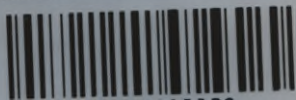


Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000298389

x
1224

ТРЕНІЕ ВЪ МАШИНАХЪ.

ВЛІЯНІЕ ТРЕНІЯ

Einfluss des Reibens bei

ПРИ ПЕРЕДАЧѢ РАБОТЫ

Uebertragung des Arbeits

УПРУГИМЪ РЕМНЕМЪ.

mit elastischen Riemen.

N. Petrov.

Н. ПЕТРОВЪ,

ЗАСЛУЖЕННЫЙ ПРОФЕССОРЪ НИКОЛАЕВСКОЙ ИНЖЕНЕРНОЙ АКАДЕМИИ, ПОЧЕТНЫЙ ЧЛЕНЪ
С.-ПЕТЕРБУРГСКАГО ПРАКТИЧЕСКАГО ТЕХНОЛОГИЧЕСКАГО ИНСТИТУТА.

F. Nr. 19171.



САНКТПЕТЕРБУРГЪ.

ТИПОГРАФІЯ ИМПЕРАТОРСКОЙ АКАДЕМИИ НАУКЪ.

Вас. Остр., 9 лин., № 12.

1893.

VIII B.

H. 8/32

Печатано по опредѣленію Учебнаго Комитета Технологическаго Института.
Май 1893 года.

Директоръ Х. Головинъ.

II 31862



Оттискъ изъ Извѣстій Технологическаго Института 1893 г.

Акц. №.

5134 60

I.

ВЛІЯНІЕ ТРЕНІЯ ПРИ ПЕРЕДАЧѢ РАБОТЫ УПРУГИМЪ РЕМНЕМЪ.

Н. Петрова.

Болѣе 100 лѣтъ тому назадъ знаменитый Леонардъ Эйлеръ опредѣлилъ соотношеніе между уравнивающимися силами, приложенными къ концамъ гибкой и не растяжимой нити, огибающей круглый цилиндръ, въ плоскости перпендикулярной къ оси, и силами тренія между нитью и поверхностью цилиндра. Послѣ Эйлера многіе замѣчательные ученые разсматривали условія равновѣсія названныхъ силъ, расширяя задачу какъ сдѣлалъ Понсле, или указывая надобность принимать въ расчетъ растяжимость ремня; но, тѣмъ не менѣе и Кретцъ и Резаль, считавшіе ремень растяжимымъ, продолжали пользоваться уравненіемъ Эйлера для выраженія условій равновѣсія силъ, приложенныхъ къ ремню на его концахъ и на поверхности прикосновенія со шкивомъ.

Только теперь, благодаря работѣ М. Н. Демьянова, снова обращается вниманіе на то уравненіе, которое связываетъ взаимно уравнивающимися силы, приложенныя къ концамъ скользя-

шаго по шкиву ремня и силы тренія между шкивомъ и ремнемъ не только гибкимъ, но и растяжимымъ. Это несомнѣнно шагъ впередъ и каково бы ни было вліяніе новаго уравненія на разрѣшеніе практическихъ вопросовъ, во всякомъ случаѣ, отнынѣ, при разсужденіяхъ о ременной передачѣ, уже надо будетъ обращаться къ уравненію, найденному для упругаго ремня.

Давно интересуясь вопросами тренія въ машинахъ, я съ полнымъ вниманіемъ прочиталъ статью М. Н. Демьянова. Но мнѣ трудно было усвоить, предложенный имъ выводъ уравненія, связывающаго силы, дѣйствующія на растяжимый ремень и потому я предлагаю другой выводъ, приводящій къ другому и уравненію. Въ особенности мнѣ трудно было усвоить его воззрѣніе на свойства коэффиціентовъ тренія, утверждающее, что коэффиціенты тренія на двухъ шкивахъ непремѣнно различны и что даже на одномъ и томъ же шкивѣ, но при различныхъ усиліяхъ, дѣйствующихъ на ремень, коэффиціентъ тренія долженъ получать величины, нѣкоторымъ образомъ зависящія отъ этихъ усилій.

Вникая въ обстоятельства, сопровождающія движеніе шкивовъ, связанныхъ гибкимъ и растяжимымъ ремнемъ, мнѣ казалось вполне возможнымъ согласовать всѣ извѣстныя явленія съ тѣмъ понятіемъ о коэффиціентѣ тренія, которое давно всѣми принимается. По этому понятію величина коэффиціента тренія зависитъ отъ природы трущихся тѣлъ и состоянія ихъ поверхностей; а при неизмѣнности этихъ обстоятельствъ, его величина считается постоянною.

Такъ какъ мысли мои касаются предмета, привлекавшаго вниманіе людей высокаго таланта и учености, то я рѣшаюсь изложить мои соображенія о различіи обстоятельствъ, встрѣчающихся при передачѣ работы ремнемъ упругимъ и нерастяжимымъ и вмѣстѣ съ тѣмъ о природѣ коэффиціента тренія между ремнемъ и шкивомъ. Этотъ послѣдній предметъ и М. Н. Демьяновъ считаетъ наиболѣе важнымъ изъ всѣхъ имъ разобранныхъ въ его интересной статьѣ.

Разница условий развитія силъ, возбуждающихся въ точкахъ прикосновенія цилиндра, когда перекинута черезъ него нить гибка, но не растяжима, и когда она гибка и растяжима — упруга.

Прежде всего надо замѣтить, что нерастяжимая нить или скользитъ всѣми точками своего прикосновенія съ поверхностью обхваченнаго ею цилиндра или не скользитъ вовсе по направленію своей длины. Когда нить скользитъ равномерно, производя треніе на дугѣ, соотвѣтствующей углу α , при постоянномъ коэффициентѣ тренія f , тогда силы T и t , приложенныя къ концамъ нити, какъ показалъ Эйлеръ, удовлетворяють уравненію

$$\frac{T}{t} = e^{f\alpha}.$$

Если нить не скользитъ и не готова начать скольженіе, то удовлетворяется неравенство

$$\frac{T_1}{t} < e^{f\alpha}.$$

Въ этомъ случаѣ въ точкахъ прикосновенія нити съ цилиндромъ появляются касательныя силы, недостигающія величины силъ тренія; ихъ называютъ силами сдѣвленія и считаютъ тоже пропорціональными нормальнымъ давленіямъ. Коэффициентъ сдѣвленія можетъ имѣть всѣ возможныя величины отъ нуля до величины коэффициента тренія.

Въ каждомъ частномъ случаѣ коэффициентъ сдѣвленія имѣетъ особую величину. Если эту величину означимъ f_1 , то она опредѣлится уравненіемъ

$$\frac{T_1}{t} = e^{f_1\alpha}.$$

Величина f_1 удовлетворяетъ неравенству

$$f_1 < f.$$

Итакъ равновѣсіе силъ, приложенныхъ къ концамъ гибкой и нерастяжимой, а потому и неупругой нити, можетъ появляться

при возбужденіи разнообразѣйшихъ силъ сцѣпленія нити съ цилиндромъ и при предѣльномъ значеніи силъ сцѣпленія, называемыхъ силами тренія. Силы тренія проявляются только тогда, когда нить уже скользитъ по цилиндру, или, по крайней мѣрѣ, готова начать скольженіе. Въ этомъ случаѣ, по даннымъ величинамъ уравнивающихъ силъ T и t , можно опредѣлить коэффициентъ тренія и наоборотъ, зная величину коэффициента тренія f , можно опредѣлить отношеніе между силами T и t .

Совершенно другое явленіе представляетъ ремень растяжимый. Подъ вліяніемъ силъ, приложенныхъ къ концамъ ремня, онъ можетъ скользить по шкиву во всѣхъ точкахъ взаимнаго ихъ прикосновенія, но такое общее скольженіе не необходимо и, говоря вообще, оно не происходитъ. Но если не только общее скольженіе, но, какъ увидимъ далѣе, и стремленіе къ скольженію во всѣхъ точкахъ прикосновенія упругаго ремня со шкивомъ не представляется необходимымъ, то надо признать и твердо замѣтить, что *растяжимый ремень въ разныхъ своихъ частяхъ, лежащихъ на шкивѣ, не можетъ проявлять различныя напряженія, помимо измѣненія длины этихъ частей*, сверхъ того надо помнить, что измѣненіе длины всегда находится въ соразмѣрности съ измѣненіемъ напряженія этихъ частей. Сильно напряженная часть ремня только путемъ сокращенія своей длины можетъ перейти къ меньшему напряженію. Подобно тому и часть ремня, подверженная дѣйствію какого нибудь опредѣленнаго усилія, только путемъ надлежащаго увеличенія своей длины получаетъ возможность удерживать усиліе болѣе. Часть ремня, лежащая на шкивѣ и находящаяся подъ вліяніемъ взаимно уравнивающихъ силъ, приложенныхъ по концамъ ея и въ точкахъ прикосновенія ея со шкивомъ, когда эти послѣднія силы будутъ направлены не только по нормалямъ къ поверхности прикосновенія ремня со шкивомъ, но и вдоль ремня т. е. когда дѣйствуютъ и силы сцѣпленія или тренія ремня со шкивомъ, такая часть ремня, въ разныхъ ея элементахъ, растягивается неодинаково. Каждый элементъ растянутого ремня, при измѣненіи растягивающей его

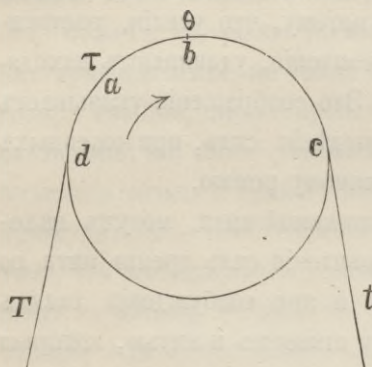
силы, измѣняетъ непремѣнно свою длину или удлинняясь, или сокращаясь. При этомъ онъ уже непремѣнно скользитъ по шкиву болѣе или менѣе, но такъ какъ элементъ, примыкающій своими концами къ двумъ другимъ, лежащимъ на шкивѣ, не можетъ скользить не вызывая тѣмъ самымъ скользенія по шкиву, по крайней мѣрѣ одного изъ сосѣднихъ съ нимъ элементовъ, то можно сказать, что на всѣхъ точкахъ соприкосновенія шкива съ тою частію ремня, въ которой напряженія его постепенно измѣняются, происходитъ скользеніе ремня по шкиву или потому, что сильно напряженныя части ремня, переходя къ меньшимъ напряженіямъ укорачиваются, или потому, что усилія, растягивающія ремень, по мѣрѣ своего увеличенія, удлинняютъ находящіяся подъ ихъ вліяніемъ, части. Это соображеніе указываетъ существенное отличіе условій равновѣсія силъ, приложенныхъ къ нерастяжимой нити и къ растяжимому ремню.

Силы, приложенныя къ нерастяжимой нити, могутъ найдтись въ равновѣсіи, какъ при проявленіи силъ тренія нити по шкиву — при скользеніи нити, такъ и при возбужденіи такихъ касательныхъ силъ сцѣпленія между шкивомъ и нитью, которыя еще не достигли своихъ наибольшихъ предѣловъ, называемыхъ силами тренія. Равновѣсіе силъ, приложенныхъ къ растяжимому ремню, соприкасающемуся съ вращающимся шкивомъ, для всей части ремня, которая подвергается различнымъ напряженіямъ, происходитъ *непремѣнно* при дѣйствіи силъ *трения*. Слѣдовательно въ формулы, выражающія равновѣсіе силъ, приложенныхъ къ растяжимому ремню, на всей его части, подвергающейся измѣненіямъ длины ея элементовъ, должны входить коэффициенты *трения* и не могутъ входить коэффициенты *сцѣпленія*.

Имѣя дѣло съ нерастяжимою нитью можно допускать, что силы сцѣпленія или тренія развиваются на всей дугѣ шкива или цилиндра охваченной нитью и слѣдовательно если направленіе концовъ нити извѣстно, то извѣстенъ и уголъ обхвата. Равновѣсіе между данными силами, приложенными на концахъ нити приводитъ къ опредѣленію силъ сцѣпленія или тренія.

Въ случаѣ растяжимой нити равновѣсіе силъ приложенныхъ къ концамъ, можетъ установиться только при появленіи силъ тренія и слѣдовательно величина всей дуги взаимнаго прикосновенія нити и цилиндромъ еще не опредѣляетъ той длины упомянутой дуги, на которой разовьется треніе. Величина этой послѣдней части, въ каждомъ частномъ случаѣ равновѣсія, опредѣлится съ зависимо-стію отъ силъ, дѣйствующихъ на концахъ нити и отъ силъ тренія.

Для правильнаго примѣненія формулъ, выражающихъ усло-вія равновѣсія растяжимаго ремня на вращающемся шкивѣ, надо замѣтить, что если въ какой нибудь точкѣ *a*, фиг. 1, ведущаго



Фиг. 1.

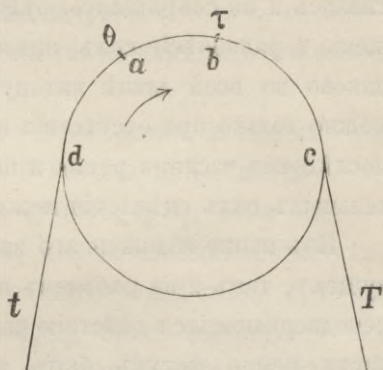
шкива ремень вытянуть усиліемъ *T*, а въ какой нибудь слѣдующей точкѣ *b*—меньшимъ усиліемъ *O*, то сокращеніе части ремня вызоветъ его скользеніе относительно точки *b* въ направленія къ точкѣ *a*, и это скользеніе вызоветъ скользеніе всей части ремня, заключенной между точкою *b* и послѣднею точкою прикосновенія

ремня со шкивомъ означенною буквою *c*. Сокращеніе какой нибудь части ремня *ab*, вызывая скользеніе части *bc* не можетъ вызвать скользенія части ремня, помѣщающейся между точкою *a* и точкою *d*, гдѣ ремень вступаетъ на шкивъ, ибо въ противномъ случаѣ ремень, вступающій на шкивъ, имѣлъ бы скорость болѣе скорости на поверхности самого ведущаго шкива, и такимъ образомъ, вступая на шкивъ, проявлялъ бы такія силы тренія, которыя служили бы не для побужденія ремня двигаться въ одномъ направленіи со шкивомъ, а для помощи шкиву преодолѣвать сопротивленіе, представляемое ремнемъ, другими словами ремень самъ бы себя двигалъ, что очевидно невозможно.

Итакъ на ведущемъ шкивѣ, если не происходитъ общаго скользенія ремня, то въ точкѣ *d*, вступленія ремня на шкивъ, скользенія нѣтъ, а въ точкѣ *c*, гдѣ ремень сходитъ со шкива, сколь-

зеніе неперемѣнно есть. Слѣдовательно точка схода ремня съ ведущаго шкива есть одинъ изъ концовъ неодинаково растянutoй части ремня, лежащей на этомъ шкивѣ.

На рабочемъ шкивѣ если въ какой нибудь точкѣ a , фиг. 2, ремень растянуть силою θ , а въ точкѣ b силою τ , болѣе значительной, то происходящее въ этой части ремня удлиненіе вызоветъ скольженіе его по шкиву въ направленіи отъ a къ b , а не наоборотъ потому, что удлиненіе ремня въ направленіи отъ b къ a , заставляющее ремень скользить по шкиву въ этомъ же на-



Фиг. 2.

правленіи вызвало бы и всѣ силы тренія, приводящія шкивъ въ движеніе въ направленіи отъ b къ a , т. е. въ сторону противоположную движенію шкива, что очевидно невозможно, такъ какъ шкивъ именно этими силами тренія и приводится въ движеніе. Если же удлиненіе части ремня ab заставитъ ремень скользить относительно точки b въ направленіи отъ a къ b , то должны будутъ неминуемо скользить и всѣ точки ремня между b и c , гдѣ ремень сходится со шкива.

Слѣдовательно на рабочемъ шкивѣ, въ случаѣ отсутствія общаго скольженія ремня, будетъ неперемѣнно происходить скольженіе при точкѣ c и при другихъ точкахъ промежуточныхъ между c и d , но при точкѣ d скольженіе происходитъ не будетъ. Слѣдовательно на рабочемъ шкивѣ однимъ изъ концовъ неодинаково растянutoй части ремня будетъ та точка на ремнѣ, гдѣ онъ сбѣгаетъ съ рабочаго шкива.

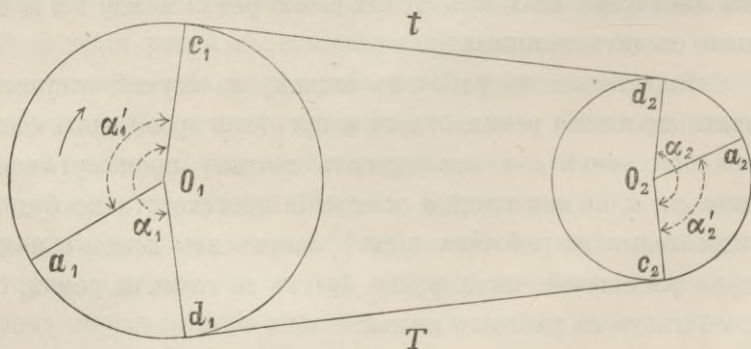
Положеніе частей растяжимаго ремня, лежащихъ на шкивахъ и неподвергающихся различнымъ растяженіямъ.

Всѣ тѣ части ремня, точки которыхъ, прикасаясь со шкивомъ, будутъ скользить по этому послѣднему, будутъ подвергаться

дѣйствию силъ тренія и потому напряженія въ этихъ частяхъ будутъ зависѣть отъ величины участія упомянутыхъ силъ тренія. Если найдутся такія части ремня, лежащія на шкивѣ, которыя вовсе не будутъ скользить по его поверхности, то онѣ, не растягиваясь и не сокращаясь, будутъ сохранять одно и тоже напряжение и равновѣсіе силъ, приложенныхъ къ концамъ такихъ одинаково по всей длинѣ натянутыхъ частей ремня, будетъ возможно только при отсутствіи не только силъ тренія между этими послѣдними частями ремня и шкивами, но и при отсутствіи касательныхъ силъ сдѣвленія между шкивомъ и ремнемъ.

Изъ выше изложеннаго видно, что на шкивахъ, какъ на ведущемъ, такъ и на рабочемъ нескользящія по шкиву, а потому неподвергающіяся дѣйствию различныхъ растягивающихъ усилій, части ремня могутъ быть только въ смежности съ точкою вступленія ремня на шкивъ, обозначенною на фиг. 1 и фиг. 2 буквою d , и ни коимъ образомъ не могутъ быть возлѣ той точки шкива, гдѣ ремень покидаетъ шкивъ. Эти послѣднія точки на фиг. 1 и 2 означены буквою c .

Означимъ буквами d_1 и a_1 на ведущемъ и буквами d_2 и a_2 на рабочемъ шкивахъ фиг. 3 концы одинаково растянутыхъ частей



Фиг. 3.

ремня лежащихъ на томъ и на другомъ шкивѣ. Въ такомъ случаѣ въ точкѣ a_1 натяженіе ремня T будетъ тоже самое, какое проявляется въ точкѣ d_1 и начиная отъ точки a_1 , по на-

правленію къ c_1 , натяженіе ремня будетъ непрерывно убывать въ такой мѣрѣ, что въ самой точкѣ c_1 это натяженіе будетъ равно t .

На рабочемъ шкивѣ натяженіе въ точкѣ a_2 будетъ равно натяженію t въ d_2 . Отъ точки a_2 , по направленію къ c_2 , натяженіе будетъ непрерывно возрастать въ такой мѣрѣ, что въ самой точкѣ c_1 натяженіе будетъ T .

Длины одинаково растянутыхъ частей ремня, лежащихъ на шкивахъ, концы которыхъ на фиг. 3 для ведущаго шкива означены буквами $d_1 a_1$ и для рабочаго буквами $d_2 a_2$, пока еще не опредѣлены численно; можетъ быть, что вычисленія покажутъ, что длина части ремня $d_1 a_1$, вездѣ растягиваемой силою T , точно такъ же какъ длина части ремня $d_2 a_2$, вездѣ растянутой силою t , окажутся равными нулю и что непрерывныя измѣненія силъ, растягивающихъ части ремня на ведущемъ шкивѣ, начинаясь у точки c_1 не будутъ прекращаться у какой то точки a_1 не доходя до d_1 и что ремень, натянутый въ точкѣ c_1 силою t достигнетъ растяженія равнаго T только въ точкѣ d_1 и на рабочемъ шкивѣ натяженіе, вызываемое силою T и проявляющееся въ точкѣ c_2 только тогда достигнетъ натяженія, вызываемаго силою t , когда элементъ ремня изъ точки c_2 придетъ въ d_2 ; другими словами, можетъ быть, что положеніе это, принятое еще Резалемъ, вполне правильно, но его слѣдуетъ провѣрить, такъ какъ оно не обладаетъ безусловною очевидностію и напротивъ есть основаніе сомнѣваться въ его вѣрности.

Выводъ уравненій равновѣсія силъ, приложенныхъ къ ремню на ведущемъ и на рабочемъ шкивахъ.

Чтобы написать уравненія равновѣсія силъ, приложенныхъ къ ремню, надо замѣтить, что ремень, охватывающій два шкива, при передачѣ работы, движется въ одномъ и томъ же занимаемомъ имъ пространствѣ и подвергается въ разныхъ своихъ частяхъ не одинаковымъ натяженіямъ.

При установившемся движеніи, въ каждой опредѣленной точкѣ пути ремня, постоянно проявляются одинаковыя напряженія и одинаковыя скорости ремня, другими словами: напряженія и скорости суть функціи только координатъ и не зависятъ отъ времени. Если бы ненатянутый еще, свободно лежащій, ремень былъ раздѣленъ по его длинѣ на какія нибудь взаимно равныя части и если бы длина этихъ частей была λ , то, при передачѣ работы, эти части, находясь въ разныхъ мѣстахъ пути, подвергаясь растягивающимъ ихъ усиліямъ разной величины, имѣли бы длину не одну и ту же и потому не равную λ .

Если обозначимъ:

λ первоначальную длину части ремня,

W поперечное сѣченіе ремня,

E его коэффициентъ упругости,

θ сила, вытягивающая ремень въ какой нибудь точкѣ его пути, то можно сказать, что въ этомъ мѣстѣ часть ремня будетъ имѣть длину

$$\lambda \left(1 + \frac{\theta}{EW} \right),$$

обозначая еще

$$\frac{1}{EW} = a$$

можно написать

$$\lambda (1 + a \theta).$$

Если

τ выразить усиліе, вытягивающее ремень въ другой точкѣ его пути, то длина части ремня, въ этомъ мѣстѣ будетъ

$$\lambda (1 + a \tau).$$

Число частей ремня, имѣвшихъ первоначально длину λ , помѣщающихся между какими нибудь произвольно взятыми точками пути его, при установившемся движеніи, будетъ постоянно одно и тоже.

Если въ какой нибудь точкѣ A пути будетъ натяженіе θ и въ точкѣ B — натяженіе τ , то если черезъ точку A , въ проме-

жуктѣ между A и B , въ теченіе нѣкотораго времени, вступить n частей и въ теченіе того же времени изъ промежутка A и B , черезъ точку B выйдетъ m такихъ же частей, то число частей между точками A и B можетъ оставаться постоянно однимъ и тѣмъ же только въ томъ случаѣ, если

$$n = m.$$

Такъ какъ при проходѣ n частей ремня черезъ точку A , при длинѣ каждой части

$$\lambda(1 + a\theta)$$

длина прошедшей части ремня будетъ

$$S_{\theta} = n\lambda(1 + a\theta),$$

а при проходѣ m частей ремня черезъ точку B , при длинѣ каждой части

$$\lambda(1 + a\tau),$$

длина прошедшей части ремня будетъ

$$S_{\tau} = m\lambda(1 + a\tau),$$

то длины частей ремня, проходящихъ одновременно черезъ точки A и B , по причинѣ равенства $n = m$, будутъ въ отношеніи

$$\frac{S_{\tau}}{S_{\theta}} = \frac{1 + a\tau}{1 + a\theta}$$

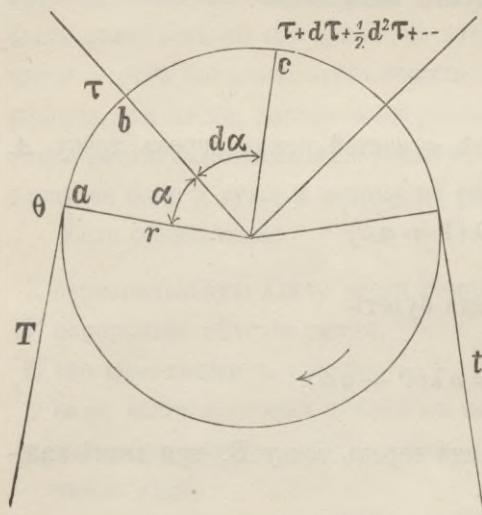
или

$$S_{\tau} = \frac{S_{\theta}}{1 + a\theta} (1 + a\tau) \dots\dots\dots (1)$$

Такимъ образомъ, зная длину ремня, проходящую черезъ какую нибудь точку пути ремня, можно найти длину ремня, проходящую черезъ всякую другую точку, если натяженія ремня въ этихъ точкахъ извѣстны.

Натяженіе ремня при установившемся движеніи, какъ выше было замѣчено, въ каждой опредѣленной точкѣ пути, имѣеть вполнѣ опредѣленную величину.

Если при вступленіи на шкивъ, въ точкѣ *a*, фиг. 4, натяже-



Фиг. 4.

ніе ремня будетъ θ и если послѣ перемѣщенія по дугѣ шкива соотвѣтствующей углу α , до точки *b*, натяженіе будетъ τ , то эти натяженія съ теченіемъ времени не будутъ измѣняться и каждому опредѣленному углу α соотвѣтствуетъ вполнѣ опредѣленная величина τ . Это замѣчаніе даетъ право сказать, что когда уголъ α измѣнится на свой дифференціалъ и

сдѣлается $\alpha + d\alpha$, то въ соотвѣтствующей точкѣ ремня *C* натяженіе его будетъ

$$\tau + d\tau + \frac{1}{2} d^2\tau + \dots$$

Слѣдовательно если черезъ точку *b* пройдетъ длина ремня

$$S$$

то въ тоже время, черезъ точку *C* пройдетъ длина ремня

$$S + dS + \frac{1}{2} d^2S + \dots,$$

которую можно будетъ опредѣлить, на основаніи уравненія (1), изъ уравненія слѣдующаго

$$S + dS + \frac{1}{2} d^2S + \dots = \frac{S}{1+a\tau} \left[1 + a \left(\tau + d\tau + \frac{1}{2} d^2\tau + \dots \right) \right].$$

При дальнѣйшихъ вычисленіяхъ можно ограничиваться безконечно малыми не выше перваго порядка и потому можно написать

$$S + \partial S = S \left(1 + \frac{a \partial \tau}{1 + a \tau} \right).$$

Отношеніе между скоростями ремня въ разныхъ точкахъ пути найдется при помощи уравненія (1). Такъ какъ ни θ и τ отъ времени не зависятъ, то какимъ бы промежуткамъ времени ни соотвѣтствовали величины путей S_θ и S_τ всегда отношеніе

$$\frac{1 + a \tau}{1 + a \theta} = i$$

гдѣ i есть нѣкоторое постоянное число. Поэтому уравненіе (1) можно написать въ видѣ

$$S_\tau = i S_\theta.$$

Обозначая

$$\partial S_\tau \text{ и } \partial S_\theta$$

пути, соотвѣтствующія безконечно малому времени ∂t и

$$v_\tau \text{ и } v_\theta$$

скорости, соотвѣтствующія точкамъ a и b найдемъ, что

$$v_\tau = \frac{\partial S_\tau}{\partial t}, \quad v_\theta = \frac{\partial S_\theta}{\partial t}$$

и на основаніи уравненія (1)

$$v_\tau = i v_\theta$$

или

$$v_\tau = \frac{v_\theta}{1 + a \theta} (1 + a \tau)$$

и, обозначая для краткости

$$\frac{v_\theta}{1 + a \theta} = k, \dots \dots \dots (2)$$

можно написать

$$v_\tau = k (1 + a \tau).$$

Имѣя это равенство, не трудно опредѣлить величину центробѣжной силы, стремящейся отдѣлить ремень отъ шкива.

Для этого назовемъ:

r радіусъ шкива и, въ виду очень малой толщины ремня, примемъ его за радіусъ средней линіи ремня, лежащаго на шкивѣ;
 Δ вѣсъ кубической единицы ремня въ его естественномъ, не вытянутомъ состояніи;

g ускореніе силы тяжести и замѣтимъ, что объемъ элемента ремня заключеннаго между точками b и c будетъ

$$Wr \partial \alpha.$$

Если длина элемента растянутого силою τ есть $r\partial\alpha$, то до растяженія эта длина была

$$\frac{r\partial\alpha}{1+a\tau}$$

и если поперечное сѣченіе ремня не измѣняется при растяженіяхъ, то вѣсъ кубической единицы долженъ быть обратно пропорціоналенъ длинѣ, означая x этотъ вѣсъ при растяженіи силою τ найдемъ, что

$$x : \Delta = \frac{r\partial\alpha}{1+a\tau} : r\partial\alpha$$

откуда

$$x = \frac{\Delta}{1+a\tau}$$

слѣдовательно масса элемента ремня длиною $r\partial\alpha$ будетъ

$$\frac{\Delta}{1+a\tau} \cdot \frac{Wr\partial\alpha}{g}.$$

Если бы въ расчетъ было принято растяженіе соотвѣтствующее точкѣ c , а не b , то нашли бы для выраженія массы формулу

$$\frac{\Delta}{1+a(\tau+\partial\tau+\dots)} \frac{Wr\partial\alpha}{g}$$

но съ точностію до безконечно малыхъ перваго порядка эта формула совершенно одинакова съ предыдущею, на которой, поэтому, и слѣдуетъ остановиться.

Чтобы получить центробѣжную силу, дѣйствующую на элементъ, достаточно умножить массу элемента на квадратъ скорости его по касательной и раздѣлить на радіусъ, или умножить на величину

$$\frac{v_{\tau}^2}{r} = \frac{k^2}{r} (1 + a\tau)^2$$

такимъ образомъ оказывается, что центробѣжная сила элемента выражается формулою

$$\frac{k^2 \Delta W}{g} (1 + a\tau) d\alpha.$$

Если бы приняли, что скорость элемента одинакова со скоростью въ точкѣ C , и равна

$$k [1 + a(\tau + d\tau + \dots)]$$

то, останавливаясь на бесконечно малыхъ перваго порядка, получили бы то самое выраженіе центробѣжной силы, которое только что приведено.

Полное нормальное давленіе ремня на поверхность шкива зависитъ еще отъ натянутости ремня. При натянутости силою τ , нормальное давленіе, зависящее отъ этого натяженія, приходящееся на дугу длиною равною единицѣ было бы

$$\frac{\tau}{r},$$

а давленіе на дугу длиною $r d\alpha$ будетъ

$$\frac{\tau}{r} r d\alpha = \tau d\alpha.$$

При натянутости ремня равной $\tau + d\tau + \dots$ нормальное давленіе было бы

$$(\tau + d\tau + \dots) d\alpha$$

или опять таки съ точностію до бесконечно малыхъ перваго порядка

$$\tau d\alpha.$$

Итакъ полная сумма нормальныхъ давленій, производимыхъ элементомъ ремня длиною $r d\alpha$, на шкивъ будетъ

$$\tau d\alpha - \frac{k^2 \Delta W}{g} (1 + a\tau) d\alpha.$$

Сила тренія, приложенная къ части ремня bc , при обозначеніи f коэффиціента тренія, будетъ

$$f \left[\tau - \frac{k^2 \Delta W}{g} (1 + a\tau) \right] d\alpha.$$

Чтобы опредѣлить работу этой силы тренія надо найти величины перемѣщеній точекъ ремня, къ которымъ приложены эти силы тренія.

Извѣстно, что если въ b ремень проходитъ путь

$$S$$

то въ точкѣ C проходитъ, въ тоже время путь

$$S + \partial S$$

или вообще точки ремня, въ предѣлахъ элемента bc , проходитъ путь

$$S + \beta \partial S,$$

гдѣ β можетъ имѣть величины отъ 0 до 1, умножая это выраженіе пути на силу тренія и останавливаясь на безконечно малыхъ перваго порядка увидимъ, что работа тренія выражается формулою

$$f \left[\tau - \frac{k^2 \Delta W}{g} (1 + a\tau) \right] S \partial \alpha.$$

Для опредѣленія знака этой формулы надо имѣть въ виду, что на ведущемъ шкивѣ сила тренія двигаетъ ремень и потому направленіе силы совпадаетъ съ направлениемъ движенія. Поэтому, обозначая

f_1 коэффиціентъ тренія ремня на ведущемъ шкивѣ, надо писать для этого шкива

$$f_1 \left[\tau - \frac{k^2 \Delta W}{g} (1 + a\tau) \right] S \partial \alpha. \dots\dots\dots A_1$$

Ремень на рабочемъ шкивѣ, при посредствѣ силъ тренія, двигаетъ шкивъ и этимъ послѣднимъ самъ задерживается, слѣдовательно силы тренія, приложенныя къ ремню, направлены противоположно направленію его движенія, по этому, называя

f_2 коэффиціентъ тренія на рабочемъ шкивѣ, надо писать

$$-f_2 \left[\tau - \frac{k^2 \Delta W}{g} (1 + a \tau) \right] S d\alpha \dots \dots \dots A_2$$

Въ числѣ силъ, дѣйствующихъ на разсматриваемый элементъ ремня, есть еще сила упругости ремня. Она также производитъ работу, величину которой, какъ извѣстно, можно опредѣлить умноживъ давленіе, приходящееся на квадратную единицу поверхности ремня, перемѣщающуюся подъ дѣйствіемъ силы упругости, на величину измѣненія объема ремня.

Сила упругости, приходящаяся на квадратную единицу поперечнаго сѣченія ремня въ точкѣ b есть

$$-\frac{\tau}{W}$$

и въ точкѣ c есть

$$-\frac{\tau + d\tau + \dots}{W}.$$

Перемѣщеніе въ точкѣ b есть S

въ точкѣ c есть $S + dS + \dots$

Разность этихъ перемѣщеній

$$S + dS + \dots - S = dS + \dots$$

Измѣненіе объема очевидно есть

$$W(dS + \dots)$$

Произведеніе этой формулы, на выраженіе силы упругости въ точкѣ b или въ точкѣ c , взятое съ точностію до бесконечно малыхъ перваго порядка, представляется формулою

$$-\tau dS \dots \dots \dots B$$

Полная сумма работъ силъ, приложенныхъ къ элементу bc найдется когда къ работамъ силъ тренія и упругости прибавимъ: работу силы τ , приложенной въ точкѣ b , эта работа, при проходѣ длины ремня S , будетъ

$$- \tau S \dots \dots \dots C$$

и работу силы $(\tau + \partial\tau + \dots)$, приложенной къ точкѣ c , которая будетъ

$$(\tau + \partial\tau + \dots) (S + \partial S + \dots)$$

или

$$\tau s + \tau \partial S + S \partial \tau \dots \dots \dots D$$

Такимъ образомъ сумма работъ силъ, приложенныхъ къ элементу bc ремня, лежащаго на ведущемъ шкивѣ получится при сложении формулъ A_1 , B , C и D и выразится формулою:

$$f_1 \left[\tau - \frac{k^2 \Delta W}{g} (1 + a\tau) \right] S \partial \alpha - \tau \partial S - \tau S + \tau S + \tau \partial S + S \partial \tau$$

или по сокращеніи:

$$f_1 \left[\tau - \frac{k^2 \Delta W}{g} (1 + a\tau) \right] S \partial \alpha + S \partial \tau \dots \dots \dots E$$

и такимъ же образомъ, для ремня на рабочемъ шкивѣ, найдемъ формулу

$$- f_2 \left[\tau - \frac{k^2 \Delta W}{g} (1 + a\tau) \right] S \partial \alpha + S \partial \tau \dots \dots \dots G$$

Въ то время, когда выше означенныя силы производятъ работу, опредѣленную формулами E или G , ремень, вступая въ точкѣ b въ предѣлъ элемента bc , имѣетъ скорость $v_\tau = k(1 + a\tau)$, а выходя въ точкѣ c изъ предѣловъ этого элемента, имѣетъ скорость

$$k [1 + a (\tau + \partial\tau + \dots)].$$

Измѣненію скорости соотвѣтствуетъ измѣненіе живой силы ремня. Масса его, измѣняющая указаннымъ образомъ свою ско-

рость, при проходѣ черезъ точку b длины ремня S , выражается формулою

$$\frac{\Delta WS}{g(1+a\tau)}$$

и слѣдовательно живая сила, приобретаемая при перемѣщеніяхъ отъ b до c , выразится разностію:

$$\frac{1}{2} \frac{\Delta WS}{g(1+a\tau)} k^2 [1 + a(\tau + \partial\tau + \dots)]^2 - \frac{1}{2} \frac{\Delta WS}{g(1+a\tau)} k^2 (1 + a\tau)^2.$$

Сокращая въ этой разности подобные члены и ограничиваясь безконечно малыми величинами не выше перваго порядка, найдемъ выраженіе

$$\frac{k^2 \Delta W a}{g} S \partial \tau \dots \dots \dots H$$

По закону живыхъ силъ эта величина должна быть равна величинѣ, выраженной формулами E для ведущаго шкива и G для рабочаго.

Такимъ образомъ дифференціальное уравненіе живыхъ силъ можетъ быть написано въ видѣ:

$$\frac{k^2 \Delta W a}{g} S \partial \tau = \pm f_{\frac{1}{2}} \left[\tau - \frac{k^2 \Delta W}{g} (1 + a\tau) \right] S \partial \alpha + S \partial \tau$$

или

$$\pm f_{\frac{1}{2}} \partial \alpha = - \frac{1 - \frac{k^2 \Delta W a}{g}}{\tau \left(1 - \frac{k^2 \Delta W a}{g} \right) - \frac{k^2 \Delta W}{g}} \partial \tau.$$

Знакъ $+$ и цифра 1 относится къ ведущему шкиву, а знакъ $-$ и цифра 2 — къ рабочему.

Интегралъ этого послѣдняго уравненія, для ведущаго шкива въ предѣлахъ отъ $\alpha = 0$ до $\alpha = \alpha_1'$, причемъ $\tau = T$ и $\tau = t$, припоминая, что $a = \frac{1}{EW}$, есть

$$f_1 \alpha_1' = \lg \frac{T \left(1 - \frac{\Delta k^2}{Eg} \right) - \frac{k^2 \Delta W}{g}}{t \left(1 - \frac{\Delta k^2}{Eg} \right) - \frac{k^2 \Delta W}{g}}$$

ИЛИ

$$\frac{T\left(1 - \frac{\Delta k^2}{Eg}\right) - \frac{k^2 \Delta W}{g}}{t\left(1 - \frac{\Delta k^2}{Eg}\right) - \frac{k^2 \Delta W}{g}} = e^{f_1 \alpha_1'} \dots \dots \dots (3)$$

Интегралъ того же дифференціального уравненія для рабочаго шкива, въ предѣлахъ отъ $\alpha = 0$ до $\alpha = \alpha_2'$, причемъ $\tau = t$ и $\tau = T$, есть

$$f_2 \alpha_2' = \lg \frac{T\left(1 - \frac{\Delta k^2}{Eg}\right) - \frac{k^2 \Delta W}{g}}{t\left(1 - \frac{\Delta k^2}{Eg}\right) - \frac{k^2 \Delta W}{g}}$$

ИЛИ

$$\frac{T\left(1 - \frac{\Delta k^2}{Eg}\right) - \frac{k^2 \Delta W}{g}}{t\left(1 - \frac{\Delta k^2}{Eg}\right) - \frac{k^2 \Delta W}{g}} = e^{f_2 \alpha_2'} \dots \dots \dots (3)^{\text{bis}}$$

Уравненія (3) и (3)^{bis} и суть тѣ уравненія, которыя должны быть приняты вмѣсто извѣстнаго уравненія Эйлера, когда не признается возможнымъ считать ремень нерастяжимой нитью, неимѣющею массы и когда напротивъ желательно принять въ расчетъ и упругость ремня, выраженную коэффициентомъ E и центробѣжную силу ремня, уменьшающую его давленіе на шкивъ, зависящую отъ поперечныхъ размѣровъ ремня W и его удѣльнаго вѣса Δ .

Еслибы ремень былъ такъ мало растяжимъ, что можно было бы, безъ большой погрѣшности, считать $E = \infty$, то уравненія (3) и (3)^{bis} приняли бы видъ

$$\frac{T - \frac{k^2 \Delta W}{g}}{t - \frac{k^2 \Delta W}{g}} = e^{f_1 \alpha_1'} = e^{f_2 \alpha_2'},$$

здѣсь членъ $\frac{k^2 \Delta W}{g}$ выражаетъ вліяніе центробѣжной силы.

Если бы скорость ремня была на столько мала, что величиною $\frac{k^2 \Delta W}{g}$ можно было бы пренебрегать сравнительно съ величиною t ,

то съ точностію, соотвѣтствующею этому пренебреженію, можно было бы написать опять:

$$\frac{T}{t} = e^{f_1 \alpha_1'} \dots \dots \dots (4)$$

$$\frac{T}{t} = e^{f_2 \alpha_2'} \dots \dots \dots (5)$$

Эти приблизительныя уравненія почти во всѣхъ случаяхъ практическихъ примѣненій могутъ быть приняты съ совершенно достаточною степенью точности.

Для уясненія этого послѣдняго обстоятельства надо величину W , входящую въ приведенныя формулы (3) и (3)^{bis} исключить изъ нихъ посредствомъ наибольшаго натяженія, допускаемаго на квадратную единицу поперечнаго сѣченія ремня. Означая R наибольшее напряженіе, приходящееся на квадратную единицу, увидимъ, что

$$W = \frac{T}{R}$$

и слѣдовательно изъ уравненій (3) и (3)^{bis}

$$f_1 \alpha_1' = f_2 \alpha_2' = \lg \frac{T \left[1 - \frac{k^2 \Delta}{gR} \left(1 + \frac{R}{E} \right) \right]}{t \left[1 - \frac{k^2 \Delta}{gR} \left(\frac{T}{t} + \frac{R}{E} \right) \right]}.$$

Имѣя эту формулу не трудно составить себѣ представленіе о степени точности рѣшенія, достигаемой при обращеніи къ уравненію

$$f_1 \alpha_1' = f_2 \alpha_2' = \lg \frac{T}{t}.$$

Неправильность этого уравненія становится тѣмъ больше, чѣмъ больше величина скорости k , чѣмъ меньше коэффициентъ упругости E , чѣмъ меньше напряженіе R и чѣмъ больше отношеніе силъ $\frac{T}{t}$.

Рѣдко бываетъ $k > 10.000$ миллиметровъ

$E < 5$ килогр. на кв. миллим.

$R < 0,2$ килогр. на кв. миллим.

$$\frac{T}{t} > 2$$

$$\Delta = 0,00000085.$$

При этомъ же величина

$$\frac{k^2 \Delta}{gR} \left[1 + \frac{R}{E} \right] = \frac{10000 \cdot 10000}{9808 \cdot 0,2} 0,00000085 \left[1 + \frac{0,2}{5} \right] = 0,04506$$

и

$$\frac{k^2 \Delta}{gR} \left[\frac{T}{t} + \frac{R}{E} \right] = \frac{10000 \cdot 10000}{9808 \cdot 0,2} 0,00000085 \left[2 + \frac{0,2}{5} \right] = 0,08840.$$

Слѣдовательно

$$\frac{1 - \frac{k^2 \Delta}{gR} \left(1 + \frac{R}{E} \right)}{1 - \frac{k^2 \Delta}{gR} \left(\frac{T}{t} + \frac{R}{E} \right)} = \frac{0,95494}{0,91160} = 1,047.$$

Отсюда видно, что обращеніе къ уравненіямъ (4) или (5), при данныхъ обстоятельствахъ, равносильно отбрасыванію въ уравненіяхъ (3) или (3)^{bis}, подъ знакомъ логарифма, множителя 1,047. Эта ошибка, очевидно, нѣсколько значительна; но при другихъ, гораздо чаще встрѣчающихся, случаяхъ ошибка будетъ менѣе. Поэтому въ дальнѣйшихъ вычисленіяхъ, для простоты выводовъ, остановимся на уравненіяхъ (4) и (5).

Уравненія (4) и (5), по ихъ виду, ни чѣмъ не отличаются отъ уравненія Эйлера, но существенное ихъ отличіе состоитъ въ томъ, что въ уравненіи Эйлера, относящемся къ нерастяжимой нити, буква f можетъ выражать и коэффициентъ тренія, если нить скользитъ и коэффициентъ сцѣпленія, если нить не скользитъ; тогда какъ въ уравненіяхъ (4) и (5), для растяжимаго ремня, буквы f_1 и f_2 выражаютъ непременно *коэффициенты тренія*.

Опредѣленіе угловъ скользенія ремня на ведущемъ и на рабочемъ шкивахъ.

Назовемъ, какъ на фиг. 3:

α_1 полный уголъ обхвата на ведущемъ шкивѣ;

α_2 » » » » рабочемъ » ;

α_1' тотъ уголъ обхвата, на ведущемъ шкивѣ, въ которомъ натяженіе ремня τ переходитъ отъ величины T до величины t ;

α_2' тотъ уголъ обхвата, на рабочемъ шкивѣ, въ которомъ натяженіе ремня τ переходитъ отъ величины t до величины T .

Въ такомъ случаѣ уравненіе (4) доставитъ для ведущаго шкива

$$\frac{T}{t} = e^{f_1 \alpha_1'}$$

и уравненіе (5) для рабочаго — доставитъ

$$\frac{T}{t} = e^{f_2 \alpha_2'}$$

Эти два уравненія, вмѣстѣ взятія, точно такъ-же какъ и точныя уравненія (3) и (3)^{bis}, ясно указываютъ, что

$$f_1 \alpha_1' = f_2 \alpha_2' \dots \dots \dots (6)$$

или что

$$\frac{\alpha_1'}{\alpha_2'} = \frac{f_2}{f_1},$$

а это значить, что углы α_1' и α_2' обратно пропорціональны соответственнымъ коэффиціентамъ тренія.

Сами углы, на которыхъ ремень скользитъ по шкиву, опредѣляются или выше приведенными уравненіями (3) и (3)^{bis}, или приближенными уравненіями (4) и (5), и въ этомъ послѣднемъ случаѣ

$$\alpha_1' = \frac{1}{f_1} \lg \text{nat} \frac{T}{t} \dots \dots \dots (7)$$

$$\alpha_2' = \frac{1}{f_2} \lg \text{nat} \frac{T}{t} \dots \dots \dots (8)$$

Одною изъ сторонъ каждаго изъ этихъ угловъ будетъ прямая, проходящая черезъ центръ соотвѣтствующаго шкива и черезъ точку схода ремня съ этого шкива, другою стороною будетъ прямая, проходящая черезъ центръ соотвѣтственнаго шкива и черезъ нѣкоторую точку, лежащую на дугѣ шкива охваченной ремнемъ.

Изъ этихъ уравненій видно, что въ случаѣ равенства коэффициентовъ тренія f_1 и f_2 углы скольженія ремня на ведущемъ и на рабочемъ шкивахъ взаимно равны.

Углы скольженія ремня по шкивамъ обратно пропорціональны соотвѣтственнымъ коэффициентамъ тренія. При постоянствѣ коэффициентовъ тренія, оба угла скольженія возрастаютъ или убываютъ вмѣстѣ съ увеличеніемъ, или уменьшеніемъ отношенія натянутостей прямыхъ вѣтвей ремня.

Въ зависимости отъ величины коэффициентовъ тренія и отъ радіусовъ шкивовъ, какъ тотъ, такъ и другой уголъ скольженія можетъ первымъ достигнуть своего высшаго предѣла. Дальнѣйшее увеличеніе отношенія $\frac{T}{t}$ сдѣлаетъ невозможнымъ равновѣсіе силъ, приложенныхъ къ упругому ремню. Онъ будетъ скользить на всемъ углу обхвата и движеніе не будетъ установившимся.

Въ томъ случаѣ, когда уголъ скольженія ремня по шкиву достигнетъ своего предѣла ремень будетъ скользить по шкиву во всѣхъ точкахъ ихъ взаимнаго прикосновенія. Если такое скользящее движеніе ремня по шкиву будетъ оставаться однообразнымъ, то къ такому случаю будутъ приложимы уравненія (7) или (8) и если притомъ будутъ извѣстны величины силъ T и t , или ихъ отношенія и будетъ извѣстенъ уголъ обхвата ремнемъ шкива, то указанные уравненія дадутъ возможность опредѣлить коэффициентъ тренія ремня по шкиву.

Уравненія (7) и (8) указываютъ весьма замѣчательное свойство угловъ скольженія, состоящее въ томъ, что ихъ величина совершенно независитъ отъ коэффициента упругости ремня.

Работа силъ тренія, возбуждающихся между ремнемъ и шкивомъ.

Работа силъ тренія, приложенныхъ къ ремню, обхватывающему ведущій шкивъ и работа тѣхъ же силъ тренія, приложенныхъ къ ведущему шкиву имѣютъ величины не одинакія.

Элементъ ремня, заключенный въ углѣ $d\alpha$ фиг. 4 и подвергающийся натяженію τ , производитъ на поверхность шкива нормальное движеніе

$$\frac{\tau}{r} r d\alpha = \tau d\alpha.$$

Подъ вліяніемъ этого давленія шкивъ прикладываетъ къ элементу ремня силу тренія

$$f_1 \tau d\alpha.$$

Чтобы опредѣлить работу этой силы достаточно помножить приведенную формулу на вторую часть уравненія (1), которая даетъ перемѣщеніе разсматриваемаго элемента при какомъ нибудь опредѣленномъ перемѣщеніи ремня, въ данной на его пути точкѣ. Такъ получается выражающая элементарную работу формула

$$f_1 S_\theta \frac{(1+a\tau)}{(1+a\theta)} \tau d\alpha$$

гдѣ S_θ и θ суть данныя, постоянныя величины.

Интегралъ приведеннаго выраженія, въ предѣлахъ отъ $\alpha=0$ до α_1' равнаго полному углу обхвата, по дугѣ котораго ремень скользитъ по ведущему шкиву, выразитъ полную работу силъ тренія, приложенныхъ шкивомъ къ ремню, при перемѣщеніи его, черезъ данную точку его пути, на величину S_θ .

Называя:

Q_1' сумму работъ силъ тренія, найдемъ, что

$$Q_1' = f_1 S_\theta \int_0^{\alpha_1'} \frac{1+a\tau}{1+a\theta} \tau d\alpha$$

или такъ какъ по уравненію (2),

$$f_1 \, d\alpha = - \frac{\partial \tau}{\tau}$$

и при $\alpha = 0$, $\tau = T$, а при $\alpha = \alpha_1'$, $\tau = t$, то

$$Q_1' = - S_\theta \int_T^t \frac{1+a\tau}{1+a\theta} \, d\tau$$

откуда

$$Q_1' = S_\theta \frac{(T-t) \left(1+a \frac{T+t}{2} \right)}{1+a\theta}.$$

Если S_θ и θ будутъ относиться къ точкѣ вступленія ремня на ведущій шкивъ, то $\theta = T$ и если S_θ будетъ отнесено еще и къ единицѣ времени то, обозначая:

r_1 радіусъ ведущаго шкива,

ω_1 угловую скорость его,

Q_1 работу силъ тренія, приложенныхъ ведущимъ шкивомъ къ ремню, въ теченіи единицы времени увидимъ, что работа силъ тренія, приложенныхъ къ ремню, въ теченіи единицы времени, опредѣлится уравненіемъ

$$Q_1 = \omega_1 r_1 (T-t) \frac{1+a \frac{T+t}{2}}{1+aT} \dots \dots \dots (9)$$

Работа силъ тренія, приложенныхъ ремнемъ къ поверхности ведущаго шкива, на элементѣ поверхности шкива, заключенномъ въ дугѣ $d\alpha$, будетъ

$$f_1 \, \tau d\alpha$$

перемѣщенія точекъ приложения этихъ силъ, въ единицу времени, есть $\omega_1 r_1$, слѣдовательно работа силъ тренія на поверхности шкива, въ единицу времени, будетъ

$$- f_1 \, \omega_1 r_1 \, \tau d\alpha$$

или, замѣняя $\partial \alpha$, при помощи уравненія (8), величиною $\partial \tau$ найдемъ:

$$\omega_1 r_1 \partial \tau.$$

Если назовемъ

q_1 сумму всѣхъ этихъ работъ, распространенную на всю поверхность скользенія ремня по ведущему шкиву, причемъ τ измѣняется отъ T до t , то найдемъ, что

$$q_1 = -\omega_1 r_1 (T - t) \dots \dots \dots (10)$$

и такъ какъ при равномерномъ вращеніи шкива работа двигателя и сопротивленія даютъ сумму равную нулю, то работа двигателя будетъ

$$\omega_1 r_1 (T - t).$$

Сравнивая работу силъ тренія, приложенныхъ къ ремню и двигающихъ его, обозначенную Q_1 и съ работою двигателя q_1 находимъ, что

$$\frac{Q_1}{q_1} = \frac{1 + a \frac{T+t}{2}}{1 + aT}$$

или такъ какъ aT и $a \frac{T+t}{2}$ суть величины довольно малыя, то съ точностію до ихъ первыхъ степеней

$$\frac{Q_1}{q_1} = 1 - a \frac{T-t}{2} \dots \dots \dots (11)$$

Если ремень будетъ нерастяжимъ, или, все равно, если его коэффициентъ упругости $E = \infty$, то $a = \frac{1}{E\omega}$ будетъ нуль и въ такомъ случаѣ численная величина

$$Q_1 = q_1,$$

т. е. работа силъ тренія, приложенныхъ къ ремню, равна работѣ двигателя, приложенныхъ къ шкиву, для движенія ремня.

При упругомъ ремнѣ и данныхъ силахъ T и t , чѣмъ меньше будетъ коэффициентъ упругости E , и чѣмъ меньше будетъ площадь поперечнаго сѣченія ремня, тѣмъ больше будутъ различаться численныя величины работъ Q_1 и q_1 .

Разность между работою двигателя q_1 и работою двигающихъ силъ тренія Q_1 представитъ работу тренія ремня по шкиву, происходящую вслѣдствіе относительнаго движенія ремня по шкиву. Эта разность составитъ потерю работы двигателя, обрабатывающагося, при посредствѣ тренія ремня по шкиву, въ теплоту.

Величина этой потери

$$q_1 - Q_1 = \omega_1 r_1 (T - t) \frac{a}{2} \frac{T-t}{1+aT} \dots \dots \dots (12)$$

и отношеніе этой разности къ работѣ двигателя выраженной уравненіемъ (10) будетъ

$$\frac{q_1 - Q_1}{q_1} = \frac{a}{2} \frac{T-t}{1+aT} \dots \dots \dots (13)$$

Отношеніе работы, потерянной на треніе ремня по шкиву къ полной работѣ силъ двигателя, дѣйствовавшихъ для поддержанія равномернаго движенія ремня, увеличивается при увеличеніи отношенія

$$n = \frac{T}{t}.$$

Дѣйствительно исключая изъ второй части уравненія (13) величину T , найдемъ формулу

$$\frac{a}{2} \frac{T-t}{1+aT} = \frac{a}{2} \frac{(n-1)t}{1+ant}.$$

Взявъ первую производную этой формулы по n найдемъ

$$\frac{a}{2} \frac{t+at^2}{(1+ant)^2}.$$

Эта послѣдняя величина, при всѣхъ положительныхъ значеніяхъ n положительна слѣдовательно

$$\frac{a}{2} \frac{(n-1)t}{1+ant} = \frac{q_1 - Q_1}{q_1}$$

при увеличеніи отношенія

$$\frac{T}{t}$$

возрастаетъ. Другими словами, чѣмъ болѣе натяженія T пре-
взойдетъ натяженіе t , тѣмъ большая доля работы двигателя бу-
детъ потеряна отъ тренія ремня по шкиву.

Элементарная работа силъ тренія, приложенныхъ рабочимъ
шкивомъ къ ремню, выразится формулою подобною выше при-
веденной (стр. 25) для ведущаго шкива съ тѣмъ лишь различіемъ,
что на мѣсто f_1 должно быть написано f_2 и такъ какъ тутъ силы
тренія суть силы сопротивленія, то передъ формулою долженъ
стоять знакъ —, слѣдовательно получимъ

$$-f_2 S_\theta \frac{1+aT}{1+a\theta} \tau d\alpha.$$

Интеграль этого выраженія въ предѣлахъ отъ $\alpha=0$ до $\alpha=\alpha_2'$,
на которомъ ремень скользитъ по рабочему шкиву, доставитъ
работу силъ тренія приложенныхъ къ ремню.

Называя:

Q_2' сумму рабочихъ силъ тренія, приложенныхъ къ ремню,
найдемъ

$$Q_2' = -f_2 S_\theta \frac{1}{1+a\theta} \int_0^{\alpha_2'} (1+a\tau) \tau d\alpha$$

или, такъ какъ по уравненію (4)

$$d\alpha = \frac{1}{f_2} \frac{\partial \tau}{\tau},$$

то

$$Q_2' = -S_\theta \frac{1}{1+a\theta} \int_0^{\alpha} (1+a\tau) \partial \tau;$$

а такъ какъ при $\alpha = 0$, $\tau = t$, и при $\alpha = \alpha_2'$, $\tau = T$, то

$$Q_2' = -S_\theta \frac{(T-t) \left(1+a \frac{T+t}{2}\right)}{1+a\theta}.$$

Если S_θ и θ относятся къ точкѣ вступленія ремня на рабочій шкивъ, то $\theta = t$, а если, сверхъ того, S_θ соотвѣтствуетъ и единицѣ времени, то, обозначая:

ω_2 угловую скорость вращенія рабочаго шкива,

r_2 радиусъ рабочаго шкива,

Q_2 работу силъ тренія въ единицу времени, найдемъ уравненіе

$$Q_2 = - \omega_2 r_2 \frac{(T-t) \left(1 + a \frac{T+t}{2}\right)}{1 + at}, \dots \dots \dots (14)$$

или, такъ какъ по уравненію (1) пути, одновременно проходящія частями ремня набѣгающаго на ведущій шкивъ $\omega_1 r_1$ и на рабочій $\omega_2 r_2$ относятся какъ $1 + aT$ и $1 + at$, то

$$\omega_1 r_1 : \omega_2 r_2 = (1 + aT) : (1 + at),$$

или

$$\frac{\omega_2 r_2}{1 + at} = \frac{\omega_1 r_1}{1 + aT}$$

и слѣдовательно

$$Q_2 = - \frac{\omega_1 r_1 (T-t) \left(1 + a \frac{T+t}{2}\right)}{1 + aT} \dots \dots \dots (15)$$

Формулы (9) и (15) указываютъ, что силы тренія, дѣйствующія на ремень на рабочемъ шкивѣ, производятъ работу, по величинѣ совершенно равную работѣ силъ тренія, приложенныхъ отъ ведущаго шкива къ ремню.

Сумма этихъ двухъ работъ равна нулю и потому ремень сохраняетъ установившееся движеніе. Элементарная сумма работъ силъ тренія, приложенныхъ ремнемъ къ рабочему шкиву, выражается формулою

$$\omega_2 r_2 f_2 \tau d\alpha,$$

а

q_2 сумма этихъ работъ въ единицу времени, взятая для всѣхъ точекъ поверхности шкива, заключенныхъ въ углѣ скольженія α_2' , опредѣлится уравненіемъ

$$q_2 = \omega_2 r_2 f_2 \int_0^{\alpha_2'} \tau d\alpha,$$

припоминая уравненіе (4) найдемъ, что

$$q_2 = \omega_2 r_2 \int_0^{\alpha_2'} d\tau$$

и такъ какъ при $\alpha = 0$, $\tau = t$ и при $\alpha = \alpha_2'$, $\tau = T$, то

$$q_2 = \omega_2 r_2 (T - t) \dots \dots \dots (16)$$

Слѣдовательно, при равномерномъ вращеніи рабочаго шкива работа сопротивленія приложенныхъ къ нему силъ должна быть

$$- \omega_2 r_2 (T - t).$$

Сравнивая абсолютную величину q_2 съ абсолютною величиною Q_2 , данною уравненіемъ (14) увидимъ, что первая меньше второй на величину

$$\omega_2 r_2 (T - t) \left[\frac{1 + \frac{T+t}{2}}{1+at} - 1 \right] = \omega_2 r_2 (T - t) \left(1 + a \frac{T-t}{2} \right).$$

Вся эта послѣдняя работа теряется вслѣдствіе тренія ремня по рабочему шкиву. Она превращается путемъ тренія въ теплоту. Полная потеря работы на обоихъ шкивахъ ведущемъ и рабочемъ равна

$$q_1 - q_2 = \omega_1 r_1 (T - t) - \omega_2 r_2 (T - t) = (\omega_1 r_1 - \omega_2 r_2) (T - t)$$

или, такъ какъ на основаніи уравненія (1)

$$\omega_2 r_2 = \omega_1 r_1 \frac{1+at}{1+aT} \dots \dots \dots (17)$$

то

$$q_1 - q_2 = \omega_1 r_1 (T - t) \left(1 - \frac{1+at}{1+aT} \right)$$

или

$$q_1 - q_2 = \omega_1 r_1 (T - t) \frac{a(T-t)}{1+aT} \dots \dots \dots (18)$$

Отношеніе этой потерянной работы къ работѣ двигателя, выраженной величиною q_1 на основаніи уравненія (10) есть очевидно

$$\frac{q_1 - q_2}{q_1} = \frac{a(T-t)}{1+aT} \dots \dots \dots (19)$$

Эта потеря работы, на обоихъ шкивахъ, въ два раза больше потери на ведущемъ шкивѣ определенной уравненіемъ (13), следовательно на рабочемъ шкивѣ теряется на работу тренія ремня по шкиву ровно столько же сколько и на ведущемъ. Замѣчательно, что эти работы не зависятъ отъ величинъ коэффициентовъ тренія f_1 и f_2 . Все вліяніе этихъ коэффициентовъ сводится къ тому, что устанавливающееся по шкивамъ равновѣсіе силъ T и t достигается послѣ обхвата ремнемъ угловъ тѣмъ большихъ, чѣмъ меньше соотвѣтствующие коэффициенты.

Наиболѣе наглядныя практическія заключенія изъ уравненія (19) получаются если обратимъ вниманіе на наибольшее допускаемое въ ремнѣ напряженіе, приходящееся на единицу площади поперечнаго сѣченія ремня. Назовемъ R наибольшее допустимое напряженіе, тогда

$$RW = T \text{ и } a = \frac{R}{ET}.$$

При посредствѣ этого послѣдняго уравненія, выключая изъ уравненія (19) величину a найдемъ, что

$$\frac{q_1 - q_2}{q_1} = \frac{\frac{R}{E} \left(1 - \frac{t}{T}\right)}{1 + \frac{R}{E}} = \frac{1 - \frac{t}{T}}{\frac{E}{R} + 1}.$$

Вторая часть равенства становится очевидно тѣмъ больше, чѣмъ меньше отношенія $\frac{t}{T}$ и $\frac{E}{R}$, т. е. чѣмъ больше наибольшее натяженіе T превосходитъ наименьшее t , чѣмъ меньше коэффициентъ упругости ремня E и чѣмъ больше напряженіе допущено въ ремнѣ. Рѣдко бываетъ отношеніе $\frac{t}{T}$ менѣе $\frac{1}{3}$ и $\frac{E}{R}$ не менѣе 10, поэтому можно сказать, что почти всегда

$$\frac{q_1 - q_2}{q_1} < \frac{2}{33} \text{ или почти } 0,06,$$

т. е. потеря работы отъ тренія ремня о шкивы

$$q_1 - q_2 < 0,06 q_1$$

или менѣе 6% работы двигателя.

Зависимость между первоначальнымъ натяженіемъ ремня и его рабочими напряженіями.

Выше приведенныя уравненія не представляютъ еще всѣхъ тѣхъ соотношеній между величинами, имѣющими значеніе при разсмотрѣніи вопроса о передачі работъ упругимъ ремнемъ, которыя могутъ быть выражены уравненіями.

Для передачи работы ремень, накинута на два шкива, долженъ имѣть нѣкоторое натяженіе, безъ котораго передача невозможна. Это натяженіе называется начальнымъ натяженіемъ. Чтобы опредѣлить математическую зависимость натяженій T и t отъ начального натяженія T_0 , надо обратить вниманіе на длину различныхъ частей ремня какъ при начальномъ натяженіи, такъ и при натяженіяхъ рабочихъ, сравнивая ихъ съ длиною тѣхъ же частей ремня, бывшею тогда, когда ремень еще не былъ накинута на шкивы.

Если

α_1 будетъ величина полного угла, охваченнаго ремнемъ на ведущемъ шкивѣ;

α_2 величина такого же угла на рабочемъ шкивѣ;

то уголъ, внутри котораго будетъ помѣщаться часть ремня, растянута силою T , на ведущемъ шкивѣ опредѣлится уравненіемъ

$$\alpha_1'' = \alpha_1 - \alpha_1' = \alpha_1 - \frac{1}{f_1} \log \frac{T}{t}, \dots \dots \dots (20)$$

а на рабочемъ шкивѣ часть ремня, растянута силою t , помѣстится въ уголѣ

$$\alpha_2'' = \alpha_2 - \alpha_2' = \alpha_2 - \frac{1}{f_2} \log \frac{T}{t} \dots \dots \dots (21)$$

Полная длина части ремня, растянута силою T , составитъ изъ длины прямолинейной вѣтки ремня, равной разстоянію между точками прикосновенія ремня съ ведущимъ и рабочимъ

шкивами, сложенной съ длиною дуги, соответствующей углу α_1'' на ведущемъ шкивѣ.

Длина части ремня, всюду растянутой силою t , равняется длинѣ прямолинейной части ремня, между точками прикосновенія его съ тѣмъ и другимъ шкивомъ, сложенной съ длиною дуги на рабочемъ шкивѣ, заключенной въ углѣ α_2'' .

Слѣдовательно называя:

L_1 длину части ремня, растянутой силою T ;

L_2 » » » » » t ;

l длину каждой изъ прямыхъ частей ремня;

r_1 радіусъ ведущаго шкива;

r_2 радіусъ рабочаго шкива, найдемъ два уравненія:

$$L_1 = l + r_1 \alpha_1'' = l + r_1 \left(\alpha_1 - \frac{1}{f_1} \log \frac{T}{t} \right) \dots \dots (22)$$

$$L_2 = l + r_2 \alpha_2'' = l + r_2 \left(\alpha_2 - \frac{1}{f_2} \log \frac{T}{t} \right) \dots \dots (23)$$

При равенствѣ радіусъ r_1 и r_2 полные углы обхвата α_1 и α_2 становятся тоже взаимно равными; но длины L_1 и L_2 могутъ быть различны въ зависимости отъ коэффициентовъ тренія. Если не только радіусы шкивовъ будутъ равны, но и коэффициенты тренія тоже взаимно равны, то и $L_1 = L_2$.

Длина тѣхъ же частей ремня до растяженія ихъ силами T и t были

$$\frac{L_1}{1+aT} \text{ и } \frac{L_2}{1+at}.$$

Длина какого нибудь элемента ремня, заключеннаго въ углѣ $\partial\alpha$, на ведущемъ шкивѣ выразится произведеніемъ

$$r_1 \partial\alpha.$$

Если растягивающее тутъ усиліе есть τ , то длина этого элемента до растяженія его какою либо силою была

$$\frac{r_1 \partial\alpha}{1+a\tau}.$$

Полная длина части ремня, помѣщающейся въ углѣ скольженія на ведущемъ шкивѣ, до ея растяженія, будетъ слѣдовательно

$$l_1 = r_1 \int_0^{\alpha_1'} \frac{\partial \alpha}{1+a\tau};$$

а припоминая уравненіе (2)

$$l_1 = - \frac{r_1}{f_1} \int_0^{\alpha_1'} \frac{\partial \tau}{\tau(1+a\tau)};$$

такъ какъ при $\alpha = 0$, $\tau = T$ и при $\alpha_1 = \alpha_1'$, $\tau = t$ то

$$l_1 = \frac{r_1}{f_1} \int_t^T \frac{\partial \tau}{\tau(1+a\tau)} = \frac{r_1}{f_1} \log \frac{T}{t} \frac{1+at}{1+aT}.$$

Совершенно также поступая для рабочаго шкива и припоминая только уравненіе (4), найдемъ, что до растяженія части ремня, заключенной въ углѣ скольженія α_2' , длина ея была

$$l_2 = \frac{r_2}{f_2} \log \frac{T}{t} \frac{1+at}{1+aT}.$$

Такимъ образомъ можно сказать, что полная длина ремня, до какихъ либо его растяженій, была

$$\frac{L_1}{1+aT} + \frac{L_2}{1+at} + \left(\frac{r_1}{f_1} + \frac{r_2}{f_2} \right) \log \frac{T}{t} \frac{1+at}{1+aT}.$$

или, замѣняя L_1 и L_2 вторыми частями уравненій (21) и (22), найдемъ формулу

$$\frac{l+r_1 \left(\alpha_1 - \frac{1}{f_1} \log \frac{T}{t} \right)}{1+aT} + \frac{l+r_2 \left(\alpha_2 - \frac{1}{f_2} \log \frac{T}{t} \right)}{1+at} + \left(\frac{r_1}{f_1} + \frac{r_2}{f_2} \right) \log \frac{T}{t} \frac{1+at}{1+aT}.$$

Таже самая длина, при посредствѣ первоначальнаго натяженія T_0 одинаково проявляющагося во всѣхъ частяхъ ремня, выразится формулою

$$\frac{l+l+r_1 \alpha_1 + r_2 \alpha_2}{1+aT_0}.$$

Сравненіе этихъ двухъ формулъ доставляетъ уравненіе, связывающее усилія T , t и T_0 .

Оно есть

$$\frac{l+r_1\left(a_1-\frac{1}{f_1}\log\frac{T}{t}\right)}{1+aT} + \frac{l+r_2\left(\alpha_2-\frac{1}{f_2}\log\frac{T}{t}\right)}{1+at} +$$

$$+ \left(\frac{r_1}{f_1} + \frac{r_2}{f_2}\right) \log\frac{T}{t} \frac{1+at}{1+aT} = \frac{2l+r_1\alpha_1+r_2\alpha_2}{1+aT_0} \dots\dots\dots (24)$$

На мѣсто этого уравненія часто принимаютъ уравненіе

$$T_0 = \frac{T+t}{2}.$$

Нѣкоторые считаютъ это послѣднее уравненіе точнымъ, другіе приближеннымъ. Далѣе будетъ показано, что оно только приблизительно вѣрно, и что, смотря по обстоятельствамъ, начальное натяженіе T_0 можетъ быть и больше и меньше полу-суммы рабочихъ натяженій.

Слѣдствія, вытекающія изъ приведенныхъ уравненій.

Въ выше приведенныя вычисленія входятъ величины r_1 , r_2 , l , α_1 , α_2 , W , E , ω_1 , ω_2 , α'_1 , α'_2 , f_1 , f_2 , T , t , T_0 , q_1 , q_2 , Q_1 , Q_2 всего 20 величинъ.

Уравненій же, связывающихъ ихъ между собою, есть всего 8 и именно

$$\alpha'_1 = \frac{1}{f_1} \log \frac{T}{t} \dots\dots\dots (7)$$

$$\alpha'_2 = \frac{1}{f_2} \log \frac{T}{t} \dots\dots\dots (8)$$

$$q_1 = \omega_1 r_1 (T-t) \dots\dots\dots (10)$$

$$q_2 = \omega_2 r_2 (T-t) \dots\dots\dots (16)$$

$$\omega_1 r_1 (1+at) = \omega_2 r_2 (1+aT) \dots\dots\dots (17)$$

$$\frac{l+r_1\left(\alpha_1-\frac{1}{f_1}\log\frac{T}{t}\right)}{1+aT} + \frac{l+r_2\left(\alpha_2-\frac{1}{f_2}\log\frac{T}{t}\right)}{1+at} +$$

$$+ \left(\frac{r_1}{f_1} + \frac{r_2}{f_2}\right) \log\frac{T}{t} \frac{1+at}{1+aT} = \frac{2l+r_1\alpha_1+r_2\alpha_2}{1+aT_0} \dots\dots\dots (24)$$

$$Q_1 = \omega_1 r_1 (T-t) \frac{1+a\frac{T+t}{2}}{1+aT} \dots\dots\dots (9)$$

$$Q_2 = -Q_1 \dots\dots\dots (9) \text{ и } (15)$$

Слѣдовательно 12 величинъ могутъ быть выбраны по произволу и 8 величинъ могутъ быть опредѣлены.

Въ каждомъ частномъ случаѣ размѣрами и расположеніемъ механизма будутъ очевидно даны r_1 , r_2 , l , α_1 и α_2 ; выборъ ремня даетъ W и E , свойства шкивовъ и ремня опредѣляютъ f_1 и f_2 ; угловая скорость одного изъ шкивовъ должна быть дана, слѣдовательно въ числѣ данныхъ должно быть или ω_1 или ω_2 ; точно также въ числѣ данныхъ должно находиться или работа q_1 или работа q_2 . Такимъ образомъ въ числѣ величинъ, подлежащихъ опредѣленію остаются: T , t , T_0 , α'_1 , α'_2 , Q_1 , и Q_2 и затѣмъ одна изъ величинъ ω_1 или ω_2 и одна изъ работъ q_1 или q_2 , т. е. всего 9 величинъ. Отсюда видно, что заданіе которой либо изъ этихъ величинъ послужитъ къ опредѣленію всѣхъ остальныхъ и если будетъ задано первоначальное натяженіе T_0 , то опредѣлятся всѣ остальные величины.

Если будетъ задана одна изъ двухъ величинъ: ω_2 или q_2 , то изъ совокупности уравненій (10) и (16) тотчасъ же опредѣлятся и другая изъ нихъ.

Затѣмъ, зная E и W и слѣдовательно зная a можно изъ уравненій (10) или (16) съ (17) опредѣлить силы T и t ; а какъ только эти величины извѣстны, то уравненія (7) и (8) даютъ величины α'_1 и α'_2 и уравненіе (24) даетъ величину T_0 .

Если бы при передачі работы были опредѣлены, какими нибудь способами, натянутости T и t , угловыя скорости ω_1 и ω_2 ,

то изъ уравненія (17) опредѣлилось бы a , а зная его и площадь поперечнаго сѣченія W ремня, нашли бы его коэффициентъ упругости E изъ уравненія

$$a = \frac{1}{EW} \text{ или } E = \frac{1}{aW};$$

но конечно коэффициентъ упругости ремня можетъ быть опредѣленъ гораздо проще другими способами. Приведенныя уравненія даютъ возможность указать вліяніе коэффициентовъ тренія ремня со шкивами на величину работы тренія на осяхъ шкивовъ.

Уравненіе (10) можно написать въ видѣ

$$t \left(\frac{T}{t} - 1 \right) = \frac{q_1}{\omega_1 r_1},$$

а при посредствѣ уравненій (7) и (8) оно приведется къ виду

$$t \left(e^{f_1 \alpha_1'} - 1 \right) = \frac{q_1}{\omega_1 r_1} \text{ или } t \left(e^{f_2 \alpha_2'} - 1 \right) = \frac{q_1}{\omega_1 r_1}.$$

Если бы одинъ изъ угловъ α_1' или α_2' , или оба достигли своего предѣла и не могли бы мѣняться, а коэффициенты тренія могли бы измѣнять свою величину, то при постоянствѣ вторыхъ частей надо было бы измѣнять величину t . Чтобы судить о характерѣ измѣненія t при измѣненіяхъ, на примѣръ f_1 , надо взять производную t по f_1 . Она опредѣлится изъ уравненія

$$\frac{\partial t}{\partial f_1} \left(e^{f_1 \alpha_1'} - 1 \right) + t \alpha_1' e^{f_1 \alpha_1'} = 0$$

откуда

$$\frac{\partial t}{\partial f_1} = - \frac{t \alpha_1' e^{f_1 \alpha_1'}}{e^{f_1 \alpha_1'} - 1}.$$

Вторая часть равенства остается отрицательною при всякихъ f_1 и слѣдовательно t уменьшается при увеличеніи $< f_1$ и такъ какъ изъ уравненія (10)

$$T = \frac{q_1}{\omega_1 r_1} + t$$

то при неизмѣняемости величины

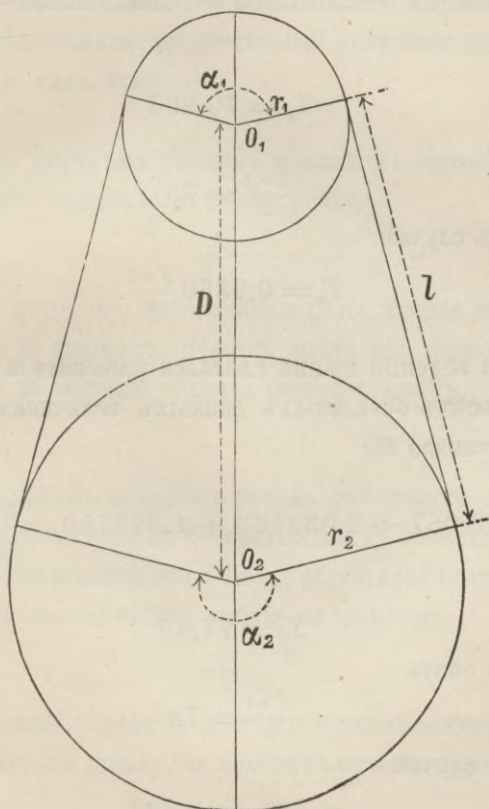
$$\frac{q_1}{\omega_1 r_1}$$

уменьшеніе t уменьшаетъ и T .

Такимъ образомъ оказывается, что при увеличеніи коэффиціента тренія f_1 оба натяженія ремня T и t уменьшаются, а слѣдовательно треніе на осяхъ шкива тоже уменьшается.

Примѣры, доказывающіе неточность уравненія, опредѣляющаго, что начальное натяженіе ремня равно полусуммѣ рабочихъ натяженій.

Если для механизма, представленнаго на Фиг. 5



Фиг. 5.

$$r_1 = 0,3, \quad r_2 = 0,6, \quad D = 1,2, \quad l = 1,161895$$

$$E = 600, \quad W = 5, \quad EW = 3000, \quad a = \frac{1}{3000}$$

$$f_1 = f_2 = 0,3333, \quad T = 100, \quad t = 50.$$

Въ такомъ случаѣ

$$\alpha_1 = 2,63623, \quad \alpha_2 = 3,64695$$

$$L_1 = 1,328869, \quad L_2 = 2,102275$$

и уравненіе (24) доставляетъ

$$1,286004 + 2,067812 + 1,827759 = \frac{5,302829}{1 + \frac{T}{3000}}$$

или

$$T_0 = 70,203$$

и такъ какъ

$$\frac{T+t}{2} = 75$$

то, въ этомъ случаѣ

$$T_0 = 0,9360 \frac{T+t}{2}.$$

Если бы ведущій шкивъ сдѣлался рабочимъ и рабочей ведущимъ, при всѣхъ остальныхъ данныхъ величинахъ, то уравненіе (24) доставило бы

$$1,307087 + 2,034463 + 1,827759 = \frac{5,302829}{1 + \frac{T_0}{3000}}$$

откуда

$$T_0 = 77,49$$

и такъ какъ опять

$$\frac{T+t}{2} = 75$$

то въ этомъ случаѣ

$$T_0 = 1,0345 \frac{T+t}{2}.$$

Приведенные два примѣра ясно доказываютъ неточность уравненія

$$T_0 = \frac{T+t}{2}.$$

Начальное натяженіе отличается не много отъ полусуммы рабочихъ, но оно можетъ быть больше и меньше этой полусуммы.

Заключительные выводы.

Повторяя, въ короткихъ словахъ, все вышеизложенное можно сказать:

Упругій ремень не можетъ дѣйствовать на шкивъ силами сцѣпленія, недоходящими до предѣльной величины этихъ послѣднихъ силъ, т. е. силъ тренія.

Если между упругимъ ремнемъ и шкивомъ проявляются силы сцѣпленія, то это непременно силы тренія.

Уголъ, въ которомъ проявляются силы тренія между упругимъ ремнемъ и шкивомъ, можетъ имѣть всѣ возможныя величины отъ нуля до полного обхвата шкива ремнемъ.

Величина угла, въ которомъ ремень сцѣпляется со шкивомъ, можетъ быть опредѣлена съ точностію, когда извѣстны величины взаимно уравновѣшивающихся силъ, вытягивающихъ прямолинейныя вѣтви и коэффициентъ тренія со шкивомъ.

Уголъ сцѣпленія, вмѣстѣ съ тѣмъ и уголъ внутри котораго ремень скользитъ по шкиву, не зависитъ отъ коэффициента упругости ремня.

Ремень, охватывающій два шкива при постоянныхъ и какихъ бы ни было величинахъ его коэффициентовъ тренія со шкивами, можетъ передавать заданную работу отъ одного шкива къ другому если только соответственныя этимъ коэффициентамъ тренія величины угловъ сдѣленія ремня со шкивами не должны будутъ превосходить соответственныхъ угловъ обхвата ремнемъ шкивовъ.

Первоначальное натяженіе ремня, для передачи работы отъ одного шкива другому, зависитъ не только отъ величинъ наибольшаго и наименьшаго натяженій ремня, но и отъ относительныхъ размѣровъ и относительнаго взаимнаго расположенія шкивовъ, и отъ величинъ коэффициентовъ тренія ремня со шкивами и наконецъ отъ того, который изъ шкивовъ будетъ ведущимъ.

Величина начального натяженія можетъ быть и больше и меньше средней арифметической наибольшаго и наименьшаго натяженій; но отличается отъ этой средней арифметической не много.

Величина коэффициента тренія ремня со шкивомъ можетъ быть постоянною при всякихъ давленіяхъ ремня на шкивъ не только при нерастяжимомъ, но и при упругомъ ремнѣ.

Величина коэффициента тренія ремня со шкивомъ можетъ быть опредѣлена тѣми способами, которые употреблялись до сихъ поръ.

При передачѣ ремнемъ работы часть работы двигателя превращается въ теплоту путемъ тренія ремня по шкивамъ. Половина потери работы двигателя происходитъ на ведущемъ шкивѣ, другая половина на рабочемъ.

Отношеніе величины потерянной работы къ полной работѣ двигателя тѣмъ больше, чѣмъ больше наибольшее усиліе приложенное къ ремню превосходитъ наименьшее, и чѣмъ больше допущенное въ ремнѣ напряженіе.

Вліяніе центробѣжной силы ремня, и при очень большихъ скоростяхъ его, очень не велико.



S. 61

WYDZIAŁY POLITECHNICZNE KRAKÓW

BIBLIOTEKA GŁÓWNA



L. inw.

31862

Kdn., Czapskich 4 — 678. 1. XII. 52. 10,000

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000298389