukcji 1,7 T i częstotliwości 50 Hz oraz indukcja gwarantowana przy natężeniu pola magnetycznego 800 A/m. Nie są natomiast wyznaczane pętle histerezy blach elektrotechnicznych. Jednak w celach badawczych pętle histerezy mogą być wyznaczane dla różnych częstotliwości zmian pola magnetycznego. Wówczas pomiary wykonuje się najczęściej z wykorzystaniem aparatu SST. Jeśli pętle histerezy mają być wykonane dla różnych kierunków na płaszczyźnie blachy, to wykorzystuje się wówczas aparat Epsteina, przy czym paski blachy do tego aparatu przygotowuje się według odpowiedniej normy [24].

3. MODELOWANIE PĘTLI HISTEREZY BLACH TRANSFORMATOROWYCH

3.1. Aproksymacja zmian histerezowych z wykorzystaniem funkcji eksponencjalnej

W blachach elektrotechnicznych prądnicowych lub transformatorowych zmiany indukcji magnetycznej opóźniają się względem zmian natężenia pola magnetycznego. Podczas okresowych zmian natężenia pola magnetycznego zmiany indukcji magnetycznej względem zmian natężenia pola tworzą pętlę histerezy, będącą zamkniętą charakterystyką magnesowania. W analizie obwodów magnetycznych wykorzystuje się albo statyczną pętlę histerezy przedstawiającą zmiany indukcji zachodzące przy powolnych zmianach natężenia pola magnetycznego albo pętlę dynamiczną wyznaczaną z uwzględnieniem oddziaływania prądów wirowych, powstających w materiale ferromagnetycznym. Kształt pętli dynamicznej zależy istotnie od częstotliwości zmian pola magnetycznego. Pętle histerezy statycznej i dynamicznej różnią się kształtem oraz wartościami natężenia koercji i indukcji remanencji [6, 7, 8, 13, 26, 29, 41, 66, 68]. Na rys. 3.1 zamieszczono pętle histerezy blachy prądnicowej M530–50A magnesowanej w kierunku walcowania przy różnych częstotliwościach prądu wymuszającego zmiany pola magnetycznego w próbkach testowanej blachy[1].



Rys. 3.1. Pętle histerezy dla blachy prądnicowej M530_50A magnesowanej w kierunku walcowania dla częstotliwości 3Hz, 10Hz, 25Hz, 50Hz

Prądy wirowe przyczyniają się do zwiększenia pola powierzchni pętli histerezy, przy czym pole powierzchni pętli histerezy jest równe stratom energii dla jednego cyklu przemagnesowania. Przy częstotliwościach nie większych niż 10 Hz różnice między

[1] Pomiary wykonane zostały przy pomocy aparatu Epsteina w Laboratorium Pomiarów Magnetycznych firmy Stalprodukt SA w Bochni.

poszczególnymi pętlami histerezy są stosunkowo niewielkie i dla celów inżynierskich pętle wyznaczone dla częstotliwości 10 Hz można traktować jako pętlę statyczną.

Przy wyznaczaniu rozkładu pola magnetycznego i określaniu strat w blachach elektrotechnicznych konieczne jest w wielu przypadkach uwzględnienie histerezy magnetycznej poprzez wprowadzenie do obliczeń odpowiedniego modelu tego zjawiska. Model histerezy magnetycznej powinien charakteryzować się m.in. prostym sposobem wyznaczania parametrów modelu, relatywnie prostym algorytmem numerycznym oraz możliwością łatwego uwzględnienia modelu histerezy w obliczeniach rozkładu pola magnetycznego. Literatura naukowa zawiera propozycje kilku modeli histerezy magnetycznej, przy czym najbardziej znanym jest model Preisacha [26, 33, 34, 35] i model Jiles-Athertona [26, 29, 30, 35, 64]. Mankamentem modelu Preisacha są długie czasy obliczeń oraz to, że nie można go wprowadzić bezpośrednio do równań rozkładu pola magnetycznego. Natomiast wadą modelu Jiles-Athertona jest złożony algorytm oraz duża wrażliwość uzyskiwanych wyników na niewielkie zmiany niektórych parametrów modelu. Dlatego w niniejszej rozprawie wykorzystano sposób aproksymacji zmian histerezowych wstępnie zaproponowany w [37]. Szeroki opis tego modelu histerezy przedstawiono w pracach [38, 39]. Wspomniany sposób aproksymacji zmian histerezowych występujących w materiałach ferromagnetycznych przyjęto jako podstawę do modelowania procesów magnesowania w blachach transformatorowych, dlatego też w niniejszym rozdziale przytoczono założenia i najważniejsze właściwości tego modelu.

Pod wpływem zmian natężenia pola magnetycznego dowolny punkt P o współrzędnych (H_0, B_0), który znajduje się wewnątrz granicznej pętli histerezy będzie przemieszczał się do górnej lub dolnej krzywej tej pętli jak to przedstawiono na rys. 3.2. Krzywe oznaczone jako $B_b(H)$ i $B_u(H)$ przedstawiają graniczną pętlę statycznej histerezy magnetycznej; dowolny punkt $P(H,B)$ nie może znaleźć się poza graniczą pętla histerezy niezależnie od wartości natężenia pola magnetycznego. Różnica $B_0 - B_b(H_0)$ pomiędzy indukcją magnetyczną B_0 dla punktu P oraz indukcją magnetyczną $B_b(H_0)$ na dolnej krzywej granicznej dla natężenia H_0 powinna maleć do zera wraz ze wzrostem natężenia pola magnetycznego H. W związku z tym $B_0 - B_b(H_0)$ jest wartością początkową składowej przejściowej zmian indukcji magnetycznej dla punktu P.

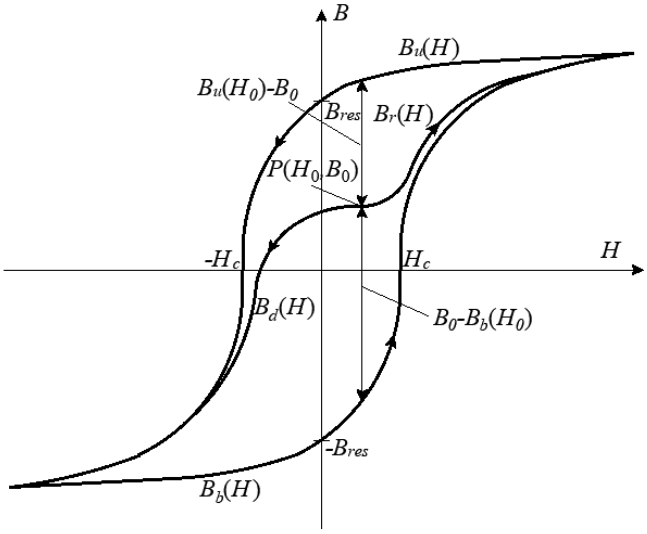
Można więc założyć, że indukcja B dla punktu P przy natężeniu H rosnącym zmienia się według zależności [37, 39]:

$$B_r(H) = B_b(H) + \Delta B_r \exp[-k_{Br}(H)(H - H_0)], \tag{3.1}$$

gdzie: $B_b(H)$ jest dolną krzywą granicznej pętli histerezy,

$\Delta B_r = B_0 - B_b(H_0)$,

k_{Br} jest „współczynnikiem tłumienia” składowej przejściowej, który wpływa na szybkość zmierzania punktu P do dolnej krzywej granicznej pętli histerezy.



Rys. 3.2. Klasyczna pętla histerezy blachy elektrotechnicznej; B_{res} – indukcja remanencji, H_c – natężenie koercji

Drugi składnik prawej strony zależności (3.1) może być traktowany jako składowa „przejściowa" zmian indukcji magnetycznej.

Jeśli natężenie pola H zmniejsza się, to zmiany indukcji magnetycznej mogą być określone jako:

$$B_d(H) = B_u(H) - \Delta B_d \exp[k_{Bd}(H)(H - H_0)]. \tag{3.2}$$

Zależność (3.2) jest podobna do zależności (3.1), przy czym $\Delta B_d = B_u(H_0) - B_0$ jest różnicą między indukcją magnetyczną B_0 w punkcie P i indukcją na górnej krzywej granicznej pętli histerezy $B_u(H)$ dla natężenia pola H_0.

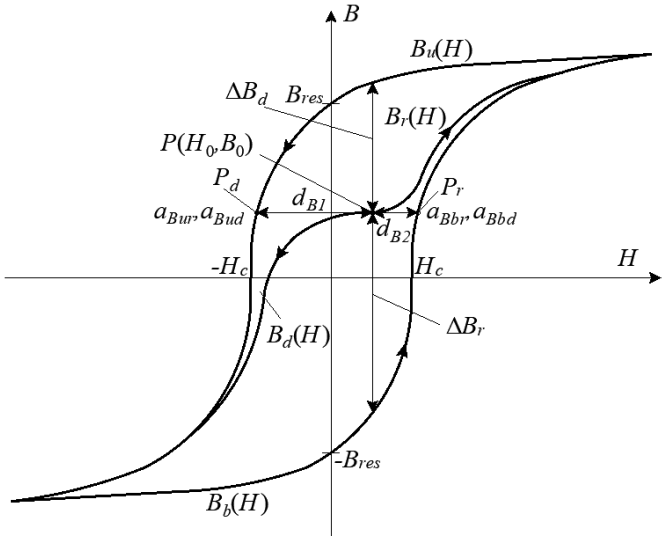
Wykorzystanie zależności (3.1) i (3.2) do opisu zmian indukcji punktu P wymaga znajomości granicznej pętli histerezy dla rozpatrywanej blachy, co uzyskuje się poprzez wykonanie odpowiednich pomiarów dla danej blachy elektrotechnicznej. Jeśli znana jest wartość natężenia koercji, indukcji remanencji oraz indukcji nasycenia, to krzywe graniczne pętli histerezy można aproksymować za pomocą funkcji arctg.

Współczynniki k_{Br} i k_{Bd} są zależne od współrzędnych punktu $P(H_0,B_0)$. Pochodna dB_r/dH trajektorii punktu $P(H_0,B_0)$ podczas narastania H zmienia się w zakresie od a_{Bur} do a_{Bbr}, gdzie a_{Bur} określa dB_r/dH, gdy punkt $P(H_0,B_0)$ znajduje się w punkcie P_d (rys. 3.3) jest ono wyznaczone na podstawie kilku symetrycznych pomiarowych pętli histerezy. Z kolei a_{Bbr} określa dB_r/dH, gdy punkt $P(H_0,B_0)$ znajduje się w punkcie P_r, można przyjąć, że jest równe pochodnej krzywej granicznej dB_b/dH. Tak więc pochodna dB_r/dH, której wartość zależy od położenia punktu $P(H_0,B_0)$ jako a_{Br}, może być określona wzorem:

$$\frac{dB_r}{dH} = a_{Br} = a_{Bur} + (a_{Bbr} - a_{Bur})\left(d_{Br}\right)^{p_B}, \tag{3.3}$$

gdzie: $d_{Br} = d_{B1}/(d_{B1}+d_{B2})$ (rys. 3.3).

Zgodnie z zależnością (3.3) dla punktu P położonego blisko krzywej granicznej $B_u(H)$ podczas narastania natężenia pola H, czyli dla d_{Br} bliskiego zeru zachodzi $a_{Br} \approx a_{Bur}$. Kiedy punkt P jest bliski dolnej krzywej granicznej $B_b(H)$, wówczas $d_{Br} \approx 1$ a wtedy $a_{Br} \approx a_{Bbr}$ Współczynnik p_B w (3.3) pozwala nam na dodatkową kalibrację zmian a_{Br}.



Rys. 3.3. Pętla histerezy z zaznaczonymi parametrami modelu

Współczynnik k_{Br} wyznacza się w oparciu o wartość indukcji magnetycznej B_r uzyskanej w poprzednim kroku obliczeń. Przyjmując, że k_{Br} jest stałe w stosunkowo niewielkim otoczeniu punktu H_0, to na podstawie (3.1) uzyskuje się dla $H = H_0$:

$$\frac{\mathrm{d}B_r(H_0)}{\mathrm{d}H} = \frac{\mathrm{d}B_b(H_0)}{\mathrm{d}H} - k_{Br}(H)\Delta B_r . \tag{3.4}$$

Dla H_0 pochodna $dB_r(H_0)/dH = a_{Br}$, co pozwala zapisać:

$$k_{Br}(H) = \frac{\dfrac{\mathrm{d}B_b(H_0)}{\mathrm{d}H} - a_{Br}}{\Delta B_r} . \tag{3.5}$$

Współczynnik a_{Bd} dla malejącego natężenia pola magnetycznego przyjmuje analogiczną do a_{Br} postać:

$$\frac{\mathrm{d}B_d(H_0)}{\mathrm{d}H} = a_{Bd} = a_{Bbd} + (a_{Bud} - a_{Bbd})\left(d_{Bd}\right)^{p_B} . \tag{3.6}$$

W celu wyznaczenia wartości indukcji $B_d(H)$ dla malejących wartości natężenia pola magnetycznego H, należy określić wartość współczynnika k_{Bd}, postępując tak samo jak dla k_B. Wówczas

$$\frac{\mathrm{d}B_d(H_0)}{\mathrm{d}H} = \frac{\mathrm{d}B_u(H_0)}{\mathrm{d}H} - k_{Bd}(H)\Delta B_d . \tag{3.7}$$

Ponieważ dla H_0 pochodna $\mathrm{d}B_d(H_0)/\mathrm{d}H = a_{Bd}$, to

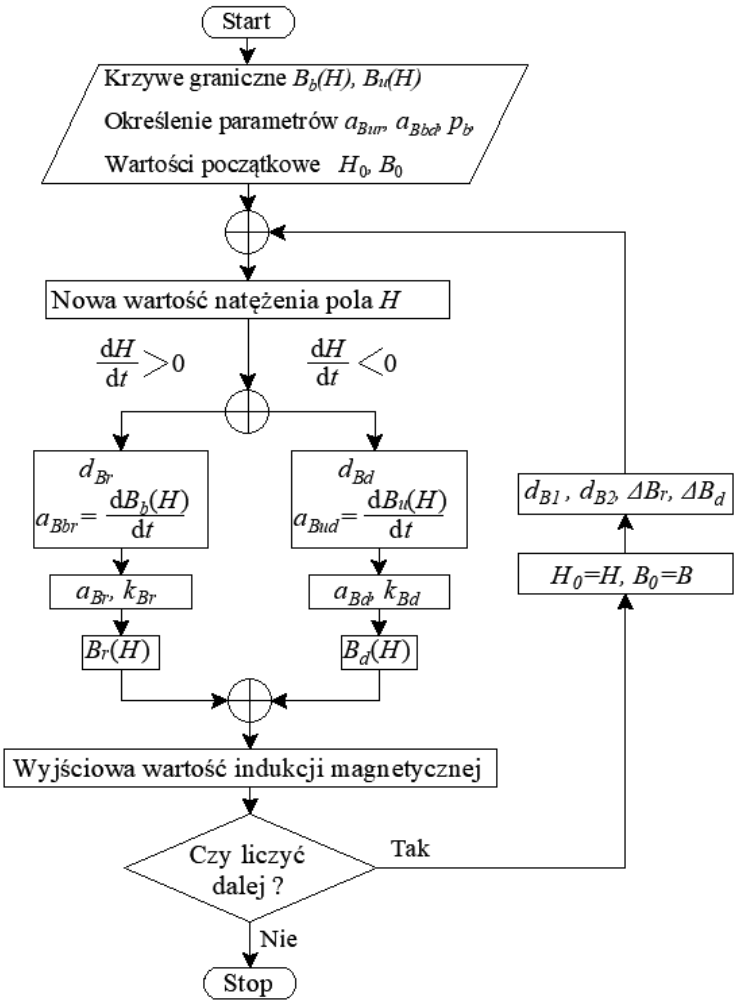
$$k_{Bd}(H) = \frac{\dfrac{\mathrm{d}B_u(H_0)}{\mathrm{d}H} - a_{Bd}}{\Delta B_d}. \tag{3.8}$$

Wartości współczynników k_{Br} i k_{Bd} są więc obliczane numerycznie przy znajomości a_{Br} i d_{Br} lub a_{Bd} i d_{Bd} określonych w poprzednim kroku obliczeń. Kryterium doboru p_B, jest porównanie wyznaczonych numerycznie cząstkowych pętli histerezy z pomiarowymi.

Często zadowalające wyniki obliczeń numerycznych uzyskano przy założeniu, że parametry a_{Bur} i a_{Bbd} są równe zeru; wówczas wzory (3.3) i (3.6) upraszczają się do postaci:

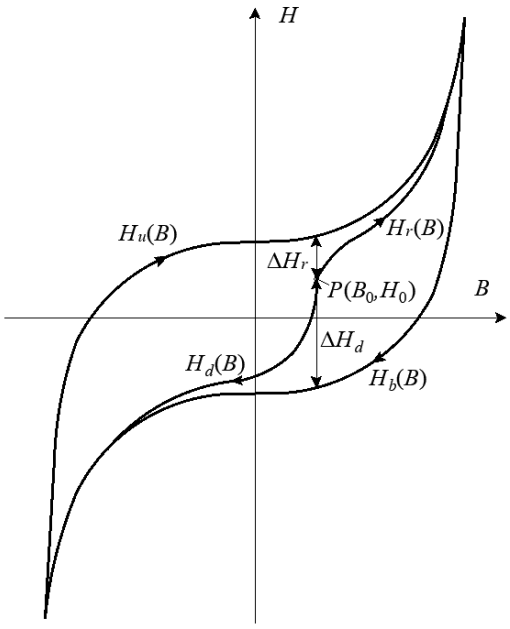
$$a_{Br} = a_{Bbr}\left(d_{Br}\right)^{p_B}, \quad a_{Bd} = a_{Bud}\left(d_{Bd}\right)^{p_B}. \tag{3.9}$$

Przy takim uproszczeniu wystarczy wyznaczyć wartość parametru p_B i wprowadzić do algorytmu obliczeniowego funkcje opisujące graniczną pętlę histerezy danej blachy elektrotechnicznej. Można też przyjąć stałe współczynniki k_{Br} i k_{Bd}. Skutkuje to prostszym algorytmem, krótszymi czasami obliczeń ale pogorszeniem zbieżności z pomiarami. Na rys. 3.4 przedstawiony został algorytm obliczeń numerycznych indukcji magnetycznej.



Rys. 3.4. Algorytm wyznaczania zmian indukcji magnetycznej

Jeśli w obliczeniach rozkładu pola magnetycznego wielkością szukaną jest magnetyczny potencjał wektorowy, to w obliczeniach numerycznych rozkładu pola magnetycznego wykorzystywany jest model odwrotny pętli histerezy $H=f(B)$, którego istotne parametry zaznaczono na rys. 3.5.



Rys. 3.5. Odwrotna pętla histerezy

Jeśli wartości indukcji magnetycznej B rosną, to analogicznie jak w opisanym poprzednio modelu $B=f(H)$, zmiany natężenia pola magnetycznego można przedstawić następująco [38,39]:

$$H_r(B) = H_u(B) - \Delta H_r \exp[-k_{Hr}(B - B_0)], \tag{3.10}$$

gdzie: $H_u(B)$ jest górną krzywą granicznej pętli histerezy,

$\Delta H_r = H_u(B_0) - H_0$,

k_{Hr} oznacza współczynnik tłumienia składowej „przejściowej”, gdy wartości indukcji B rosną (rys. 3.5).

Drugi składnik zależności (3.10) może być traktowany jako składowa „przejściowa” zmian natężenia pola magnetycznego.

Zmiany natężenia pola magnetycznego dla malejącej indukcji magnetycznej można przedstawić jako:

$$H_d(B) = H_b(B) + \Delta H_d \exp[k_{Hd}(B - B_0)], \tag{3.11}$$

gdzie: $H_b(B)$ jest funkcją opisującą dolną krzywą graniczną pętli histerezy,

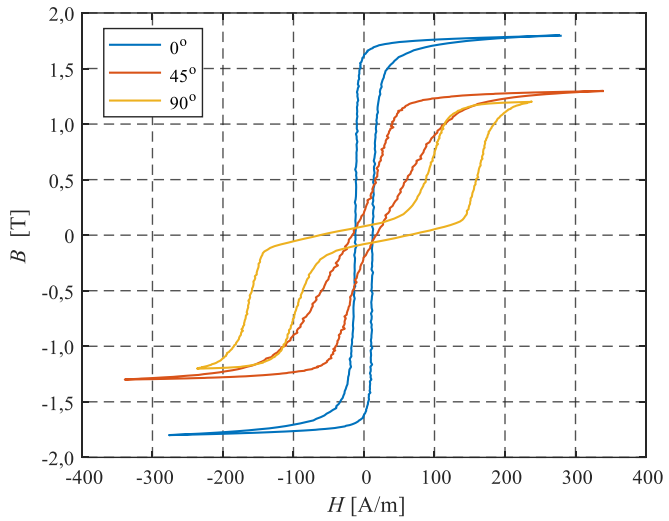
$\Delta H_d = H_0 - H_b(B_0)$,

współczynnik k_{Hd} odpowiada za „tłumienie” składowej przejściowej zmian natężenia pola gdy indukcja B maleje.

Szczegółowe zasady wyznaczania parametrów modelu odwrotnego są zamieszczone w [38, 39] i nie są w niniejszej rozprawie przedstawione, ponieważ model odwrotny histerezy magnetycznej nie jest wykorzystany do modelowania procesów magnesowania występujących w blachach transformatorowych.

3.2. Modyfikacja modelu pętli histerezy dla blach transformatorowych

W wyniku występowania w blachach transformatorowych tekstury Gossa proces magnesowania tych blach zależy w dużym stopniu od kierunku magnesowania. Jak wspomniano w rozdziale 2.1 niniejszej rozprawy proces magnesowania zachodzi najłatwiej wzdłuż kierunku walcowania oznaczanego dalej jako RD (RD - rolling direction). Proces magnesowania przebiega trudniej dla kierunku TD prostopadłego względem kierunku walcowania (TD - transverse direction). Najtrudniej proces magnesowania przebiega wzdłuż przekątnej płaszczyzny przechodzącej przez cztery wierzchołki kryształu żelaza (por. rys. 2.2). Ta przekątna tworzy kąt 54,7 stopnia z kierunkiem walcowania. Wynika stąd, że kierunek magnesowania na płaszczyźnie blachy transformatorowej ma istotny wpływ na kształt pętli histerezy. Na rys. 3.6 przedstawiono przykładowe pomiarowe pętle histerezy dla kilku różnych kierunków magnesowania danej blachy transformatorowej wyznaczone w Laboratorium Pomiarów Magnetycznych firmy Stalprodukt SA w Bochni. Blacha transformatorowa jest „klasycznym” przykładem materiału anizotropowego.



Rys. 3.6. Pętle histerezy blachy M120-27S wyznaczone pomiarowo przy kątach magnesowania 0, 45, 90 stopni

3.2.1. Model oparty na pętli histerezy dla kierunku TD (model A)

Uwzględnienie pętli histerezy dla różnych kierunków magnesowania wymaga wprowadzenia nowych parametrów granicznej pętli histerezy. W poprzednim podrozdziale wspomniano, że krzywe dolne i górne granicznej pętli histerezy można aproksymować przy użyciu funkcji arctg jak przedstawiono poniżej:

$$B_b(H) = a \operatorname{arctg}\left[b_b\left(H - H_c\right)\right], \tag{3.12}$$

$$B_u(H) = a \operatorname{arctg}\left[b_u\left(H + H_c\right)\right], \tag{3.13}$$

gdzie: a jest współczynnikiem związanym z indukcją nasycenia i zależy od kierunku natężenia pola,

H_c jest natężeniem koercji,

współczynniki b_b, b_u określają szybkość zmian indukcji magnetycznej względem zmian natężenia pola magnetycznego.

W przypadku materiałów izotropowych współczynniki występujące w zależnościach (3.12) i (3.13) mogą mieć stałe wartości. Jednakże dla materiałów anizotropowych proponuje się ich uzmiennienie w zależności od wartości natężenia pola magnetycznego oraz aproksymowanie na podstawie pętli histerezy granicznej dla określonej blachy. Współczynniki b_b i b_u jako funkcje natężenia pola H zaproponowano zapisać jako [55]:

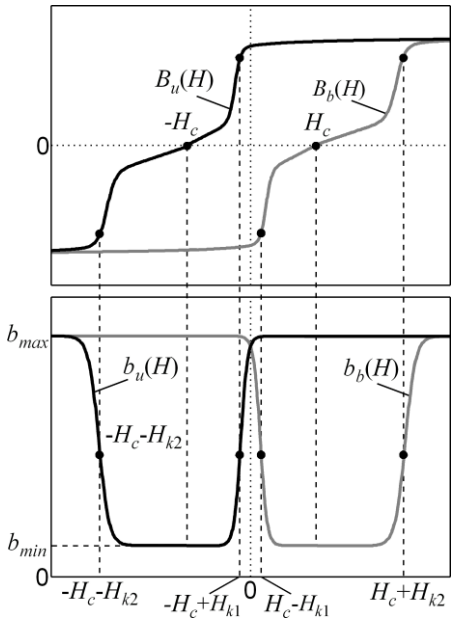
$$\begin{cases} b_b(H) = \dfrac{b_{\max} - b_{\min}}{1 + \exp\left[-d\left(\left|H - H_c\right| - H_k\right)\right]} + b_{\min} \\ b_u(H) = \dfrac{b_{\max} - b_{\min}}{1 + \exp\left[-d\left(\left|H + H_c\right| - H_k\right)\right]} + b_{\min} \end{cases} \tag{3.14}$$

gdzie: $b_{\max}$, $b_{\min}$ oznaczają największe i najmniejsze wartości funkcji $b_b(H)$, $b_u(H)$,

d determinuje szybkość zmian współczynników b_b, b_u,

H_k jest natężeniem pola magnetycznego, przy którym kończą się nieodwracalne zmiany indukcji magnetycznej a rozpoczynają się powolne obroty domen magnetycznych w kierunku pola magnetycznego.

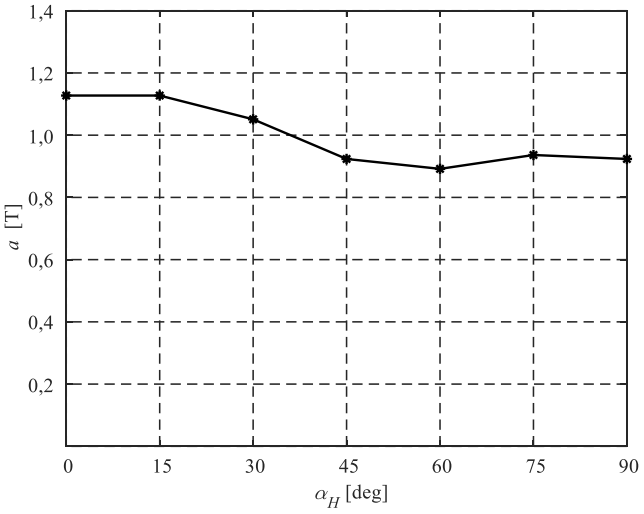
Na rys. 3.7 przedstawiono pętlę histerezy blachy anizotropowej dla kierunku bliższego osi TD oraz przedstawiono przykładowe funkcje $b_b(H)$, $b_u(H)$.



Rys. 3.7. Przykładowa pętla histerezy blachy transformatorowej oraz kształt krzywych przedstawiających zmiany współczynników b_b, b_u

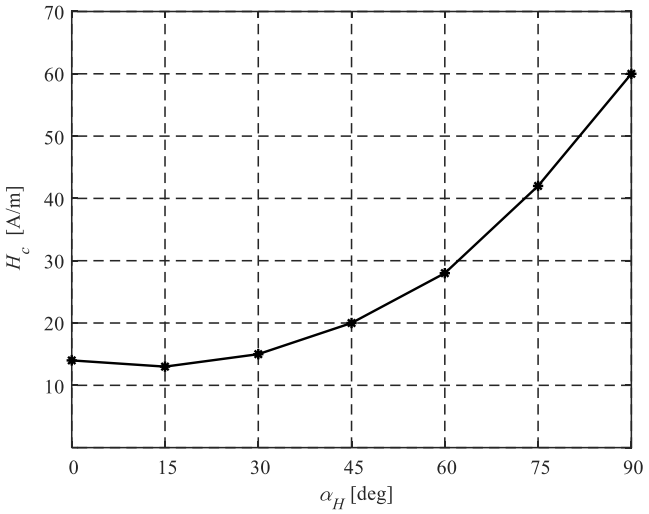
W proponowanym sposobie modelowania zmian indukcji magnetycznej w blachach transformatorowych kluczowe znaczenie ma wyznaczenie pętli granicznej. W praktyce można dokonać pomiarów pętli granicznych dla ograniczonej liczby wybranych przypadków magnesowania osiowego w różnych kierunkach. W rzeczywistości kierunki zmian natężenia pola magnetycznego mogą mieć dowolną wartość. Dlatego dysponując kilkoma pomiarowymi pętlami granicznymi danej blachy dla różnych kątów magnesowania (przykładowo dla 0, 15, 30, 45, 60, 75, 90 stopni) można oszacować parametry funkcji (3.12), (3.13) oraz (3.14), a następnie interpolując wartości tych parametrów na dowolne kąty. Dzięki temu uzyskuje się funkcje opisujące zmiany indukcji magnetycznej dla dowolnego kąta magnesowania.

Na kolejnych rysunkach przedstawiono zmiany kilku parametrów funkcji (3.12), (3.13), (3.14) w zależności od kąta α_H między zadanym kierunkiem magnesowania a kierunkiem walcowania (RD) dla testowanej blachy transformatorowej typu M120-27S. Punktami oznaczono wyniki pomiarów, natomiast pomiędzy nimi wykonano interpolację zmian parametrów.



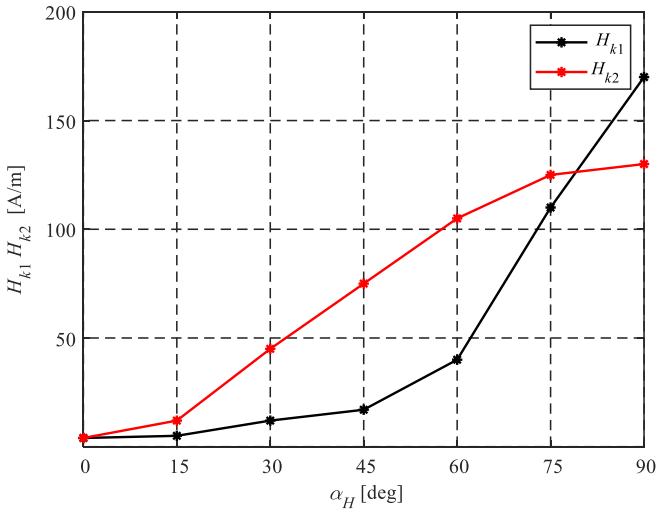
Rys. 3.8. Zmiany parametru *a* (wzory (3.12) oraz (3.13)) w zależności od kąta α_H między zadanym kierunkiem magnesowania, a kierunkiem walcowania blachy transformatorowej

Wartości współczynników $b_b(H)$ oraz $b_u(H)$ zależą od $b_{\min}$, $b_{\max}$, d, H_c, H_{k1} i H_{k2}. Wartości H_c to natężenie koercji wyznaczone z pomiarów. Rysunek 3.9 przedstawia zmiany H_c w zależności od kąta magnesowania.



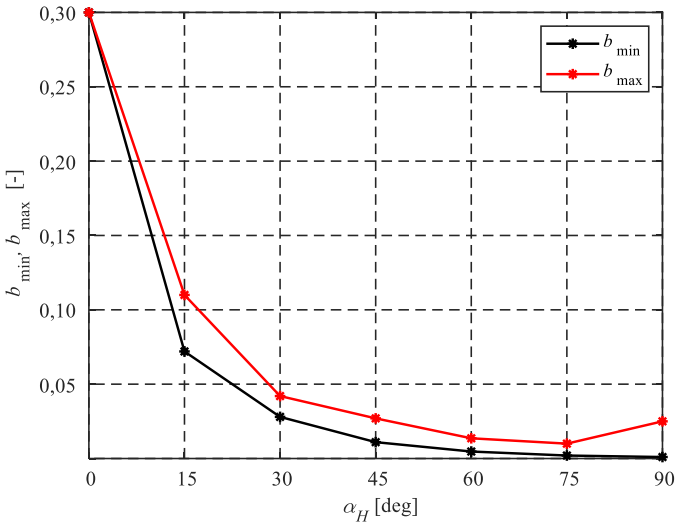
Rys. 3.9. Zależność parametru H_c od kąta α_H między zadanym kierunkiem magnesowania i kierunkiem walcowania blachy transformatorowej

Ze względu na to że graniczne pętle histerezy nie są symetryczne, to znalezienie H_{k1} i H_{k2} polega na oszacowaniu punktów przegięcia na obu krzywych granicznych. Na rys. 3.10 przedstawiono zmiany tych parametrów dla przykładowej blachy w zależności od kąta magnesowania.



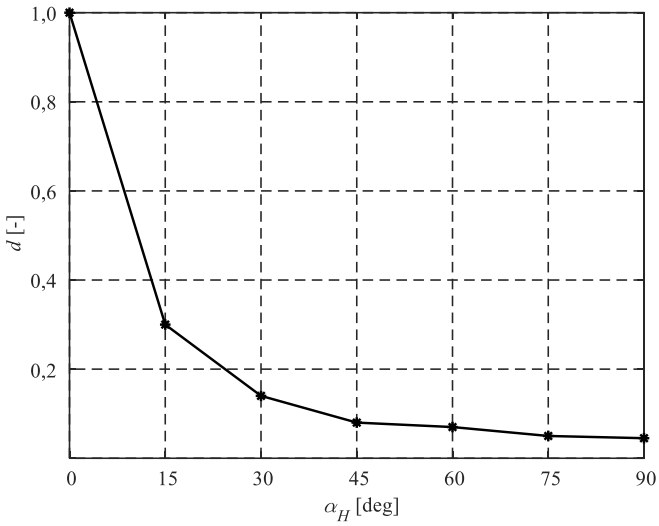
Rys. 3.10. Zależność parametrów H_{k1} i H_{k2} od kąta α_H między zadanym kierunkiem magnesowania, a kierunkiem walcowania blachy transformatorowej

Wartości współczynników $b_b(H)$, $b_u(H)$ zmieniają się w zakresie od $b_{\min}$ do $b_{\max}$. Gdy pochodna dB/dH krzywych granicznych jest największa, to $b_b(H)$, $b_u(H)$ przyjmują wartości $b_{\max}$ zgodnie z rys. 3.5. Natomiast gdy pochodna jest najmniejsza to przyjmują one wartość $b_{\min}$. Parametry $b_{\min}$, $b_{\max}$ przedstawiono na rys. 3.11.



Rys. 3.11. Zależność parametrów b_{min} i b_{max} od kąta α_H między zadanym kierunkiem magnesowania, a kierunkiem walcowania blachy transformatorowej

Na szybkość zmian b_b, b_u znaczący wpływ ma współczynnik d. Jest on największy dla magnesowania wzdłuż kierunku RD. Dla badanej blachy transformatorowej M120-27S przyjmuje wartości jak na rys. 3.12.



Rys. 3.12. Zależność parametru d od kąta α_H między zadanym kierunkiem magnesowania, a kierunkiem walcowania blachy transformatorowej

3.2.2. Model wykorzystujący funkcje arctg (model B)

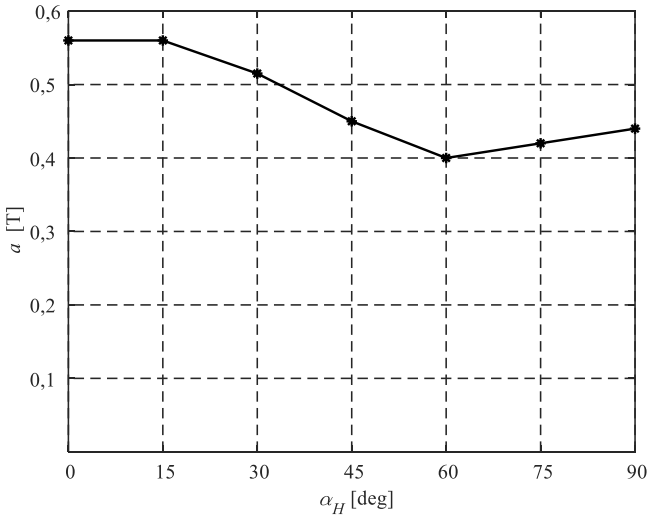
Inny sposób opisu granicznej pętli histerezy dla dowolnego kierunku magnesowania zaproponowano w [37]. Przyjęto tam, że krzywe granicznej pętli histerezy mogą być przybliżone za pomocą sumy dwóch funkcji typu arctg odpowiednio przesuniętych względem natężenia pola. W niniejszej pracy rozwinięto ten sposób aproksymacji krzywych granicznej pętli histerezy, dobrano współczynniki oraz sposób ten zweryfikowano pomiarowo.

Dolna krzywa graniczna $B_d = f(H)$ oraz górna $B_g = f(H)$ są opisane za pomocą następujących zależności:

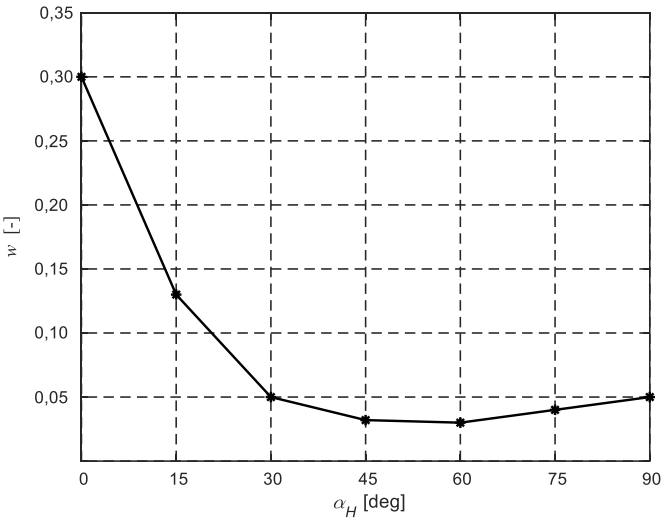
$$B_d = a \operatorname{arctg}\left[w\left(H - H_1\right)\right] + a \operatorname{arctg}\left[w\left(H + H_2\right)\right], \tag{3.15}$$

$$B_g = a \operatorname{arctg}\left[w\left(H + H_1\right)\right] + a \operatorname{arctg}\left[w\left(H - H_2\right)\right], \tag{3.16}$$

gdzie: parametr a jest zależny od indukcji nasycenia, w określa stromość nachylenia krzywej, która dla magnesowania w kierunkach odbiegających od osi RD jest zmienna.
Na rysunkach 3.13, 3.14 oraz 3.15 przedstawiono przykłady doboru parametrów do blachy transformatorowej M120-21S.

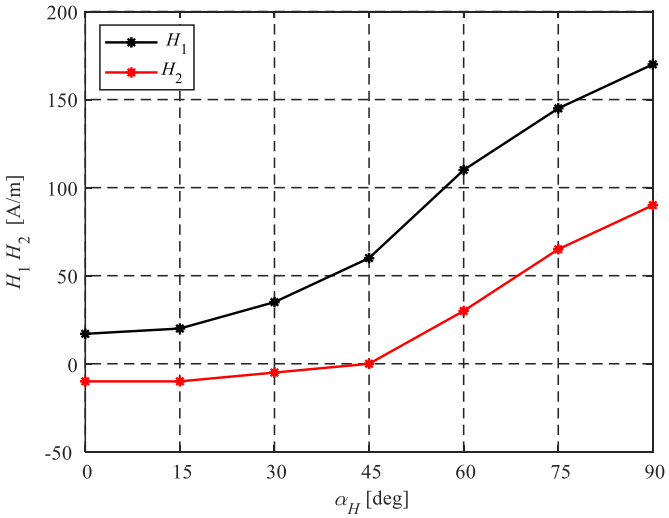


Rys. 3.13. Zmiany parametru a w zależności od kąta magnesowania α_H blachy transformatorowej



Rys. 3.14. Zmiany parametru w_{TD} w zależności od kąta magnesowania α_H blachy transformatorowej

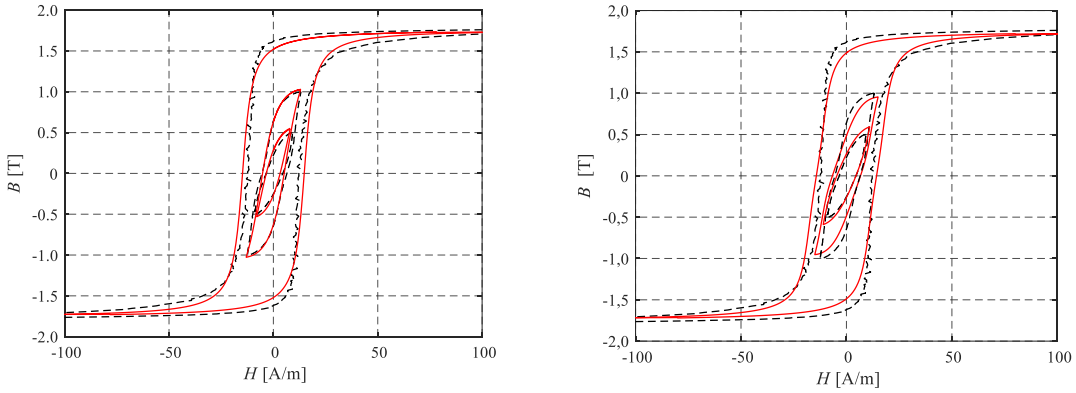
Dla danego kąta magnesowania należy dobrać parametry H_1 i H_2.



Rys. 3.15. Zmiany parametrów H_1 i H_2 zależności od kąta magnesowania α_H

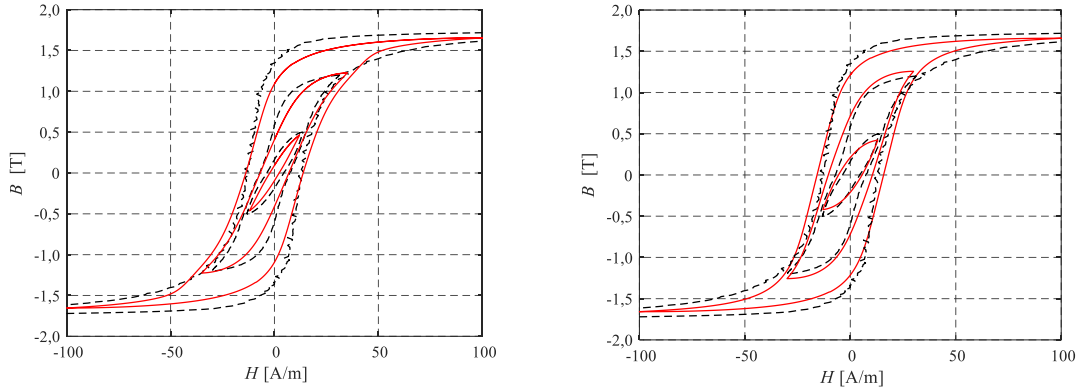
3.3. Porównanie pętli histerezy obliczonych z pętlami wyznaczonymi pomiarowo

Obliczenia numeryczne zmian histerezowych wykonano dla blachy transformatorowej typu M120-27S. Pętle histerezy wyznaczono w kierunku walcowania RD, poprzecznego TD oraz kilku pośrednich kątów (0, 15, 30, 45, 60, 75 i 90 stopni). Dla zadanego kierunku magnesowania zmieniano zakresy zmian natężenia pola magnetycznego tak, aby uzyskać krzywe graniczne oraz kilka pętli cząstkowych. Obliczone numerycznie pętle przy użyciu zaproponowanych modeli zostały następnie porównane z pętlami histerezy wyznaczonymi pomiarowo w Laboratorium Pomiarów Magnetycznych firmy Stalprodukt SA w Bochni. Pomiary wykonano za pomocą aparatu Epsteina, przy czym paski testowe do aparatu Epsteina zostały wycięte z badanej blachy transformatora pod różnymi kątami względem kierunku RD. Częstotliwość wymuszenia wynosiła 3 Hz i w związku z tym przyjęto zmierzone pętle histerezy jako statyczne pętle histerezy wykorzystane w dalszej części rozprawy do analizy rozkładu pola magnetycznego w blachach transformatorowych. Na rysunkach od 3.16 do 3.22 przedstawiono pętle obliczone i wyznaczone pomiarowo dla wymienionych uprzednio kierunków magnesowania. Rysunki (a) przedstawiają pętle wyznaczone przy wykorzystaniu modelu A, a rysunki (b) zawierają pętle obliczone z wykorzystaniem modelu B.



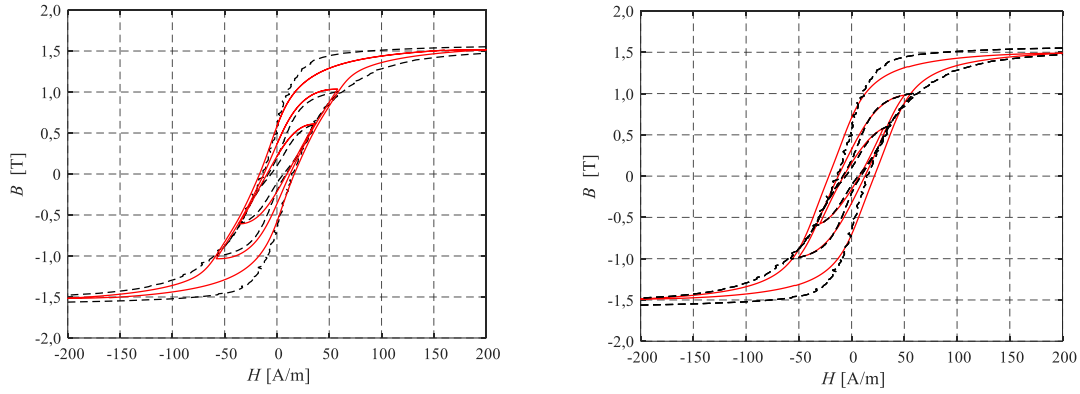
(a) (b)

Rys. 3.16. Pętle histerezy blachy transformatorowej M120-27S dla kierunku walcowania (RD) wyznaczone przy wykorzystaniu: (a) modelu A, (b) modelu B; linie czarne przerywane – pętle wyznaczone pomiarowo, linie czerwone ciągłe – pętle wyznaczone numerycznie



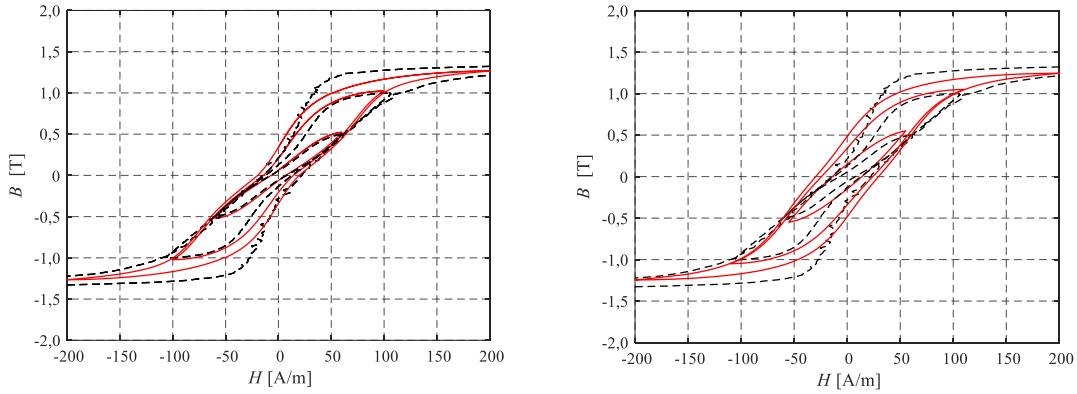
(a) (b)

Rys. 3.17. Pętle histerezy blachy transformatorowej M120-27S dla kierunku magnesowania 15 stopni wyznaczone przy wykorzystaniu: (a) modelu A, (b) modelu B; linie czarne przerywane – pętle wyznaczone pomiarowo, linie czerwone ciągłe – pętle wyznaczone numerycznie



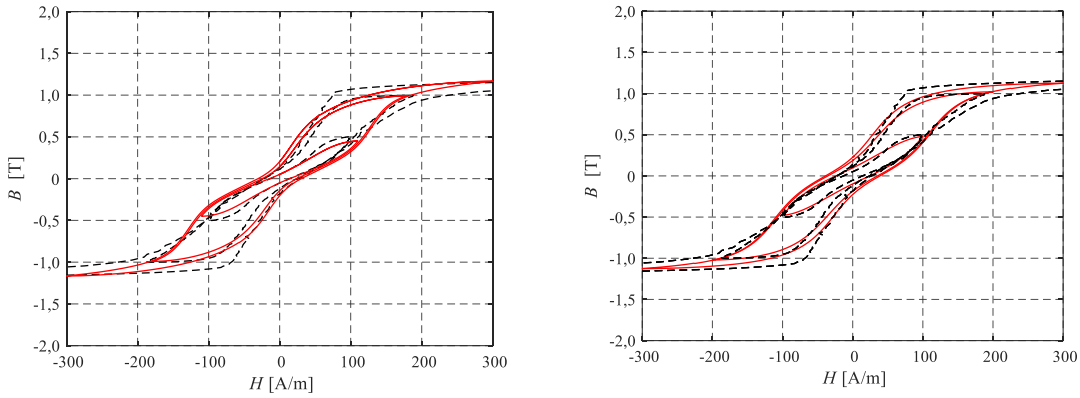
(a) (b)

Rys. 3.18. Pętle histerezy blachy transformatorowej M120-27S dla kierunku magnesowania 30 stopni wyznaczone przy wykorzystaniu: (a) modelu A, (b) modelu B; linie czarne przerywane – pętle wyznaczone pomiarowo, linie czerwone ciągłe – pętle wyznaczone numerycznie



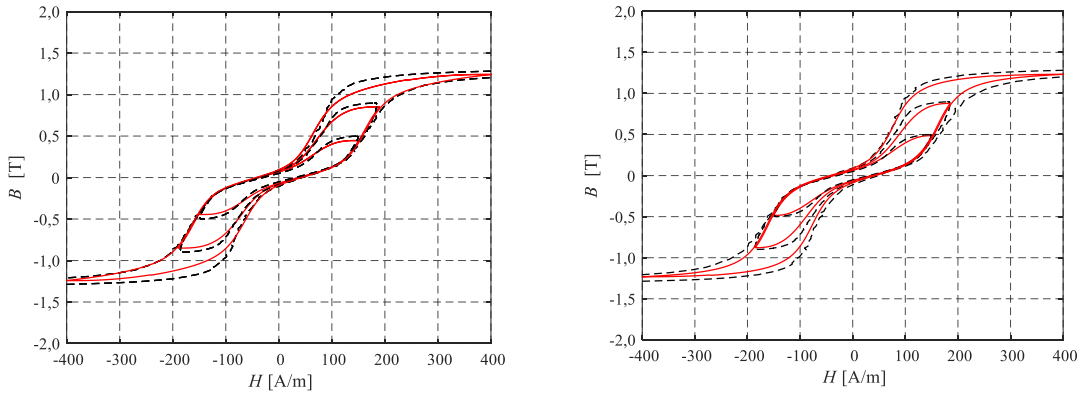
(a) (b)

Rys. 3.19. Pętle histerezy blachy transformatorowej M120-27S dla kierunku magnesowania 45 stopni wyznaczone przy wykorzystaniu: (a) modelu A, (b) modelu B; linie czarne przerywane – pętle wyznaczone pomiarowo, linie czerwone ciągłe – pętle wyznaczone numerycznie



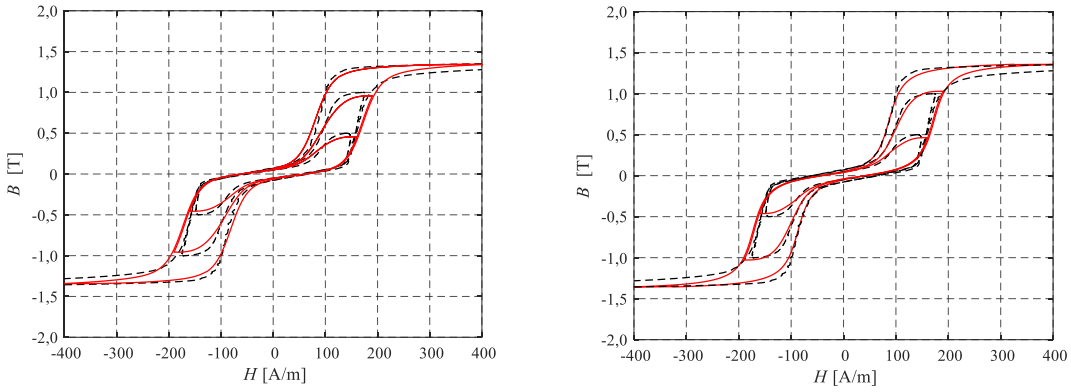
(a) (b)

Rys. 3.20. Pętle histerezy blachy transformatorowej M120-27S dla kierunku magnesowania 60 stopni wyznaczone przy wykorzystaniu: (a) modelu A, (b) modelu B; linie czarne przerywane – pętle wyznaczone pomiarowo, linie czerwone ciągłe – pętle wyznaczone numerycznie



(a) (b)

Rys. 3.21. Pętle histerezy blachy transformatorowej M120-27S dla kierunku magnesowania 75 stopni wyznaczone przy wykorzystaniu: (a) modelu A, (b) modelu B; linie czarne przerywane – pętle wyznaczone pomiarowo, linie czerwone ciągłe – pętle wyznaczone numerycznie



(a) (b)

Rys. 3.22. Pętle histerezy blachy transformatorowej M120-27S dla kierunku poprzecznego TD wyznaczone przy wykorzystaniu: (a) modelu A, (b) modelu B; linie czarne przerywane – pętle wyznaczone pomiarowo, linie czerwone ciągłe – pętle wyznaczone numerycznie

Można zauważyć pewne rozbieżności między pętlami histerezy wyznaczonymi pomiarowo a pętlami wyznaczonymi numerycznie z wykorzystaniem omówionych sposobów aproksymacji zmian histerezowych. Można oczywiście dążyć do jeszcze lepszego odwzorowania zmian histerezowych, jednak najprawdopodobniej będzie się to wiązać z modelami bardziej rozbudowanymi niż omówione w rozprawie. Należy jednak pamiętać, że model histerezy będzie użyteczny, jeśli stosunkowo łatwo może być uwzględniony w równaniach rozkładu pola magnetycznego w blachach transformatorowych.

W niniejszym rozdziale omówiono dwa sposoby aproksymacji krzywych granicznej pętli histerezy dla blach transformatorowych. Jest to zasadnicza część pracy doktorskiej która jest niezbędna do modelowania rozkładu pola magnetycznego z uwzględnieniem histerezy magnetycznej i anizotropii. Pierwszy sposób aproksymacji oznaczony jako model A może dawać nieco dokładniejsze wyniki, jednak posiada więcej parametrów względem modelu B. Parametry modelu B są łatwiejsze w doborze, dając zadowalającą dokładność w aspekcie potrzeb inżynierskich. Ma to zasadnicze znaczenie podczas implementacji modelu do równań rozkładu pola magnetycznego. Model B granicznej pętli histerezy magnetycznej będzie w następnych rozdziałach wykorzystany do modelowania zmian indukcji magnetycznej w blachach transformatorowych oraz do obliczeń rozkładu pola magnetycznego.

4. MODELOWANIE PROCESU MAGNESOWANIA BLACH TRANSFORMATOROWYCH

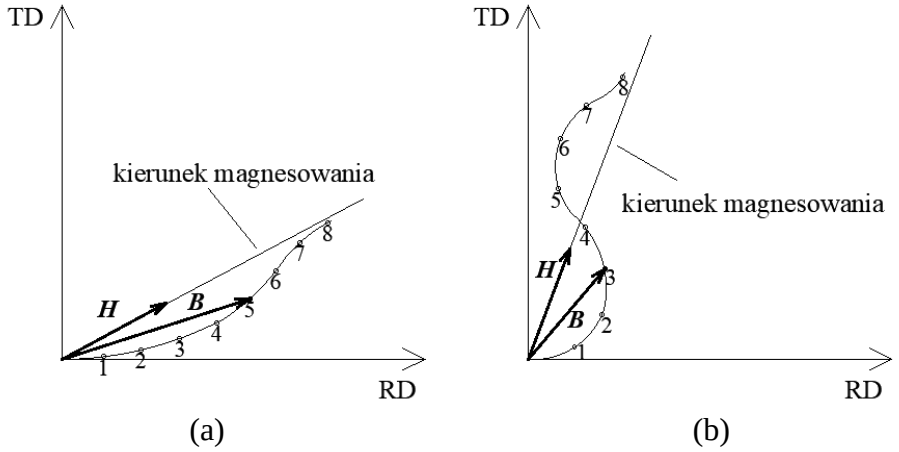
4.1. Opis procesu magnesowania blach transformatorowych

W literaturze występują propozycje dotyczące modelowania pętli histerezy w blachach transformatorowych. Niektóre z nich opierają się na modelu Preisacha, wprowadzając pewien operator histerezy [9, 10]. Jednak ta propozycje nie pozwala analizować zmiany indukcji dla dowolnego kierunku magnesowania na płaszczyźnie blachy transformatorowej. W [23] przedstawiona jest propozycja obwodowego modelu histerezy. W pracy [51] do modelowania pracy transformatora wykorzystano pewien model anizotropowy sformułowany na bazie tensora reluktywności; jednak w tej propozycji nie uwzględniono zjawiska histerezy magnetycznej. Coraz częściej pojawiają się artykuły, w których do modelowania zmian indukcji w blachach transformatorowych wykorzystuje się strukturę domenową blachy [19, 20, 25, 32, 58, 59], chociaż jedna z pierwszych propozycji analizy zmian indukcji i szacowania strat w blachach transformatorowych pojawiła się już ponad czterdzieści lat temu [14]. Zwrócono uwagę, że proces magnesowania odbywa się najpierw wzdłuż osi łatwego magnesowania kryształów żelaza. W pracy [19] poruszono problem przebudowy struktury domenowej w odniesieniu do ścian 180- oraz 90-cio stopniowych. Jednak żadna z przytoczonych prac nie zawiera propozycji uwzględnienia zjawiska histerezy dla dowolnego kierunku magnesowania oraz warunku nasycenia magnetycznego.

Przebieg procesu magnesowania w blachach transformatorowych zależy od kierunku natężenia pola magnetycznego. Gdy kierunek natężenia pola jest zgodny lub prostopadły z kierunkiem walcowania (RD), to wektor indukcji magnetycznej ma kierunek zgodny z kierunkiem natężenia pola magnetycznego. W pozostałych przypadkach, czyli gdy magnesowanie zachodzi przy kątach pomiędzy 0° a 90° wektory natężenia pola i indukcji nie są współliniowe. Na rys. 4.1 przedstawiono poglądowe kolejne położenia końca wektora indukcji magnetycznej dla dwóch przykładowych kierunków zmian natężenia pola magnetycznego. Na rys 4.1a zaprezentowano zmiany położenia końca wektora indukcji, gdy kierunek zmian natężenia pola jest bliski kierunkowi walcowania. W zakresie niewielkich wartości natężenia pola magnetycznego kierunek wektora indukcji magnetycznej jest bliski kierunkowi walcowania (punkty 1, 2, 3 na rys. 4.1a). Warto pamiętać, że dla natężeń pola od zera do wartości z zakresu zakrzywienia charakterystyki magnesowania dominują przesunięcia ścian domenowych, a przy dużych wartościach natężenia pola obroty wektorów indukcji w kierunku natężenia pola. W stanie nasycenia oba wektory są współliniowe (punkt 8 na rys. 4.1a). Jeśli kierunek natężenia pola magnetycznego jest bliski kierunkowi poprzecznemu (TD), to w początkowej fazie zwiększania natężenia pola magnetycznego następuje wzrost składowej indukcji w kierunku walcowania oraz niewielki wzrost składowej indukcji w kierunku poprzecznym (TD) (punkt 1 na rys. 4.1b). Przy dalszym zwiększaniu natężenia pola składowa indukcji w kierunku walcowania osiąga pewną wartość maksymalną,

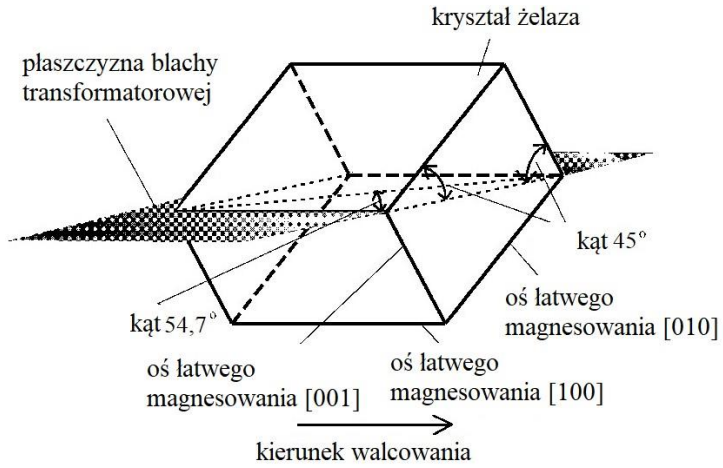
a następnie zaczyna się zmniejszać, natomiast dla dużych wartości natężenia pola zdąża ona do zera. Równocześnie rośnie składowa indukcji w kierunku poprzecznym (TD).

Powyższy proces został opisany w pracy H. Pfützner [45], gdzie przedstawiono fizykalne uzasadnienie tego zjawiska. Wynika ono z „rozpadu" domen, w których kierunki wektorów indukcji są bliskie kierunkowi walcowania i rozrostem domen, w których kierunki wektorów indukcji są prostopadłe do kierunku walcowania. Podobne uwagi, poparte obrazami rzeczywistych struktur domenowych, można znaleźć w pracach [4, 62, 71]. Charakterystyczne dla tego przypadku magnesowania jest to, że wektor indukcji magnetycznej może znajdować się z jednej lub z drugiej strony wektora natężenia pola. Warto podkreślić, że niewspółliniowość wektorów natężenia pola i indukcji magnetycznej występuje w materiałach anizotropowych także gdy zależność indukcji od natężenia pola magnetycznego przedstawiona jest bez uwzględnienia histerezy [17, 68].



Rys. 4.1. Poglądowe położenia końca wektora indukcji magnetycznej: (a) gdy kierunek zmian natężenia pola jest bliski kierunkowi walcowania, (b) gdy kierunek natężenia pola magnetycznego jest bliski kierunkowi poprzecznemu do walcowania

Każdy kryształ żelaza w blachach z teksturą Gossa ma kształt sześcienny i trzy osie łatwego magnesowania (rys. 4.2) [7, 8, 29, 56]. Jedna z osi jest równoległa do kierunku walcowania, a dwie pozostałe są nachylone pod kątem 45° względem płaszczyzny blachy. Powoduje to, że blachy te najłatwiej magnesują się wzdłuż kierunku walcowania. W innych kierunkach właściwości magnetyczne są gorsze. Kiedy wektor natężenia pola magnetycznego nie jest równoległy do kierunku walcowania, procesy magnesowania zachodzą w różnym stopniu wzdłuż każdej z osi łatwego magnesowania. Proces magnesowania w kryształach żelaza zachodzi najpierw wzdłuż osi łatwego magnesowania [100], [010], [001] zaznaczonych na rys. 4.2 [11, 56]. Osie [010] i [001] są magnetycznie równoważne.



Rys. 4.2. Kryształ żelaza charakteryzujący się teksturą Gossa

Na rys. 4.3 osie łatwego magnesowania oznaczono odpowiednio jako osie 1 (oś ta pokrywa się z kierunkiem RD), 2 i 3 (te dwie są pod kątem 45° do kierunku TD, czyli poprzecznego do walcowania na płaszczyźnie blachy), a natężenie pola i indukcja magnetyczna wzdłuż tych osi mają odpowiednie indeksy.

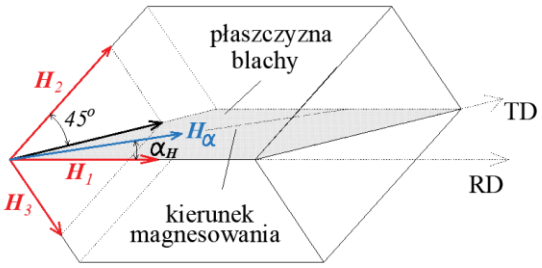
Jeśli kierunek natężenia pola magnetycznego H_α tworzy kąt α_H względem osi 1 (rys. 4.3) to wówczas:

$$H_1 = \cos\alpha_H H_\alpha. \tag{4.1}$$

Osie 2 i 3 są magnetycznie równoważne i natężenia na nich równają się:

$$H_2 = H_3 = \cos 45^\circ \sin\alpha_H H_\alpha. \tag{4.2}$$

Wypadkowa indukcja magnetyczna występująca na płaszczyźnie blachy jest sumą wektorową indukcji magnetycznych w osiach 1, 2 i 3. Ponieważ osie 2 i 3 są magnetycznie równoważne, można przyjąć, że pod kątem 45° do płaszczyzny blachy istnieje zastępcza oś łatwego magnesowania, a indukcja magnetyczna wzdłuż tej osi, oznaczona jako B_{23}, jest sumą geometryczną indukcji magnetycznych wzdłuż osi 2 i 3.



Rys. 4.3. Rzuty natężenia pola magnetycznego na osie łatwego magnesowania

Dla zadanego kierunku magnesowania oraz zadanej wartości natężenia pola magnetycznego H_α oblicza się rzuty tego natężenia na oś 1 i kierunek 23 po czym wyznacza się indukcję magnetyczną B_1 wzdłuż kierunku 1 i B_{23} wzdłuż kierunku 23 (rys. 4.3). Sposób

obliczenia B_1 oraz B_{23} zostanie opisany w kolejnym podrozdziale. Wartość indukcji magnetycznej B_α na płaszczyźnie blachy dla danego kierunku magnesowania występującego pod kątem α do kierunku walcowania wyznacza się następująco:

$$B_\alpha = \cos\alpha B_1 + \cos 45^\circ \sin\alpha B_{23}. \tag{4.3}$$

W dalszej części zostaną zastosowane oznaczenia indukcji w osi walcowania B_{RD} oraz prostopadłej osi B_{TD}; należy pamiętać o związkach, że $B_{RD} = B_1$ oraz $B_{TD} = \cos 45^\circ B_{23}$.

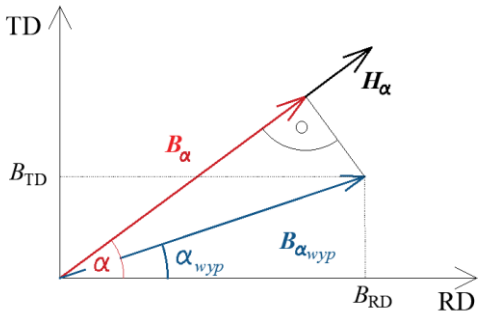
Ponieważ indukcję magnetyczną w kierunku magnesowania można zmierzyć, to obliczenia wartości B_α umożliwiają weryfikację pomiarową modelu pętli histerezy dla zadanego kąta magnesowania. Jednym z podstawowych celów obliczeń procesów magnesowania jest wyznaczenie zmian wypadkowego wektora indukcji magnetycznej. Wektor ten jest sumą geometryczną indukcji magnetycznych w kierunkach RD i TD (rys 4.4), a jego długość $B_{\alpha wyp}$ wynosi:

$$B_{\alpha wyp} = \frac{B_{TD}}{\sin\alpha_{wyp}}, \tag{4.4}$$

gdzie: α_{wyp} oznacza kąt między kierunkiem wypadkowego wektora indukcji magnetycznej, a kierunkiem walcowania.

Kąt α_{wyp} na płaszczyźnie blachy można wyznaczyć jako:

$$\alpha_{wyp} = \mathrm{arctg}\left(\frac{B_{TD}}{B_{RD}}\right). \tag{4.5}$$



Rys. 4.4. Wektory indukcji magnetycznej w kierunku magnesowania, oraz wypadkowy.

Należy zaznaczyć, że indukcja magnetyczna B_α w kierunku magnesowania jest rzutem wypadkowego wektora indukcji magnetycznej $B_{\alpha wyp}$ na ten kierunek. $B_{\alpha wyp}$ jest to suma geometryczna wektorów B_{RD} i B_{TD} (rys. 4.4). Prosta prostopadła do wektora indukcji B_α w kierunku natężenia pola przechodząca przez jego wierzchołek powinna przechodzić również przez wierzchołek $B_{\alpha wyp}$, co zostało opisane w [40].

4.2. Opis sposobu modelownia procesów magnesowania

W niniejszej pracy zamodelowano zmiany indukcji magnetycznej, uwzględniając magnesowanie wzdłuż trzech osi magnesowania kryształów żelaza. Metoda ta odnosi się do statycznej pętli histerezy oraz umożliwia obliczenie procesu magnesowania blach transformatorowych dla dowolnego kierunku.

W blachach transformatorowych o teksturze Gossa sposób przebudowy struktury domenowej zależy od kierunku natężenia pola magnetycznego. Proces ten obejmuje nie tylko przebudowę ścian 180-stopniowych, ale również ścian 90-stopniowych [19, 45]. Intensywność tego procesu silnie zależy od kąta α_H między kierunkiem natężenia pola a kierunkiem walcowania (rys. 4.3). Zmiany indukcji magnetycznej wzdłuż osi RD należy określić oddzielnie dla wszystkich kierunków natężenia pola magnetycznego. Zmiany takie określane są w pracy jako tzw. 'pętle ograniczające'. Kilka takich pętli dla różnych kątów magnesowania przedstawiono na rys. 4.5a. Wewnątrz pętli ograniczających znajdą się tzw. cząstkowe pętle histerezy. Pętle ograniczające dla kąta zero stopni wyznaczono na podstawie zmierzonej pętli dla kierunku walcowania (RD). Natomiast dla kierunku TD wyznaczono ją na podstawie pomiarów w kierunku poprzecznym (TD czyli 90°). Przyjmuje się, że wraz ze wzrostem kąta magnesowania α_H indukcja magnetyczna wzdłuż osi RD zmienia się wolniej, czyli ta sama wartość indukcji magnetycznej występuje dla większych wartości natężenia pola H_{RD} wraz ze wzrostem kąta magnesowania (rys. 4.5a). To założenie stanowi podstawę zaproponowanego modelu. Istnieje kilka sposobów na zamodelowanie wyżej wymienionego procesu.

Pierwszy sposób jest zaprezentowany oraz szczegółowo wyjaśniony w [53]. Wartości natężenia pola wynikające ze wzoru (4.1) mnoży się przez odpowiednio dobrany współczynnik korygujący w_1, który jest równy 1 dla $\alpha_H = 0$ i mniejszy od 1 dla kątów magnesowania większych od zera:

$$H_{1\alpha} = \frac{1}{w_1}(\cos\alpha_H H_\alpha \pm H_{c1}) \mp H_{c1}, \tag{4.6}$$

gdzie: H_{c1} jest natężeniem koercji dla osi RD.

W przypadku osi 23 wraz ze wzrostem kąta magnesowania α_H indukcja magnetyczna wzdłuż osi 23 zmienia się szybciej. Natężenie pola magnetycznego H_{23} w kierunku 23 wyraża się jako:

$$H_{2\alpha} = H_{3\alpha} = H_{23\alpha} = \frac{1}{w_{23}}\left(\cos 45^\circ \sin\alpha_H H_\alpha \pm H_{c23}\right) \mp H_{c23}, \tag{4.7}$$

gdzie: H_{c23} jest natężeniem koercji pętli histerezy wzdłuż kierunku 23, którą wyznaczono z pomiarowej pętli histerezy dla kierunku poprzecznego.

Współczynnik korekcyjny w_{23} przyjmuje wartość 1 dla $\alpha_H = 90$ °; dla pozostałych jest mniejszy niż 1, wtedy charakterystyka jest bardziej pochylona.

Drugi sposób został zaprezentowany w [40]. Punktem wyjścia jest tutaj *model A* opisany w rozdziale 3.2.1. Bazując na równaniach dla pętli granicznych (3.12), (3.13), (3.14) należy w pierwszym kroku określić pętlę graniczną dla osi RD oraz TD. Następnie tak jak zostało to opisane na początku tego rozdziału modyfikować je w zależności od kąta magnesowania. Polega to na przemnażaniu współczynników b_b, b_u przez współczynnik korygujący, który wywołuje dodatkowe pochylenie charakterystyk w osiach RD oraz TD w zależności od kąta magnesowania. Bardzo szczegółowo opisano to w [40].

Trzecie podejście polega na wykorzystaniu zależności opisanych rozdziale 3.2.2. Bazuje na modyfikacji równań (3.15), (3.16). W pierwszym kroku należy określić pętle dla kierunku

RD. Można zastosować uproszczoną postać równań, w tej osi krzywe graniczne mogą być aproksymowane następująco:

$$B_{RDb} = a_{RD}\ \mathrm{arctg}\left[w_{RD}\left(H - H_c\right)\right], \tag{4.8}$$

$$B_{RDu} = a_{RD}\ \mathrm{arctg}\left[w_{RD}\left(H + H_c\right)\right], \tag{4.9}$$

gdzie: a_{RD} jest zdeterminowane przez indukcję nasycenia,

H_c jest to natężenie koercji, parametry te są wyznaczone pomiarowo.

Dla krzywych granicznych osi TD zastosować należy formuły:

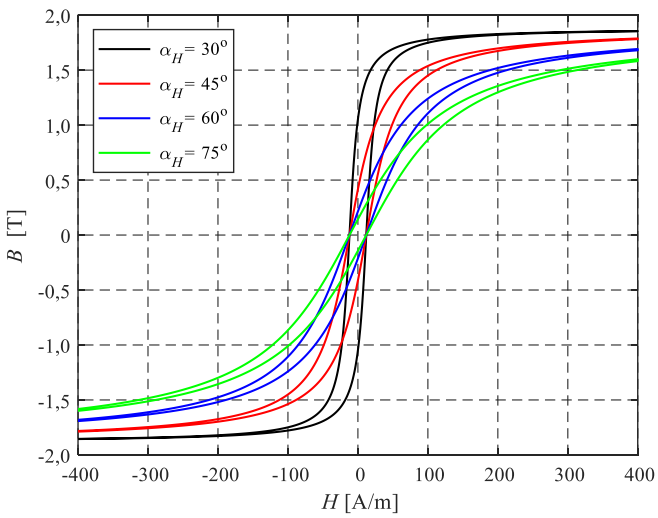
$$B_{TDb} = a_{TD}\ \mathrm{arctg}\left[w_{TD}\left(H - H_1\right)\right] + a_{TD}\ \mathrm{arctg}\left[w_{TD}\left(H + H_2\right)\right], \tag{4.10}$$

$$B_{TDu} = a_{TD}\ \mathrm{arctg}\left[w_{TD}\left(H + H_1\right)\right] + a_{TD}\ \mathrm{arctg}\left[w_{TD}\left(H - H_2\right)\right]. \tag{4.11}$$

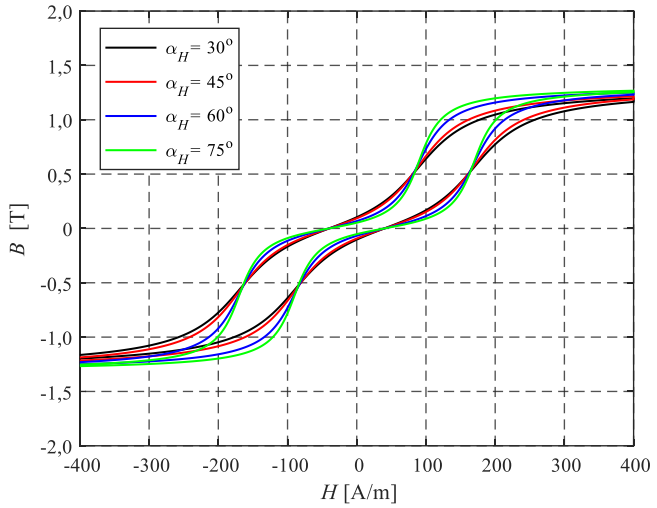
Parametr a_{TD} jest określony przez indukcję nasycenia. Pozostaje dobór parametrów w_{TD}, H_1, H_2. Jednak warto zaznaczyć, że dobranie stałych współczynników H_1, H_2 (niezależnie od kąta magnesowania) przy uzmiennieniu $w_{TD} = f(\alpha_H)$ daje już zadowalające wyniki końcowe obliczeń. Tak więc wraz z kątem magnesowania zmianie ulegają jedynie współczynniki w_{RD} oraz w_{TD}, pozostałe mogą być stałe, wprowadzone na początku obliczeń.

W dalszej części rozdziału generację pętli granicznych oparto na sumie dwóch funkcji arctg wykorzystując formuły (4.8), (4.9), (4.10), (4.11). To podejście jest najprostszym z przedstawionych, gdyż daje dobre rezultaty przy jedynie 2 zmiennych współczynnikach $w_{RD} = f(\alpha_H)$ oraz $w_{TD} = f(\alpha_H)$. Na rys. 4.5 przedstawiono pętle ograniczające dla osi RD i TD. Są to pętle przy ustawieniu różnych współczynników w_{RD} i w_{TD} kolejno w osiach RD (rys. 4.5a) i TD (rys. 4.5.b) w funkcji kąta magnesowania. Po uwzględnieniu korekty wynikającej z przekroczenia nasycenia magnetycznego pętle te posłużą do wyznaczenia pętli granicznych dla dowolnego kąta magnesowania.

a)

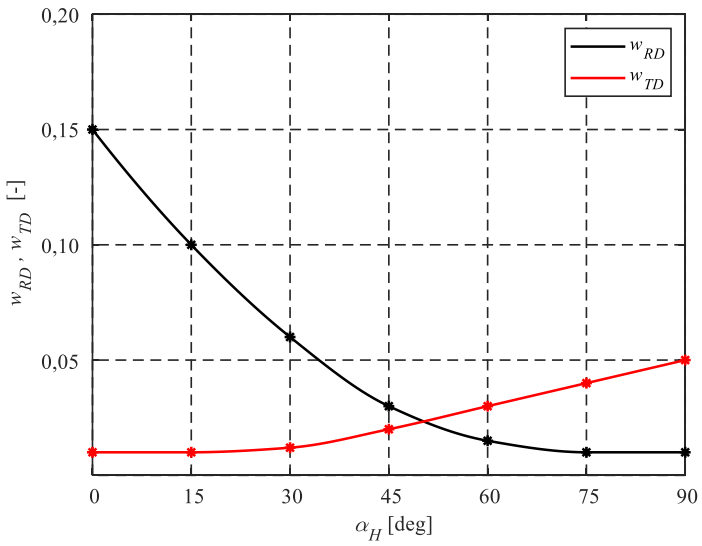


b)



Rys. 4.5. Ograniczające pętle histerezy dla kilku kątów magnesowania α_H wzdłuż: a) osi RD, b) osi TD

Na rys. 4.6 przedstawiono współczynniki korekcyjne dla kątów magnesowania od 0° do 90°. Przedstawione pętle ograniczające, oraz współczynniki korygujące zostały wykorzystane do generacji pętli w podrozdziale 4.3 gdzie jest weryfikacja pomiarowa.



Rys. 4.6. Wartości współczynników korekcyjnych w_{RD} i w_{TD} dla różnych kątów magnesowania

Współczynniki korekcyjne dla pozostałych kątów, dla których nie dysponuje się pętlami pomiarowymi wyznaczane są na podstawie liniowej aproksymacji. Na rys. 4.6 widać, że współczynnik w_{RD} zmniejsza się dla zwiększanych kątów magnesowania. Współczynnik w_{TD} ma odwrotną tendencję. Przekłada się to na odpowiednie pochylenie charakterystyk przedstawionych na rys.4.5.

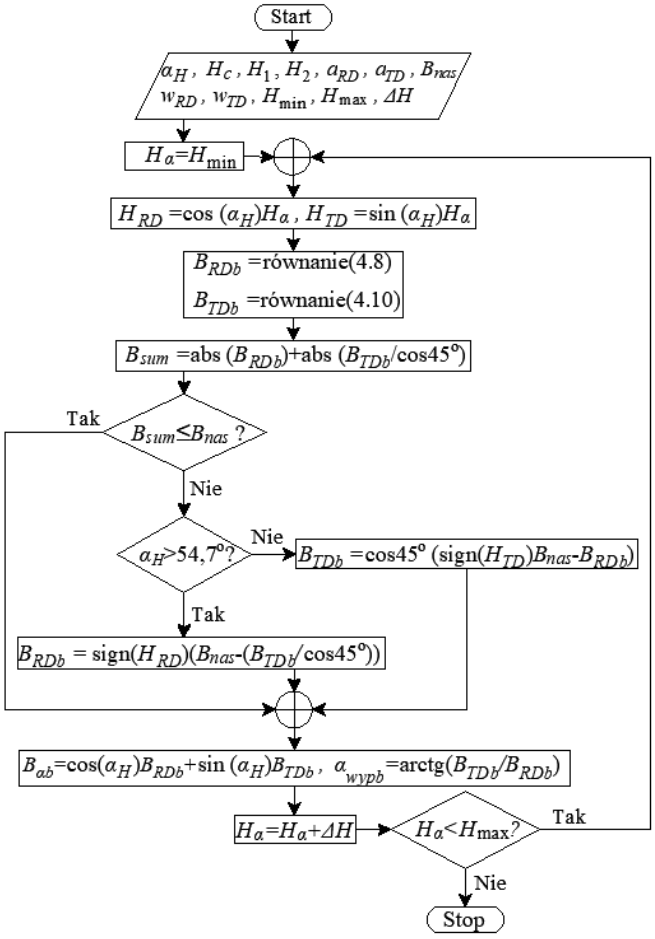
Poprzez zadawanie różnych współczynników korekcyjnych, policzono wypadkową pętlę na kierunku magnesowania i porównano ją do pomiarów. Zastosowano metodę najmniejszych kwadratów w celu weryfikacji doboru współczynników, gdzie dla najmniejszych kwadratów różnic między obliczeniami i pomiarami określono współczynniki korekcyjne w_{RD} i w_{TD}. Wyniki przedstawiono na rys. 4.9, oraz rys. 4.10.

Algorytm zastosowany do wyznaczenia granicznych pętli histerezy przedstawiono na rys. 4.7. (dla przejrzystości przedstawiono przypadek dla krzywej dolnej, stąd na rysunku indeksy *b*, dla krzywej górnej algorytm jest taki sam). Aby obliczyć graniczną pętlę histerezy dla dowolnego kąta magnesowania należy wprowadzić następujące dane: B_{nas}, a_{RD}, a_{TD}, H_1, H_2, H_c, w_{RD}, w_{TD} maksymalną wartość $H_{\max}$ natężenia pola magnetycznego, przyrost natężenia pola magnetycznego ΔH.

Dla kolejnych wartości natężenia pola H_α wzdłuż zadanego kierunku magnesowania wyznacza się natężenia pola H_{RD} i H_{TD}, a następnie wartości indukcji magnetycznych wzdłuż tych kierunków korzystając przy tym ze wzorów (4.8), (4.9), (4.10), (4.11).

Z właściwości magnetycznych kryształów żelaza wynika, że suma indukcji magnetycznych B_{RD} wzdłuż osi RD i B_{TD} wzdłuż osi TD nie może być większa niż indukcja nasycenia B_{nas}. Więc:

$$\mathrm{abs}(B_{RD}) + \mathrm{abs}(B_{TD} / \cos 45^{\circ}) \le B_{nas}. \tag{4.12}$$



Rys. 4.7. Algorytm do wyznaczenia granicznych pętli histerezy (przypadek krzywej dolnej)

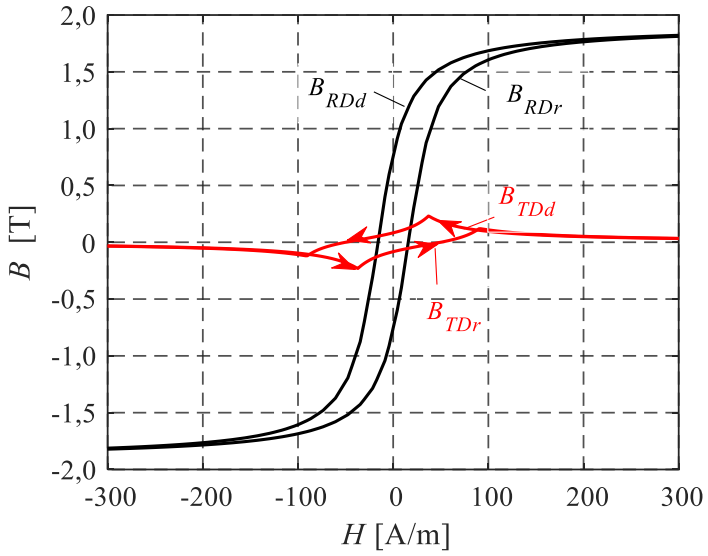
Dla każdej wartości natężenia pola H_α należy sprawdzić warunek (4.12), który odnosi się do stanu nasycenia. Jeżeli ten warunek nie jest spełniony, obliczenia przeprowadzane są dla kolejnej wartości natężenia pola. W przeciwnym razie:

$$B_{TD} = \cos 45^{\circ}(\mathrm{sign}(H_{TD}) B_{nas} - B_{RD}) \ \text{ dla } \ \alpha_H \le 54.7^{\circ}, \tag{4.13a}$$

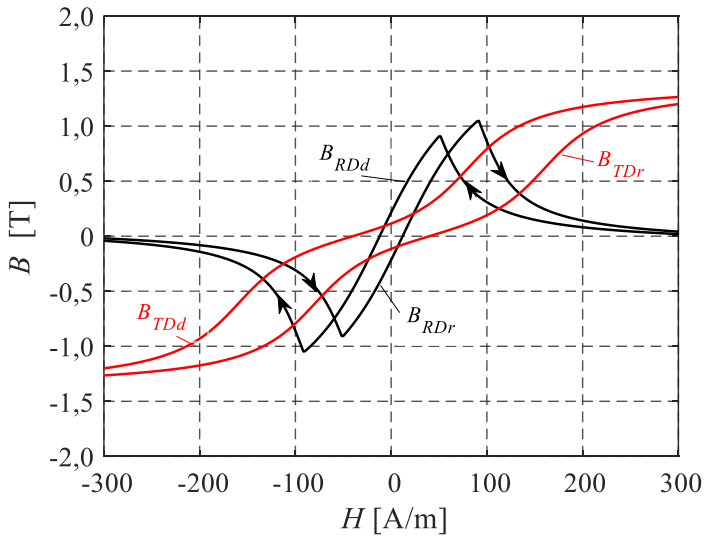
$$B_{RD} = \mathrm{sign}(H_{RD})B_{nas} - B_{TD} / \cos 45^{\circ} \quad \text{dla} \quad \alpha_H \geq 54.7^{\circ}. \tag{4.13b}$$

Jeśli suma wartości indukcji magnetycznych jest większa niż B_{nas}, to w przypadku magnesowania przy kątach mniejszych niż 54,7° indukcja magnetyczna B_{TD} maleje, a B_{RD} rośnie. Natomiast dla kąta magnesowania większego niż 54,7° to B_{RD} maleje, a B_{TD} rośnie. Przykładowe obliczenia dla tych dwóch przypadków zostały pokazane na rys. 4.8.

a)



b)



Rys. 4.8. Pętle histerezy granicznej wzdłuż osi RD i TD dla kątów magnesowania a) mniejszych niż 54,7°, b) większych niż 54,7°; B_{RDr}, B_{TDr} – indukcje magnetyczne dla zwiększania natężenia pola odpowiednio w kierunkach RD i TD, B_{RDd}, B_{TDd} – indukcje magnetyczne dla zmniejszania natężenia pola odpowiednio w kierunkach RD i TD

4.3. Weryfikacja pomiarowa modelu magnesowania blach transformatorowych

Weryfikacji pomiarowej zaproponowanego sposobu modelowania procesu magnesowania blach transformatorowych dokonano przez porównanie wyników pomiarów pętli histerezy z wynikami pomiarów wykonanych dla tych samych warunków przy jakich były wykonywane pomiary. Obliczenia numeryczne przeprowadzono dla kilku wybranych kierunków magnesowania i zadanych wartości zmian natężenia pola magnetycznego.

Podczas obliczeń zmieniano natężenie pola magnetycznego od zadanej wartości $-H_{\max}$ do wartości $+H_{\max}$ i odwrotnie. W każdym kroku obliczeń sprawdzany był warunek dotyczący nasycenia (wzór 4.12). Należy pamiętać, że indukcję B_{TD} w kierunku TD należy dzielić przez cos45º, gdyż warunek nasycenia odnosi się do sumy indukcji w kierunku RD oraz indukcji wzdłuż dwóch osi łatwego magnesowania nachylonych do płaszczyzny blachy pod kątem 45º. Jeżeli suma algebraiczna indukcji B_{RD} i indukcji B_{TD}, podzielonej przez cos45º była większa od wartości indukcji nasycenia B_{nas}, to zmiany indukcji B_{TD} w kierunku TD określane były jako różnica indukcji B_{nas} i wartości indukcji B_{RD} pomnożonych przez cos45º, jeśli kąt magnesowania α_H był mniejszy lub równy kątowi 54,7º. Natomiast jeśli kąt magnesowania α_H był większy od kąta 54,7º, to wówczas zmiany indukcji B_{RD} były różnicą między indukcją B_{nas} a indukcją B_{TD} podzieloną przez cos45º (wzory 4.13 a, b). Należało również uwzględnić znak indukcji nasycenia.

W analizie zmian indukcji w blachach elektrotechnicznych często istotne jest wyznaczenie wartości i kąta wypadkowego wektora indukcji magnetycznej. Należy podkreślić, że dla kierunków magnesowania różnych od kierunków RD i TD nie da się pomiarowo wyznaczyć parametrów wypadkowego wektora indukcji magnetycznej. Długość tego wektora i jego kąt względem kierunku RD wyznaczane były według zależności:

$$B_{wyp} = \sqrt{B_{RD}^2 + B_{TD}^2} \tag{4.14}$$

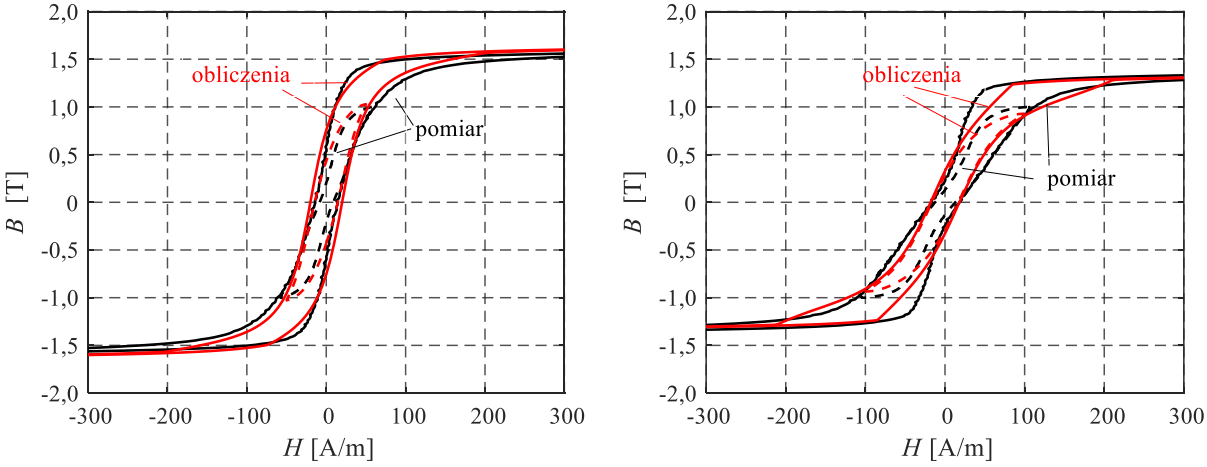
$$\alpha_{wyp} = \mathrm{arctg}(B_{TD} / B_{RD}) \tag{4.15}$$

Algorytm wyznaczania zmian indukcji przedstawiony jest na rys. 4.7.

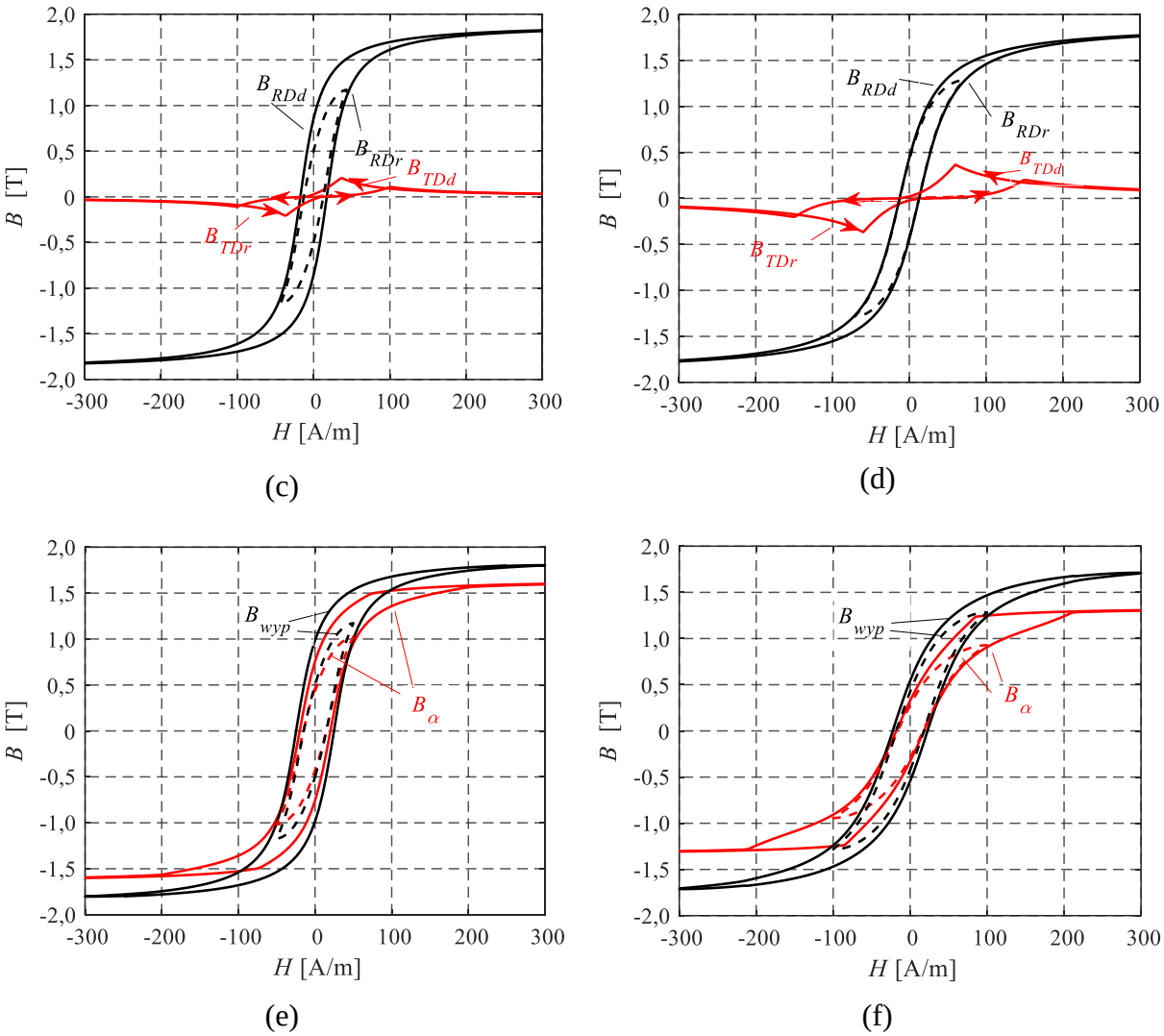
Rysunki 4.9 i 4.10 przedstawiają graniczne pętle histerezy i pętle cząstkowe dla czterech wybranych kierunków magnesowania blachy transformatorowej, które z kierunkiem RD tworzą kąty 30°, 45°, 60° i 75°. Rysunki oznaczone jako (a) i (b) dotyczą zmierzonych i obliczonych pętli histerezy dla wybranych kierunków magnesowania, rysunki (c) i (d) zawierają odpowiednie zmiany indukcji magnetycznej wzdłuż kierunku RD i kierunku TD, a rysunki (e) i (f) przedstawiają porównanie między numerycznie wyznaczonymi pętlami histerezy i pętlami pokazującymi zmiany wypadkowej indukcji magnetycznej dla poszczególnych kierunków magnesowania. Należy pamiętać, że nie można pomiarowo wyznaczyć zmian wypadkowej indukcji magnetycznej, bowiem mierzona indukcja jest rzutem indukcji wypadkowej na zadany kierunek magnesowania. Przy kącie magnesowania 30° i natężeniu pola wynoszącym około 200 A/m (H_{RD} = 173 A/m, H_{TD} = 100A/m), suma indukcji B_{RD} wzdłuż kierunku RD i indukcji B_{TD}/cos45° wzdłuż osi łatwego magnesowania nachylonych do płaszczyzny blachy pod kątem 45° jest równa indukcji nasycenia B_{nas}. Dla

tego kata magnesowania, który mniejszy jest od kąta trudnego magnesowania wynoszącego 54,7°, zmiany indukcji wzdłuż kierunku RD są dominujące. W efekcie przy dalszym zwiększaniu natężenia pola indukcja B_{TD} wzdłuż kierunku TD maleje do zera. Podobny charakter ma proces magnesowania dla kąta 45°. Suma indukcji magnetycznych wzdłuż kierunku RD i kierunku TD osiąga wartość indukcji nasycenia przy natężeniu pola 212 A/m (H_{RD} = 150 A/m, H_{TD} = 150 A/m) wzdłuż kierunku magnesowania. Jeżeli kąt magnesowania jest większy od 54,7°, to wówczas zmiany indukcji wzdłuż osi łatwego magnesowania nachylonych do płaszczyzny blachy pod kątem 45° są dominujące, a indukcja B_{RD} w kierunku RD zaczyna maleć, jeśli suma indukcji wzdłuż osi łatwego magnesowania $B_{RD} + B_{TD}/\cos 45°$ osiągnie wartość B_{nas}. Podczas magnesowania przy kącie 60° warunek nasycenia występuje przy natężeniu wynoszącym około 212 A/m wzdłuż kierunku magnesowania (H_{RD} = 150 A/m, H_{TD} = 150 A/m). Wówczas indukcja w kierunku RD zaczyna maleć przy dalszym zwiększaniu natężenia pola. Podobny charakter ma proces magnesowania dla kąta 75°. Jeśli natężenia pola wzdłuż kierunku magnesowania osiąga wartość 204 A/m (H_{RD} = 53 A/m, H_{TD} = 198 A/m), to wówczas indukcja B_{TD} nadal zwiększa się a indukcja B_{RD} maleje do zera.

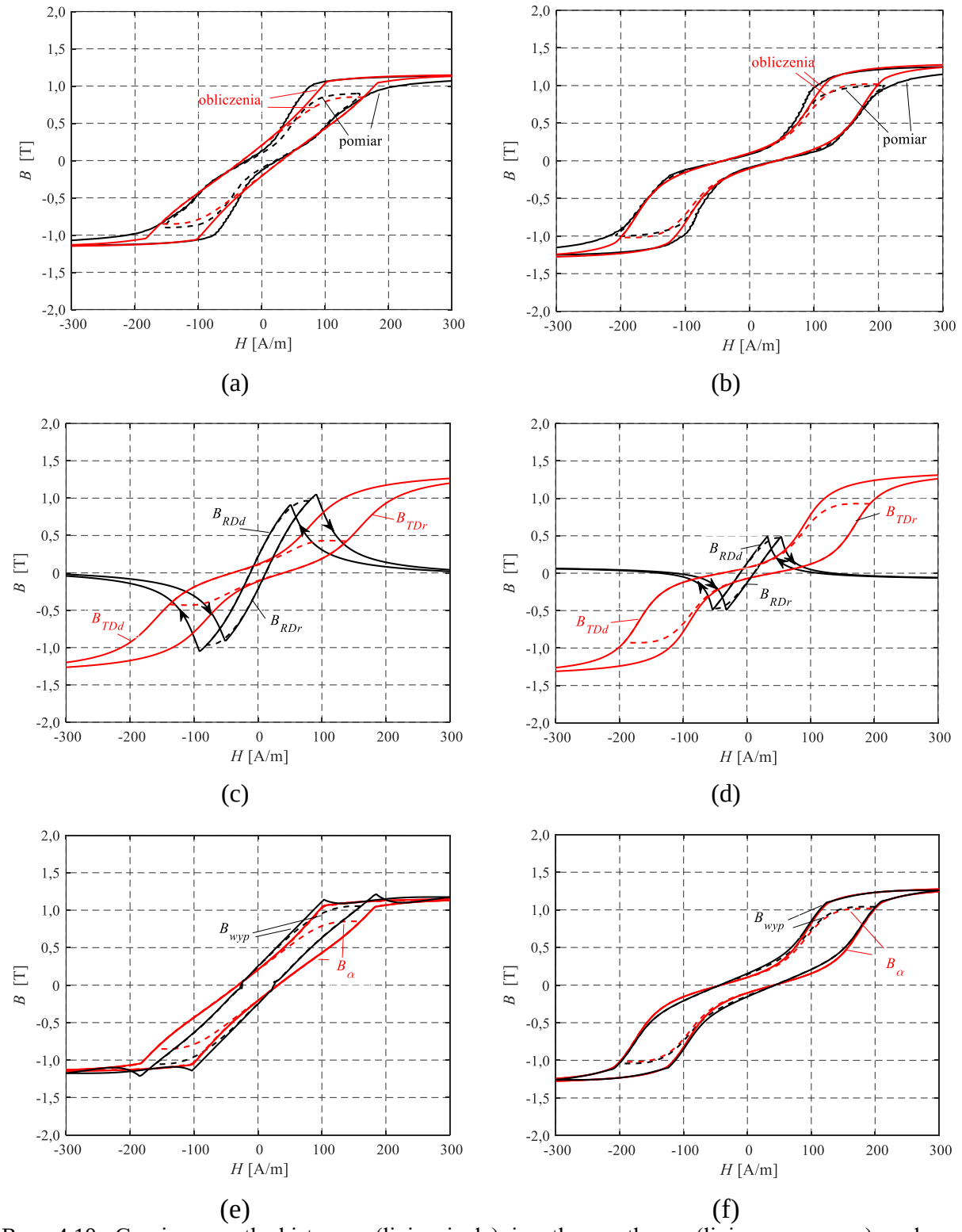
Warto zauważyć, że pętle wypadkowej indukcji magnetycznej różnią się od zmierzonych i wyznaczonych numerycznie pętli dla poszczególnych kierunków magnesowania (rys. 4.9 i 4.10 - e, f). Ponieważ wartości indukcji wzdłuż kierunków RD i TD zmieniają się, to również wypadkowy wektor indukcji zmienia swoje położenie względem kierunku walcowania (RD) według zależności (4.14).



(a) (b)



Rys. 4.9. Graniczne pętle histerezy (linie ciągłe) i pętle cząstkowe (linie przerywane) podczas magnesowania z kątem 30°(a, c, e) i 45°(b, d, f): a, b) linie czarne – pętle histerezy zmierzone wzdłuż kierunku magnesowania, linie czerwone – pętle histerezy obliczone dla kierunku magnesowania, c, d) linie czarne – pętle wyznaczone numerycznie dla kierunku RD, linie czerwone – pętle wyznaczone numerycznie dla kierunku TD, e, f) linie czarne – wyznaczone numerycznie pętle wypadkowej indukcji magnetycznej, linie czerwone – pętle histerezy obliczone dla kierunku magnesowania; B_{RDr}, B_{RDd} − indukcja magnetyczna wzdłuż kierunku RD odpowiednio dla rosnących i malejących wartości natężenia pola magnetycznego, B_{TDr}, B_{TDd} − indukcja magnetyczna wzdłuż kierunku TD odpowiednio dla rosnących i malejących wartości natężenia pola magnetycznego, B_{nas} − wypadkowa indukcja magnetyczna, B_{α} − indukcja magnetyczna wzdłuż kierunku magnesowania.



Rys. 4.10. Graniczne pętle histerezy (linie ciągłe) i pętle cząstkowe (linie przerywane) podczas magnesowania z kątem 60° (a, c, e) i 75° (b, d, f): a, b) linie czarne – pętle histerezy zmierzone wzdłuż kierunku magnesowania, linie czerwone – pętle histerezy obliczone dla kierunku magnesowania, c, d) linie czarne – pętle wyznaczone numerycznie dla kierunku RD, linie czerwone – pętle wyznaczone numerycznie dla kierunku TD, e, f) linie czarne – wyznaczone numerycznie pętle wypadkowej indukcji magnetycznej, linie czerwone – pętle histerezy obliczone dla kierunku magnesowania; B_{RDr}, B_{RDd} − indukcja magnetyczna wzdłuż kierunku RD odpowiednio dla rosnących i malejących wartości natężenia pola magnetycznego, B_{TDr}, B_{TDd} − indukcja magnetyczna wzdłuż kierunku TD

odpowiednio dla rosnących i malejących wartości natężenia pola magnetycznego, B_{nas} − wypadkowa indukcja magnetyczna, B_{α} − indukcja magnetyczna wzdłuż kierunku magnesowania.

Opisana propozycja wyznaczania zmian indukcji magnetycznej w blachach transformatorowych ma na celu ułatwienie wprowadzenia modelu histerezy do równań rozkładu pola magnetycznego. Można to zrobić stosunkowo łatwo, jeśli równania rozkładu pola zostaną sformułowane w oparciu o całkową postać równań Maxwella. Dotyczy to metody sieci reluktancyjnych, a zwłaszcza znacznej modyfikacji tej metody przedstawionej w [37]. W wymienionej metodzie składowe natężenia pola i odpowiadające im indukcje magnetyczne przypisuje się krawędziom siatki dzielącej obszar pola magnetycznego, które są równoległe do kierunku walcowania (RD) lub poprzecznego (TD).

Zaproponowany sposób aproksymacji zmian histerezowych jest w pewnym stopniu związany ze strukturą domenową blach transformatorowych. Dotyczy to zwłaszcza zmian indukcji w kierunku TD jeśli kąt magnesowania jest większy od kąta 54,7°.

5. UWZGLĘDNIENIE MODELU MAGNESOWANIA W ANALIZIE ZMIAN INDUKCJI W BLACHACH TRANSFORMATOROWYCH

5.1. Równania rozkładu dwuwymiarowego pola magnetycznego

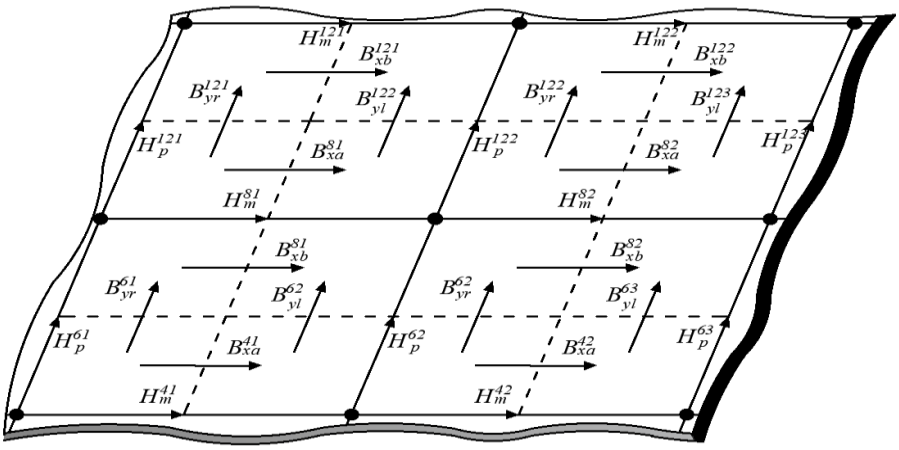
Wyznaczanie rozkładu pola magnetycznego w obwodach magnetycznych maszyn i urządzeń elektrycznych należy do trudniejszych zagadnień elektrotechniki. Stopień trudności wzrasta, jeśli w analizowanym obwodzie występują zjawiska nieliniowe a zwłaszcza zjawisko histerezy magnetycznej i anizotropia materiałowa. Dotyczy to również obwodów magnetycznych transformatorów a przede wszystkim zmian indukcji magnetycznej w narożach rdzeni i tzw. obszarach T, gdzie występuje połączenie kolumn z jarzmem rdzenia transformatora. W obszarach T rdzeni transformatorów trójfazowych zmiany indukcji magnetycznej mają charakter przemagnesowania wirowego o charakterze eliptycznym, czego przyczyną jest zjawisko histerezy przy zmianach pola magnetycznego wymuszanego przez prądy uzwojeń transformatora przesunięte względem siebie o kąt 120°. Należy podkreślić, że w tych częściach rdzeni transformatora wektory indukcji magnetycznej i natężenia pola magnetycznego nie są współliniowe, co prowadzi do dodatkowych strat i nagrzewania się tych fragmentów rdzenia. Dodatkowym utrudnieniem jest tekstura Gossa, wskutek czego proces magnesowania zależy od kierunku natężenia pola w poszczególnych punktach blachy transformatorowej. Zjawisko histerezy magnetycznej występuje również w kolumnach i jarzmie rdzenia, ale w tych elementach pole magnetyczne może być traktowane jako pole jednowymiarowe. Wówczas uwzględnienie zjawiska histerezy i wpływu prądów wirowych w blachach transformatorowych jest problemem praktycznie rozwiązanym [60].

Prawie wszystkie metody wyznaczania rozkładu pola elektromagnetycznego a w szczególnych przypadkach pola magnetycznego oparte są na równaniach Maxwella. Różniczkowa postać równań Maxwella jest podstawą metody różnic skończonych oraz metody elementów skończonych [16, 22, 61, 65]. Natomiast równania Maxwella w postaci całkowej są podstawą metody sieci reluktancyjnych [1, 15, 44, 50, 61, 69, 70, 74]. Wybór jednej z wymienionych metod zależy od kilku czynników, do których należy przede wszystkim stopień opracowania metody oraz dostępność programów numerycznych bazujących na danej metodzie a także stabilność uzyskiwanych rozwiązań, czasy obliczeń numerycznych oraz możliwość wyznaczania rozkładu pól z uwzględnieniem histerezy magnetycznej i anizotropii oraz oddziaływania prądów wirowych. Metody wykorzystywane w analizie pola magnetycznego transformatorów są szeroko opisane w [65].

Równania wykorzystane w niniejszej pracy do analizy zmian indukcji w blachach transformatorowych sformułowane zostały w oparciu o metodę zastępczych sieci reluktancyjnych [36, 37]. Ta metoda oparta jest na teorii obwodów oraz na prawach Kirchoffa dla obwodów magnetycznych, a w istocie opiera się na całkowej postaci równań Maxwella. W metodzie sieci reluktancyjnych wykorzystany jest stosunkowo prosty aparat

matematyczny, nie jest wymagane zaawansowane przygotowanie teoretyczne użytkownika tej metody a także nie jest konieczne formalne wprowadzanie warunków brzegowych [16, 18, 74]. Zaletami tej metody są m.in. krótkie czasy obliczeń niezbędne do uzyskania stabilnego rozwiązania, mała generacja błędów. Stanowiło to zachętę do modyfikacji w celu uwzględnienia zjawiska histerezy, zwłaszcza w blachach transformatorowych. Modyfikacja metody zastępczych sieci reluktancyjnych polegała na sformułowaniu równań pola magnetycznego, które pozwalają bezpośrednio wyznaczać indukcję magnetyczną lub natężenie pola w wybranych punktach blachy elektrotechnicznej, a siatka podziału obszaru występowania pola magnetycznego nie zawiera reluktancji ani gałęziowych źródeł pola, jak to ma miejsce w klasycznej metodzie sieci reluktancyjnych.

Przyjęto, że w analizie rozkładu pola magnetycznego w blachach transformatorowych wielkościami bezpośrednio wyznaczanymi są składowe natężenia pola. Ponieważ składowa styczna natężenia pola magnetycznego nie zmienia swej wartości na granicy dwóch środowisk (granica dwóch segmentów), to siatkę pola magnetycznego tworzą bezpośrednio boki elementarnych segmentów podziału obszaru występowania pola magnetycznego. Wszystkie wierzchołki segmentów są węzłami siatki. Przy definiowaniu składowych natężenia pola magnetycznego i indukcji korzystne jest wyznaczenie drzewa jako systemu gałęzi łączących węzły siatki, nie tworzącego oczek. Rysunek 5.1 przedstawia fragment siatki obszaru występowania pola magnetycznego z zaznaczonymi składowymi natężenia pola i indukcji magnetycznej.



Rys. 5.1. Fragment siatki podziału obszaru pola magnetycznego z zaznaczonymi składowymi natężenia pola i indukcji magnetycznej

Jak to jest opisane w [37, 73] z każdą gałęzią (wspólnym bokiem dwóch segmentów) nie należącą do drzewa związana jest jedna składowa natężenia pola oznaczona jako H_m oraz dwie składowe indukcji magnetycznej oznaczone jako B_{xa} i B_{xb}. Składowe B_{xa} reprezentują indukcje magnetyczne w połowach segmentów leżących powyżej gałęzi z odpowiadającą składową natężenia pola a składowe B_{xb} dotyczą indukcji magnetycznych w połowach segmentów leżących poniżej danej gałęzi siatki. Natomiast z każdą gałęzią należącą do drzewa związana jest jedna składowa natężenia pola oznaczona jako H_p oraz dwie składowe

indukcji B_{yl} i B_{yr}. Podobnie jak poprzednio, składowe B_{yl} i B_{yr} odnoszą się do indukcji w połowach segmentów leżących odpowiednio po lewej i prawej stronie danej gałęzi. Poszczególne składowe są numerowane przez wpisanie kolejnej liczby jako indeksu górnego. Wszystkie równania sformułowane na podstawie prawa Ampera dla *m* oczek niezależnych można zapisać w postaci równania macierzowego [31, 37]:

$$\mathbf{A_m}\ \mathbf{H_m} + \mathbf{A_p}\ \mathbf{H_p} = \mathbf{S_J}\ \mathbf{J_{ex}} \tag{5.1}$$

gdzie: $\mathbf{H_m}$ jest wektorem kolumnowym składowych pola magnetycznego, które są związane z niezależnymi gałęziami drzewa,

$\mathbf{H_p}$ jest wektorem kolumnowym składowych pola magnetycznego, które są związane z zależnymi gałęziami drzewa,

$\mathbf{A_m}$ i $\mathbf{A_p}$ są macierzami wymiarów geometrycznych,

$\mathbf{S_J}$ oznacza wektor powierzchni elementarnych segmentów,

$\mathbf{J_{ex}}$ jest wektorem kolumnowym gęstości prądów zewnętrznych przenikających przez elementarne segmenty.

Dla wszystkich *p* niezależnych węzłów można na podstawie prawa Gaussa sformułować jedno równanie macierzowe w postaci [37, 54]:

$$\mathbf{C_{xa}B_{xa}} + \mathbf{C_{xb}B_{xb}} + \mathbf{C_{yl}B_{yl}} + \mathbf{C_{yr}B_{yr}} = \mathbf{0} \tag{5.2}$$

gdzie: $\mathbf{B_{xa}}$, $\mathbf{B_{xb}}$, $\mathbf{B_{yl}}$, $\mathbf{B_{yr}}$ są wektorami kolumnowymi składowych indukcji magnetycznej,

$\mathbf{C_{xa}}$, $\mathbf{C_{xb}}$, $\mathbf{C_{yl}}$, i $\mathbf{C_{yr}}$ są macierzami wymiarów geometrycznych boków segmentów, przez które przenikają odpowiednie strumienie magnetyczne.

Wektory $\mathbf{B_{xa}}$ i $\mathbf{B_{xb}}$ zawierają tylko składowe indukcji magnetycznej, które są związane z gałęziami niezależnymi drzewa i są one równoległe do kierunku RD. Z kolei wektory $\mathbf{B_{yl}}$ i $\mathbf{B_{yr}}$ zawierają wszystkie składowe indukcji w kierunku TD oraz część składowych indukcji równoległych do kierunku TD oraz przypisanych do gałęzi zależnych drzewa. Składowe indukcji związane z elementarnymi segmentami pola magnetycznego w blasze transformatorowej są w ogólnym przypadku nieliniowymi funkcjami składowych natężenia pola H_m i H_p:

$$\mathbf{B_{xa}} = f(\mathbf{M_{xam}H_m}, \mathbf{M_{xap}H_p}), \mathbf{B_{xb}} = f(\mathbf{M_{xbm}H_m}, \mathbf{M_{xbp}H_p}) \tag{5.3a}$$

$$\mathbf{B_{yl}} = f(\mathbf{M_{ylm}H_m}, \mathbf{M_{ylp}H_p}), \mathbf{B_{yr}} = f(\mathbf{M_{yrm}H_m}, \mathbf{M_{yrp}H_p}) \tag{5.3b}$$

gdzie: macierze typu **M** określają składowe natężenia pola, od których zależne są poszczególne składowe indukcji magnetycznej,

f są nieliniowymi funkcjami opisującymi zmiany składowych indukcji od odpowiednich składowych natężenia pola.

Jeżeli analiza rozkładu pola magnetycznego dotyczy obszaru zawierającego blachę transformatorową i powietrze, to wówczas zależności (5.3a) i (5.3b) będą miały postać:

$$\mathbf{B_{xa}} = \mathbf{G_{xam}H_m} + (\mathbf{M_{xam}H_m}, \mathbf{M_{xap}H_p}), \quad \mathbf{B_{xb}} = \mathbf{G_{xbm}H_m} + f(\mathbf{M_{xbm}H_m}, \mathbf{M_{xbp}H_p}) \tag{5.4a}$$

$$\mathbf{B}_{yl} = \mathbf{G}_{ylm}\mathbf{H}_m + f(\mathbf{M}_{ylm}\mathbf{H}_m, \mathbf{M}_{ylp}\mathbf{H}_p), \quad \mathbf{B}_{yr} = \mathbf{G}_{yrm}\mathbf{H}_m + f(\mathbf{M}_{yrm}\mathbf{H}_m, \mathbf{M}_{yrp}\mathbf{H}_p) \tag{5.4b}$$

gdzie: macierze typu **G** określają składowe indukcji i natężenia pola w elementarnych segmentach powietrza..

Ponieważ szukanymi składowymi mają być składowe natężenia pola H_p, to wykorzystując zależność (5.1) wektor $\mathbf{H_m}$ może być zastąpiony przez wektor $\mathbf{H_p}$:

$$\mathbf{H}_m = \mathbf{A}_m^{-1}(\mathbf{S}_J\mathbf{J}_{ex} - \mathbf{A}_p\mathbf{H}_p). \tag{5.5}$$

Wówczas równanie (5.2) można sprowadzić do ogólnej postaci:

$$\begin{aligned}&\mathbf{C}_{xa} f(\mathbf{M}_{xam}\mathbf{A}_m^{-1}(\mathbf{S}_J\mathbf{J}_{ex} - \mathbf{A}_p\mathbf{H}_p), \mathbf{M}_{xap}\mathbf{H}_p) + \mathbf{C}_{xb} f(\mathbf{M}_{xbm}\mathbf{A}_m^{-1}(\mathbf{S}_J\mathbf{J}_{ex} - \mathbf{A}_p\mathbf{H}_p), \mathbf{M}_{xbp}\mathbf{H}_p) + \\ &\mathbf{C}_{yl} f(\mathbf{M}_{ylm}\mathbf{A}_m^{-1}(\mathbf{S}_J\mathbf{J}_{ex} - \mathbf{A}_p\mathbf{H}_p), \mathbf{M}_{ylp}\mathbf{H}_p) + \mathbf{C}_{yr} f(\mathbf{M}_{yrm}\mathbf{A}_m^{-1}(\mathbf{S}_J\mathbf{J}_{ex} - \mathbf{A}_p\mathbf{H}_p), \mathbf{M}_{yrp}\mathbf{H}_p) = \mathbf{0}\end{aligned} \tag{5.6}$$

Założono, że do analizowanego obszaru nie wpływają żadne strumienie zewnętrzne. W przeciwnym wypadku po prawej stronie równania (5.2) będzie występował wektor strumieni zewnętrznych wpływających do analizowanego obszaru.

5.2. Uwzględnienie modelu histerezy magnetycznej w obliczeniach zmian indukcji

Uwzględnienie histerezy magnetycznej w analizie rozkładu pola magnetycznego jest zagadnieniem znacznie trudniejszym niż wprowadzenie do równań nieliniowej lecz jednoznacznej charakterystyki magnesowania. Trajektoria punktu (H,B) (rys. 3.2) zależy od wcześniejszej wartości natężenia pola i indukcji oraz od tendencji zmian poszczególnych składowych natężenia pola (znaku pochodnej względem czasu). Uwzględnienie histerezy magnetycznej jest relatywnie proste, jeśli pole magnetyczne może być traktowane jako jednowymiarowe jak np. w kolumnach lub jarzmie transformatora. Natomiast uwzględnienie histerezy magnetycznej w obliczeniach zmian indukcji w narożach lub obszarach T rdzeni transformatorów wymaga przyjęcia, że pole magnetyczne ma charakter dwuwymiarowy a zmiany poszczególnych składowych indukcji zależą od zmian składowych natężenia pola zarówno w kierunku RD jak i kierunku TD.

W rozdziale 3.1 opisany został sposób aproksymacji zmian histerezowych oparty na funkcji eksponencjalnej. Zmiany indukcji magnetycznej względem zmian natężenia mogą być przedstawione z wykorzystaniem zależności odpowiednio (3.1) i (3.2). Poszczególne składowe indukcji magnetycznej można w ogólnym przypadku przedstawić jako:

$$B = t_r B_r(H) + t_d\ B_d(H) \tag{5.7}$$

gdzie: $t_r = 1$ jeśli natężenie H narasta, w przeciwnym przypadku $t_r = 0$,
$t_d = 1$ jeśli natężenia H maleje, w przeciwnym przypadku $t_d = 0$,
$B_r(H)$ jest zależnością w postaci (3.1), przedstawiającą zmiany indukcji dla narastających wartości natężenia pola,
$B_d(H)$ jest zależnością w postaci (3.2), przedstawiającą zmiany indukcji dla malejących wartości natężenia pola.

Przykładowy zapis dla składowej indukcji B_{xa}^{41} jako nieliniowej funkcji składowej natężenia pola H_m^{41} (rys. 5.1) ma postać:

$$B_{xa}^{41}(H_m^{41}) = t_{mr}^{41}\left\{ B_b(H_m^{41}) + \Delta B_{mr}^{41}\ \exp[-k_{Hr}(H_m^{41} - H_{m0}^{41})]\right\} + \\ t_{dm}^{41}\left\{ B_u(H_m^{41}) - \Delta B_{md}^{41}\ \exp[k_{Hd}(H_m^{41} - H_{m0}^{41})]\right\} \tag{5.8}$$

gdzie: $\Delta B_{mr}^{41} = B_{m0}^{41} - B_b(H_{m0}^{41})$ jest początkową różnicą indukcji B_{m0}^{41} na trajektorii zmian dla natężenia H_{m0} i indukcji $B_b(H_{m0}^{41})$ na dolnej krzywej granicznej dla tej samej wartości natężenia,

$\Delta B_{md}^{41} = B_u(H_{m0}^{41}) - B_{m0}^{41}$ jest początkową różnicą indukcji $B_u(H_{m0}^{41})$ na górnej krzywej granicznej dla natężenia H_{m0} i indukcji B_{m0}^{41} na trajektorii zmian dla tej samej wartości natężenia,

Składowe indukcji B_{xb}, B_{yl} i B_{yr} związane z segmentami żelaza są zapisywane podobnie jak zależność (5.8). Wszystkie te zależności przedstawiane mogą być w postaci, która przykładowo dla wektora $\mathbf{B_{xa}}$ składowych indukcji B_{xa}, jest następująca:

$$\mathbf{B_{xa}} = \mathbf{T_{xar}}.*\mathbf{B_{xar}}(\mathbf{H_m}) + \mathbf{T_{xad}}.*\mathbf{B_{xad}}(\mathbf{H_m}) \tag{5.9}$$

przy czym:

$$\mathbf{B_{xar}}(\mathbf{H_m}) = \mathbf{B_{bm}}(\mathbf{H_m}) + \mathbf{\Delta B_{mr}}.*\exp[-k_{Hr}(\mathbf{H_m} - \mathbf{H_{m0}})] \tag{5.10a}$$

$$\mathbf{B_{xad}}(\mathbf{H_m}) = \mathbf{B_{um}}(\mathbf{H_m}) - \mathbf{\Delta B_{md}}.*\exp[k_{Hd}(\mathbf{H_m} - \mathbf{H_{m0}})] \tag{5.10b}$$

gdzie: $\mathbf{B_{bm}}$ jest wektorem kolumnowym indukcji na dolnych krzywych granicznej pętli histerezy jako funkcji $B = f(H)$ dla składowych natężenia pola H_m,

$\mathbf{B_{um}}$ jest wektorem kolumnowym indukcji na górnych krzywych granicznej pętli histerezy jako funkcji $B = f(H)$ dla składowych natężenia pola H_m,

$\mathbf{\Delta B_{mr}}$ jest wektorem kolumnowym różnic ΔB_{mr},

$\mathbf{\Delta B_{md}}$ jest wektorem kolumnowym różnic ΔB_{md},

znak .* oznacza mnożenie odpowiadających sobie elementów wektorów kolumnowych.

Funkcje typu exp oznaczają, że każdy element wektorów kolumnowych $k_H(\mathbf{H}-\mathbf{H_{m0}})$ jest argumentem funkcji eksponencjalnej.

Podobną postać jak wyrażenia (5.9), (5.10a) oraz (5.10b) mają zależności dla pozostałych wektorów składowych indukcji $\mathbf{B_{xb}}$, $\mathbf{B_{yl}}$ i $\mathbf{B_{yp}}$. Zależności te zostają wprowadzone do równania (5.2), którego rozwiniętą formę przedstawia równanie (5.6), zawierające macierze typu **M**, określające składowe natężenia pola, od których zależne są poszczególne składowe indukcji magnetycznej. Należy podkreślić, że wektor składowych natężenia pola $\mathbf{H_m}$ musi być zastąpiony wektorem składowych natężenia $\mathbf{H_p}$ zgodnie ze wzorem (5.5).

Równanie (5.6) jest układem nieliniowych równań algebraicznych. Taki układ powinien być rozwiązywany metodą Newtona-Raphsona. Nie ma istotnych problemów w uzyskaniu

rozwiązań tego układu równań, jeśli charakterystyka magnesowania jest nieliniowa ale jednoznaczna. W tej metodzie konieczne jest wyznaczenia macierzy Jacobiego jako macierzy pochodnych poszczególnych równań układu (5.6) względem składowych natężenia pola H_p, będących elementami wektora kolumnowego $\mathbf{H_p}$ [12]. Uzyskany wektor $\mathbf{H_p}$ przyjmowany jest w następnym kroku obliczeń jako pierwsze przybliżenie rozwiązania dla nowej wartości prądu zewnętrznego. Należy jednak zaznaczyć, że dość często przy rozwiązywaniu układu nieliniowych równań algebraicznych występują problemy dotyczące m.in. niewłaściwego skalowania macierzy układu równań, skutkujące brakiem zbieżności rozwiązania. W przypadku uwzględnienia jednoznacznej charakterystyki magnesowania blachy transformatorowej problemy takie występowały przy wartościach indukcji rzędu 1,5 – 1,6 T a więc bliskich nasycenia magnetycznego. Natomiast uwzględnienie histerezy magnetycznej powodowało, że trajektorie poszczególnych składowych indukcji zmieniały się, jeśli następowały zmiany pochodnych odpowiadających składowych natężenia pola. Rozwiązywanie układu równań (5.6) z uwzględnieniem histerezy magnetycznej za pomocą metody Newtona-Raphsona pozwalało na uzyskiwanie stabilnych rozwiązań przy stosunkowo niewielkich, maksymalnych wartościach indukcjach około 0,6 T. Dlatego też w przypadku wymuszeń powodujących wzrost niektórych składowych indukcji do wartości bliskich nasycenia, obliczenia zmian indukcji były realizowane w ten sposób, że dla zadanych wymuszeń wyznaczano rozkład natężeń pola magnetycznego przy uwzględnieniu nieliniowej ale jednoznacznej charakterystyki magnesowania, a po uzyskaniu rozkładu natężenia pola w całym analizowanym obszarze dokonywano wyznaczania zmian indukcji magnetycznej z uwzględnieniem histerezy magnetycznej. Kierowano się przy tym sugestiami zawartymi w [65, 68], aby najpierw badania prowadzić na modelach uproszczonych, oddzielając pewne zjawiska, które w rzeczywistości są nierozdzielne.

W obliczeniach numerycznych wyznaczano więc natężenia pola i indukcji magnetycznej przy założeniu nieliniowej ale jednoznacznej charakterystyki magnesowania. Obszar próbki blachy transformatorowej podzielono na 225 kwadratowych segmentów elementarnych. Dla każdej wartości prądów zewnętrznych wymuszających pole magnetyczne wyznaczano wektory $\mathbf{H_m}$ i $\mathbf{H_p}$ składowych natężenia pola odpowiednio H_m i H_p. Na podstawie wyznaczonych wektorów $\mathbf{H_m}$ i $\mathbf{H_p}$ określano następnie wektory $\mathbf{B_m}$ i $\mathbf{B_p}$ składowych indukcji magnetycznej B_m i B_p. Dla każdego elementarnego segmentu podziału obszaru występowania pola magnetycznego wyznaczano kierunki natężenia pola magnetycznego względem kierunku walcowania (RD), przy czym natężenie pola w kierunku RD przyjmowano jako średnią arytmetyczną składowych natężeń danego segmentu w kierunku RD a natężenie pola w kierunku TD jako średnią arytmetyczną składowych natężeń danego segmentu w kierunku TD i na przykład dla segmentu z rys. 5.1 wyznaczonego przez krawędzie siatki ze składowymi natężenia pola $H_m^{41}, H_m^{81}, H_p^{61}$ oraz H_p^{62} kąt magnesowania α_H jest określony jako:

$$\alpha_H = \operatorname{arctg} \frac{H_p^{61} + H_p^{62}}{H_m^{41} + H_m^{81}}. \tag{5.11}$$

Wyznaczenie kątów natężenia pola względem kierunku walcowania jest niezbędne do przyjęcia wartości współczynników w_{RD} i w_{TD} szybkości zmian natężenia pola w kierunku RD i kierunku TD (wzory (4.8)-(4.11)). Również dla każdej wartości prądów wymuszających pole magnetyczne sprawdzano warunek nasycenia (wzór (4.12)). Jeśli suma wartości bezwzględnych indukcji w kierunku RD oraz indukcji w kierunku TD podzielonej przez cos45° przekroczyła wartość indukcji nasycenia B_{nas}, to w zależności od kąta magnesowania w danym segmencie zmniejszała się składowa indukcji w kierunku RD lub kierunku TD (por. rozdz. 4). Dla przykładowego elementarnego segmentu jak poprzednio warunek nasycenia ma postać:

$$\mathrm{abs}\left(\frac{B_{xa}^{41}+B_{xb}^{81}}{2}\right)+\mathrm{abs}\left(\frac{B_{yr}^{61}+B_{xl}^{62}}{2}\right)\le B_{nas}\,. \tag{5.12}$$

Jeżeli w jakimś elementarnym segmencie warunek (5.12) nie był spełniony, to w zależności od kąta zmian natężenia pola składowe indukcji tego elementu w kierunku TD były wyznaczane jako różnica indukcji nasycenia B_{nas} i odpowiednich składowych w kierunku RD lub odwrotnie. Wówczas wektory kolumnowe składowych indukcji $\mathbf{B_m}$ i $\mathbf{B_p}$ miały postać:

$$\mathbf{B_m}=a_m\mathbf{S_{RD}}.*\mathrm{arctg}(b_m\mathbf{H_m})+\left[(\mathbf{ones}(m,1)-\mathbf{S_{RD}}).*(\mathbf{M_{wmp}}\,(B_{\mathrm{nas}}\,\mathbf{ones}(p,1)-\mathbf{B_p}\right] \tag{5.13}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{B_p}&=a_p\mathbf{S_{TD}}.*\mathrm{arctg}\left[b_p(\mathbf{H_p}+H_{c1}\mathbf{ones}(p,1))\right]+a_p\mathbf{S_{TD}}.*\mathrm{arctg}\left[b_p(\mathbf{H_p}-H_{c2}\mathbf{ones}(p,1))\right]+\\&\left[(\mathbf{ones}(p,1)-\mathbf{S_{TD}}).*(\mathbf{M_{wpm}}\,(B_{\mathrm{nas}}\,\mathbf{ones}(m,1)-\mathbf{B_m}\right]\end{aligned} \tag{5.14}$$

gdzie: a_m, b_m są parametrami dotyczącymi kierunku RD,

a_p, b_p są parametrami dotyczącymi kierunku TD,

$\mathbf{S_{RD}}$ jest wektorem kolumnowym o m elementach; jeśli dana składowa indukcji B_m nie maleje na skutek niespełnienia warunku nasycenia, to odpowiedni element tego wektora jest równy 1, w przeciwnym przypadku równy 0,

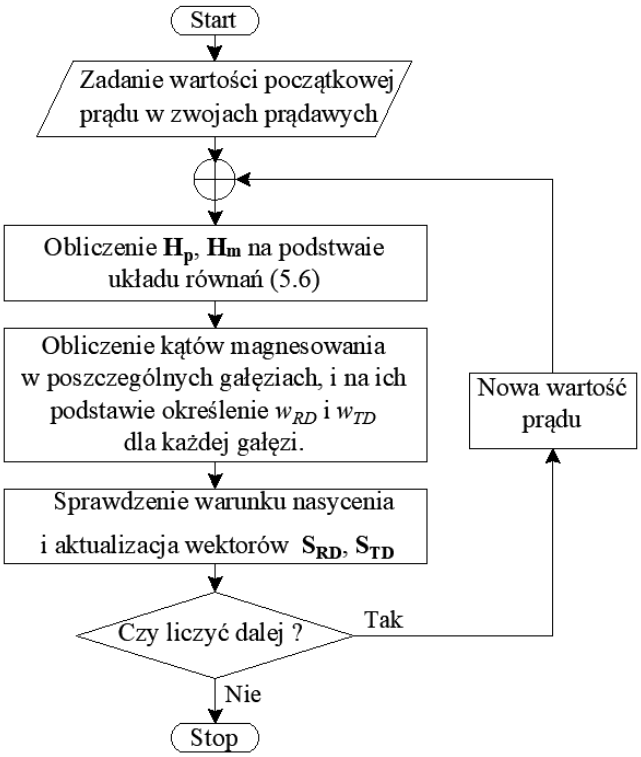
$\mathbf{S_{TD}}$ jest wektorem kolumnowym o p elementach; jeśli dana składowa indukcji B_p nie maleje na skutek niespełnienia warunku nasycenia, to odpowiedni element tego wektora jest równy 1, w przeciwnym przypadku równy 0,

$\mathbf{M_{wmp}}$ jest macierzą wyboru składowej indukcji B_p, jeśli pewna składowa indukcji B_m maleje na skutek niespełnienia warunku nasycenia,

$\mathbf{M_{wpm}}$ jest macierzą wyboru składowej indukcji B_m, jeśli pewna składowa indukcji B_p maleje na skutek niespełnienia warunku nasycenia,

ones(m lub p**,**1**)** jest wektorem kolumnowym m lub p jedynek.

Algorytm wyznaczania zmian natężenia pola i indukcji przy założeniu nieliniowej ale jednoznacznej charakterystyki magnesowania przedstawiony jest na rys. 5.2.



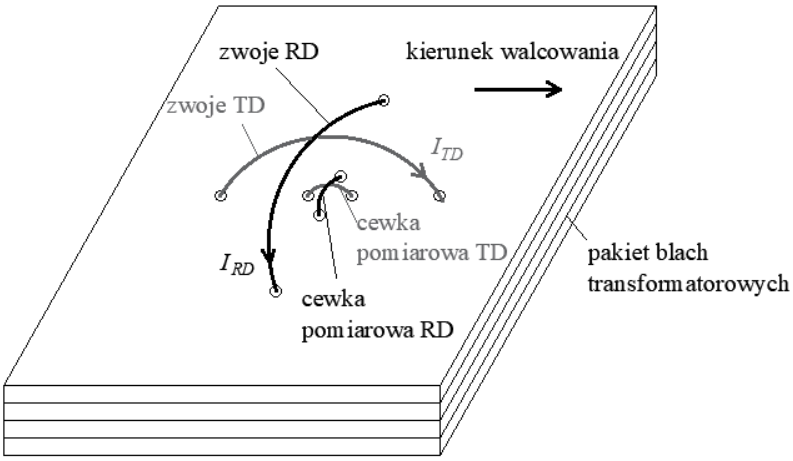
Rys. 5.2. Algorytm wyznaczania zmian natężenia pola i indukcji magnetycznej przy uwzględnieniu nieliniowej, jednoznacznej charakterystyki magnesowania

Wektory $\mathbf{H_m}$ i $\mathbf{H_p}$ wyznaczone dla każdej wartości prądów zewnętrznych wykorzystano następnie do analizy zmian indukcji z uwzględnieniem histerezy magnetycznej. Dla każdej wartości prądów zewnętrznych sprawdzane są znaki przyrostów wszystkich składowych natężenia pola związanych z segmentami odnoszącymi się do blachy transformatorowej. Jeśli pewna składowa natężenia pola przestaje narastać i zaczyna maleć, to odpowiedni element wektora kolumnowego $\mathbf{T_r}$ przyjmuje wartość zero a odpowiadający mu element w wektorze $\mathbf{T_d}$ przyjmuje wartość jeden. Oznacza to, że po zmianie znaku przyrostu tej składowej natężenia pola w nieliniowym równaniu macierzowym (5.6) nie jest już uwzględniona część zależności (5.7) występująca przy czynniku t_r, lecz jest uwzględniana druga część tej zależności stojąca przy czynniku t_d, która przedstawia zmiany składowej indukcji magnetycznej dla malejącej wartości odpowiedniej składowej natężenia pola. Algorytm uwzględnienia histerezy magnetycznej przedstawiony jest na rys. 5.2. Ponieważ suma indukcji magnetycznej w kierunku RD i kierunku TD nie może być większa od indukcji nasycenia testowanej blachy transformatorowej, to również w przypadku uwzględnienia histerezy magnetycznej indukcje nasycenia w poszczególnych kierunkach muszą być uaktualniane w każdym kroku obliczeń jak to opisano w rozdziale 4.2.

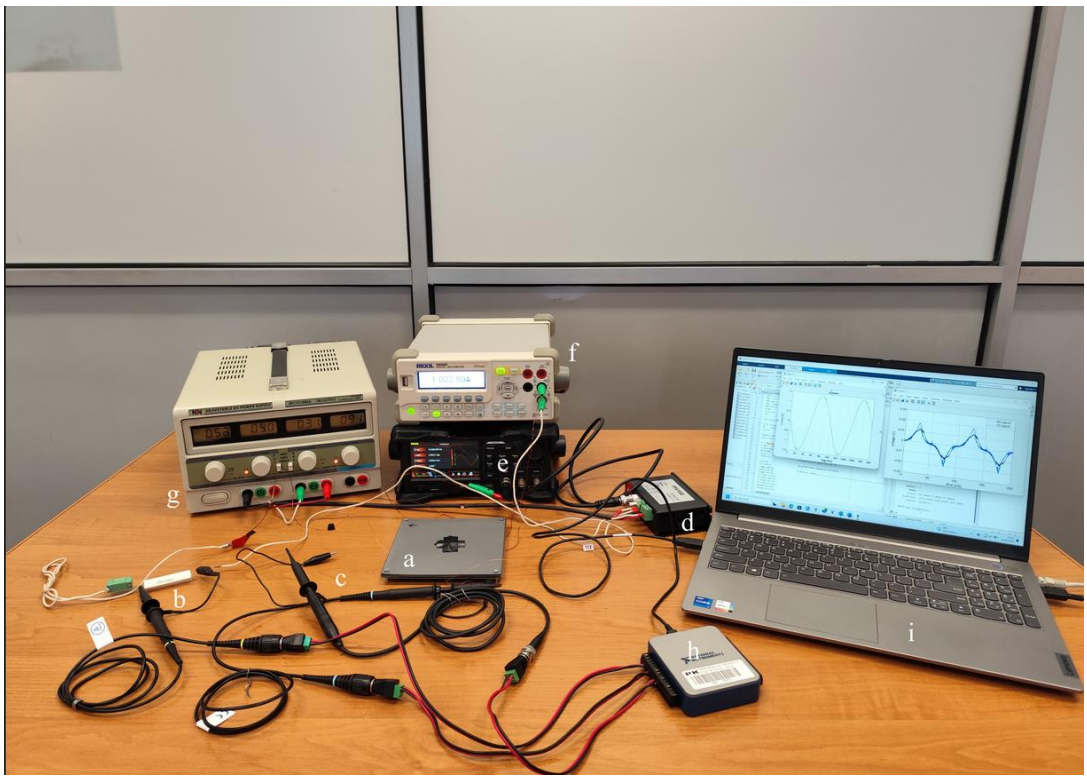
5.3. Weryfikacja pomiarowa sposobu wyznaczania zmian indukcji

Pomiary natężenia pola magnetycznego i indukcji magnetycznej są pomiarami trudnymi zwłaszcza jeśli dotyczą pomiarów tych wielkości wewnątrz materiału ferromagnetycznego np. wewnątrz blachy transformatorowej [43, 56, 63, 66, 67]. Problematyczny jest zwłaszcza pomiar natężenia pola. Dotychczas nie ma narzędzi, które pozwalałyby na bezpośrednie, szybkie i relatywnie proste pomiary tych wielkości magnetycznych. Pomiary indukcji dokonywane są często za pomocą cewek pomiarowych przenikających przez pakiet testowanych blach. Jednak należy zwrócić uwagę, że pomiary za pomocą cewek mogą być prowadzone tylko przy polach przemiennych, przy czym wykonanie otworów w pakiecie blach na umieszczenie cewek pomiarowych zniekształca rozkład pola magnetycznego. Do pomiarów rozkładu indukcji stosuje się niekiedy tzw. metodę igiełkową opisaną w [66]. Również w sposób pośredni proponuje się pomiar natężenia pola magnetycznego wewnątrz testowanej blachy przez rejestrację napięć indukowanych w dwóch cewkach pomiarowych umieszczonych po obu stronach blachy, przy czym osie tych cewek są wzajemnie prostopadłe. Wykorzystuje się przy tym twierdzenie, że składowa styczna natężenia pola magnetycznego nie zmienia swojej wartości na granicy środowisk; w przypadku blachy na granicy testowana blacha-powietrze. Jednak problematyczne jest w tym przypadku wykonanie bardzo cienkich płaskich cewek o odpowiednio dużej liczby zwojów, aby z pomiarów napięć tych cewek uzyskać użyteczny sygnał. Przykład takiego pomiaru przedstawiono w [73]

W celu weryfikacji poprawności wyznaczania zmian indukcji w testowanej blasze transformatorowej typu M120-27S wykonano pakiet z dwunastu blach transformatorowych o wymiarach 140x140 mm (rys. 5.3 i rys. 5.4). W czterech otworach o średnicy 1 mm umieszczono dwie cewki pomiarowe, z których pierwsza mierzyła napięcie indukowane przez strumień magnetyczny w kierunku RD, a druga w kierunku TD. Każda z cewek pomiarowych miała pięć zwojów wykonanych z drutu o średnicy 0,2 mm. Zmiany pola wymuszane były przez dwa zwoje, z których pierwszy wymuszał pole w kierunku RD, drugi w kierunku TD. Zwoje umieszczone były w otworach o średnicy około 1,5 mm. Przez zwoje prąd o zadanej wartości skutecznej mógł płynąc osobno przez każdy zwój lub przez zwoje połączone szeregowo. Pomiary wykonano przy prądzie sinusoidalnym o częstotliwości 10 Hz w celu uniknięcia wpływu prądów wirowych (por. rys. 3.1) dla dwóch wartości skutecznych prądu zwojów 3 A i 6 A, przy czym zwoje były zasilane osobno lub były połączone szeregowo. Zmiany indukcji wyznaczano w oparciu o prawo Faradaya na podstawie zmierzonych napięć.



Rys. 5.3. Uproszczony widok pakietu blach transformatorowych z cewkami pomiarowymi i zwojami.



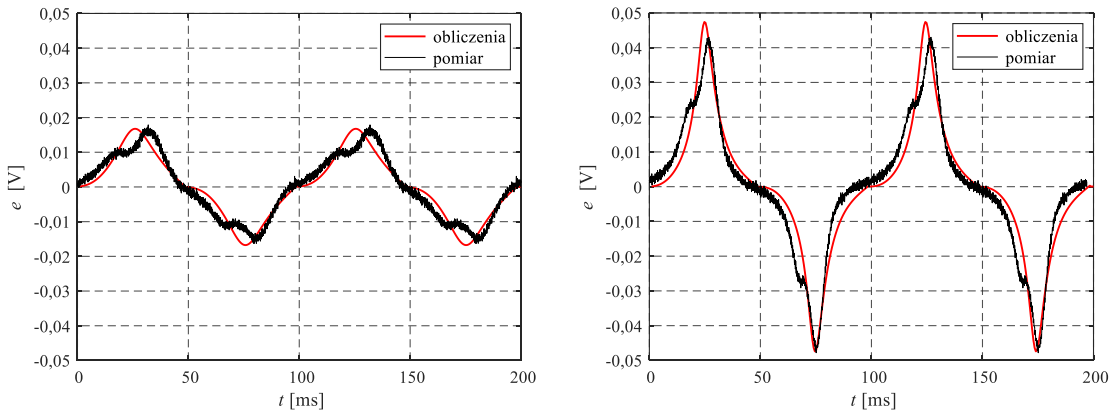
Rys. 5.4. Widok stanowiska laboratoryjnego z pakietem blach transformatorowych
a- pakiet blach transformatorowych, układ z rysunku 5.3,
b- pomiar prądu poprzez pomiar napięcia na rezystorze 0,22 Ω, 10W,
c- sondy napięciowe do pomiaru sygnału wyindukowanego na cewkach sygnałowych RD i TD,
d- wzmacniacz mocy sygnału FPA1000,
e- generator przebiegu sinusoidalnego Rigol DG 2072,
f- multimetr stołowy Rigol DM3058E – pomiar wartości skutecznej prądu sinusoidalnego,
g- zasilacz regulowany DF1731SB5A,
h- karta pomiarowa National Instruments 6002,
i- komputer personalny z oprogramowaniem MATLAB do akwizycji sygnałów

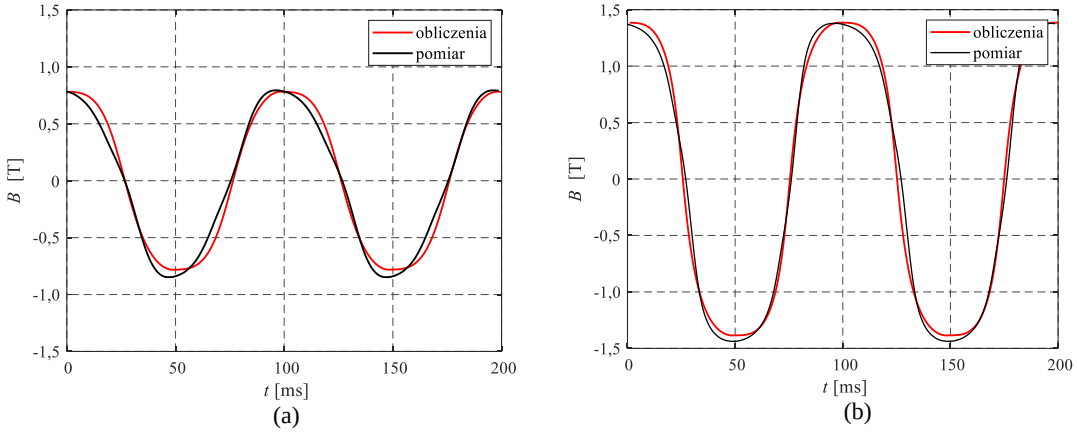
Pomiary wykonano również dla tych samych wartości skutecznych prądu dla częstotliwości 5, 20, 30, 40 i 50 Hz w celu oceny wpływu prądów wirowych na zmiany indukcji. W tabeli 5.1 zamieszczone są amplitudy zmian indukcji w kierunku RD przy przepływie prądu o wartości skutecznej 3 A i 6 A przez zwój wymuszający pole magnetyczne w tym kierunku. Amplituda zmian indukcji przy częstotliwości 10 Hz i prądzie 3 A była około 1,2 % mniejsza od amplitudy wyznaczonej przy częstotliwości 5 Hz. Dla częstotliwości większych od 10 Hz były znacznie większe z uwagi na oddziaływanie prądów wirowych. Przy prądzie 6 A różnice między amplitudami zmian indukcji dla poszczególnych częstotliwości były mniejsze ze względu na osiągnięcie przez indukcje magnetyczne wartości bliskich indukcji nasycenia. Ze względu na relatywnie małe różnice między amplitudami zmian indukcji dla częstotliwości 5 Hz i 10 Hz pomiary weryfikacyjne wykonano przy częstotliwości 10 Hz ze względu na znaczne zniekształcenia napięcia cewek pomiarowych przy częstotliwości 5 Hz.

Tabela 5.1. Amplitudy B_{max} zmian indukcji wzdłuż kierunku RD

Częstotliwość [Hz]	5	10	20	30	40	50
B_{max} (3 A) [T]	0,86	0,85	0,78	0,71	0,66	0,61
B_{max} (6 A) [T]	1,42	1,41	1,40	1,39	1,38	1,37

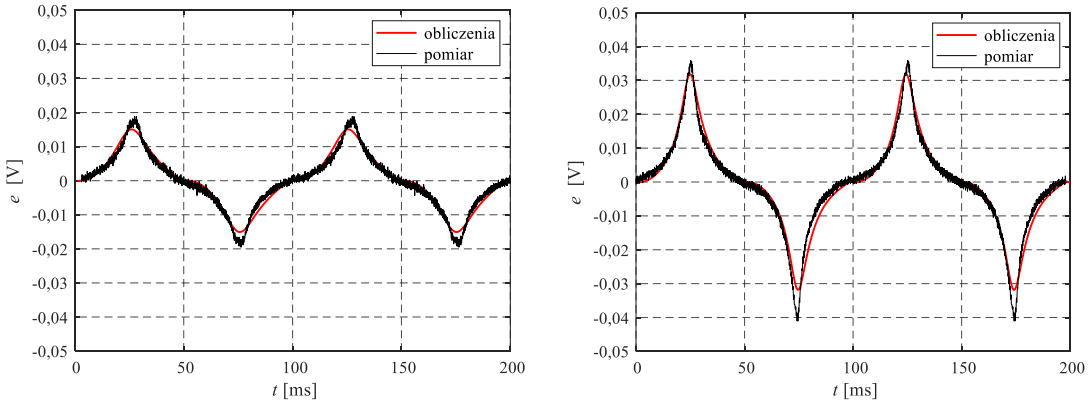
Zarejestrowane napięcia cewek pomiarowych wykorzystano do wyznaczenia zmian indukcji. Dla tych samych warunków jak przy pomiarach wykonano obliczenia zmian indukcji i zmian napięcia w analogicznych punktach blachy transformatorowej. Rysunek 5.5 przedstawia zmiany napięcia indukowanego w cewce pomiarowej oraz indukcji magnetycznej wzdłuż kierunku RD dla prądu zwojów 3 A i 6 A.

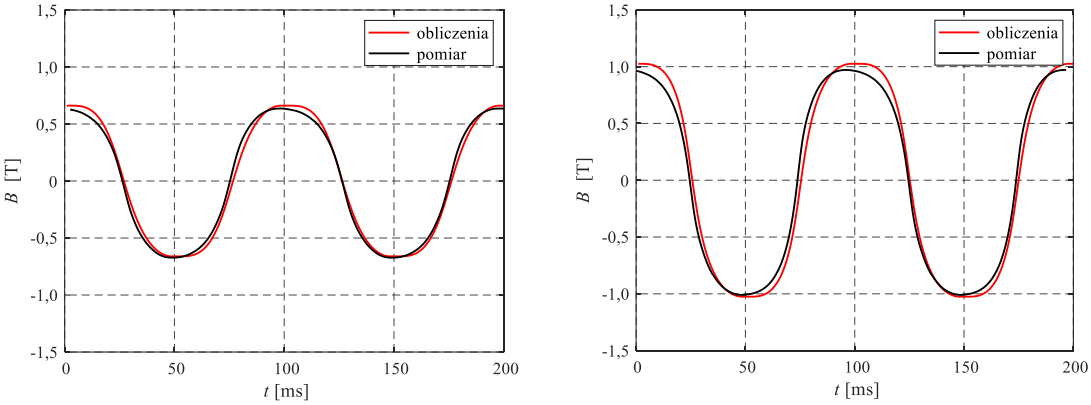




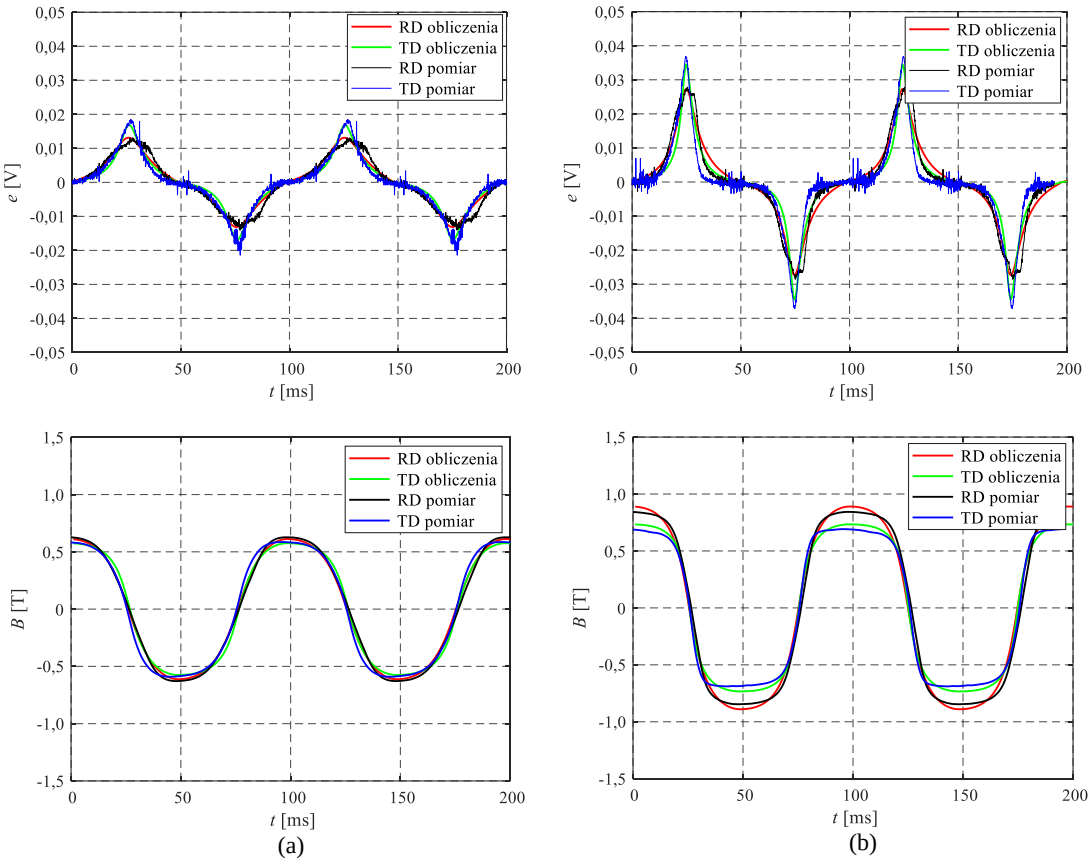
Rys. 5.5. Napięcia cewki pomiarowej RD i zmiany indukcji wzdłuż kierunku RD wyznaczone i obliczone numerycznie dla prądu zwoju RD: a) 3 A, b) 6 A; linie czarne – zarejestrowane napięcia cewki RD i zmiany indukcji wyznaczone na podstawie tych napięć, linie czerwone – napięcia i zmiany indukcji wyznaczone na podstawie zaproponowanego modelu magnesowania blach transformatorowych

Zmiany napięcia drugiej cewki pomiarowej i indukcji magnetycznej wzdłuż kierunku TD dla tych samych wartości prądu zwojów zamieszczone są na rys. 5.6. Pomiary wykonane zostały także dla szeregowego połączenia obu zwojów i analogicznych jak poprzednio wartości prądów. Zmiany napięcia i indukcji zmierzone i obliczone na podstawie modelu przemagnesowania blachy transformatorowej zamieszczone są na rys. 5.7. Przy prądzie 3 A zmiany indukcji w kierunku RD i kierunku TD są prawie takie same. Jednakże, przy prądzie 6 A amplitudy zmian indukcji zarówno w kierunku RD jak i kierunku TD są znacznie mniejsze niż wówczas gdy zwoje były zasilane oddzielnie. Jest to spowodowane tym, że suma indukcji magnetycznej w obu kierunkach nie może być większa od indukcji nasycenia testowanej blachy transformatorowej.





Rys. 5.6. Napięcia cewki pomiarowej TD i zmiany indukcji wzdłuż kierunku TD wyznaczone i obliczone numerycznie dla prądu zwoju TD: a) 3 A, b) 6 A; oznaczenia kolorów linii jak na rys. 5.5



Rys. 5.7. Napięcia cewek pomiarowych i zmiany indukcji wzdłuż kierunku RD i kierunku TD wyznaczone i obliczone numerycznie dla prądu zwojów połączonych szeregowo: a) 3 A, b) 6 A; czerwony i niebieski kolor – zarejestrowane napięcia cewek i zmiany indukcji wyznaczone na podstawie tych napięć, czerwony i zielony kolor – napięcia i zmiany indukcji wyznaczone na podstawie zaproponowanego modelu magnesowania blach transformatorowych

Należy zaznaczyć, że przebiegi zmian indukcji i odpowiednich napięć zostały obliczone w sposób uproszczony, gdyż z uwagi na wspomniane wcześnie problemy numeryczne zmiany

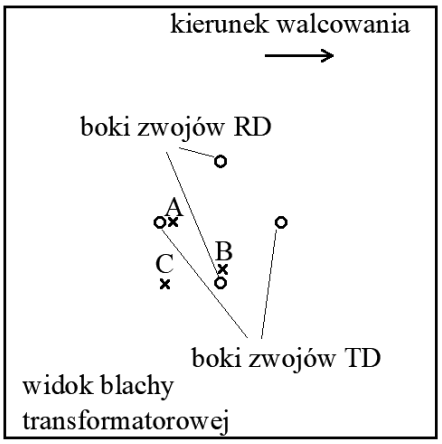
natężenia pola były najpierw wyznaczane przy pominięciu zjawiska histerezy i w dalszych pracach badawczych należy dążyć do rozwiązywania równań rozkładu pola magnetycznego z bezpośrednim uwzględnieniem histerezy magnetycznej. Warto podkreślić, że czasy obliczeń numerycznych zmian indukcji z uwzględnieniem histerezy są znacznie dłuższe w porównaniu do czasów przy uwzględnieniu nieliniowej ale jednoznacznej charakterystyki magnesowania, ale uwaga ta dotyczy głównie obliczeń zmian indukcji w przypadku dwuwymiarowego pola magnetycznego.

Celem wyznaczania zmian indukcji w blachach transformatorowych jest nie tylko analiza rozkładu pola magnetycznego ale również oszacowanie strat w rdzeniu transformatora. W literaturze jest szereg artykułów dotyczących wyznaczania strat w blachach elektrotechnicznych [21, 46, 47, 63]. Ważną pozycją dotyczącą szacowania strat jest [42], w której określono wpływ struktury domenowej na wielkość strat w materiałach magnetycznie miękkich.

Należy jednak podkreślić, że straty histerezowe można szacować na podstawie powierzchni pętli histerezy tylko w przypadku jeśli magnesowanie następuje wzdłuż kierunku RD lub kierunku TD. W innych przypadkach wektory natężenia pola i indukcji magnetycznej nie są współliniowe i wówczas straty histerezowe powinny być wyznaczane na podstawie wzoru ogólnego [3, 66].

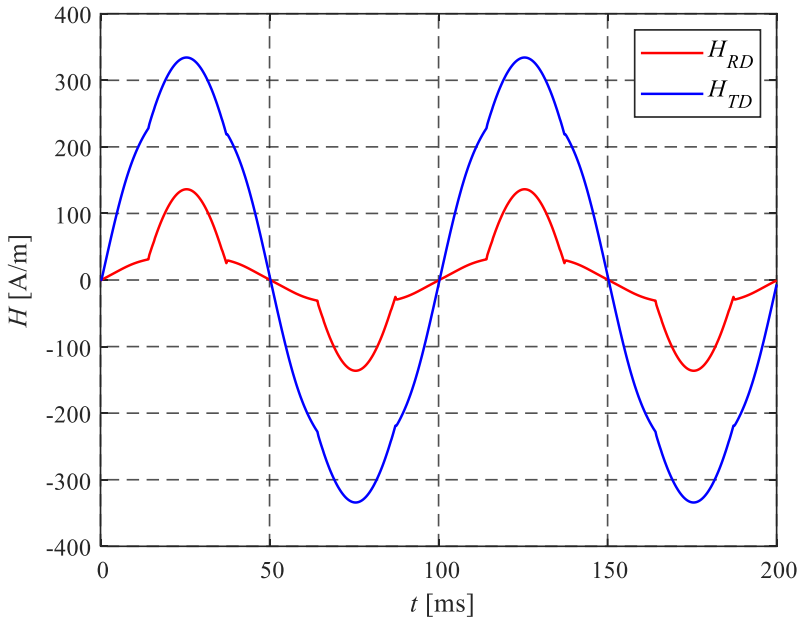
6. PRZYKŁADY WYZNACZANIA ZMIAN INDUKCJI W PRÓBCE BLACHY TRANSFORMATOROWEJ

Na bazie zaproponowanego w poprzednim rozdziale algorytmu wyznaczania zmian indukcji wykonano obliczenia numeryczne zmian natężenia pola oraz indukcji magnetycznej w trzech punktach próbki testowanej blachy transformatorowej (rys. 6.1). Pierwszy z tych punktów oznaczony jako A dotyczył segmentu położonego bezpośrednio przy zezwojach TD, punkt B odnosił się do segmentu położonego przy zezwojach RD, a trzeci punkt oznaczony jako C był równomiernie oddalony od obu zezwojów. Założono, że prąd o wartości skutecznej 6 A płynął przez szeregowo połączone zezwoje RD i TD.

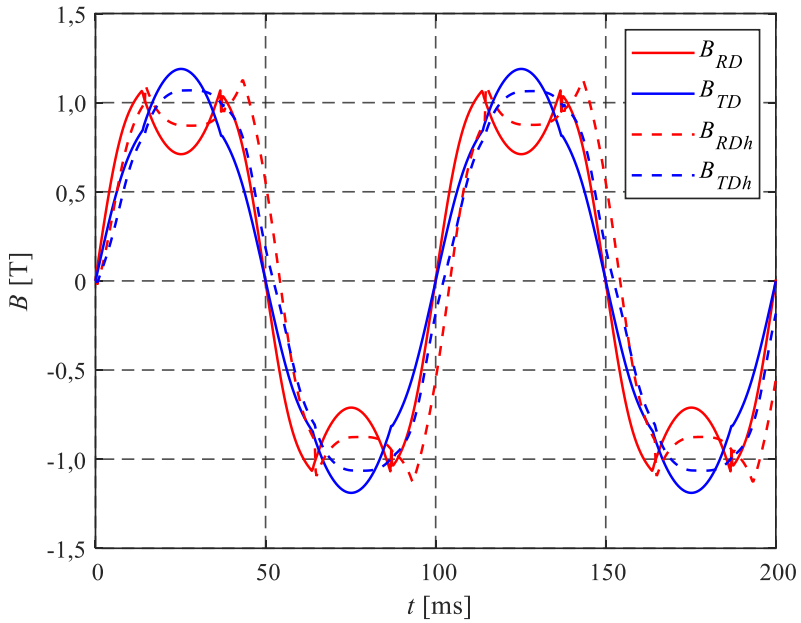


Rys. 6.1. Punkty A, B i C na próbce testowanej blachy transformatorowej, dla których wykonano obliczenia zmian natężenia pola i indukcji magnetycznej

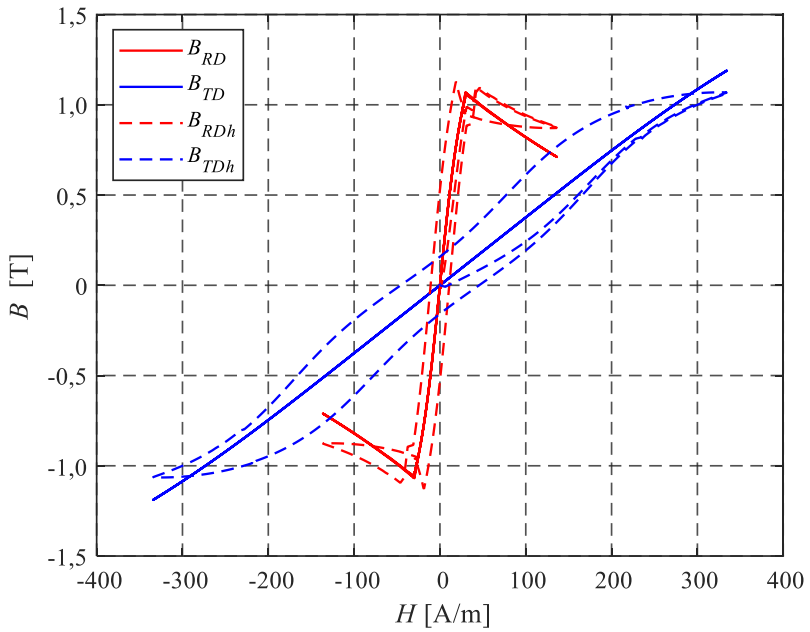
Na rysunkach 6.2, 6.3 oraz 6.4 przedstawiono odnoszące się do punktu A (rys. 6.1) zmiany natężenia pola w funkcji prądu płynącego przez zezwoje, zmiany indukcji magnetycznej w kierunku RD i kierunku TD przy założeniu nieliniowej lecz jednoznacznej charakterystyki magnesowania i z uwzględnieniem histerezy magnetycznej oraz pętle histerezy magnetycznej.



Rys. 6.2. Zmiany w punkcie A natężenia pola w kierunku RD i kierunku TD



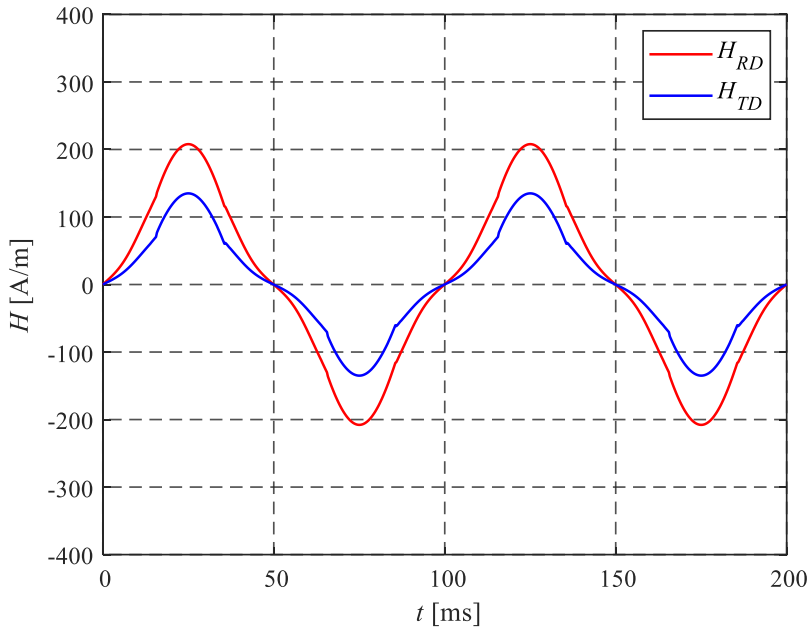
Rys. 6.3. Zmiany w punkcie A indukcji magnetycznej w kierunku RD i kierunku TD: B_{RD} – indukcja w kierunku RD bez uwzględnienia histerezy, B_{RDh} – indukcja w kierunku RD z uwzględnieniem histerezy, B_{TD} – indukcja w kierunku TD bez uwzględnienia histerezy, B_{TDh} – indukcja w kierunku TD z uwzględnieniem histerezy



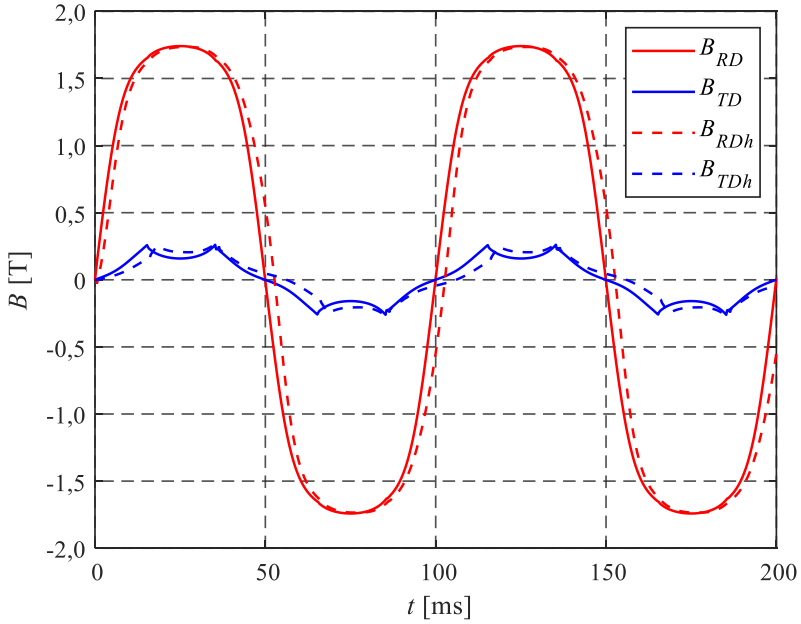
Rys. 6.4. Pętle histerezy dotyczące punktu A w kierunku RD i kierunku TD

Podczas narastania natężenia pola magnetycznego w elementarnym segmencie podziału próbki blachy w punkcie A następuje szybkie narastanie indukcji w kierunku RD i znacznie wolniejsze w kierunku TD. Jednak przy pewnej wartości natężenia nie jest spełniony warunek nasycenia. W efekcie następuje zmniejszanie się indukcji w kierunku RD a stopniowe zwiększanie indukcji w kierunku TD z uwagi, że w rozpatrywanym punkcie (elementarnym segmencie) kąt magnesowania (kąt zmian natężenia pola) odniesiony do kierunku RD jest większy od 54,7°. Warto zwrócić uwagę na charakterystyczne „zagięcia" zmian indukcji w kierunku RD przedstawione na rys. 6.3 Takie zmiany indukcji zostały szczegółowo opisane w rozdziale 4.

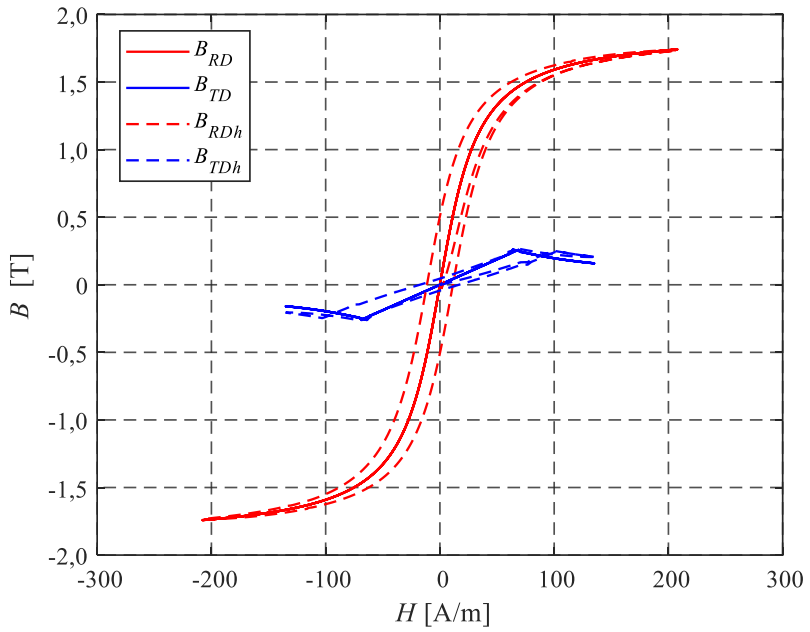
Na rysunkach 6.5, 6.6 oraz 6.7 przedstawiono dla punktu B analogiczne zmiany jak poprzednio. W tym przypadku kąt magnesowania dla rozpatrywanego punktu (elementarnego segmentu) jest bliski kierunkowi RD. W związku z tym w przypadku niespełnienia warunku nasycenia dominują zmiany indukcji w kierunku RD, a indukcja w kierunku TD osiąga relatywnie niewielkie wartości.



Rys. 6.5. Zmiany w punkcie B natężenia pola w kierunku RD i kierunku TD

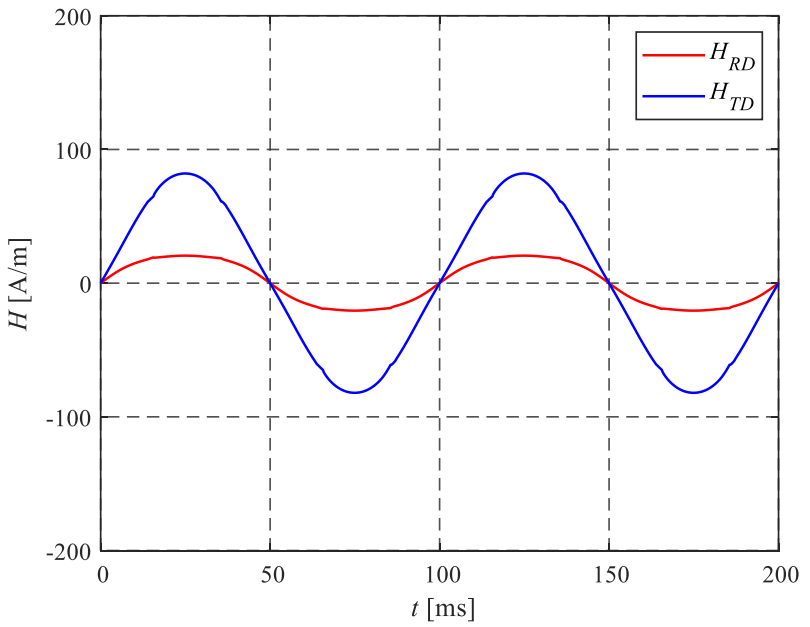


Rys. 6.6. Zmiany w punkcie B indukcji magnetycznej w kierunku RD i kierunku TD: B_{RD} – indukcja w kierunku RD bez uwzględnienia histerezy, B_{RDh} – indukcja w kierunku RD z uwzględnieniem histerezy, B_{TD} – indukcja w kierunku TD bez uwzględnienia histerezy, B_{TDh} – indukcja w kierunku TD z uwzględnieniem histerezy

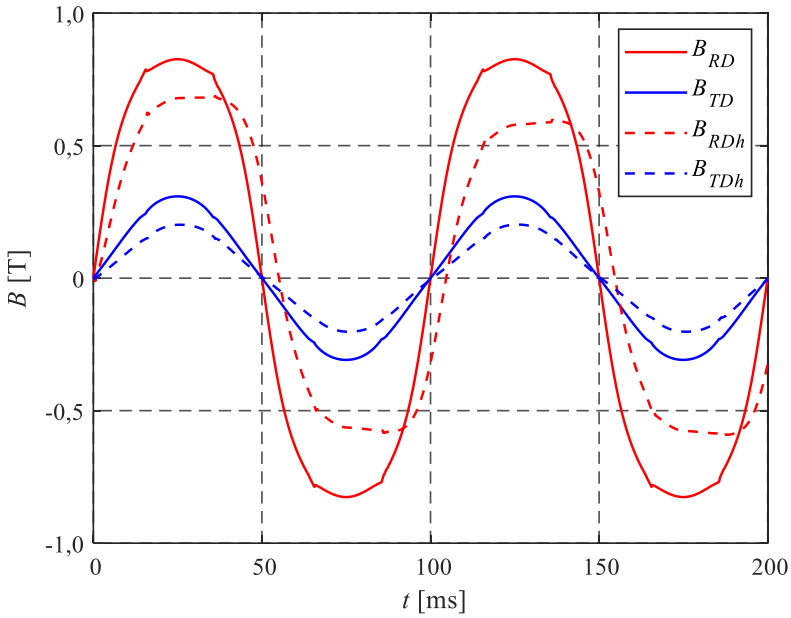


Rys. 6.7. Pętle histerezy dotyczące punktu B w kierunku RD i kierunku TD

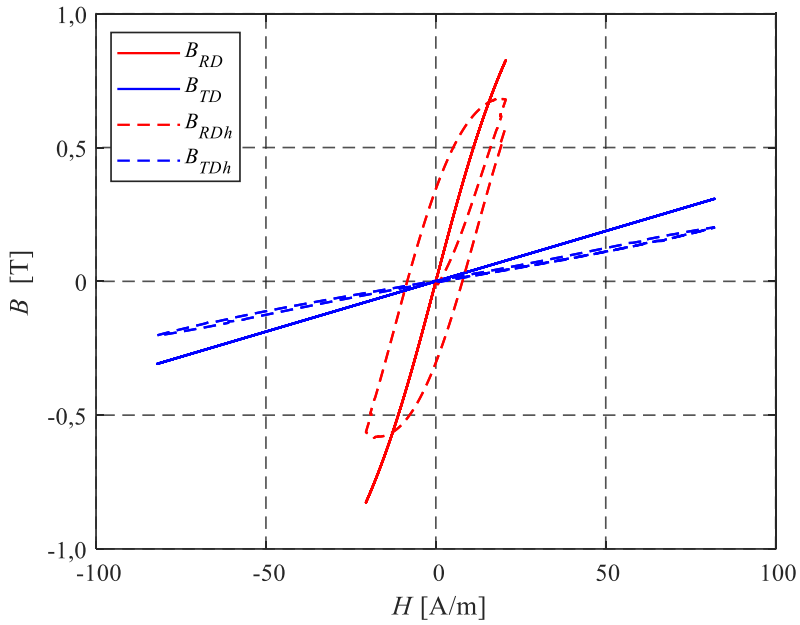
W punkcie C algebraiczna suma wartości bezwzględnych indukcji w kierunku RD i kierunku TD jest mniejsza od indukcji nasycenia.



Rys. 6.8. Zmiany w punkcie C natężenia pola w kierunku RD i kierunku TD

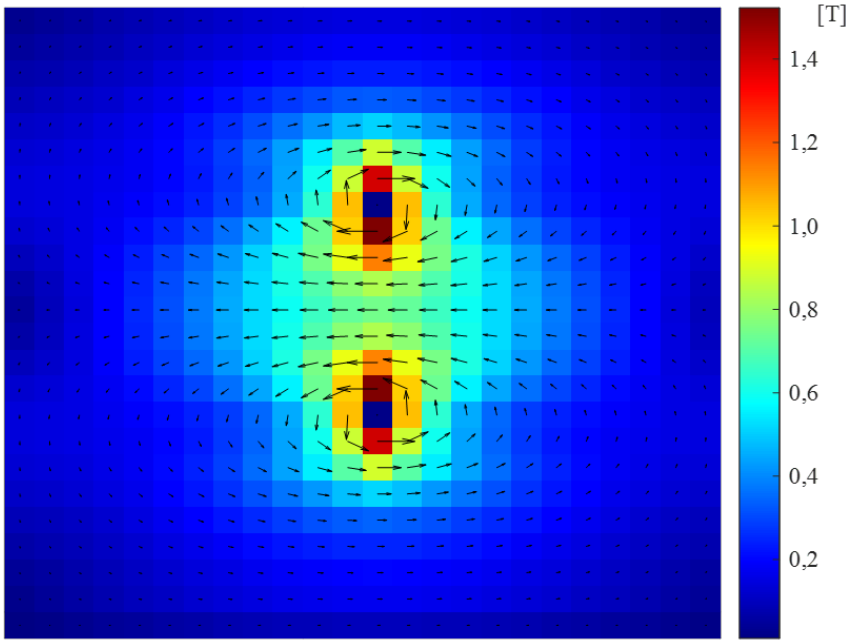


Rys. 6.9. Zmiany w punkcie C indukcji magnetycznej w kierunku RD i kierunku TD: B_{RD} – indukcja w kierunku RD bez uwzględnienia histerezy, B_{RDh} – indukcja w kierunku RD z uwzględnieniem histerezy, B_{TD} – indukcja w kierunku TD bez uwzględnienia histerezy, B_{TDh} – indukcja w kierunku TD z uwzględnieniem histerezy

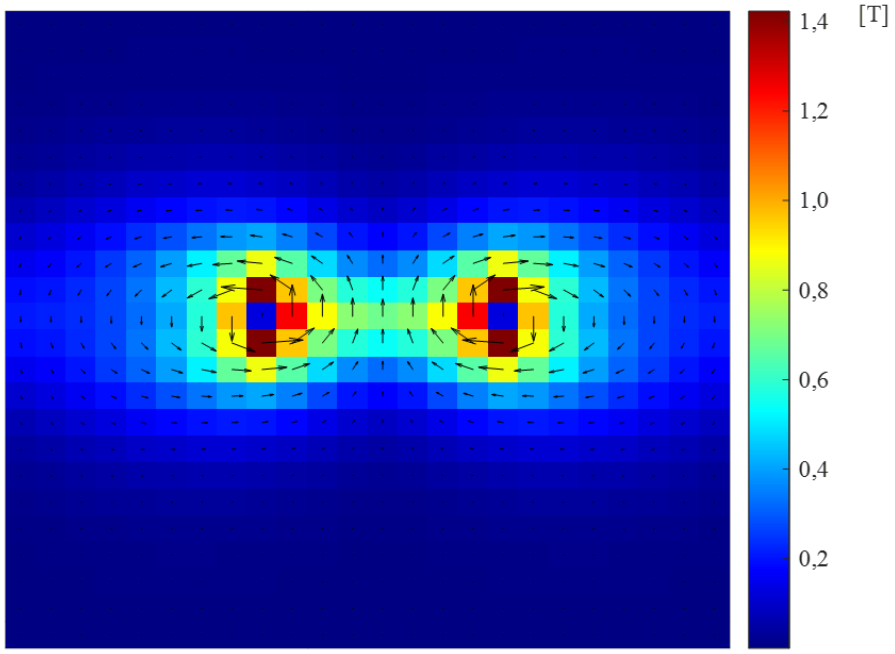


Rys. 6.10. Pętle histerezy dotyczące punktu C w kierunku RD i kierunku TD

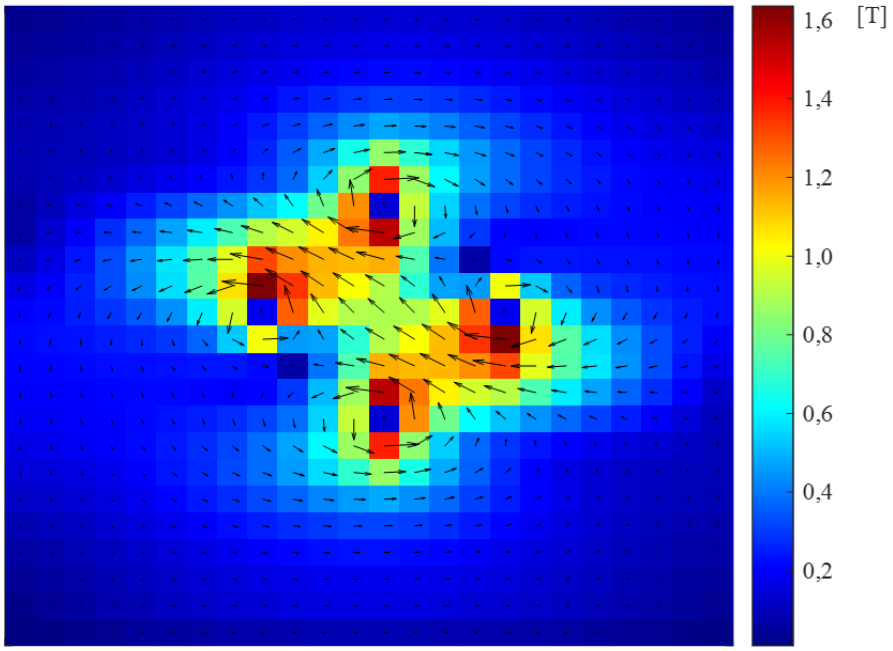
W analizie zmian indukcji w blachach transformatorowych istotne są nie tylko zmiany w konkretnych, wybranych punktach ale również rozkład indukcji na płaszczyźnie blachy. Na kolejnych trzech rysunkach przedstawiono rozkład indukcji magnetycznej na płaszczyźnie próbki blachy transformatorowej. Strzałki pokazują kierunek wypadkowego wektora indukcji w poszczególnych elementarnych segmentach podziału próbki blachy. Wartość maksymalną indukcji w segmentach obrazuje długość strzałki i kolor segmentu.



Rys. 6.11. Rozkład indukcji w próbce blachy transformatorowej przy zasilaniu zwojów RD



Rys. 6.12. Rozkład indukcji w próbce blachy transformatorowej przy zasilaniu zwojów TD



Rys. 6.13. Rozkład indukcji w próbce blachy transformatorowej przy zasilaniu szeregowym zwojów RD i TD

Tego typu obrazy rozkładu indukcji są pomocne ocenie obszarów, w których występują największe wartości indukcji i najprawdopodobniej największe straty histerezowe. Może to mieć istotne znaczenie w badaniach zmian indukcji w narożach i obszarach T w rdzeniu transformatorów trójfazowych.

Wydaje się, że sensowe jest wyznaczanie zmian indukcji magnetycznej w blachach transformatorowych z uwzględnieniem histerezy magnetycznej, mimo pewnego uproszczenia analizy polegającej na wyznaczaniu wektorów kolumnowych składowych natężenia pola przy założeniu nieliniowej lecz jednoznacznej charakterystyki magnesowania. Aczkolwiek istotne byłoby porównanie wielkości strat histerezowych przy uproszczonej analizie ze stratami, które powinny być wyznaczone na bazie rozwiązywania nieliniowych równań algebraicznych z bezpośrednim uwzględnieniem histerezy magnetycznej. Przeszkodą mogą być w tym przypadku problemy z uzyskiwaniem stabilnych rozwiązań w metodzie Newtona-Raphsona przy znacznych wartościach indukcji magnetycznej.

7. PODSUMOWANIE

7.1. Wnioski z prac badawczych

Głównym celem niniejszej rozprawy było przedstawienie propozycji modelowania procesu magnesowania blach transformatorowych o strukturze krystalicznej w dowolnym kierunku na jej płaszczyźnie. W postawionej we wprowadzeniu tezie pracy założono, że zmiany indukcji magnetycznej w blachach transformatorowych dla dowolnego kierunku magnesowania mogą być wyznaczane z uwzględnieniem histerezy magnetycznej i tekstury Gossa tylko na podstawie dwóch odpowiednio modyfikowanych charakterystyk magnesowania wyznaczonych dla kierunku walcowania blachy transformatorowej i kierunku prostopadłego do kierunku walcowania. Wykazanie poprawności tej tezy wymagało przeprowadzenia kilku etapów prac badawczych.

Wyjściowym zagadnieniem było przyjęcie sposobu modelowania pętli histerezy o dowolnym kształcie począwszy od „klasycznego" kształtu pętli histerezy wyznaczonej na przykład wzdłuż kierunku walcowania blachy transformatorowej a skończywszy na kształcie pętli histerezy wyznaczonej dla kierunku poprzecznego tej blachy. W rozdziale drugim przedstawiono zwięzłą charakterystykę blach transformatorowych a prezentację podstawowych parametrów blach transformatorowych oparto o informacje od jedynego polskiego producenta tych blach. W rozdziale trzecim omówiono trzy sposoby aproksymacji zmian indukcji uwzględniając zjawisko histerezy magnetycznej. Zasadniczym zadaniem było wyznaczanie granicznej pętli histerezy dla dowolnego kierunku magnesowania, bowiem z natury zjawiska histerezy wynika, że zmiany położenia dowolnego punktu muszą odbywać się wewnątrz pętli granicznej. Problem zasadniczy tkwił w tym, że kształt pętli granicznej zależy istotnie od kierunku zmian natężenia pola magnetycznego. W pierwszym podejściu wykorzystywano graniczne pętle histerezy wyznaczone pomiarowo dla siedmiu wybranych kierunków magnesowania na płaszczyźnie wybranej blachy transformatorowej, w tym dla kierunku walcowania i kierunku poprzecznego. W drugim sposobie wyznaczania granicznej pętli histerezy wykorzystano charakterystyczne parametry zmierzonej granicznej pętli dla kierunku poprzecznego. W trzecim sposobie do opisu granicznej pętli histerezy wykorzystano dwie funkcje arctg odpowiednio przesunięte względem siebie. Wyznaczone numerycznie graniczne pętle histerezy porównano z pętlami wyznaczonymi pomiarowo. Odpowiedni dobór parametrów poszczególnych sposobów aproksymacji pętli granicznych pozwalał na akceptowalne pod względem inżynierskim odwzorowanie pętli zmierzonych. Należy jednak pamiętać, że pętle wyznaczone pomiarowo są rzutem wypadkowego wektora indukcji, którego nie da się bezpośrednio zmierzyć, na kierunek magnesowania. Ze względu na dość złożone wyznaczanie parametrów w drugim sposobie aproksymacji granicznej pętli histerezy w dalszych badaniach dotyczących modelowania procesu magnesowania blach transformatorowych wykorzystywano pierwszy i trzeci sposób aproksymacji granicznej pętli

histerezy. Należy wspomnieć, że do aproksymacji zmian indukcji, związanych z tzw. cząstkowymi pętlami histerezy wewnątrz pętli granicznej, wykorzystano funkcję eksponencjalną, która pozwala na przedstawienie trajektorii zmian dowolnego punktu wewnątrz granicznej pętli histerezy w zależności od zmian natężenia pola.

W czwartym rozdziale zaproponowany został sposób wyznaczania zmian indukcji w blachach transformatorowych. Zmiany indukcji wyznaczano w oparciu o tylko dwie graniczne pętle histerezy, z których jedna dotyczyła kierunku walcowania a druga kierunku poprzecznego. Obie pętle były odpowiednio modyfikowane w zależności od kierunku zmian natężenia pola w poszczególnych elementarnych segmentach obszaru występowania pola magnetycznego. Do aproksymacji granicznej pętli histerezy wzdłuż kierunku walcowania wykorzystano pierwszy sposób, który opiera się na bezpośredniej aproksymacji pętli granicznej wyznaczonej pomiarowo dla kierunku walcowania, natomiast dla kierunku poprzecznego wykorzystano sposób oparty na dwóch funkcjach typu arctg odpowiednio przesuniętych względem siebie. Modyfikacje tych granicznych pętli histerezy realizowane były przez zmiany współczynników zależnych od kierunku magnesowania, przez które mnożone były wartości odpowiednich składowych natężenia pola. Im większy był kąt magnesowania, tym wolniej narastała indukcja w kierunku walcowania a szybciej wzdłuż kierunku poprzecznego i odwrotnie. W rozdziale czwartym zwrócono uwagę na warunek nasycenia związany z faktem, że algebraiczna suma indukcji wzdłuż osi łatwego magnesowania równoległej do kierunku walcowania oraz indukcji wzdłuż dwóch osi łatwego magnesowania tworzących kąt 45° z płaszczyzną blachy nie może być większa od indukcji nasycenia danej blachy transformatorowej. W zależności od kierunku zmian natężenia pola przy niespełnieniu warunku nasycenia odpowiednie składowe indukcji w kierunku walcowania i kierunku poprzecznym rosną lub maleją. Wyniki obliczeń zmian indukcji przy wykorzystaniu tylko dwóch, odpowiednio modyfikowanych granicznych pętli histerezy porównano z pętlami zmierzonymi dla kilku wybranych kierunków magnesowania. Przedstawiono niemierzalne zmiany indukcji w kierunku walcowania i kierunku poprzecznym dla kilku wybranych kątów magnesowania między kierunkiem walcowania (0°) i kierunkiem poprzecznym (90°).

Propozycję uwzględnienia zjawiska histerezy w równaniach rozkładu pola magnetycznego w blachach transformatorowych przedstawiono w rozdziale piątym. Wykorzystano w tym celu równania sformułowane wcześniej na bazie zmodyfikowanej metody zastępczych sieci reluktancyjnych. Przedstawiono sposób uwzględnienia histerezy magnetycznej w poszczególnych elementarnych segmentach podziału obszaru występowania pola magnetycznego. Obliczenia zmian indukcji wykonano najpierw przy założeniu jednoznacznej ale nieliniowej charakterystyki magnesowania dla założonych zmian prądów zewnętrznych wymuszających pole magnetyczne w próbce blachy. Uwzględniano przy tym warunek nasycenia w poszczególnych segmentach elementarnych. Wyznaczone wektory kolumnowe składowych natężenia pola wykorzystano następnie do analizy zmian indukcji przy uwzględnieniu zjawiska histerezy. Weryfikację zaproponowanego sposobu uwzględnienia zjawiska histerezy w równaniach pola magnetycznego przeprowadzono przez porównanie wyników obliczeń numerycznych z wynikami uzyskanymi na laboratoryjnym stanowisku

pomiarowym, którego głównym elementem był pakiet blach transformatorowych ze zwojami wymuszającymi prąd w kierunku walcowania lub w kierunku poprzecznym albo jednocześnie w obu kierunkach. Z uwagi na znane trudności techniczne dotyczące pomiaru natężeń pola magnetycznego, weryfikację przeprowadzono w sposób pośredni porównując obliczone i wyznaczone pomiarowo napięcia indukowane w dwóch cewkach pomiarowych i wykorzystując te napięcia wyznaczono i porównano ze sobą odpowiednie zmiany indukcji. Należy przy tym zaznaczyć, że w pełni poprawnie należałoby zmiany indukcji wyznaczać numerycznie rozwiązując macierzowy układ nieliniowych równań algebraicznych metodą Newtona-Raphsona. Ten układ równań dawał zadowalające rozwiązania, ale przy maksymalnej indukcji nieprzekraczającej około 1,2 T, a więc poniżej indukcji nasycenia. Wynikało to prawdopodobnie z trudności z właściwym skalowaniem macierzy równań rozkładu pola magnetycznego. W rozdziale szóstym przedstawiono przykładowe wyniki obliczeń numerycznych w wybranych punktach próbki blachy transformatorowej, przy czym obliczenia wykonano dla kilku przypadków wymuszenia pola magnetycznego w próbce blachy.

7. 2. Zagadnienia dalszych prac badawczych

Przedstawione w niniejszej rozprawie propozycje uwzględnienia histerezy magnetycznej w analizie zmian indukcji w blachach transformatorowych nie rozwiązują całkowicie tego problemu, zwłaszcza w odniesieniu do analizy zmian indukcji w narożach rdzeni transformatorów, zwłaszcza w obszarach połączeń kolumn z jarzmem. W tych przypadkach pole magnetyczne powinno być traktowane jako pole dwuwymiarowe w przeciwieństwie kolumn i jarzma, gdzie pole magnetyczne może być opisane za pomocą jednych składowych natężenia pola i indukcji magnetycznej. Wówczas zagadnienie uwzględnienia zjawiska histerezy nie jest zbyt skomplikowane oraz nie występuje konieczność sprawdzania warunku nasycenia magnetycznego. Wymaga to jednak opracowania algorytmu generowania siatki podziału obszaru występowania pola magnetycznego na elementarne segmenty o kształcie prostokątnym ale o różnych wymiarach, zwłaszcza, że segmenty dotyczące stref powietrza (np. okna rdzenia) mogą mieć znacznie większe wymiary niż segmenty związane bezpośrednio z rdzeniem transformatora, zwłaszcza transformatora trójfazowego. W przypadku elementarnych segmentów o różnych wymiarach niezbędne będzie opracowanie sposobu automatycznego generowania macierzy wymiarów geometrycznych występujących w równaniach pola magnetycznego.

Kolejnym, istotnym zagadnieniem jest przeprowadzenie odpowiedniego skalowania macierzy, aby układ nieliniowych równań algebraicznych mógł być rozwiązywany metodą Newtona-Raphsona. Jednak należy pamiętać, że parametry tych równań mogą zmieniać się przy kolejnych wartościach prądów wymuszających zmiany pola magnetycznego, co może dodatkowo utrudniać uzyskanie stabilnego rozwiązania przy wartościach indukcji z zakresu zakrzywienia charakterystyki magnesowania.

Niebudząca wątpliwości weryfikacja poprawności zaproponowanego sposobu wyznaczania zmian indukcji w blachach transformatorowych wymaga wykonania obliczeń

rozkładu pola magnetycznego dla kilku rdzeni transformatorów trójfazowych i porównania wyników obliczeń z odpowiednimi wynikami pomiarów. Należy jednak mieć na uwadze, że bezpośrednie pomiary natężenia pola w rdzeniu transformatora są praktycznie niemożliwe do wykonania. Weryfikacji można dokonywać przez porównywanie napięć zmierzonych przez cewki pomiarowe odpowiednio umieszczone na rdzeniu transformatora z napięciami obliczonymi numerycznie dla takich samych warunków bądź porównywanie zmian indukcji wyznaczonych na bazie zarejestrowanych napięć ze zmianami indukcji obliczonymi numerycznie. Takie pomiary i taka weryfikacja powinna przede wszystkim dotyczyć zmian indukcji w narożach i w obszarach połączeń kolumn z jarzmem, gdyż przemagnesowanie ma tam charakter przemagnesowania obrotowego. Jest zrozumiałe, że wymaga to uwzględnienia w obliczeniach wpływu prądów wirowych w blachach rdzenia transformatora. Niezbędne będzie wówczas sformułowanie odrębnej siatki dla prądów wirowych, powiązanej z siatką pola magnetycznego, gdyż zmienne pole magnetyczne jest przyczyną występowania prądów wirowych, które z kolei wpływają na zmiany pola magnetycznego.

BIBLIOGRAFIA

1. Anuszczyk J., Rutkowski Z.: *Zastępczy schemat reluktancyjny ferromagnetyka*, Archiwum Elektrotechniki, Tom XXXIV, z. 3/4, 1985, s. 849-854.
2. Anuszczyk J., Pluta W.: *Ferromagnetyki miękkie w polach obrotowych. Badania i właściwości*, WNT, Warszawa 2009.
3. Attalah K., Howe D.: *Calculation of the rotational power loss in electrical steel laminations from measured H and B*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 29, No. 6, 1993, s. 3547-3549.
4. Basso V., Bertotti G.: *Hysteresis models for the description of domain wall motion*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 32, No. 5, 1996, s. 4210-4212.
5. Beckley P.: *Electrical steels for rotating machines*, Bell & Bain Ltd., Glasgow 2002.
6. Bertotti G., Mayergoyz I. D.: *The science of hysteresis*, Vol. I, Elsevier, Oxford 2006.
7. Bozorth R. M.: *Ferromagnetism*, IEEE Press, New York 1978.
8. Brailsford F.: *Materiały magnetyczne*, PWN, Warszawa 1964.
9. Cardelli E., Faba A., Laudani A., Pompei M.: *A challenging hysteresis operator for the simulation of Goss-textured magnetic materials*, Journal of Magnetism and Magnetic Materials, vol. 432, 2017, s. 14-32.
10. Cardelli E., Della Torre E., Faba A.: *Numerical modeling of hysteresis in Si-Fe steels*, IEEE Transactions on Magnetics., Vol. 50, No. 2, 2014.
11. Coulomb P.: *Tekstura w metalach o sieci regularnej*, PWN, Warszawa 1977.
12. Dahlquist G., Björck A.: *Metody numeryczne*, PWN, Warszawa 1983.
13. Dąbrowski M.: *Pola i obwody magnetyczne maszyn elektrycznych*, WNT, Warszawa 1971.
14. Dąbrowski M.: *Analiza obwodów magnetycznych. Straty mocy w obwodach*, PWN, Warszawa - Poznań 1981.
15. Demenko A.: *Three dimensional eddy current calculation using reluctance-conductance network formed by means of FE method*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 36, No. 4, 2000, s. 741-745.
16. Demenko A.: *Nowoczesne metody polowe w obliczeniach maszyn elektrycznych*, XLI Sympozjum Maszyn Elektrycznych, Jarnołtówek 2005, s. 20-29.
17. Enokizono M., Urata S.: *Dynamic vector magneto-hysteretic E&S model taking into account of eddy current effect*, Przegląd Elektrotechniczny, R. 83, Nr 4, 2007, s. 1-8.
18. Esposito N., Musolino., Raugi M.: *Equivalent network model for magnetic field and circuital analysis of transformers including hysteresis effects*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 32, No. 3, 1996, s. 1094-1097.
19. Fiorillo L., Dupré R., Appino C., Rietto A. M.: *Comprehensive model of magnetisation curve, hysteresis loops, and losses in any direction in grain-oriented Fe–Si*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 38, No. 3, 2002, s. 1467-1475.

20. Furuya A., Fujisaki J., Uehara Y., Shimizu K., Oshima H., Matsuo., *Micromagnetic hysteresis model dealing with magnetisation flip motion for grain-oriented silicon steel,* IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 50, No. 11, 2014.
21. Gmyrek Z., Pluta W.: *Pomiary i obliczenia strat mocy podczas przemagnesowania osiowego*, Przegląd Elektrotechniczny, R. 80, Nr 2, 2004, s. 99-102.
22. Gołębiowski L., Gołębiowski M., Mazur D.: *Możliwości obliczeń metodą FEM 3D stanów przejściowych oraz monoharmonicznych transformatorów wielouzwojeniowych trójkolumnowych*, VIII Seminarium Naukowe Wybrane Zagadnienia Elektrotechniki i Elektroniki, WZEE'2008, Białystok-Białowieża, 2008, s. 22-24.
23. Høidalen H., Lotfi A., Zirka S, Moroz Y., Chiesa N., Mork B.: *Benchmarking of hysteretic elements in topological transformer model*, Electric Power Systems Research, Elsevier, 2016.
24. IEC 60404-2 Magnetic materials, Part 2: *Methods of measurement of the magnetic properties of electrical steel sheet and strip by means of an Epstein frame*, International Electrotechnical Comission Std, 1996.
25. Ito S., Mifune T., Matsuo T., Kaido C.: *Macroscopic magnetization modeling of silicon steel sheets using an assembly of six-domain particles,* Journal of Applied Physics, Vol. 117, No. 17, 2015.
26. Iványi A.: *Hysteresis models in electromagnetic computation*, Akadémiai Kiadó, Budapest 1997.
27. Jabłoński M.: *Transformatory*, WNT, Warszawa, 1993.
28. Jezierski E.: *Transformatory*, WNT, Warszawa, 1983.
29. Jiles D. C.: *Introduction to Magnetism and Magnetic Materials*, Chapman & Hall, London 1998.
30. Jiles D.C.: *Hysteresis models: non-linear magnetism on length scales from the atomistic to the macroscopic*, Journal of Magnetism and Magnetic Materials, Vol. 242-245, 2002, s. 116-124.
31. Kaczorek T.: *Macierze w automatyce i elektrotechnice*, WNT, Warszawa, 1984.
32. Kaltenbacher M., Volk A., Ertl M.: *Anisotropic model for the numerical computation of magnetostriction in grain-oriented electrical steel sheets*, COMPEL, Vol. 32, No. 5, 2013, s. 1620-1630.
33. Liorzou F., Phelps B., Atherton D.L.: *Macroscopic models of magnetization*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 36, No. 2, 2000, s. 418-427.
34. Mayergoyz I. D.: *Mathematical models of hysteresis*, Springer-Verlag, New York 1991.
35. Mazgaj W.: *Properties of magnetic hysteresis models*, Archives of Electrical Engineering, Vol. LV, No. 216, 2006, s. 147-161.
36. Mazgaj W.: *Direct calculation of the flux density and eddy current density in the analysis of a three-dimensional electromagnetic field*, Archives of Electrical Engineering, Vol. LVII, No. 223, 2008, s. 23-40.

37. Mazgaj W.: *Wyznaczanie rozkładu pola magnetycznego w materiałach magnetycznie miękkich z uwzględnieniem histerezy i anizotropii*, monografia Nr 379, seria Inżynieria Elektryczna i Komputerowa, Kraków 2010.
38. Mazgaj W., Szular Z., Sierzega M.: *Inverse model of the magnetic hysteresis based on exponential function*, Acta Physica Polonica, Vol. 136, No. 5, 2019, s. 724-730.
39. Mazgaj W., Sierzega M., Szular Z.: *Approximation of hysteresis changes in electrical steel sheets*, Energies, Vol. 14, No. 14, 2021.
40. Mazgaj W., Sierzega M., Tomczyk M.: *Determination of Changes in Flux Density of Transformer Steel Sheets*, Energies, Vol. 17, No. 1, 2023.
41. Morrish A. H.: *Fizyczne podstawy magnetyzmu*, PWN, Warszawa 1970.
42. Najgebauer M., Szczygłowski J., *Wpływ struktury domenowej na straty energii w materiałach magnetycznie miękkich*, Przegląd Elektrotechniczny, R. 82, Nr 12, 2006, s. 93-96.
43. Nałęcz M., Jaworski J.: *Miernictwo magnetyczne*, WNT, Warszawa 1968.
44. Pawluk K., Sikora R., Turowski J., Zakrzewski K.: *Analiza i synteza pól elektromagnetycznych*, PAN, Wrocław-Warszawa-Kraków-Gdańsk-Łódź, 1990.
45. Pfützner H.: *Rotational magnetization and rotational losses of grain oriented silicon steel sheets – Fundamental aspects and theory*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 30, No. 5, 1994, s. 2802-2807.
46. Pluta W.: *Anisotropy influence on loss components in electrical steel sheets*, Przegląd elektrotechniczny, R. 83, Nr 4, 2007, 38-47.
47. Pluta W., Soiński M., Rygał R.: *Pomiary właściwości anizotropowych blach elektrotechnicznych na jednym arkuszu*, Przegląd Elektrotechniczny, R. 80, Nr 2, 2004, s. 141-144.
48. Ribbenfjärd D.: *Electromagnetic transformer modelling including the ferromagnetic core*, Doctoral thesis in electrical systems, Stockholm 2010.
49. Roman A.: *Pole elektromagnetyczne w materiałach magnetycznie miękkich o uporządkowanej strukturze domenowej*, Wyd. Politechniki Częstochowskiej, Seria Monografie, Nr 43, Częstochowa 1996.
50. Rutkowski Z.: *Model reluktancyjny anizotropowego obwodu magnetycznego silnika indukcyjnego dla biegu jałowego*, Rozprawy Elektrotechniczne, Nr 33, z. 3-4, 1987, s. 729-744.
51. Sande H. V., Boonen T., Podoleanu I., Henrotte F., Hameyer K.: *Simulation of a three-phase transformer using an improved anisotropy model*, IEEE Transactions on Magnetics., Vol. 40, No. 2, 2004, s. 850 – 855.
52. Shin S., Schaefer R., DeCooman B.C.: *Anisotropic magnetic properties and domain structure in Fe-3%Si(110) steel sheet*, Journal of Applied Physics, Vol. 109, No. 7, 07A307, 2011.
53. Sierżęga M., Mazgaj W.: *Modelling of magnetisation processes in transformer steel sheets*, Archives of Electrical Engineering, Vol. 72, No. 4, 2023, s. 855-870.

54. Sierżęga M., Mazgaj W.: *Equations of magnetic field of transformer steel sheets*, Archives of Electrical Engineering, po pozytwynych recenzjach, przewidziane do druku w IV kwartale 2024.
55. Sierżęga M., Szular Z., Mazgaj W.: *Parameters of the hysteresis model of transformer steel sheets*, mat. Konf. Wybrane Zagadnienia Elektrotechniki I Elektroniki WZEE'2018, Szczecin, 2018.
56. Soiński M.: *Materiały magnetyczne w technice*, Wyd. COSiW, Warszawa 1983.
57. Stalprodukt SA, *Blachy elektrotechniczne, grain oriented electrical steel*, Informator o produktach firmy Stalprodukt SA w Bochnii, 2018.
58. Sudo M., Matsuo T.: *Magnetisation modeling of silicon steel using a simplified domain structure model*, Journal of Applied Physics, Vol. 111, No. 7, 2012.
59. Sudo M., Mifune T., Matsuo T., Kaido.: *A Simplified Domain Structure Model Exhibiting the Pinning Field*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol.49, No.5, 2013, s. 1829-1832.
60. Szular Z., Mazgaj W.: *Calculations of eddy currents in electrical steel sheets taking into account their magnetic hysteresis*, COMPEL, No. 38, 2019, s. 1263-1273.
61. Sykulski J., Stoll J., Sikora R., Pawluk K., Turowski J., Zakrzewski K.: *Computational Magnetics*, Chapman & Hall, London 1995.
62. Talik S., Wilczyński W., Szubzda B., Kordas R.: *Przebudowa struktury domenowej taśmach elektrotechnicznych podczas przemagnesowania obrotowego*, Prace naukowe Instytutu Podstaw Elektrotechniki i Elektrotechnologii Politechniki Wrocławskiej, Nr 37, Seria: Konferencje, Nr 12, 2000, s. 129-132.
63. Tamaki T., Fujisaki k., Yabumoto M., Hamada N.: *Measurement of core loss in single sheet tester*, Przegląd Elektrotechniczny, R. 83, nr 4, 2007, s. 14-17.
64. Toman M., Stumberger G., Dolinar D.: *Parameter identification of the Jiles–Atherton hysteresis model using differential evolution*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 44, No. 6, 2008, s. 1098-1101.
65. Tomczuk B. Z.: *Metody numeryczne w analizie pola układów transformatorowych*, Studia i Monografie, Oficyna Wyd. Politechniki Opolskiej, z. 200, Opole 2007.
66. Tumański S.: *Handbook of Magnetic Measurements*, CRC Press: Boca Raton , 2011.
67. Tumański S.: *Investigations of the anisotropic behaviour of SiFe Steel*, Journal of Magnetism and Magnetic Materials, Vol. 254-255, 2003, s. 50-53.
68. Turowski J.: *Elektrodynamika techniczna*, WNT, Warszawa 1993.
69. Turowski J.: *Model reluktancyjny pola rozproszenia transformatorów*, Rozprawy Elektrotechniczne, Tom 30, z. 4, 1984, s. 1121-1144.
70. Turowski J.: *Systemy ekspertowe w projektowaniu transformatorów*, Przegląd Elektrotechniczny, R. LXXVIII, Nr 3, 2002, s. 63-69.
71. Vanoosta D., Steentjesc S., Peutemana, J., Gielene G., De Gersemb H., Pissoorta D., Hameyer K.: *Magnetic hysteresis at the domain scale of a multi-scale material model for magneto-elastic behavior*, Journal of Magnetism and Magnetic Materials, Vol. 414, 2016, s. 168-179.

72. Wac-Włodarczyk A.: *Materiały magnetyczne : Modelowanie i zastosowania*, Wyd. Politechniki Lubelskiej, 2012.
73. Warzecha A., Mazgaj W.: *Magnetisation measurements in circle-shaped samples of typical dynamo steel sheets*, Przegląd Elektrotechniczny, No. 6, 2015.
74. Wiak S., Zwoliński G.: *Wybrane problemy obliczeniowe z elektrodynamiki technicznej*, Wyd. Politechniki Łódzkiej, Łódź 1997.
75. Wilczyński W.: *Wpływ technologii na właściwości magnetyczne rdzeni maszyn elektrycznych*, Wydawca: Sieć Badawcza Łukasiewicz - Instytut Elektrotechniki, 2003.
76. Wohlfarth E.P.: *Ferromagnetic materials. A handbook on the properties of magnetically ordered substances*, Vol. 2, North-Holland Publishing Company, Amsterdam-New York-Oxford 1980.